

HOOFSTUK VI

DIE NUWE BENADERING IN REKENKUNDEONDERWYS

1. Inleiding

Die nuwe benadering of die verandering in die onderrig van Rekenkunde moet nog nie as 'n gefinaliseerde toestand beskou word nie. Die veranderinge wat wel op organisatoriese vlak gemaak is, verandering van sillabusse en die hersiening van metodes, kan nog nie as 'n algehele verandering in die onderwys van Rekenkunde beskou word nie, maar eerder as 'n poging tot 'n verandering want die vraag ontstaan in watter mate die verandering in benadering reeds deur die gewone klasonderwyser aanvaar en toegepas word?

Hierdie veranderinge kan hoofsaaklik in twee hoofafdelings verdeel word. Eerstens merk ons 'n hernude aanwending van apparaat wat wissel vanaf selfgemaakte klaskamerapparaat tot masjiene soos projektors, oorhoofse projektors en selfs rekenmasjiene. Ons moet egter nie in die nuwe benadering net die gebruik van apparaat sien nie. Daar bestaan ook die tweede aspek wat die behoefte aan fundamentele veranderinge in die leerstof, d.w.s. wat geleer word en in die metodes, d.w.s. hoe dit aangebied word, beklemtoon. Hierdie aspek is van baie groter belang as die gebruik van aparate.

Dit moet egter baie duidelik gestel word dat almal wat met die vernuwing van die onderwys te doen het nie oor alle aspekte van die probleem saamstem nie. Sommiges verkies geprogrammeerde onderrig. In hierdie programme word die leerstof stap vir stap sistematies aangeleer. Hierdie beginsel verskil van die intuïtiewe benadering waar die kind die feite leer as deel van 'n geheel, as deel van 'n lewensituasie. Daar

word dus in verskillende rigtings gedink en gewerk. Die gevolg hiervan is dan ook dat die huidige tendens bestaan uit strominge of pogings wat eintlik parallel loop. Die ontevredenheid met die huidige posisie kan as die oorsaak beskou word waarom die nuwe benadering met so n groot haas ingevoer is. n Oorhaastige invoering van enige nuwe benadering wat dan geskied sonder die nodige beplanning, voldoende fasiliteite en opgeleide personeel, kan tot gevolg hê dat n baie verdienstelike saak heeltemal verongeluk of skadelig. n Aspek waarvan die waarde nie onderskat mag word nie, is die gesindheid waarmee die nuwe werk deur die onderwyser in die klaskamer aangepak word. Hierdie gesindheid sal hoofsaaklik bepaal word deur die onderwyser se gemotiveerdheid ¹⁾ ten opsigte van die verandering. Hierdie gemotiveerdheid impliseer dat hy die nuwe benadering bo die ou benadering moet verkies. Voordat hy egter daartoe in staat sal wees, moet hy op hoogte van die nuwe benadering wees. Hy moet die nuwe leerstof ken, ²⁾ die verband tussen die verskillende afdelings verstaan, die doelstellings ken en onderskryf en dan in die nuwe benadering die moontlikheid sien om daardie doelstellings te verwesenlik. Die onderwyser bly dus die eerste persoon wat georiënteer en oortuig moet word. Beplanning deur komitees, regulasies deur die departement en nuwe leergange is belangrik maar sonder n gemotiveerde persoon in die klaskamer, sal geen verandering plaasvind nie.

n Algemene verandering sal gewoonlik in verskillende stadia geïmplementeer word. Die eerste stadium sal gewoonlik bestaan uit n gekontroleerde eksperiment om die „nuwe" te toets.

230/Die.....

1) Hierdie studie, p. 117.

2) Ibid., p. 109.

Die tweede stadium sal dan bestaan uit die invoering van die „nuwe“ in sekere gebiede of standerds om as n wyer eksperiment te dien. Die derde fase is dan n herwaardering van die „oue“ teenoor die „nuwe“ nadat die „nuwe“ op n breër vlak getoets is. Word die „nuwe“ dan as bevredigend beskou, volg die vierde of finale fase waar die „nuwe“ dan vir die hele land of gebied ingestel word. 3)

Gedurende hierdie ontwikkelingsfases kry die onderwysers die geleentheid om die nodige kennis op te doen, die oue en die nuwe teenoor mekaar te stel, die voor- en nadele te oorweeg en sodoende self oortuig te word. Wanneer die verandering dan ingevoer word, is die onderwysers in n groot mate daarvoor gereed en kan die werk sonder n gevoel van antipatie of onsekerheid n aanvang neem. Om veranderinge, al is dit ook baie beter as die bestaande, aan n massa onderwysers wat nie oor die nodige kennis beskik om dit uit te voer nie, op te dra kan die hele skema verongeluk. Verskillende toestande kan ontstaan:

a. Die onderwysers kan die werk teësinnigen ongeïnspireerd aanbied⁴⁾ omdat hulle nie die waarde daarvan besef nie of bloot omdat hulle as gevolg van hulle gebrekkige kennis, nie tot n beter aanbieding in staat is nie.

b. Die onderwysers mag as gevolg van hulle gebrekkige kennis betekenis die / van die nuwe benadering foutief interpreteer omdat hulle geneig sal wees om hulle interpretasie te doen volgens dit waaraan hulle gewoond is. Die nuwe benadering sal dus ook

231/beoordeel.....

3) Richmond, W.K. The teaching revolution, p. 5.

4) Hierdie studie, pp. 109-117.

beoordeel word volgens die doelstellings wat deur die betrokke onderwyser vir die vak; bv. Rekenkunde, aanvaar word. Indien die onderwyser vaardigheid en spoed in syferbewerkings as doel stel, sal hy die nuwe benadering aan hierdie doelstellings toets. 5)

Die vraag kan dus ontstaan of die hele nuwe benadering in Rekenkunde nie te oorhaastig ingevoer is nie? Moes die onderwysers nie dalk meer tyd ter voorbereiding en kennismaking daarmee gehad het nie? Hierdie vraag is sekerlik geregverdig.

Die Transvaalse Onderwysdepartement het 'n intensiewe poging aangewend om die onderwysers op hoogte met die nuwe stof en die benadering te kry. 'n Kursus is aangebied waar al die hoofde van die laerskole teenwoordig was. Hulle moes daarna die benadering vanaf graad 1 tot en met st. 2 in hulle skole implementeer. Na verloop van 'n paar maande is streekkursusse gehou waar al die onderwysers van die streek teenwoordig was en waar verdere leiding gegee en probleme bespreek is. Aan die begin van die daarop volgende jaar is die benadering ook by die hoër standerds ingevoer.

2. Waarom is die nuwe benadering ingevoer? onderhawige

Uit die/ studie waarin ondersoek ingestel is na die prestasies van die 2728 st. 4 en st. 5 leerlinge in Rekenkunde het dit ook weer duidelik geword dat aan die onderrig van Rekenkunde dringend aandag gegee moet word. 6) Hierdie ondersoek het net die gevoel wat algemeen bestaan het, bevestig. Soos baie duidelik deur die resultate aangetoon word, vind daar in die

232/onderwys.....

5) Ibid. p. 74 et seq.

6) Ibid. p. 132 et seq.

onderwys van Rekenkunde n ernstige verwaarlosing van die begaafde leerlinge plaas. Dieselfde resultate is in die onderhawige studie van die 2728 leerlinge se skoolpunte in Rekenkunde ⁷⁾ en ook in die prestasies wat deur hierdie leerlinge in die skolastiese toetse ⁸⁾ (Rekenkunde) van die Onderwysburo behaal is, gevind. In al die afdelings waar die resultate bestudeer en vergelyk is met die leerlinge se intelligensievermoëns, is gevind dat leerlinge met I.K.'s van onder die gemiddelde in hulle skoolpunte en ook in die skolastiese toetse relatief baie goed presteer het terwyl die leerlinge met hoë intelligensievermoëns relatief baie swak presteer het. Uit hierdie ondersoek is twee feite duidelik. Eerstens dat die onderrig van Rekenkunde in ons laerskole ingestel was op die onderrig van die minder intelligente leerlinge en met hierdie leerlinge is dan ook relatief uitstaande resultate behaal. Hierdie swakker leerlinge het bo hulle veld van verwagte prestasie presteer. Die ander feit wat net so duidelik uitstaan, is dat die intelligenter leerlinge nie naby hulle verwagte peil presteer het in skoolpunte en ook nie in die skolastiese toetse nie.

Die eerste bevinding het tot blydschap gestem want met hierdie minder begaafde leerlinge is sukses behaal. Die tweede bevinding het ontnugter en stem tot kommer want hierdie persone wat so ver benede hulle vermoëns presteer, is die toekomstige leiers op die verskillende terreine van die lewe. Ons kry dus die posisie dat daar in ons skole by hierdie be-

233/gaafdes.....

7) Ibid. p. 132 et seq.

8) Ibid. p. 181 et seq.

gaafdes n ernstige mate van vertraging bestaan. Die verlies aan kennis en die verkeerde lewenshouding wat deur die begaafdes aangeleer word, dwing almal om dadelik aandag aan die probleem te gee.

Die nuwe benadering moet nou juis aan die begaafder leerlinge die geleentheid bied om in Rekenkunde ooreenkomstig hulle vermoëns te presteer. In die nuwe benadering moet die klem verskuif word vanaf die blote meganiese syfermanipulasie na begripvolle onderwys. 9) Die leerlinge moet nie alleen weet hoe om n bewerking uit te voer nie maar hulle moet ook die basiese beginsels waarop die bewerking gebaseer is ken en verstaan. Hulle moet dus dieper insig in die bewerking hê.

Die ander groot verandering moet in die metode van aanbieding aangebring word. In die ou benadering was die onderwys onderwysersentries in die opsig dat die onderwyser die werk verduidelik en die nodige feite aan die leerlinge gegee het. Die leerlinge was dus in n baie groot mate passief. Omdat die onderwyser sy werkstempo by die stadiger leerlinge moes aanpas, was die tempo te stadig vir die begaafdes en het hulle gedagtes afgedwaal of het die baie herhalings wat vir die swakkere leerlinge nodig was, hulle in so n mate verveel dat hulle alle belangstelling in die werk verloor het. Baie van die werk was dan ook nie vir hulle n uitdaging nie en die sukses wat hulle daar in behaal het, het nie die nodige genot wat op prestasies behoort te volg, gegee nie.

In die nuwe benadering moet die klaskamersituasie radikaal verander. Die „lesgee" deur die onderwyser moet tot n minimum beperk word. Die leerlinge moet in die geleentheid gestel word

234/om deur.....

9) Ibid., p. 78.

om deur selfaktiwiteit tot selfontdekking van sekere feite te kom. Hierdie selfaktiwiteit moet deur die onderwyser beplan en gelei word. Op hierdie wyse kan die begaafdes aangemoedig word om ontdekkings en gevolgtrekkings te maak wat by hulle vermoëns pas.

Baie waarde word aan die ontdekkingsbeginsel geheg. Die leerlinge werk self en ontdek dus self die feite. Elke persoon het die begeerte om te presteer en hierdie geleentheid tot ontdekking bied die geleentheid om te presteer. Die afleidings en gevolgtrekkings wat hulle maak, gee hulle oefening in logiese denke. 'n Belangrike feit wat dikwels oor die hoof gesien word, is dat as leerlinge iets ontdek het, hulle dit aan die onderwyser of ander leerlinge wil vertel en hierdie geleentheid tot bespreking moet geskep word. Hierdie veranderde klas-kamersituasie is belangrik. Dit vereis van die onderwyser dat hy die individuele leerlinge moet verstaan, hulle probleme moet ken en moet weet hoe hulle dink en werk. Die metode kan aan die kinders weer baie meer vertroue in hulle eie bekwaamheid gee. Hulle kry ook die geleentheid gedurende die klasgesprekke om begrippe in hulle eie woorde weer te gee.¹⁰⁾ Dit is nie voldoende as die onderwyser apparaat en materiaal aan die kinders voorsien nie. Hy moet ongemerk die aktiwiteit lei en die leerlinge se verbeelding prikkel.

In die bespreking van 'n paar afdelings uit die sillabus word aangetoon watter beginsels in elke afdeling beklemtoon moet word en hoe dit behandel kan word. In hierdie benadering word veral gedink aan die vermoëns van die begaafdes. Dit moet aanvaar word dat die leerlinge met swakker intelligensie dalk nie veel baat sal vind by die „waarom“ nie en omdat hulle

235/ meer.....

10) Ibid., p. 92 et seq.

meer vir praktiese beroepe opgelei word, moet hulle onderrig meer op die praktyk gerig wees. Aan hierdie aspek word by die aanbevelings aandag gegee.¹¹⁾

Hierdie toestande in die klaskamer was egter nie die enigste rede waarom 'n verandering in die onderrig van Rekenkunde noodsaaklik geword het nie. Ons leef in 'n tydperk waarin daar 'n verbasende snelle toename in die wetenskaplike kennis plaasvind. In die samelewing vind ons 'n neiging tot spesialisasie omdat geen persoon onder die huidige omstandighede kan tred hou met die vordering op al die verskillende terreine nie. Die eise wat op elke terrein gestel word, is baie hoog. Omdat die gemeenskap die eis aan die individu stel, word die eis dus indirek aan die skool gestel. Die skool is die opleiding-sentrum van die volk. Die skool moet die grondslag lê vir 'n gesonde ontwikkeling. Vroeër was die hoeveelheid kennis beperk en kon die hele kennisvoorraad deur die ouers, skool, kollege of universiteit oorgedra word. Tans is die kennis so uitgebrei dat dit aanvaar moet word dat iemand baie meer buite die klaskamer leer as daar binne. Groot hoeveelhede kennis word deur eie ervaring opgedoen en die ander word deur middel van massamedia soos die radio of televisie oorgebring.

Hierdie veranderde toestande dwing ons dus om aandag te gee aan die sillabusse wat in die skole gevolg word. Ons moet egter nie net aandag aan die inhoudelike aspek gee nie maar die doelstellings moet ook verander om aan te pas by die veranderde omstandighede waarin ons ons bevind. 'n Paar dekades gelede kon die meeste rekenkundige probleme opgelos word as 'n persoon oor 'n redelike vaardigheid in die hoofbewerkings, 'n

236/elementêre.....

11) Ibid., p. 11.

elementêre kennis van breuke, persentasies, mate en gewigte beskik het.

Die huidige beroepe vereis gespesialiseerde kennis. Die skool is nie in staat om hierdie gespesialiseerde kennis aan elke leerling te gee nie. Wat die saak nog moeiliker maak is die feit dat nuwe beroepe daaglik ontstaan om aan nuwe vereistes in die samelewing te voldoen. Die skool kan dus nie leerlinge oplei vir beroepe wat nog nie bestaan en waarvan die vereistes nog nie bekend is of waarvan die vereistes na gelang van wisselende omstandighede verander nie.¹²⁾

Die vraag wat dus meer pertinent op die voorgrond tree is: Wat moet ons in die skool aan die leerlinge leer? In die nuwe benadering word 'n poging aangewend om aan die leerlinge die basiese beginsels te leer. Hulle moet nie net in staat wees om bewerkings uit te voer nie maar hulle moet begrip van en insig in die prosesse hê. Verder moet logiese denke beklemtoon word en deur ervaring moet die leerlinge geleer word om logiese afleidings, toepassings en gevolgtrekkings te maak. Hierdie vermoëns behoort die leerlinge in staat te stel om hulle kennis in nuwe of veranderde omstandighede te gebruik. Hulle moet dus die verwantskap tussen sekere feite ontdek en verstaan en dus die kennis kan toepas.

In die verlede is baie aandag aan syfervaardigheid gegee. Die neiging is dat die meeste bewerkings tans deur masjiene verrig word en hierdie gebruik sal sekerlik in die volgende aantal jare toeneem. Syfervaardigheid kan egter nooit heeltemal uitgeskakel word nie omdat die gewone landsburger altyd

237/die.....

12) Ibid., p. 8.

die vermoë om met syfers en getalle te werk nodig sal hê.

Die doel met die nuwe benadering is dus nie om syfervaardigheid heeltemal uit te skakel nie maar eerder om begrip en insig te beklemtoon as die aspek waaraan eerste aandag gegee moet word omdat die leerlinge tog eers die probleme moet verstaan en in staat moet wees om te besluit wat hulle moet doen en hoe hulle dit moet doen, voordat hulle die werklike bewerkings kan uitvoer.¹³⁾

Verder beklemtoon die nuwe benadering die eienskappe van elke bewerking en 'n logiese benadering van die verskillende stappe wat tot die algoritme of tegniek lei. Die leerlinge moet dus nie net weet hoe om die tegniek uit te voer nie maar hulle moet die eienskappe van die bewerkings ken en verstaan. Die verwagting is dat hierdie benadering die leerlinge meer bevrediging en 'n groter liefde vir die vak sal gee.

3. Voorbeelde van die nuwe benaderings

Alhoewel dit onmoontlik is om in hierdie studie spesifiek aan te toon hoe dat elke afdeling van die Rekenkunde volgens die ou of tradisionele benadering behandel is en hoe dit volgens die nuwe benadering gedoen moet word, wil ons tog aandag gee aan sekere afdelings van die werk soos dit in die sillabus verskyn en aantoon hoe die opvoedkundige beginsels in die nuwe benadering toegepas word. Die verskille tussen die twee benaderings sal ook aangetoon word. Verder word aangetoon watter voordele hierdie benadering vir die individu en veral vir die begaafde leerling bied.

238/a. Uitbreiding...

13) Grossnickle, F.E. e.a., Discovering meanings in elementary school mathematics, p. 12.

a. Uitbreiding van die kind se woordeskat ¹⁴⁾

Omdat dit algemeen aanvaar word dat taal 'n absolute vereiste vir die vorming van begrippe is, word hierdie afdeling van die werk eerste afgehandel.

Cronje stel dit dan ook dat die leerlinge rekenkundige taal moet kan verstaan en nie net in staat moet wees om dit te gebruik nie want hulle hele rekenesisteem word deur taal opgebou. Baie rekenkundige probleme ontstaan as gevolg van 'n gebrekkige taalkennis.¹⁵⁾

(1) Praktiese benadering

Hierdie afdeling moet heeltemal prakties benader word. Die kind moet die woorde leer aan die hand van vergelyking van konkrete voorwerpe. Om aan die kind die woorde langer en korter te leer moet die lengte van konkrete voorwerpe met mekaar vergelyk word. 'n Baie goeie voorbeeld is om die leerlinge self twee-twee met hulle rûe teenmekaar te laat staan. Die res van die klas bepaal dan wie van elke twee leerlinge langer is as sy maat en wie korter as sy maat is. Die kinders word self as voorwerpe van vergelyking gekies omdat leerlinge altyd in hulleself belangstel. Later kan ook die lengte van ander voorwerpe vergelyk word en moet bepaal word wie of wat langer is en wat korter is.

239/Die.....

14) Publikasies van die Nuffield Foundation. I do, I understand
pp. 10-11.

15) Cronje, A.P. Onderzoek na die invloed van verbeterde werkmodes by st. V-leerlinge in Rekene,
p. 9.

Die belangrikste aspek van hierdie werk is dat die kind self die vergelykings moet maak, self die verskil moet sien en self moet bepaal watter een langer of korter is. Die onderwyser maak nie die vergelyking nie, m.a.w. hy hou nie twee potlode voor die klas op en vra aan hulle watter een langer en watter een korter is nie. Hy beplan sy les en lei die kinders deur die nodige apparaat aan hulle te verskaf en dan 'n opdrag te gee wat die nodige reaksie en handeling van die kind sal verg. 'n Voorbeeld van die eerste opdrag kan wees: „Vind uit wie van julle twee, wat by elke tafeltjie sit, langer as sy maat is.” Is die potlood langer as die liniaal? Is jou een hand se pinkie korter as jou ander hand se voorvinger? en so meer. Die kind moet dus gelei word tot selfwerkzaamheid waar hy sekere ontdekkings maak en die betekenis van die woorde ervaar. Gevolglik word die woorde en hulle betekenis deel van sy kennisstruktuur of bewussyn.

Die aanleer van kleure en vorms word ook prakties hanteer deur gebruik te maak van 'n sorteerkas. 'n Sorteerkas is 'n gewone kistjie of kartondoos waarin daar 'n groot verskeidenheid voorwerpe geplaas word. As die doel is om hulle ervaring te laat opdoen met kleur en vorms sal ons sorg dat daar voorwerpe van verskillende vorms en verskillende kleure in is. Daar kan 'n aantal rooi, groen, blou en swart geverfde vierkante, sirkelskywe en driehoekes wees. Die opdragte kan dan wees: Pak al die blokkies met dieselfde kleur bymekaar. Pak al die blokkies met dieselfde vorm bymekaar. Hierdie oefening is om die beginners te leer om te onderskei. In die eerste opdrag is die bepalende faktor die kleur. In die tweede is die vorm die bepalende faktor en mag die kleur weer verskil. Op 'n latere stadium kan opdragte gegee word soos:

Wys vir my die rooi sirkels. Wys die groen vierkante.
Wys die swart driehoeke. Om hierdie opdragte uit te voer
moet hy reeds die kleure en ook die vorms ken.

Die begrippe van swaarder en ligter word met 'n balansskaal
ervaar. Indien daar nie 'n balansskaal beskikbaar is nie,
kan dieselfde begrip deur middel van 'n gewone wipplank bepaal
word. Die kind ondervind dat die een voorwerp of die een
skaalpan sak terwyl die ander styg. Vir die volwassene is dit
duidelik dat die een sak omdat dit swaarder as die ander is.
Is hierdie begrip vir die skoolbeginner vanselfsprekend?

'n Ander baie belangrike ontdekking waartoe hy gelei moet
word, is dat 'n groter hoeveelheid van een stof nie noodwendig
swaarder as 'n kleiner hoeveelheid van 'n ander stof is nie.
Laat hom eksperimenteer met klippies, 'n stukkie yster, 'n stuk
hout, 'n hoeveelheid sand, 'n hoeveelheid meel, en so meer.

Nadat die begrippe van swaarder en ligter vasgelê is,
word ook die begrip van ewe swaar ondersoek. Die begrip van
ewe lank volg op die begrippe van langer as en korter as.
Omdat ongelykhede in die praktyk baie meer aangetref word as
gelykhede begin ons dan ook met die ongelykhede en brei dan
later uit tot die gelykhede. Die verskil met die ou benadering
wat baie duidelik aangetoon moet word, is dat geen feite meer
aan die leerlinge gegee word nie maar dat die leerlinge self
die ontdekkings moet maak. In die ou benadering is die ge-
lykhede soos $1 + 1 = 2$ baie gouer behandel. In die nuwe be-
nadering word die orde dus verander. Dit is van die uiterste
belang dat voldoende tyd aan hierdie begripsvormende werk ge-
gee word omdat hierdie begrippe noodsaaklik is vir latere

rekenkundige denke.

Ons moet baie duidelik onderskei tussen hierdie werk en werklike meting van lengtes of gewig. Hier word nog nie geweeg of gemeet in die sin dat ons die lengte of die gewig van die voorwerp bepaal nie maar dit is net 'n proses van vergelyking. Een van die grootste leemtes van die ou benadering was juis dat te min tyd aan hierdie begripvormende afdeling bestee was omdat die onderwysers te haastig was om met die formele rekenkundeonderwys te begin.

Met hierdie praktiese benadering waar die kinders self werk en self ondersoek, onafhanklik van sy maat langs hom, is dit dan ook baie maklik om aan die vinnige werker 'n ver-rykte, met ander woorde 'n meer uitgebreide program aan te bied. Waar die gemiddelde leerling miskien tien verskillende vergelykings sal maak, kan van die vinnige kind baie meer verwag word. Van hom kan ook verwag word om geringer verskille waar te neem. Dit sal hom verplig om sy waarnemingsvermoë te ontwikkel. Verder kan ook van die vinniger leerlinge verwag word om self voorwerpe te soek en om dan die relasie tussen hierdie voorwerpe te bepaal. Dit is maklik om onopsigtelik te differensieer in die aard van die opdragte wat aan leerlinge gegee word sowel as in die graad van korrektheid wat van hulle verwag en as korrek aanvaar sal word. Vanaf die begin moet 'n mondelinge verslag van hulle bevindings gevra word. Dit is verbasend hoe angstig die leerlinge is om hulle bevindinge met die onderwyser te bespreek. Hierdie besprekings deur die leerlinge, of klasgesprekke, neem algaande 'n groter deel van die tyd in beslag totdat dit by probleemoplossing die werklike toets vir begrip en insig word.

Vanaf die begin moet 'n rekenkundeles dus gekenmerk word deur aktiewe ¹⁶⁾werkzaamheid van die kinders en beplande leiding deur die onderwyser. Ons stem saam met suster Mary Petronia waar sy sê dat elke les in wiskunde (rekenkunde) aktiewe onderrig en leer sal insluit. Die onderwyser moet die regte vrae stel sodat hy daardeur die leerlinge se denke sal lei en hulle verder sal lei tot ontdekking van die belangrike feite.¹⁷⁾

Die vernaamste verskil van hierdie benadering teenoor die ou benadering is die aktiewe rol wat van die kind verwag word. In die ou benadering was dieselfde feite deur die onderwyser aan die leerlinge gegee en verduidelik. Nou moet die leerlinge tot selfontdekking gelei word. Die verwagting is dat die leerlinge hierdie feite wat hulle self ontdek het, baie beter sal verstaan en langer sal onthou.

b. Die telaktiwiteit ¹⁸⁾

In die ou benadering was die telaktiwiteit beskou as die basis vir Rekenkunde-onderwys. Die onderwyseres se heel eerste

243/taak.....

16) Nuffield Foundation. I do, and I understand, pp. 13-15.

17) Sister Mary Petronia. An open letter to mathematic teachers, The arithmetic teacher, vol 15: no 2, Februarie 1968, p.149.

18) Vergelyk:

a) Ongepubliseerde lesings opgestel deur die Rekenkunde-studiekomitee van die Transvaalse Onderwysdepartement, 1967.

b) Nuffield Foundation. Mathematical forum, pp. 1-14.

c) Wade & Taylor, Fundamental mathematics, p. 11.

taak was om die kind te leer tel. Sommige kinders kon reeds "tel" by toelating tot die skool. Vir die meeste van hulle het "tel" bestaan uit die sê van 'n aantal woorde wat vir hulle geen of baie min betekenis gehad het. Omdat daar by die meeste van hierdie kinders geen verband tussen die getal en die getal-naam bestaan het nie, het dit hulle ook nie geplaas die name deurmekaar gesê was nie. Net so is die "tel op Engels" deur 'n voorskoolse kind of kleuter gewoonlik niks meer as die sê van 'n betekenislose rympie nie. Hy kom dit nie eers agter as hy een van die name uitlaat nie.

Die onderwyseres moes die kind leer tel. Gewoonlik is die volgende metode gevolg. 'n Aantal konkrete voorwerpe is getel. 'n Baie gerieflike voorbeeld is die vingers. Die kinders moes saam met die onderwyseres hulle vingers tel. Hulle het dan na die eerste vinger gewys en "een" gesê, daarna is na die tweede vinger gewys en "twee" gesê; daarna na die derde terwyl almal "drie" sê; en so meer. Aan menige graad in leerling is die vraag gestel: Kan julle die vingers aan julle een hand tel? Die antwoord was altyd bevestigend. Daarop is hulle die geleentheid gegee om die vingers te tel. Almal het dan na die vingers gewys, soos reeds beskryf, en terselfdertyd die getalname gesê. As antwoord vir die opdrag: Wys vir my twee vingers; het die meerderheid altyd na die tweede vinger gewys. Vir die opdrag: Wys vir my vier vingers, het hulle na die vierde vinger gewys, en so meer. Dit is dus duidelik dat met hierdie benadering die ordinale getal as die kardinale aanvaar is. Hierdie benadering van die telaktiwiteit het tot gevolg gehad dat die kind eintlik ordinaal getel het en dat sy "een" eintlik eerste en sy "twee" eintlik tweede was.

Die kind het dus met hierdie benadering die getalname geleer voordat hy nog 'n begrip van „getal" gehad het. Die telproses het baie gou 'n algehele meganiese proses geword waar die getalname en volgorde in opgaande of afgaande volgorde opgesê is.

In die ou sillabus ¹⁹⁾ het die klem ook nie in hierdie afdeling op begrip van die proses geval nie maar wel op die meganisering van die proses. Die telproses moes benader word aan die hand van telrympies, ritmiese tel, tel van liggaamsdele, tel van konkrete voorwerpe, en meganiese tel waaronder genoem was die vorentoe tel met ene, terugtel met ene van 10 af en meganiese tel so ver die kind in staat was.

In die nuwe benadering word die telaktiwiteit nie eerste gedoen nie. Die telaktiwiteit volg eers nadat die getalsbegrip gevorm is. In hierdie studie word die telaktiwiteit wel voor die ontwikkeling van die getalsbegrip bespreek omdat op die verskille in die benaderings gewys moet word. Wanneer die kind geleer word om te tel moet die getalnaam met die werklike getal verbind word. As 'n aantal voorwerpe getel moet word, moet hy soos volg te werk gaan. ²⁰⁾

Voorwerpe:

$\{ \circ \} \rightarrow$ EEN
 $\{ \circ, \circ \} \rightarrow$ TWEE
 $\{ \circ, \circ, \circ \} \rightarrow$ DRIE
 $\{ \circ, \circ, \circ, \circ \} \rightarrow$ VIER.
 $\{ \circ, \circ, \circ, \circ, \circ \} \rightarrow$ VYF.

245/Terwyl.....

19) Transvaalse Onderwysdepartement, Leergang in Rekenkunde

Graad i - st. V, uitgegee 1960, p.12.

20) Vergelyk: a) Barker, Curran & Metcalf, The new Maths, p.9.

b) Paling & Fox, Elementary mathematics, A modern approach, Part one, p. 11.

Terwyl hy "een" sê, moet hy werklik een voorwerp hanteer. Terwyl hy "twee" sê, moet hy werklik twee voorwerpe hanteer. As hy dus "vyf" sê, moet hy werklik na vyf voorwerpe verwys en nie net na die vyfde voorwerp nie. Hierdie aktiwiteit kan beskou word as die eerste stap in die telproses.

Die tweede stap sal dan daaruit bestaan waar 'n aantal voorwerpe aan die leerling gewys word en hy dan die hoeveelheid moet herken en die getalnaam moet noem.

Die derde of reproduksiefase is wanneer die getalnaam genoem word en die kind in staat moet wees om die regte hoeveelheid aan te toon. Dit is dus duidelik dat volgens die nuwe benadering die telaktiwiteit na die ontwikkeling van die getalsbegrip moet kom.

In die nuwe benadering val die klem geheel en al op begrip. Om betekenisvol te kan tel, moet die kind dus reeds 'n goeie getalsbegrip hê. Hy moet reeds oor die vermoë beskik om die hoeveelheid met die korrekte getalnaam te verbind en verder moet hy die stadium bereik het waar die hoor van die getalnaam die korrekte hoeveelheid uit sy kennissisteen te voorskyn roep en dan moet hy in staat wees om hierdie hoeveelheid aan te toon. Vir kinders wat geleer het om volgens hierdie metode te tel verteenwoordig elke getalnaam 'n getal. As hy die betrokke getalnaam sê, sien hy met sy geestesoog werklik 'n hoeveelheid voorwerpe en nie die soveelste voorwerp nie. Die getalsbegrip neem dus in die nuwe benadering 'n baie prominenter posisie as die telproses in.

c. Ontwikkeling van die getalsbegrip ²¹⁾

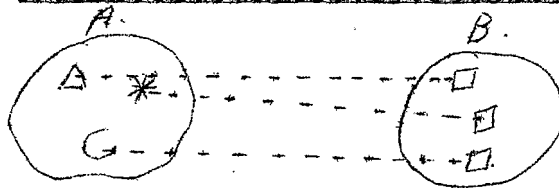
246/ Omdat.....

21) Vergelyk: a) Lesings van die Rekenkundestudiekomitee van die T.O.D., 1967.

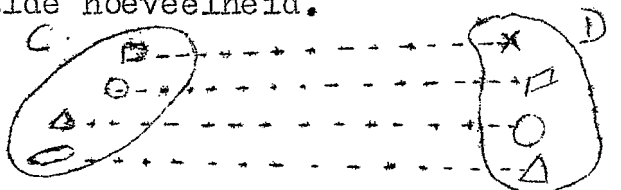
b) Hausdoerffer W.H. Introducing our numbering system in the primary grades - beginning the place-value idea, Arithmetic teacher, vol 4, no 2, 1957, pp. 62-63.

Omdat die getalsbegrip in die nuwe benadering so 'n belangrike posisie inneem, moet spesiale aandag aan die ontwikkeling van hierdie begrip gegee word. Die versamelings bied ons 'n baie goeie instrument om hierdie begrip te ontwikkel. Omdat die doel is om die getal as 'n geheel te sien begin ons nie meer met die getal „een" nie. Die meeste sielkundiges stem saam dat 'n mens 'n groep van tot vyf met gemak as 'n geheel kan sien. Soms kan selfs groter groepe as 'n geheel gesien word maar dan hang dit af van die rangskikking van die elemente en die geoefendheid van die waarnemer. Omdat groepe wat bestaan uit vyf en minder elemente as 'n geheel waargeneem kan word, word die getalle van „een" tot „vyf" gelyktydig aangebied.

(1) Een-tot-een afparing van die elemente van versamelings



As ons hierdie twee versamelings vergelyk, merk ons dadelik dat daar 'n gemeenskaplike eienskap is, naamlik die „drieheid". Beide versamelings bevat drie elemente en ons kan dus skryf $n(A) = 3$ en $n(B) = 3$ wat beteken dat die kardinaalgetal van versameling A gelyk is aan 3 en die kardinaalgetal van versameling B gelyk is aan 3. Ons kan ook skryf $n(A) = n(B)$ wat beteken dat die kardinaalgetal van versameling A gelyk is aan die kardinaalgetal van versameling B. Hier ontwikkel die kind dus werklik 'n begrip van die getal „drie". Drie beteken dus nie vir hom die „derde" voorwerp nie maar dit is beslis 'n bepaalde hoeveelheid.



As ons die elemente van versameling C een-tot-een ²²⁾ afpaar met die elemente van versameling D merk ons dat die twee versamelings eweveel elemente bevat. Die kardinaalgetal van beide versamelings is dus vier. Versamelings met dieselfde hoeveelheid elemente waar die elemente van die een versameling nie almal ook elemente van die ander versameling is nie, word ekwivalente versamelings genoem. Ons sien die gemeenskaplike eienskap van hierdie twee versamelings is dus die „vierheid“.

Een-tot-een afparing kan ook aangetoon word wanneer van die rooster-notasie gebruik gemaak word. In die rooster-notasie word die elemente van elke versameling tussen krulhakies getabuleer bv.

$$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ +, -, \times, \div \}$$

Hier is die gemeenskaplike eienskap weer die „vierheid“, dus $n(A) = n(B) = 4$. Hierdie een-tot-een afparing kan op enige wyse geskied. Enige twee elemente kan afgepaar word. Enige van die volgende koppelings mag gedoen word.

$$A = \{ 1, 2, 3, 4 \} \quad \text{of} \quad A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ +, -, \times, \div \}$$

Die kind maak kennis met die hoeveelheid as geheel. Hy leer getal ken as 'n sekere hoeveelheid. Die hoeveelheid as geheel word deel van sy kennissisteen en by die aanhoor van die getalnaam word die hoeveelheid in sy bewussyn geroep en nie die

248/naam.....

22) Vergelyk: a) Heritage, R.S. Learning mathematics, Bk. 1, p. 21.

b) Barker, Curran & Metcalf. a.w. p. 8.

c) Paling & Fox. a.w. pp. 1-4.

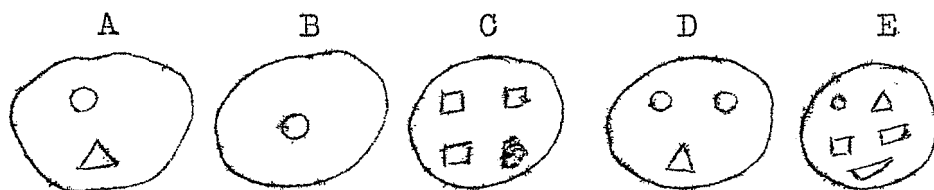
d) Eicholz, Martin, Brumfiel & Shanks
Elementary school mathematics, Book 1,
pp. 3-14.

e) Davin, e.a. Getalontdekking st. 1, pp. 4-7.

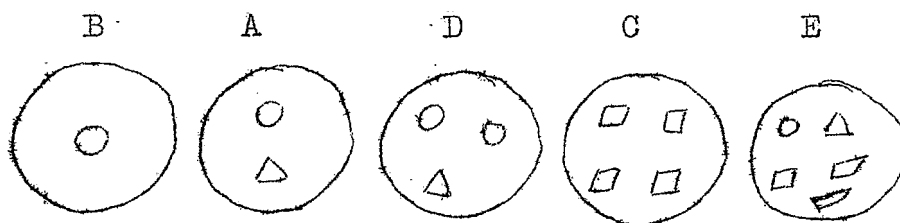
naam of skryfwyse van die naam nie. Ons het dus hier te doen met 'n diepgaande verandering wat betref die kind se kennis van getal.

(2) Ordening van versamelings

Onder die ordening van versamelings word verstaan die rangskikking van versamelings volgens die aantal elemente wat elkeen bevat. Dit is egter van die uiterste belang om te onthou dat die kind op hierdie stadium nog nie kan tel nie en dus nie net die elemente kan tel om sodoende die volgorde te bepaal nie. Die volgende prosedure word hier toegepas. Gee a aan die kind vyf versamelings wat ~~elemente~~ van een tot vyf elemente bevat. Die versamelings word op enige manier voor hom op die bank geplaas bv.



Die kind begin om die elemente van versamelings A en B deur een-tot-een afparing te vergelyk. In hierdie geval het B minder elemente as A. Versameling B word dan links van versameling A geplaas. Daarna vergelykhy weer die aantal elemente van versameling A en versameling C deur middel van een-tot-een afparing. Die versameling met minder elemente word elke keer na links geskuif. Hierdie prosedure word herhaal totdat die kind die korrekte volgorde self gevind het.



Die versameling se posisie word dus bepaal deur die aantal

elemente en nie deur die getalnaam wat soms meganies en sonder betekenis aangeleer is nie.

(3) Getal, getalnaam en skryfwyse

Hierdie drie terme word in die bestaande literatuur baie verwarrend en deurmekaar gebruik. Om duidelikheid te verkry moet nou eers aangetoon word wat in hierdie studie onder die terme verstaan word.

(a) Getal

Oor wat 'n getal eintlik is, is daar reeds baie geskryf en bepeins. Ons kry dan ook uiteenlopende opvattinge. Ons wil net 'n paar van die bekendstes kortliks noem.

Aristoteles ²³⁾ beskou 'n getal as hoeveelheid mits 'n mens jou heeltemal kan losmaak van die eienskappe van die onderskeie voorwerpe waardeur die eenhede van die hoeveelhede hulle van mekaar en van die eenhede van ander hoeveelhede onderskei. Om dit duidelik te stel; as 'n versameling bestaan uit 'n piesang en 'n pen moet hierdie onderskeidende eienskappe veronagsaam word en net die "tweeheid" moet as getal beskou word.

Vir Locke ²⁴⁾ is die getal en die getalsisteem 'n logiese struktuur wat opgebou en ontwikkel word deur die herhaalde byvoeging van een element by die voorafgaande hoeveelheid. Aan elke hoeveelheid word dan 'n naam gegee waardeur dit van die een wat dit voorafgaan en die een wat daarna volg onderskei kan word. Die naam is die onderskeidende faktor.

250/Vir.....

23) Van Os, C.H. Getal en kosmos, pp. 90-91.

24) Locke, John. An essay concerning human understanding, p.142.

Vir Pestalozzi ²⁵⁾ bestaan die begrip van 'n getal uit 'n geestesbeeld wat ontwikkel word uit sintuiglike waarneming. Hy beskou dus die „getal" as 'n abstrakte begrip.

Russel wat 'n voorstander van die logisistiese standpunt is beweer „all finite collections of individuals form classes so that results is after all the number of the class. Thus, when any class concept is given, there is a certain number of individuals to which this class-concept is applicable, and the number may therefore be regarded as a property of the class. Numbers, then, are to be regarded as properties of classes. Two classes have the same number when their terms can be correlated one to one, so that any one term of either corresponds to one and only one term of the other. The pupil who seeks or imagines a set of objects and seeks to answer the question „How Many" must cast aside every property of the particular set of objects except their numerousness. He must learn to ignore size, shape, weight, color, and all other physical aspects of the set of objects, and of all equivalent sets, to arrive at the abstract concept of number." ²⁶⁾

Om die kind hierin te help moet verskillende voorwerpe of apparaat gebruik word. Wissel die apparaat sodat hy besef dat dit nie die apparaat is wat van belang is nie, maar die hoeveelheid.

Spoelstra ²⁷⁾ kom in sy D.Ed. proefskrif wat handel oor die ontwikkeling van die getalsbegrip tot die konklusie dat God in die skepping eenheid en veelheid, soos meer en minder, vasgelê het. Dit is 'n inherente deel en kenmerk van die Kosmos

251/waarin.....

25) Klapper, P. The teaching of arithmetic, p. 224.

26) Russel, B. The principles of mathematics, p. 113.

27) Spoelstra, J. Die ontwikkeling van die getalsbegrip van die kind gedurende sy eerste skooljaar, p. 26.

waarin die mens gebore word en opgroei, nie alleen wat die konkrete dinge betref nie, maar ook op die gebied van alle bestaande en denkbare begrippe. Eenheid en veelheid, meer en minder is die basiese begrippe en lê alle getal ten grondslag. Beide groep en rang is in die skepping ingebou. Die vermoë om te onderskei is deur God aan die mens gegee. Daarom kan die mens onderskei tussen meer en minder, groot en klein, lank en kort, swaar en lig, en so meer. Uit hierdie basiese begrippe ontwikkel die vermoë om tussen groepe te onderskei. Die getalkring is dus een van die wetskringe van die skepping van God en nie 'n algehele skepping van die mens nie.

Ons wil ons aansluit by die laaste standpunt in soverre dat die hoogste gesag altyd buite die mens bly. Die onderskeidende vermoëns is aan die mens gegee en hierdie vermoëns wat hy ontvang het, kan en moet hy gebruik tot eer van God. Hierdie opvatting strook dan ook met die nuwe benadering in die Rekenkunde. Hierdie basiese onderskeidende begrippe moet eers ontwikkel word. Die onderskeiding vind eers plaas tussen enkele voorwerpe maar algaande, deur ryping en ervaring, leer die kind om ook groepe te onderskei. Deur die vergelyking van die groepe word hy bewus van die verskil in hoeveelheid as onderskeidende faktor. Hierdie hoeveelheidsgedagte, wat aan 'n groep gekoppel word, is dan „getal“. Dit is dus duidelik dat getal 'n algehele abstrakte begrip is. Ons getalsisteem is egter deur die mens uitgebou en berus hoofsaaklik op die logika.

(b) Getalnaam 28)

Die getalnaam is 'n skepping van die mens om die gebruik van getalle te vergemaklik. Dit is noodsaaklik dat ons baie duidelik onderskei tussen „getal” en „getalnaam.” Getal is, soos reeds aangetoon, daardie abstrakte hoeveelheidsbegrip wat as deel van die Kosmos deur God geskep is. Aan elkeen van hierdie hoeveelhede is 'n naam gegee waarmee ons aan ander dit bekend kan maak na watter getal ons verwys. In elke taal sal daar dus 'n naam vir elke getal wees. Die getal wat 'n eienskap van die versameling (Q) is, sal op Afrikaans „twee” heet, terwyl dit in Engels „two” sal heet. Daar bestaan in die wêreld dus baie name vir dieselfde getal. In die hele wêreld is daar dus net een getal „twee” maar daar bestaan net soveel name vir hierdie getal as wat daar tale is.

(c) Skryfwyses

Onder die skryfwyses ²⁹⁾ van getalle word alle
253/moontlike.....

28) Vergelyk: a) Mueller, F.J. Arithmetic, its structure and concepts, p.5.

b) Wren, F.L. Basic mathematical concepts,
pp.2-16.

c) Youse, B.K. Arithmetic, a modern approach,
pp. 3-6.

d) Grossnickle, e.a. Moving into mathematics,
p. 1.

e) Brumfiel, e.a. Introduction to mathematics,
p.10.

29) Vergelyk: a) Behr, A.L. Reken met lus, pp.17-22.

b) Eicholz, Martin, Brumfiel en Shanks. Elementary school mathematics, Children's edition, Book 1, pp. 43-52.

c) Wren, F.L. a.w. pp. 22-32.

maniere wat gebruik word om die hoeveelheidsbegrip aan n ander oor te bring anders as deur die gesproke woord verstaan. As aan die klein kindjie gevra word, hoeveel lekkers hy het en hy wys aan jou twee vingers, waar elke vinger n lekker verteenwoordig, is dit n manier om die getal „twee” voor te stel. As die plaasarbeider boontjies pluk en vir elke sakkie wat hy vol gepluk het, n strepie op die grond trek, stel elke strepie n sakkie voor, d.w.s. daar bestaan n een-tot-een ooreenkoms tussen die strepies en die sakkies en daarom is die getal strepies n manier om die getal sakkies neer te skryf. In plaas van strepies te trek kan die persoon n klippie of pit of boontjiepeul neergesit het vir elke sakkie wat hy vol gepluk het. Die hoeveelheid klippies of peule sou dan n manier gewees het waarmee hy die getal sakkies „neergeskryf” het. Hierdie metode word ook in die praktyk gebruik waar n naturel langs n pad geplaas word om die aantal voertuie te tel wat gedurende die dag die pad gebruik het. Vir elke voertuig word n klip op n houpie geplaas. Die aantal motors word weergegee deur die aantal klippe. Dink ook aan die verskillende metodes wat deur die boere gebruik is wanneer hulle hulle vee getel het.

Ons sien dus dat daar verskillende primitiewe metodes bestaan het waarop n getal weergegee kon word. Hierdie metodes is egter almal heeltemal ontoereikend vir kommunikasie oor n afstand of wanneer die getalle gebruik moet word vir berekenings. Die mens het derhalwe die sisteem ontwikkel en verkort deur net die naam van die getal nl. „twee” te skryf. Hierdie metode was toereikend vir inligting wat versend moes word maar nie vir bewerkings nie en daarom is n verdere verkorte metode van weergawe ontwikkel waar die getal geskryf word deur gebruik te maak

van syfers. In ons stelsel wat bekend is as die Hindo-Arabiese stelsel vanweë sy oorsprong, word nege syfers en nul gebruik om alle getalle mee te skryf. Die hoeveelheid dae in n week kan deur die syfersimbool 7 voorgestel word. Hier bestaan die syfersimbool net uit een syfer naamlik 7. Die aantal weke in n jaar kan met die syfersimbool 52 voorgestel word. Hier bestaan die syfersimbool vir hierdie besondere getal uit twee syfers naamlik n 5 en n 2. Hierdie skryfwyse is moontlik gemaak deur die ontwikkeling van die plekwaardebegrip ³⁰⁾ waardeur dit moontlik geword het om met dieselfde syfer verskillende waardes voor te stel.

In die nuwe benadering word baie aandag aan hierdie verskillende begrippe gegee. Die kind maak eers kennis met die getal of hoeveelheid as n onderskeidende eienskap van versamelings. Daarna leer hy om versamelings volgens hierdie eienskap te orden. Hy ontdek die posisie van elke hoeveelheid in die ry. Hy ontdek ook die verwantskap wat daar in die ry bestaan dat enige hoeveelheid altyd net een meer is as die hoeveelheid links daarvan of voorafgaande hoeveelheid en net een minder as die hoeveelheid aan die regterkant of die daaropvolgende hoeveelheid.

255/Om.....

30) Vergelyk: a) Whittaker, D.E. Mathematics through discovery, p. 10.

b) Parr & Shelley. Modern mathematics, p. 30.

c) Grossnickle, e.a. Investigating mathematics, pp. 3-4.

d) Grossnickle, e.a. Moving into mathematics, p. 4.

Om hierdie hoeveelhede maklik te onderskei word aan elke hoeveelheid 'n naam gegee en hierdie name word deur die kind geleer. Omdat hierdie name aan die hoeveelhede, wat basies is, gekoppel is, het die volgorde vir hom betekenis want as hy die naam „twee” hoor, dink hy onmiddellik aan 'n sekere hoeveelheid. Die kind maak dan ook eers kennis met die naam in woordvorm. Die beswaar van baie onderwysers was dat hierdie name moeilik was vir die skoolbeginner. Die praktyk het egter geleer dat as die benadering reg is, die kind geen moeilikheid met die name ondervind nie. Saam met die voorstelling $\bigcirc\Delta$ word die naam „twee” deur die onderwyseres gesê. Die kinders hoor die naam. Hulle sê dit ook. Later word die naam „twee” by die voorstelling geskryf. Die kind sê die naam, hy sien dit, hy neem die woord op as deel van sy kennisvoorraad en dan kan hy dit ook skryf. Die gevaar is hier net weer as ons probeer om die kind in een les deur al die stadia te stoot. Nadat hy die voorstelling, die hoeveelheid, die naam van die hoeveelheid en die skryfwyse ken, kan die syfersimbool as verkorte skryfwyse gegee word. As die onderrig van die getal met die syfer begin word, word die syfer en getal so maklik as sinoniem beskou. Elke persoon kan homself so maklik toets: As ons die woord „drie” hoor, dink ons aan 'n abstrakte hoeveelheid, 'n benoemde hoeveelheid, die woord „drie” of aan die syfer „3”? Die begrip wat by ons primêr is, sal na vore geroep word. Uit mondelinge navrae in klasse was dit duidelik dat die meeste kinders aan die syfer „3” gedink het. Die oorbeklemtoning van hierdie skryfwyse het tot gevolg gehad dat die syfer „3” die begrip van die „drieheid” heeltemal vervang het. In die nuwe benadering word teen hierdie moontlikheid gewaak deur eers die getalsbegrip as die

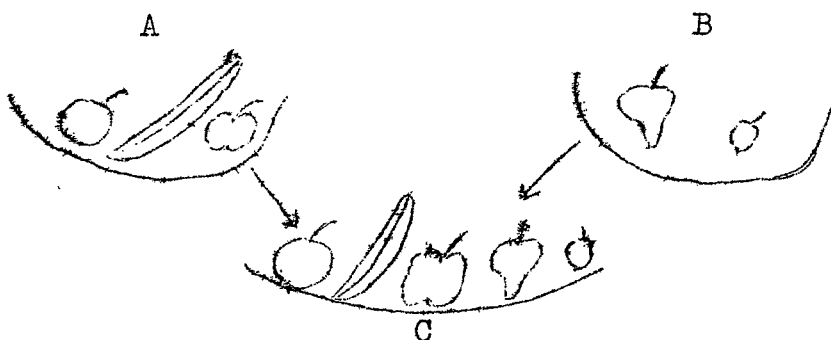
primêre begrip vas te lê voordat met die syfer as skryfwyse begin word.

d. Die hoofbewerkings met natuurlike getalle

In die verlede het ons dikwels fouteer omdat ons te haastig was om met die formele werk, waarvan die hoofbewerkings die basis vorm, te begin. Vir baie onderwysers was die formele syferwerk al wat as Rekenkunde beskou was. In alle eerlikheid en met die beste bedoelings is daar oor voorbereidende oefening, indien dit ooit gedoen was, gehaas om by die werklike werk te kom. Die werklike rekenkunde het dan bestaan in die toepassing van tegnieke en syfermanipulasies wat die kind in staat gestel het om die verlangde antwoorde te kry. Die vermoë om die korrekte antwoord te kry, was dan as voldoende bewys aanvaar dat 'n kind die werk „verstaan" het. By nader ondersoek het dit egter in baie gevalle geblyk blote meganiese manipulerings te wees. In die nuwe benadering word nou aandag gegee aan die basiese eienskappe van elke bewerking en daarna moet die kind se begrip van die bewerking ontwikkel word sodat hy die tegniek met begrip sal toepas. Hy moet dus nie net weet hoe om 'n bewerking te doen nie maar ook wat hy doen en waarom hy dit volgens 'n besondere metode doen. Volgens die nuwe benadering word dit aanbeveel dat die optelbewerking en die inverse daarvan naamlik die aftrekbewerking, gelyktydig gedoen word. Dieselfde geld vir die vermenigvuldigbewerking en die deelbewerking. Om egter die bespreking van die bewerkings te vergemaklik, sal elke bewerking apart behandel word.

(1) Optel 31)

Wat impliseer die optelbewerking? Die kind moet weer deur selfwerksaamheid en selfontdekking aan die hand van goeie voorbeelde, self tot die begrip kom. Voorbeelde soos die volgende kan gebruik word. Op een bord is n lemoen, n piesang en n appel. Op n ander bord is n perske en n peer. Die vragte word alles in een skottel gesit. Wat is daar dan in die skottel? Antwoord: n lemoen, n piesang, n appel, n perske en n peer.



In terme van versamelings kan ons sê in versameling A is daar drie elemente naamlik n lemoen, n piesang en n appel. In versameling B is daar twee elemente naamlik n peer en n perske. Ons pak die elemente saam op n derde bord en kry n nuwe versameling, met vyf elemente naamlik: n piesang, n lemoen, n appel, n peer en n perske. Ons het dus die oorspronklike twee ver-

258/samelings.....

31) Vergelyk: a) Eicholz, e.a. Elementary school mathematics, Book 1, pp. 109-128.

b) Mueller, F.J. e.a. a.w. pp. 51-66.

c) Wren, F.L. a.w. pp. 45-54

d) Youse, B.K. a.w. p. 19.

e) Wade & Taylor. a.w. p. 12.

samelings saamgevoeg om n nuwe versameling te vorm. Formeel gestel kan ons sê ons het twee disjunkte ³²⁾ versamelings verenig. ³³⁾

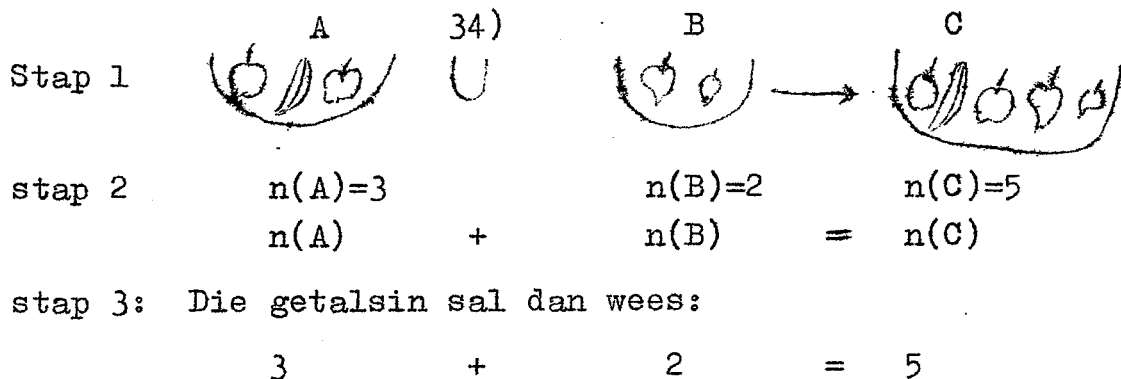
Voordat hierdie werk gedoen kan word, moet die kind n begrip hê van kardinaalgetal. In hierdie voorbeeld was die kardinaalgetal van versameling A gelyk aan "drie" want versameling A bevat drie elemente en die kardinaalgetal van versameling B was gelyk aan twee want versameling B bestaan uit twee elemente. Ons kan dus die verkorte notasie soos volg gebruik: $n(A) = 3$ $n(B) = 2$. Hierdie skryfwyses is afgelei van die Engelse terme naamlik "the number of set A" en "the number of set B". Wat sal die kardinaalgetal van versameling C wees? Hoeveel elemente is daar in versameling C? Die kind moet prakties bepaal dat die kardinaalgetal van versameling C gelyk is aan vyf; dus $n(C)=5$. Laat ons nou ons stappe en afleidings ondermekaar skryf sodat ons n geheelbeeld kan kry.

259/Stap.....

32) Twee versamelings is disjunk as daar in versameling A geen element voorkom wat ook n element van versameling B is nie of omgekeerd as daar in versameling B geen element is wat ook n element van versameling A is nie. Korter gestel kan ons sê versamelings is disjunk as daar geen gemeenskaplike element is nie.

33) Wilson, J.D. Elementary mathematics, a modern approach,

p. 76.



Uit hierdie voorbeeld is dit dus duidelik dat optel in werklikheid die samevoeging of vereniging van twee disjunkte versamelings is. Die kinders moet n aantal soortgelyke voorbeelde doen en elke keer die getalsin skryf. Indien optel so benader word, kry die getalsin $3+2=5$ werklik betekenis vir die kind.

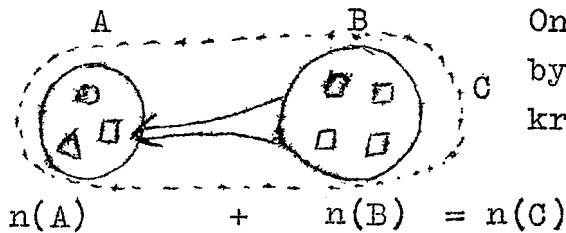
Verder moet die kind gelei word om te bepaal wat in werklikheid met die elemente van die versamelings gedurende die proses gebeur het. Het die aantal elemente gedurende die proses vermeerder? Laat die kind self ontdek dat die aantal elemente konstant bly maar dat daar net n hergroepering van die elemente plaasgevind het. Optel is dus nie n proses van „meermaak” nie maar dit is net n proses van hergroepering van die elemente.

Die kinders ondersoek die optelbewerking of die samevoeging of vereniging van versamelings nog verder. Kinders word gelei om voorbeelde soos die volgende te doen. In sy linkerhand het hy n versameling van 3 voorwerpe of elemente. In sy regterhand het hy n versameling van 4 voorwerpe of elemente. Hy sit eers die versameling met 3 elemente wat in sy linkerhand was voor hom

260/op die.....

34) $\cup$ is n teken van die versamelnotasie wat beteken om versamelings te verenig.

op die bank? Daar lê n nuwe versameling met 7 elemente voor hom op die bank. Ons kan hierdie proses soos volg voorstel.

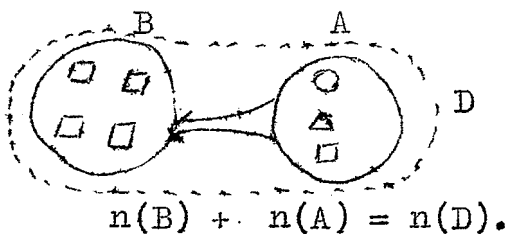


Ons voeg die versameling B by die versameling A en dan kry ons versameling C.

Getalsin: $3 + 4 = 7$ (B word by A gevoeg).

Laat die leerlinge die proses herhaal. Die kind neem weer dieselfde versameling in elke hand d.w.s. 3 elemente in sy linker- en 4 elemente in sy regterhand. Nou plaas hy die versameling met 4 elemente voor hom op die bank en voeg dan die versameling met 3 elemente daarby. Hoe lyk die nuwe versameling dan? Laat die kinders dit werklik doen en ondersoek.

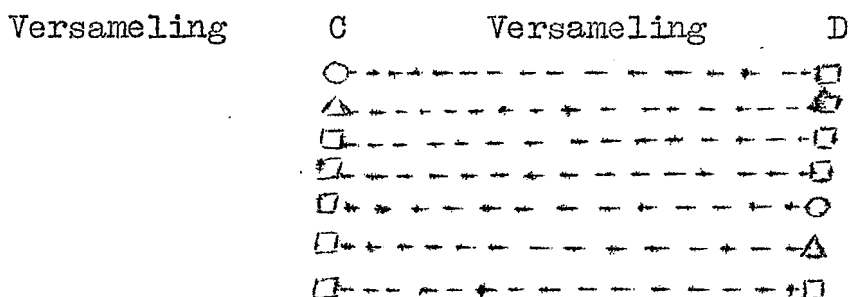
Ons kan hierdie proses soos volg voorstel:



Nou voeg ons die versameling A by versameling B en ons kry versameling D.

Getalsin: $4 + 3 = 7$.

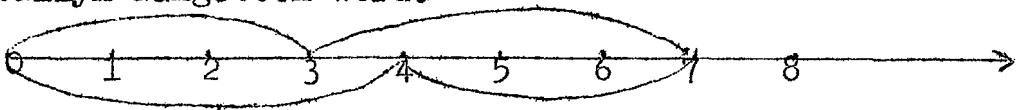
Wat moet die kind hier ontdek of uit sy versamelings aflei? Om die kinders te lei om te ontdek dat die aantal elemente van versamelings C en D werklik eweveel is, kan die elemente van hierdie twee versamelings soos volg gerangskik word en een-tot-een afgepaar word.



Hier ontdek, ervaar, besef hy die feit dat versamelings C en D uit dieselfde hoeveelheid elemente bestaan.

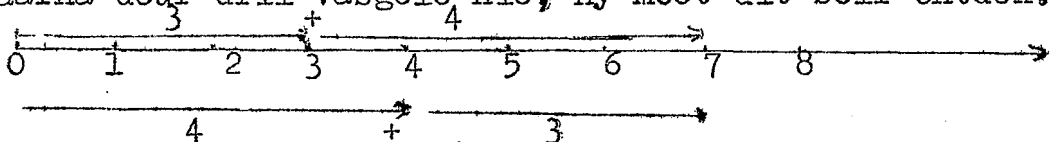
Hy sien dat $3 + 4 = 4 + 3$. As hy dus 4 en 3 bymekaar moet tel, mag hy enige van die twee getalle by die ander een bytel. Hy mag dus die volgorde verander. As die twee getalle omgeruil word, sal dit nie die som daarvan beïnvloed nie. Die optelbewerking is dus kommutatief. 35)

Hierdie kommutatiewe eienskap kan ook baie maklik op die getallyn aangetoon word.



As ons eers 3 spasies op die getallyn beweeg en daarna weer 4 spasies verder, eindig ons op 7. As ons eers 4 spasies beweeg en daarna weer 3 spasies, eindig ons ook op die 7. Dit is dus duidelik dat $3 + 4 = 4 + 3$.

In plaas van die boë kan pyle gebruik word om die gedeeltes van die getallyn aan te toon. Die kind vind self die som van enige twee getalle. Die som word nie aan hom gegee en daarna deur drill vasgelê nie, hy moet dit self ontdek.



Laat die kinders probeer om meer as twee getalle gelyktydig bymekaar te tel. Is dit moontlik om drie getalle gelyktydig bymekaar te tel? Kyk na die volgende voorbeeld:

$3 + 2 + 4 = \square$ Die kind moet ontdek dat hy net twee getalle op 'n keer bymekaar kan tel. In bogenoemde geval sal hy moont-

262/lik.....

35) Vergelyk: a) Wilson, J.D. a.w. p. 77.

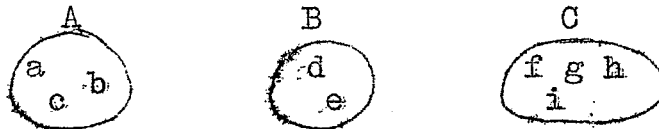
b) Mueller, F.J.. a.w. p.62.

c) Davis R.B.. Discovery in mathematics, p.186.

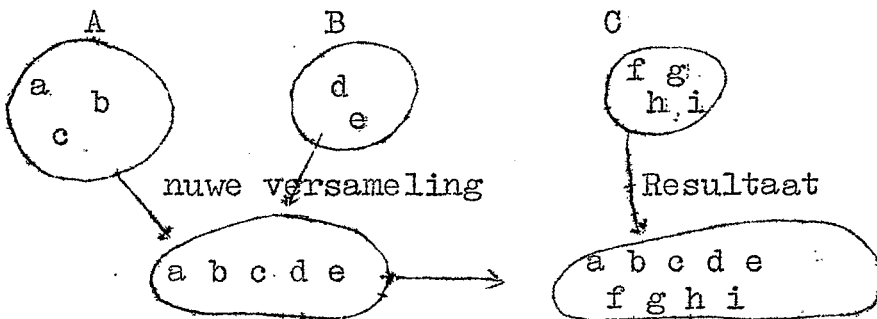
lik soos volg te werk gaan:

$3 + 2 = 5$ en dan $5 + 4 = 9$. Laat die kind ontdek dat optel 'n binêre bewerking is, d.w.s. dat die bewerking net met twee getalle gelyktydig uitgevoer kan word.

Laat ons egter dieselfde voorbeeld verder bestudeer. Laat die leerlinge weer die probleem met versamelings voorstel. 36)



Die kind het sy drie versamelings voor hom op sy bank. Hy skuif eers versameling A en B saam. Wat is daar dan voor hom op sy bank? Voeg die nuwe versameling en versameling C saam.



Wat is die resultaat? 'n Versameling met 9 elemente.

Wat het ons hier gedoen?

Ons het eers die 3 en die 2 bymekaar gevoeg.

Daarna het ons die 4 bygevoeg.

Laat die kind prakties toets wat sy resultaat sal wees as hy eers versameling A en versameling C verenig en daarna versameling B byvoeg of laat hulle eers versamelings B en C verenig en daarna die nuwe versameling met versameling A verenig. Wat vind die leerlinge?

263/Met.....

36) Vergelyk: a) Paling & Fox, a.w. Deel I, pp. 24.32.

b) Mueller, F.J. a.w. p. 63.

c) Davis, R.B. a.w. p. 186.

Met hierdie benadering is die kind aktief, hy werk self onder die leiding van die onderwyser, hy ontdek self die feite en hierdie ervarings word betekenisvolle inhoud van sy kennisstelsel of bewussyn. Hy ontdek nou self dat as hy 'n ry getalle moet optel hy die getalle op enige manier mag groepeer. Verskillende groeperings beïnvloed nie die som van die getalle nie. Die leerlinge moet nou self bepaal waarom enige van die volgende groeperings korrek is.

A	B	C
$ \begin{array}{r} 3 \} 7 \\ 4 \} \\ 7 \} 14 \\ 6 \} \\ 8 \} 20 \\ \hline 28 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3 \} 25 \\ 4 \} 21 \\ 7 \} \\ 6 \} 14 \\ 8 \} \\ \hline 28 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3 \} 10 \\ 4 \} 10 \\ 7 \} 10 \\ 6 \} \\ 8 \} 20 \\ \hline 28 \end{array} $

Dit is dus foutief om die kind te verplig om van bo na onder of omgekeerd op te tel. Die kind moet eerder aangemoedig word om die maklikste groeperings te maak soos in geval C.

Die ideale toestand is egter dat die leerling altyd sy optel sal toets deur dieselfde getalle in die teenoorgestelde rigting op te tel. Hierdie eienskap van groepering is bekend as die assosiatiewe eienskap. Die bewerking van optel is dus assosiatief.

Die vereniging van 'n versameling met die leë versameling illustreer die optel van die "0" baie mooi. Prakties kan dit soos volg behandel word. In die linkerhand het die leerling 3 stukke kryt en niks in die regterhand nie. Hy sit die versameling wat hy in sy linkerhand gehad het op die bank neer en voeg daarna die regterhandse versameling daarby. $n(A)=3$ en $n(B)=0$.

Wat sal die kardinaalgetal van die nuwe versameling wees?

$$3 + 0 = \square$$

Watter getal sal die getalsin $a + \square = a$ waar maak? Die getal

"0" maak hierdie bewering waar en die getal "0" is die kardi-naalgetal van die leë versameling. "0" is dan die indenti-teitselement vir optel. 37)

Hierdie benadering is daarop gemik om die kind begrip van en insig in die eienskappe van die optelbewerking te gee. Begrip en insig alleen is egter nie voldoende om te verseker dat die kind ook wel vaardig sal wees in die uitvoering van hierdie bewerkingsnie. Om vaardigheid te verseker moet die kind doelbewus gelei word deur die verskillende stappe wat hom sal bring tot die ontwikkeling van die vermoë om die optelteg-niek met begrip uit te voer.

Die volgende stappe kan onderskei word;

- i. die ontdekking van die getalkombinasies,
- ii. die "volmaak" van die groep van tien omdat ons in 'n tiendelige stelsel werk,
- iii. horisontale skryfwyse waar gebruik gemaak word van die uitgebreide notasie en
- iv. die tegniek.

2) Aftrek 38)

In probleme waar die aftrekbewerking toegepas word, het ons met twee uiteenlopende tipes probleme te doen. Omdat daar nie altyd tussen hierdie twee tipes onderskei word nie, ver-

265/oorsaak.....

37) Vergelyk: a) Wilson, J.D. a.w. p. 77.

b) Mueller, F.J. a.w. p. 65.

38) Vergelyk: a) Eichols, e.a. Elementory school mathematics, Book 1, pp. 129-148.

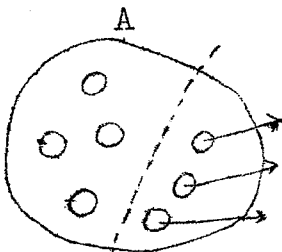
b) Levinsohn & de Waal. a.w. st. 1, p. 13.

c) Davin, e.a. a.w. st. 1, p. 32.

oorsaak dit verwarring en onsekerheid by die leerlinge. Ons kan onderskei tussen die „neemweg“-probleme en die „verskil“-probleme.

(a) „Neemweg“-probleme

Hier het ons te doen met die inverse van die optelbewerking. In die geval van die optelbewerking het ons die twee aparte versamelings saamgevoeg om een versameling te vorm. In die geval van die „neemweg“-probleme begin ons met een versameling waarvan die grootte bekend is en die word dan geskei in twee nuwe versamelings waarvan die aantal elemente van die een bekend is maar die hoeveelheid elemente van die ander versameling onbekend is. Dit is dus net die teenoorgestelde proses as optel. Voorbeeld: Jan het 7 artikels in sy sak. Hy verloor 3. Hoeveel het hy oor?

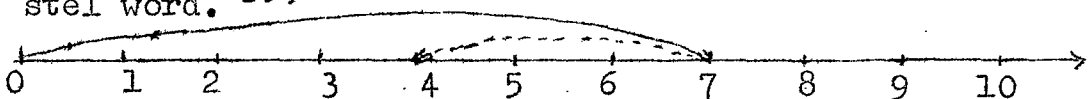


Versameling A word geskei in twee versamelings, een met 3 elemente wat hy verloor het en een met 4 elemente wat hy nog oor het.

Hier begin ons met een versameling en eindig met twee versamelings. Dit is dus duidelik dat die aantal elemente nie verminder: het nie maar dat daar net 'n hergroepering plaasgevind het.

Die getalsin sal wees: $7 - 3 = \square$

Hierdie „neemweg“ proses kan ook op die getallyn voorgestel word. 39)



266/Begin.....

39) Vergelyk: a) Davin, e.a. a.w. st. 1, pp. 35-38.

b) Wren, F.L. a.w. p. 89.

c) Youse, B.K. a.w. pp. 37-39.

Begin by „0" en beweeg tot by die „7". Toon hierdie deel aan. Neem nou „3" weg. As ons „3" wegneem beweeg ons „3" spasies terug in die rigting van die „0". Waar eindig ons? By die 4. Met hierdie voorstellings word die bewerking vir die kind duidelik.

Hierdie is die mees algemene voorbeelde en moet dan ook as die inverse van optel beklemtoon word.

(b) „Verskil"-probleme 40)

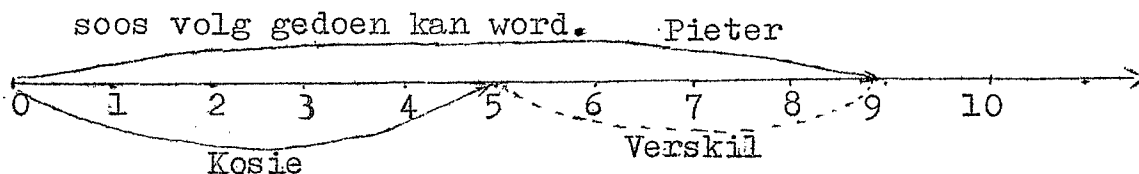
Hierdie tipe probleme verskil van die vorige tipe daarin dat ons hier ook weer met twee versamelings begin en met een eindig soos wat by optel die geval was. Voorbeeld: Pieter het 9 albasters en Kosie het 5. Hoeveel het Pieter meer as Kosie? Hier moet die oplossing gevind word deur 'n proses van een-tot-een afparing.

Pieter: 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

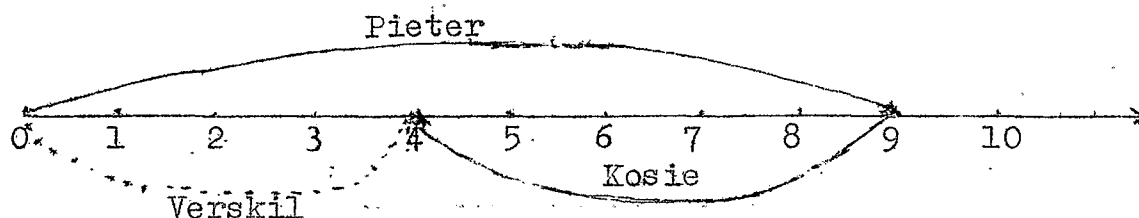
Kosie: 0 0 0 0 0 Verskil

Die getalsin sal ook wees $9 - 5 = 4$

As ons hierdie bewerking op die getallyn wil aantoon, sou dit soos volg gedoen kan word.



OF



267/In

In die ou benadering was nie voldoende aandag aan die basiese begrippe gegee nie en gevolglik is daar baie selde tussen hierdie twee tipes van aftrekprobleme onderskei. Die gebrek aan onderskeiding tussen hierdie probleme het tot gevolg gehad dat leerlinge nooit kon verstaan dat „verskil” aftrek beteken nie. Volgens hierdie benadering sal dit vir die leerlinge duidelik wees.

(3) Vermenigvuldig

Die proses van vermenigvuldig kan op verskillende maniere benader word. Al die moontlike benaderings sal nie hier bespreek word nie. Die doel is om op 'n paar aspekte wat deur die nuwe benadering beklemtoon word, te wys.

(a) Vermenigvuldig as herhaalde optel van dieselfde getal 41)

Indien ons optel definieer as die vereniging van disjunkte versamlings, sal herhaalde optel van dieselfde getal gedefinieer kan word as die vereniging van 'n aantal ekwivalente versamelings. Om die beginsel duidelik te stel wil ons die verduideliking gee aan die hand van 'n praktiese voorbeeld.

Die kind koop lekkers @ 2 vir 1c.

Hoeveel kry hy vir 1c, 2c, 3c, 4c, 5c tot 10c?

Vir 1c kry hy $\square$ of 2.

Vir 2c kry hy $\square \square$ of $2 + 2$.

Vir 3c kry hy $\square \square \square$ of $2 + 2 + 2$.

Vir 4c kry hy $\square \square \square \square$ of $2 + 2 + 2 + 2$.

Vir 5c kry hy $\square \square \square \square \square$ of $2 + 2 + 2 + 2 + 2$.

268/Hierdie.....

-
- 41) Vergelyk: a) Levinsohn & de Waal. a.w., st. 1, pp. 76, 84.
 b) Davin, e.a. a.w. st. 1, pp. 56, 133, 171.
 c) Wren, F.L. a.w. p. 58.
 d) Youse, B.K. a.w. p. 22.
 e) Rappaport, D. Multiplication is repeated addition, Arith. teacher, vol 12, no 7, Nov. 1965, p.550.

Hierdie praktiese opbouing word voortgesit tot die hoeveelheid lekkers wat vir die 10c gekoop kan word. Hierdie skryfwyse word lank en lomp. Die leerlinge word aangemoedig om 'n korter skryfwyse te soek. Uit ervaring sê hulle baie gou dat $2 + 2 + 2$ geskryf kan word as „drie” maal „twee” of 3×2 .

Alhoewel dit nie van belang is as ons net in die bewerking en die produk belangstel nie is dit noodsaaklik dat ons aandag moet skenk aan die verskil in betekenis van die volgende maniere waarop die getalsin $3 \times 2 = 6$ gelees kan word. Die getalsin kan gelees word as:

Drie maal twee is gelyk aan ses.

Drie keer twee is gelyk aan ses.

Drie twees is gelyk aan ses.

Drie twee keer is gelyk aan ses.

Drie vermenigvuldig met twee is gelyk aan ses.

Is daar 'n verskil in betekenis wat afhang van die manier waarop die getalsin gelees word? Die eerste drie metodes beteken dieselfde en die laaste twee beteken weer dieselfde. Wat is die verskil in betekenis? In die eerste drie gevalle is die 2 die vermenigvuldigtal en word dit 3 keer herhaal. 'n Voorstelling van „drie maal twee” sal dus soos volg wees:



$$2 + 2 + 2 = 6.$$

Dit is dus drie versamelings met twee elemente elke wat verenig word. Wat beteken 3 vermenigvuldig met 2? Hier is die 3 die vermenigvuldigtal en 2 die vermenigvuldiger.

269/'n Voorstelling.....

'n Voorstelling van 3 vermenigvuldig met 2 sal dus soos volg wees.

$$\begin{array}{c} \textcircled{\begin{array}{c} x \\ x \end{array}} \\ 3 \end{array} + \begin{array}{c} \textcircled{\begin{array}{c} x \\ x \end{array}} \\ 3 \end{array} = 6.$$

Dit is dus 2 versamelings met drie elemente elk wat verenig word.

In Rekenkunde gee albei die korrekte produk en daarom sal die interpretasie wat aan die getalsin gegee word, nie die produk beïnvloed nie maar waar die praktiese benadering gebruik word, is dit duidelik dat die voorstellings sal verskil en indien die onderwysers nie dieselfde interpretasie handhaaf nie, sal dit baie verwarrend wees vir kinders wat van skool of selfs van onderwyser verwissel.

Watter een van die interpretasies word aanbeveel? Beide interpretasies het meriete. „Maal” is ’n makliker woord as vermenigvuldig en het reeds deel van ons onderwys geword. Of die woord maklik uitgeskakel kan word, bly ’n ope vraag. Die bewerking is egter vermenigvuldig. Die kind moet die naam leer want ons praat tog nie van „maling” nie. Dit is egter nie die belangrikste rede waarom ten gunste van die term „vermenigvuldig” gestem word nie. As die volgende getalsinne bestudeer word, word die afwyking dadelik opgemerk.

$$\begin{array}{l} 18 + 6 = 24 \\ 18 - 6 = 12 \\ 18 \times 6 = 108 \\ 18 \div 6 = 3. \end{array}$$

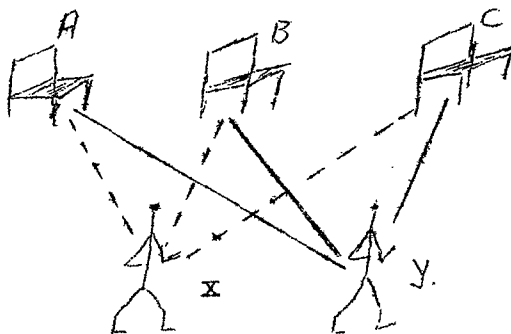
In die optel, aftrek en deelsinne staan die opteltal, aftrektal en deeltal aan die linkerkant gevolg deur die bewerkingsteken en daarna volg die getal wat bygetel, afgetrek of waarmee gedeel moet word. Wat is nou die geval met die vermenigvuldigsin? Lees ons die instruksie as vermenigvuldig, stem hier-

die getalsin ooreen met al drie die ander m.a.w. die 18 is dan die vermenigvuldigtal en die 6 is die getal waarmee vermenigvuldigt moet word. Lees ons egter die instruksie as „maal" is die 6 die vermenigvuldigtal en die 18 is die vermenigvuldiger. Dit is die teenoorgestelde van al die ander en daarom verwarrend. Om hierdie rede word dit aanbeveel dat die term „vermenigvuldig gebruik word.

(b) Vermenigvuldig as die aantal koppelings

Aan die hand van 'n voorbeeld kan hierdie benadering soos volg verduidelik word. Daar is twee kinders en daar is 3 stoeltjies. Hoeveel moontlikhede is daar hoe die kinders kan gaan sit?

Stoele:



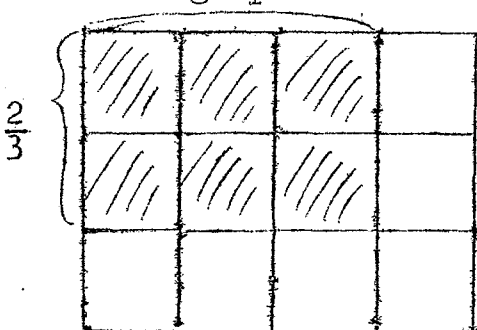
Seun X kan of op stoel A, of op B, of op C gaan sit.

Seun Y kan of op stoel A of op B, of op C gaan sit.

Hoeveel moontlike koppelings is daar? SES.

Hierdie benadering lei later tot 'n begrip van kartesiese produkte en geordende getalpare.

(c) Die vermenigvuldig van 'n breuk met 'n breuk of 'n gemengde getal met 'n gemengde getal kan baie duidelik aangetoon word deur die vermenigvuldigbewerking te koppel aan die areabegrip. Voorbeeld: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \square$



(d) Eienskappe van vermenigvuldig

(i) Uit die voorafgaande besprekings het ons reeds gesien dat ons die vermenigvuldigproses kan beskou as die vereniging van 'n aantal ekwivalente versamelings. Verder het ons ook gesien dat die proses beskou kan word as die moontlike aantal koppelings tussen 'n aantal punte. Beide hierdie benaderings leen hulle vir 'n praktiese benadering sodat begrip en insig vaardigheid vooraf sal gaan.

(ii) Vermenigvuldig is ook 'n binêre bewerking d.w.s net twee getalle kan gelyktydig met mekaar vermenigvuldig word. Indien ons die getalsin $2 \times 3 \times 4 = \square$ moet oplos, sal ons net twee faktore gelyktydig kan vermenigvuldig en daarna die produk van die eerste twee met die derde faktor. Hier moet die kinders self weer bepaal of die twee faktore wat eerst vermenigvuldig word, enige invloed op die produk sal hê, m.a.w. sal $(2 \times 3) \times 4$ gelyk wees aan $2 \times (3 \times 4)$ of aan $(2 \times 4) \times 3$? Die kind moet bepaal of die groepering die produk beïnvloed; m.a.w. of die assosiatiewe eienskap geldend is vir vermenigvuldiging.⁴²⁾ As die kind self hierdie eienskappe ontdek, beteken dit vir hom baie meer as wanneer dit net as 'n feit aan hom gegee of selfs op die skryfbord gewys is.

(iii) Is die kommutatiewe eienskap geldend vir vermenigvuldig?⁴³⁾ Mag die posisie van die faktore omgeruil word? Sal

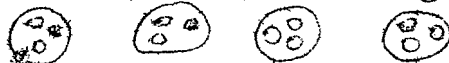
272/3.....

-
- 42) Vergelyk: a) Wilson, J.D. a.w. p. 83.
b) Mueller, F.J. a.w. p. 88.
c) Davis, R.B. a.w. pp.186-187.

- 43) Vergelyk: a) Wilson, J.D. a.w. p. 82.
b) Mueller, F.J. a.w. p. 87.

3 vermenigvuldig met 4 (3×4) dieselfde wees as 4 vermenigvuldig met 3 (4×3)? Deur middel van versamelings moet die leerlinge self die kommutatiewe eienskap soos volg ondersoek.

3×4 (Lees 3 vermenigvuldig met 4)



$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

4×3 (Gelees as 4 vermenigvuldig met 3)



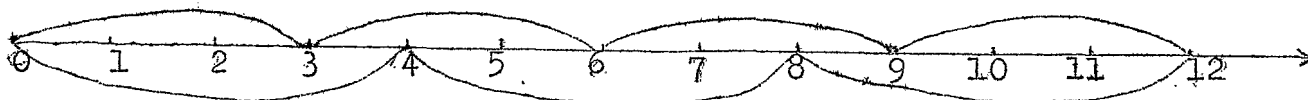
$$4 + 4 + 4 = 12$$

Die leerlinge sal dus ontdek dat $3 \times 4 = 4 \times 3$.

Die kommutatiewe eienskap is dus geldend vir vermenigvuldig.

Laat hulle self metodes vind om hierdie eienskap op die getal-lyn aan te toon.

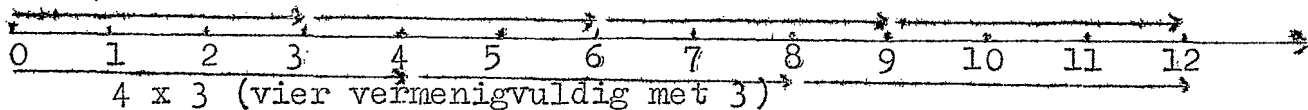
3×4 (drie vermenigvuldig met vier)



4×3 (vier vermenigvuldig met drie)

In plaas van boë kan pyle gebruik word om hierdie voorstelling te maak.

3×4 (drie vermenigvuldig met vier)



(iv) Watter getal sal die getalsin $3 \times \square = 3$, 'n ware bewering maak? Die leerlinge moet self bepaal dat een keer enige getal gelyk is aan die getal. Dit kan maklik aan die hand van versamelings verduidelik word: $3 \times 1 = 3$.

Die identiteitselement vir vermenigvuldig is dus "1".

(v) 'n Baie belangrike eienskap van die vermenigvuldig-bewerking is dat vermenigvuldig distributief oor optel is.

Hierdie eienskap stel ons in staat om groter getalle te vermenigvuldig al ken ons nie die tafels nie. In die volgende voorbeelde word die eienskap geïllustreer.

Hoeveel is 4×15 ? Ons ken nie 'n 15 maal tafel nie maar ons ken 'n 10 maal en 5 maal tafel.

4×15 kan soos volg voorgestel word.

$$\begin{array}{c}
 4 \times 15 \\
 \begin{array}{cccccccc|cccc}
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
 \end{array} \\
 4 \times 10 \qquad \qquad \qquad 4 \times 5
 \end{array}$$

Uit hierdie voorstelling is dit duidelik dat 4×15 gelyk is aan $(4 \times 10) + (4 \times 5)$

Die leerlinge moet hierdie voorstelling van 15 kolomme van 4 op hulle banke pak. Laat hulle enige verdeling maak en die produkte vind. Sal 4×15 gelyk wees aan $(4 \times 7) + (4 \times 8)$?

Deur eksperimentering moet hulle aan die kennis kom.

Ons sien 15 as die som van 10 en 5.

$$\begin{aligned}
 4 \times 15 &= 4 \times (10+5) \\
 &= (4 \times 10) + (4 \times 5) \\
 &= 40 + 20. \\
 &= 60.
 \end{aligned}$$

OF

$$\begin{aligned}
 15 \times 4 &= (10+5) \times 4 \\
 &= (10 \times 4) + (5 \times 4) \\
 &= 40 + 20 \\
 &= 60.
 \end{aligned}$$

Uit hierdie voorbeelde is dit duidelik dat vermenigvuldig links- en regs-distributief oor optel is. Die voorstelling van die bewerkings op die getallyn of deur middel van die rye en

kolomme stel die leerling in staat om 'n visuele beeld te vorm en dus 'n beter begrip van die bewerking te verkry.

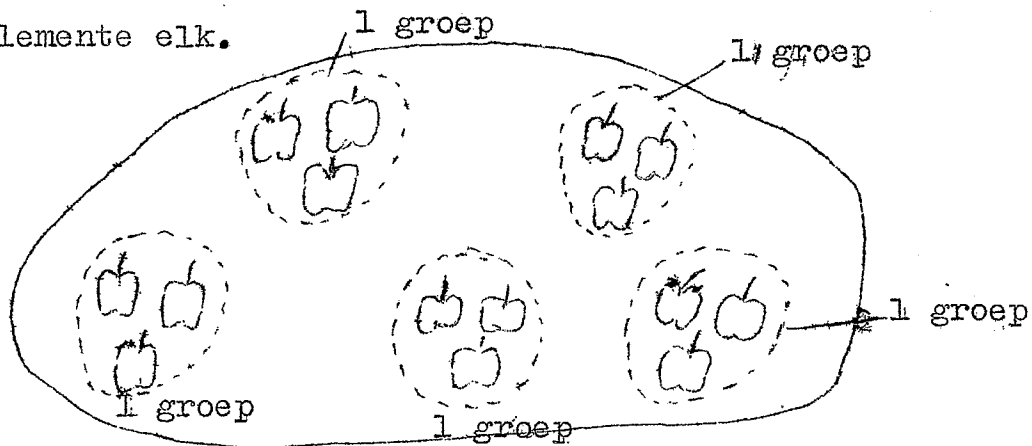
(4) Deel

Die deelproses sluit ook weer twee begrippe in naamlik groepering en gelyke verdeling. Laat ons hierdie twee begrippe aan die hand van voorbeelde verduidelik.

(a) Groepering 44)

Ek het 15 appels. Aan hoeveel kinders kan ek elk 3 appels gee?

Stel hierdie probleem voor deur middel van versamelings. Verdeel die groot versameling in deelversamelings met drie elemente elk.



Hierdie werk word prakties gedoen en die kind vind dat hy 5 groepe met 3 elemente elk kan vorm. Die getalsin sal wees $15 \div 3 = 5$. Hy kry werklik die begrip dat die kwosiënt

275/beteken.....

44) Vergelyk: a) Davin, e.a. a.w. st. 1, pp. 61-78.

b) Youse, B.K. a.w. pp. 40-41.

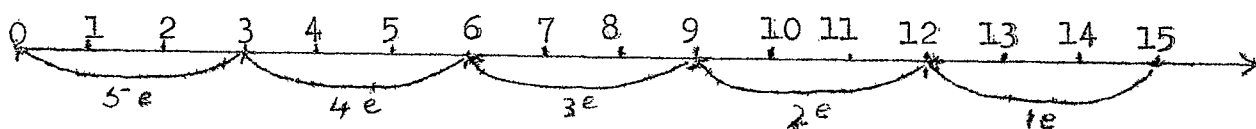
c) Hilaire P.A. Lets take a look at division,
Arith. teacher, vol. 8, no 5,
Mei 1961, pp. 220-224.

d) Capps, L.R. Making division meaningful and
logic, Arith. teacher, vol. 9,
no 4, April 1962, pp. 198-199.

beteken 5 groepe van 3. Hoe kom die kind tot hierdie resultaat? Hy het telkens 'n versameling met 3 elemente van die bestaande versameling afgeskei en volgens ons definisie is hierdie skeidingsproses die „neemweg” begrip van die aftrekwerking. Wat ons dus eintlik doen is om telkens 3 van die deeltal af te trek. 'n Weergawe van die proses kan dus ook soos volg gegee word:

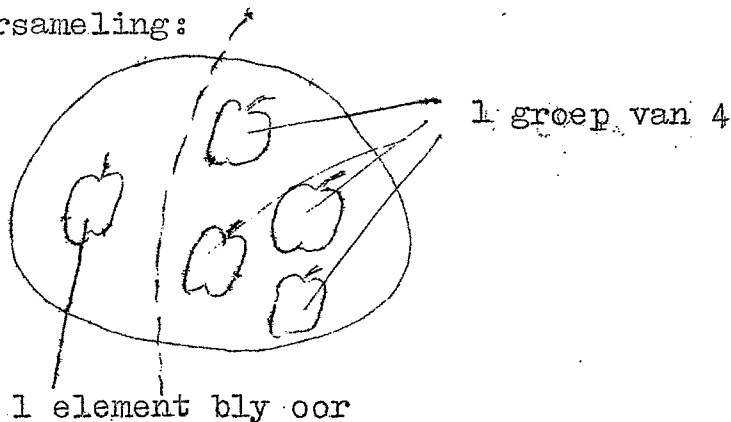
- 15
- 3 eerste keer drie afgetrek.
12
- 3 tweede keer afgetrek.
9
- 3 derde keer afgetrek.
6
- 3 vierde keer afgetrek.
3
- 3 vyfde keer afgetrek.
0

Hieruit is dit duidelik dat ons 3 vyf keer van 15 afgetrek het. Hierdie proses kan ook baie duidelik op die getallyn voorgestel word. Teken 'n getallyn waarop die getalle tot 15 aangetoon word. Begin by die 15 en neem telkens 'n groep van 3 weg.



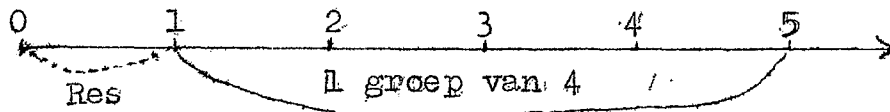
Deur middel van hierdie benadering kan die ou probleem naamlik „die res” maklik verduidelik word. Hoeveel groepe van 4 is daar in 5?

Versameling:



Die getalsin sal wees $5 \div 4 = 1 \text{ res } 1$. Alleen deur 'n praktiese benadering kan die kind ontdek dat die eerste „1” in werklikheid „een groep van 4” beteken terwyl die tweede „1” een van die oorspronklike elemente beteken.

Op die getallyn kan hierdie voorbeeld soos volg voorgestel word:



As herhaalde aftrekking sal hierdie voorbeeld soos volg gedoen word:

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 4 \\ \hline 1 \text{ res.} \end{array}$$

As hierdie voorbeelde noukeurig bestudeer word, is dit dus duidelik dat groeperings-deling beskou moet word as herhaalde aftrek van dieselfde getal of in versameltaal gedefinieer as die afskeiding van 'n aantal ekwivalente versamelings. Dit is dus die inverse van vermenigvuldig.

(b) Gelyke verdeling ⁴⁵⁾

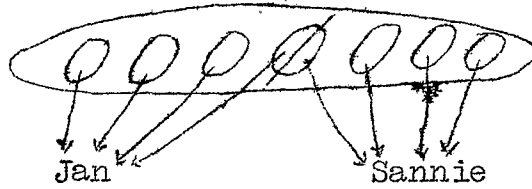
'n Kind maak reeds vroeg in sy lewe met hierdie begrip kennis. Die ouer gee aan twee kinders 'n pakkie lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. Sonder enige verduideliking sal die kinders hierdie probleem oplos deur om die beurt aan elke kind een lekker te gee. As hulle aan die einde vind dat daar een lekker oorbly, sal dit verdeel word en sal elkeen 'n halwe kry. In die geval van gelyke verdeling bly daar

277/dus.....

45) Vergelyk: a) Wilson, J.D. a.w. p. 146.

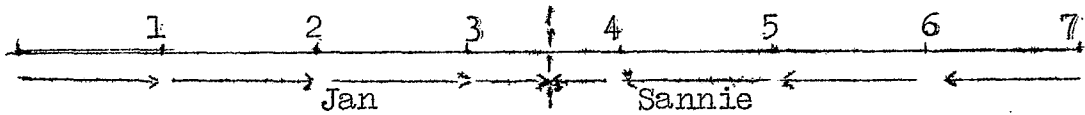
b) Mueller, F.J. a.w. pp. 166-168.

dus nooit 'n res oor nie. As daar 7 lekkers in die pakkie was, kan ons die proses deur middel van versamelings soos volg voorstel.



In hierdie geval sal die getalsin dan wees $7 \div 2 = 3\frac{1}{2}$ waar die $3\frac{1}{2}$ dan beteken $3\frac{1}{2}$ lekkers en nie $3\frac{1}{2}$ groepe van 2 nie.

Hoe kan hierdie bewerking op die getallyn voorgestel word? Begin weerskante en gee om die beurt een aan elke kind. Die laaste een word halveer.



Die leerlinge moet in die geleentheid gestel word om hierdie verskille self te ontdek. Hulle moet dus self aktief werk onder die leiding van die onderwyser. Ons moet aanvaar dat alle leerlinge miskien nie in staat sal wees om al die begrippe te verstaan nie maar dit is geen rede waarom die begaafdes nie die geleentheid gegee moet word om ware begrip en insig te ontwikkel nie. Alhoewel dit nog te gou is om empiries die resultaat van hierdie benadering in die skole te toets, is dit die oortuiging dat dit vir die leerlinge net ten goede kan strek.

e. Benadering en hantering van die hoofbewerkings in die klaskamer

In die voorafgaande besprekings is dit telkens beklemtoon dat die benadering prakties moet wees. As die benadering prakties moet wees, impliseer dit dat die bewerkings gekoppel moet word aan situasies wat soortgelyk is aan werklike lewensituasies. Lewensgetroue situasies moet dus in die klaskamer geskep word. Dit is dus duidelik dat velle vol afgerolde

meganiese bewerkings wat uitgevoer moet word heeltemal onrealisties is omdat soortgelyke situasies nooit in die praktyk sal voorkom nie. Lewensgetroue situasies - en hier word bedoel lewensgetrou aan die wêreld van die kind - wek dadelik belangstelling en belangstelling is een van die basiese vereistes vir aktivering en motivering wat weer in 'n baie groot mate die mate van sukses wat behaal sal word, bepaal.

Elke bewerking moet dus voortspruit uit 'n probleem en moet uitgevoer word om die probleem op te los. Die leerlinge moet dus altyd voor 'n probleemsituasie geplaas word. Hierdie situasie kan mondelings of skriftelik aan hulle voorgehou word. In die grade sal die probleme hoofsaaklik mondelings van aard wees omdat die leerlinge nog maar oor 'n baie gebrekkige leesvermoë beskik. Algaande sal hulle leesvermoë, woordeskat en begrip van wat hulle lees, uitbrei en daarom sal die probleme ook meer in geskrewe vorm aan hulle gestel word. Die aard van die probleme en die maniere waarop dit aan die kind gestel word moet dus aanpas by die kind se ontwikkelingspeil.

Dit is 'n algemeen erkende feit dat leerlinge baie beter presteer in toetse wat meganiese vaardigheid toets as in toetse in probleemoplossing. Die rede hiervoor lê beslis in die feit dat leerlinge nie weet watter bewerking om toe te pas in die oplossing van 'n sekere probleem nie. Volgens die nuwe benadering word die oplossing van probleme in drie stappe gedoen naamlik:

- (1) Die lees en interpretering van die probleem.
- (2) Die skryf van die probleem as 'n wiskundige uitdrukking
- (3) Die oplos van die probleem.

- (1) Die lees en interpretering van die probleem

Hierdie afdeling is baie nou verbonde aan die kind se taal vermoë. Of hy die probleem kan verstaan, sal in 'n groot mate bepaal word deur sy vermoë om die taal te verstaan. Hy moet die probleem lees en bepaal wat gegee en wat gevra word. Indien hy nie daartoe in staat is nie, kan hy die probleem nooit oplos nie.

- (2) Die skryf van die probleem as 'n rekenkundige uitdrukking ⁴⁶⁾

Die leerlinge moet die probleem as 'n rekenkundige of wiskundige vergelyking skryf. Die probleem moet dus in rekenkundige taal geskryf word. Aan hierdie stap is in die verlede baie min aandag gegee. 'n Ander naam vir die rekenkundige vergelyking is 'n getalsin. Elke probleem moet dus in die vorm van 'n getalsin geskryf word. Net soos in die geval van woordsinne kan sommige getalsinne waar wees en ander vals. Die getalsin $2 + 3 = 5$ is waar terwyl die getalsin $2 \times 3 = 5$ vals is. Ons kry ook getalsinne wat nog waar, nog vals is. Dit is sinne soos $2 \times \square = 6$. Of die sin waar of vals sal wees, sal bepaal word deur die waarde wat aan die raampie of plekhouer gegee word. In hierdie vorm is dit egter 'n oopsin. Die idee om 'n raampie in die plek van die onbekende getal te skryf, is ontwikkel deur die persone wat aan die „Illinois Project" deelgeneem het. In die verlede was die gebruik van 'n lettersimbool in die plek van die onbekende getal as te moeilik vir die

280/laerskool.....

46) UICSM Project Staff. Arithmetic with frames, Arithmetic teacher, Vol. 4, no 3, 1957, pp. 119-124.

laerskool beskou, m.a.w. $2 + 3 = a$ was nie toelaatbaar in die laerskool nie. Vanaf graad een was daar wel altyd getalsinne soos $2 + 3 = ?$ gebruik. Dit was nie as te moeilik beskou nie. Tans word van verskillende raampies of plekhouders gebruik gemaak om die posisie van die onbekende aan te toon. In die hoërskool is ook maar min aandag aan hierdie stap gegee omdat die werk daar baie formeel aangebied is en die klem ook op die derde stap geval het. Die kind moet ook die geleentheid gegee word om te ervaar dat 'n probleem op meer as een manier opgelos kan word. Die opdrag moet dan ook pertinent aan die klas gegee word om die probleem op soveel maniere as moontlik op te los. Aan die hand van die volgende voorbeeld kan die beginsels verduidelik word.

Voorbeeld 1:

Koos het 3 albasters. Hy wen nog 4. Hoeveel het hy dan?

Getalsin: $3 + 4 = \square$

OF $\square = 3 + 4$

Voorbeeld 2:

Sannie eet 3 van haar 10 lekkers. Hoeveel is oor?

Getalsin: $10 - 3 = \square$

OF Sannie eet 3 van haar 10 lekkers. Hoeveel is oor?

$3 + \square = 10.$

OF Sannie eet 3 van haar 10 lekkers. Hoeveel is oor?

$\square + 3 = 10.$

Ons sien dat al hierdie getalsinne die inhoud van die probleem weergee. Die probleem kan dus op enige van hierdie metodes opgelos word. Dit is dus van die uiterste belang dat leerlinge wel die geleentheid sal kry om probleme in getalsinne of vergelykings te skryf. Om 'n probleem as 'n getalsin te kan

skryf moet die leerling insig in die probleem hê en moet hy ook besluit hoe die probleem opgelos kan word.

(3) Die oplossing van die probleem

Nadat die getalsin gekryf is, kan die probleem opgelos word deur die nodige bewerking(s) uit te voer. Die metode waarvolgens die bewerkings uitgevoer sal word, sal dan weer bepaal word deur die peil van die kind. In die laer klasse sal van een van die inleidende stappe gebruik gemaak word, terwyl in die hoër klasse van die tegnieke gebruik gemaak sal word.

Dit is dus duidelik dat die hoofbewerkings in die klaskamer hoofsaaklik gebruik moet word in die oplossing van probleme. Die hoofbewerkings moet dus gesien word as die gereedskap wat gebruik word in die oplossing van rekenkundige vraagstukke soos wat ons dit in die daaglikse situasies ervaar. Alle Rekenkunde moet aan praktiese situasies gekoppel wees.

f. Voorstellings in Rekenkunde

Wanneer 'n studie gemaak word van die „Nuffield Project“ in Engeland word jy getref deur die doeltreffende gebruik van voorstellings en grafieke en dan besef jy „one picture is worth a thousand words, and if this saying is in the mind of the teacher during projects involving graphical work, the lesson will be exciting and profitable.“ 47)

(1) Stappe in die ontwikkeling van voorstellings

Volgens die bevindings van die „Nuffield Foundation“ kan ons die ontwikkeling in die begrip van voorstellings, in 5

282/stappe.....

47) Nuffield mathematics project. Pictorial representation,

stappe of fases verdeel.

Stap 1

In hierdie stap of fase word eers die werklike voorwerpe met mekaar vergelyk. As die kind die aantal seuns met die aantal meisies moet vergelyk sal die seuns in een ry en die meisies in 'n ander ry langsaan staan en deur middel van een-tot-een afparing sal die vergelyking gemaak word. Op die wyse kan die verskil in die aantal seuns en meisies bepaal word. Dit is egter nie 'n voorstelling nie want onder die term „voorstelling van iets gee” verstaan ons die vervanging van die werklike voorwerpe deur iets anders wat makliker hanteerbaar sal wees, m.a.w. ons moet die seuns en die dogters deur middel van ander voorwerpe voorstel. Dit bring ons dus by die eerste werklike manier van voorstelling waar elke kind 'n ander konkrete voorwerp in sy plek plaas. Gebruik kan gemaak word van tellers, klippies, tolle, blokkies, ens. Die voorwerp neem dus die plek van 'n kind in en verteenwoordig dan die kind.

Ons kan dan 'n voorstelling soos die volgende kry:

Seuns: 

Meisies: 

Uit die voorstelling kan die kind aflei:

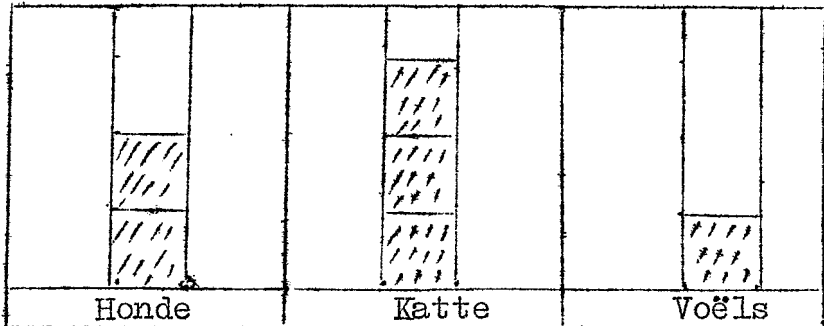
- (a) Dat daar 7 seuns in die klas is;
- (b) dat daar 9 meisies in die klas is;
- (c) dat daar 2 meisies meer is as seuns;
- (d) dat daar 2 seuns minder is as meisies;
- (e) dat daar 16 kinders in die klas is; ens.

Die kinders is aktief. Hulle werk self en maak self afleidings. Die onderwyser kan met prikkelende vrae die kinders se denke lei. As die kind 'n foutiewe afleiding maak, is dit die onderwyser se taak om deur middel van vrae en besprekings die kind te lei om self die fout te ontdek.

maak 'n tekening van hom of haarself en hierdie tekening word dan deur die kind self in die kolom van die betrokke maand waarin die kind verjaar, geplak. Elke semi-konkrete tekening stel dus nou 'n kind voor.

Step 3

In hierdie fase word die verskillende dinge deur eenderse blokke gekleurde papier voorgestel. 'n Aantal troeteldiere wat bestaan uit honde, katte, voëls en so meer, word voorgestel deur die aantal blokke gekleurde papier wat in elke kolom ge-
plak is.



Wat kan van hierdie voorstelling afgelei word?

Dit is noodsaaklik dat die blokke of vierkante, wat vir die voorstelling gebruik word, ewe groot moet wees anders kan 'n verkeerde indruk geskep word.

Step 4

Die kind teken nou sy eie voorstellings deur 'n aantal blokke in te kleur in plaas daarvan om gekleurde blokke in te plak. Geruite papier kan in hierdie stadium met vrug gebruik word. 'n Vel papier van 22" x 12", verdeel in blokke van 1" x 1" vierkant werk die maklikste.

Step 5

In die laaste fase kry ons dan abstrakte voorstellings waar gebruik gemaak word van kolom- en lyngrafieke. Stroke gekleurde gegomde papier is geskik vir die maak van kolomgrafieke. Indien gekleurde gegomde papier nie beskikbaar is nie,

kan die kolomme ingekleur word. In plaas van kolomme kan die gegewens deur middel van lyne voorgestel word.

Gedurende hierdie verskillende fases ontwikkel die idee van horisontale en vertikale afmetings. Grafieke en voorstellings het dus vir die kind betekenis.

(2) Voorbeelde van kinderwerk

Uit hierdie voorbeelde is dit duidelik dat leerlinge werklik tot die voorstelling van gegewens in staat is en wat nog belangriker is, is die feit dat hulle voorstellings kan interpreteer en die korrekte gevolgtrekkings daaruit kan maak. Grafieke of voorstellings gee aan ons 'n klomp informasie in beknopte en oorsigtelike vorm. Om net 'n aantal grafieke of voorstellings te teken of te plak, d.w.s 'n opsomming van die gegewens te maak, mag baie interessant wees maar die belangrikste deel van hierdie werk volg nadat die voorstelling voltooi is. Elke voorstelling moet bestudeer word. Die leerlinge moet gelei word om die verhoudings te ontdek. Ons sal hier ook weer die natuurlike differensiasie ondervind. Die hoeveelheid, sowel as die aard van die gevolgtrekkings, wat deur die leerlinge gemaak word, sal verskil.

Uit die voorstellings kan probleme afgelei word wat gebruik kan word vir beoefening van die bewerkings. Voorstellings moet dus nie as 'n losstaande afdeling beskou word nie maar moet geïntegreer word in al die afdelings van die Rekenkunde. Geld, tyd, gewig, inhoud en lengtes kan maklik grafies voorgestel word. Voorstellings gee 'n visuele beeld wat help om die beeld wat deur die gehoor gevorm is, aan te vul. Op die manier word die kind se insig en begrip verbeter.

Die belangrikste aspekte van hierdie voorstellings bly die selfwerksaamheid van die leerlinge. Nie alleen moet hulle

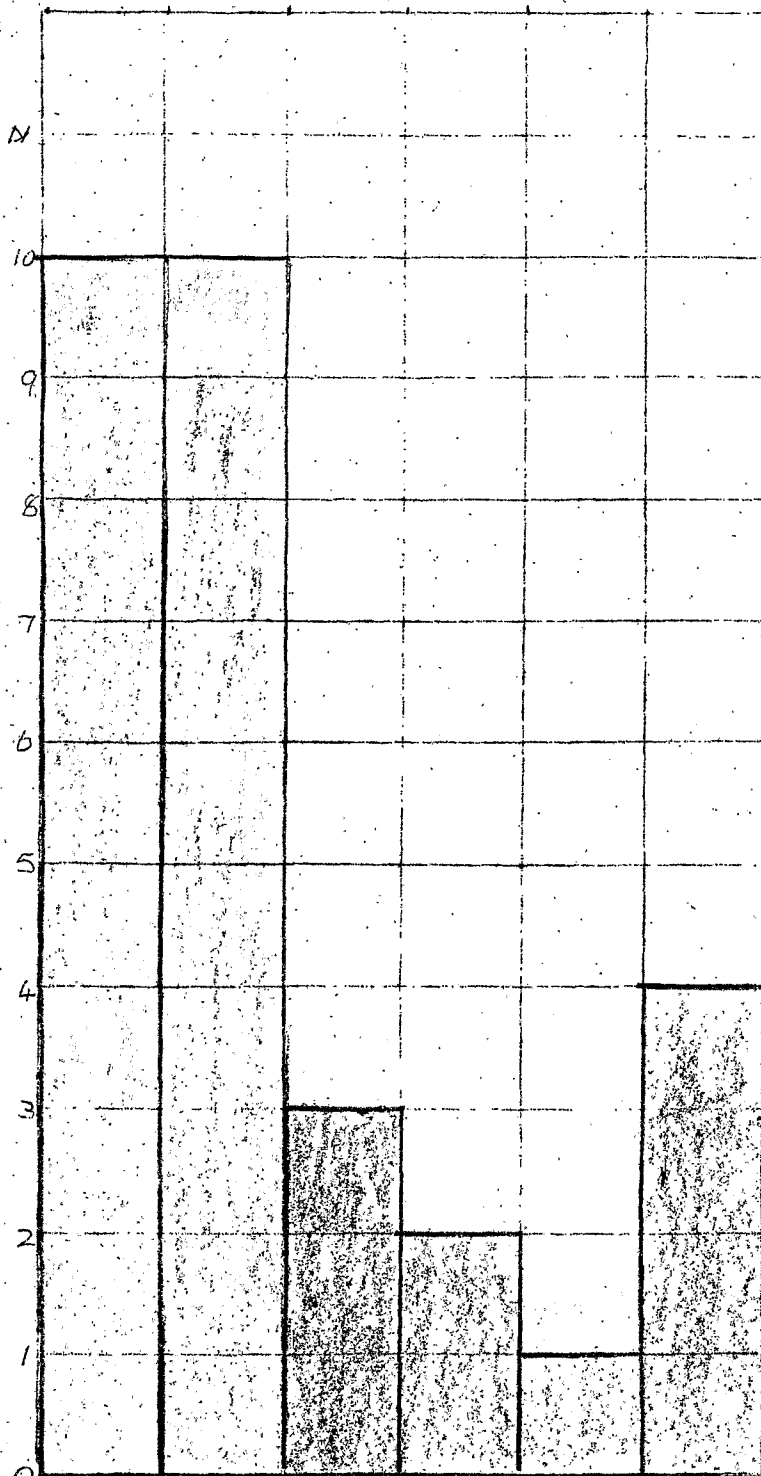
self die gegewens versamel en sorteer nie, maar aan die groter leerlinge moet die geleentheid gegee word om self 'n metode van voorstelling te kies. Die voltooide voorstellings moet bestudeer, geïnterpreteer en daarna moet gevolgtrekkings gemaak word.

In die verlede is hierdie afdeling of geheel en al uitgelaat of daar is baie min aandag aan gegee en is grafieke beskou as „iets" baie moeilik wat uitsluitlik op die hoërskool gedoen word. Die natuurlike kennismaking met en gebruik van grafieke in alledaagse situasies was nooit in die laerskole gedoen nie.

Gasper

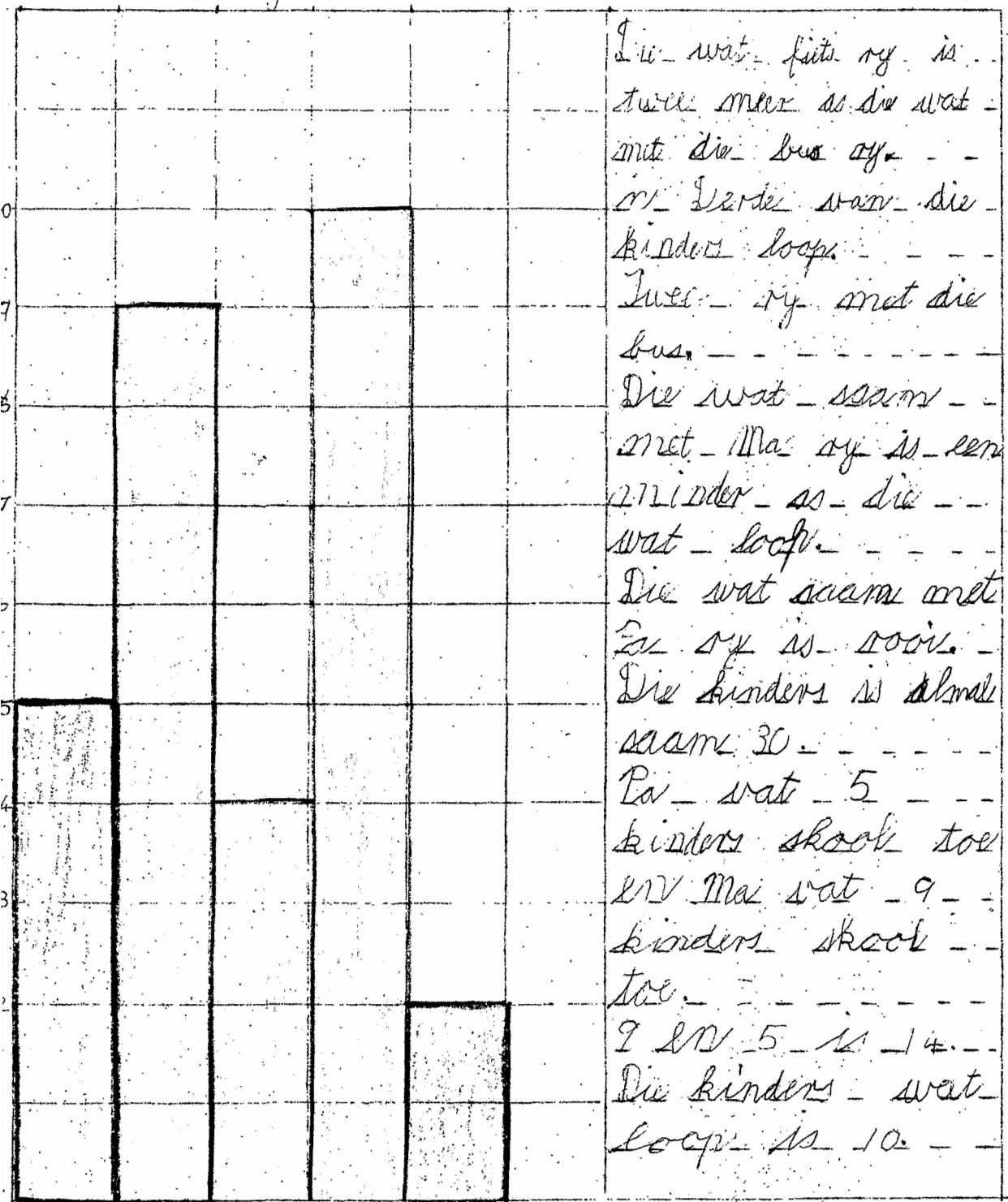
8 jaar

Troeteldiere



Die wat honden het
en die wat katten het
is ewewiel. Daar is
drie duiwe en 10 katten
daar kort 7 duiwe dan
is daar 10 duiwe. Die
honde kan die kort
vang. 1. Daar is 2
paard en 3 duiwe
 $2 + 3 = 5$. Die katten en
die honde is die
meeste. Die paard is
1 meer as die vee.
Die katten is slimmer
as die honde. Al die
katten kan in een
boom klim. Al die
honde kan nie
boom klim nie.

Ronel 8 jaar skool toe.

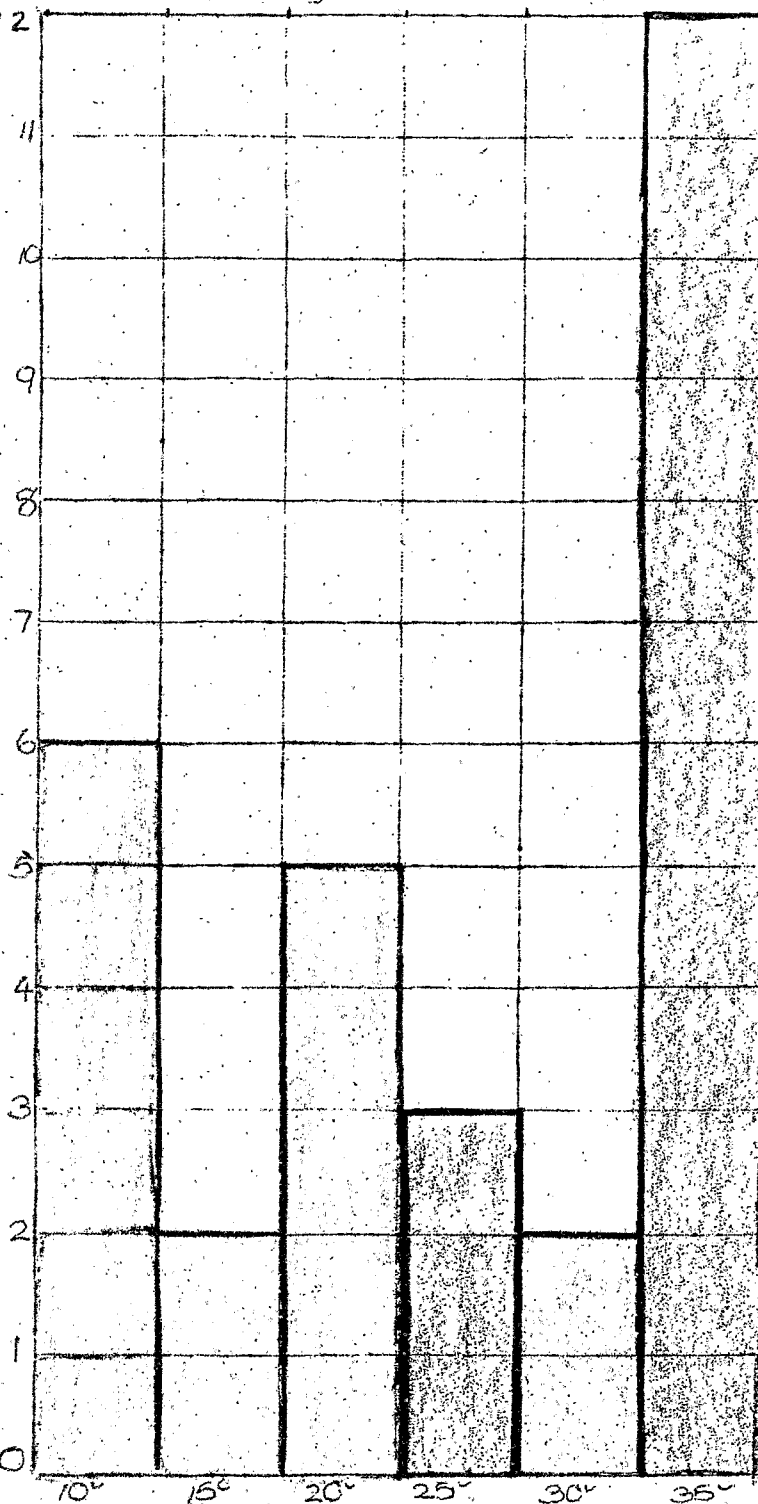


Die wat fiets ry is
 twee meer as die wat
 met die bus ry.
 Die wat van die
 kinders loop.
 Twee ry met die
 bus.
 Die wat saam
 met Ma ry is een
 minder as die
 wat loop.
 Die wat saam met
 Pa ry is twee.
 Die kinders is almal
 saam 30.
 Pa wat 5
 kinders skool toe
 en Ma wat 9
 kinders skool
 toe.
 9 en 5 is 14.
 Die kinders wat
 loop is 10.

Pa Ma fiets loop bus

Fusan 8 jaar

sakgeld



Die kinders is almal
naam 30

Die meeste is 12
en hulle kry 35c
vir sakgeld.

Die kinders wat
die minste is, 15c
en 30c dus $2+2=4$
kinders

Die kinders wat
20c kry is 5
kinders. Dit

Die kinders wat
10c kry is 6

Die 10c is 6 blokke.
 $6+2+5+3+2+12=30$. Dus
30 kinders.

Daar is 6 en 2.
 $6+2=8$

Die kleure is
groen en geel.
Blou rooi groen
en pers

Karin. 8 jaar 15kke waarvan ons how.

storie is meer
as lees. Resitane
en lees is ewe
veel. Engels is
meer as spelling.
Die storie is die
meeste. Ek is by
die Reken. Spelling
is die minste.
Ek kinders how
van die storie.
Die meeste is
storie.

Reken

Spelling

Resitane

Engels

lees

storie

4. Opinie van laerskoolonderwysers oor die nuwe benadering.

VRAELYS B

In n poging om die opinies van laerskoolonderwysers te bepaal is vraelys B opgestel en deur 80 onuitgesoekte laerskoolonderwysers voltooi. Die vraelys het bestaan uit 31 bewerings. Die onderwysers sou met sommige van die bewerings saamstem en met ander verskil. Almal sou egter nie in dieselfde mate verskil of saamstem nie. Die onderwysers moes dus individueel die bewerings bestudeer en volgens onderstaande skaal beoordeel:

- +1 Ek stem n bietjie saam.
- +2 Ek stem redelik daarmee saam.
- +3 Ek stem heeltemal daarmee saam.
- 1 Ek verskil n bietjie.
- 2 Ek verskil redelik daarmee.
- 3 Ek verskil heeltemal daarmee.

Om meer betroubare antwoorde te verkry, is die onderwysers gevra om nie hulle name op die vraelys te skryf nie. Die 80 voltooide vraelyste is verwerk en die volgende is bepaal:

- a. Die persentasie +punte teenoor die persentasie -punte vir elke bewering.
- b. Die gemiddelde punte bereken uit die punte wat aan elke bewering toegeken is.
- c. Dit is bepaal of n plus-punt of n minus-punt ten gunste van die nuwe benadering is.

BEWERING	% + punte	% - punte	Gem. punte	Is +punte of -punte t.g.v. nuwe benadering
1. Die nuwe benadering gee n betekenis aan Rekenkunde wat die ou benadering nooit gegee het nie.....	94	6	+2.3	+ punte
2. Die nuwe benadering ver-eenvoudig Rekenkunde.....	88	12	+1.9	+ punte
3. Baie van die terminologie in die nuwe benadering is te gevorderd vir die vlak waarop dit ingevoer word.	50	50	-0.1	- punte
4. My leerlinge kry n beter begrip van getal met die nuwe benadering as met die oue.....	91	9	+2.4	+ punt
5. Kinders moet getalpatrone ontdek.....	93	7	+2.2	+ punt
6. Die nuwe benadering maak gewone dinge moeilik....	36	64	-0.8	- punt
7. Die nuwe benadering dek te veel materiaal te vinnig.....	43	57	-0.4	- punt
8. Sekere gedeeltes van die nuwe program moet uitge-skakel word.....	60	40	+0.3	- punt
9. In Rekenkunde is dit die belangrikste aspek om die antwoord te kry	45	55	-0.07	- punt
10. Daar is n groot hoeveelheid werk wat nie as noodsaaklik beskou word nie en dus weggelaat kan word.....	51	49	-0.01	- punt

Bewering	% + punte	% - punte	Gem. punte.	Teen of vir nuwe benadering
11. Die manier waarop die beginsels in die nuwe benadering behandel word, is meer logies as wat dit in die ou benadering gedoen was.....	94	6	+2.4	+ punt
12. n Persoon kan nooit te veel hulpmiddels gebruik nie.....	60	40	+1.0	+ punt
13. Leerlinge leer die beste deur net uit een handboek te leer.....	36	64	-0.3	- punt
14. My leerlinge verstaan getalsbegrip beter volgens die nuwe benadering.....	95	5	+2.4	+ punt
15. Die basiese beginsels moet vanaf die begin geleer word as fondament vir die bewerkings	97	3	+2.9	+ punt
16. My leerlinge sou meer gedoen het as ons nog die ou benadering gebruik het	25	75	-1.2	- punt
17. Die baie hulpmiddels strem die leerproses.....	36	64	-0.8	- punt
18. Ek geniet my Rekenkunde lesse meer volgens die nuwe benadering.....	93	7	+2.3	+ punt
19. Die nuwe benadering benader soms dieselfde begrip van te veel kante.....	48	52	-0.3	- punt
20. Bewerkings mag nooit aan hulle geleer word as n aantal meganiese stappe waarvan hulle nie die betekenis ken nie.....	95	5	+2.6	+ punt

BEWERING

% + % - Gem. Teen of vir
punte punte punt nuwe benadering

21. Baie van die werk in die nuwe benadering is uitgedink deur Universiteits- of kollegepersoneel of ander wat nie met kinders werk nie.....	38	62	-0.7	- punt
22. Baie van die begrippe is te gevorderd vir die vlak waarop dit aangebied word	44	56	-0.6	- punt
23. Ware begrip volg altyd op selfontdekking.....	88	12	+2.2	+ punt
24. Die nuwe benadering is interessant.....	100	0	+2.8	+ punt
25. Herhaalde meganiese drill is die enigste metode om feite vas te lê sodat die kind dit kan onthou	68	32	+1.0	- punt
26. Soms is dit makliker om sekere begrippe volgens die ou benadering te verduidelik.....	83	17	+1.3	- punt
27. Met die nuwe benadering is dit makliker om bevredigend in die individuele verskille te voorsien.....	88	12	+1.7	+ punt
28. My leerlinge leer meer volgens die nuwe benadering.....	84	16	+1.8	+ punt

BEWERING	% + punte	% - punte	Gem. punt	Teen of vir nuwe benadering
29. Feite is ^{feite} /en moet as so- danig aan hulle geleer word. Dit is nie nood- saaklik om feite as in- tegrale deel van n geheel te ervaar of te leer nie	66	34	+0.8	- punt
30. Ek voel dat my leerlinge meer sou onthou het van wat hulle geleer het as hulle op die ou metode gewerk het.....	26	74	-1.6	- punt
31. Die nuwe benadering is net n verbygaande grill	14	86	-1.8	- punt

As ons hierdie tabel bestudeer is dit duidelik dat die antwoorde op 26 van die 31 bewerings die nuwe benadering ondersteun en verkies. Die mate waarin die nuwe benadering verkies word, verskil by die verskillende bewerings. Die gemiddelde waarde van die antwoorde op bewerings 3,6,7,8,9,10,12,13,17, 19,21,22,26 en 29 val egter in die veld +1 tot -1. Dit beteken dat die gemiddelde waarde n effense samestemming of n effense verskil aantoon. Op hierdie bewerings is die gemiddelde waarde dus baie na aan die „0“-waarde of neutrale waarde wat aantoon dat die onderwysers t.o.v. hierdie besondere aspekte nog nie sterk ten gunste van een besondere benadering oortuig is nie. (Grafieke 29 en 30). Wat wel op hierdie stadium betekenisvol is, is die feit dat in hierdie vraelys net op 5 bewerings ten gunste van die ou benadering gestem is. As ons egter hierdie 5 bewerings bestudeer, sien ons dat bewerings 8 en 10 feitlik dieselfde inhoud het. Die beswaar is hier gerig teen sekere

dele van die sillabus. Die onderwysers voel dat sekere dele uitgeskakel kan word. In hierdie twee bewerings gaan dit dus eintlik nie oor die nuwe benadering as sodanig nie maar oor die hoeveelheid en oor sekere afdelings van die werk wat in die sillabus verskyn.

Die feit dat die onderwysers in bewering 25 verklaar dat dit soms makliker is om sekere aspekte van die werk volgens die ou benadering te verduidelik kan daaraan toegeskryf word dat die onderwysers self baie meer tuis is in die tradisionele as in die nuwe benadering. As die onderwysers eers meer ervaring in die nuwe benadering opgedoen het, sal hulle dalk by 'n latere ondersoek die nuwe benadering verkies.

Die antwoorde op bewering 26 kan verklaar word as 'n oortuiging wat gegrond is op die jarelange gebruik van die meganiese drillmetode. Ook in hierdie geval sal die toekoms moet toon of die nuwe benadering met die klem op selfontdekking en praktiese belewing beter resultate sal lewer as wat met die ou drillmetode behaal is. In die nuwe benadering vind egter ook 'n andersoortige drill plaas. Die onderwerp word op verskillende maniere aan die hand van verskillende apparate behandel. Hierdie herhaling van dieselfde feit op verskillende maniere moet as 'n interessanter en betekenisvoller vorm van drill beskou word. Hierdie benadering sal nog by die onderwysers inslag moet vind. Die doel moet wees om die tradisionele meganiese drill deur die meer begripvoller praktiese drill te vervang.

Omdat die monster klein was en miskien nie verspreid genoeg nie, kan ons nie aanvaar dat 'n ander monster van 80 onderwysers dieselfde resultate in hierdie vraelys sal lewer nie. 'n Ander monster mag heeltemal teenstrydige resultate lewer.

Omdat hierdie monster egter nie uitgesoek is nie maar die vraelys eenvoudig aan al die onderwysers van die betrokke skole gegee is, is dit redelik seker dat die vraelyste deur voorstanders sowel as teenstanders van die nuwe benadering voltooi is. Uit hierdie antwoorde kan ons wel 'n duidelike tendens sien wat duidelik daarop dui dat die onderwysers die nuwe benadering aanvaar het en goedgesind is.

Volgens ons interpretasie sal positiewe antwoorde op die volgende bewerings ten gunste van die nuwe benadering wees, nl. 1,2,4,5,11,12,14,15,18,20,23,24,27 en 28. Negatiewe antwoorde op die res van die 31 bewerings sal dus in die guns van die nuwe benadering wees.

Die gemiddelde waardes vir die vrae 1,2,4,5,11,12,14,18, 20,23,24,27 en 28 is almal positief en wys dus op 'n tendens ten gunste van die nuwe benadering. (Sien grafiek 29).

'n Negatiewe gemiddelde sal by die ander bewerings ten gunste van die nuwe benadering wees. Ons vind dat die antwoorde op vrae 8,25,26 en 29 nie ten gunste van die nuwe benadering is nie. (Sien grafiek 30).

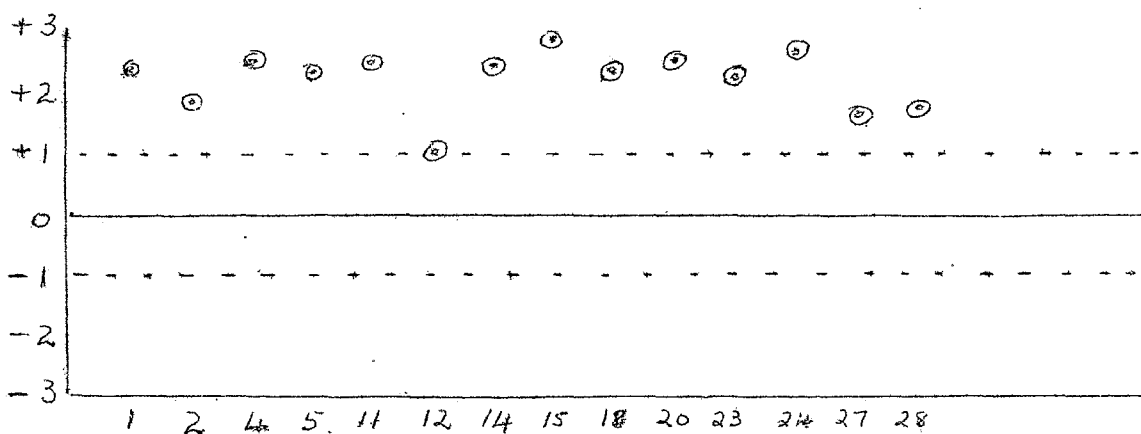
Soos reeds aangetoon is die antwoorde op sekere van die bewerings so na aan „0" of neutrale waarde dat die resultate niks meer as 'n tendens in 'n spesifieke rigting aantoon nie.

5. Watter leerlinge behoort die meeste voordeel uit die nuwe benadering te trek?

Uit die resultate van die ondersoek is dit duidelik dat die minder begaafde leerlinge in die ou benadering volgens hulle vermoëns en selfs bo hulle vermoëns presteer het. Of die nuwe benadering 'n verbetering in hierdie leerlinge se prestasies sal meebring, is baie twyfelagtig. Verder sal die tyd ons moet leer of die minder intelligente leerlinge daartoe in staat sal

Grafiek 29

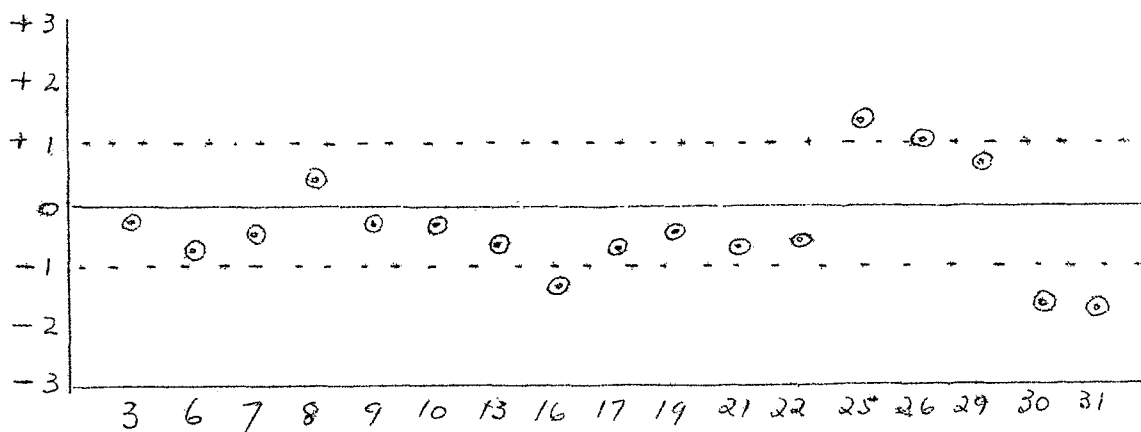
Finale punte vir bewerings 1, 2, 4, 5, 11, 12, 14, 15, 18, 20, 23,
24, 27 en 28.



Al die onderwysers se gemiddelde punte is ten gunste van die nuwe benadering. Dit kan nie sommer aanvaar word dat hierdie resultaat geldend vir al die Transvaalse Onderwysers sal wees nie. Dit dui egter 'n duidelike tendens aan.

Grafiek 30

Finale gemiddelde punte vir bewerings 3, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 16,
17, 19, 21, 22, 25, 26, 29, 30, 31.



In die meeste gevalle is die resultate weer ten gunste van die nuwe benadering. Dit dui weer die tendens aan.

sal wees om die verskillende relasies of verwantskappe in te sien en of hulle in staat sal wees om die eienskappe van die bewerkings te verstaan. Verder bly dit n ope vraag of hierdie leerlinge ooit in hulle beroepsbeoefening die denke wat in die nuwe benadering beklemtoon word, sal nodig kry.

Die nuwe benadering behoort veral tot voordeel van die intelligenter leerlinge te wees. Uit die ondersoek was dit duidelik dat die intelligente leerlinge nie volgens hulle vermoëns presteer nie. Die nuwe benadering met die informeer aanbieding, die geleentheid tot onafhanklike oorspronklike werk, die ontdekking van die feite en die genot wat op prestasies volg, behoort die begaafde leerlinge te inspireer tot beter prestasies. Of dit wel die geval sal wees, sal alleen na verloop van n paar jaar bepaal kan word.

Uit die onderhawige studie is dit duidelik dat wanneer aan n opvoedkundige program vir die begaafdes gedink word, aandag aan die volgende drie afdelings gegee moet word, nl.

- i. Die doelstellings met die onderwys,
- ii. onderwysprosedures waaronder die sillabusse en metodes ingesluit word, en
- iii. administratiewe voorsiening waaronder die voorsiening van geboue en personeel verstaan word.

Vanselfsprekend is hierdie drie gebiede geïntegreer. Die doelstellings moet rigting gee aan die beplanning van die onderwysprogram omdat die doel sal bepaal watter eindproduk met die onderwys beoog word. Onderwysmetodes en administratiewe prosedures is net middele om die doel te bereik. n Poging om die doelstellings in die onderwys te verander, sal dus noodwendig ook veranderinge in die onderwysmetodes en administratiewe prosedures tot gevolg hê.

Indien die doelstelling in rekenkundeonderwys dus gewysig word om die onderrig van beginsels met die nodige insig en begrip voorrang te laat geniet, is dit dus vanselfsprekend dat ons ook ooreenkomstige veranderinge aan ons sillabusse en metodes van aanbieding sal moet aanbring. Word daar verder spesiale onderwys vir die begaafde leerlinge beoog, bring dit ook mee dat ons doelstellings, sillabusse en programme in die klaskamer wat moontlik groeperings, verryking of versnelling sal insluit, ooreenkomstig verander moet word.

Hierdie gekompliseerdheid van die situasie maak dus intensiewe studie en beplanning noodsaaklik. Veranderinge mag dus alleen na deeglike ondersoek ingestel word.