

**Kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede van  
Graad 8-skaakspelers in die wiskundige  
probleemoplossingsproses**

**J de Wet**

**10092315**

Verhandeling voorgelê vir die graad *Magister Educationis*  
in Wiskunde-onderwys  
aan die Potchefstroomkampus van die Noordwes-Universiteit

**Studieleier: Dr. A. Roux**

Oktober 2015

Dit begin alles hier <sup>TM</sup>

# VERKLARING

---

Ek, die ondergetekende, verklaar hiermee dat die werk vervat in hierdie verhandeling my eie oorspronklike werk is en dat ek dit nie voorheen, in geheel of gedeeltelik, by enige universiteit ingedien het vir 'n graad nie.



## Handtekening

Jaco de Wet

Geteken te Potchefstroom op die 16de dag van Julie 2015

# ERKENNINGS

---

My diepste dank en waardering teenoor:

Aan my Hemelse Vader vir die geleentheid wat aan my gegun is om hierdie studie te kon aanpak en voltooi.

My studieleier, dr. Annalie Roux, vir al die hulp, ondersteuning en harde werk gedurende die studie.

My familie: Marica, my vrou, vir al jou motivering, begrip en ondersteuning. Die waarde hiervan kan nie in woorde omgesit word nie. Tihan en Ané, wat geduldig en begrypend hul pa in sy studies bygestaan het.

My pa en my skoonouers, dankie vir julle bemoediging.

My medestudente vriende wat die pad saam met my afgelê het. Dankie vir al die aanmoediging en hulp.

Opedra aan my ma.

# OPSOMMING

---

Hierdie navorsingstudie ondersoek die wyse waarop kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë, wat in beide Wiskunde en skaak voorkom, 'n rol in Wiskunde-probleemoplossing speel. Ek het verskillende kognitiewe en metakognitiewe strukture, -denkprosesse en -denkstrategieë en -vaardighede wat in Wiskunde, metakognisie, skaak en probleemoplossing voorkom, ondersoek.

Die studie in hierdie verhandeling is gegrond op die sosiaal-konstruktivistiese teorie, met kognitiewe konstruktivisme as basis. Hierdie studie is onderneem in die Gauteng-provinsie, Suid-Afrika. 'n Groep van 16 Graad 8-hoërskool leerders is geselekteer deur middel van doelgerigte kriterium-gebaseerde steekproefneming. Die navorsingsbenadering was kwalitatief van aard en die studie het van 'n interpretivistiese navorsingsparadigma gebruik gemaak.

Die data-insamelingsinstrumente wat in hierdie studie gebruik is om die kwalitatiewe data te genereer, is 'n taakgebaseerde werkkaart en 'n semi-gestruktureerde onderhoud. Die data wat vanuit die taakgebaseerde werkkaart gegenereer is, is ontleed deur gebruik te maak van memoranda en nasienrubrieke. Die data wat met behulp van die semi-gestruktureerde onderhoud gegenereer is, is getranskribeer. Daarna is die transkribering gebruik om die data te ontleed.

Die resultate toon dat triangulasie tussen die literatuuoroorsig, die analise van die taakgebaseerde werkkaart en die semi-gestruktureerde onderhoude onthul het dat beide die groepe deelnemers tekortkominge ervaar het tydens die beplanning van die Wiskunde-probleemoplossingsproses. 'n Verskeidenheid ander wanpersepsies is ook waargeneem. Die bevindinge van die studie kan nie veralgemeen word nie.

Ten laaste is aanbevelings gemaak met betrekking tot die wyse waarop kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë, wat in beide Wiskunde en skaak voorkom, 'n rol in Wiskunde-probleemoplossing speel. Ek hoop dat die bevindings van hierdie navorsingstudie 'n bydrae kan lewer tot

die vraag rakende die invloed wat skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë op probleemoplossing in Wiskunde uitoefen.

**SLEUTELWOORDE:**

Metakognisie; probleemoplossing; skaak; Wiskunde; skoolwiskunde; meetkunde; analitiese denke; logiese denke; kritiese denke; reflektiewe denke; abstrakte redenering; deduktiewe redenering; induktiewe redenering; oordrag

# ABSTRACT

---

This research study explored how cognitive and metacognitive strategies and skills, both present in Mathematics and chess, play a role in the mathematical problem-solving process. I examined different cognitive and metacognitive structures, thinking processes, strategies and skills in Mathematics, metacognition, chess and problem solving.

The study reported in this dissertation is grounded in social constructivist theory with cognitive constructivism as a platform. This study was conducted in Gauteng Province, South Africa. A total of 16 Grade 8 high school learners were selected through purposeful sampling. This study was qualitative in nature and used an interpretivist research paradigm.

The instruments used to collect the qualitative data in this study, were a task sheet and a semi-structured interview. The data that was collected using the task sheet was analysed through the use of memoranda and marking rubrics. The data collected through the semi-structured interview was transcribed. Afterwards, the interview transcripts were used to analyse the data.

To conclude, triangulation between the literature review, the analysis of the task sheet and the semi-structured interviews revealed that both groups of participants experienced lack of planning in the Mathematical problem-solving process. A variety of misconceptions were also observed. The findings in this study cannot be generalised.

Finally, recommendations were made as to how cognitive and metacognitive strategies and skills, which are both present in Mathematics and chess, play a role in the Mathematical problem-solving process. I hope that the findings derived from this research study will assist in the question as to how cognitive and metacognitive skills and strategies of chess players influence problem solving in Mathematics.

**KEYWORDS:**

Metacognition; Problem solving; chess; mathematics; school mathematics; analytical thinking; logical thinking; critical thinking; reflective thinking; abstract reasoning; deductive reasoning; inductive reasoning; transfer.

# INHOUDSOPGAWE

---

VERKLARING .....	i
ERKENNINGS .....	ii
OPSOMMING .....	iii
ABSTRACT .....	v
LYS VAN TABELLE .....	xiii
LYS VAN FIGURE .....	xv
LYS VAN AFKORTINGS EN AKRONIEME .....	xviii
HOOFSTUK 1.....	1
ALGEMENE ORIËNTERING, AGTERGROND EN PROBLEEMSTELLING .....	1
1.1 Algemene inleiding .....	1
1.2 Rasionaal.....	2
1.3 Navorsingsdoel en -doelwitte.....	3
1.4 Navorsingsvrae.....	5
1.4.1 Primêre navorsingsvraag.....	5
1.4.2 Sekondêre navorsingsvrae .....	5
1.5 Begripsverklaring.....	5
1.5.1 Kognisie .....	5
1.5.2 Kognitiewe vaardighede en strategieë .....	5
1.5.3 Metakognisie.....	5
1.5.4 Metakognitiewe vaardighede en strategieë .....	6
1.5.5 Wiskunde .....	6
1.5.6 Probleemoplossing .....	6
1.5.7 Skaak.....	6
1.6 Teoretiese en konseptuele raamwerk .....	6
1.7 Navorsingsontwerp en -metodologie .....	8
1.7.1 Navorsingsbenadering.....	8

1.7.2	Navorsingsontwerp .....	8
1.7.3	Literatuurstudie .....	8
1.7.4	Deelnemers en navorsingsgebied.....	9
1.7.5	Data-insamelingsmetode en -prosedure .....	9
1.8	Navorsers se rol .....	10
1.9	Geldigheid en vertrouenswaardigheid van data .....	10
1.10	Etiese aspekte met betrekking tot die deelnemers, etiese goedkeuring, toestemming van instansies, organisasies en individue .....	11
1.11	Bydrae van die navorsingstudie .....	12
1.12	Hoofstukindeling.....	12
1.13	Konseptuele raamwerk.....	13
HOOFSTUK 2.....		14
KOGNITIEWE EN METAKOGNITIEWE VAARDIGHEDE EN STRATEGIEË IN WISKUNDE, PROBLEEMOPLOSSING EN SKAAK.....		14
2.1	Inleiding .....	14
2.2	Kognitiewe strukture en begripsvorming .....	14
2.2.1	Kognitiewe strukture en Wiskunde.....	16
2.2.2	Kognitiewe strukture en probleemoplossing.....	19
2.2.3	Kognitiewe strukture en skaak.....	20
2.3	Kognitiewe strategieë en vaardighede .....	21
2.3.1	Probleemoplossing in Wiskunde.....	21
2.3.2	Probleemoplossing in skaak.....	24
2.3.3	Logiese denke in Wiskunde en skaak .....	26
2.3.4	Kritiese denke in Wiskunde en skaak .....	28
2.3.5	Analitiese denke in Wiskunde en skaak.....	29
2.3.6	Abstrakte denke en redenering in Wiskunde en skaak.....	30
2.4	Metakognisie.....	31
2.4.1	Metakognitiewe kennis .....	32

2.4.2	Metakognitiewe selfregulering .....	33
2.4.3	Metakognisie in Wiskunde en probleemoplossing .....	35
2.4.4	Metakognisie in skaak.....	36
2.5	Wiskundige bevoegdheid.....	38
2.5.1	Strategiese bevoegdheid.....	38
2.5.2	Aanpasbare redenering.....	39
2.6	Oordrag van kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë vanaf skaak na Wiskunde .	40
2.7	Samevatting.....	42
HOOFSTUK 3.....		43
NAVORSINGSONTWERP EN -METODOLOGIE .....		43
3.1	Inleiding .....	43
3.2	Literatuurstudie .....	43
3.3	Konseptuele denkraamwerk .....	44
3.3.1	Filosofiese wêreldbeskouing.....	44
3.4	Empiriese ondersoek .....	44
3.4.1	Navorsingsbenadering.....	44
3.4.2	Navorsingsontwerp .....	45
3.5	Deelnemers en navorsingsgebied.....	45
3.6	Data-insamelingsmetode en -prosedure .....	46
3.7	Data-analise.....	47
3.8	Navorsers se rol .....	51
3.9	Geldigheid en vertrouenswaardigheid van data .....	51
3.10	Beperkings .....	52
3.11	Etiese aspekte met betrekking tot die deelnemers, etiese goedkeuring, toestemming van instansies, organisasies en individue .....	53
3.12	Samevatting.....	53

HOOFSTUK 4.....	55
ANALISE VAN DIE DATA EN DIE RESULTATE VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK.....	55
4.1 Inleiding .....	55
4.2 Navorsingsvrae.....	55
4.3 Data-insamelingsmetodes en -prosedure.....	55
4.4 Resultate van die data uit die empiriese ondersoek.....	56
4.4.1 Resultate van die data met betrekking tot die metakognitiewe vaardighede ( <i>voorspelling</i> en <i>evaluering</i> ) en die werklike sukses in die oplos van die Wiskunde-probleme.....	56
4.4.2 Bespreking van resultate van die data met betrekking tot die metakognitiewe vaardighede ( <i>voorspelling</i> en <i>evaluering</i> ) en werklike sukses in die oplos van die Wiskunde-probleme .....	74
4.4.3 Resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (strategieë).....	75
4.4.4 Bespreking van die resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (strategieë).....	78
4.4.5 Resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (bewerkings).....	79
4.4.6 Bespreking van die resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (bewerkings) .....	81
4.4.7 Resultate van die data verkry vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	81
4.4.8 Bespreking van resultate van die data verkry vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	91
4.4.9 Kognitiewe denkprosesse of denkwyses (kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke; analitiese denke en ondersoekende denke) in die Wiskunde-probleme .....	91
4.4.10 Bespreking van die kognitiewe denkwyses (kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke; analitiese denke en ondersoekende denke) in die Wiskunde-probleme .....	95
4.4.11 Aspekte wat die sukses van deelnemers bepaal .....	96
4.5 Samevatting.....	97

HOOFSTUK 5.....	98
SAMEVATTING, BEVINDING EN AANBEVELINGS .....	98
5.1 Inleiding .....	98
5.2 Samevatting van hoofstukke in die navorsingstudie .....	98
5.2.1 Hoofstuk 1.....	98
5.2.2 Hoofstuk 2.....	98
5.2.3 Hoofstuk 3.....	98
5.2.4 Hoofstuk 4.....	99
5.3 Samevatting van die bevindings van die navorsingstudie.....	99
5.3.1 Bespreking van die navorsingsvrae.....	99
5.3.1.2 <i>Navorsingsvraag 2: In watter mate stem kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in skaak ooreen met die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in spesifieke aspekte van probleemoplossing in Wiskunde voorkom?</i> .....	100
5.3.1.3 <i>Navorsingsvraag 3: In watter mate beïnvloed skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë probleemoplossing in Wiskunde?</i> .....	101
5.4 Gevolgtrekking.....	104
5.5 Beperkings van die navorsingstudie.....	104
5.6 Aanbevelings vir toekomstige navorsing .....	105
5.7 Slotopmerking .....	106
BRONNELYS .....	107

ADDENDUM A: TOESTEMMINGSBRIEF AAN SKOOLHOOFDE / LETTER OF CONSENT TO THE PRINCIPALS .....	123
ADDENDUM B: TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE GAUTENG DEPARTEMENT VAN BASIESE ONDERWYS / LETTER OF PERMISSION TO THE GAUTENG DEPARTMENT OF BASIC EDUCATION.....	126
ADDENDUM C: TOESTEMMINGSBRIEWE AAN BEIDE CHESS SOUTH AFRICA (CHESSA) EN JOHANNESBURG NOORDWES SKAAK UNIE (JNW SKAAK) /.....	129
LETTER OF CONSENT TO BOTH CHESS SOUTH AFRICA (CHESSA) AND JOHANNESBURG NORTH WEST CHESS UNION (JNW CHESS).....	129
ADDENDUM D: TOESTEMMINGSBRIEF AAN OUERS / LETTER OF CONSENT TO PARENTS	131
ADDENDUM E: ETIEKSERTIFIKAAT .....	137
ADDENDUM F: TAAKGEBASEERDE WERKKAART / TASK SHEET .....	138
ADDENDUM F: TASK SHEET .....	161
ADDENDUM G: SEMI-GESTRUKTUREERDE ONDERHOUD .....	184
ADDENDUM G: SEMI-STRUCTURED INTERVIEW .....	186

# LYS VAN TABELLE

---

Tabel 1: Voorstelling van die inhoudsareas wat in Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum voorkom .....	18
Tabel 2: Voorstelling van die fases van Polya se lineêre model vir probleemoplossing .....	22
Tabel 3: Nasienrubriek vir die Wiskunde-probleme .....	48
Tabel 4: Kategorie indeling vir die Wiskunde-probleme .....	48
Tabel 5: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid <i>voorspelling</i> .....	49
Tabel 6: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid <i>evaluering</i> .....	49
Tabel 7: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> .....	49
Tabel 8: Kategorie indeling vir die metakognitiewe vaardighede <i>voorspelling</i> en <i>evaluering</i> .....	50
Tabel 9: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	50
Tabel 10: Resultate van die ondersoek na die deelnemers se metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (strategieë) .....	76
Tabel 11: Resultate van die ondersoek na die deelnemers se metakognitiewe vaardigheid <i>beplanning</i> (bewerkings) .....	80
Tabel 12: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 1 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	82
Tabel 13: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 2 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	83
Tabel 14: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 3 aangaande die Metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	84
Tabel 15: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 4 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	85
Tabel 16: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 5 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	86
Tabel 17: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 6 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	87

Tabel 18: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 7 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	88
Tabel 19: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 8 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	89
Tabel 20: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 9 aangaande die metakognitiewe vaardigheid <i>refleksie</i> .....	90
Tabel 21: Resultate van die ondersoek na die tipes kognitiewe denkwyses aangedui deur die groepe met betrekking tot die moeilikste oplosbare probleem .....	93
Tabel 22: Resultate van die ondersoek na die tipes kognitiewe denkwyses wat in die nege Wiskunde-probleme voorkom, gegrond op die werklike sukses met betrekking tot die moeilikste oplosbare probleem .....	95
Tabel 23: Resultate van die ondersoek na deelnemers as probleemoplossers.....	97

# LYS VAN FIGURE

---

Figuur 1: 'n Oorsigtelike konseptuele raamwerk ter verduideliking van die verweefdheid en omvang van die studie .....	13
Figuur 2: Die werking van die geheue (Schoenfeld, 1992).....	15
Figuur 3: Skematiese voorstelling van 'n “groot idee” .....	17
Figuur 4: Die dinamiese en sikliese aard van probleemoplossing (Fernandez <i>et al.</i> , 1994) .....	22
Figuur 5: Insigfase van die beredeneerde denkwysse (Ferro, 2012).....	25
Figuur 6: Denk-area verwantskap tussen kritiese denke en kreatiewe denke (Hansen, 1991) .....	29
Figuur 7: Voorstelling van metakognitiewe kennis (Esterhuyse, 2015) .....	33
Figuur 8: Voorstelling van metakognitiewe self-regulering (Ertmer & Newby, 1996) .....	34
Figuur 9: Voorstelling van metakognisie (Ertmer & Newby, 1996).....	35
Figuur 10: Skematiese voorstelling van die twee prosesse vir die speel van skaak .....	37
Figuur 11: Skematiese voorstelling van Wiskundige bevoegdheid.....	38
Figuur 12: Skematiese voorstelling van analise van kognitiewe vaardighede in Wiskunde-probleme.....	51
Figuur 13: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 1 .....	57
Figuur 14: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 1 .....	58
Figuur 15: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 2 .....	59
Figuur 16: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 2 .....	60
Figuur 17: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 3 .....	61
Figuur 18: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 3 .....	62

Figuur 19: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 4 .....	63
Figuur 20: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 4 .....	64
Figuur 21: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 5 .....	65
Figuur 22: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 5 .....	66
Figuur 23: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 6 .....	67
Figuur 24: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 6 .....	68
Figuur 25: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 7 .....	69
Figuur 26: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 7 .....	70
Figuur 27: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 8 .....	71
Figuur 28: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 8 .....	72
Figuur 29: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 9 .....	73
Figuur 30: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 9 .....	74
Figuur 31: 'n Voorbeeld van waar geen strategie toegepas word nie: Deelnemer 15/2014 (Kontrole groep) .....	77
Figuur 32: 'n Voorbeeld van ondersoekende denke: Deelnemer 16/2014 (Eksperimentele groep).....	77
Figuur 33: 'n Voorbeeld in die gebruik van veelvoude vir Wiskunde-probleemoplossing: Deelnemer 3/2014 (Eksperimentele groep) .....	78

Figuur 34: 'n Algemene denkfout begaan tydens die oplos van 'n Wiskunde-probleem .....	92
Figuur 35: Skematiese voorstelling ter bepaling van die denkwyses in die moeilikste Wiskunde-probleme .....	93
Figuur 36: Skematiese voorstelling van die rangorde van die kognitiewe denkwyses gebruik in die Wiskunde-probleme .....	96

# LYS VAN AFKORTINGS EN AKRONIEME

---

DoBE	Departement van Basiese Onderwys
JNW Skaak	Johannesburg Noord-Wes Skaak
NKABV	Nasionale Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring
Chessa	Skaak Suid-Afrika
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study

# HOOFSTUK 1

## ALGEMENE ORIËTERING, AGTERGROND EN PROBLEEMSTELLING

---

### 1.1 Algemene inleiding

*“I remember our class working on algebra. All the boys were quiet ... Suddenly Alekhine stood up excitedly, his face radiant ... ‘Well, Alekhine, did you solve it?’ teacher Bachinsky asked him. ‘I did ... I sacrificed the knight, and the bishop moves ... and White wins!’”* (Georgy Rimsky-Korsakov, classmate of Alexander Alekhine in ChessQuotes, 2013). Die antwoord is dalk nie wat die Wiskunde-onderwyser verwag het aangaande moontlike akademiese vordering nie, maar daar het nietemin probleemoplossing plaasgevind.

Wiskunde-prestasie is in die meeste lande ’n bron van kommer. “Trends in International Mathematics and Science Study” (TIMSS) vestig die aandag op verskillende lande se kennis van Wiskunde en Wetenskap en die toepassing van Graad 8-leerders se kennis in hierdie twee vakke. Suid-Afrika se swak prestasie in die TIMSS-studies lei daartoe dat die verbetering van Wiskunde-prestasie in Suid-Afrika ’n hoë prioriteit geniet (Dutta & Mia, 2009). Die prioriteit is duidelik in die feit dat vyf van die eerste nege doelwitte in die aksieplan vir skoolopleiding vir 2025, ingestel deur die Departement van Basiese Onderwys (South Africa, 2011), gerig is op leerders se bevoegdheidsvlakke en akademiese prestasie in Wiskunde (Du Toit & Du Toit, 2013). Om prestasie in Wiskunde te help bevorder, is daar ook na eksterne bronne gekyk, waarvan skaak een is.

Skaak as spel word al vir langer as tweeduisend jaar gespeel en is geskoei op aanvalle en verdediging (Celone, 2001). Skaak word al vir baie jare lank erken as die bouer van intellektuele vermoëns en die spel word ook geassosieer met die verbetering van kognitiewe vaardighede (Holding, 1985; Saariluoma, 1995). Talle verbande is oor die jare heen gemaak tussen Wiskunde, musiek en skaak (Celone, 2001). Die spel van skaak word aanbeveel as ’n onderrig-instrument vir die ontwikkeling van

konsentrasie, probleemidentifisering, probleemoplossing, strategiese beplanning en kreatiwiteit (Storey, 2000).

Wiskunde en skaak het albei sterk verbindings met kognisie en probleemoplossing. Besonder baie kognitiewe strategieë en vaardighede word in skaak gebruik, onder meer abstrakte redenering (Schmidt, 1982; Rifner & Feldhausen, 1997), probleemoplossing (Horgan, 1988), kritiese denke (Ferguson, 1995) en logiese denke (Celone, 2001). Metakognisie word deur Flavell (1976) gedefinieer as 'n persoon se bewustheid, beskouing en beheer oor sy/haar eie kognitiewe prosesse. Duidelike verbindings word in die studie gemaak tussen die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in beide Wiskunde en skaak se probleemoplossingsprosesse toegepas word.

## **1.2 Rasionaal**

Volgens Vithal en Jansen (1997) is die doel van 'n rasionaal om vas te stel waarom die navorser geïnteresseerd is in die onderwerp en ook waarom dit die moeite werd is om die studie uit te voer. As skaakspeler, en later as organiseerder van skaak in die D12-skolestreek, is ek altyd op die een of ander manier betrokke by skaak. Dis egter eers later dat ek as ouer van 'n skaakspeler besef het dat skaak nie slegs 'n sportsoort is nie, maar 'n beroepskeuse. In die klassituasie het ek as Wiskunde-onderwyser gewonder waarom die leerders wat skaak speel se probleemoplossingsvaardighede van 'n hoër gehalte is vergeleke met die leerders wat nie skaak speel nie.

Die minister van basiese onderwys, me. Angie Motshekga, moedig skaak aan as skoolvak en ondersteun die doelwit dat dié spel as skoolvak by alle skole in Suid-Afrika aangebied word (Skaak, 2012). Die propagering dat skaak as skoolvak 'n meer direkte en gesaghebbender deel moet vorm van die skoolkurrikulum (Jackson, 2000), is geopper. Navorsers soos Artise (1973) huldig die standpunt dat skaak as spel een van die belangrikste bydraes tot die onderwysveld lewer.

As onderwyser het die gedagte by my posgevat dat indien die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in Wiskunde, probleemoplossing en skaak met mekaar vergelyk word, die

gemeenskaplike vaardighede mekaar dalk sal kan bevoordeel. Hierdie aspekte noodsaak my om die studie te doen.

Ek ag die studie die moeite werd weens verskeie redes:

- i) Taylor en Vinjevold (1999) benadruk die belangrikheid van die aanmoediging van aspekte wat effektiewe en intelligente leer in die klaskamer kan bevorder. Na my mening (as onderwyser) behoort 'n dieper kennis van wiskundige vaardighede moontlik aanleiding te gee tot meer effektiewe en intelligente leer in die klaskamer;
- ii) Die gemiddelde onderwyser is moontlik onbewus van die vaardighede wat in skaak na vore kom. Hierdie studie kan Wiskunde-onderwysers lei tot die beter verstaan van die belangrikheid van die gemeenskaplike kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede wat in beide Wiskunde en skaak voorkom, met die doel dat dié kennis Wiskunde as geheel sal bevorder;
- iii) Volgens Verschaffel, Greer en De Corte (2000) gee die oplos van Wiskunde-probleme direk aanleiding tot verbeterde prestasie in Wiskunde. Dit is belangriker om te leer hoe om 'n probleem op te los, as om bloot te leer wat die oplossing van die spesifieke probleem is (Celone, 2001). Die aanleer van probleemoplossing in Wiskunde kan die wiskundige altyd weer in staat stel om latere onbekende probleemareas te help oplos, wat dit lewenslange waarde gee;
- iv) Scholz, Niesch, Steffen, Ernst, Loeffler, Witruk en Schwarz (2008) stel voor dat verdere navorsing gedoen behoort te word oor die identifisering van wiskundige vaardighede wat deur skaak verbeter kan word en hoe oordrag van hierdie vaardighede kan plaasvind om Wiskunde-prestasie te verbeter (Barret & Fish, 2011). Dit versterk net die noodsaaklikheid van hierdie spesifieke navorsingstudie.

### **1.3 Navorsingsdoel en -doelwitte**

Die verband tussen Wiskunde-prestasie en metakognisie is al deur verskeie navorsingstudies bevestig (Garner & Alexander, 1989; Van der Walt, Maree & Ellis, 2006; Kazemi, Yektayar & Abad, 2012), asook die verband tussen Wiskunde-prestasie en skaak (Van Zyl, 1990; R. Ferguson, 1995; Smith & Cage, 2000; Hermelin, 2004).

Ek as navorser ag dit belangrik om klem op die bogenoemde paragraaf te plaas en te benadruk dat dié navorsingstudie se doel nie is om die verband tussen Wiskunde-prestasie en metakognisie of tussen Wiskunde-prestasie en skaak na te vors nie. Hierdie navorsingstudie se doel is om die spesifiek-geselekteerde kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede wat by skaakspelers voorkom in die wiskundige probleemoplossingsproses te ondersoek.

In die lig van die bogenoemde, kan die spesifieke navorsingsdoelwitte soos volg verwoord word:

- i) Om te bepaal hoe die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak gebruik word, ooreenstem met kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat gebruik word vir probleemoplossing in Wiskunde; en
- ii) om te bepaal of die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak gebruik word, wiskundige bevoegdheid ten opsigte van probleemoplossing kan beïnvloed en in watter mate oordrag plaasvind na probleemoplossing in Wiskunde.

Elemente (d.w.s. spesifieke kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede) wat in beide skaak sowel as Wiskunde gebruik word en van toepassing is op die probleemoplossingsproses in hierdie vak, word ondersoek. Die kognitiewe strategieë en vaardighede wat spesifiek ondersoek word, behels analitiese denke, ondersoekende denke, logiese denke, kritiese denke, abstrakte redenering en aanpasbare redenering. Die metakognitiewe strategieë en vaardighede waarop ek fokus is voorspelling, beplanning, evaluering, refleksie, metakognitiewe kennis en metakognitiewe selfregulering.

Dit is vir my as Wiskunde-onderwyser en skaakspeler van belang om die gemeenskaplike kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede van skaak en Wiskunde in die wiskundige probleemoplossingsproses, as 'n komplekse stelsel, te verstaan. Die verkryging van meer insig en kennis aangaande hierdie stelsel kan 'n bydrae lewer om die holistiese geheel te aanskou van hoe skaak en Wiskunde mekaar beïnvloed ten opsigte van die wiskundige probleemoplossingsproses.

## **1.4 Navorsingsvrae**

### **1.4.1 Primêre navorsingsvraag**

In watter mate beïnvloed skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë probleemoplossing in Wiskunde?

### **1.4.2 Sekondêre navorsingsvrae**

- i) In watter mate stem kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in skaak ooreen met die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in spesifieke aspekte van probleemoplossing in Wiskunde voorkom?
- ii) Watter rol speel kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak voorkom in wiskundige bevoegdheid met betrekking tot probleemoplossing in Wiskunde?

## **1.5 Begripsverklaring**

Ten einde die titel te verklaar, is dit nodig om die volgende konsepte te definieer.

### **1.5.1 Kognisie**

Kognisie word gedefinieer as die proses van hoe om inligting te versamel, te organiseer en te gebruik (Kaplan & Sadock, 1991).

### **1.5.2 Kognitiewe vaardighede en strategieë**

Kognitiewe vaardighede word gebruik om probleme op te los (Garner, 1987). Kognitiewe strategieë word gebruik om 'n spesifieke doelwit te bereik (Flavell, 1979; Georgiades, 2004; Reynolds, 2006; Schraw, Crippen, & Hartley, 2006).

### **1.5.3 Metakognisie**

Metakognisie word deur Flavell (1976) gedefinieer as 'n persoon se bewustheid, beskouing en beheer oor sy/haar eie kognitiewe prosesse.

#### **1.5.4 Metakognitiewe vaardighede en strategieë**

Metakognitiewe vaardighede word in die probleemoplossingsproses gebruik (Fransman, 2014). Metakognitiewe strategieë word gebruik om te verseker dat die doelwit bereikbaar is (Flavell, 1979; Georghiades, 2004; Reynolds, 2006; Schraw et al., 2006).

#### **1.5.5 Wiskunde**

Schoenfeld (1992) noem dat Wiskunde in wese 'n sosiale aktiwiteit is waarin 'n gemeenskap wiskundiges hulle in die wetenskap van patrone verdiep. Polya (1954) beskou Wiskunde as 'n aktiwiteit wat wiskundige feite ontdek.

#### **1.5.6 Probleemoplossing**

Probleemoplossing kan beskryf word as die betrokkenheid by 'n opdrag waarvan die metode om die oplossing te kry, onbekend is (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000).

#### **1.5.7 Skaak**

Skaak is 'n spel wat tussen twee opponente op 'n vierkantige bord van vier-en-sestig blokke gespeel word, met 'n variasie van twee kleure en sestien verskillende stukke, met die uitsluitlike doel voor oë om die ander opponent se koning te verower en jou eie koning te beskerm (Lindörfer, 1985).

### **1.6 Teoretiese en konseptuele raamwerk**

Ter beantwoording van die studie se navorsingsvrae, word die studie vanuit die konstruktivistiese filosofiese wêreldbeskouing benader. Die konstruktivistiese filosofiese wêreldbeskouing sluit direk aan by kognitiewe konstruktivisme.

Kognitiewe konstruktivisme is direk afkomstig van Piaget se werk (Powell & Kalina, 2009) en Piaget se navorsing maak 'n belangrike deel uit van kognitiewe leerteorieë. Kognitiewe konstruktivisme vorm dus die basis van verskeie kognitiewe leerteorieë. Volgens Biggs (1996) kan konstruktivisme beskryf word as leerdergerigte teorieë, waar die deelnemers (in dié geval die leerders) se skep van

betekenis die gemeenskaplike eienskap van die teorieë is. Kognitiewe konstruktivisme se fokus is gerig op die verstandelike prosesse wat by die individu plaasvind. Aansluitend hierby redeneer Williams (1997) dat die konstruktivistiese benadering tot leer verstandsgeoriënteerd is.

Piaget se werk fokus hoofsaaklik op die individu en hoe kennisvorming by die individu plaasvind (Powell & Kalina, 2009). Kognitiewe vermoëns ontwikkel volgens Piaget se teorie op grond van leerders se ouderdom en stadia (Niss, 1993). Konstruktivisme plaas die klem op die kommunikasie van idees sowel as die refleksie van denke (Meyer, 2010), wat deel uitmaak van metakognisie. Metakognisie word deur Flavell (1976) beskou as 'n persoon se bewustheid, beskouing en beheer van daardie spesifieke persoon se kognitiewe prosesse. Metakognitiewe vaardighede en strategieë speel 'n groot rol in die ontwikkeling en die verstaan van kognitiewe denke.

Hierdie navorsingstudie ondersoek die wyse waarop kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in skaak wiskundige probleemoplossing beïnvloed. Skaak, wiskundige probleemoplossing en metakognisie word verbind deurdad kognitiewe prosesse en kognitiewe denke by al drie plaasvind. Atherton, Zhuang, Bart, Hu en He (2003) bevestig dat die speel van skaak 'n kognitiewe taak is. Aansluitend hierby verwoord Albert Einstein die invloed van skaak op die menslike brein met: *“Chess holds its master in its own bonds, shackling the mind and brain so that the inner freedom of the very strongest must suffer.”* (ChessQuotes, 2013).

Wiskunde word verstaan deur die proses van wiskundige denke (Plotz, 2007) en denke word ingesluit as deel van kognitiewe prosesse, tesame met verworwe kennis, geheue, oordeelsvermoë en probleemoplossing (Cherry, 2013). Kognitiewe skemas word gebruik vir moontlike oplossings van probleme met behulp van die gebruik van kognitiewe vaardighede (Garner, 1987; Sweller, 1988).

## **1.7 Navorsingsontwerp en -metodologie**

### **1.7.1 Navorsingsbenadering**

Nieuwenhuis (2010b) stel dat die kwalitatiewe navorsingsmetodologie daarop gerig is om die menslike verstaanprosesse na te vors en te fokus op menslike idees en konsepte. As navorser wil ek betrokke wees by die verstaan van die kognitiewe en metakognitiewe prosesse in die studie en daarom het ek besluit om die kwalitatiewe navorsingsbenadering te gebruik. Dus, vir die doeleindes van hierdie navorsing is 'n kwalitatiewe navorsingsbenadering gebruik.

### **1.7.2 Navorsingsontwerp**

Ek maak van 'n gevallestudie as kwalitatiewe navorsingsontwerp gebruik. 'n Gevallestudie is 'n kwalitatiewe ondersoek wat inligting versamel oor individue of groepe se optrede (Leedy & Ormrod, 2005) met betrekking tot hedendaagse verskynsels in die werklike konteks (Yin aangehaal deur Nieuwenhuis, 2010b).

### **1.7.3 Literatuurstudie**

Hoofstuk 2 bespreek enkele kognitiewe en metakognitiewe strukture, -denkprosesse, -denkstrategieë en -vaardighede wat in Wiskunde, skaak en probleemoplossing voorkom. Daar word ook aan die hand van definisies en sienings van ander navorsers op hierdie aspekte se verwantskappe met Wiskunde, skaak en probleemoplossing gefokus.

Nasionale en internasionale bronne, wat 'n verskeidenheid boeke en akademiese artikels en internetbronne insluit, is gebruik om soveel moontlik literatuur te bekom. Die Noordwes-Universiteit se biblioteekatalogus is gebruik om inligting te verkry. Soekenjins, onder meer *Google Scholar* sowel as elektroniese databasisse, soos *EBSCOhost*, *ERIC* en *Academic Search Premier*, is gebruik ten einde die inligting te versamel.

Sleutelwoorde wat gebruik is om inligting te bekom is: metakognisie, probleemoplossing, skaak, Wiskunde, skoolwiskunde, meetkunde, analitiese denke, logiese denke, kritiese denke, reflektiewe denke,

abstrakte redenering, deduktiewe redenering, induktiewe redenering, kognitiewe vaardighede, kognitiewe strategieë, metakognitiewe vaardighede, metakognitiewe strategieë en oordrag.

#### **1.7.4 Deelnemers en navorsingsgebied**

Skaakspelers uit stedelike en nie-stedelike skole aan die Gautengse Noordwes-Rand neem in spesifieke ouderdomsgroepe aan verskeie toernooie deel. Die skaakspelers wat teen mekaar kompeteer is verteenwoordigend van beide geslagte en verskillende kultuurgroepe. Slegs die beste agt spelers per ouderdomsgroep word uit al die spelers gekies om as 'n provinsiale span aan die Suid-Afrikaanse kampioenskappe deel te neem. Hierdie navorsingstudie het van so 'n verkose provinsiale skaakspan gebruik gemaak.

'n Eksperimentele groep bestaande uit skaakspelers ( $n=8$ ) en 'n kontrole groep bestaande uit nie-skaakspelers ( $n=8$ ) is in die steekproefneming gebruik. Doelgerigte kriterium-gebaseerde steekproefneming is gebruik vir die seleksie van beide die eksperimentele groep en die kontrolegroep. Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het uit Graad 8-leerders bestaan.

Die hoofde en Wiskunde-onderwysers van die betrokke skole waarin die leerders van beide die eksperimentele groep (d.w.s. skaakspelers) en die kontrole groep (d.w.s. nie-skaakspelers) is, wat toegang het tot daardie leerders se akademiese Wiskunde-prestasies, was betrokke by die aanwys van die kontrolegroep. Die eksperimentele groep (skaakspelers) en die kontrole groep (nie-skaakspelers) se akademiese Wiskunde-prestasies moes vergelykbaar wees. Die leerders van die eksperimentele groep en die kontrole groep se ouderdomme, jaargroepe en geslag (waar moontlik) moes voorts soortgelyk wees.

#### **1.7.5 Data-insamelingsmetode en -prosedure**

Ter beantwoording van sekondêre navorsingsvraag 1, is 'n teoretiese, nie-empiriese konseptuele navorsingstudie uitgevoer. 'n Empiriese studie (spesifiek 'n gevallestudie) is in hierdie navorsing gebruik om die primêre navorsingsvraag en sekondêre navorsingsvraag 2 te beantwoord. Die data-genereringsinstrumente wat in hierdie navorsingstudie gebruik is, sluit in:

- i) 'n taakgebaseerde werkkaart wat bestaan uit nege geselekteerde nie-roetine Wiskunde-probleme (sien Addendum F). Die taakgebaseerde werkkaart wat vir data-generering in hierdie navorsingstudie gebruik is, is deur beide die eksperimentele groep (d.w.s. die skaakspelers) en die kontrole groep (d.w.s. die nie-skaakspelers) voltooi. Die taakgebaseerde werkkaart is terselfdertyd deur al die deelnemers, sonder enige gesprekvoering met mekaar of intervensie van die navorser, voltooi. Die taakgebaseerde werkkaart is voltooi onder gekontroleerde toesig omstandighede, met slegs die navorser as toesighouer; en
- ii) 'n semi-gestruktureerde onderhoud: Individuele semi-gestruktureerde onderhoude is gevoer nadat die taakgebaseerde werkkaarte voltooi is.

## **1.8 Navorser se rol**

My rol as navorser in hierdie navorsingstudie was om te voldoen aan die vereistes wat gestel is deur die Noordwes-Universiteit. Ek was verantwoordelik vir die opstel van die taakgebaseerde werkkaart sowel as die vrae van die semi-gestruktureerde onderhoude. Ek het voorts ook die data ingesamel en geanaliseer. As navorser was ek die hoofinstrument, waarsonder kwalitatiewe navorsing – wat weens die interpretivistiese aard daarvan direkte betrokkenheid van die navorser vereis – nie suksesvol kan wees nie.

## **1.9 Geldigheid en vertrouenswaardigheid van data**

Gibbs (aangehaal deur Creswell, 2009) verwys na kwalitatiewe vertrouenswaardigheid as 'n aanduiding van hoe konstant die benadering van die navorser is oor verskillende navorsers en verskillende projekte heen. Die strategieë wat gebruik is om geldigheid en vertrouenswaardigheid in die navorsingstudie te verhoog, is:

- i) dat daar in die navorsingstudie historiese inligting (bv. gepubliseerde bronne) gebruik is, met die spesifieke doel om alle moontlike inligting en data aangaande die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in beide skaak en Wiskunde voorkom, in te samel;

- ii) die gebruik van semi-gestruktureerde onderhoude. Die transkribering van die semi-gestruktureerde onderhoude is oor 'n tydperk herhaal om die akkuraatheid daarvan te verseker;
- iii) die gebruik van triangulasie om die verskillende metodes (d.w.s. die literatuurstudies, taakgebaseerde werkkaarte, semi-gestruktureerde onderhoude) se data wat gegeneer is, se geldigheid te toets. Die gebruik van triangulasie versterk die waarheidswaarde van die navorsingstudie (Creswell, 2009; Nieuwenhuis, 2010b);
- iv) die deelnemers wat in hierdie navorsingstudie gebruik is, was verteenwoordigend van beide geslagte en verskillende kultuurgroepe in Suid-Afrika. Die bevindinge van die data in hierdie navorsingstudie kan vergelyk word met bevindinge in bestaande internasionale navorsing; en
- v) dat al die deelnemers in hierdie navorsingstudie op dieselfde gegewe tyd die taakgebaseerde werkkaart onder gekontroleerde toesig omstandighede en sonder enige intervensie van enige aard, voltooi het. Geen voorafbesprekings is toegelaat tussen 'n deelnemer wat reeds klaar was met die data-genereringsinstrument en 'n ander wagtende deelnemer nie. Die gegeneerde data is “onbesoedeld of suiwer” en 'n ware weergawe van die deelnemer se potensiaal en vermoëns.

## **1.10 Etiese aspekte met betrekking tot die deelnemers, etiese goedkeuring, toestemming van instansies, organisasies en individue**

Etiese goedkeuring van die NWU se etiekkomitee is verkry vir die navorsingsprojek voordat die navorsing onderneem is. Die etiek-goedkeuringsnommer is NWU-00065-14-A2 (sien Addendum E). Toestemming is verkry van die Gautengse Departement van Basiese Onderwys (sien Addendum B) en van beide die skaak sportorganisasies, Skaak Suid-Afrika (Chessa) en die skaak-unie waarvan die betrokke spelers lede is, Johannesburg Noord-Wes Skaak (JNW Skaak) (sien Addendum C). 'n Toestemmingsbrief van die ouers of voogde van die deelnemers is onderteken (sien Addendum D). 'n Brief waarin die doel van die navorsingstudie uiteengesit is en waarin die toestemming van die deelnemers gevra is om deel te neem, het die taakgebaseerde werkkaart vergesel.

Alle inligting is vertroulik hanteer en geen deelnemers van die betrokke span is geïdentifiseer nie. Deelname aan hierdie navorsingstudie was vrywillig en deelnemers kon hul in enige stadium aan die studie te onttrek. Gedurende die insameling van data was dit die navorser se verantwoordelikheid om elke deelnemer wat aan die navorsing deelgeneem het, te beskerm teen moontlike negatiewe nagevolge (Maree & Van der Westhuizen, 2010). Dit was die verantwoordelikheid van die navorser om te verseker dat geen deelnemer tydens die ondersoek benadeel is nie. Deelnemers is ten alle tye met respek behandel.

## **1.11 Bydrae van die navorsingstudie**

*“Both the Departments of Basic Education as well as Sports and Recreation are involved and already working to promote the game.”* (South Africa, 2010). Hierdie direkte woorde van president Jacob Zuma tydens ’n toespraak gelewer op 24 Oktober 2010 en die opvolg van ’n ontmoeting tussen hom en dr. Gary Kasparov, ’n voormalige wêreld-skaakkampioen, op 23 Maart 2012 (South Africa, 2012), toon Suid-Afrika se verbintenis en toegewydheid aan die bevordering van skaak as skoolvak. Hierdie navorsingstudie poog om die wyse hoe skaak en Wiskunde mekaar beïnvloed op kognitiewe sowel as metakognitiewe vlak duideliker uit te beeld vir verdere navorsingstudies in hierdie studieveld.

## **1.12 Hoofstukindeling**

Die hoofstukindeling van hierdie navorsingstudie is soos volg:

Hoofstuk 1: Algemene oriëntering, agtergrond en probleemstelling

Hoofstuk 2: Kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in Wiskunde, probleemoplossing  
en skaak

Hoofstuk 3: Navorsingsontwerp en -metodologie

Hoofstuk 4: Die resultate en bevindings van die empiriese ondersoek

Hoofstuk 5: Samevatting, bevinding en aanbevelings



## HOOFSTUK 2

# KOGNITIEWE EN METAKOGNITIEWE VAARDIGHEDE EN STRATEGIEË IN WISKUNDE, PROBLEEMOPLOSSING EN SKAAK

---

### 2.1 Inleiding

Ek as navorser gaan in dié hoofstuk poog om die konseptuele raamwerk te verskaf wat in hierdie navorsingstudie voorkom. 'n Oorsigtelike skematiese voorstelling van die konseptuele raamwerk word in figuur 1 op bl 13 voorsien in 'n poging om die verweeftheid van die aspekte wat in die res van studie ondersoek word, te probeer verduidelik. Vervolgens gaan enkele kognitiewe en metakognitiewe strukture, asook kognitiewe en metakognitiewe denkprosesse en denkstrategieë en -vaardighede bespreek word. Wiskunde, Wiskunde op skoolvlak, skaak en probleemoplossing gaan ook bespreek word.

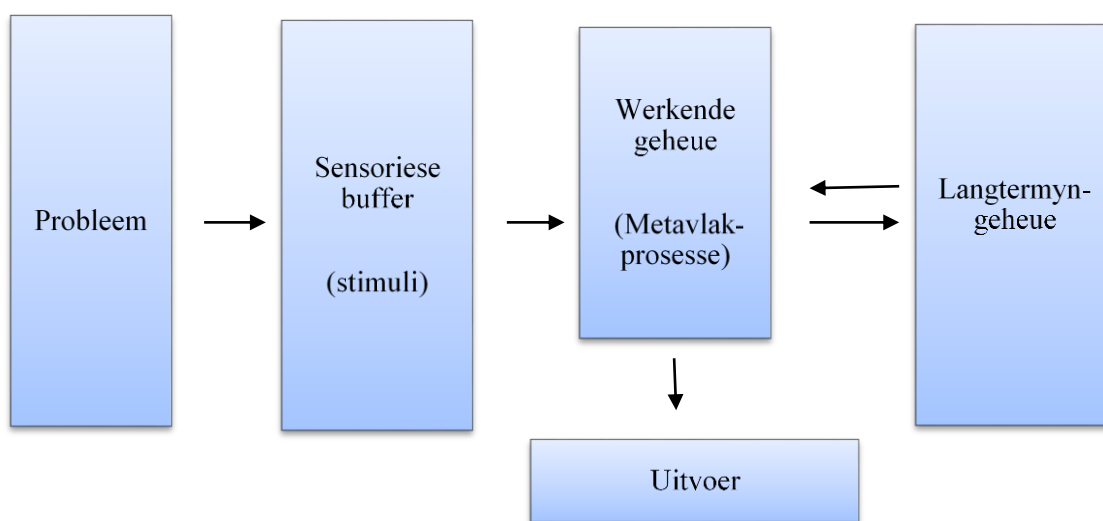
### 2.2 Kognitiewe strukture en begripsvorming

Die brein bestaan hoofsaaklik uit twee hemisfere, naamlik 'n linkerbrein en 'n regterbrein. Die linkerbrein is die logiese, analitiese, verbale, ordende, statistiese hemisfeer, waar taal, kritiese denke, getalle, redenering, analitiese denke en logika ontstaan (Cherry, 2014). Hierdie gedeelte van die brein bevat die meeste van die kognitiewe vaardighede en strategieë waarop hierdie navorsingstudie fokus. Die regterbrein is die kreatiewe, verbeeldingryke, ruimtelike, holistiese en dimensie-georiënteerde hemisfeer (Le Roux, 2009). Die vermoë om te kan skaak speel is in die regterbrein gesetel (Cranberg & Albert, 1988). Linker- en regterbreinintegrasie vind plaas tydens die speel van skaak, wat skaak as 'n heelbreinaktiwiteit klassifiseer.

Die inligting wat in die twee dele van die brein opgeneem word, word verkry deur sinuïglike waarneming en word in die sensoriese buffer registreer (Ormrod, 2000). Van hier beweeg slegs die relevante inligting na die werkende geheue (Schoenfeld, 1992), wat ook die korttermyngeheue genoem word (Ormrod, 2000). Die korttermyn- of werkende geheue is die geheue waarin alle metavlakprosesse (Schoenfeld, 1992) of denkvoorstellings (Ormrod, 2000) plaasvind. Die korttermyngeheue en

probleemoplossingsvaardighede is verwant aan mekaar (Ashcraft & Kirk, 2001). Slegs relevante inligting in die korttermyngeheue word opgeneem in die langtermyngeheue.

Die langtermyngeheue vorm die kennisbasis vir metakognisie (Schoenfeld, 1992) en Wiskunde (Ormrod, 2000). Die langtermyngeheue voorsien dan weer die korttermyngeheue van inligting. Die verkryging en verwerking van hierdie inligting, word die inligtingsverwerkingsproses genoem. Inligtingverwerking is 'n verskeidenheid prosesse wat die inset, stoor en voer van inligting behels (Kaplan & Sadock, 1991). Inligtingsprosessering bestaan uit twee domeine, naamlik 'n inligtingsverwerwingsdomein en 'n inligtingsverwerkingsdomein.



**Figuur 2: Die werking van die geheue (Schoenfeld, 1992)**

Vir leer om plaas te vind, moet inligting in die twee dele van die brein gestoor, aangepas en weer onttrek kan word. Die verstand bestaan uit komplekse kognitiewe strukture (skemas) met motoriese en geïntegreerde denkprosesse (Murray & Zetner, 1997). Piaget stel voor dat begripsvorming en veranderinge in die skemas op twee maniere kan voorkom. Kognitiewe begripsvorming en -veranderinge vind plaas deur assimilasië of deur akkommodasië (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010).

Assimilasië is die proses waarvolgens 'n nuwe voorwerp of gebeurtenis in terme van 'n bestaande skema verstaan word (Slavin, 2006). Akkommodasië is wanneer die bestaande skema gewysig word as gevolg van nuwe inligting en/of 'n nuwe ervaring (Slavin, 2006). Hierdie skemas (groter sisteme) bestaan

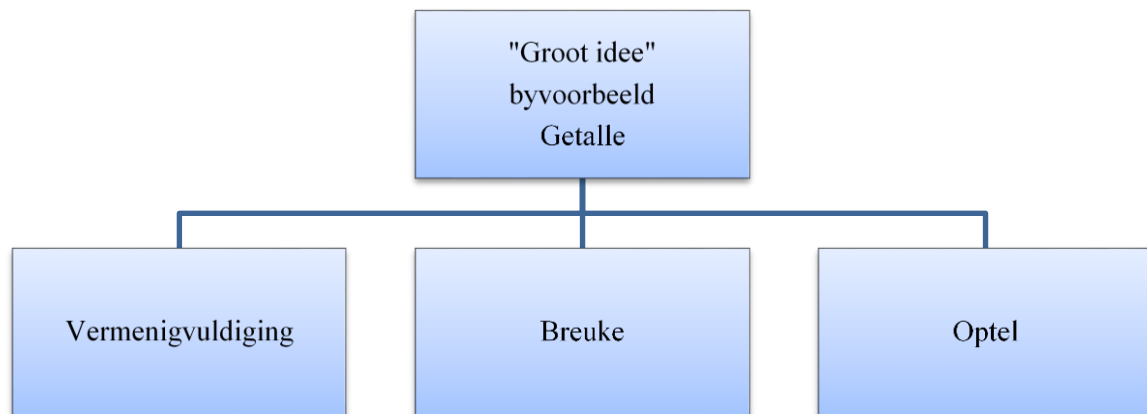
uit interne strukture (Golden, 2002). Begripsvorming vind noodwendig plaas wanneer verbindings gemaak word tussen al hierdie kennisstrukture (Hiebert & Carpenter, 1992). Goed verbinde kennisstrukture bevorder hoërorde-denke (G.H. Stols, 2003).

Hoërorde-denkprosesse vereis die verstaan van konsepte en nie slegs die memorisering van konsepte nie (G. Stols, 2012). Om uiteindelik wiskundige konsepte te verstaan, beweer Hyde (2007) dat daar aan vyf interafhanklike wiskundige prosesse deelgeneem moet word, naamlik probleemoplossing, redenering, die maak van konneksies asook die maak van voorstellings en kommunikasie. Goos, Galbraith, Renshaw en Geiger (2003) spesifiseer besluitneming, redenering en probleemoplossing as deel van hoërorde-denke.

### **2.2.1 Kognitiewe strukture en Wiskunde**

Volgens Thompson (NCTM, 1992) antwoord Hersch op die vraag van wat Wiskunde is – dat Wiskunde te doen het met idees. Idees bestaan hoofsaaklik uit denke en in die geval van Wiskunde, wiskundige denke. Wiskundige denke is die proses waardeur die verstaan van Wiskunde aangeleer word (Plotz, 2007).

Wiskunde word aangeleer en verstaan deur assosiasies met bestaande kennis in hierdie kennisstrukture te maak. Volgens Van de Walle (2004) vorm al hierdie kennis (idees) 'n verweefde netwerk van idees wat in 'n spesifieke verhouding tot mekaar staan en so 'n “groot idee” (sien Figuur 3) tot stand laat kom.



**Figuur 3: Skematiese voorstelling van 'n “groot idee”**

Volgens Van de Walle (2004) bestaan Wiskunde nie uit geïsoleerde reëls en formules nie. Deur hierdie strukture met mekaar te verbind (d.w.s. 'n netwerkteorie), vorm die leerder 'n geheelbeeld van Wiskunde en kan soortgelyke probleme opgelos word. Die aantal verbindings en sterkte van die verbindings bepaal die graad van begrip wat plaasvind (Hiebert & Carpenter, 1992). In aansluiting hierby noem Wiebe (2006) dat die aanleer van 'n “groot idee” die suksesvolste manier is vir leerders om begrippe in Wiskunde te bemagtig. Wiskunde-idees word geprioritiseer volgens kompleksiteit van eenvoudige konsepte tot ingewikkelde konsepte (Bell, 1993).

In die Nasionale Kurrikulum- en Asseseringsbeleidsverklaring (NKABV) wat opgestel is deur die Departement van Basiese Onderwys (DoBE, 2011), word Wiskunde beskryf as 'n taal wat notasie en simbole gebruik ter verduideliking van numeriese, meetkundige en grafiese verhoudings met behulp van menslike aktiwiteite. Skoolwiskunde sluit nie al die “groot idees” van Wiskunde as geheel in nie. Skoolwiskunde is as't ware slegs 'n mikro-gedeelte van Wiskunde. Die Wiskunde-inhoudsareas wat volgens die DoBE (2011) in die Suid-Afrikaanse konteks gebruik word, behels die volgende:

**Tabel 1: Voorstelling van die inhoudsareas wat in Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum voorkom**

Inhoudsarea 1	Getalle, bewerkings en verwantskappe
Inhoudsarea 2	Patrone, funksies en algebra
Inhoudsarea 3	Meetkunde (vorm en ruimte)
Inhoudsarea 4	Meting
Inhoudsarea 5	Datahantering

Wiskunde-probleme wat in elementêre algebra en meetkunde gevind word, het die vermoë om denkwyses te akkommodeer wat 'n groot verskeidenheid wiskundige inhoud en prosesse dek (Bednarz & Janvier, 1996; Booker, Bond, Sparrow, & Swan, 2010). Algebra in skoolwiskunde bestaan hoofsaaklik uit die verband tussen syfers (numeriese verwantskappe) en behels hoofreken, probleemoplossing en vergelykings.

Katagiri (2004) beskryf wiskundige denke as die skolastiese vermoë om te dink en om onafhanklike afleidings te kan maak. Plotz (2007) redeneer dat die proses van ontwikkeling van wiskundige denke bestaan uit: probleemoplossing; redenering en bewyse; kommunikasie en verbande; en die verstaan van die verbande tussen al hierdie aspekte. Windsor (2008) huldig dan ook die argument dat wiskundige denke nie in staat is om suksesvol te ontwikkel sonder algebraïese denke of algebraïese redenering nie.

Algebraïese denke of algebraïese redenering is die denke wat gebruik word om komplekse probleme te analiseer en te op te los (Freeman, n.d.). Freeman (n.d.) beskryf die volgende tipes algebraïese denke: probleemoplossing; deduktiewe en induktiewe redenering; die verstaan van verwantskappe; en algebra as 'n taal en die toepassing daarvan in werklikheidskontekste. Algebraïese redenering vorm 'n kritiese deel van skoolwiskunde. In skoolwiskunde behels algebraïese redenering die herkenning van patrone en algemene verbande tussen getalle, voorwerpe en meetkundige voorwerpe (Windsor, 2008). Skoolalgebra behels voorts die uitvoering van die bewerkings van die numeriese strukture en blootstelling aan algebraïese uitdrukkings.

Van der Walt (2010) wys 'n duidelike verskil uit tussen wiskundige berekenings en wiskundige bewerkings. Wiskundige berekenings is die uitvoering of handeling wat plaasvind, dus die proses, tot 'n finale antwoord verkry word (bv.  $1 \times 2 = 2$ ). Wiskundige bewerkings is die konsepte wat nodig word om daardie berekenings te kan uitvoer (bv. vermenigvuldiging). Die kennis van prosesse (d.w.s. berekenings) en die kennis van konsepte (d.w.s. bewerkings) kan in Wiskunde onderskei word, maar nie geskei word nie (Van der Walt, 2010).

Die inhoudsarea van meetkunde in skoolwiskunde bestaan uit ruimtelike voorwerpe, wat deur die onderwyser se fasilitering gebruik word om die leerder se ruimtelike redenering en insig te ontwikkel tesame met verwantskappe tussen verskillende voorwerpe. Die voorwerpe sluit in sirkels, driehoeke, vierhoeke en hulle eienskappe en verbande (bv. kongruensie, oppervlakte en area). Die vaardigheid om formele bewysvoering aan te leer, word ook in meetkunde ontwikkel.

Die Van Hiele's was aanvanklik geïnteresseerd in die ontwikkeling van meetkundige denke (Nieuwoudt, 2000). Van Hiele (1986) onderskei tussen drie verskillende denkvlakke, naamlik lae denkvlakke, die middel of intermediêre denkvlakke en hoë denkvlakke. In hierdie navorsingstudie word gefokus op hoë (oftewel hoër) denkvlakke.

Hoë denkvlakke word gekenmerk deur komplekse en gesofistikeerde denke, insluitend wat nodig word om te kommunikeer, redeneer, interpreteer, reflekteer en te veralgemeen (Nieuwoudt, 2000). Hoë denkvlakke word ook beskou as die formele vlak waar die vereiste formele of nougesette bewyse ingesluit word (Nieuwoudt, 2000).

### **2.2.2 Kognitiewe strukture en probleemoplossing**

Probleemoplossingsvaardighede word as denkstrategieë gesien, wat probleemoplossing deel maak van kognitiewe denkstrategieë. Kognitiewe denkstrategieë word beskryf as 'n inligtingsverwerkingsdomein. Die onderwyser kan bepaal presies watter kognitiewe denkstrategieë die leerder gebruik deur spesifiek-geselekteerde probleme te gee wat opgelos moet word (Ruppert, 2010).

Elke kognitiewe skema behels verskillende probleemoplossingsvaardighede. Die probleemoplosser se hoofsaak is om die tipe probleem ter sprake te herken sodat die korrekte kognitiewe skemas gebruik kan word vir moontlike oplossings (Sweller, 1988).

Sweller (1988) beweer dat die tekort aan genoegsame hoeveelhede kognitiewe skemas die probleem is wat onervare probleemoplossers het. Die gebrek aan die herkenning van nodige data en inligting forseer die onervare probleemoplosser om algemene probleemoplossingstrategieë en -vaardighede te gebruik (Sweller, 1988). 'n Terugwerkende tipe metode word gevolg om die probleem op te los, deur vanaf die einddoel, subdoelwitte te stel. Erfare probleemoplossers is in staat om tydens die probleemoplossingsproses direk na die einddoel te beweeg weens genoegsame probleemoplossingsvaardighede in die kognitiewe skemas (Sweller, 1988) (sien ook par. 2.3.1). Volgens Amidzic, Riehle, Fehr, Wienbruch en Elbert (2001) is ervare probleemoplossers ook in staat om 'n groter aantal kere gedeeltes kennis wat betrekking het op probleemoplossing, uit kognitiewe skemas te kan herroep vergeleke met onervare probleemoplossers.

### **2.2.3 Kognitiewe strukture en skaak**

Skaakspelers leer skaak aan vanuit 'n globale, intuïtiewe benadering na meer spesifieke besonderhede (Horgan, 1987). Slegs spesifieke gedeeltes van elke interne struktuur uit die verskillende skemas, word gebruik. Die kennis, vaardighede en strategieë uit hierdie spesifieke gedeeltes, laat denke direk fokus op probleemoplossingstrategieë (Perkins & Salomon, 1989).

Skaakspelers benodig egter die gebruik van 'n groot hoeveelheid skemas om goeie alternatiewe vir die oplossing van 'n probleem te voorsien (Kazemi et al., 2012). Die “onthou” van hierdie kennis, vaardighede en strategieë word beheer deur die geheue, wat ook die basis vorm vir denke en vaardighede (Saariluoma, 2001).

Skaak behels die gebruik van verskeie aspekte van hoë-vlak kognitiewe denke (Atherton et al., 2003; Wan, Nakatani, Ueno, Asamizuya, Cheng, & Tanaka, 2011) en kognitiewe prosesse (Celone, 2001;

Duan et al., 2012). Daar is 'n nou verband tussen die denkvlakontwikkeling van meetkundige denke en die hoërorde-denke wat in skaak gebruik word. Die kognitiewe prosesse betrokke by skaak behels onder meer die korttermyngeheue (werkende geheue), besluitneming en visueel-ruimtelike persepsies (Duan et al., 2012). Visuele stimuli (die sien van die skaakstukke tesame met die bewegings daarvan) verbeter geheue (Artise, n.d.).

Die langtermyngeheue berg abstrakte inligting met betrekking tot getalle, formules, inligting vir probleemoplossing en konsepte (Mugisha, 2012). Skaakspelers stoor skaakposisies in hierdie geheue (Saariluoma, 2001).

## **2.3 Kognitiewe strategieë en vaardighede**

Soos reeds in Hoofstuk 1 vermeld is, is die doel van die navorsingstudie om spesifiek-geselekteerde kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede wat by skaakspelers voorkom, in die wiskundige probleemoplossingsproses te ondersoek. Die kognitiewe strategieë en vaardighede wat in hierdie afdeling bespreek gaan word, sluit in probleemoplossing, logiese denke, kritiese denke, kreatiewe denke, abstrakte denke en abstrakte redenering.

### **2.3.1 Probleemoplossing in Wiskunde**

Probleemoplossing is 'n persoon se pogings om 'n probleem op te los waarvoor daar geen opsigtelike oplossing bestaan nie (Schunk, 2000; Van de Walle, 2004). Lesh en Zawojewski (2007) redeneer dat probleemoplossing plaasvind wanneer 'n opdrag of doelgerigte aktiwiteit problematies word en die probleemoplossers die behoefte het om van meer produktiewe denkwyses gebruik te maak om die probleem op te los. Probleemoplossing is dus die skep van betekenis deur die oplos van probleme. Probleemoplossing is wat leerders doen wanneer hulle nie weet wat om te doen nie (Martinez, 2006).

Probleemoplossing is deel van die kognitiewe denkwyses, wat beskryf word as 'n inligtingsverwerkingsdomein. Polya (1980) se siening van probleemoplossing behels onder meer dat probleemoplossing nie net metodes skep om antwoorde te bekom nie, maar ook dat probleemoplossing

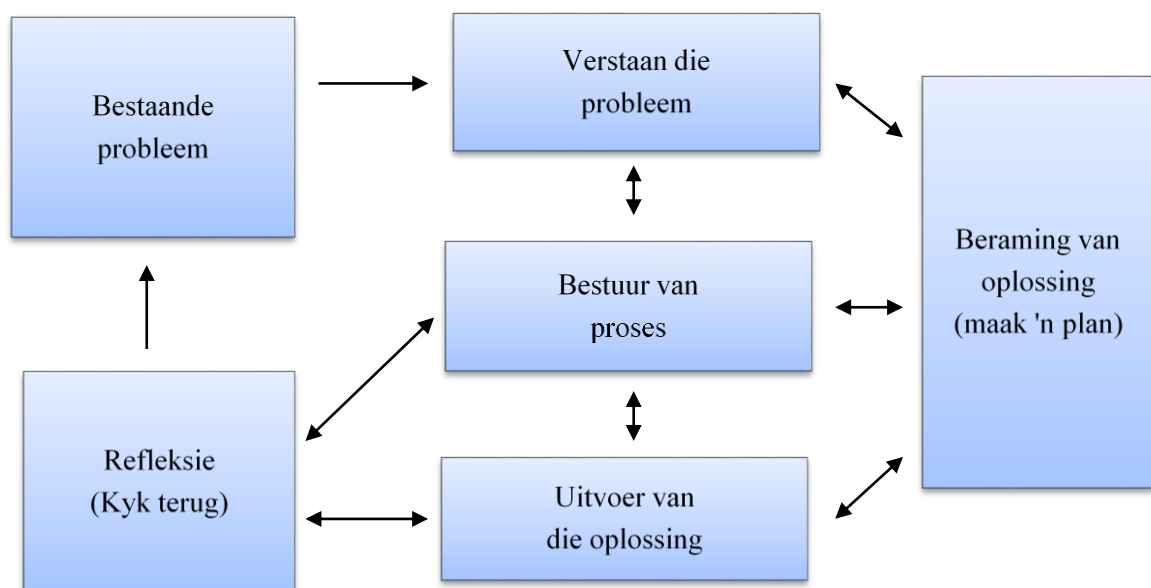
metodes skep om probleme te oorkom, met ander woorde, direkte sowel as indirekte oplossingswyses word gebruik.

Volgens Polya (1973) vind probleemoplossing in vier fases plaas soos geïllustreer in Tabel 2:

**Tabel 2: Voorstelling van die fases van Polya se lineêre model vir probleemoplossing**

Fase een	Die verstaan van die probleem
Fase twee	Die beraming van 'n plan om die probleem op te los
Fase drie	Die uitvoer van die plan
Fase vier	Die evaluering van die oplossing vir die probleem

Fernandez, Hadaway en Wilson (1994) gee in die onderstaande figuur (Figuur 4) 'n voorstelling van hulle weergawe van 'n moontlike verbetering van Polya se lineêre model vir probleemoplossing. Figuur 4 weerspieël die vervlegtheid van die probleemoplossingsproses, wat kan lei tot die leerder se begripsverbetering van wat die probleem behels. Begripsverbetering lei tot verbeterde probleemoplossingsmetodes.



**Figuur 4: Die dinamiese en sikliese aard van probleemoplossing (Fernandez et al., 1994)**

Polya (1954) se sienswyse van Wiskunde behels dat dit 'n aktiwiteit is wat wiskundige feite ontdek. Wiskunde-probleme word gebruik om wiskundige feite te ontdek waarvoor oplossings gekry moet word. Anderson (1993) redeneer dat 'n oplossing vir 'n probleem gekenmerk kan word as die oplossing, wat deur verskeie fases van die probleem moet beweeg, 'n bevredigende einddoel bereik.

Die NKABV (DoBE, 2011) verwys na die belangrikheid van alternatiewe denkwyses in die oplos van probleme om dieper denke te stimuleer deur die oplos van nie-roetine probleme. Beide induktiewe denke en deduktiewe denke word gebruik tydens die oplos van nie-roetine probleme (Stols, 2012). Nie-roetine probleme vereis nie net 'n hoërorde-begripvlak van leerders nie, maar ook spesifieke vaardighede om probleme op te los. Die ontwikkeling van hoërorde wiskundige denke en redenering vind slegs plaas deur produktiewe probleemoplossingservarings wat 'n hoër verrykingswaarde besit teenoor roetine probleme en geïsoleerde probleemoplossingstegnieke (Booker & Bond, 2009). Die probleemoplossingsvermoë wat ontwikkel tydens die oplos van nie-roetine probleme, dra by tot die insien van raakpunte in die ontwikkeling van verskillende wiskundige konsepte.

Volgens Grouws en Cebulla (2000) het navorsing bewys dat leerders wat die geleentheid het om hul eie probleemoplossingsmetodes te ontwikkel, beter in staat is om wiskundige kennis in nuwe probleem-situasies toe te pas. Graaff (2005) beskryf probleemoplossing as 'n integrale deel van onderrig en leer in Wiskunde. Die vaardighede wat in die probleemoplossingsproses gebruik word, ontwikkel baie stadig (McCormick, Miller, & Pressley, 1989). Die probleemoplossingsproses maak gebruik van bestaande kennis op nuwe of verskillende wyses, die formulering van planne/strategieë of die aanleer van nuwe kennis oor die spesifieke probleme (Van de Walle, 2004).

Volgens Fennema (1989) lei sukses in probleemoplossing tot die oortuiging dat probleme wel opgelos kan word. Hierdie oortuiging lei weer tot 'n toename in selfvertroue, wat positief korreleer met Wiskunde-prestasie (Fennema, 1989; Waini, Hamzah, Said, Miswan, Zainal, & Ahmad, 2014). Kundige probleemoplossers maak gebruik van beter en meer indiepte-probleemvoorstellings wat verbind word met sukses in probleemoplossing (Anderson, 1993). Vir die verbetering van hierdie probleemvoorstellings, moet die probleemoplossingsvaardighede in Wiskunde-probleme intensief beoefen word.

Die oorskakeling moet plaasvind van assesseringskriteria na probleemoplossingsvaardighede (Drouhard, 2009). Wiskunde-onderrig moet aldus Furner en Berman (2003) meer gefokus wees op probleemoplossing as op die uitvoer van berekeningsprosedures en regte of verkeerde antwoorde.

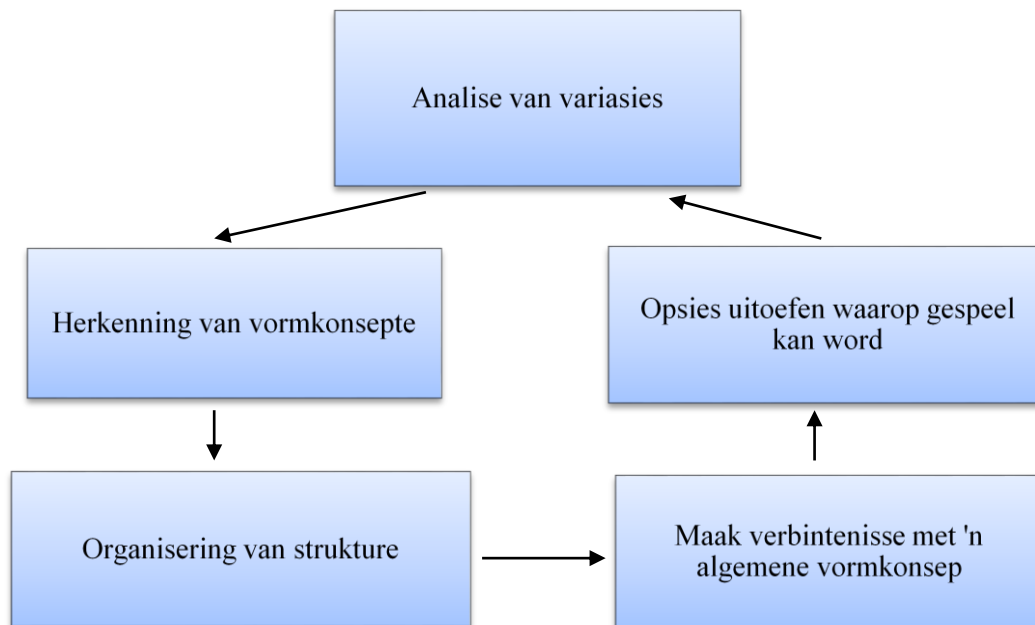
Die oplossing van Wiskunde-probleme kan die vermoë om aanpasbare denkwyses te gebruik, bevorder. Hierdie vermoë gee aanleiding daartoe dat veralgemenings gemaak kan word en dat die betekenisvolle gebruik van algebraïese simbole moontlik is (Carragher, Schliemann, & Brizuela, 2003).

### **2.3.2 Probleemoplossing in skaak**

Volgens Langen (in Ferguson, n.d.) veroorsaak die verskillende skaakposisies dat die spel 'n slypsteen is vir die proses waarin probleemoplossing plaasvind. Hierdeur word probleemoplossingsvaardighede bevorder (Dauvergne, 2000). Skaakspelers se probleemoplossingsvaardighede word verder ook op verskillende moeilikheidsvlakke getoets na gelang van die vaardighede waaroor die opponent beskik (Charness, Tuffiash, Krampe, Reingold, & Vasyukova, 2005).

Daar is drie aspekte wat 'n invloed uitoefen op elke beweging van 'n skaakstuk. Die aspekte is die reëls van die spel, die verskillende skaakstukke se waardebepalings en ook skaakelemente. Skaakelemente word beskryf as die verstandelike entiteit wat elke afsonderlike speler gebruik wanneer hy/sy aan 'n skuif of 'n posisie dink (Ferro, 2012). Deur die drie aspekte te kombineer, ontwerp die skaakspeler 'n vormkonsep tussen die skaakstukke en die konseptuele verbintenisse tussen die stukke (Ferro, 2012). Vormkonsepte word tydens die wedstryd gebruik namate oplossings vir probleme benodig word.

Ferro (2012) verdeel skaakspelers se denke tydens probleemoplossing in twee denkwyses, naamlik 'n intuïtiewe denkwyse en 'n beredeneerde denkwyse. Tydens die intuïtiewe denkwyse is die skaakspeler se oorwegings en analyses intuïtief van aard. Tydens die beredeneerde denkwyse word alle aktiwiteite gefokus om die korrekte skaakbeweging te vind. Verskeie skaakbewegings word geanaliseer tydens die beredeneerde denkwyse se analisefase (Ferro, 2012).



**Figuur 5: Insigfase van die beredeneerde denkwyse (Ferro, 2012)**

Negatiewe uitkomste noodsaak die herorganisering van die posisie en die gewaarwording van ander vormkonsepte vind plaas tydens die beredeneerde denkwyse se insigfase (Ferro, 2012) (sien Figuur 5).

Volgens Horgan (1988) behels probleemoplossing in skaak dat:

- i) die probleem geanaliseer moet word;
- ii) 'n strategie uitgewerk moet word oor hoe om die probleem deur middel van 'n kreatiewe proses op te los;
- iii) daar op strategieë of alternatiewe besluit moet word. Hierdie strategieë word geëvalueer deur middel van die berekening en analise van moontlike toekomstige implikasies van die oplossing, dit wil sê voorspellings word gemaak; en
- iv) dat die plan uitgevoer moet word.

Polya en Horgan se modelle stem in 'n groot mate ooreen, behalwe vir verskille in die derde en vierde fases van probleemoplossing. Die rede hiervoor is dat sodra 'n skaakspeler 'n skuif gemaak het, 'n nuwe probleem ter sprake is.

### 2.3.3 Logiese denke in Wiskunde en skaak

Logiese denke is 'n kognitiewe denkwyse. Dié denkwyse word beskryf as 'n inligtingsverwerwingsdomein. Logiese denke bestaan uit induktiewe en deduktiewe redenering (Louw, 1990). Induktiewe redenering word beskryf as die proses van redenering vanaf die spesifieke na die algemene (Kaplan & Sadock, 1991). Induktiewe redenering is redenering wat gebruik word tydens veralgemening en lei tot die ontdekking van nuwe kennis (Louw, 1990).

'n Voorbeeld van induktiewe denke is om te bepaal wat die antwoord is van  $4 \times 5$ :

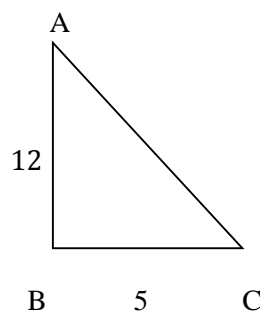
$$4 \times 2 = 4 + 4 = 8$$

$$4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$4 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ (Katagiri, 2004).}$$

Deur data te versamel en 'n algemene reël daar te stel, kan die probleem opgelos word.

Deduktiewe redenering bestaan daaruit dat gevolgtrekkings uit stellings gemaak kan word (Louw, 1990). So word deduktiewe redenering byvoorbeeld gebruik tydens die toepassing van Pythagoras se stelling om 'n probleem op te los waarin 'n reghoekige driehoek voorkom (Borich, 2000).



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\therefore AC^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$\therefore AC^2 = 144 + 25$$

$$\therefore AC^2 = 169$$

$$\therefore AC = \sqrt{169}$$

$$\therefore AC = 13$$

Logiese denke word dwarsdeur Wiskunde gebruik in die toepassing van wiskundige beginsels, gevolgtrekkings en veralgemenings. Logiese denke is veral pertinent sigbaar in meetkunde. Volgens Van Hiele (1986) behels die vlakke van wiskundige denke onder meer formele, deduktiewe logika en logiese

wette. Die stelling van Pythagoras is byvoorbeeld gebaseer op logiese redeneringsvaardighede (Woo, 2007).

Induktiewe denke en deduktiewe denke is volgens Stols (2012) gegrond op patrone en reëlmatighede en dra by tot patroonherkenning en bewysvoering. Patroonherkenning speel 'n baie belangrike rol in beide Wiskunde en skaak. Schoenfeld (1992) noem dat Wiskunde in wese 'n aktiwiteit is waarin wiskundiges hulle in die wetenskap van patrone verdiep. Volgens die NKABV lei die fokus op die logiese opeenvolging van patrone na die ontwikkeling van algebraïese denke (DoBE, 2011).

Kapp (1991) redeneer dat benewens probleme soos die verwarring tussen algebraïese uitdrukkings en vergelykings, algebraïese simbole ( $+$ ,  $=$ ,  $>$ ,  $<$ ) en die toepassing van algebraïese reëls en algoritmes wat algemeen in algebra voorkom, die onvermoë om logies te redeneer, 'n wesenlike uitdaging bied in die algebra van skoolwiskunde. Daar word verder geredeneer dat natuurlike taal, simbole en logika die sleutel bied tot die effektiewe probleemoplossing van probleemsituasies (Allen, 1988).

Logiese denke en probleemoplossing is onlosmaaklik deel van mekaar. Probleemoplossing is noodsaaklik vir die ontwikkeling van logiese denke (Heideman, 1999). Die proses om deduktiewe redenering te ontwikkel, is soms 'n tydsame, traumatiese proses wat jare kan duur (Harding & Engelbrecht, 2012). Hierdie proses is egter van uiterste belang. 'n Tekort aan deduktiewe redeneringsvermoëns het 'n invloed op swak probleemoplossingsvaardighede (Plotz, 2007). Plotz (2007) redeneer dat deduktiewe redenering die besluit van hoe om spesifieke wiskundige inhoud tydens die oplos van probleme te gebruik, vergemaklik.

Een van die belangrikste denkwyses wat in skaak voorkom, is logiese denke (Celone, 2001). 'n Skaakprobleem wat deur 'n speler ervaar word, word uitmekaar gehaal, in kleiner dele opgebreek en weer as geheel aanmekaar gesit. Vir die sukses in die oplos hiervan, word beide induktiewe en deduktiewe redeneringsvaardighede geverg (Graham, 1985).

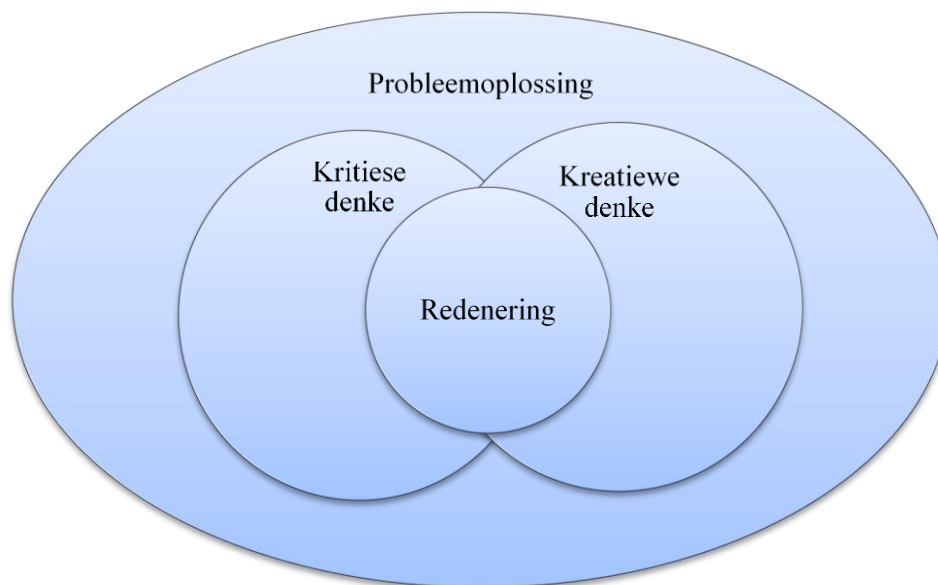
### **2.3.4 Kritiese denke in Wiskunde en skaak**

Kritiese denke is deel van kognitiewe denkwyses, wat beskryf word as 'n inligtingsverwerkingsdomein. Die term “kritiese denke” word gedefinieer as die prosesse en vaardighede wat betrokke is by die rasonale besluitneming oor wat om te doen of wat om te glo (Ennis, 1992; Huitt, 1998).

Volgens die NKABV (DoBE, 2011), lewer Wiskunde 'n bydrae tot die ontwikkeling van die verstaanprosesse wat kritiese en logiese denke bevorder. Die verstaanprosesse ondersteun besluitneming tydens probleemoplossing. Leerders moet volgens die NKABV (DoBE, 2011) probleemoplossing toepas deur gebruik te maak van kritiese denke.

Die ontwikkeling van kritiese denke word in baie gevalle aangewys as die hoofdoel van formele onderrig (Marin & Halpern, 2011). Van Gelder (2001) wys egter daarop dat kritiese denke wel aangeleer kan word, maar dat die aanleer van kritiese denke moeilik bepaalbaar is en dat dit in klein hoeveelhede plaasvind.

Volgens Marin en Halpern (2011) vind die onderrig van kritiese denke in Wiskunde gestalte op grond van twee faktore. Die eerste faktor wat 'n rol speel, is die inhoud wat onderrig word. Die inhoud wat onderrig word, moet deurdrenk wees met kritiese denkvaardighede of spesifiek gekies wees met die doel om kritiese denkvaardighede te ontwikkel (Marin & Halpern, 2011). Die tweede faktor is die onderwyser. Die onderwyser se vermoë om die kurrikulum van die eenvoudige na die meer komplekse (m.a.w. van prosedurele probleme na konseptuele probleme) uit te brei, bepaal die sukses in die onderrig van kritiese denke (Marin & Halpern, 2011).



**Figuur 6: Denk-area verwantskap tussen kritiese denke en kreatiewe denke (Hansen, 1991)**

Volgens Reinke (1997) bepaal die onderwyser ook leerders se vermoë om te ontdek en te ondersoek, wat lei tot die ontwikkeling van die leerders se kritiese denke. Die gebruik van ondersoekende werksywyses in die klaskamer bevorder kritiese en kreatiewe denke (Bowie, Gleeson-Baird, Jones, Morgan, Morrison, Smallbones, & Tshabalala, 2012) weens die feit dat ondersoekende denke nie ingestel is op memorisering nie (Snyder & Snyder, 2008). Figuur 6 weerspieël die denkarea-verwantskap tussen kreatiewe denke (sien par. 2.3.4) en kritiese denke (Hansen, 1991).

Kritiese denke verbeter Wiskunde-vaardighede (Ferguson, 1983) en skaak ontwikkel en verbeter weer kritiese denkvaardighede (Berkley, n.d.; Campitelli & Gobet, 2008; Kazemi et al., 2012). In beide Wiskunde en skaak word kritiese denke vereis in die uitwerk van algoritmes (Berkley, n.d.).

### **2.3.5 Analitiese denke in Wiskunde en skaak**

Kreatiewe denke is deel van kognitiewe denkwyses, wat beskryf word as 'n inligtingsverwerwingsdomein. Kreatiewe denke is denke wat daartoe lei dat leerders alternatiewe oplossings en strategieë vir probleme probeer vind (Van der Walt, 2006). Volgens Van Zyl (1990)

redeneer 'n skaakspeler gewoonlik kreatief en word stereotipiese denke vermy. Kreatiewe redenering word dus deur die skaakspeler gebruik om gevolgtrekkings te maak. Die kreatiewe denke wat in hierdie studie bespreek word, is analitiese denke.

Analitiese denke is denke wat gebruik word om 'n probleem te ondersoek (Van der Walt, 2006) deur 'n sistematiese en logiese benadering te volg (Definition, n.d.). Die abstrakte opdeling vanaf die probleem in die geheel na die basisvorme vind plaas om so verbande tussen die verskillende dele te bestudeer (Farlex, n.d.), oorsake vir die probleem te identifiseer en onverwagte gevolgtrekkings en afleidings te verwag (Definition, n.d.).

Ho (2006) verwys in sy artikel na die direkte verbande tussen Wiskunde se gebruik van hoeke en lyne en skaak se bewegings van die skaakstukke. Deur skaak te speel, verbeter die leerder se analitiese en ondersoekende denke en visuele geheue in so 'n mate dat spelers na die wedstryd 'n gedeelte van die wedstryd weer kan pak en die skuiwe kan maak sonder om hulle notasiepapier te gebruik.

Na elke wedstryd in 'n skaaktoernooi het skaakspelers 'n "post-mortem". Tydens so 'n sessie word die skaakspel deur middel van die gebruik van analitiese en ondersoekende denke ontleed om daaruit moontlike kennis te verkry vir die volgende spel wat gespeel moet word (Seirawan, 1990).

### **2.3.6 Abstrakte denke en redenering in Wiskunde en skaak**

Abstrakte denke is 'n kognitiewe denkvaardigheid. Abstrakte denke is waar gevolgtrekkings bereik word deur die gebruik van simbole of veralgemenings, eerder as konkrete feitlike inligting of konkrete voorwerpe (Bodemer, Louw, & Van Jaarsveld, 1990). Abstrakte denke word ook gedefinieer as die vermoë om idees (d.w.s. komplekse visuele idees of taalgebaseerde idees), wat nie maklik met konkrete idees vereenselwig kan word nie, te prosesseer (Logsdon, 2014). Die tipe denkvaardigheid wat saam met abstrakte denke gebruik word, word abstrakte redenering genoem. Abstrakte redenering is die vermoë om te antisipeer, te begryp of te redeneer en om uitvoerbare en toepaslike begrippe te inisieer deur die toepassing van verbeeldingryke idees (Siglé, Klopper, & Visser, 1999).

Die begrip van die oorsprong van idees veroorsaak die perseptuele ontwikkeling van abstrakte wiskundige prosedures (NCTM, 1995). Wiskunde is deel van die skoolkurrikulum omdat dit leerlinge aanmoedig om abstrak te dink en nie weg te skram van ingewikkelde opdragte en prosesse nie.

’n Voorbeeld van abstrakte denke is:  $\Delta \times \nabla = \nabla \times \Delta$  (Katagiri, 2004). Wiskunde is ’n vormingsvak wat direk bydra tot die leerder se ontwikkeling en vanaf ’n baie jong ouderdom as deel van die skoolkurrikulum geïmplementeer word. Leerlinge word sodoende van ’n jong ouderdom af voorberei om abstrak te dink en logiese beredenering word as gevolg hiervan ontwikkel.

Skaak word al die laaste paar jaar in Rusland as skoolvak (onder adolessente) bemark met die doel om probleemoplossingsvaardighede en redeneringsvaardighede te verbeter (Milat, 1997). Adolessente is in die formeel-operasionele stadium van ontwikkeling waar optimale ontwikkeling van abstrakte denke plaasvind. Hierdie algemene opvatting dat skaakonderrig abstrakte redenering en probleemoplossing verbeter, word deur baie ander navorsers ondersteun (Schmidt, 1982; Graham, 1995; Rifner & Feldhausen, 1997).

## 2.4 Metakognisie

Volgens Du Toit en Du Toit (2013) is daar verskeie definisies vir die term “metakognisie”. Die meerderheid van hierdie definisies bevat komponente wat die kennis van kognisie en die regulering van kognisie insluit (Du Toit & Du Toit, 2013). Die term “metakognisie” word deur Flavell (1976) beskou as ’n persoon se bewustheid, beskouing en beheer van sy/haar eie kognitiewe prosesse. Bowler (2013) beklemtoon die noodsaaklikheid van metakognisie, omdat die behoefte nie daarin lê om inligting te verkry nie, maar dat daardie inligting egter gefiltreer en daarna weer as ’n geheel geïntegreer moet kan word. Volgens Flavell behels die kognitiewe prosesse ook die gebruik van metakognitiewe strategieë. Metakognitiewe denke word spesifiek gefokus, beplan en gerig om kognitiewe take suksesvol af te handel (Hacker, Dunlosky, & Graesser, 1998). Volgens Fransman (2014) beteken metakognisie letterlik hoërorde-denke aangaande die normale kognitiewe denke waardeur kennis verkry word.

Die verskil tussen kognitiewe strategieë en metakognitiewe strategieë is dat die leerder kognitiewe strategieë gebruik om 'n spesifieke doelwit te bereik en dat die metakognitiewe strategieë gebruik word om te verseker dat die doelwit wel bereikbaar is (Flavell, 1979; Georgiades, 2004; Reynolds, 2006; Schraw et al., 2006). Kognitiewe vaardighede word gebruik om probleme op te los en metakognitiewe vaardighede word in die probleemoplossingsproses gebruik (Fransman, 2014). Kazemi *et al.* (2012) beaam dat probleemoplossingsvermoëns 'n ingewikkelde interaksie is tussen kennis en metakennis. Metakennis en metakognitiewe strategieë is volgens Van der Walt *et al.* (2006) fasiliteerbaar en kan geoefen en aangeleer word.

#### **2.4.1 Metakognitiewe kennis**

Verskeie navorsingstudies (Brown, 1987; Jacobs & Paris, 1987; Bowler, 2013) bevestig dat metakennis verdeel word in twee hoofkategorieë, naamlik metakognitiewe kennis (bewusthede) en metakognitiewe selfregulering. Metakognitiewe kennis (d.w.s. bewusthede) is volgens Ertmer en Newby (1996) leerders se persoonlike refleksie en sienswyses van hulle eie vermoëns, kennis en vaardighede. Metakognitiewe kennis is die mees abstrakte van alle tipe kennis en daarom die ingewikkeldste om te onderrig en te assesser (Anderson & Krathwohl, 2001). Volgens Ertmer en Newby (1996) word metakognitiewe kennis by leerders verdeel in terme van kennis oor hulself; kennis oor die leertake; kennis van die verskeidenheid strategieë; en kennis oor die leerinhoude. Metakognitiewe kennis kan verder onderverdeel word in verklarende kennis, prosedurele (of proseduurmatige) kennis en voorwaardelike kennis (Schraw & Moshman, 1995) (sien Figuur 7).



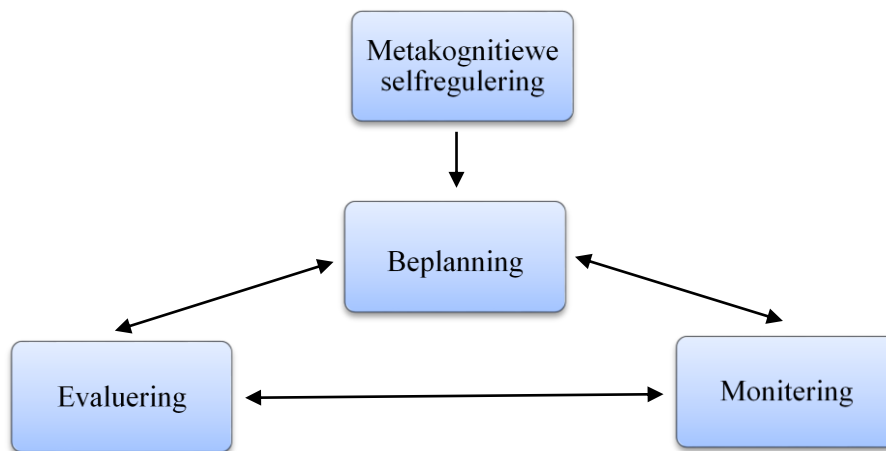
**Figuur 7: Voorstelling van metakognitiewe kennis (Esterhuyse, 2015)**

Verklarende kennis is kennis wat nodig word in die keuse van watter strategie om te gebruik vir die oplos van die probleem (Esterhuyse, 2015) en word verwerf deur met verskillende probleme te werk (Graaff, 2005). Verklarende kennis behels die individu se selfkennis en die kennis van faktore wat 'n invloed uitoefen op die individu se prestasie (Fernandez-Duque, 2000; Schraw et al., 2006). Prosedurele (d.w.s. proseduurmatige) kennis is kennis wat bydra tot hoe die toepassing van die strategieë plaasvind (Paris, Lipson, & Wixson, 1983; Zohar & David, 2009). Carr (2010) maak melding dat metakognitiewe prosedurele kennis tydens die beplanning, monitering en die evaluasie van die probleemoplossingsproses, ingesluit word. Voorwaardelike kennis is kennis wat nodig word in die besluit om te weet wanneer dit 'n goeie besluit is en waarom die besluit waardevol is (Paris et al., 1983; Panaoura, Philippou & Christou, 2003). Beide voorwaardelike kennis en prosedurele kennis word in denkstrategieë gebruik (Esterhuyse, 2015). 'n Voorstelling van Esterhuyse (2015) se siening van metakognitiewe kennis word in Figuur 7 uitgebeeld.

#### **2.4.2 Metakognitiewe selfregulering**

Metakognitiewe selfregulering (beheerprosesse) is die toepassing van die metakognitiewe kennis om denke tydens die leerproses te kontroleer (Ertmer & Newby, 1996). Volgens Van der Walt *et al.*

(2006) is hierdie “verstandprosesse” die prosesse wat probleemoplossing bestuur. Tydens metakognitiewe selfregulering (sien Figuur 8) vind beplanning, monitering en evaluering op ’n interaktiewe basis plaas.

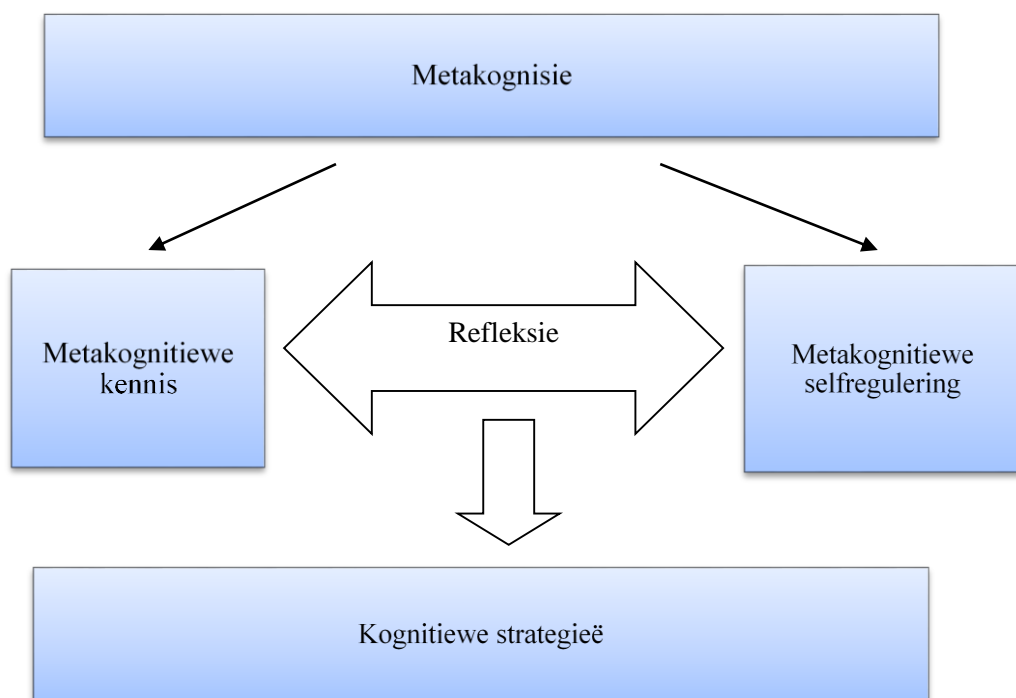


**Figuur 8: Voorstelling van metakognitiewe self-regulering (Ertmer & Newby, 1996)**

Beplanning van die probleemoplossingsproses word deur Jacobs en Paris (1987) beskryf as die selektiewe koördinerings van kognitiewe vermoëns en metodes om ’n kognitiewe doel suksesvol te bereik. Om hierby aan te sluit beskryf Van der Walt *et al.* (2006) dat beplanning beteken dat leerders uit ’n verskeidenheid strategieë ’n toepaslike strategie kies. Monitering vind gedurende die probleemoplossingsproses plaas. Monitering is die voortdurende bewustheid van die leerder aangaande sy/haar eie verstaan en eie vordering van die probleem (Van der Walt *et al.*, 2006). Leerders monitor hulself progressief volgens ’n spesifieke taak (Desoete, Roeyers, & Buysse, 2001). Evaluering van beide die proses en die produk vind deur die leerders plaas nadat die probleem opgelos is om te verseker dat die oplossing voldoende is (Ertmer & Newby, 1996).

Beide metakognitiewe kennis en metakognitiewe selfregulering funksioneer interafhanklik van mekaar (Ertmer & Newby, 1996). ’n Voorstelling van Ertmer en Newby (1996) se siening van metakognisie word in Figuur 8 uitgebeeld. Die interafhanklike funksionering van metakognitiewe kennis en metakognitiewe self-regulering is duidelik daarin sigbaar.

Refleksiewe denke is die skakel tussen metakognitiewe kennis en metakognitiewe selfregulering. Refleksiewe denke word beskryf as denke wat inligting verskaf oor die moontlike uitkoms en effektiwiteit van die geselekteerde aktiwiteit (Ertmer & Newby, 1996). Refleksiewe denke word ook beskryf as die vermoë om redes te kan verskaf waarom daar gesukkel is om 'n probleem op te los (Van der Walt et al., 2006). Die verbinding tussen konsepte is 'n hoëorde-denkvaardigheid wat refleksiewe denke vereis (Meyer, 2010).



**Figuur 9: Voorstelling van metakognisie (Ertmer & Newby, 1996)**

### **2.4.3 Metakognisie in Wiskunde en probleemoplossing**

Verskeie navorsers stem saam dat metakognisie onderrigbaar is (Kramarski & Mevarech, 2003; Lai, 2011; Fransman, 2014). Volgens Schoenfeld (1987) word metakognisie by die leer van Wiskunde op drie wyses geïnkorporeer, naamlik deur middel van oortuigings en intuïsie, denkproses-kennis en selfregulering. Die volle benutting van denkproses-kennis in Wiskunde kan slegs plaasvind deur kennis van metakognitiewe strategieë, metakognitiewe vaardighede en metakognitiewe prosesse.

Die invloed van metakognitiewe strategieë op verbeterde akademiese prestasies in die klaskamer is reeds deur ander navorsingstudies bevestig (Lucangeli & Cornoldi, 1997; Hartman, 2001; Pintrich, 2002; Schurter, 2002; Guterman, 2003), sowel as die bestaan van 'n verbintenis tussen metakognitiewe selfregulering, Wiskunde en leerder prestasie (Liu, Hsieh, Cho, & Schallert, 2006; Van der Walt et al., 2006). Volgens Paris en Winograd (1990) vaar leerders beter met probleemoplossing sodra die leerders bewus word van hulle eie denke. Probleemoplossingsaktiwiteite is ideaal vir die ontwikkeling van metakognisie (Du Toit & Du Toit, 2013). Noushad (2008) bevestig die noue verband tussen metakognitiewe vaardighede en probleemoplossing.

Porter en Masingila (2000) wys daarop dat metakognisie noodsaaklik is vir die aanwending van toepaslike inligting en strategieë tydens probleemoplossing. Persone met 'n hoër vlak van metakognitiewe ontwikkeling, doen beter in probleemoplossing (Kazemi et al., 2012). Suksesvolle probleemoplossers se metakognitiewe vaardighede word gekenmerk deur die vermoë om die moeilikheidsgraad van 'n probleem in vergelyking met hulle eie vaardighede, akkuraat te kan voorspel (Lucangeli & Cornoldi, 1997). Verdere kennis van die werking van metakognitiewe prosesse dra by tot sukses in probleemoplossing (Ilany & Margolin, 2010). Jacobs en Paris (1987), Flavell (1979) en Schunk (2000) beklemtoon die belangrikheid van kennis van metakognitiewe strategieë as 'n vereiste vir die oplos van Wiskunde-probleme.

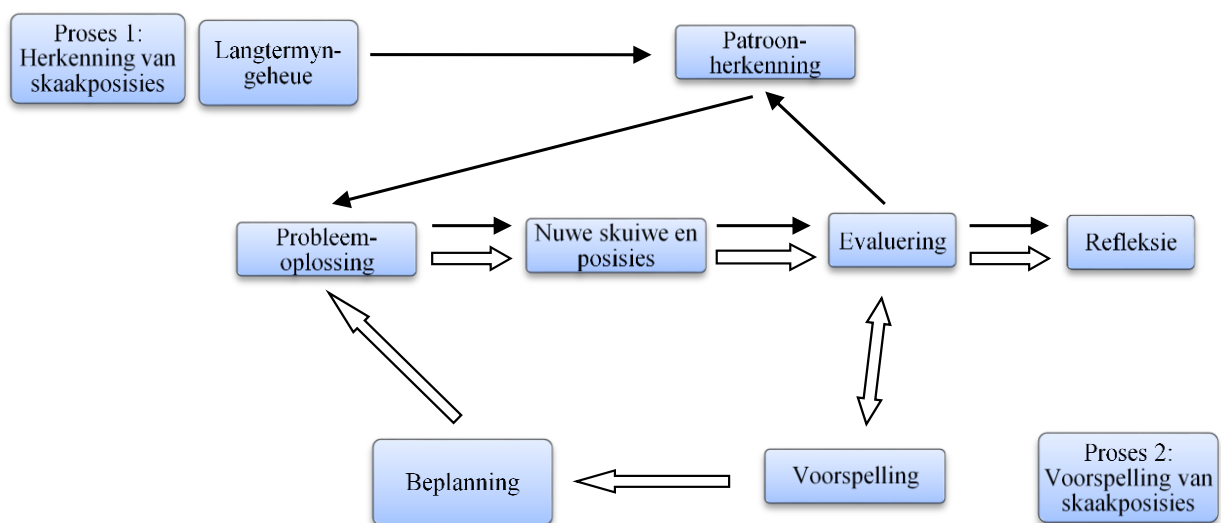
Die effektiwiteit van 'n probleemoplosser word bepaal deur die idee wat daardie probleemoplosser self het van watter kennis benodig word om probleme op te los (Schoenfeld, 1987). Kennis wat tydens probleemoplossing opgedoen is, word deur middel van refleksie getransformeer na kennis wat vir 'n volgende taak gebruik kan word (Ertmer & Newby, 1996). Bruning, Schraw, Norby en Ronning (2009) beklemtoon dat refleksie tydens die probleemoplossingsproses krities van aard moet wees.

#### **2.4.4 Metakognisie in skaak**

Die algemene beskouing is dat daar twee prosesse is wat die basis vorm vir die spel van skaak (Gobet & Simon, 1996). Die twee prosesse word in Figuur 10 voorgestel. Die eerste proses behels die herkenning

van skaakposisies. Hierdie proses behels die oproep van inligting uit die langtermyngeheue met betrekking tot patroonherkenning, wat lei na nuwe skuiwe en skaakposisies (Gobet & Simon, 1996).

Die tweede proses is vergelykbaar met beplanning wat tydens die probleemoplossingsproses gebruik word. Beyer (1987) sluit die volgende in as eenhede van beplanning: doelwitte, die kies van 'n strategie en die herkenning van struikelblokke. Tydens dié proses word daar van voorspelling gebruik gemaak. Voorspelling is die onderskeidingsvermoë om moeilike take van maklike take te onderskei en om te weet of die kennis, vaardighede en vermoëns bestaan om dit op te los (Desoete et al., 2001). Voorspelling help om hindernisse in 'n taak raak te sien en oplossings daarvoor te vind (Reynolds, 2006). Volgens Lucangeli en Cornoldi (1997) bied voorspelling die vermoë aan leerders om te konsentreer wanneer hulle betrokke is by hoëorde-probleemoplossing. Verskillende moontlike opsies van bewegings en teenbewegings word dan beredeneer op grond van die voorspelling wat gemaak is.



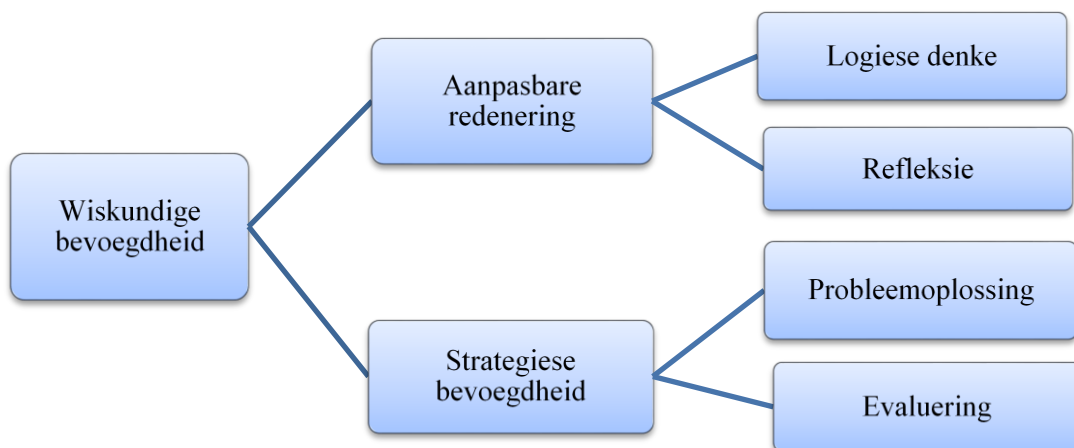
**Figuur 10: Skematiese voorstelling van die twee prosesse vir die spel van skaak**

Skaakspelers maak gebruik van evaluering om die uitkoms van die probleem te bestudeer. Die speler kan op die wyse uitvind of daar nie dalk 'n alternatiewe skuiw beskikbaar is vir die probleem wat

ontstaan het nie (Horgan, 1988). Daar word dan gereflekteer na die wedstryd en die spel word ontleed om sodoende die spelers se vaardighede te verbeter (Horgan, 1988).

## 2.5 Wiskundige bevoegdheid

Wiskundige bevoegdheid word benodig om Wiskunde suksesvol aan te leer (Gill, 2001). Volgens Gill (2001) bestaan wiskundige bevoegdheid uit vyf verwante fasette, naamlik konseptuele begrip, prosedurele vloeiendheid, strategiese bevoegdheid, aanpasbare redenering en produktiewe ingesteldheid. Hierdie vyf verwante fasette is deur die National Research Council (2001) aangewys as die fasette wat benodig word in die bemagtiging van kritiese wiskundige vaardighede. As navorser bespreek ek slegs die twee vaardighede, strategiese bevoegdheid en aanpasbare redenering, wat relevant is vir die studie en in Wiskunde en skaak voorkom (Hermelin, 2004). Beide strategiese bevoegdheid en aanpasbare redenering is hoërorde-denke en word beskryf as die kern van wiskundige denke en ontwikkeling (G. Stols, 2012). Figuur 11 toon die twee vaardighede wat in beide Wiskunde en skaak voorkom.



**Figuur 11: Skematiese voorstelling van Wiskundige bevoegdheid**

### 2.5.1 Strategiese bevoegdheid

Strategiese bevoegdheid is die vermoë om wiskundige probleme te formuleer, aan te bied en op te los (Hermelin, 2004; G. Stols, 2012). Tydens 'n skaakspel word die oplossing van probleme voorafgegaan

deur die evaluering van die posisie. Daarna moet 'n besluit geneem word rakende die keuse van 'n skuif. Dit vorm deel van strategiese bevoegdheid (Hermelin, 2004).

Aansluitend hierby is die verskillende spelstyle wat in skaak gebruik word, naamlik die taktiese spelstyl en die posisioneel-strategiese spelstyl (Masedu, Di Sabatino, Benzi, Tamorri, & Valenti, 2010). Die taktiese spelstyl is op probleemoplossing gebaseer. Die taktiese spelstyl bevoordeel die bevoegdheid van die doen van berekeninge sowel as die spoed ten opsigte van die doen van berekeninge (Masedu et al., 2010). Die taktiese spelstyl is georiënteerd tot die wiskundige bevoegdheidsdeel van strategiese bevoegdheid en pas beter by vrae met presiese antwoorde (Masedu et al., 2010).

Spoed ten opsigte van die doen van berekeninge word deur R. Ferguson (1995) beskryf as 'n vaardigheid wat help om hoë prestasie in skaak te verseker. Spoed ten opsigte van berekeninge word bepaal deur vermoëns om komplekse inligting te kan proses (Gobet & Campitelli, 2005). Skaakspelers se inligtingsverwerkingsvaardighede laat hulle beter presteer in Wiskunde (Carstens & Schepers, 2004). Volgens Floyd, Evans en McGrew (2003) word besluitnemingspoed bepaal deur prosesseringspoed, wat die vaardigheid is om onder druk op eenvoudige kognitiewe take te fokus en daardie fokus te behou. Skaakspelers moet heeltyd op die spel fokus, met die wete dat tydbeperkings ter sprake is.

## **2.5.2 Aanpasbare redenering**

Aanpasbare redenering is die vermoë tot logiese denke, refleksie en verduideliking (Hermelin, 2004). Skaakspelers moet die heeltyd aanpas by 'n veranderde logiese situasie (Hermelin, 2004). Refleksie vind deurentyd plaas omdat elke skuif invloed uitoefen op die volgende skuif. Spelers kan spel-openinge verbeter deur van refleksie gebruik te maak. Skaakspelers leer om gestruktureerd te dink en op 'n logiese manier te beplan. Hierdie aksies wat plaasvind, kan dan weer verduidelik word (Hermelin, 2004).

Die posisioneel-strategiese spelstyl berus op die logiese orde waarin beweging van die skaakstukke moet plaasvind as gevolg van die daaropvolgende prosedures wat daarna saam in gedagte gehou moet

word (Masedu et al., 2010). Die posisioneel-strategiese spelstyl is aanpasbaar, redeneringsgeoriënteerd en pas beter in by 'n redenerings-, intuitiewe en 'n aanpasbare denkstyl met vrae wat meer as een antwoord het (Masedu et al., 2010).

Schoenfeld en Kilpatrick (2008) verwys na dieselfde vyf aspekte wat deur Gill (2001) genoem word as vereistes vir wiskundige bevoegdheid. Volgens Schoenfeld en Kilpatrick (2008) kan die komponente van wiskundige bevoegdheid in 'n ander volgorde gebruik word om effektiewe onderrig in Wiskunde te karakteriseer.

## **2.6 Oordrag van kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë vanaf skaak na Wiskunde**

Soos reeds in par. 1.6 bespreek is, is hierdie studie gegrond op die kognitiewe konstruktivisme met Piaget se kognitiewe leerteorieë as basis. Piaget se teorie van 'n konstruktivistiese benadering is deel van endogene konstruktivisme (Byrnes, 1996). Endogene konstruktivisme plaas klem op die ontwikkeling van kennis deur middel van kognitiewe abstraksie (Schunk, 2000).

Oordrag gebeur ook wanneer vaardighede wat in een kognitiewe skema of konteks verwerf is, oorgedra word na ander skemas of kontekste (Van Gelder, 2001). Volgens Perkins en Salomon (1989) kan oordrag van algemene vaardighede en brokkies aangeleerde inligting in 'n spesifieke konteks wel plaasvind. Algemene vaardighede behels leerstrategieë, probleemoplossingsmetodes en redeneringstegnieke (Gobet & Campitelli, 2005).

Die proses van oordrag kan vergemaklik word deur positiewe oordrag. Positiewe oordrag is waar 'n reeds aangeleerde taak help om die aanleer van 'n nuwe taak te bemeester (Louw, 1990). Die graad van ooreenkomste bepaal egter oorwegend hoe beperkend van aard oordrag tussen die skemas of kontekste is.

Hoe meer verwant die vaardighede aan mekaar is, hoe groter is die kans vir positiewe oordrag (Louw, 1990). Hoe hoër die kundigheid in die skema, hoe meer beperkend is die oordrag (Gobet & Campitelli, 2005). Om oordrag te laat plaasvind, moet die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en

strategieë wat oorgedra wil word, uiters spesifiek wees (d.w.s. “cued, primed and guided”) (Perkins & Salomon, 1989) en kritiese denke word hiervoor gebruik. Metakognitiewe onderrigmetodes oefen ’n groot invloed uit op hoe suksesvol leerders in Wiskunde vaar (Schneider, 2010). Die gebruik van konstruktivistiese onderrigmodelle bevoordeel die aanleer van metakognitiewe vaardighede die meeste (Peirce, 2003).

Kritiese denke moet nie slegs onder afsonderlike omstandighede gebruik word nie, maar in oordrag self (Van Gelder, 2001). Onderrig wat plaasvind, moet spesifiek ingestel wees met oordrag in gedagte (Rifner, 1992). Oordrag tussen dieselfde kontekste staan bekend as “nabye” oordrag, waar oordrag tussen verskillende kontekste, “ver” oordrag genoem word (Hermelin, 2004). ’n Voorbeeld van “ver” oordrag is in die geval waar oordrag vanaf skaak na Wiskunde plaasvind. Gevorderde denke word vereis tydens “ver” oordrag (Gill, 2001).

Louw (1990) stel dat Piaget se teorie van kognitiewe ontwikkeling in vier verskillende stadia plaasvind. Hierdie navorsingstudie fokus slegs op twee van die vier kognitiewe ontwikkelingsstadia, naamlik:

- i) Die konkreet-operasionele stadium: Logiese redenering en getallebegrip ontwikkel tydens die konkreet-operasionele stadium (Louw, 1990). Volgens Piaget se teorie vind die kognitiewe oorgang vanaf die konkreet-operasionele denke stadium na die formeel-operasionele stadium plaas op 14 tot 15-jarige ouderdom (Gobet & Campitelli, 2005);
- ii) Die formeel-operasionele stadium: Die redeneringsvaardighede wat in hierdie stadium geopenbaar word, is hipoteties en deduktief van aard (Louw, 1990). Abstrakte denke ontwikkel ook tydens die formeel-operasionele stadium tesame met die geïnteresseerdheid in permutasies (Kaplan & Sadock, 1991). Die formeel-operasionele stadium is volgens Piaget die hoogste vlak van denkontwikkeling wat op kognitiewe vlak kan plaasvind (Inhelder & Piaget, 1958);
- iii) Volgens Mugisha (2012) impliseer Piaget se teorie dat leerders slegs probleme sal kan oplos wat binne daardie leerder se sfeer van begrip is. Die algemene redenasie bestaan dat Piaget ’n fout begaan het met presies op watter jong ouderdom kognitiewe vaardighede ontwikkel

(Bee, 1989). Horgan (1987) bevind dat kinders komplekse kognitiewe take net so goed kan uitvoer soos volwassenes. Volgens De Villiers (1999) bevind navorsingstudies dat baie jong kinders wel ook in staat is tot logiese redenering in sekere situasies. Die Van Hiele's se teorie bevind dat kinders met betrekking tot verskillende meetkundige konsepte gelyktydig op verskillende denkvlakke kan wees (Nieuwoudt, 2000).

## **2.7 Samevatting**

In Hoofstuk 2 het ek enkele kognitiewe en metakognitiewe strukture, -denkprosesse en -denkstrategieë asook -vaardighede wat in Wiskunde, skaak en probleemoplossing voorkom, bespreek. Daar is ook aan die hand van definisies en siening van ander navorsers, op hierdie aspekte se verwantskappe met Wiskunde, skaak en probleemoplossing gefokus.

In Hoofstuk 3 word die navorsingsontwerp en -metodologie uiteengesit en verduidelik.

## HOOFSTUK 3

### NAVORSINGSONTWERP EN -METODOLOGIE

---

#### 3.1 Inleiding

Die verband en belangrikheid van die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak voorkom en 'n rol in wiskundige bevoegdheid speel met betrekking tot probleemoplossing in Wiskunde, is in Hoofstuk 2 weergegee.

In hierdie hoofstuk word die navorsingsontwerp wat gebruik is, van nader ondersoek. Die literatuurstudie, navorsingsparadigma, die navorser se rol, navorsingsontwerp en -metodologie, deelnemers, data-insamelingstrategieë/metodes, data-analise, vertrouenswaardigheid asook die etiese aspekte van die navorsingstudie, word vervolgens bespreek.

#### 3.2 Literatuurstudie

Kumar (2005) beskou literatuurstudie as 'n integrale deel van die navorsingsproses en dit lewer 'n belangrike bydrae ten opsigte van byna elke stap in die werking van hierdie proses. Nasionale en internasionale bronne, wat 'n verskeidenheid boeke, akademiese artikels en internetbronne insluit, is gebruik om soveel literatuur moontlik te bekom. As navorser het ek gebruik gemaak van die Noordwes-Universiteit se biblioteekatalogus om inligting te verkry. Soekenjins, soos *Google Scholar* sowel as elektroniese databasisse, soos *EBSCOhost*, *ERIC* en *Academic Search Premier*, is gebruik ten einde die inligting te versamel. Sleutelwoorde, onder meer metakognisie, probleemoplossing, skaak, Wiskunde, skoolwiskunde, meetkunde, analitiese denke, logiese denke, kritiese denke, reflektiewe denke, abstrakte redenering, deduktiewe redenering, induktiewe redenering, kognitiewe vaardighede, kognitiewe strategieë, metakognitiewe vaardighede, metakognitiewe strategieë en oordrag, is gebruik om inligting te bekom.

### **3.3 Konseptuele denkraamwerk**

#### **3.3.1 Filosofiese wêreldbeskouing**

’n Filosofiese wêreldbeskouing is ’n algemene oriëntasie van die wêreld en die tipe navorsing wat deur die navorser as belangrik beskou word (Creswell, 2009). Die filosofiese wêreldbeskouing of navorsingsparadigma waarop hierdie navorsingstudie gegrond word, word benader vanuit die Empirisme. Hierdie leer staan dit teen wat positivisties van aard is deurdat dit interpretivisties van aard is. Interpretivisme se basis word deur Empirisme gevorm. Nieuwenhuis (2010a) stel dat Konstruktivisme vanuit Interpretivisme ontwikkel.

Die filosofiese beskouing van Konstruktivisme is direk afkomstig van Piaget se werk wat hoofsaaklik fokus op die individu en hoe kennisvorming by die individu plaasvind (Powell & Kalina, 2009). Volgens Confrey en Kazak (2006) word daar in Konstruktivisme met betrekking tot Wiskunde-onderrig swaar geleun op Polya se model oor probleemoplossing. In hierdie empiriese ondersoek word daar vanuit ’n kognitiewe konstruktivistiese oogpunt gewerk, met die werk van Piaget en Polya as grondslag.

### **3.4 Empiriese ondersoek**

#### **3.4.1 Navorsingsbenadering**

Die onderhawige navorsingstudie maak van ’n kwalitatiewe benadering gebruik. Volgens Ivankova (2010) dui kwalitatiewe navorsing op navorsing wat poog om data te genereer om ’n beter begrip te verkry van iets wat waargeneem word. Nieuwenhuis (2010b) stel dat die kwalitatiewe navorsingsmetodologie daarop gerig is om die menslike verstaanprosesse na te vors en te fokus op menslike idees en konsepte. Om hierby aan te sluit, bevestig Creswell (2009) dat kwalitatiewe navorsing hoofsaaklik weens die interpreterende aard daarvan, berus by ’n interpretivistiese navorsingsparadigma.

Die kwalitatiewe benadering is gebruik omdat ek die navorsingsprobleme as ’n holistiese eenheid probeer interpreteer en verstaan het.

### **3.4.2 Navorsingsontwerp**

Volgens Creswell (2009) kan 'n navorsingsontwerp gedefinieer word in terme van prosedures wat maniere insluit om data te genereer en die data te ontleed. 'n Gevallestudie is as 'n kwalitatiewe metode gebruik. Yin (aangehaal deur Nieuwenhuis, 2010b) beskou 'n gevallestudie as 'n empiriese aanvraag wat die hedendaagse verskynsels in die werklike konteks ondersoek.

### **3.5 Deelnemers en navorsingsgebied**

Skaakspelers uit stedelike en nie-stedelike skole aan die hele Gautengse Noordwes-Rand, neem in spesifieke ouderdomsgroepe aan verskeie toernooie deel. Die skaakspelers wat teen mekaar kompeteer, is verteenwoordigend van beide geslagte en verskillende kultuurgroepe in Suid-Afrika. Uit al hierdie spelers, word slegs die beste agt per ouderdomsgroep gekies om as 'n provinsiale span aan die Suid-Afrikaanse kampioenskappe deel te neem. Hierdie navorsingstudie maak gebruik van so 'n verkose provinsiale skaakspan (d.w.s. eksperimentele groep). 'n Eksperimentele groep bestaande uit skaakspelers ( $n=8$ ) en 'n kontrole groep bestaande uit nie-skaakspelers ( $n=8$ ), word in die steekproefneming gebruik. Doelgerigte kriterium-gebaseerde steekproefneming is gebruik vir die seleksie van die eksperimentele groep. Voorafopgestelde kriteria met betrekking tot die deelnemers se karakterisering en die hoeveelheid deelnemers, is volgens Maree en Pietersen (2010) se eienskappe van doelgerigte kriterium-gebaseerde steekproefneming.

Doelgerigte stratifikasie-steekproefneming is gebruik vir die seleksie van die kontrolegroep. Doelgerigte stratifikasie-steekproefneming vind plaas as die deelnemers verkies word deur vooraf verkose eienskappe wat betrekking het op die navorsingsprobleem (Maree & Pietersen, 2010). Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het uit Graad 8-leerders bestaan.

My motivering vir die keuse van hierdie spesifieke ouderdomsgroep is tweeledig. Eerstens vind die kognitiewe oorgang plaas vanaf die konkreet operasionele denke stadium na die formeel-operasionele stadium op 14 tot 15-jarige ouderdom volgens Piaget se teorie (Gobet & Campitelli, 2005). Tweedens

bevind Van Zyl (1990) dat daar van Graad 8 (o/14) af 'n aansienlike verskil is in akademiese prestasie tussen skaakspelers en nie-skaakspelers.

Die hoofde en Wiskunde-onderwysers van die betrokke skole waarin die leerders van beide die eksperimentele groep (d.w.s. skaakspelers) en die kontrole groep (d.w.s. nie-skaakspelers) is, wat toegang het tot daardie leerders se akademiese Wiskunde-prestasies, was betrokke by die aanwys van die kontrole groep. Die eksperimentele groep en die kontrole groep se akademiese wiskunde prestasies moes vergelykbaar wees. Die leerders van die eksperimentele groep en die kontrole groep se ouderdomme, jaargroepe en geslag (waar moontlik) moes soortgelyk wees.

### **3.6 Data-insamelingsmetode en -prosedure**

Navorsingsmetodes behels spesifieke vorms van data-generering wat deur navorsers in hulle navorsingstudies gebruik word (Creswell, 2009). Volgens Maree en Pietersen (2010) is konseptuele navorsingstudies ryk aan teoretiese ondertone en dit help my as navorser om deur middel van 'n doelgerigte soektog kennis oor die konsepte in die navorsingsvraag in te samel wat bydra tot verbreding van kennis oor die navorsingsveld. Ter beantwoording van sekondêre navorsingsvraag 1, is 'n teoretiese, nie-empiriese konseptuele navorsingstudie deur die navorser gedoen.

Data-generering is volgens Nieuwenhuis (2010b) 'n proses waar data ingesamel word deur sosiale interaksie met deelnemers, veldstudies, deelnemende observering en semi-gestruktureerde onderhoude. 'n Empiriese studie in die vorm van 'n gevallestudie word in hierdie navorsing gebruik om die primêre navorsingsvraag en sekondêre navorsingsvraag 2 te beantwoord. Die data-genereringsinstrumente wat in hierdie navorsingstudie gebruik is, is:

- i) 'n taakgebaseerde werkkaart: Die taakgebaseerde werkkaart bestaan uit nege geselekteerde Wiskunde nie-roetine probleme. Onder aan elkeen van die nege Wiskunde-probleme, is drie afdelingsvrae (afdeling A, B en C).

Afdeling A word gebruik om metakognitiewe vaardighede naamlik voorspelling sowel as evaluering te toets. Afdeling B word gebruik om die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* te toets. Die antwoordspasie is vir 'n geskrewe gedeelte waarin die strategieë wat gebruik is om die Wiskunde-probleem op te los, neergeskryf is. Dit word gebruik om die werklike sukses vir die oplos van die Wiskunde-probleem te bepaal. Afdeling C word gebruik om die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* te toets.

Die taakgebaseerde werkkaart wat vir data-generering in hierdie navorsingstudie gebruik is, is deur beide die eksperimentele groep (skaakspelers) en die kontrole groep (nie-skaakspelers) voltooi. Die taakgebaseerde werkkaart is terselfdertyd deur al die deelnemers, sonder enige gesprekvoering met mekaar of intervensie van die navorser, voltooi. Die taakgebaseerde werkkaart is voltooi onder gekontroleerde toesig omstandighede met slegs die navorser as toesighouer. Geen onderskeid van enige aard het tussen die eksperimentele groep (skaakspelers) en die kontrole groep (nie-skaakspelers) plaasgevind nie.

- ii) 'n semi-gestruktureerde onderhoud: Individuele semi-gestruktureerde onderhoude is gevoer nadat die taakgebaseerde werkkaarte voltooi is. Die doel van die semi-gestruktureerde onderhoude was om 'n indiepte ondersoek te kan loots oor hoe die deelnemers die probleme wat ondersoek is, gebruik het.

### **3.7 Data-analise**

Die data wat uit die taakgebaseerde werkkaart gegenereer is, is ontleed deur gebruik te maak van 'n memorandum en 'n nasienrubriek. Die Wiskunde-probleme is nagesien deur die gebruik van 'n memorandum om sodoende puntwaardes toe te ken aan die wiskundige berekenings wat uitgevoer is tydens die oplos van die nege Wiskunde-probleme. 'n Nasienrubriek is daarna gebruik om die bepunting op 'n 5-punt skaal weer te gee (Dossey, McCrone, Giordano, & Weir, 2002).

**Tabel 3: Nasienrubriek vir die Wiskunde-probleme**

4	Uitgebreide beantwoording (oplossing is volledig)
3	Bevredigende beantwoording (oplossings toon die verstaan van die probleem maar is nie ten volle beantwoord nie)
2	Gedeeltelike beantwoording (oplossing nie goed deurdink nie maar gedeeltes van antwoord is wel korrek)
1	Minimale beantwoording (’n minimale verstaan van die probleem met geen moontlikheid op ’n oplossing nie)
0	Geen of verkeerde beantwoording met irrelevante informasie

Grafieke is getrek deur die bepunting op die 5-punt skaal te verwerk na drie kategorieë:

**Tabel 4: Kategorie indeling vir die Wiskunde-probleme**

Waarde op die 5 punt skaal	Kategorie
4	Goed
2 en 3	Gemiddeld
0 en 1	Swak

Afdeling A se keuse-antwoorde dra punteladings van tussen 1 en 3 punte. Nasienrubrieke is gebruik om waardes toe te ken aan die voorspelling en evaluering van metakognitiewe vaardighede (Lucangeli & Cornoldi, 1997) (sien Tabelle 5 en 6):

**Tabel 5: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid *voorspelling***

3	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
2	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
1	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak nie
2	Ek is redelik seker dat ek 'n fout gaan maak
3	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

**Tabel 6: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid *evaluering***

3	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
2	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
1	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het nie
2	Ek is redelik seker dat ek 'n fout gemaak het
3	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Afdeling B se keuse-antwoorde dra punteladings van tussen 1 en 3 punte. 'n Nasienrubriek word gebruik om 'n waarde toe te ken aan die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* (sien Tabel 7):

**Tabel 7: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid *beplanning***

3	Die korrekte strategieë en wiskundige bewerkings is gebruik
2	Redelik akkurate strategieë en wiskundige bewerkings is gebruik
1	Die strategieë en wiskundige bewerkings wat gebruik is, is van geen nut nie

Die waardes vir die metakognitiewe vaardighede, voorspelling en evaluering, word uit die nasienrubrieke verwerk na drie kategorieë toe:

**Tabel 8: Kategorie indeling vir die metakognitiewe vaardighede *voorspelling* en *evaluering***

Waardes vanaf die nasienrubrieke	Kategorie
3	Goed
2	Gemiddeld
1	Swak

Die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* (sien Afdeling C) se keuse-antwoorde word kwalitatief ontleed op grond van die onderstaande redes, wat aangedui word as moontlike redes wat kan lei tot die onsuksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem (sien Tabel 9).

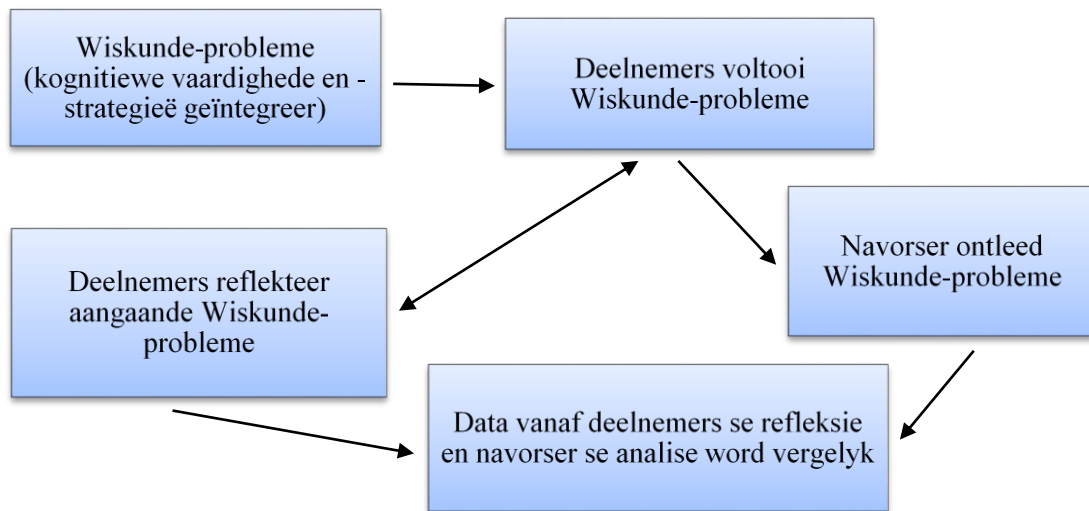
**Tabel 9: Nasienrubriek vir die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
Verstaan nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie
Geen rede. Rede uitgelaat

Die data wat met behulp van die semi-gestruktureerde onderhoud gegeneer is, is getranskribeer. Daarna is die transkribering gebruik om die data te ontleed. Die transkribering van die semi-gestruktureerde onderhoude is gevoer om vas te stel watter van die “fases van probleemoplossing” suksesvol plaasgevind het. Die transkribering is deur die navorser uitgevoer. Hierdie inligting is gebruik om die data wat van die deelnemers gegeneer is, te help verwerk. Die finale data-analise is uitgevoer deur die triangulering van al die data uit die literatuurstudie, die taakgebaseerde werkkaart en die semi-gestruktureerde onderhoude.

Die kognitiewe vaardighede is geanaliseer aan die hand van die verskillende Wiskunde-probleme. Die Wiskunde-probleme wat in die taakgebaseerde werkkaart voorkom, inkorporeer aspekte van die verskillende tipes kognitiewe denkwyses (d.w.s. logiese denke, kritiese denke, abstrakte denke en

analitiese denke. Die eksperimentele groep en die kontrole groep het die Wiskunde-probleme wat moeilik of onmoontlik was om suksesvol te voltooi, aangedui. Die data is omgeskakel en is in tabelvorm weergegee.



**Figuur 12: Skematiese voorstelling van analyse van kognitiewe vaardighede in Wiskunde-probleme**

### **3.8 Navorser se rol**

Die literatuur wat gebruik is om inligting te versamel om as basis vir hierdie navorsingstudie te dien, is vanuit 'n verskeidenheid bronne nagevors. Ek as navorser was direk betrokke by die opstel van die Wiskunde-taakgebaseerde werkkaart sowel as die vrae van die semi-gestruktureerde onderhoude. Die data-generering en data-analisering is ook deur die my gedoen. As navorser is ek die hoofinstrument waarsonder die kwalitatiewe navorsing – wat weens die interpretivistiese aard daarvan, direkte betrokkenheid van die navorser vereis – nie suksesvol kon wees nie. Daar is tydens die voltooiing van hierdie navorsingstudie, aan alle vereistes wat gestel is deur die Noordwes-Universiteit, voldoen.

### **3.9 Geldigheid en vertrouenswaardigheid van data**

Strategieë wat die geldigheid en vertrouenswaardigheid van die data kan verhoog is belangrik vir data-generering by alle navorsingstudies. Gibbs (aangehaal deur Creswell, 2009) verwys na kwalitatiewe geldigheid as die navorser se versekering vir die akkuraatheid van die bevindinge deur die gebruik van spesifieke strategieë. Gibbs (aangehaal deur Creswell, 2009) verwys na kwalitatiewe

vertrouenswaardigheid as 'n aanduiding van hoe konstant die benadering van die navorser is oor verskillende navorsers en verskillende projekte heen. Die strategieë wat gebruik is om geldigheid en vertrouenswaardigheid in die navorsingstudie te verhoog, is:

- i) dat daar in die navorsingstudie historiese inligting (bv. gepubliseerde bronne) gebruik is, met die spesifieke doel om inligting en data aangaande die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in beide skaak en Wiskunde voorkom, in te samel;
- ii) die gebruik van semi-gestruktureerde onderhoude. Die transkribering van die semi-gestruktureerde onderhoude is oor 'n tydperk herhaal om die akkuraatheid daarvan te verseker;
- iii) die gebruik van triangulasie om die verskillende navorsingsmetodes (d.w.s. die literatuurstudies, taakgebaseerde werkkaarte en semi-gestruktureerde onderhoude) se data wat gegeneer word, se geldigheid te toets. Die gebruik van triangulasie versterk die waarheidswaarde van die navorsingstudie (Creswell, 2009; Nieuwenhuis, 2010b);
- iv) die deelnemergroep wat in hierdie navorsingstudie gebruik is, het deelnemers van beide geslagte en verskillende kultuurgroepe in Suid-Afrika ingesluit. Die bevindinge van die data wat uit hierdie navorsingstudie verkry is, kan vergelyk word met bevindinge van bestaande internasionale navorsing;
- v) dat al die deelnemers in hierdie navorsingstudie terselfdertyd die taakgebaseerde werkkaart onder gekontroleerde toesig omstandighede en sonder enige intervensie van enige aard, voltooi het. Geen bespreking tussen 'n deelnemer wat reeds klaar was met die data-genereringsinstrument en 'n ander wagtende deelnemer, is toegelaat nie. Die gegeneerde data is “onbesoedeld” en 'n ware weergawe van die deelnemers se potensiaal en vermoëns.

### **3.10 Beperkings**

Alhoewel al die deelnemers wat in die navorsingstudie deelgeneem het, die tale (Afrikaans en Engels) waarin die data-genereringsinstrument voorkom, magtig is, kon dit wel gebeur dat hierdie tale nie sommige deelnemers se huistaal verteenwoordig het nie. 'n Verdere beperking is dat die primêre data verkry is van 'n relatiewe klein groep deelnemers. Die resultate van hierdie studie kan dus nie

veralgemeen word na ander populasies nie, aangesien dit 'n studie van beperkte omvang is, maar die bevindinge van die studie kan insae lewer in voornemende navorsingstudies.

### **3.11 Etiese aspekte met betrekking tot die deelnemers, etiese goedkeuring, toestemming van instansies, organisasies en individue**

Alle inligting is vertroulik hanteer en geen deelnemers van die betrokke span is geïdentifiseer nie. Die deelnemers het op 'n vrywillige basis deelgeneem aan hierdie navorsingstudie en kon enige tyd aan die studie onttrek. Gedurende die insameling van data, was dit die navorser se verantwoordelikheid om elke deelnemer wat aan die navorsing deelgeneem het, te beskerm teen moontlike negatiewe nagevolge (Maree, 2007). Dit was ook die navorser se verantwoordelikheid om te verseker dat geen deelnemer tydens die ondersoek benadeel is nie. Deelnemers is ten alle tye met respek behandel.

Etiese goedkeuring van die NWU se etiekkomitee is verkry vir die navorsingsprojek voordat die navorsing onderneem is. Die etiek-goedkeuringsnommer is NWU-00065-14-A2. Toestemming is ook verkry van die Gautengse Departement van Basiese Onderwys en beide die skaak sportorganisasies, Skaak Suid-Afrika (Chessa) en die skaak-unie waarvan die betrokke spelers lede is, Johannesburg Noord-Wes Skaak (JNW Skaak). 'n Toestemmingsbrief van die ouers of voogde van die deelnemers is onderteken. 'n Brief waarin die doel van die navorsingstudie uiteengesit is en waarin die toestemming van die deelnemers gevra is om deel te neem, het die taakgebaseerde werkkaart vergesel.

### **3.12 Samevatting**

Hierdie hoofstuk het onder meer die konseptuele raamwerk, die aard van die deelnemers, die data-genereringsinstrumente en die etiese aspekte van die navorsingstudie bespreek. Die navorsing is op 'n konstruktivistiese navorsingsparadigma gegrond en 'n kwalitatiewe navorsingsmetodologie is in die navorsingstudie gebruik. Verskeie data-genereringsinstrumente is gebruik om die geldigheid van die navorsingstudie te verhoog en om die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak gebruik word, in die probleemoplossingsproses in Wiskunde te ondersoek, te interpreteer en te verstaan.

In Hoofstuk 4 word die bevindinge van die navorsingstudie bespreek.

## HOOFSTUK 4

# ANALISE VAN DIE DATA EN DIE RESULTATE VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK

---

### 4.1 Inleiding

Hoofstuk 3 het gefokus op die navorsingsontwerp en -metodologie. In hierdie hoofstuk bespreek ek die resultate en bevindings van die studie.

### 4.2 Navorsingsvrae

Die primêre navorsingsvraag is:

In watter mate beïnvloed skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë probleemoplossing in Wiskunde?

Die sekondêre navorsingsvrae is:

- i) In watter mate stem kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in skaak ooreen met die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in spesifieke aspekte van probleemoplossing van Wiskunde voorkom?
- ii) Watter rol speel kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak voorkom in wiskundige bevoegdheid met betrekking tot probleemoplossing in Wiskunde?

### 4.3 Data-insamelingsmetodes en -prosedure

Die data-insameling het gedurende die vierde kwartaal (Oktober) van 2014 plaasgevind. Eerstens is die agt name verkry van die deelnemers wat gekies is om as 'n provinsiale span aan die Suid-Afrikaanse skaakkampioenskappe deel te neem. Die skole van die agt verskillende deelnemers is telefonies gekontak, waarna afsprake gereël is met die hoofde en akademiese hoofde. Die kontrole groep (d.w.s. nie-skaakspelers) is deur die hoofde en akademiese hoofde van die verskillende skole aangewys op grond van soortgelyke akademiese Wiskunde-prestasie en geslag as dié van die eksperimentele groep.

Toestemmingsbriewe is deur die verskillende skole aan die deelnemers se ouers gestuur. Slegs die deelnemers wie se ouers skriftelik gereageer het, het direkte korrespondensie van my (die navorser) ontvang. Die data-insameling het op dieselfde dag plaasgevind by 'n sentraal geleë skool.

Beide die eksperimentele groep (skaakspelers) en die kontrole groep (nie-skaakspelers) het die taakgebaseerde werkkaart tegelykertyd in dieselfde klaskamer voltooi. Daar was geen tydbeperking vir die voltooiing van die taakgebaseerde werkkaart nie. Geen gesprekvoering met mekaar of intervensie van die navorser het plaasgevind nie. Slegs die navorser was toesighouer. Semi-gestruktureerde onderhoude is op 'n individuele basis met al die deelnemers gevoer nadat die taakgebaseerde werkkaarte voltooi is.

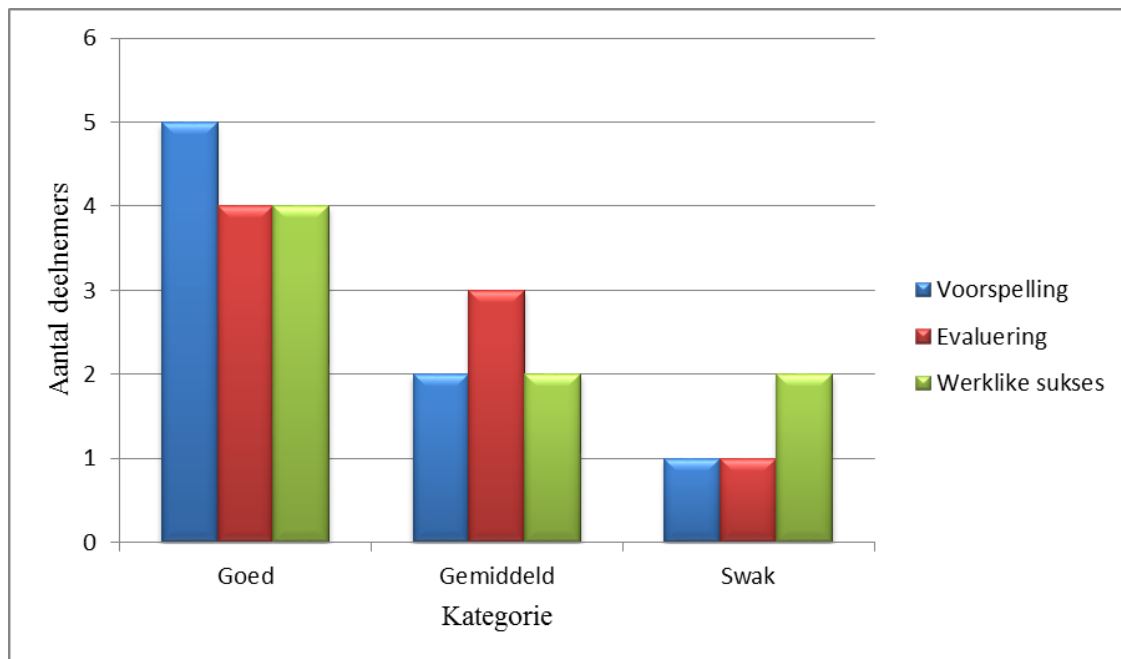
#### **4.4 Resultate van die data uit die empiriese ondersoek**

Tydens die voltooiing van die taakgebaseerde werkkaart moes beide die eksperimentele groep (d.w.s. skaakspelers) en die kontrole groep (d.w.s. nie-skaakspelers) die moontlike sukses voorspel vir die Wiskunde-probleem wat in die betrokke vraag voorgekom het. Die Wiskunde-probleem is dan beplan deur bewerkings en strategieë te identifiseer wat gebruik sou word tydens die oplos van die Wiskunde-probleem. Nadat die Wiskunde-probleem opgelos is, het die evaluering van moontlike sukses plaasgevind, gevolg deur die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* se resultate. Hierdie proses is herhaal vir elk van die nege Wiskunde-probleme.

##### **4.4.1 Resultate van die data met betrekking tot die metakognitiewe vaardighede**

###### **(voorspelling en evaluering) en die werklike sukses in die oplos van die Wiskunde-probleme**

In Figure 13-30 het ek die resultate van die data met betrekking tot die metakognitiewe vaardighede, *voorspelling* en *evaluering*, vergelyk met die werklike sukses. Die data van die eksperimentele groep en die kontrole groep word vervolgens direk onder mekaar op aparte grafieke aangedui en bespreek.

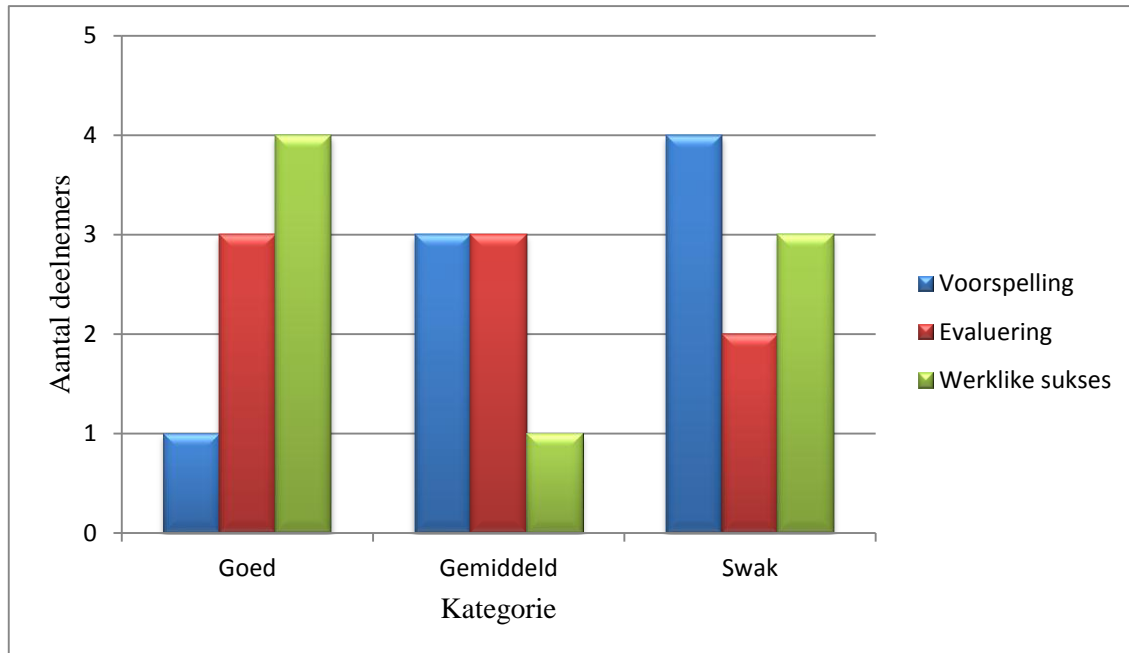


**Figuur 13: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 1**

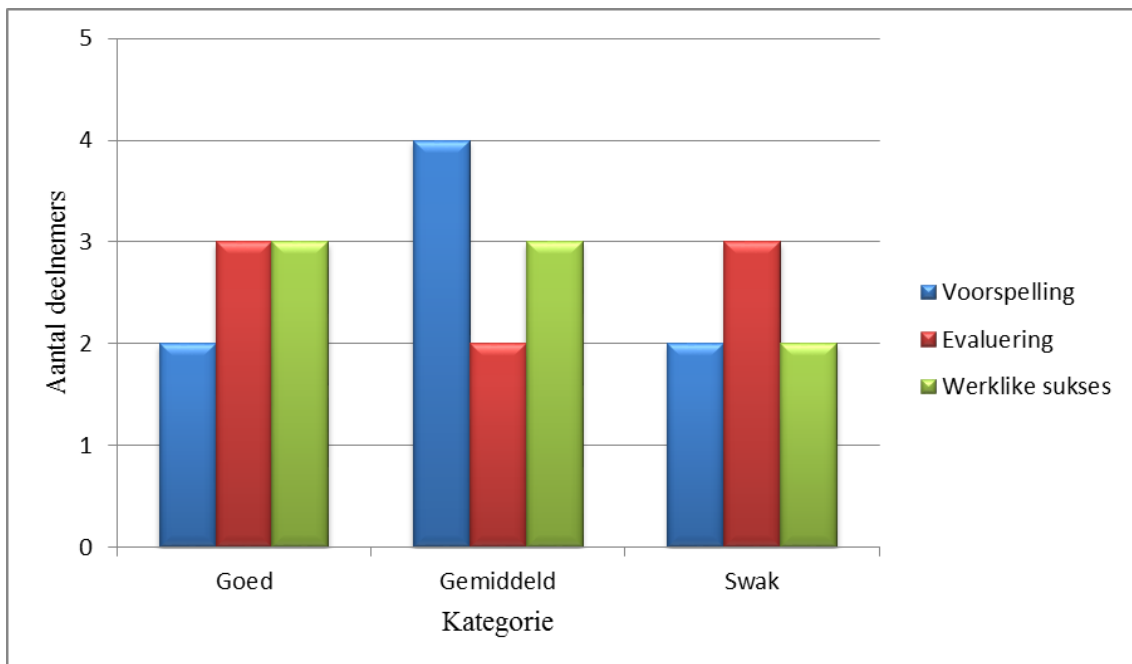
In Figuur 13 is twee van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle gemiddeld sou vaar en het toe wel gemiddeld presteer. Vier van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering was dat hulle goed presteer het en het toe wel goed presteer. Een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemer se voorspelling en evaluering was dat daar swak presteer sou word. Vergleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers swak presteer.

Volgens die onderstaande figuur (Figuur 14) was geen van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde as die werklike sukses nie. In beide die kategorieë *gemiddeld* en *swak* het die deelnemers swakker presteer as wat voorspel is. In die kategorie *goed* het die deelnemers beter as hul voorspelling van sukses presteer. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. In beide die kategorieë *goed* en *swak* het die deelnemers beter as die evaluering van sukses presteer. In die kategorie *gemiddeld* het die deelnemers

swakker as die evaluering van sukses presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het minder deelnemers gemiddeld presteer.

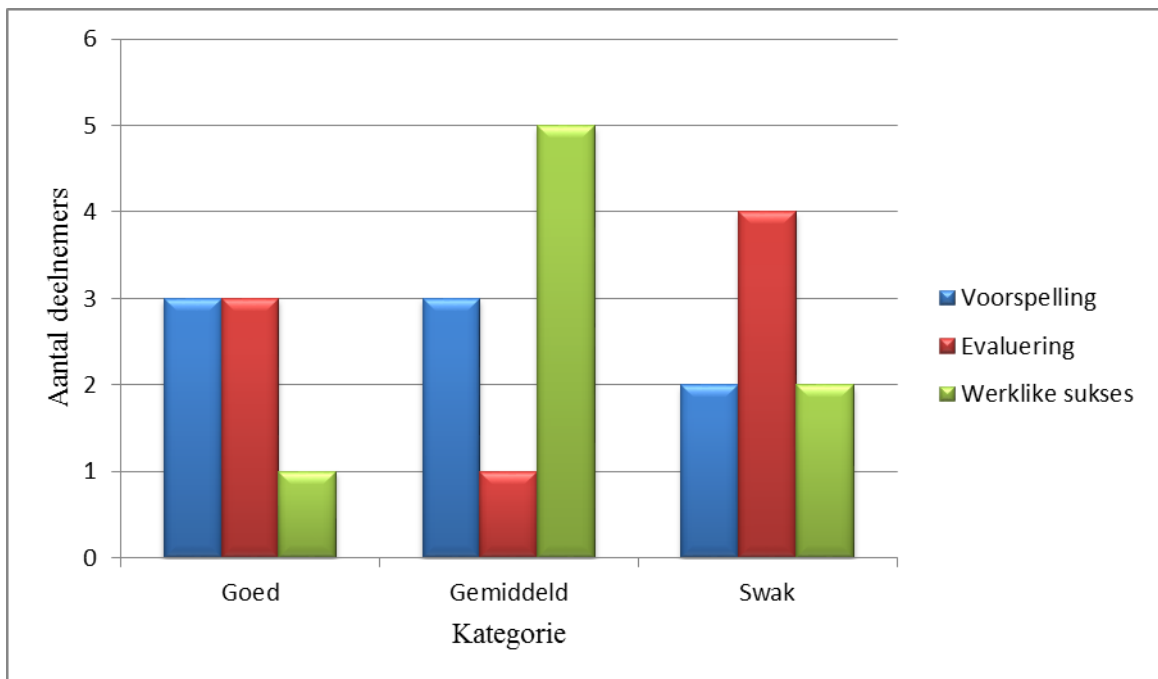


**Figuur 14: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 1**



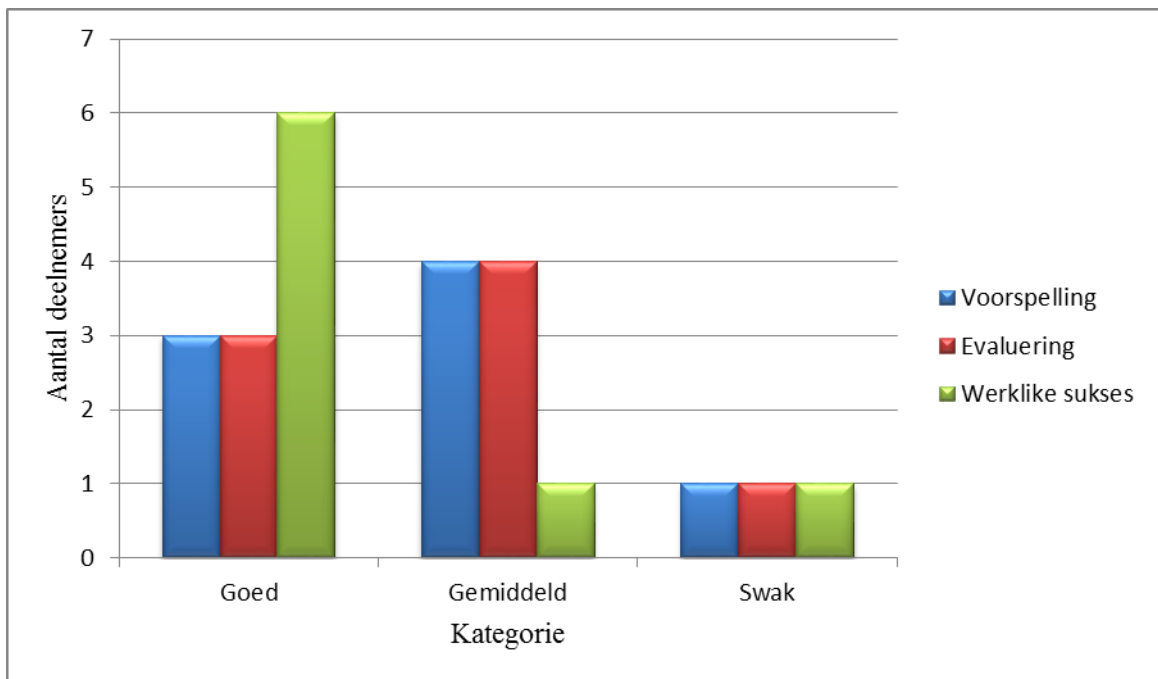
**Figuur 15: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 2**

Dit blyk uit Figuur 15 dat twee van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Drie van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering was dat hulle goed presteer het en hulle het toe wel goed presteer. Nie een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.



**Figuur 16: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 2**

Figuur 16 toon dat twee van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Die kontrole groep het Wiskunde-probleem 2 aangedui as die Wiskunde-probleem met die hoogste evaluering op sukses sonder om 'n fout te maak. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat hulle goed sou presteer. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het minder deelnemers goed presteer.

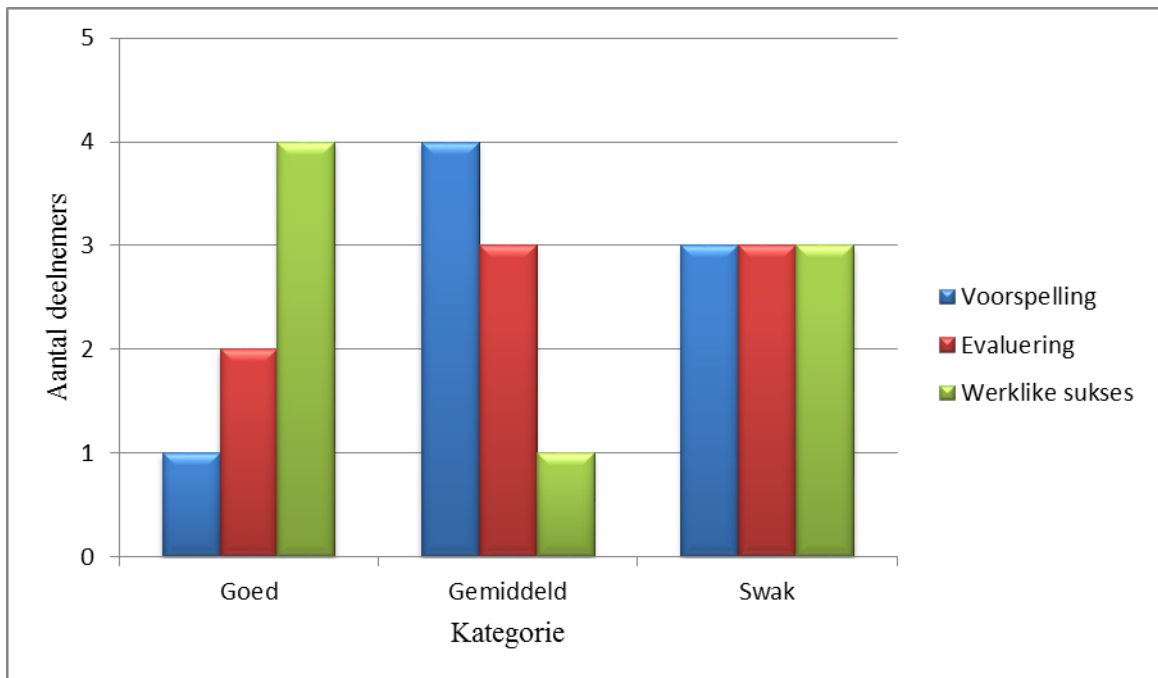


**Figuur 17: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 3**

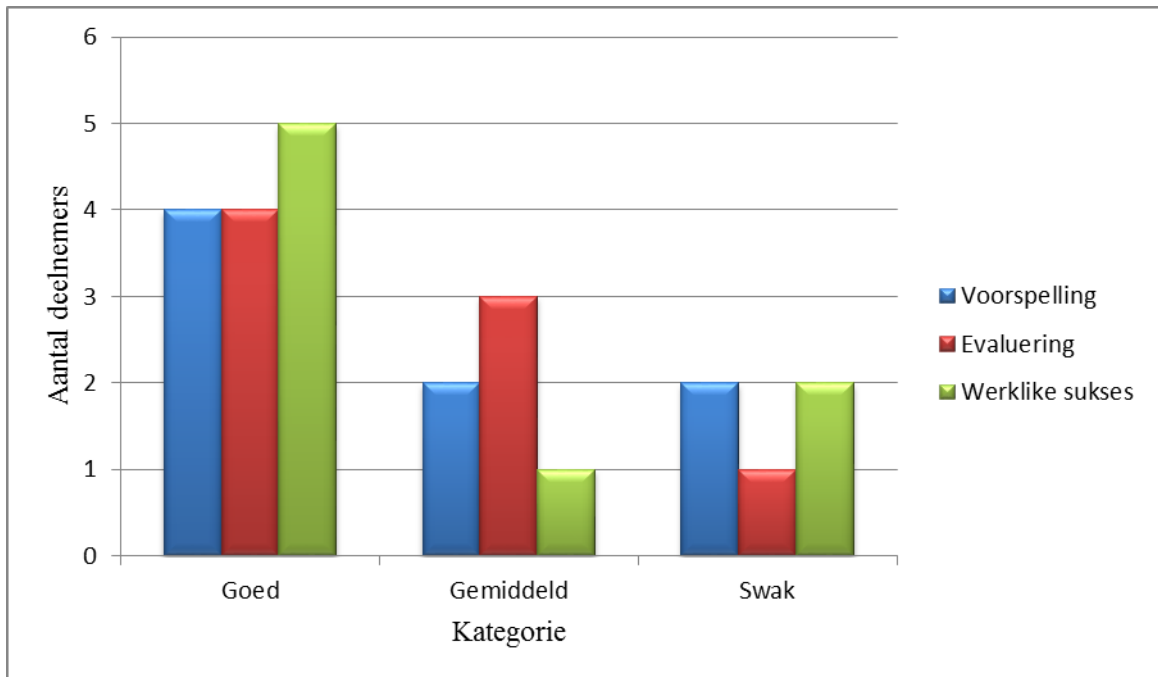
Figuur 17 toon dat een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat daar swak gevaar sou word en daar is toe wel swak presteer. Slegs een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Die deelnemer se evaluering van sukses was dat hy/sy swak presteer het en daar is toe wel swak presteer. Al die deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Drie van die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar goed presteer sou word. Vergelyke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers goed presteer. Vier deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Daar is egter minder deelnemers wat gemiddeld presteer het. Een van die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar swak presteer sou word en dít was toe wel die geval gewees.

Die onderstaande figuur (Figuur 18) dui aan dat drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van

sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering was dat hulle swak presteer het en het toe wel swak presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar swak presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het ewe veel deelnemers swak presteer.

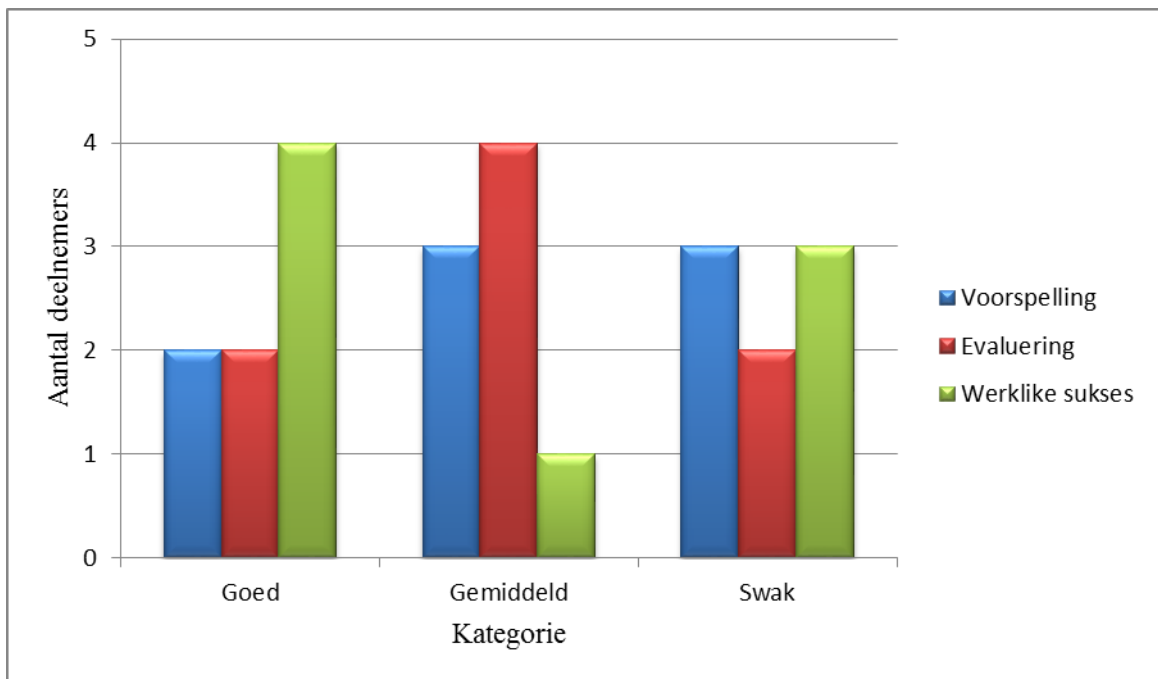


**Figuur 18: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 3**



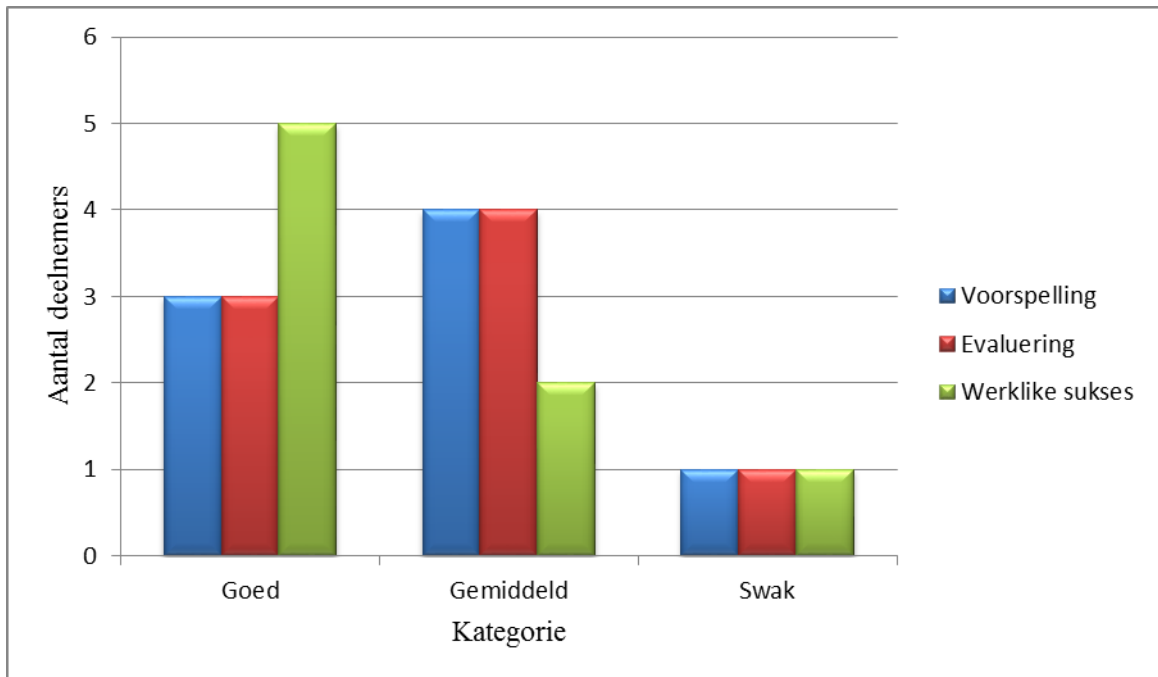
**Figuur 19: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 4**

Figuur 19 toon dat twee van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Nie een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Vier van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar goed presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers goed presteer.



**Figuur 20: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 4**

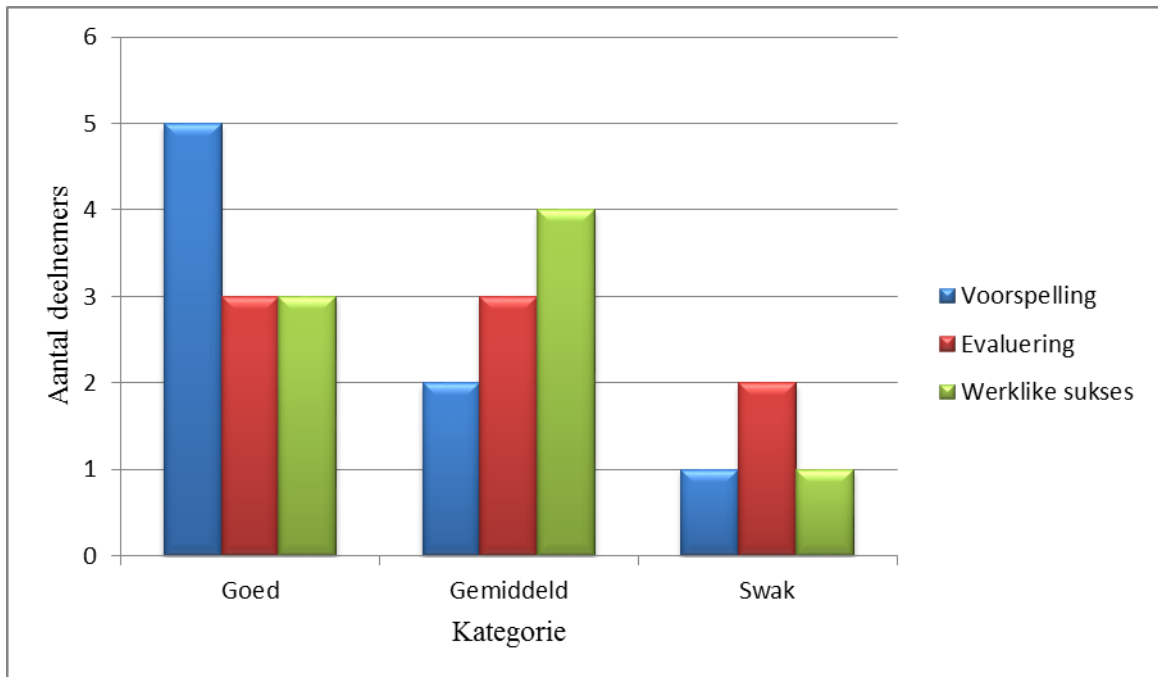
Figuur 20 toon dat drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Twee van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar goed presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers goed presteer.



**Figuur 21: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 5**

Figuur 21 toon dat een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat daar swak gevaar sou word en daar is toe wel swak presteer. Een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Die deelnemer se evaluering was dat hy/sy swak presteer het en daar is toe wel swak presteer. Al die deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Drie van die deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar goed presteer sou word.

Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers goed presteer. Vier deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Daar is egter minder deelnemers wat gemiddeld presteer het. Een deelnemer se voorspelling en evaluering was dat daar swak presteer sou word. Een deelnemer het swak presteer.

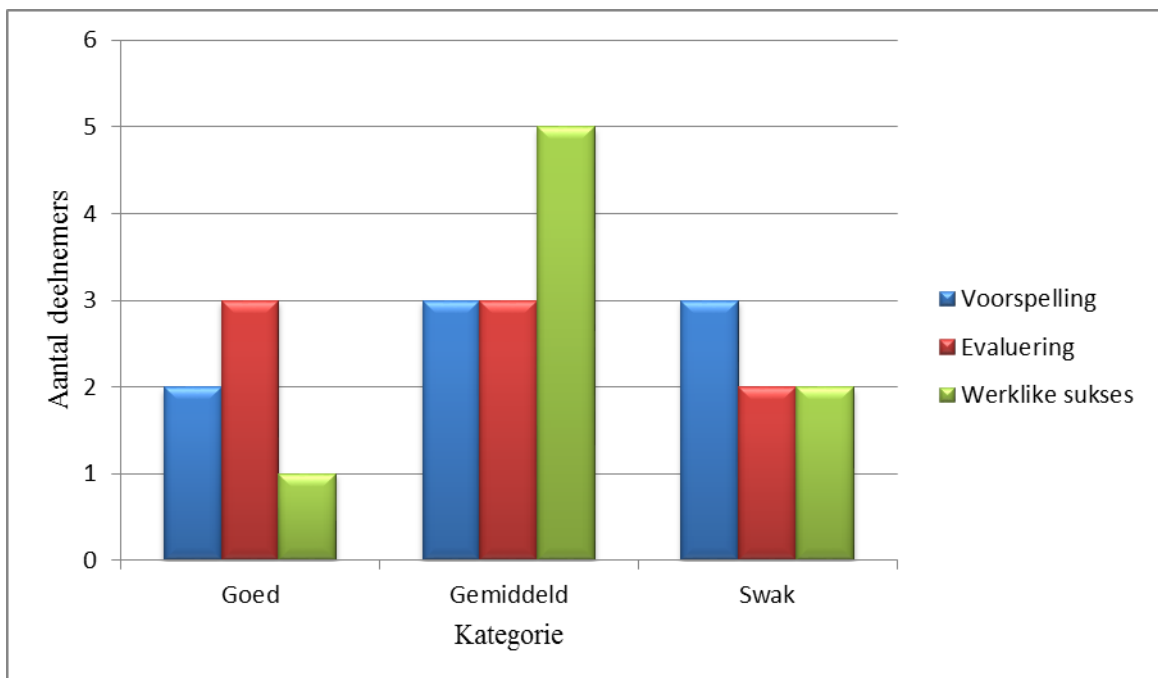


**Figuur 22: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 5**

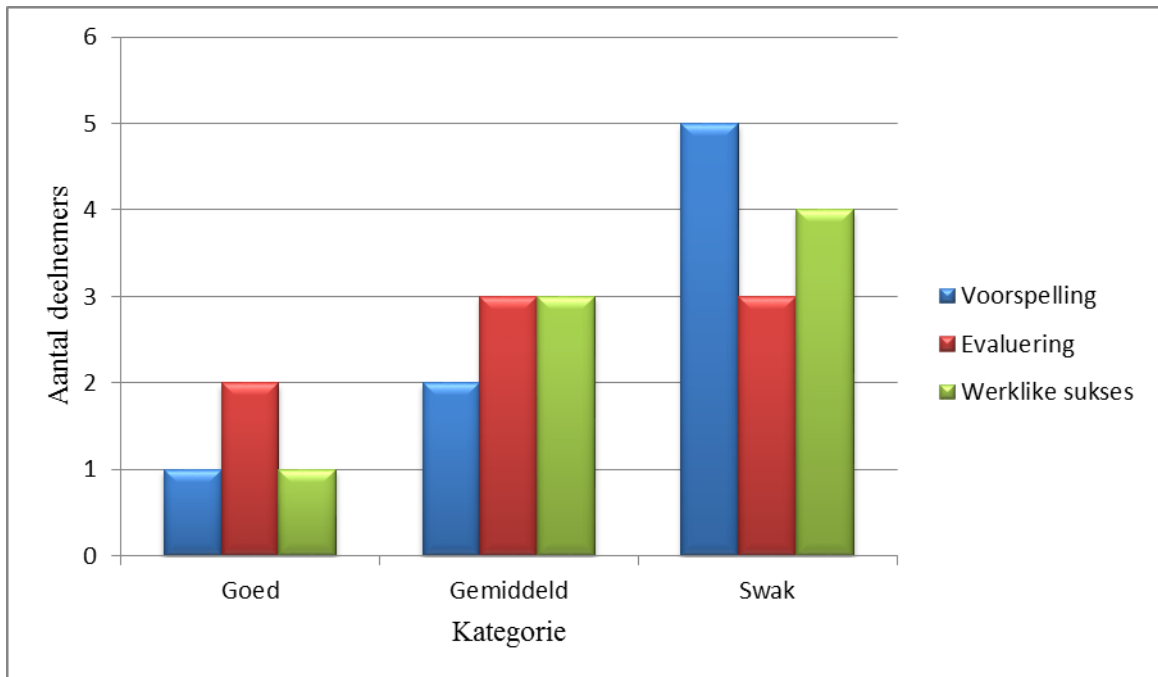
Figuur 22 toon dat die kontrole groep Wiskunde-probleem 5 aangedui het as die Wiskunde-probleem met die hoogste voorspelling op definitiewe sukses sonder om 'n fout te maak. Slegs een van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was egter dieselfde as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat daar swak gevaar sou word en daar is toe wel swak presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering was dat hulle goed presteer het en daar is toe wel goed presteer. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.

Die onderstaande figuur (Figuur 23) toon dat geen deelnemer in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses nie. Twee van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering was dat hulle swak presteer het en het toe wel swak presteer. Drie van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die

deelnemers se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers gemiddeld presteer.

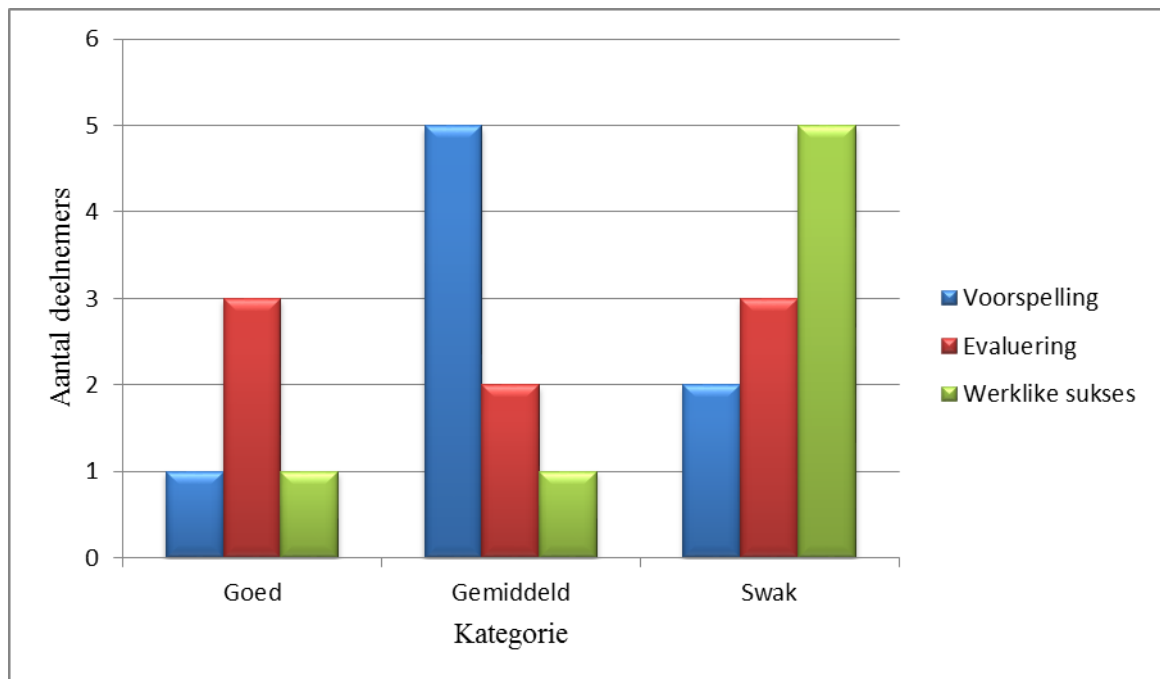


**Figuur 23: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 6**



**Figuur 24: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 6**

Figuur 24 dui aan dat een van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat hy/sy goed sou vaar en daar is toe wel goed presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was nie dieselfde as die werklike sukses nie. Hulle evaluering was dat hulle gemiddeld presteer het en hulle het toe wel gemiddeld presteer. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.

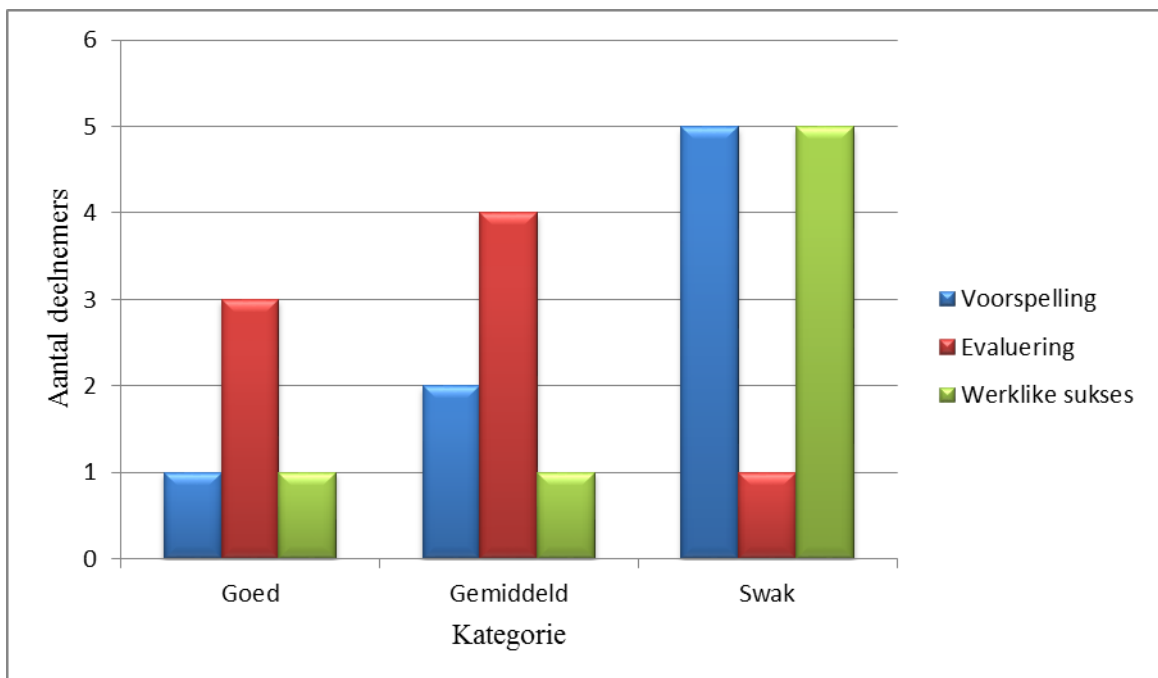


**Figuur 25: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 7**

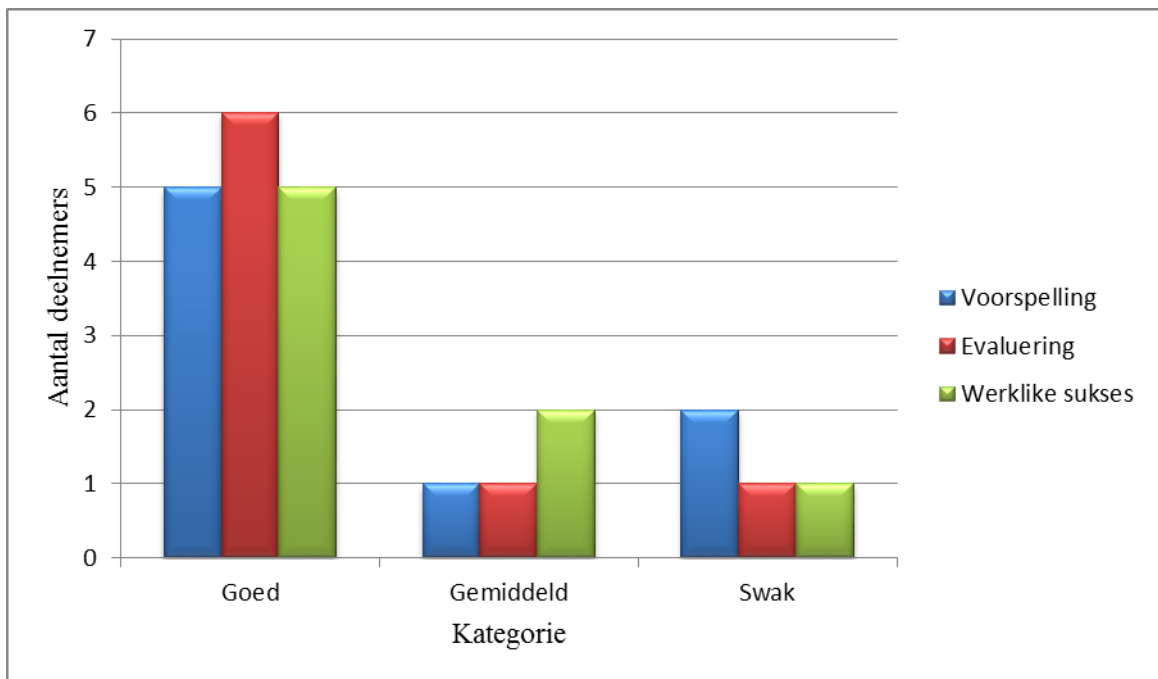
Figuur 25 toon dat een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat hy/sy goed sou vaar en daar is toe wel goed presteer. Die eksperimentele groep het Wiskunde-probleem 7 aangedui as die Wiskunde-probleem met die laagste voorspelling van sukses. Geen deelnemer in die eksperimentele groep het voorspel om hierdie Wiskunde-probleem foutloos te beantwoord nie. Nie een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Nie een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.

Die onderstaande figuur (Figuur 26) toon dat ses van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Vyf van die deelnemers in die kontrole groep het voorspel dat hulle swak sou vaar en hulle het toe wel swak presteer. Een van die deelnemers in die kontrole groep het voorspel dat hy/sy goed sou vaar en daar is toe wel goed presteer. Geen deelnemer in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Die kontrole groep het Wiskunde-probleem 7 aangedui as die Wiskunde-probleem met die hoogste evaluering van

sekerheid dat 'n fout begaan sou word. Geen deelnemer in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.

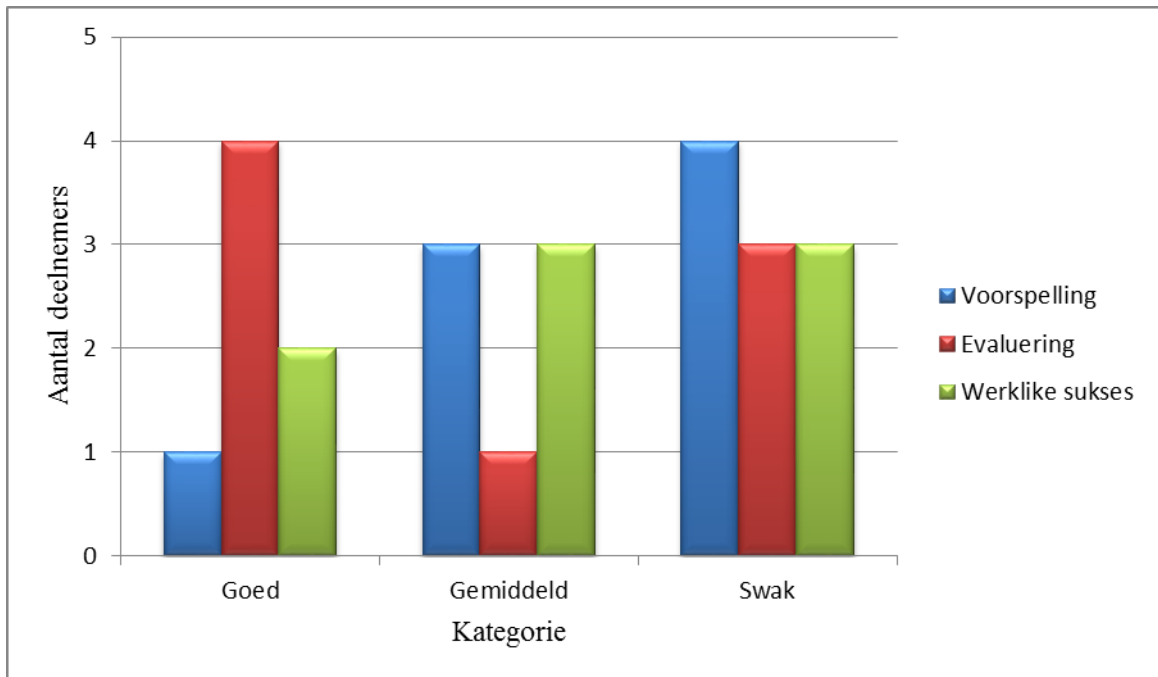


**Figuur 26: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 7**



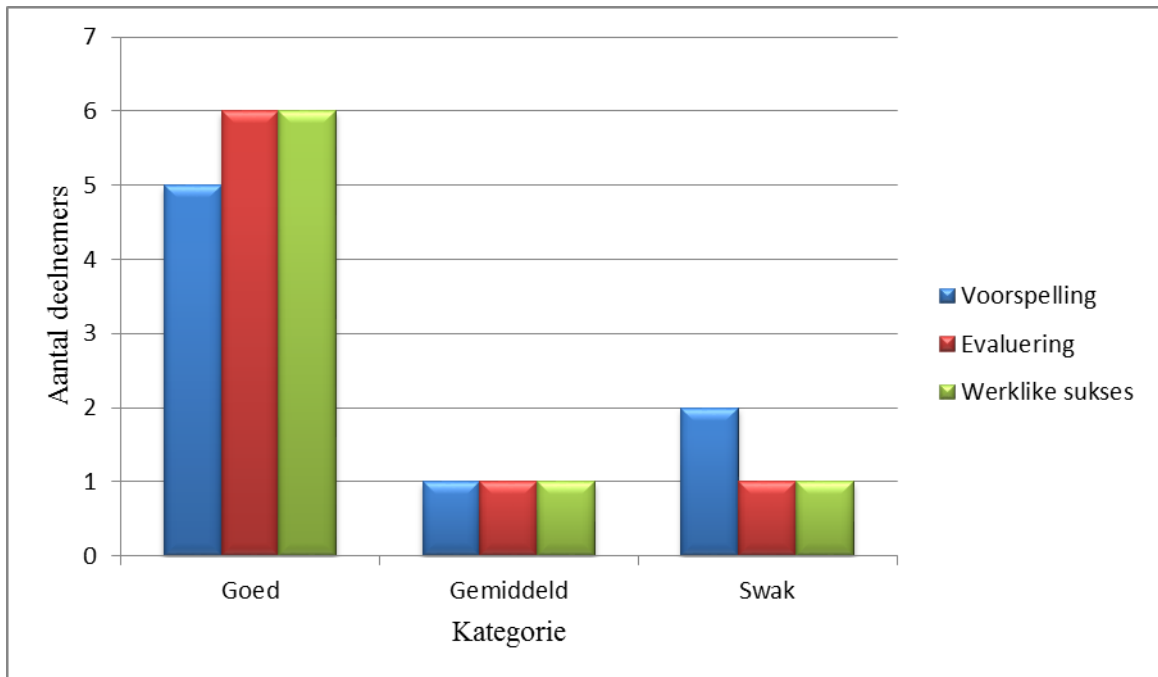
**Figuur 27: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 8**

Figuur 27 toon dat vyf van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle goed sou vaar en het toe wel goed presteer. Een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Die deelnemer se evaluering van sukses was dat hy/sy swak presteer het en daar is toe wel swak presteer. Die eksperimentele groep het Wiskunde-probleem 8 aangedui as die Wiskunde-probleem met die hoogste evaluering van dat 'n fout begaan sou word. Een van die deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemer se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Vergeleke met die voorspelling en evaluering van sukses het meer deelnemers gemiddeld presteer.



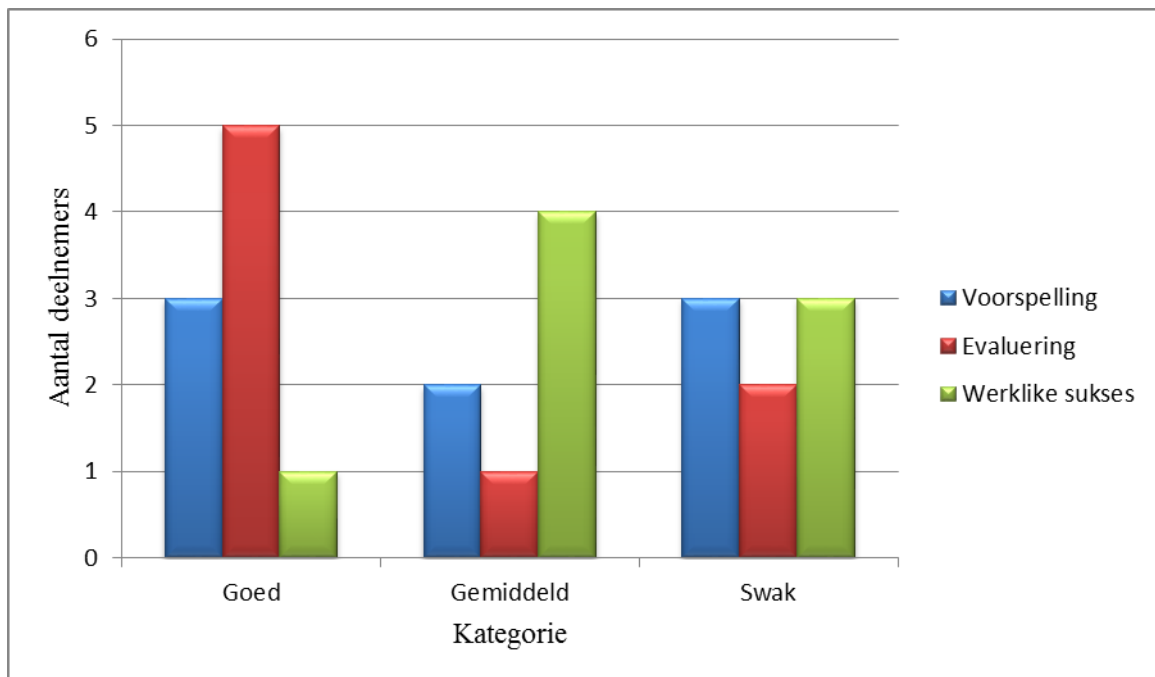
**Figuur 28: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 8**

Figuur 28 toon dat drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle gemiddeld sou vaar en het toe wel gemiddeld presteer. Drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Hulle evaluering van sukses was dat hulle swak presteer het en het toe wel swak presteer. Nie een deelnemer in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.



**Figuur 29: Vergelyking van die eksperimentele groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde-probleem 9**

Figuur 29 toon dat een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Die deelnemer het voorspel dat hy/sy gemiddeld sou vaar en het toe wel gemiddeld presteer. Die eksperimentele groep (d.w.s. skaakspelers) het Wiskunde-probleem 9 aangedui as die Wiskunde-probleem met die hoogste voorspelling van sukses sonder om 'n fout te maak. Al die deelnemers in die eksperimentele groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses. Ses van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering was dat hulle goed presteer het en het toe wel goed presteer. Een van die agt kontrole groep deelnemers se evaluering was dat hy/sy gemiddeld presteer het en het toe wel gemiddeld presteer. Een van die agt kontrole groep deelnemers se evaluering was dat hy/sy swak presteer het en het toe wel swak presteer. Die eksperimentele groep dui na evaluasie Wiskunde-probleem 9 aan as die Wiskunde-probleem met die hoogste evaluering op sukses sonder om 'n fout te maak. Een van die agt deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses. Die deelnemer se voorspelling en evaluering was dat daar gemiddeld presteer sou word. Een deelnemer het swak presteer.



**Figuur 30: Vergelyking van die kontrole groep se metakognitiewe vaardighede (voorspelling en evaluering) en werklike sukses in Wiskunde probleem 9**

Figuur 30 toon dat drie van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses dieselfde was as die werklike sukses. Hulle het voorspel dat hulle swak sou vaar en het toe wel swak presteer. Die kontrole groep het Wiskunde-probleem 9 aangedui as die Wiskunde-probleem met die hoogste voorspelling van sekerheid dat 'n fout begaan sou word. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se evaluering van sukses was dieselfde as die werklike sukses nie. Nie een van die agt deelnemers in die kontrole groep se voorspelling van sukses was dieselfde as die evaluering van sukses nie.

#### **4.4.2 Bespreking van resultate van die data met betrekking tot die metakognitiewe vaardighede (*voorspelling en evaluering*) en werklike sukses in die oplos van die Wiskunde-probleme**

Die eksperimentele groep se voorspelling van sukses was onrealisties met betrekking tot die werklike sukses deurdat die verwagtinge vir moontlike sukses te laag was. Die eksperimentele groep se evaluering van sukses was realisties met betrekking tot die werklike sukses. Die kontrole groep se

voorspelling van sukses was realisties met betrekking tot die werklike sukses. Die kontrole groep se evaluering van sukses was onrealisties met betrekking tot die werklike sukses deurdat die verwagtinge vir moontlike sukses te hoog was. 'n Groter hoeveelheid van die deelnemers in die eksperimentele groep se voorspelling van sukses vir die *goeie kategorie* en *gemiddelde kategorie* was dieselfde as hulle evaluering van sukses vergeleke met die deelnemers van die kontrole groep. Die eksperimentele groep en die kontrole groep het ewe veel deelnemers in die *swak kategorie* met betrekking tot voorspelling van sukses en evaluering van sukses gehad.

#### **4.4.3 Resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *bepanning* (strategieë)**

Goeie keuses van strategieë is enige keuses van strategieë wat kan lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem. Geen beperkings is geplaas op die aantal of tipe strategie wat die deelnemers gebruik het nie, aangesien meer as een strategie kan lei tot die regte oplos van 'n Wiskunde-probleem. Swak keuses van strategieë is enige keuses van strategieë wat van geen nut is tydens die oplos van die Wiskunde-probleem nie. Swak keuses van strategieë kan slegs lei tot die gedeeltelike oplos van die Wiskunde-probleem of tot geen oplossing van die Wiskunde-probleem nie.

'n Moontlike voorbeeld om die verskil aan te dui tussen die keuses van strategieë vir die oplos van 'n Wiskunde-probleem is: Drie waatlemoene en twee spanspekke weeg altesaam 32 kilogram. Vier waatlemoene en drie spanspekke weeg altesaam 44 kilogram. Al die waatlemoene weeg dieselfde en al die spanspekke weeg dieselfde. Wat is die totale gewig van twee waatlemoene en een spanspek? Goeie keuses van strategieë wat lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem is byvoorbeeld die gebruik van verhoudings en of breuke. 'n Swak strategiese keuse wat lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem, is byvoorbeeld die gebruik van Pythagoras se stelling. Die gebruik van Pythagoras se stelling is onvanpas en lei tot geen oplossing vir die Wiskunde-probleem nie.

Tabel 10 dui die tipe keuses van beide die eksperimentele groep en die kontrole groep aan met betrekking tot die verskillende strategieë wat gelei het tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleme.

**Tabel 10: Resultate van die ondersoek na die deelnemers se metakognitiewe vaardigheid *beplanning* (strategieë)**

Wiskunde-probleem	Eksperimentele groep (skaakspelers)		Kontrole groep (nie-skaakspelers)	
	Goeie keuses	Swak keuses	Goeie keuses	Swak keuses
Wiskunde-probleem 1	8	0	7	1
Wiskunde-probleem 2	7	1	8	0
Wiskunde-probleem 3	7	1	6	2
Wiskunde-probleem 4	7	1	6	2
Wiskunde-probleem 5	4	4	4	4
Wiskunde-probleem 6	4	4	5	3
Wiskunde-probleem 7	1	7	1	7
Wiskunde-probleem 8	7	1	4	4
Wiskunde-probleem 9	2	6	1	7
Totaal	128	25	42	30

Tabel 10 toon dat die eksperimentele groep in Wiskunde-probleem 1 die meeste aantal korrekte strategieë gebruik het wat kon lei tot die suksesvolle oplos van dié Wiskunde-probleem. Wiskunde-probleem 5 en Wiskunde-probleem 6 is die enigste Wiskunde-probleme waarin die eksperimentele groep dieselfde hoeveelheid goeie keuses van strategieë sowel as swak keuses van strategieë tydens die oplos van die Wiskunde-probleme gebruik het. Die kontrole groep het in Wiskunde-probleem 2 die meeste aantal korrekte strategieë gebruik. Die kontrole groep het in Wiskunde-probleem 5 en Wiskunde-probleem 8 dieselfde hoeveelheid goeie keuses van strategieë vir die oplos van die Wiskunde-probleme

uitgeoefen as swak keuses van strategieë vir die oplos van die Wiskunde-probleme. By Wiskunde-probleem 7 en Wiskunde-probleem 9, was beide die groepe se goeie keuses van strategieë swakker as die swak keuses van strategieë. Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het redelike na goeie sukses in sewe van die nege Wiskunde-probleme behaal tydens die oplos van die Wiskunde-probleme.

**Los die probleem op**

**Deur slegs drie vywe te gebruik, bepaal hoe drie vywe ses maak.**

*Drie vywe kan nie 6 maak nie.*

**Figuur 31: 'n Voorbeeld van waar geen strategie toegepas word nie: Deelnemer 15/2014 (Kontrole groep)**

In Figuur 31 kan duidelik gesien word dat daar geensins 'n poging deur dié deelnemer in die kontrole groep aangewend is om enige tipe van strategie toe te pas om Wiskunde-probleem 9 te probeer op los nie.

**Los die probleem op**

**Deur slegs drie vywe te gebruik, bepaal hoe drie vywe ses maak.**

$5 \times 5$      $5 \div 5$      $5 + 5 = 10$

~~$5 \times 5$~~      ~~$5 \div 5$~~      ~~$5 + 5 = 10$~~

$5 + (5 \div 5)$      $5 + (5 \div 5)$

$5 + 5 = 10$

$5 \div 5 = 1$

$5^2 - 5$      $\frac{25}{20}$      $5^3$      $2,5^2 \times 2,5$      $\sqrt{5}$

$2,5$   
 $2,5$   
 $5,0$

**Figuur 32: 'n Voorbeeld van ondersoekende denke: Deelnemer 16/2014 (Eksperimentele groep)**

Figuur 32 is 'n voorbeeld van een van die eksperimentele groep se deelnemers waarin pogings aangewend is om strategieë deur ondersoekende denke te gebruik om Wiskunde-probleem 9 te probeer oplos. Kennis van eksponente tot en met desimale breuke is gebruik totdat die Wiskunde-probleem suksesvol opgelos is.

**Los die probleem op**

**Vier susters is elkeen drie jaar uitmekaar gebore. Hulle ouderdomme is altesaam 30 jaar. Hoe oud is die oudste suster?**

3, 6, 9, 12, 15, 18  
 $3 + 6 + 9 + 12 = 18 + 12$   
 $\therefore 30$  jaar  
 $\therefore 12$  jaar oud is die oudste suster

**Figuur 33: 'n Voorbeeld in die gebruik van veelvoude vir Wiskunde-probleemoplossing: Deelnemer 3/2014 (Eksperimentele groep)**

Figuur 33 is die enkele voorbeeld waar 'n deelnemer in die eksperimentele groep veelvoude gebruik het om Wiskunde-probleem 1 op te los. Die ander deelnemers het meer formele tipe algebra probeer om dié Wiskunde-probleem op te los, met gemengde sukses. Byvoorbeeld:

$$\begin{aligned}y + (y + 3) + (y + 6) + (y + 9) &= 30 \\ \therefore 4y + 18 &= 30 \\ \therefore 4y &= 30 - 18 \\ \therefore 4y &= 12 \\ \therefore y &= 3\end{aligned}$$

Die oudste dogter is  $(y + 9) = (3 + 9) = 12$  jaar oud.

**4.4.4 Bespreking van die resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *bepanning* (strategieë)**

Die literatuur ondersteun die waarneming waar meer ervare probleemoplossers weens genoegsame hoeveelhede kognitiewe skemas nie geforseer word om algemene probleemoplossingstrategieë en -vaardighede te gebruik nie (Sweller, 1988).

Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het dieselfde hoeveelheid (vyf) Wiskunde-probleme aangedui met betrekking tot goeie keuses vir strategieë. Die eksperimentele groep het egter meer goeie strategieë per Wiskunde-probleem gebruik wat kon lei tot die suksesvolle oplos van die nege Wiskunde-probleme teenoor die kontrole groep se kleiner hoeveelheid goeie keuses van strategieë per Wiskunde-probleem wat kon lei tot die suksesvolle oplos van die nege Wiskunde-probleme. Hierdie bevinding sluit aan by vorige navorsing dat skaakspelers se kennis, vaardighede en strategieë direk fokus op probleemoplossingstrategieë (Perkins & Salomon, 1989).

#### **4.4.5 Resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* (bewerkings)**

Goeie keuses van bewerkings is enige keuse van enkele bewerkings of kombinasies van bewerkings wat kan lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem. Geen beperkings is geplaas op die aantal of tipe bewerkings wat die deelnemers gebruik het nie, aangesien meer as een soort bewerking kan lei tot die regte oplos van 'n Wiskunde-probleem. Swak keuses van bewerkings is enige keuse van enkele bewerkings of kombinasies van bewerkings wat van geen nut is tydens die oplos van die Wiskunde-probleme nie en kan slegs tot die gedeeltelike oplos van die Wiskunde-probleme of tot geen oplossing lei nie.

'n Moontlike voorbeeld om die verskil aan te dui tussen die keuses van bewerkings vir die oplos van die Wiskunde-probleme is die volgende: Vier susters is elkeen drie jaar uitmekaar gebore. Hulle ouderdomme is altesaam 30 jaar. Hoe oud is die oudste suster? (sien par. 4.4.3). Goeie keuses van bewerkings is enige bewerkings wat lei tot die moontlike suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem, byvoorbeeld die gebruik van die bewerkingskombinasie optel, vermenigvuldiging, aftrek en deling of slegs die enkele gebruik van die bewerking, optel. Swak keuses van bewerkings is enige bewerkings wat lei tot die onsuksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem, byvoorbeeld die gebruik van logaritmes en vierkantswortel. Geen moontlikheid van sukses bestaan om die Wiskunde-probleem suksesvol op te los indien enige of albei van dié keuses uitgeoefen word nie.

**Tabel 11: Resultate van die ondersoek na die deelnemers se metakognitiewe vaardigheid *beplanning* (bewerkings)**

Wiskunde-probleem	Eksperimentele groep (skaakspelers)		Kontrole groep (nie-skaakspelers)	
	Goeie keuses	Swak keuses	Goeie keuses	Swak keuses
Wiskunde-probleem 1	7	1	6	2
Wiskunde-probleem 2	2	6	4	4
Wiskunde-probleem 3	3	5	6	2
Wiskunde-probleem 4	5	3	6	2
Wiskunde-probleem 5	4	4	1	7
Wiskunde-probleem 6	1	7	1	7
Wiskunde-probleem 7	4	4	5	3
Wiskunde-probleem 8	1	7	1	7
Wiskunde-probleem 9	4	4	3	5
Totaal	31	41	33	39

Tabel 11 dui die tipe keuses van beide die eksperimentele groep en die kontrole groep aan met betrekking tot die korrekte bewerkings wat gelei het tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleme. Die eksperimentele groep het in Wiskunde-probleem 1 die meeste aantal korrekte bewerkings gebruik wat kon lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleem. Wiskunde-probleem 5, Wiskunde-probleem 7 en Wiskunde-probleem 9 is die Wiskunde-probleme waarin die eksperimentele groep dieselfde hoeveelheid goeie keuses van bewerkings, sowel as swak keuses van bewerkings tydens die oplos van die Wiskunde-probleme, gebruik het. Die kontrole groep het in Wiskunde-probleem 1, Wiskunde-probleem 3 en Wiskunde-probleem 4 die meeste aantal korrekte bewerkings gebruik. Die kontrole groep het in Wiskunde-probleem 2 dieselfde hoeveelheid goeie keuses van bewerkings vir die

oplos van die Wiskunde-probleme gebruik, as swak keuses van bewerkings vir die oplos van die Wiskunde-probleme.

Die enigste Wiskunde-probleme waarin die eksperimentele groep se goeie keuses van bewerkings beter was as die swak keuses van bewerkings, is Wiskunde-probleem 1 en Wiskunde-probleem 4. Die kontrole groep se goeie keuses van bewerkings was in Wiskunde-probleem 1, Wiskunde-probleem 3, Wiskunde-probleem 4 en Wiskunde-probleem 7 beter as die swak keuses van bewerkings. In vyf van die nege Wiskunde-probleme het beide die eksperimentele en die kontrole groep redelike na goeie sukses behaal van keuses in die korrekte gebruik van wiskundige bewerkings tydens die oplos van die Wiskunde-probleme.

#### **4.4.6 Bespreking van die resultate van die data vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* (bewerkings)**

Tabel 11 dui aan dat die eksperimentele groep slegs by twee Wiskunde-probleme goeie keuses vir bewerkings uitgeoefen het teenoor die kontrole groep se hoeveelheid van vier Wiskunde-probleme met betrekking tot goeie keuses vir bewerkings. Die kontrole groep het egter meer goeie bewerkings of kombinasie van bewerkings per Wiskunde-probleem gebruik, wat kon lei tot die suksesvolle oplos van die nege Wiskunde-probleme teenoor die eksperimentele groep se kleiner hoeveelheid goeie keuses van bewerkings of kombinasie van bewerkings per Wiskunde-probleem, wat kon lei tot die suksesvolle oplos van die nege Wiskunde-probleme.

#### **4.4.7 Resultate van die data verkry vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Die deelnemers moes terugkyk op elk van die probleme wat opgelos is. Redes is verskaf waarom hulle gesukkel het om elke probleem effektief op te los. Die resultate van die ondersoek na die deelnemers se metakognitiewe vaardigheid *refleksie* word in die onderstaande tabelle weergegee.

**Tabel 12: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 1 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	1	0
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	5	5
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	1	1

Dit blyk uit Tabel 12 dat drie afdelings van die eksperimentele groep se refleksie op die oplos van die probleem dieselfde is as dié van die kontrole groep. Een deelnemer in die eksperimentele groep het aangedui dat die vraag nie verstaan is nie. Drie deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 1 ander redes verskaf soos “*Is nie seker of die metode reg is nie*” (eksperimentele groep deelnemer), “*Moontlik 'n optelfout gemaak*” (kontrole groep deelnemer) en “*Dit was verwarrend*” (kontrole groep deelnemer).

**Tabel 13: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 2 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (Skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	0	1
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	4	5
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	3	0

Dit blyk uit Tabel 13 dat twee afdelings van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Drie deelnemers in die eksperimentele groep teenoor twee deelnemers in die kontrole groep het aangedui dat verstaan en strategieë redes kon wees dat Wiskunde-probleem 2 nie suksesvol opgelos is nie. Twee deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 2 ander redes verskaf soos “*Moet jy die sleutel wat die slot oopsluit ook bysit?*” (kontrole groep deelnemer) en “*Nie seker hoe vraag moet beantwoord word nie*” (kontrole groep deelnemer).

**Tabel 14: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 3 aangaande die Metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	0	1
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	4	5
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	3	0

Dit blyk uit Tabel 14 dat een afdeling van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Slegs die kontrole groep het aangedui dat verstaan 'n rede vir mislukking kon wees. In die eksperimentele groep het drie deelnemers aangedui dat bewerkings 'n probleem is teenoor geen deelnemers van die kontrole groep nie. Daar is meer deelnemers in die kontrole groep wat strategieë uitgewys het as die rede vir die onsuksesvolle oplos van Wiskunde-probleem 3 teenoor in die eksperimentele groep. Drie deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 3 ander redes verskaf soos “*Silly error*” (eksperimentele groep deelnemer); “*Optelfout*” (kontrole groep deelnemer) en “*We don't know if the cantaloupe and watermelon weight the same*” (kontrole groep deelnemer).

**Tabel 15: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 4 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	0	2
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	6	3
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	1	0

Dit blyk uit Tabel 15 dat een afdeling van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Slegs die kontrole groep het aangedui dat verstaan moontlik 'n rede vir mislukking was. In die eksperimentele groep het een deelnemer aangedui dat bewerkings 'n probleem was teenoor geen deelnemers van die kontrole groep nie. Ses deelnemers in die eksperimentele groep het strategieë uitgewys as rede vir die onsuksesvolle oplos van Wiskunde-probleem 4 teenoor drie deelnemers in die kontrole groep. Vier deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 4 ander redes verskaf soos “*Nie seker oor al die moontlikhede van die vorige destinasies nie*” (eksperimentele groep deelnemer), “*Het dit verkeerd bewerk*” (kontrole groep deelnemer), “*Weet nie hoeveel skepe daar altesaam was nie*” (kontrole groep deelnemer), en “*Verkeerd vraag beantwoord*” (kontrole groep deelnemer).

Tabel 16 toon dat twee afdelings van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Meer deelnemers in die kontrole groep as in die eksperimentele groep het verstaan aangedui as rede vir mislukking. In die eksperimentele groep het vier deelnemers aangedui dat strategieë 'n probleem was teenoor drie deelnemers van die kontrole groep. Drie deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 5 ander redes verskaf soos “*Weet nie hoeveel studente daar is nie*” (eksperimentele groep deelnemer), “*Metode kan verkeerd wees of die vraag is verkeerd geïnterpreteer*” (eksperimentele groep deelnemer) en “*If I have misread the question*” (kontrole groep deelnemer).

**Tabel 16: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 5 aangaande die metakognitiewe vaardigheid refleksie**

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	1	3
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	4	3
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	1	1

**Tabel 17: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 6 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	0	3
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	6	3
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	2	2

Dit blyk uit Tabel 17 dat twee afdelings van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Slegs die kontrole groep het aangedui dat verstaan 'n rede vir mislukking kon wees. Daar is ses deelnemers in die eksperimentele groep wat strategieë uitgewys het as die rede vir die onsuksesvolle oplossing van Wiskunde-probleem 6 teenoor drie deelnemers in die kontrole groep. Die deelnemers het geen ander redes vir Wiskunde-probleem 6 voorsien nie.

**Tabel 18: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 7 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	0
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	2	5
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	2	2
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	1	0

Dit blyk uit Tabel 18 dat twee afdelings van die eksperimentele groep se refleksie van sukses ooreenstem met dié van die kontrole groep. In die eerste afdeling het geen deelnemer van enige van die groepe aangedui dat Wiskunde-probleem 7 foutloos voltooi sou word nie en dat daar geen moontlike rede behoort te wees waarom foute begaan sou word nie. In die tweede afdeling van ooreenstemming, het ewe veel deelnemers van albei groepe (2 deelnemers elk) aangedui dat die deelnemers nie geweet het watter strategieë om te gebruik nie. In die eksperimentele groep het twee deelnemers aangedui dat verstaan 'n probleem is teenoor vyf deelnemers in die kontrole groep. Slegs die eksperimentele groep het aangedui dat bewerkings moontlik 'n rede vir mislukking is. Vier deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 7 ander redes verskaf soos “Die koning is oneindig werd” (eksperimentele groep deelnemer), “Silly error” (eksperimentele groep deelnemer), “Verstaan nie wat moet wat maak” (eksperimentele groep deelnemer) en “I don’t think surely you cant divide chess pieces by each other and get an answer” (kontrole groep deelnemer).

Tabel 19 toon dat een afdeling van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Een deelnemer in die kontrole groep het aangedui dat daar geen rede is waarom 'n fout begaan sou word nie. Slegs die kontrole groep het aangedui dat bewerkings 'n rede vir mislukking kon wees. In die eksperimentele groep het vier deelnemers aangedui dat strategieë 'n probleem is teenoor drie deelnemers in die kontrole groep. Vier deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 8 ander redes verskaf soos “*Nie seker of nommers eintlik afstand is nie*” (eksperimentele groep deelnemer), “*Made a mathematical error*” (eksperimentele groep deelnemer); “*Silly error*” en “*Forgot the formula*” (kontrole groep deelnemer).

**Tabel 19: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 8 aangaande die metakognitiewe vaardigheid refleksie**

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	1
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	1	1
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	4	3
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	0	2

**Tabel 20: Resultate van die ondersoek in Wiskunde-probleem 9 aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Keuses vir refleksie	Eksperimentele groep (skaakspelers)	Kontrole groep (nie-skaakspelers)
Geen rede waarom fout begaan sal word nie	0	1
Redes soos: <b>verstaan</b> nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie	0	3
Weet nie watter <b>strategieë</b> om te gebruik nie	2	2
Weet nie watter <b>bewerkings</b> om te gebruik nie	3	1

Tabel 20 toon dat een afdeling van die eksperimentele groep se refleksie van sukses dieselfde was as dié van die kontrole groep. Een deelnemer in die kontrole groep het aangedui dat daar geen rede is waarom 'n fout begaan sou word nie. Die kontrole groep het drie deelnemers wat aangedui het dat verstaan 'n probleem is teenoor geen deelnemers in die eksperimentele groep nie. Die eksperimentele groep het drie deelnemers wat aangedui het dat bewerkings 'n probleem was teenoor een deelnemer van die kontrole groep. Een van die eksperimentele deelnemers het die antwoordspasie oopgelos en nie 'n rede verskaf nie. Drie deelnemers het tydens die refleksie op Wiskunde-probleem 9 ander redes verskaf soos “*Mathematical error*” (eksperimentele groep deelnemer), “*Silly error*” (eksperimentele groep deelnemer) en “*If I did it wrong*” (kontrole groep deelnemer).

#### **4.4.8 Bespreking van resultate van die data verkry vanuit die Wiskunde-probleme met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *refleksie***

Twee deelnemers in die kontrole groep verskaf die rede dat daar “*geen rede is waarom fout begaan sal word nie*” teenoor geen deelnemers van die eksperimentele groep nie. Die redes soos “*verstaan nie die werk nie of verstaan nie die vraag of die betekenis van die woorde wat in die vraag gevra gebruik word nie*” is meer as dubbel soveel keer deur die kontrole groep gebruik teenoor die eksperimentele groep. Beide die redes “*Weet nie watter strategieë om te gebruik nie*” en “*Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie*” is deur die meerderheid van die eksperimentele groep deelnemers as redes aangedui waarom foute moontlik gemaak is. Meer deelnemers in die eksperimentele groep teenoor diegene in die kontrole groep het dan ook dié twee redes tydens refleksie gekies. Meer deelnemers in die eksperimentele groep teenoor diegene in die kontrole groep gebruik ander redes as dié wat deur die navorser verskaf is om redes te verskaf waarom daar moontlik foute gemaak is tydens die oplos van die Wiskunde-probleme.

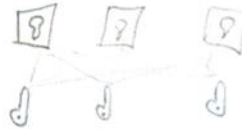
#### **4.4.9 Kognitiewe denkprosesse of denkwyses (kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke; analitiese denke en ondersoekende denke) in die Wiskunde-probleme**

Die vraag wat aan beide die eksperimentele groep en die kontrole groep gestel is, is: “*Watter Wiskunde-probleem was vir jou die moeilikste om op te los?*” Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het Wiskunde-probleem 7 aangedui as die moeilikste probleem om te voltooi en Wiskunde-probleem 8 as die tweede moeilikste probleem om te voltooi. Die werklike sukses van beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het getoon dat Wiskunde-probleem 7 wel die moeilikste probleem was om suksesvol te voltooi. Redes vir Wiskunde-probleem 7 soos “*I know nothing about chess and surely you can't divide a chess piece by each other*”, “*I didn't know what to do with no numbers given*” en “*Dit maak nie sin nie*” is verskaf. Wiskunde-probleme 3, 5, 6 is ook deur die eksperimentele groep aangedui as uitdagende Wiskunde-probleme om te voltooi. Die kontrole groep het ook verder Wiskunde probleme 4 en 9 aangedui as moeilike Wiskunde-probleme.

Figuur 34 is 'n voorbeeld van 'n fout wat deur 'n paar deelnemers begaan is tydens die oplos van Wiskunde-probleem 2. In plaas van om te redeneer dat die regte sleutel die eerste keer in die regte slot sal

pas en dan 'n moontlike bewerking daarvolgens te kry, het hulle geredeneer dat al die sleutels op al die slotte getoets moet word.

**Solve the problem.**

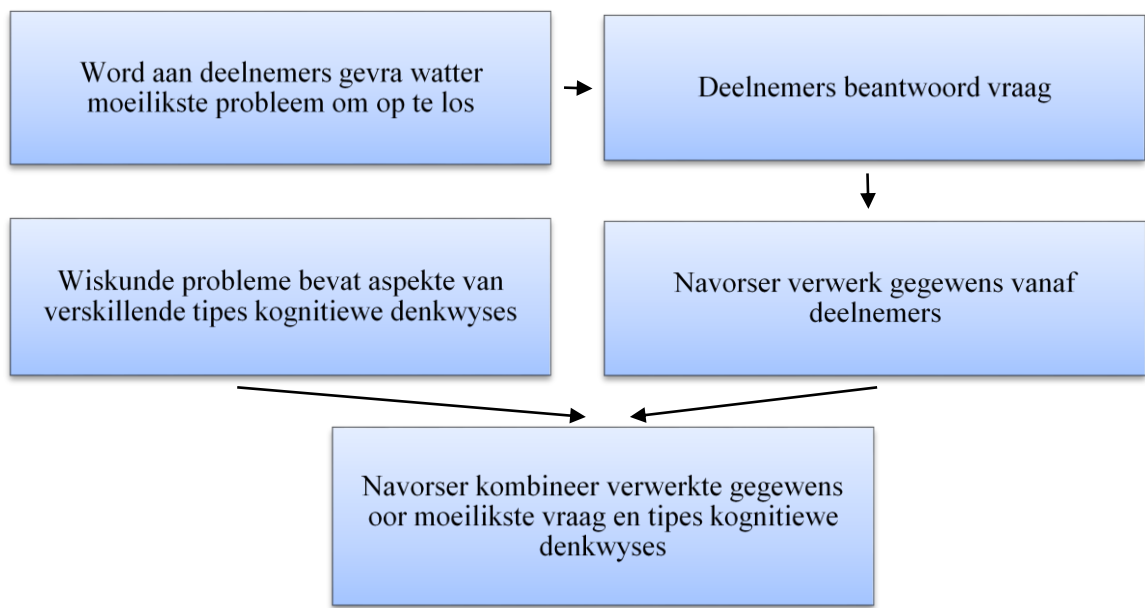


**A banker forgets which key fits in which of three keyholes. What is the minimum number of trials to identify which key is meant for each lock?**

IF there are 3 locks and 3 keys, the minimum number of trials to identify which key is meant for each lock is 9

**Figuur 34: 'n Algemene denkfout begaan tydens die oplos van 'n Wiskunde-probleem**

Aangesien die deelnemers nie geweet het watter tipes denke hulle gebruik nie en ook nie in staat was om vir my as navorser aanduidings te gee van die tipes denke wat gebruik is nie, het ek die data gebruik van die moeilikste oplosbare Wiskunde-probleem. Die nege vooraf-geselekteer Wiskunde-probleme wat in die taakgebaseerde werkkaart gebruik is (sien par. 3.6), inkorporeer aspekte van die verskillende tipes denkwyses (d.w.s. kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke, analitiese denke en ondersoekende denke) wat in hierdie studie ondersoek is. Deur gebruik te maak van die data aan my verskaf deur die deelnemers van watter Wiskunde-probleem die moeilikste oplosbare probleem was, kon ek 'n opsomming maak van die Wiskunde-probleme wat deur die eksperimentele groep en die kontrole groep as die moeilikste probleme beskou is. Die opsomming van die moeilikste oplosbare probleme is daarna verwerk. Hierdie gegewens is daarna met die aspekte geïnkorporeer van die verskillende tipes denkwyses wat in hierdie studie ondersoek is (sien Figuur 35).



**Figuur 35: Skematiese voorstelling ter bepaling van die denkwyses in die moeilikste Wiskunde-probleme**

Tabel 21 dui die samevatting aan van die denkwyses in die nege Wiskunde-probleme.

**Tabel 21: Resultate van die ondersoek na die tipes kognitiewe denkwyses aangedui deur die groepe met betrekking tot die moeilikste oplosbare probleem**

	Logiese denke	Kritiese denke	Abstrakte denke	Ondersoekende denke
Eksperimentele groep	2	3	4	5
Kontrole groep	1	0	5	7

Van die nege Wiskunde-probleme, het die eksperimentele groep Wiskunde-probleme aangedui waarin al vier die tipes denkwyses (d.w.s. kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke en ondersoekende denke) voorkom. Van die nege Wiskunde-probleme, het die kontrole groep slegs

Wiskunde-probleme aangedui waarin drie van die tipes denkwyses (d.w.s. logiese denke, abstrakte denke en ondersoekende denke) voorgekom het. Nie een deelnemer in die kontrole groep het gedink dat die Wiskunde-probleme wat kritiese denke ingesluit het, moeilik was nie. Die eksperimentele groep het drie Wiskunde-probleme aangedui wat kritiese denke ingesluit het, wat vir hierdie deelnemers moeilik was om suksesvol te voltooi.

Twee deelnemers in die eksperimentele groep teenoor een deelnemer in die kontrole groep het gedink Wiskunde-probleme met logiese denke is moeilik. Dit wil voorkom asof die eksperimentele groep dit moeiliker gevind het as die kontrole groep om Wiskunde-probleme wat kritiese denke en logiese denke bevat, op te los. Die teenoorgestelde is weer waar vir Wiskunde probleme wat abstrakte denke, analitiese denke en ondersoekende denke ingesluit het. Die aanduiding is dat die kontrole groep die Wiskunde-probleme wat abstrakte denke, analitiese denke en ondersoekende denke bevat, moeiliker gevind het om te voltooi as die eksperimentele groep. Redes soos *“omdat ek dit nie verstaan het nie”* is deur die kontrole groep verskaf.

Dieselfde proses as in Figuur 35 is herhaal, behalwe dat die deelnemers se werklike sukses gebruik is as aanduiding van die moeilikste Wiskunde-probleme wat deur die eksperimentele groep en die kontrole groep voltooi is, en nie die deelnemers se belewenisse nie.

Tabel 22 verskaf die samevatting van die denkwyses in die nege Wiskunde-probleme met betrekking tot die werklike sukses.

**Tabel 22: Resultate van die ondersoek na die tipes kognitiewe denkwyses wat in die nege Wiskunde-probleme voorkom, gegrond op die werklike sukses met betrekking tot die moeilikste oplosbare probleem**

Groep	Sterkste tipe denkwyse	Tweede sterkste tipe denkwyse	Derde sterkste tipe denkwyse	Swakste tipe denkwyse
Eksperimentele groep	Logiese denke	Kritiese denke	Ondersoekende denke	Abstrakte denke
Kontrole groep	Logiese denke Kritiese denke	Ondersoekende denke	Abstrakte denke	

Soos dit blyk uit Tabel 22 is die tipes kognitiewe denkwyses wat in die nege Wiskunde-probleme voorkom, gegrond op die werklike sukses met betrekking tot die moeilikste oplosbare probleem, duidelik sigbaar. Die eksperimentele groep se sterkste tipe kognitiewe denkwyse is logiese denke. Daarna volg kritiese denke as die tweede sterkste tipe kognitiewe denkwyse. Ondersoekende denke en abstrakte denke is die eksperimentele groep se swakste twee tipes kognitiewe denkwyses.

Tabel 22 dui aan dat die kontrole groep se sterkste twee tipes kognitiewe denkwyses tegelykertyd logiese denke en kritiese denke is. Daarna volg ondersoekende denke as die tweede sterkste denkwyse en abstrakte denke as die kontrole groep se swakste tipe kognitiewe denkwyse.

#### **4.4.10 Bespreking van die kognitiewe denkwyses (kritiese denke, logiese denke, abstrakte denke, analitiese denke en ondersoekende denke) in die Wiskunde-probleme**

Deur 'n vergelyking te tref tussen die aanduidings gegee deur die deelnemers en die werklike sukses, kon ek bepaal dat Wiskunde-probleme met abstrakte denke en ondersoekende denke, die moeilikste probleme was vir beide die groepe om suksesvol te voltooi. Die kontrole groep het geen aanduiding gegee dat Wiskunde-probleme met kritiese denke problematies van aard was nie en die werklike sukses bevestig dié waarneming (sien Tabel 22). Die eksperimentele groep se vaardighede in Wiskunde-probleme met die drie tipes kognitiewe denkwyses (d.w.s. logiese denke, kritiese denke en

ondersoekende denke), is beter as dié van die kontrole groep. Die kontrole groep se vaardighede in Wiskunde-probleme met abstrakte denke, is beter as dié van die eksperimentele groep. Figuur 36 dui die rangorde van die kognitiewe denkwyses aan met die kognitiewe denkwyse wat die sterkste na vore kom, bo-aan die tabel en die kognitiewe denkwyse wat die swakste na vore kom, onder aan die tabel.

Logiese denke (eksperimentele groep)
Kritiese denke (eksperimentele groep)
Ondersoekende denke (eksperimentele groep)
Kontrole groep Logiese denke Kritiese denke
Ondersoekende denke (kontrole groep)
Abstrakte denke (kontrole groep)
Abstrakte denke (eksperimentele groep)

**Figuur 36: Skematiese voorstelling van die rangorde van die kognitiewe denkwyses gebruik in die Wiskunde-probleme**

#### **4.4.11 Aspekte wat die sukses van deelnemers bepaal**

Verskeie aspekte is geïdentifiseer wat die sukses van die deelnemers in die werkkaart bepaal. Die aantal kere wat 'n Wiskunde-probleem gelees is, die antwoorde getoets is en of die deelnemers hulself as probleemoplossers sien, is bepaal tydens die semi-gestruktureerde onderhoud. Die volgende vraag is aan beide die eksperimentele groep en die kontrole groep gestel: "Hoeveel keer het jy die Wiskunde-probleem gelees voordat jy daarmee begin het?" Die eksperimentele groep het gemiddeld vier keer deur elke Wiskunde-probleem gelees voordat hulle met die probleem begin het en die kontrole groep gemiddeld drie keer voordat hulle met die probleem begin het.

Die volgende vraag is aan beide die eksperimentele groep en die kontrole groep gestel: "Het jy jou antwoorde op enige manier getoets?" Drie van die agt eksperimentele groep (skaakspelers) het aangedui dat die antwoorde van die Wiskunde-probleme wel getoets is, teenoor die kontrole groep (nie-

skaakspelers) se twee van die agt deelnemers. Beide die eksperimentele groep en die kontrole groep het aangedui dat die deelnemers wel die antwoorde van die Wiskunde-probleme toets, al het dit net soms gebeur.

Die vraag wat aan beide die eksperimentele groep en die kontrole groep gestel is, is: “Sal jy jouself beskryf as ’n probleemoplosser?” Tabel 23 dui aan of die deelnemers gedink het hulle is probleemoplossers of nie.

**Tabel 23: Resultate van die ondersoek na deelnemers as probleemoplossers**

	Ja	Onseker	Nee
Eksperimentele groep	4	4	0
Kontrole groep	0	7	1

Die resultate in Tabel 23 dui aan dat die helfte van die eksperimentele groep dit onomwonde stel dat hulle hulself as probleemoplossers beskou. Daar is geen deelnemer in die kontrole groep wat hulself as probleemoplossers beskryf het nie. Die ander helfte van die eksperimentele groep was onseker of hulle probleemoplossers is. Die meerderheid van die kontrole groep het hulself egter in hierdie kategorie geplaas. Sewe van die agt deelnemers in die kontrole groep was onseker of hulle probleemoplossers is of nie. Die agste deelnemer van die kontrole groep het nie voorgekom as ’n probleemoplosser nie. Geen deelnemers van die eksperimentele groep het hulself geplaas as nie-probleemoplossers nie.

## 4.5 Samevatting

In hierdie hoofstuk het ek die data-insamelingsmetode en -prosedure bespreek. Die resultate van die data wat verkry is van die empiriese ondersoek, is ondersoek en bevindings van die data is gemaak deur data-ontleding.

In Hoofstuk 5 gaan ek die navorsingsvrae beantwoord en ’n samevatting van die navorsingstudie gee. ’n Gevolgtrekking en aanbevelings vir verdere studies word gemaak.

## **HOOFSTUK 5**

### **SAMEVATTING, BEVINDING EN AANBEVELINGS**

---

#### **5.1 Inleiding**

Die voorafgaande hoofstukke word in hierdie hoofstuk saamgevat. Ek beantwoord al die navorsingsvrae en sluit hierdie hoofstuk af met 'n gevolgtrekking en aanbevelings vir verdere navorsingstudies.

#### **5.2 Samevatting van hoofstukke in die navorsingstudie**

##### **5.2.1 Hoofstuk 1**

In Hoofstuk 1 het ek die algemene agtergrond vir die navorsingstudie uiteengesit. Daarna het ek die redes verskaf vir die noodsaaklikheid van hierdie navorsingstudie. Die navorsingsvrae is geïdentifiseer en begrippe is verklaar. Die begrippe van toepassing op hierdie studie, het die volgende ingesluit: analitiese denke, ondersoekende denke, logiese denke, kritiese denke, abstrakte redenering en aanpasbare redenering. Ten slotte is die hoofstukindeling van die navorsingstudie verskaf.

##### **5.2.2 Hoofstuk 2**

Die bespreking in Hoofstuk 2 het gefokus op die kognitiewe domeine en -strukture, -denkprosesse en -strategieë, asook denkvaardighede wat in Wiskunde, Wiskunde op skoolvlak, skaak en probleemoplossing voorkom. Die spesifieke kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede, wat in beide skaak sowel as Wiskunde gebruik word en van toepassing is op die wiskundige probleemoplossingsproses, word ondersoek aan die hand van definisies en sienings van ander navorsers.

##### **5.2.3 Hoofstuk 3**

In Hoofstuk 3 is die navorsingsontwerp en -metodologie wat in hierdie navorsingstudie gebruik is, ondersoek. Hierdie hoofstuk het die volgende subafdelings bespreek: die literatuurstudie; navorsingsparadigma; die navorser se rol; navorsingsontwerp en -metodologie; deelnemers; data-

insamelingstrategieë/metodes; data-analise; vertrouenswaardigheid; asook die etiese aspekte wat van toepassing was op die navorsingstudie. Verskeie data-genereringsinstrumente is gebruik om die geldigheid van die navorsingstudie te verhoog en om die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak gebruik word, in die probleemoplossingsproses in Wiskunde te ondersoek, te interpreteer en te verstaan.

## **5.2.4 Hoofstuk 4**

In Hoofstuk 4 het ek die data-insamelingsmetode en -prosedure bespreek. Die bevindings van die data uit die empiriese ondersoek is ondersoek en bevindings aangaande die data is gemaak.

## **5.3 Samevatting van die bevindings van die navorsingstudie**

### **5.3.1 Bespreking van die navorsingsvrae**

#### ***5.3.1.1.1 Navorsingsvraag 1: Op watter wyse speel kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak voorkom 'n rol in wiskundige bevoegdheid met betrekking tot probleemoplossing in Wiskunde?***

Die bevindings met betrekking tot strategiese bevoegdheid wat 'n deel uitmaak van wiskundige bevoegdheid, word vervolgens gelys en bespreek:

- i) Metakognitiewe vaardigheid: *beplanning* (strategieë). Tydens die beplanningsfase vir die oplos van die wiskundige probleme, het die eksperimentele groep in totaal meer goeie strategieë gekies om die nege Wiskunde-probleme mee op te los vergeleke met die kontrole groep se goeie keuses. Die kontrole groep het 'n groter hoeveelheid swak strategieë (wat geensins kon lei tot die suksesvolle oplos van die Wiskunde-probleme nie) bedink vergeleke met die eksperimentele groep se hoeveelheid swak strategieë.
- ii) Metakognitiewe vaardigheid: *beplanning* (bewerkings). Tydens die beplanningsfase vir die oplos van die wiskundige probleme, het die eksperimentele groep in totaal minder goeie bewerkings gekies om die nege Wiskunde-probleme mee op te los vergeleke met die kontrole groep se goeie bewerkingskeuses.

- iii) Werklike sukses: Die navorsing dui daarop dat die eksperimentele groep se werklike sukses na die voltooiing van die nege Wiskunde-probleme beter is as die werklike sukses wat deur die kontrole groep behaal is.

Etlike bevindings van die studie met betrekking tot aanpasbare redenering, wat deel uitmaak van wiskundige bevoegdheid, is as volg:

- i) Kognitiewe denkwysse: *logiese denke*. Twee maal soveel deelnemers in die eksperimentele groep teenoor diegene in die kontrole groep, het die Wiskunde-probleme wat logiese denke ingesluit het, uitgewys as problematies om op te los. Die kognitiewe denkwysse, logiese denke, was die eksperimentele groep se sterkste denkwysse. Die literatuur staaf die bevindings in hierdie opsig, want soos dit blyk uit die literatuur is logiese denke een van die belangrikste denkwyses wat in skaak voorkom (Celone, 2001).
- ii) Metakognitiewe vaardigheid: *refleksie*. Die eksperimentele groep het tydens refleksie aansienlik meer redes aangedui wat te doen het met *strategieë* en *bewerkings* vergeleke met die kontrole groep se meerderheid redes wat te doen het met *verstaan*.

“Op watter wyse speel kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in skaak voorkom ’n rol in wiskundige bevoegdheid met betrekking tot probleemoplossing in Wiskunde?” Op grond van die bevindings is my gevolgtrekking dat die keuse van bewerkings wel belangrik is vir die suksesvolle voltooiing van Wiskunde-probleme, maar dat die korrekte keuse van strategieë belangriker is. Die eksperimentele groep se goeie keuses van strategieë het direk gelei na dié groep se werklike sukses.

### **5.3.1.2 Navorsingsvraag 2: In watter mate stem kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë in skaak ooreen met die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë wat in spesifieke aspekte van probleemoplossing in Wiskunde voorkom?**

Dit blyk uit die navorsingsbevindings dat:

- i) Kognitiewe denkwyses: *abstrakte* en *ondersoekende denke*. Die eksperimentele groep het beter presteer as die kontrole groep in Wiskunde-probleme waarin abstrakte en

ondersoekende denke geïnkorporeer is. Abstrakte denke se gebruik van simbole (Thom, 1991), komplekse visuele idees (Logsdon, 2014) en ondersoekende denke, wat te doen het met visuele aspekte (Ho, 2007), beklemtoon weereens skaakspelers se ontwikkeling met betrekking tot die visuele geheue en ondersteun die studie se navorsingsbevindings.

- ii) Kognitiewe denkwyse: *kritiese denke*. Die kontrole groep het aangedui dat hulle geen probleme ervaar het met Wiskunde-probleme wat die kognitiewe denkwyse of -keuse, kritiese denke, insluit nie. Hierdie bevinding korreleer met verskeie voorgaande studies en maak sin in ag genome die aard van kritiese denke en waar die vaslegging daarvan plaasvind. Kritiese denke vind hoofsaaklik inslag in die klaskamer (Ebiendele, 2012) deur die inhoud wat onderrig word (Marin & Halpern, 2011), die uitwerk van algoritmes (Berkley, n.d.) en is ook die hoofrede vir formele onderrig (Marin & Halpern, 2011). Die navorsingsbevindings dui daarop dat die kontrole groep se keuses met betrekking tot die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* ten opsigte van bewerkings baie beter is as die groep se metakognitiewe beplanningsvaardigheid *strategieë*. Klasonderrig dra dus direk by tot die ontwikkeling van die kognitiewe denkwyse, kritiese denke, by nie-skaakspelers.

### **5.3.1.3 Navorsingsvraag 3: In watter mate beïnvloed skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë probleemoplossing in Wiskunde?**

Dit blyk uit van die navorsingsbevindings dat:

- i) Metakognitiewe vaardigheid: *beplanning*. Beide die eksperimentele en kontrole groep het gemengde sukses behaal met betrekking tot *beplanning* as 'n metakognitiewe vaardigheid. Die eksperimentele groep se keuses ten opsigte van strategieë was beter as dié van die kontrole groep, met die teenoorgestelde wat weer waar is met betrekking tot *bewerkings*. Beide hierdie groepe het tekortkominge ervaar tydens die “selektiewe koördinerings van kognitiewe vermoëns” (Jacobs & Paris, 1987) met die beplanning van die probleemoplossingsproses in Wiskunde.
- ii) Metakognitiewe vaardighede: *voorspelling en evaluering van sukses*. Die eksperimentele groep se voorspelling van sukses het algeheel 'n geneigdheid getoon om minder of laer as

hierdie deelnemers se evaluering van sukses en werklike sukses te wees. Die eksperimentele groep se algehele evaluering van sukses het 'n meer realistiese ooreenkoms met die werklike sukses getoon. Die eksperimentele groep se algehele evaluering van sukses en werklike sukses was grotendeels ooreenstemmend.

Die kontrole groep se voorspelling van sukses was algeheel eenders as hulle evaluering van sukses. Dis wel belangrik om daarop te let dat beide die voorspellingsukses en evaluering sukses, meer of hoër is as die werklike sukses was.

- i) Metakognitiewe vaardigheid: *refleksie*. Die eksperimentele groep se vermoë om meer presies te weet waar en waarom daar moontlike foute begaan kon word, het hierdie groep gehelp om daardie “bewustelike tekortkominge” te vermy tydens probleemoplossing in Wiskunde. Byvoorbeeld, 'n swakker kennis van die toepassing van bewerkings in wiskundige probleemoplossing sal 'n verskeidenheid strategieë verg om uiteindelik sukses in die oplos van die Wiskunde-probleme te verseker.
- ii) Die navorsingsbevindings korreleer met ander navorsing in die areas van metakognitiewe vaardighede met betrekking tot *voorspelling*, *evaluering van sukses* en *refleksie*, wat bevind het dat skaakspelers se metakognitiewe vaardighede ontwikkel (Kazemi et al., 2012).
- iii) Metakognitiewe vaardigheid: *monitering*. Die metakognitiewe vaardigheid *monitering* kon nie in hierdie navorsingstudie ondersoek word nie, weens die tydbeperking vir die voltooiing van die studie asook die beskikbaarheid van die deelnemers.

Die vraag “In watter mate skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë probleemoplossing in Wiskunde beïnvloed?” word beantwoord deur die onderstaande aspekte in gedagte te hou:

- i) Skaakspelers benader probleemoplossing in Wiskunde-probleemoplossing soos hulle die spel benader. 'n Wedstryd se sukses word slegs aan die einde van die wedstryd bepaal, tensy daar tydens die wedstryd 'n drastiese fout begaan is en daardie fout die uitslag van die wedstryd bepaal. Die voorspelling van sukses is “konserwatief, opsommend en versigtig”.

- ii) Die aspek van Wiskunde-bewerkings in hierdie navorsingstudie, is verrassend. Bewerkings is een van die konsepte wat nodig is om sukses in Wiskunde-probleemoplossing te behaal. Die eksperimentele groep se keuses met betrekking tot bewerkings by die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* is aansienlik slegter of swakker uitgeoefen as dié van die kontrole groep. Dit is verbasend dat die eksperimentele groep tydens die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* 'n bewustheid getoon het teenoor hierdie tekortkoming van swak bewerkingskeuses. Meer deelnemers in die eksperimentele groep as in die kontrole groep het aangedui dat bewerkings die rede kan wees vir die onsuksesvolle oplossing van Wiskunde-probleme. Hierdie bevinding sluit aan by die literatuurstudie met betrekking tot verklarende kennis. Verklarende kennis behels die individu se selfkennis en die kennis van faktore wat invloed uitoefen op die individu se prestasie (Fernandez-Duque, 2000; Schraw et al., 2006).

Dit bevestig wat een van die deelnemers in die eksperimentele groep gesê het: *“Ek weet dan wat is die antwoord. Hoekom moet ek my tyd mors om al die stappe in te sit.”* Stappe wat bewerkings en keuse van bewerkings insluit, is van minder belang vir die eksperimentele groep. Die einddoel is belangrik. Na my mening behoort die neerskryf van die redes in meetkundige bewyse vir hierdie tipe skoolleerder (d.w.s. die skaakspeler) 'n uiterse frustrasie te wees en lei moontlik tot die verlies van punte. Nieskaakspelers se keuses met betrekking tot bewerkings is beter as dié van die skaakspelers omdat die nieskaakspelers gewoon is om 'n stap-vir-stap-proses in Wiskunde-probleemoplossing te volg, anders kom hulle nie by die antwoord uit nie.

- iii) Die eksperimentele groep se keuses van strategieë by die metakognitiewe vaardigheid *beplanning* is beter uitgeoefen as dié van die kontrole groep. Dit is egter interessant om daarop te let dat meer deelnemers in die eksperimentele groep as in die kontrole groep aangedui het dat strategieë die rede kon wees vir die onsuksesvolle oplos van Wiskunde-probleme. Onderrigmetodes waarin verskeie probleemoplossingstrategieë op verskillende wyses toegepas word, kan skaakspelers se kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë tydens probleemoplossing in Wiskunde in 'n groot mate beïnvloed.

## 5.4 Gevolgtrekking

- i) Tydens die Wiskunde-probleemoplossingsproses, val skaakspelers hewig terug op strategieë om die Wiskunde-probleme suksesvol op te los. Stappe wat bewerkings en keuse van bewerkings insluit, is vir die eksperimentele groep van minder belang – die einddoel is belangrik. Onortodokse maniere (strategieë) om by die antwoord van die Wiskunde-probleem uit te kom, kan tot die skaakspeler se voordeel en nadeel strek.
- ii) Die skaakspelers in die studie het aangedui dat hoewel die groep se keuses van strategieë goed is, hulle tydens die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* nie geweet het watter strategieë om te bedink nie. Die gevolgtrekking kan gemaak word dat skaakspelers, in die studie soos ook in skaak, nog ander opsies van strategieë ook bedink. 'n Skaakspeler beleef binne enkele skuiwe tydens 'n spel die resultaat van die gekose strategie; waar daar vir die skaakspeler in hierdie navorsingstudie geen uitslag vir die Wiskunde-probleme is om te oordeel of die korrekte strategie gekies is, al dan nie.
- iii) Nie-skaakspelers het verwag dat hulle beter sou vaar met Wiskunde-probleemoplossing as wat werklik gebeur het. Na my mening het hierdie groep dus 'n onrealistiese verwagtingspersepsie, wat lei tot vele ontnugteringe en 'n negatiewe beeld van Wiskunde.
- iv) Die eksperimentele groep het vergeleke met die kontrole groep meer sekerheid gehad aangaande die metakognitiewe vaardigheid *refleksie* oor watter spesifieke redes moontlike sukses behaal sal word, al dan nie. Redes soos “*No reason to make a mistake*” en “*Forgot the formula*” is deur die eksperimentele groep verskaf, teenoor die redes van die kontrole groep, soos “*Moontlik 'n optelfout gemaak*” en “*I may have misread the question*”. So 'n sekerheid moet 'n positiewe invloed uitoefen op leerders se benaderingwyse tot probleemoplossing in Wiskunde.

## 5.5 Beperkings van die navorsingstudie

Ek het die navorsingstudie uitgevoer oor 'n beperkte tydperk voor die jaareindeksamens en het 'n klein groep deelnemers betrek. Die grootte van die deelnemergroep plaas 'n beperking op enige moontlike veralgemeningswaarde. Ek is bewus van die feit dat ander navorsers vanuit ander perspektiewe my data

anders kan interpreteer en ook dat ander instrumente gebruik kan word om dieselfde tema te ondersoek. Die deelnemers in hierdie navorsingstudie verteenwoordig 'n multikulturele Suid-Afrika. Alhoewel al die deelnemers in die navorsingstudie die twee amptelike tale (d.w.s. Afrikaans en Engels) – die tale waarin die data-genereringsinstrument beskikbaar is – magtig is, kon dit wel gebeur dat hierdie tale nie sekere deelnemers se huistaal verteenwoordig nie.

## 5.6 Aanbevelings vir toekomstige navorsing

Benewens die feit dat die navorsingstudie na aan die eksamen was, was daar 'n aansienlike hoeveelheid eksterne faktore wat ook tydsbeperkende invloede op die navorsingstudie uitgeoefen het. Hoewel my data-insameling op 'n Saterdag plaasgevind het, het die verskillende skole ook my tyd beperk. Die deelnemers wat in privaatskole is, is verplig om op Saterdag aan verskeie buitemuurse aktiwiteite deel te neem en só beursverpligtinge na te kom. Sommige privaatskole wou geen uitsonderings toelaat nie. Dit het die vasstelling van 'n geskikte datum baie bemoeilik.

Die streek waar my navorsingstudie uitgevoer is, het in totaal 'n gebied oor die hele Wesrand en dele van die Oosrand gedek. Ek het tyd bespaar deur skole wat die verste van my geleë is, telefonies te kontak. Ek het gevind dat sommige skole wantrouig was, vermoedelik oor hulle gewonder het of navorsing my eintlike doel was. Die redes hiervoor is dat daardie skole nie naby 'n universiteit geleë is nie en ook nog nooit enige nagraadse studente of nagraadse leerkragte gehad het nie. Ek moes elke skool besoek om persoonlik die doel van my navorsingstudie aan die geïdentifiseerde instansie te verduidelik.

Bevindings wat uit die navorsingstudie spruit, skep geleentheid vir verdere navorsingstudies.

Verdere studie word aanbeveel sodat:

- i) die metakognitiewe vaardigheid *monitering* wat nie in hierdie navorsingstudie ondersoek kon word nie, se invloedseer op skaak en probleemoplossing in Wiskunde bepaal kan word;
- ii) die moontlikheid ondersoek kan word om vir leerders wat nie skaakspelers is nie, 'n groter aantal *goeie strategieë* te leer om Wiskunde-probleme op te los; en

iii) die pertinente gebruik van visuele Wiskunde-georiënteerde stimuli vir die ontwikkeling van nie-skaakspelers se abstrakte denke, analitiese denke en ondersoekende denke om hulle probleemoplossing in Wiskunde te verbeter.

## **5.7 Slotopmerking**

Met 'n beperkte kennis het ek, as navorser en skaakspeler, begin om die navorsingstudie aan te pak met die doel om spesifieke navorsingsvrae te beantwoord. Hoe verder ek in die studie gevorder het, hoe meer het die kompleksiteit van hierdie onderwerp na vore gekom. Hierdie aspek is verder beklemtoon gedurende die data-genereringsproses, toe daar vele aspekte aangaande die kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë en probleemoplossing in Wiskunde aan die lig gekom het wat ek glad nie kon voorspel het nie.

Ek hoop dat die studie se bevindings 'n bydrae kan lewer in die vraag na die invloed wat kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede van Graad 8-skaakspelers in die wiskundige probleemoplossingsproses uitoefen.

- Allen, F. B. (1988, April). *Language and the Learning of Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics Conference, organized by Elmhurst College, Chicago. Retrieved from <http://mathematicallycorrect.com/allen4.htm>
- Amidzic, O., Riehle, H. J., Fehr, T., Wienbruch, C. & Elbert, T. (2001). Pattern of focal gamma-bursts in chess players. *Nature*, 412, 603.
- Anderson, J. R. (1993). Problem Solving and Learning. *American Psychologist*, 48(1), 35-44.
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Abridged edition. New York: Addison Wesley Longman.
- Artise, J. (1973). *Chess and Education*. (Article no. 4) United States Chess Federation Scholastic Department. Retrieved from <http://www.uschess.org/content/view/7866/131/>
- Ashcraft, M. H. & Kirk, E. P. (2001). The relationship among working memory, math anxiety and performance. *Journal of Experimental Psychology*, 130(2), 224-237.
- Atherton, M., Zhuang, J., Bart W. M., Hu, X. & He, S. (2003). A functional MRI study of high-level cognition. I. The game of chess. *Cognitive Brain Research*, 16, 26-31.
- Barrett, D. C., & Fish, W. W. (2011). *Our move: Using chess to improve math achievement for students who receive special education services*. Retrieved from <http://www.netgraf.org>
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 115-136). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Bee, H. L. (1989). *The Developing Child* (5th ed.). New York, London: Harper & Row.
- Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 5-34.
- Berkley, D. (n.d.). *Chess instruction to improve algorithmic computational skills, Mathematics, and life*. Morgan State University.

- Berkley, D. K. (2012). *The impact of chess instruction on the critical thinking ability and mathematical achievement of developmental mathematics students* (Doctoral thesis). Morgan State University.
- Beyer, B. K. (1987). *Practical strategies for the teaching of thinking*. Boston: Allyn & Bacon.
- Biggs, J. (1996). Enhancing teaching through constructive alignment. *Higher Education*, 32, 347-364.
- Bodemer, W., Louw, D. A., & Van Jaarsveld, P. E. (1990). Organiese breinversteurings. In D. A. Louw (Ed.), *Suid-Afrikaanse handboek van abnormale gedrag* (pp. 233-252). Johannesburg: Southern Uitgewers.
- Booker, G. & Bond, D. (2009). *Problem-solving in mathematics*. Perth, WA: RIC Publications.
- Booker, G., Bond, D., Sparrow, L. & Swan, P. (2010). *Teaching primary mathematics* (4th ed.). Sydney, NSW: Pearson Education Australia.
- Borich, G. D. (2000). *Effective teaching methods*. Upper Saddle River, N.J.: Merrill.
- Bowie, L., Gleeson-Baird, C., Jones, R., Morgan, H., Morrison, K., Smallbones, M., & Tshabalala, L. (2012). *Platinum Wiskunde. (Graad 6 Onderwysersgids)*. Kaapstad: Maskew Miller Longman (Edms) Bpk.
- Bowler, L. (2013). Methods for revealing the metacognitive knowledge of adolescent information seekers during the information search process. McGill University, Montreal, Canada. Retrieved from [citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid...?doi=10.1](http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid...?doi=10.1)
- Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other mysterious mechanisms. In F. E. Weinert, & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Bruning, R., Schraw, G., Norby, M. & Ronning, R. (2009). *Cognitive psychology and instruction*. Columbus: Merrill Prentice Hall.
- Byrnes, J. P. (1996). *Cognitive development and learning in instructional contexts*. Boston: Allyn & Bacon.
- Campitelli, G., & Gobet, F. (2008). The role of practice in chess: A longitudinal study. *Learning and Individual Differences*, 18, 446-458. doi:10.1016/j.lindif.2007.11.006
- Carr, M. (2010). The importance of metacognition for conceptual change and strategy use in mathematics. In H. S. Waters (Ed.), *Metacognition, strategy use & instruction*. (pp. 176-197). New York: The Guilford Press.

- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Brizuela, B. M. (2003). *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice* [Electronic version]. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Retrieved from <http://www.earlyalgebra.terc.edu/publications.htm>
- Carstens, V. E. & Schepers, J. M. (2004). Konstruksie en evaluering van 'n gerekenariseerde konsepverwerwingstoets. *Journal of Industrial Psychology*, 30(2), 11-25.
- Celone, J. (2001). Edutech chess: Why chess? Retrieved from [www.edutechchess.com](http://www.edutechchess.com)
- Charness, N., Tuffiash, M., Krampe, R., Reingold, E., & Vasyukova, E. (2005). The Role of Deliberate Practice in Chess Expertise. *Applied Cognitive Psychology*, 19, 151-165. doi: 10.1002/acp.1106. Retrieved from [www.interscience.wiley.com](http://www.interscience.wiley.com)
- Cherry, K. (2013). *What Is Cognition?* Retrieved from [http://psychology.about.com/od/cindex/g/def\\_cognition.htm](http://psychology.about.com/od/cindex/g/def_cognition.htm)
- Cherry, K. (2014). Left Brain vs Right Brain. Understanding the Myth of Left Brain and Right Brain Dominance. Retrieved from <http://psychology.about.com/od/cognitivepsychology/a/left-brain-right-brain.htm>
- ChessQuotes*. (2013). Retrieved from <http://www.chessquotes.com>
- Confrey, J., & Kazak, S. (2006). A Thirty-Year reflection on Constructivism in Mathematics Education in PME. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education – Past, present and future*. (pp. 305-346). Rotterdam: Sense Publishers.
- Cranberg, L. D., & Albert, M. L. (1988). The chess mind. In L. Kober, & D. Fein (Eds.), *The exceptional brain: Neuropsychology of talent and special abilities* (pp. 156-190). New York: The Guilford Press.
- Creswell, J. W. (2009). *Research Design: Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (3rd ed.). Los Angeles, CA: Sage Publications, Inc.
- Dauvergne, P. (2000). *The Case for Chess as a Tool to Develop Our Children's Minds*. Retrieved from <http://www.auschess.org.au/articles/chessmind.htm>
- Definition. (n.d.). "Definition and behavioural indicators of analytical thinking/problemsolving". Retrieved from <http://www.bowdoin.edu/hr/manager-toolkit/PA7-review-resources-competency-analytical-thinking.shtml>

- Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A. (2001). Metacognition and problem solving in Grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34(4), 435-449.
- De Villiers, M. (1999). *The role and function of proof in mathematics*. Retrieved from <http://academic.sun.ac.za/mathed/malati/Files/proof.pdf>
- Dossey, J. A., McCrone, S., Giordano, F. R. & Weir, M. D. (2002). *Mathematics methods and modelling for today's mathematics classroom: a contemporary approach for teaching grades 7-12*. Pacific Grove, Calif.: Brooks/Cole.
- Drouhard, J. (2009). Epistemography and Algebra. In *Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France, organized by University of Nice* (pp. 479-488). Retrieved from [www.inrp.fr/editions/cerme6](http://www.inrp.fr/editions/cerme6)
- Duan, X., Liao, W., Liang, D., Qiu, L., Gao, Q., et al. (2012). Large-Scale Brain Networks in Board Game Experts: Insights from a Domain-Related Task and Task-Free Resting State. *PLoS ONE* 7(3). e32532. doi:10.1371/journal.pone.0032532. Retrieved from [journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0032532](http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0032532)
- Du Toit, S. D. & Du Toit, G. F. (2013). Learner metacognition and mathematics achievement during problem-solving in a mathematics classroom. *The Journal for Transdisciplinary research in Southern Africa*, 9(3), Special edition, 505-518.
- Dutta, S., & Mia, I. (2009). *The Global Information Technology Report 2008-2009*. Retrieved from <http://www.weforum.org/pdf/gitr/2009/gitro9fullreport.pdf>
- Ebiendele, E. P. (2012). Critical thinking: Essence for teaching mathematics and mathematics problem solving skills. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, 5(3), 39-43, 9. doi: 10.5897/AJMCSR11.161. Retrieved from <http://www.academicjournals.org/AJMCSR>
- Ennis, R. (1992, March). *Critical thinking: What is it?* Proceedings of the Forty-Eighth Annual Meeting of the Philosophy of Education Society Denver, Colorado. Retrieved from [http://www.ed.uiuc.edu/PES/92\\_docs/Ennis.htm](http://www.ed.uiuc.edu/PES/92_docs/Ennis.htm)
- Ertmer, P. A. & Newby, T. J. (1993). Behaviorism, cognitivism, constructivism: comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance improvement quarterly*, 6(4), 50-72.
- Ertmer, P. A. & Newby, T. J. (1996). The Expert learner: strategic, self-regulated and reflective. *Instructional science*, 24(1), 1-24.

- Esterhuyse, N. (2015). *Mathematics teacher's awareness of metacognitive strategies during the process of an adapted lesson study in the Intermediate phase* (Master's thesis). North-West University, Potchefstroom Campus.
- Farlex. (n.d.). "Analytical thinking". Retrieved from [http://www.thefreedictionary.com/analytic + thinking](http://www.thefreedictionary.com/analytic+thinking)
- Fennema, E. (1989). The study of affect and mathematics: a proposed generic model for research. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: a new perspective* (pp. 205-219). New York: Springer.
- Ferguson, R. C. (n.d.). Teacher's guide: Research and benefits of chess. Retrieved from [http://www.quadcitychess.com/benefits\\_of\\_chess.html](http://www.quadcitychess.com/benefits_of_chess.html)
- Ferguson, R. (1983). "Developing Critical and Creative Thinking Through Chess". Study 1. The ESEA Title IV-C Project. Retrieved from [http://www.main.nc.us/bcsc/Chess\\_Research\\_Study\\_I.htm](http://www.main.nc.us/bcsc/Chess_Research_Study_I.htm)
- Ferguson, R. (1995). "Chess in Education: Research Summary". A review of key Chess Research Studies For the Borough of Manhattan Community College Chess in Education 'A Wise Move Conference'. Retrieved from <http://www.qsc.com.au/pdf/ciers.pdf>
- Fernandez-Duque, D. (2000). Executive attention and metacognition regulation. *Consciousness & Cognition*, 9(2), 288-307.
- Fernandez, M. L., Hadaway, N., & Wilson, J. W. (1994). Problem solving: Managing it all. *The Mathematics Teacher*, 87(3), 195-199.
- Ferro, M. (2012). Chess thinking and configural concepts. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 12, 15-30.
- Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillside, NJ: Erlbaum.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: a new era of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Floyd, R. G., Evans, J. J., & McGrew, K. S. (2003). Relations between measures of Cattell-Horn-Carroll (CHC) Cognitive abilities and Mathematics Achievement Across the School-age Years. *Psychology in the schools*, 40(2), 155-171. doi: 10.1002/pits.10083.

- Fransman, J. S. (2014). *Mathematics teachers' metacognitive skills and mathematical language in the teaching-learning of trigonometric functions in township schools* (Doctoral thesis). North-West University, Potchefstroom Campus. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10394/13942>
- Freeman, M. (n.d.). *Types of Algebraic Reasoning*. Retrieved from [http://www.ehow.com/info\\_8563423\\_types-algebraic-reasoning.html](http://www.ehow.com/info_8563423_types-algebraic-reasoning.html)
- Furner, J. M., & Berman, B. T. (2003). Math anxiety: overcoming a major obstacle to the improvement of student math performance. *Childhood education, 79*, 170-174.
- Garner, R. (1987). *Metacognition and reading comprehension*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.
- Garner, R. & Alexander, P.A. (1989). Metacognition: Answered and unanswered questions. *Educational Psychologist, 24*(2), 143-158.
- Georghiades, P. (2004). From the general to the situated: three decades of metacognition. *International Journal of Science Education, 26*(3), 365-383. doi: 10.1080/0950069032000119401
- Gill, A. (2001). *“Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics”*. National Research Council. Retrieved from <http://www.aft.org/thnkmath/addingitup.htm>
- Gluga, R., Kay, J., Lister, R., & Teague, D. M. (2012, September). On the reliability of classifying programming tasks using a Neo-Piagetian theory of cognitive development. In A. Clear, K. Sanders & B. Simon (Eds.), *Proceedings of the International Computing Education Research Conference*, ACM, Auckland University of Technology, Auckland. Retrieved from <http://eprints.qut.edu.au/57674/>
- Gobet, F., & Campitelli, G. (2005). *Educational benefits of chess instruction: A critical review*. United Kingdom: University of Nottingham. Retrieved from [http://www.brunel.ac.uk/~hstffg/preprints/chess\\_and\\_education.PDF](http://www.brunel.ac.uk/~hstffg/preprints/chess_and_education.PDF)
- Gobet, F. & Simon, H. A. (1996). The roles of recognition processes and look-ahead search in time-constrained expert problem solving: Evidence from Grand-Master-Level Chess. *Psychological Science, 7*, 52-55.
- Golden, G. (2002). Perspectives on representation in Mathematical learning and problemsolving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 176-197). London: Lawrence Erlbaum associates.

- Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P., & Geiger, V. (2003). Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms. *Journal of mathematical behaviour*, 19. Retrieved from <http://espace.librarv.ua.edu.au/view.php?pid=UQ:10304>
- Graaff, M. (2005). *Probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde in graad 4* (Master's Ed. Thesis). North-West University, Potchefstroom.
- Graham, A. (1985). Chess makes kids smart. *Parents*, 113-116.
- Grouws, D. A., & Cebulla, K. J. (2000). *Improving student achievement in mathematics, Part 1: Research findings*. Retrieved from [www.ibe.unesco.org/publications/.../prac04e.pdf](http://www.ibe.unesco.org/publications/.../prac04e.pdf)
- Guterman, E. (2003). Integrating written metacognitive awareness guidance as a 'psychological tool' to improve student performance. *Learning and instruction*, 13(6), 633-651.
- Hacker, D. J., Dunlosky, J. & Graesser, A. C. (Eds.). (1998). *Metacognition in educational theory and practice*. Mahwah, N.J.: Erlbaum.
- Hansen, J. (1991). The Oxfordshire Skills Program. In M. J. Coles, & W. D. Robinson (Eds.), *Teaching Thinking* (pp. 94-102). London: Bristol Classical Press.
- Harding, A., & Engelbrecht, J. (2012). "Navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig: 'n Suid-Afrikaanse perspektief". *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 31(1), Art. #358, 1-7. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v31i1.358>
- Hartman, H. J. (2001). Teaching metacognitivity. In H. J. Hartman (Ed.), *Metacognition in learning and instruction: Theory, research and practice*. Boston: Kluwer.
- Heideman, N. (1999). Probleemoplossing, AMESA en wiskundekompetisies. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 18(3), 74-75.
- Hermelin, R. (2004). *The effect of playing chess on the mathematics achievement of Primary School learners in two schools in KZN* (Masteral Thesis). University of Kwa-Zulu Natal, Durban.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Mcmillan.
- Ho, F. (2006). Maths and Chess. *Journal of the British Columbia Association of Mathematics Teachers, British Columbia Canada, Vector*, 47(2). Retrieved from <http://www.bcamt.ca/wp-content/uploads/2012/01/472-Summer-2006.pdf>

- Holding, D. H. (1985). *The Psychology of Chess Skill*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Horgan, D. (1987). *Chess as a way to teach thinking*. (Article No. 11) United States Chess Federation Scholastic Department.
- Horgan, D. (1988). *Where experts come from*. Paper presented at the Annual Meeting of the Decision Sciences Institute, Lincoln, NE. Horgan, D. (1988). Retrieved from [www.edutechchess.com](http://www.edutechchess.com)
- Huitt, W. (1998). *Critical thinking: An overview*. *Educational Psychology Interactive*. Valdosta, GA: Valdosta State University. Retrieved from <http://www.edpsycinteractive.org/topics/cogsys/critthnk.html>
- Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia organised by Griffith University* (pp. 665-672). Fremantle: MERGA. Retrieved from [www.windsor@griffith.edu.au](http://www.windsor@griffith.edu.au)
- Hyde, A. (2007, September/October). Braiding Mathematics, Language, and Thinking. *Connect*, 1-4. Synergy Learning International Incorporated publishers.
- Ilany, B. & Margolin, B. (2010). Language and Mathematics: Bridging between Natural language and Mathematical language in solving problems in Mathematics. *Journal of Mixed Method Research*, 1(3), 138-148.
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic Books.
- Ivankova, N. V. (2010). Foundations and approaches to mixed methods research. In K. Maree (Ed.), *First steps in Research* (pp. 256-284). Pretoria: Van Schaik.
- Jackson, N. (2000). *Skuif reg vir skaak as skoolvak . . . met eksamens en al*. Retrieved from <http://152.111.1.88/argief/berigte/beeld/2000/03/02/16/13.html>
- Jacobs, J. E. & Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: issues in definition, measurement and instruction. *Educational Psychologist*, 22, 255-278.
- Kaplan, H. I. & Sadock, B. J. (1991). *Synopsis of Psychiatry. Behavioral sciences. Clinical Psychiatry*. (6th ed.). Baltimore: Williams & Wilkens publishers.
- Kapp, J. A. (Ed.) (1991). *Kinders met probleme. 'n Ortopedagogiese perspektief*. Pretoria: J.L. van Schaik.

- Katagiri, S. (2004). *Mathematical thinking and how to teach it*. University of Tsukuba. Meijitoyo publishers: Tokyo.
- Kazemi, F., Yektayar, M. & Abad, A. M. B. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problemsolving power of students at different levels of education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 32, 372 – 379.
- Kramarski, B., & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310. doi: 10.3102/00028312040001281
- Kumar, R. (2005). *Research methodology: A step-by-step guide for beginners*. London: SAGE Publications.
- Lai, E. R. (2011). Metacognition: A literature review (pp. 1-40). Retrieved from <http://www.pearsonassessments.com/research>: Pearson.
- Leedy, P. D., & Ormrod, J. E. (2005). *Practical Research: planning and design* (8th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Le Roux, A. M. (2009). *Die Opleiding van Laaggeletterde Afrikaanssprekende Versorgers in 'n Landelike Gebied om die Taalontwikkeling van Kleuters, van Geboorte tot 4 Jaar te Stimuleer* (Thesis). Cape Peninsula University of Technology, Cape Peninsula.
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem-solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 763-804). Reston, VA: NCTM.
- Lindörfer, K. (1985). *Vorder met skaak*. Kaapstad: Tafelberg.
- Liu, M., Hsieh, P., Cho, Y. & Schaallert, D. (2006). “Middle School Students’ Self-Efficacy, Attitudes, and Achievement in a Computer-Enhanced Problem-Based Learning Environment”. *Journal of Interactive Learning Research*, 17(3), 225-242.
- Logsdon, A. (2014). *Abstract Thinking - What is Abstract Thinking?*  
<http://learningdisabilities.about.com/od/gi/g/Abstract-Thinking-What-Is-Abstract-Thinking.htm>
- Louw, D. A. (1990). *Inleiding tot die Psigologie*. Johannesburg: Lexicon.
- Lucageli, D. & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: what is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition*, 3(2), 121-139.
- Maree, K., & Pietersen, J. (2010). The quantitative research process. In K. Maree (Ed.), *First steps in*

- Research* (pp. 145-153). Pretoria: Van Schaik.
- Maree, K., & Van der Westhuizen, C. (2010). Planning a research proposal. In K. Maree (Ed.), *First steps in Research* (pp. 24-44). Pretoria: Van Schaik.
- Marin, L. M. & Halpern, D. F. (2011). Pedagogy for developing critical thinking in adolescents: Explicit instruction produces greatest gains. *Thinking Skills and Creativity*, 6, 1–13.
- Martinez, M. (2006). What is metacognition? *Phi Delta Kappan*, 87(9), 696-699.
- Masedu, F., Di Sabatino, S., Benzi, M., Tamorri, S. & Valenti, M. (2010). Perceptual and visuospatial abilities in chess players: a cross-sectional study. *Psychology*, 1 (9), 1-9. WMC00668. Retrieved from [http://www.webmedcentral.com/article\\_view/668](http://www.webmedcentral.com/article_view/668)
- McCormick, B. C., Miller, G., & Pressley, M. (1989). *Cognitive strategy research: from basic research to educational applications*. New York: Springer.
- Meyer (Randewijk), E. (2010). Developing proportional reasoning in Mathematical Literacy students (Master's thesis). University of Stellenbosch.
- Milat, M. (1997). *The role of chess in modern education*. Retrieved from <http://www.chess.bc.ca/marcel2.html>.
- Mugisha, S. (2012). *Proquest information and Learning an investigation into problem solving skills in calculus: The Case of Unisa First Year Students* (Masters Thesis). UNISA.
- Murray, R. B., & Zetner, J. P. (1997). *Health Assessment & Promotion Strategies Through the Life Span* (6th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan. [Editor: D. A. Grouws]
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1995). *Connecting Mathematics across the curriculum*. Reston, Va: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: Author.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: The National Academics Press.
- Nieuwenhuis, J. (2010a). Introducing qualitative research. In K. Maree (Ed.), *First steps in Research* (pp. 47-66). Pretoria: Van Schaik.

- Nieuwenhuis, J. (2010b). Qualitative research designs and data gathering techniques. In K. Maree (Ed.), *First steps in Research* (pp. 70-94). Pretoria: Van Schaik.
- Nieuwoudt, H. D. (2000). *Approaches to the teaching and learning of mathematics*. Potchefstroom: Keurkopie.
- Niss, M. (1993). *Investigations into assessment in Mathematics education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Noushad, P. P. (2008, July). *Cognitions about cognitions: the theory of metacognition*. Retrieved from [files.eric.ed.gov/fulltext/ED502151.pdf](http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED502151.pdf)
- Ormrod, J. E. (2000). *Educational psychology: Developing learners* (3rd ed.). Columbus, OH: Merrill.
- Panaoura, G., Philippou, C., & Christou, C. (2003). *Young pupils' meta-cognitive ability in Mathematics*. European Research in Mathematics Education III: Group 3.
- Paris, S. G., Lipson, M. Y., & Wixson, K. K. (1983). Becoming a strategic reader. *Contemporary Educational Psychology*, 8, 293-316.
- Paris, S. G., & Winograd, P. (1990). How Metacognition can promote Academic Learning and Instruction. In B. F. Jones, & L. Idol (Eds.), *Dimensions of Thinking and Cognitive Instruction* (pp. 15-51). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Peirce, W. (2003). *Metacognition: Study-Strategies, Monitoring and Motivation*. Retrieved from <http://academic.pgcc.edu/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm>
- Perkins, D. N. & Salomon, G. (1989). Are Cognitive Skills Context-Bound? *Educational Researcher*, 18(1), 16-25.
- Pintrich, P. R. (2002). The role of metacognitive knowledge in learning, teaching and assessing. *Theory Into Practice*, 41(4), 219-225.
- Plotz, M. (2007). *Criteria for effective mathematics teacher education with regards to mathematical content knowledge for teaching* (Unpublished doctoral thesis). North-West University, Potchefstroom.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: induction and analogy in mathematics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. NJ: Princeton University.
- Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. In S. Krulik, & R. E. Reys (Eds.),

- Problem solving in school mathematics* (pp. 1-2). Virginia: National council of teachers of mathematics.
- Porter, M. K. & Masingila, J. O. (2000). Examining the Effects of Writing on Conceptual and Procedural Knowledge in Calculus Author(s). *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 165-177.
- Powell, K. C. (Ed D.), & Kalina C. J. (2009). Cognitive and social constructivism: Developing tools for an effective classroom. *Education*, 130(2):214-250. Florida Atlantic University: Project Innovation, Inc.
- Ruppert, T. J. (2010). *Cognitively guided instruction: An alternative way to teach mathematics*. In Summation May 2010 (pp 21-27). Department of mathematics and computer science. Ripon: Ripon College.
- Reinke, K. S. (1997). Area and perimeter: preservice teachers' confusion. *School Science and Mathematics*, 97(2).
- Reynolds, M. (2006). *Die verband tussen studie-orientasie, metakognisie en wiskundeprestasie by graad 7-leerders* (Hons. B.Ed., dissertation). North-West University, Potchefstroom.
- Rifner, P. H. (1992). *Playing chess: A study of the transfer of problemsolving-skills in students with average and above average intelligence* (Doctoral thesis). Purdue University.
- Rifner, P., & Feldhausen, J. (1997). Checkmate: Capturing gifted student's logical thinking using chess. *Gifted Child Today Magazine*, 20, 36-39, 48.
- Saariluoma, P. (1995). *Chess Players' Thinking: A Cognitive Psychological Approach*. New York: Routledge.
- Saariluoma, P. (2001). Chess and content-oriented psychology of thinking. *Psicológica*, 22, 143-164.
- Schmidt, B. (1982). *How to teach chess in the public schools: A course outline*. Raleigh, NC: Author.
- Schneider, W. (2010). Metacognition and Memory development in childhood and adolescence. *Metacognition, Strategy use and instruction*, 54-81.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillside, N.J: Erlbaum.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 334-370). New

York: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problemsolving*. (pp. 53-70). N.J: Erlbaum.

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In T. Wood (Series Ed.) & Tirosh, D. (Vol. Ed.), *International handbook of mathematics teacher education: Tools and Processes in Mathematics teacher Education*. (Vol. 2, pp. 1 – 34). Retrieved from [http://gse3.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld\\_Teaching\\_Proficiency.pdf](http://gse3.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld_Teaching_Proficiency.pdf)

Scholz, M., Niesch, H., Steffen, O., Ernst, B., Loeffler, M., Witruk, E. & Schwarz, H. (2008). Impact of chess training on mathematics performance and concentration ability of children with learning disabilities. *International Journal of Special Education*, 23(3), 131-141.

Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychological Review*, 7(4), 351-371.

Schraw, G., Crippen, K., & Hartley, K. (2006). Promoting self-regulation in science education: Metacognition as part of a broader perspective on learning. *Research in Science Education*, 36(1-2), 111-139. doi: 10.1007/s11165-005-3917-8

Schunk, D. H. (2000). *Learning theories: an educational perspective* (3rd ed.). Upper Saddle River, N.J.: Merrill.

Schurter, W. A. (2002). Comprehension monitoring: an aid to mathematical problem solving. *Journal of developmental education*, 26(2), 22-33.

Seirawan, Y. (1990). *Play winning chess (An introduction to the Moves, Strategies and Philosophy of chess from the U.S.A's # 1- ranked chess players)*. Tempus books: Microsoft press.

Siglé, H. M., Klopper, C. H. & Visser, R .N. (1999). Die bourekenaar as waardebestuurder. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 18(1), 10-16.

Skaak as skoolvak 'n positiewe skuif. (2012, April 5). *Suid-Kaap Forum: Hessequa nuus*. Retrieved from <http://www.suidkaapforum.com/news.aspx?id=24302&h=Skaak-as-skoolvak-n-positiewe-skuif>

Slavin, R. E. (2006). *Educational Psychology Theory and Practice* (8th ed.). New York: Pearson Education Inc.

Smith, J. P. & Cage, B. N. (2000). The effects of chess instruction on the mathematics achievements of southern, rural, black secondary students. *Research in the Schools*, 7, 19-26.

- Snyder, L. G. & Snyder, M. J. (2008). Teaching critical thinking and problem solving skills. *The Delta Pi Epsilon Journal*, L(2), 90-99.
- South Africa. Department of Education. (2011). *National Curriculum Statement (NCS): Curriculum and Assessment Policy Statement. R-9: mathematics: Intermediate Phase Grades 4-6*. Pretoria: Department of Basic Education.
- South Africa. The Presidency, Republic of South Africa. (2010, October 24). *Remarks by His Excellency President Jacob Zuma at the Gala Dinner of Moves for Life Chess Programme, Gallagher Estate, Midrand*. Retrieved from <http://www.thepresidency.gov.za/pebble.asp?relid=2300>
- South Africa. The Presidency, Republic of South Africa. (2012, March 22). *President Zuma to meet former Chess Champion Gary Kasparov*. Retrieved from <http://www.thepresidency.gov.za/pebble.asp?relid=5822>
- Stols, G. (2012). Die stand van wiskundeonderwys in Afrikaanse skole. *Suid- Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie* 31(1), Art. #336. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v31i1.336>
- Stols, G. H. (2003). *Kegelsnedes as integrerende faktor in skoolwiskunde*. (Doctoral Thesis). UNISA.
- Storey, K. (2000). Teaching beginning chess skills to students with disabilities. *Preventing School Failure*, 44(2), 45-50.
- Sweller, J. (1988). Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, 12, 257-285.
- Taylor, N. & Vinjevold, P. (1999). *Getting learning right: report of the president's education initiative research project*. Johannesburg: JET.
- Thom, D. P. (1991). Adolessensie. In D. A. Louw (Ed.) *Menslike ontwikkeling* (pp. 393-467). Pretoria: HAUM-Tersiêr.
- Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. New York: Pearson.
- Van De Walle, J.A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-William, J. M. (2010). *Elementary and middle school Mathematics: teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Allyn & Bacon.

- Van Der Walt, M. S. (2006). *’n Ondersoek na metakognisie in wiskunde-onderrig en -leer met besondere verwysing na die Senior Fase* (Master’s thesis). North-West University, Potchefstroom Campus.
- Van Der Walt, M. S. (2010). *Wiskunde metodiek: Intermediêre Fase*. Potchefstroom: NWU, Potchefstroomkampus. (Studiegids MATD 323 A).
- Van Der Walt, M. S., Maree, J. G. & Ellis, S. M. (2006). ’n Ondersoek na metakognisie in wiskundeleer in die senior fase. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 25(3), 177-194.
- Van Gelder, T. (2001). How to improve critical thinking using educational technology. *Meeting at the crossroads*. (pp. 539-548). Australia: University of Melbourne.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. Academic Press.
- Van Zyl, A. S. A. J. (1990). *The significance of Playing Chess for the improvement of Child's Mental Actualization* (PhD dissertation). University of Pretoria, Pretoria.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zietlinger Publisher.
- Vithal, R. & Jansen, J. (1997). *Design your first proposal*. Lansdowne: Juta & Company Ltd.
- Waini, I., Hamzah, K., Said, R. M., Miswan, N. H., Zainal, N. A., & Ahmad, A. (2014). Self-confidence in Mathematics: A case study on Engineering technology students in FTK, UTeM. *International Journal of Innovation Education and Research*, 2(11), 10-13. Retrieved from [self-confidence-in-mathematics-ijer.net-vol-2-11-2.pdf](http://self-confidence-in-mathematics-ijer.net-vol-2-11-2.pdf)
- Wan, X., Nakatani, H., Ueno, K., Asamizuya, T., Cheng, K. & Tanaka, K. (2011). The neural basis of intuitive best next-move generation in board game experts. *Science*, 331, 341–346. Retrieved from [10.1126/science.1194732](http://dx.doi.org/10.1126/science.1194732)
- Wiebe, A. (2006). *Advantages of a pattern based math/science curriculum*. Retrieved from <http://www.aimsedu.org/Documents/Patterns/part3.html>
- Williams, S. R. (1997). Mathematics (Grades 7-12). In G. D. Phye (Ed.), *Handbook of academic learning*. San Diego: Academic Press.
- Windsor, W. (2008). Algebraic thinking: A problem solving approach. In L. Sparrow, B. Kissane & C.
- Woo, J. H. (2007). *School mathematics and cultivation of mind*. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo, (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1 (pp. 65-93). Seoul: PME.

Zohar, A. & David, A. B. (2009). Paving a clear path in a thick forest: A conceptual analysis of a meta-cognitive component. *Metacognition and learning*, 4(3), 177-195.

# ADDENDUM A: TOESTEMMINGSBRIEF AAN SKOOLHOOFDE / LETTER OF CONSENT TO THE PRINCIPALS

---



Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Web: <http://www.nwu.ac.za>

Faculty of Education Sciences

Tel: 018 299 1895

Fax:

Email: [Annalie.Roux@nwu.ac.za](mailto:Annalie.Roux@nwu.ac.za)

P.O. Box 1899

Noordheuwel Ext 4

Krugersdorp

1756

(Cell) 082 461-2514

(Email) [dewetjaco@ymail.com](mailto:dewetjaco@ymail.com)

2 June 2014

Dear Dr/Ms/Mr \_\_\_\_\_

## **Letter of consent to the Principal**

I hereby request permission to use your school for my research project. I am currently enrolled for my MEd degree, specialising in Mathematics at the Faculty of Educational Sciences at the North-West

University (Potchefstroom Campus). **The purpose of my study is to determine to what extent both learners who do maths and chess players use cognitive strategies and skills in the mathematical problem solving process.**

Your school's participation in this research project is voluntary and confidential. Confidentiality and anonymity will be granted at all times. The names of the learners and the school will not be mentioned in the research.

The process will be as follows:

1. During the last term of this year, I would like to distribute a questionnaire to specific learners in Grade 8. The first learner/learners will be part of the group selected by Johannesburg North West Chess Union (JNW Chess). He/she will participate at the South African championships later this year. The other learner/learners will be part of my control group and must have:
  - the same mathematical academic achievements as the learner/learners that was chosen to be part of the JNW chess team;
  - the same gender as the learner/learners that was chosen to be part of the JNW chess team; and
  - be the same age as the learner/learners that was chosen to be part of the JNW chess team.
  
2. On completion of the questionnaire an interview will be conducted to understand the perceptions

of the learner/learners about the questionnaire.

Yours sincerely



04.07.2014

Mr. J. De Wet

Date

Researcher

North-West University

082 461 2514



04.07.2014

Dr. A. Roux

Date

Project head

North-West University

(018) 2991895

**ADDENDUM B: TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE  
GAUTENG DEPARTEMENT VAN BASIESE ONDERWYS /  
LETTER OF PERMISSION TO THE GAUTENG  
DEPARTMENT OF BASIC EDUCATION**

---



Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Web: <http://www.nwu.ac.za>

Faculty of Education Sciences

Tel: 018 299 1895

Fax:

Email: [Annalie.Roux@nwu.ac.za](mailto:Annalie.Roux@nwu.ac.za)

P.O. Box 1899

Noordheuwel Ext 4

Krugersdorp

1756

(Cell) 082 461-2514

(Email) [dewetjaco@ymail.com](mailto:dewetjaco@ymail.com)

2 June 2014

**GAUTENG DEPARTMENT OF BASIC EDUCATION**

Dear Sir / Madam

**Permission requested to conduct research in Mathematics in Gauteng Schools.**

I am a Mathematics teacher. I am currently enrolled for my MEd degree, specialising in Mathematics at the Faculty of Educational Sciences at the North-West University (Potchefstroom Campus).

**The purpose of my study is to determine to what extent both learners who do maths and chess players use cognitive and metacognitive strategies and skills in the mathematical problem solving process.** Mathematics is a valuable subject and it is important that we keep contributing to Mathematics and mathematical ideas. The aim of the study is to make a contribution toward the development of mathematics as well as school mathematics.

To complete this study successfully I formally request your permission for the following:

- I. To distribute the questionnaire and to conduct interviews among the eight Grade 8 learners who are included in the Johannesburg North West Chess Unions' (JNW Chess) teams for the South African chess championships.
- II. To distribute the questionnaire and to conduct interviews among the eight Grade 8 learners that will be part of the control group. These learners will not be chess players and will be enrolled at the same school as the chess players.

Permission will also be obtained from the school principals and parents. Names of learners and schools will be kept confidential and no mention of these will be made in the research. All participants and institutions will therefore remain anonymous.

I trust that my request will be favourably considered.

Yours sincerely



04.07.2014



04.07.2014

Mr. J. De Wet

Date

Dr. A. Roux

Date

Researcher

Project head

North-West University

North-West University

082 461 2514

(018) 2991895

I, the undersigned, hereby grant consent to Mr. J. De Wet to conduct research for his MEd degree at schools in Gauteng with Grade 8 learners.

---

Departmental Officer

---

Date

**ADDENDUM C: TOESTEMMINGSBRIEWE AAN BEIDE  
CHESS SOUTH AFRICA (CHESSA) EN JOHANNESBURG  
NOORDWES SKAAK UNIE (JNW SKAAK) /  
LETTER OF CONSENT TO BOTH CHESS SOUTH AFRICA  
(CHESSA) AND JOHANNESBURG NORTH WEST CHESS  
UNION (JNW CHESS)**

---



Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Web: <http://www.nwu.ac.za>

Faculty of Education Sciences

Tel: 018 299 1895

Fax:

Email: [Annalie.Roux@nwu.ac.za](mailto:Annalie.Roux@nwu.ac.za)

P.O. Box 1899

Noordheuwel Ext 4

Krugersdorp

1756

(Cell) 082 461-2514

(Email) [dewetjaco@ymail.com](mailto:dewetjaco@ymail.com)

2 July 2014

**Permission requested to conduct research in Mathematics in Johannesburg North West Chess Union (JNW Chess).**

Dear Sir / Madam

I am a Mathematics teacher. I am currently enrolled for my MEd degree, specialising in Mathematics at the Faculty of Educational Sciences at the North-West University (Potchefstroom Campus). **The purpose of my study is to determine to what extent both learners who do maths and chess players use cognitive and metacognitive strategies and skills in the mathematical problem solving process.**

To complete this study successfully I formally request your permission for the following:

- III. To distribute the questionnaire among the eight Grade 8 learners who are included into the Johannesburg North West Chess Unions' (JNW Chess) chess teams for the South-African chess championships.
- IV. On completion of the questionnaire, an interview will be conducted to understand the perceptions of the learners about the questionnaire.

Permission will also be obtained from the school principals and parents. Names of learners, institutions and schools will be kept confidential and no mention of these will be made in the research. All participants and institutions will therefore remain anonymous.

Yours sincerely



02.07.2014

Mr. J. De Wet

Date

Researcher

North-West University

082 461 2514



02.07.2014

Dr. A. Roux

Date

Project head

North-West University

(018) 2991895

# ADDENDUM D: TOESTEMMINGSBRIEF AAN OUERS / LETTER OF CONSENT TO PARENTS

---



Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Web: <http://www.nwu.ac.za>

Faculty of Education Sciences

Tel: 018 299 1895

Fax:

Email: [Annalie.Roux@nwu.ac.za](mailto:Annalie.Roux@nwu.ac.za)

P.O. Box 1899

Noordheuwel Ext 4

Krugersdorp

1756

(Cell) 082 461-2514

(Email) [dewetjaco@ymail.com](mailto:dewetjaco@ymail.com)

20 Oktober 2014

Geagte Ouers

**Uitnodiging aan u kind om deel te neem aan 'n navorsingsprojek.**

Ek is 'n Wiskunde-onderwyser wat tans besig is met my MEd-graad aan die Fakulteit Opvoedingswetenskappe te Noordwes-Universiteit (Potchefstroom-kampus). **Die doel van my studies is om die Kognitiewe en metakognitiewe vaardighede en strategieë by Graad 8-skaakspelers en**

**Wiskunde-leerlinge te bepaal, terwyl hulle wiskundige probleme oplos.** (Metakognisie is denke oor jou eie denkprosesse.)

Weens die uitgebreide area en groot hoeveelheid skole wat gedek word, vind die navorsingsproses op 'n spesifieke Saterdag by 'n sentraal geleë skool plaas. Besonderhede hiervan sal later aan u deurgegee word. Die navorsingsproses sal by 'n skoolbank in 'n klassituasie plaasvind.

Die spesifiek geselekteerde leerders wat aan hierdie studie sal deelneem, sal versoek word om individueel nege wiskunde probleme op te los. Sodra die leerder klaar is, sal 'n semi-gestruktureerde onderhoud met die leerder gehou word om sy/haar moontlike keuses van die antwoorde te verduidelik of daarop uit te brei. Die tydsduur verbonde aan die hele proses is ongeveer vyftig minute lank.

Deelname aan dié studie is vrywillig. Indien enige leerder gedurende enige tyd aan die studie wil onttrek, is hy/sy vry om dit te doen. Die onttrekking sal nie teen die leerder gehou word nie. Die name van die leerders word anoniem gehou. Nommers sal aan leerders toegeken word. Geen name van leerders of skole word dus in die navorsingstudie genoem nie.

U as ouer moet skriftelike toestemming gee om u kind toe te laat om aan hierdie studie deel te neem.

Toestemming: Ek het bogenoemde gelees en verstaan die aard van die navorsing. Ek verstaan dat as ek toestem dat my kind deelneem aan die studie, ek aanvaar dat die navorser sal poog om in  
Geen opsig my kind se wetlike of menseregte te skend nie.

Ek as ouer/voog, gee dus toestemming dat my kind mag deelneem aan die navorsing.

Deelnemer se naam en van: \_\_\_\_\_

Graad: \_\_\_\_\_ Ouderdom: \_\_\_\_\_

Kontaknommers vir deelnemer: (H): \_\_\_\_\_

(S): \_\_\_\_\_

Ouer/Voog se handtekening: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

Vriendelike groete



20.10.2014



20.10.2014

Mr. J. De Wet

Datum

Dr. A. Roux

Datum

Navorser

Projekhoof

Universiteit van Noordwes

Universiteit van Noordwes

(Potchefstroom-kampus)

(Potchefstroom-kampus)

082 461 2514

(018) 2991895



Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Web: <http://www.nwu.ac.za>

Faculty of Education Sciences

Tel: 018 299 1895

Fax:

Email: [Annalie.Roux@nwu.ac.za](mailto:Annalie.Roux@nwu.ac.za)

P.O. Box 1899

Noordheuwel Ext 4

Krugersdorp

1756

(Cell) 082 461-2514

(Email) [dewetjaco@ymail.com](mailto:dewetjaco@ymail.com)

4 June 2014

Dear Parents

### **Invitation for your child to take part in a research project**

I am a Mathematics teacher currently busy with my Med-degree at the faculty of Educational Sciences at Northwest University (Potchefstroom Campus). **The purpose of my studies is to determine to what extent both learners who do maths and chess players use cognitive and metacognitive strategies and skills in the mathematical problem solving process.**

Due to the vast (area) and huge amount of schools involved, this research will take place on a specific Saturday at a central school. Information on this will be distributed to you in due course. The research will take place at a classroom desk in a classroom environment.

The specifically selected learners that will take part in this study will be asked to solve nine mathematical problems individually. As soon as they have finished, they will take part in a semi-structured interview to explain and expand on his/her possible answers. The time frame for the whole process will be more or less fifty minutes.

Participation in this study will be on a voluntary basis. If any learner wishes to withdraw from this study at any time, he/she is free to do so and such action will not be held against them in anyway. The participants will remain anonymous at all times. Numbers will be allocated to participants. No names of learners or schools will be revealed in this study.

You, as parents, must give written consent for your child to participate in this study.

Consent: I have read the above and understand the nature of this research. I understand that if I give consent for my child to participate in this research study that I accept that the researcher will in his/her ability in no way harm my child's lawful or human rights.

I, as parent/guardian, give my consent that my child may participate in the abovementioned research study.

Participant's name and surname: \_\_\_\_\_

Grade: \_\_\_\_\_ Age: \_\_\_\_\_

Contact numbers of participant: (H) \_\_\_\_\_

(Cell) \_\_\_\_\_

Parent/Guardian's signature: \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

Yours sincerely



04.07.2014

Mr. J. De Wet

Date

Researcher

North-West University

082 461 2514



04.07.2014

Dr. A. Roux

Date

Project head

North-West University

(018) 2991895

# ADDENDUM E: ETIEKSERTIFIKAAT



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Tel: (018) 299-4900  
Faks: (018) 299-4910  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

## Institutional Research Ethics Regulatory Committee

Tel +27 18 299 4849  
Email [Ethics@nwu.ac.za](mailto:Ethics@nwu.ac.za)

### ETHICS APPROVAL CERTIFICATE OF PROJECT

Based on approval by **Ethics Committee of the Faculty of Education Sciences**, the North-West University Institutional Research Ethics Regulatory Committee (NWU-IRERC) hereby approves your project as indicated below. This implies that the NWU-IRERC grants its permission that, provided the special conditions specified below are met and pending any other authorisation that may be necessary, the project may be initiated, using the ethics number below.

<b>Project title: Kognitiewe en metakognitiewe strategieë en vaardighede van Graad 8-skaakspelers in die wiskundige probleemoplossingsproses</b>																															
<b>Project Leader:</b>	<b>Dr A Roux</b>																														
<b>Student:</b>	<b>J de Wet</b>																														
<b>Ethics number:</b>	<table border="1"><tr><td>N</td><td>W</td><td>U</td><td>-</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>5</td><td>-</td><td>1</td><td>4</td><td>-</td><td>A</td><td>2</td></tr><tr><td colspan="3">Institution</td><td colspan="5">Project Number</td><td colspan="2">Year</td><td colspan="5">Status</td></tr></table> <small>Status: S = Submission; R = Re-Submission; P = Provisional Authorisation; A = Authorisation</small>	N	W	U	-	0	0	0	6	5	-	1	4	-	A	2	Institution			Project Number					Year		Status				
N	W	U	-	0	0	0	6	5	-	1	4	-	A	2																	
Institution			Project Number					Year		Status																					
<b>Approval date:</b>	<b>2014-06-19</b>	<b>Expiry date:</b>	<b>2019-06-18</b>	<b>Category</b>	<b>N/A</b>																										

Special conditions of the approval (if any): None

#### General conditions:

While this ethics approval is subject to all declarations, undertakings and agreements incorporated and signed in the application form, please note the following:

- The project leader (principle investigator) must report in the prescribed format to the NWU-IRERC:
  - annually (or as otherwise requested) on the progress of the project,
  - without any delay in case of any adverse event (or any matter that interrupts sound ethical principles) during the course of the project.
- The approval applies strictly to the protocol as stipulated in the application form. Would any changes to the protocol be deemed necessary during the course of the project, the project leader must apply for approval of these changes at the NWU-IRERC. Would there be deviated from the project protocol without the necessary approval of such changes, the ethics approval is immediately and automatically forfeited.
- The date of approval indicates the first date that the project may be started. Would the project have to continue after the expiry date, a new application must be made to the NWU-IRERC and new approval received before or on the expiry date.
- In the interest of ethical responsibility the NWU-IRERC retains the right to:
  - request access to any information or data at any time during the course or after completion of the project;
  - withdraw or postpone approval if:
    - any unethical principles or practices of the project are revealed or suspected,
    - it becomes apparent that any relevant information was withheld from the NWU-IRERC or that information has been false or misrepresented,
    - the required annual report and reporting of adverse events was not done timely and accurately,
    - new institutional rules, national legislation or international conventions deem it necessary.

The IRERC would like to remain at your service as scientist and researcher, and wishes you well with your project. Please do not hesitate to contact the IRERC for any further enquiries or requests for assistance.

Yours sincerely

Linda du  
Plessis

Digitally signed by Linda du Plessis  
DN: cn=Linda du Plessis, o=NWU,  
ou=Vaal Triangle Campus,  
email=linda.duplessis@nwu.ac.za,  
c=ZA  
Date: 2015.07.13 10:46:39 +02'00'

**Prof Linda du Plessis**

Chair NWU Institutional Research Ethics Regulatory Committee (IRERC)

# ADDENDUM F: TAAKGEBASEERDE WERKKAART / TASK SHEET

---

Afrikaanse vraestel: Deelnemer \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

## Vraag 1

Vier susters is drie jaar uitmekaar gebore. Hulle ouderdomme is altesaam 30 jaar. Hoe oud is die oudste suster?

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

X

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

X

**Strategieë**

**Bewerkings**

<input type="checkbox"/>	Teken 'n prent/skets	<input type="checkbox"/>	Optel	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Teken 'n grafiek	<input type="checkbox"/>	Aftrek	<input type="checkbox"/>

	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

**Vier susters is drie jaar uitmekaar gebore. Hulle ouderdomme is altesaam 30 jaar. Hoe oud is die oudste suster?**

---



---



---



---



---



---



---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
	Verstaan nie die werk nie
	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

**Vraag 2**

'n Bankier het drie sleutels wat in drie verskillende slotte moet pas. Hy het vergeet watter sleutels pas in watter slotte. Wat is die minimum hoeveelheid probeerslae wat gemaak moet word om al die slotte oop te kry?

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

<b>X</b>	<b>Strategieë</b>	<b>Bewerkings</b>	
	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

'n Bankier het drie sleutels wat in drie verskillende slotte moet pas. Hy het vergeet watter sleutels pas in watter slotte. Wat is die minimum hoeveelheid probeerslae wat gemaak moet word om al die slotte oop te kry?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

<input type="checkbox"/>	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die werk nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie
<input type="checkbox"/>	

**Vraag 3**

**Drie waatlemoene en twee spanspekke weeg altesaam 32 kg. Vier waatlemoene en drie spanspekke weeg altesaam 44 kg. Al die waatlemoene weeg dieselfde en al die spanspekke weeg dieselfde. Wat is die totale gewig van twee waatlemoene en een spanspek?**

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

**Strategieë**

**Bewerkings**

<input type="checkbox"/>	Teken 'n prent/skets	<input type="checkbox"/>	Optel	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Teken 'n grafiek	<input type="checkbox"/>	Aftrek	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Teken 'n tabel	<input type="checkbox"/>	Deling	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	<input type="checkbox"/>	Vermenigvuldiging	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Pythagoras se stelling	<input type="checkbox"/>	Magte	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Verhoudings bv. 9:10	<input type="checkbox"/>	Logaritmes	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	Vierkantwortels	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>

**Los die probleem op**

**Drie** waatlemoene en twee spanspekke weeg altesaam 32 kg. **Vier** waatlemoene en drie spanspekke weeg altesaam 44 kg. Al die waatlemoene weeg dieselfde en al die spanspekke weeg dieselfde. **Wat is die totale gewig van twee waatlemoene en een spanspek?**

---



---



---



---



---



---



---



---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

<input type="checkbox"/>	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die werk nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

--	--

**Vraag 4**

Skepe vanuit die Atlantiese oseaan dok by 'n besige hawe. Van die eerste twintig skepe wat op 'n spesifieke dag dok, is vyf van hierdie skepe van Rhodes eiland. Wat is die waarskynlikheid dat die volgende skip wat gaan dok, ook van Rhodes eiland kan wees?

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

**Strategieë**

**Bewerkings**

	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	

	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

Skepe vanuit die Atlantiese oseaan dok by 'n besige hawe. Van die eerste twintig skepe wat op 'n spesifieke dag dok, is vyf van hierdie skepe van Rhodes eiland. Wat is die waarskynlikheid dat die volgende skip wat gaan dok, ook van Rhodes eiland kan wees?

---



---



---



---



---



---



---



---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
	Verstaan nie die werk nie
	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

**Vraag 5**

**Agt studente in Cassidy se graad was al by 'n kooropvoering. Twaalf studente was by die simfoniekonsert en vyf studente was by beide 'n kooropvoering sowel as 'n simfoniekonsert. Hoeveel studente was al by 'n kooropvoering maar nog nie 'n simfoniekonsert nie?**

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

<b>X</b>	<b>Strategieë</b>	<b>Bewerkings</b>	
	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

**Agt studente in Cassidy se graad was al by 'n kooropvoering. Twaalf studente was by die simfoniekonsert en vyf studente was by beide 'n kooropvoering sowel as 'n simfoniekonsert. Hoeveel studente was al by 'n kooropvoering maar nog nie 'n simfoniekonsert nie?**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

<input type="checkbox"/>	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die werk nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie
<input type="checkbox"/>	

**Vraag 6**

**Pomp A vul 'n tenk met water in 5 ure. Pomp B vul dieselfde tenk in 8 ure. Hoe lank sal dit die twee pompe saam neem om die tenk met water te vul? Rond die antwoord af tot die naaste minuut.**

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak nie
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek 'n fout gaan maak
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

**Strategieë**

**Bewerkings**

<input type="checkbox"/>	Teken 'n prent/skets	<input type="checkbox"/>	Optel	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Teken 'n grafiek	<input type="checkbox"/>	Aftrek	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Teken 'n tabel	<input type="checkbox"/>	Deling	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	<input type="checkbox"/>	Vermenigvuldiging	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Pythagoras se stelling	<input type="checkbox"/>	Magte	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Verhoudings bv. 9:10	<input type="checkbox"/>	Logaritmes	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	Vierkantwortels	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>

**Los die probleem op**

**Pomp A vul 'n tenk met water in 5 ure. Pomp B vul dieselfde tenk in 8 ure. Hoe lank sal dit die twee pompe saam neem om die tenk met water te vul? (rond die antwoord af tot die naaste minuut).**

---



---



---



---



---



---



---



---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

<input type="checkbox"/>	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die werk nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
<input type="checkbox"/>	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

--	--

**Vraag 7**

As   $\div$   = 

wat is   $\div$   = ?

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los.

Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

**Strategieë**

**Bewerkings**

	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

As   $\div$   = 

Wat is   $\div$   = ?

---

---

---

---

---

---

---

---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

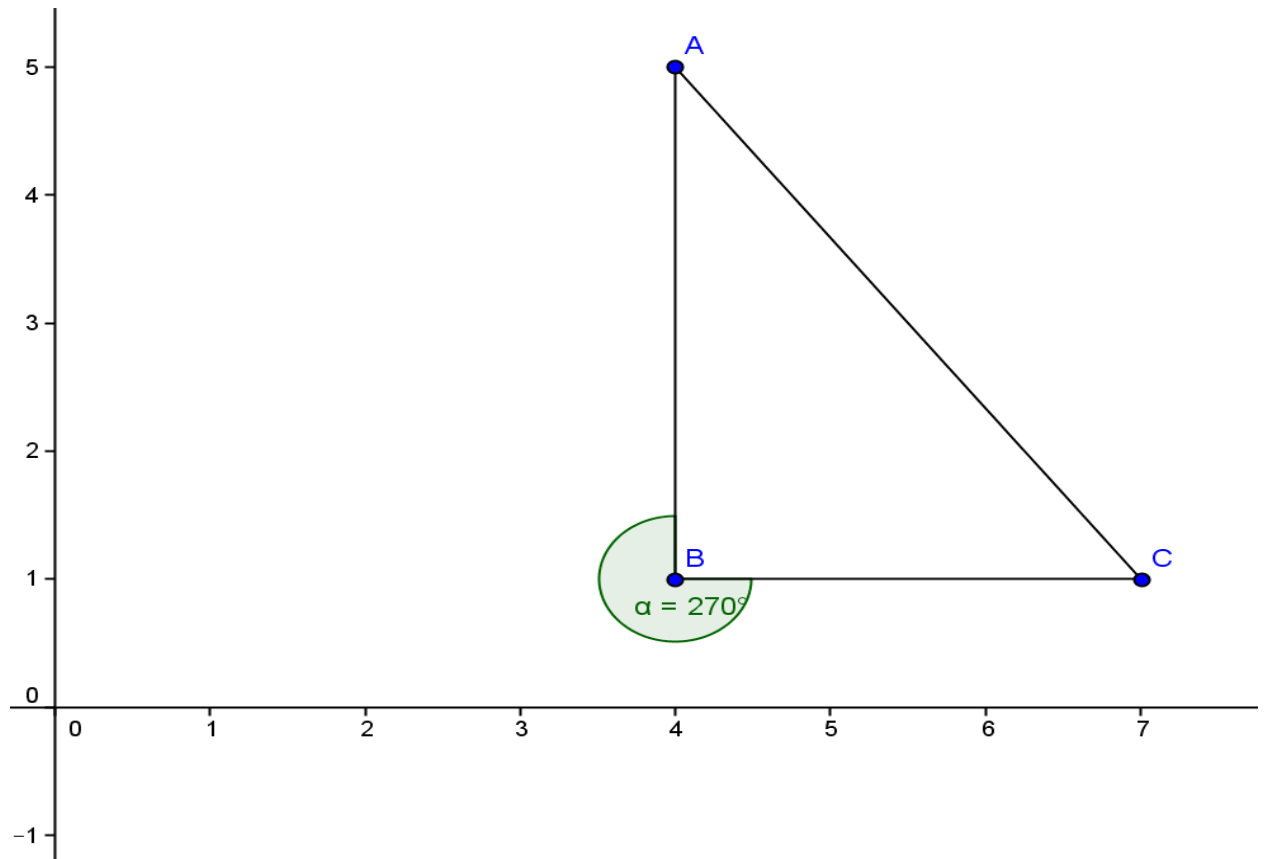
Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
	Verstaan nie die werk nie
	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

### Vraag 8

Vind die afstand tussen die punte (7,1) en (4,5).



Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
<input type="checkbox"/>	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

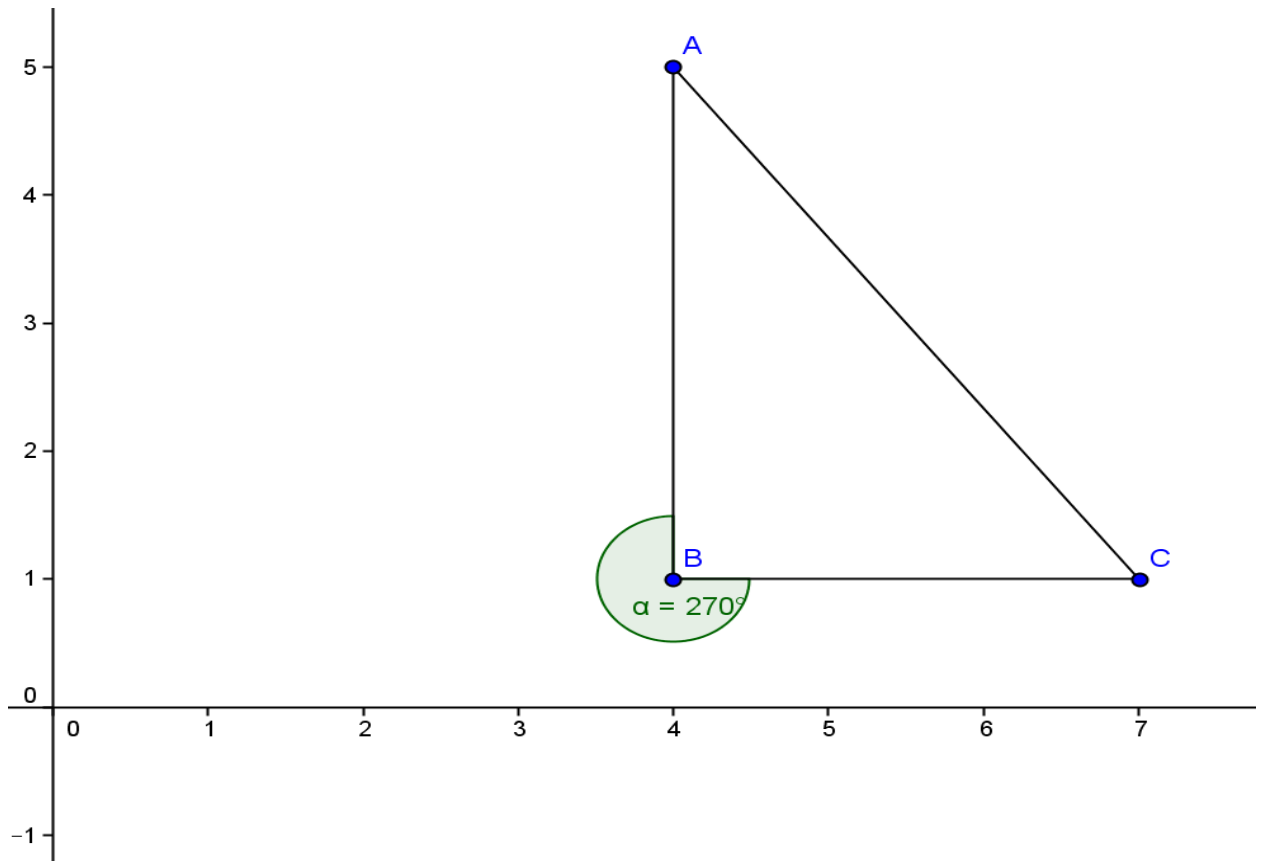
Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los.

Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

<b>X</b>	<b>Strategieë</b>	<b>Bewerkings</b>	
	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

**Vind die afstand tussen die punte (7,1) en (4,5).**




---



---



---



---



---



---



---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

<input type="checkbox"/>	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
<input type="checkbox"/>	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie

	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
	Verstaan nie die werk nie
	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

**Vraag 9**

**Deur slegs drie vywe te gebruik, bepaal hoe drie vywe ses maak.**

Vraelys 1.1 (Metakognitiewe vaardighede: voorspellings)

Sal jy die probleem **korrek** kan oplos? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout sal maak tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek dalk 'n fout gaan maak
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gaan maak

Vraelys 1.2 (Metakognitiewe vaardighede: beplanning)

Kies beide **slegs** die **strategieë** en **metodes** wat jy beplan om te gebruik om die probleem op te los. Trek 'n kruisie (x) langs die keuses van beide die **strategieë** en **metodes** wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

<b>X</b>	<b>Strategieë</b>	<b>Bewerkings</b>	
	Teken 'n prent/skets	Optel	
	Teken 'n grafiek	Aftrek	
	Teken 'n tabel	Deling	
	Gebruik 'n getalpatroon bv. 2,4,6	Vermenigvuldiging	
	Pythagoras se stelling	Magte	
	Verhoudings bv. 9:10	Logaritmes	
	Gebruik breuke bv. $\frac{1}{2}$	Vierkantwortels	

**Los die probleem op**

**Deur slegs drie vywe te gebruik, bepaal hoe drie vywe ses maak.**

---

---

---

---

---

---

---

---

Vraelys 1.3 (Metakognitiewe vaardighede: evaluering)

Dink jy dat jy die probleem **korrek** opgelos het? Trek 'n kruisie (x) langs die keuses wat jy maak.

**X**

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek opgelos het sonder om 'n fout te maak
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek opgelos sonder om 'n fout te maak
	Ek is nie seker of ek 'n fout gemaak het tydens die oplos van die probleem nie
	Ek is onseker en dink dat ek 'n fout gemaak het
	Ek is doodseker dat ek 'n fout gemaak het

Vraelys 1.4 (Metakognitiewe vaardighede: Refleksie en monitering)

Kies 'n **rede** waarom jy dalk 'n **moontlike fout** kon gemaak het. Trek 'n kruisie (x) langs die keuse wat jy maak. As jou keuse nie daar is nie, skryf dit neer in die oop spasie.

**X**

	Weet nie watter strategieë om te gebruik nie
	Weet nie watter bewerkings om te gebruik nie
	Verstaan nie die werk nie
	Verstaan nie die betekenis van die woorde nie
	Verstaan nie wat in die vraag gevra word nie

## ADDENDUM F: TASK SHEET

---

### English Questionnaire: Participant /

#### Question 1

Four sisters are 3 years apart in age. The total of their ages equals 30 years. How old is the eldest sister?

#### Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

x

	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
	I am absolutely sure that I will make a mistake

#### Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

	X                      Strategies	Operators	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	

	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions egg. 9:10	Logarithms	
	Using fractions egg. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem**

**Four sisters are 3 years apart in age. The total of their ages equals 30 years. How old is the eldest sister?**

---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

	Do not know which strategies to use
	Do not know which operators to use
	I do not understand the work
	I do not understand the meanings of the words
	I do not understand what must be done in the question

**Question 2**

**A banker forgets which key fits in which of three keyholes. What is the minimum number of trials he will have to do to identify which key is meant for each lock?**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

<b>X</b>	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem.**

**A banker forgets which key fits in which of three keyholes. What is the minimum number of trials he will have to do to identify which key is meant for each lock?**

---



---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words
<input type="checkbox"/>	I do not understand what must be done in the question
<input type="checkbox"/>	

**Question 3**

**Three watermelons and two cantaloupes weigh 32 kg. Four watermelons and three cantaloupes weigh 44 kg. All watermelons weigh the same and all cantaloupes weigh the same. What is the weight of two watermelons and one cantaloupe?**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input checked="" type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

**Strategies**

**Operators**

	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
<input checked="" type="checkbox"/>	Drawing a picture	Addition	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Drawing a graph	Subtraction	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Drawing up of a column	Division	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Pythagoras' theorem	Magnitude	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>

**Solve the problem**

**Three watermelons and two cantaloupes weigh 32 kg. Four watermelons and three cantaloupes weigh 44 kg. All watermelons weigh the same and all cantaloupes weigh the same.**

**What is the weight of two watermelons and one cantaloupe?**

---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words

	I do not understand what must be done in the question
--	---

**Question 4**

**Boats from all along the Atlantic coast dock at a busy marina. Of the first twenty boats to dock at the marina one day, five were from Rhode Island. What is the experimental probability that the next boat to dock, will also be from Rhode Island?**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

**Strategies**

**Operators**

	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	

	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem**

**Boats from all along the Atlantic coast dock at a busy marina. Of the first twenty boats to dock at the marina one day, five were from Rhode Island. What is the experimental probability that the next boat to dock, will also be from Rhode Island?**

---



---



---



---



---



---



---



---

**Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)**

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
	I am absolutely sure that I will have made a mistake

**Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)**

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words
<input type="checkbox"/>	I do not understand what must be done in the question
<input type="checkbox"/>	

**Question 5**

**Eight of the students in Cassidy's grade have been to a choir concert. Twelve students have been to the symphony, and five students have been to both a choir concert and the symphony. How many students have been to a choir concert but not the symphony?**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

<b>X</b>	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem**

**Eight of the students in Cassidy's grade have been to a choir concert. Twelve students have been to the symphony, and five students have been to both a choir concert and the symphony. How many students have been to a choir concert but not the symphony?**

---

---

---

---

---

---

---

---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words
<input type="checkbox"/>	I do not understand what must be done in the question
<input type="checkbox"/>	

**Question 6**

**Pump A can fill a tank with water in 5 hours. Pump B can fill the same tank in 8 hours. How long does it take the two pumps working together to fill the tank? Round your answer to the nearest minute.**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input checked="" type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

**Strategies**

**Operators**

	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
<input checked="" type="checkbox"/>	Drawing a picture	Addition	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Drawing a graph	Subtraction	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Drawing up of a column	Division	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Pythagoras' theorem	Magnitude	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>

**Solve the problem**

**Pump A can fill a tank with water in 5 hours. Pump B can fill the same tank in 8 hours. How long does it take the two pumps working together to fill the tank? Round your answer to the nearest minute.**

---



---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words

	I do not understand what must be done in the question

**Question 7**

If   $\div$   = 

what is   $\div$   = ?

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

X	Strategies	Operators	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. ½	Square root	

**Solve the problem**

If   $\div$   = 

what is   $\div$   = ?

---



---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

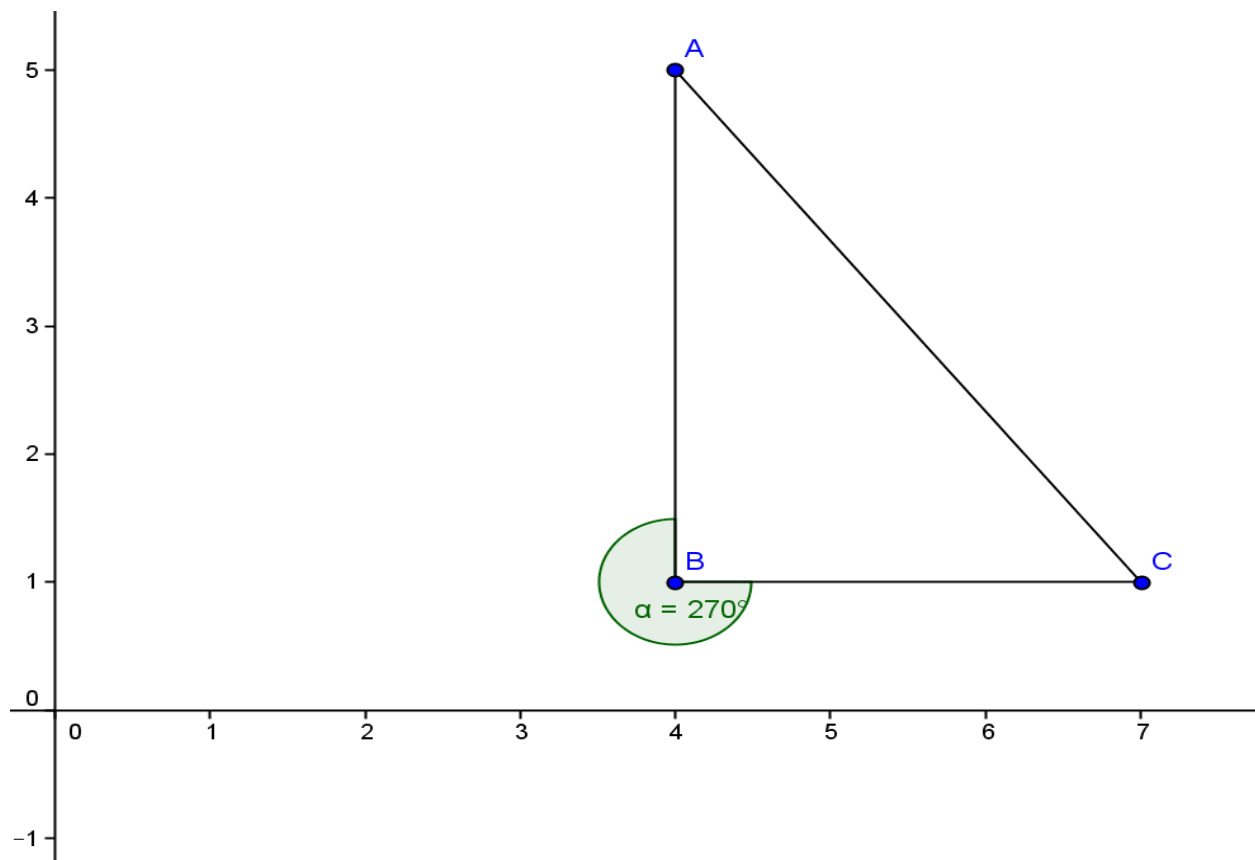
**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words

	I do not understand what must be done in the question

**Question 8**

Find the distance between points (7,1) and (4,5).



Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake

	I am absolutely sure that I will make a mistake
--	---

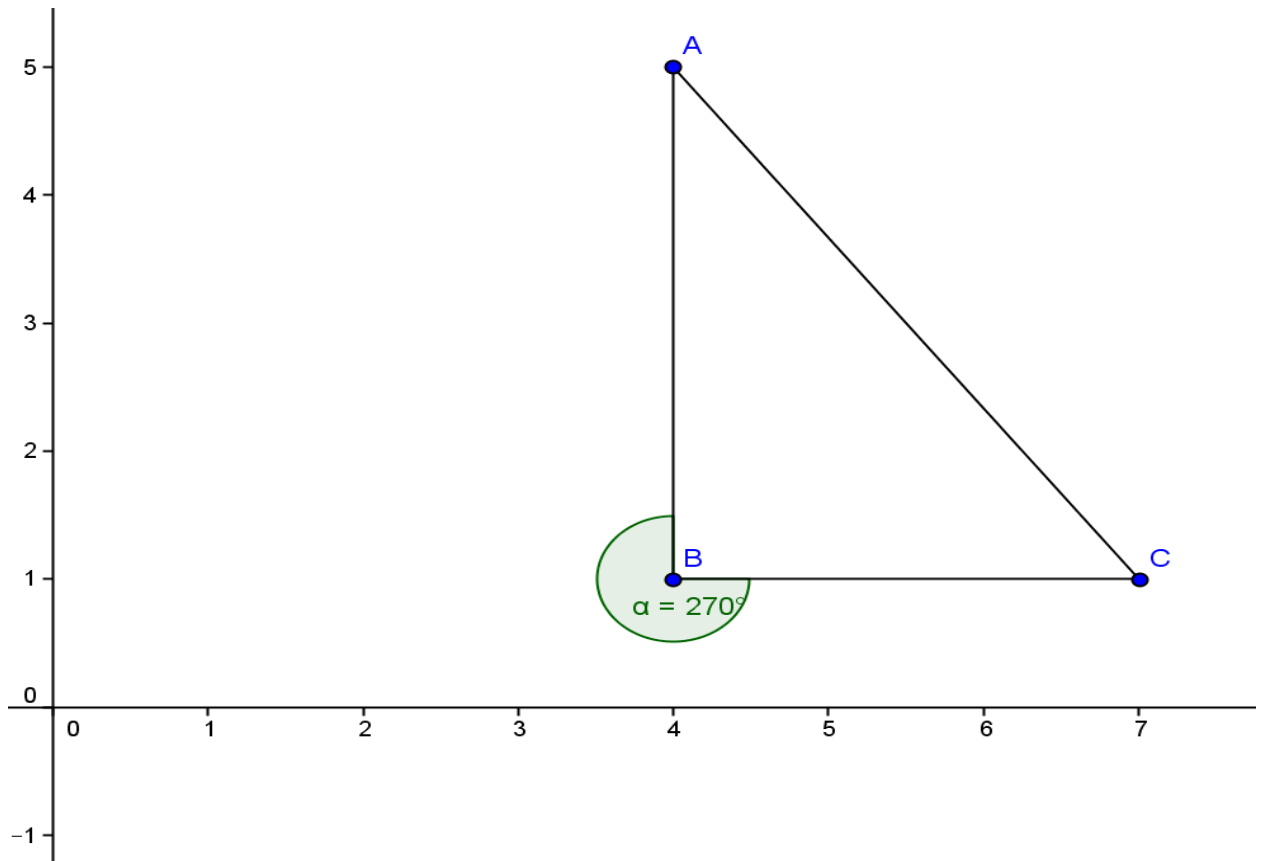
Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

<b>X</b>	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem**

**Find the distance between points (7,1) and (4,5).**




---



---



---



---



---



---



---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem

<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words
<input type="checkbox"/>	I do not understand what must be done in the question
<input type="checkbox"/>	

**Question 9**

**Only using three fives, how do three fives make six?**

Questionnaire 1.1 (Metacognitive skills: prediction)

Will you be able to solve the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will solve the problem in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I am going to make a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will probably make a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will make a mistake

Questionnaire 1.2 (Metacognitive skills: planning)

Choose **only** the **strategies** and **operators** you plan on using to solve the problem. Make a cross (x) in the open spaces next to the choices made at both the **strategies** and **operators**. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

<b>X</b>	<b>Strategies</b>	<b>Operators</b>	
	Drawing a picture	Addition	
	Drawing a graph	Subtraction	
	Drawing up of a column	Division	
	Using a number sequence e.g. 2,4,6	Multiplication	
	Pythagoras' theorem	Magnitude	
	Proportions e.g. 9:10	Logarithms	
	Using fractions e.g. $\frac{1}{2}$	Square root	

**Solve the problem**

**Only using three fives, how do three fives make six?**

---

---

---

---

---

---

---

---

Questionnaire 1.3 (Metacognitive skills: evaluation)

Do you think that you solved the problem **correctly**? Make a cross (x) next to the option you prefer.

**X**

<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am quite sure that I will have done it in the right way without making a mistake
<input type="checkbox"/>	I am not sure if I made a mistake in solving the problem
<input type="checkbox"/>	I am uncertain and I think that I will have probably made a mistake
<input type="checkbox"/>	I am absolutely sure that I will have made a mistake

Questionnaire 1.4 (Metacognitive skills: reflection and monitoring)

Choose a **reason** why you probably **would have** made a mistake. Make a cross next to the option you prefer. If your choice is not given, write it down in the open spaces.

**X**

<input type="checkbox"/>	Do not know which strategies to use
<input type="checkbox"/>	Do not know which operators to use
<input type="checkbox"/>	I do not understand the work
<input type="checkbox"/>	I do not understand the meanings of the words
<input type="checkbox"/>	I do not understand what must be done in the question
<input type="checkbox"/>	

## ADDENDUM G: SEMI-GESTRUKTUREERDE ONDERHOUD

---

### Semi-gestruktureerde onderhoud

Algemene informasie

Naam van navorser		Mnr. J. De Wet	
Naam van deelnemer			
Nommer van deelnemer			
Skaakspeler		Kontrolegroep	
Naam van skool			
Datum van onderhoud			

1) In watter maand is jy gebore?

Januarie	Maart	Mei	Julie	September	November
Februarie	April	Junie	Augustus	Oktober	Desember

2) Wat is die gemiddelde aantal kere wat jy die Wiskunde-probleem ge lees het voordat jy daarmee begin het?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3) Het jy jou antwoorde op enige manier getoets?

Ja	Nee	Soms
----	-----	------

4) Watter Wiskunde-probleem was vir jou die moeilikste om op te los?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

5) Hoekom was hierdie spesifieke vraag vir jou die moeilikste een om te voltooi?

---

---

---

---

## **ADDENDUM G: SEMI-STRUCTURED INTERVIEW**

---

### **Semi-structured interview**

General information

Name of researcher	Mr. J. De Wet		
Name of individual			
Number of individual			
Chess player		Control group	
Name of the school			
Date of interview			

1) During which month were you born?

January	March	May	July	September	November
February	April	June	August	October	December

2) What was the average amount of times you read the problem before you attempted to solve it?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3) Did you test your answers in any way?

Yes	No	Sometimes
-----	----	-----------

4) Which mathematical problem was the most difficult to solve?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

5) Why was this specific question the most difficult for you to complete?

---

---

---

---