

DIE BEREKENING VAN DIE DIFFERENSIELE  
INTENSITEIT VAN KOSMIESE STRALE.

Frederik van Niekerk, B.Sc.

Verhandeling voorgelê aan die Fakulteit Natuurwetenskappe  
van die Potchefstroomse Universiteit vir C.H.O. ter  
gedeeltelike vervulling van die vereistes vir die graad  
Magister Scientiae.

POTCHEFSTROOM

Julie 1981.

Opgedra aan my vader en my moeder.

# INHOUDSOPGAWE

INLEIDING EN DOELSTELLING	8
HOOFSTUK 1	11
DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT VAN KOSMIESE STRALE: 'N TEORETIESE OORSIG	
1.1 Inleiding	11
1.2 Die berekening van afsnystyfhede	12
1.3 Die grafiese bepaling van $dN/dP$	14
1.4 Numeries-analitiese metodes	15
1.5 Wiskundige en Fisiese vereistes waaraan die wiskundige voorstelling van $dN/dP$ moet vol- doen	16
HOOFSTUK 2	17
DIE BEREKENING VAN DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT MET BEHULP VAN METODES WAT BERUS OP POLINOOM RE- GRESSIE	
2.1 Inleiding	17
2.2 Polinoomregressie	17
2.3 Die Potch-metode	19
2.3.1 Kritiese beskouing	21
2.4 'n Variasie van die Potch-metode	23
2.4.1 Foutberekening	24
2.4.2 Berekeningsprosedure en datavoorbereiding	25
2.4.3 Resultate	26
2.4.4 Kritiese beskouing	32

2.5	Die metode van Dorman	33
2.5.1	Foutberekening	34
2.5.2	Datavoorbereiding en berekenings- prosedure	36
2.5.3	Resultate	37
2.5.4	Kritiese beskouing.	46
HOOFSTUK 3		48
DIE BEREKENING VAN DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT MET BEHULP VAN 'N METODE WAT BERUS OP FOURIER- ANALISE		
3.1	Inleiding	48
3.2	'n Fourier-sinusreeksvoorstelling	48
3.3	Optimering: die bepaling van die gewigs- funksie	51
3.4	Toetse met behulp van bekende analitiese funksies	53
3.5	Toetse met statistiese ruis op die gesimu- leerde data	55
3.6	Datavoorbereiding en berekeningsprosedure	56
3.7	Resultate	59
3.7.1	Die 1954-breedtegraadsopname	59
3.7.2	Die 1965-breedtegraadsopname	61
3.7.3	Die 1976-breedtegraadsopname	62
3.8	Kritiese beskouing	72
HOOFSTUK 4		75
BESPREKING VAN RESULTATE EN VERGELYKING TUSSEN DIE VERSKILLENDE TEGNIEKE. GEVOLGTREKKINGS		

4.1	Vergelyking tussen die verskillende metodes	75
4.1.1	Gemiddelde variansie $V_N$	75
4.1.2	Residue	76
4.1.3	Datavoorbereiding	76
4.1.4	Transformasie	77
4.1.5	Berekeningsprosedure	77
4.1.6	Hanteerbaarheid van die differensiële intensiteitspektra	78
4.1.7	Statistiese verantwoordbaarheid	78
4.1.8	Betroubaarheidsgrense	79
4.1.9	Stabiliteit van $dN/dP$	79
4.1.10	Fisiese aanvaarbare resultate	79
4.2	Bespreking van resultate	80
4.2.1	Die 1965- $dN/dP$ verskil	83
4.3	Die berekening van die modulasiefunksie	83
4.4	Gevolgtrekking	86
AANHANGSEL A		88
DIE VERSKILLENDE BREEDTEGRAADSOPNAMES		
A-1	Die 1954-breedtegraadsopname	88
A-2	Die 1965-breedtegraadsopname	89
A-3	Die 1976-breedtegraadsopname	90
AANHANGSEL B		92
REKENAARPROGRAMME		
B-1	Die variasie van die Potch-metode	92
B-2	Die metode van Dorman	93
B-3	Die Fourier-metode	94
Dankbetuigings		96
Literatuurverwysings		97
		5

## ABSTRACT

### THE CALCULATION OF DIFFERENTIAL RESPONSE FUNCTIONS OF COSMIC RAYS.

A theoretical review is given of existing and new methods for the calculation of differential response functions from latitude surveys. The two existing methods, namely the Potch method and the Dorman method are both based on specific transformations, followed by a regression analysis. As these methods have some undesirable features, a new technique, which is based on Fourier analysis, was used.

To implement the theory concerning the calculation of differential response functions of cosmic ray monitors, three latitude surveys which had been conducted during successive periods of minimum solar activity, were used. The data had been uniformly corrected for pressure dependence, primary intensity variations and atmospheric temperature dependence, assuring that no spurious effects were present in the data. In all cases the intensity  $N$  were normalised so that

$$N(P=10GV) = 100.$$

The methods mentioned above were evaluated and compared with each other with regard to the following criteria:

- a. The resulting differential response function has to be physically significant.
- b. The data has to be handled correctly according to the

prescribed statistical restraints.

c. The repression of possible information must be avoided and care must be taken not to introduce subjective information.

d. The response function must be manageable so that it can easily be used in the study of modulation effects.

e. The method must be applicable for the calculation of statistical confidence limits.

It is concluded that none of these methods are superior due to the divergent criteria to be met by the respective methods. It is shown that depending on the type and quality of the data the three methods each has its possible applications. The Potch method for poor data over a wide range of cutoff rigidities, the Dorman method over small rigidity ranges and the Fourier method when high quality data is available.

Finally it is concluded that, given only these three data sets, three mathematically unbiased and independent techniques each predict a 22-year modulation effect. A quantitative measure of this modulation is given.

## INLEIDING EN DOELSTELLING

'n Breedtegraadsopname van kosmiese strale lewer data wat oor 'n sekere afsnystyfheidsgebied versamel is. Nadat hierdie data gekorrigeer is vir primêre variasies en druk-en-temperatuurafhanklikheid, is 'n verband tussen intensiteit  $N$  en afsnystyfheid  $P$  beskikbaar wat 'n belangrike onderdeel vorm van die studie van modulasieverskynsels.

Die differensiële intensiteitspektrum  $dN/dP$  is egter 'n nuttiger verband en word onder meer gebruik in die volgende:

- a. Die berekening van die opbrengsfunksie.
- b. Dorman se koppelingskoëffisiënte (Dorman et al. 1957) word bereken uit

$$W(P_0) = - \frac{1}{N(P_0)} \frac{dN}{dP}$$

waar  $W(P_0)$  die koppelingskoëffisiënt is by 'n afsnystyfheid  $P_0$ .

- c. Die berekening van die modulasiefunksie.
- d. Die differensiële styfheidspektrum word dikwels gebruik vir die bestudering van modulasieverskynsels soos die 22-jarige siklus, die 11-jarige siklus, Forbush-afnames en sonvlamme.

Potgieter et al., (1980) het 'n vergelyking getref tussen die integrale en differensiële intensiteitspektra wat bereken is

met data van breedtegraadsopnames gedurende die sonstilteperiodes van 1954, 1965 en 1976. Hulle het tot die gevolgtrekking gekom dat die integrale en differensiële styfheidspektra vir 1954 en 1976 binne statistiese foutgrense eenders is, maar aansienlik verskil van dié vir 1965.

Potgieter et al. het egter hul resultate verkry met behulp van 'n metode wat 'n lastige transformasiekonstante bevat, wat die vergelyking van die differensiële en integrale styfheidspektra bemoeilik. Dit is dus noodsaaklik dat daar deeglik besin moet word oor die berekening van die differensiële styfheidspektra van kosmiese strale.

Daarom word in hierdie studie verskillende metodes ondersoek om die differensiële styfheidspektra van kosmiese strale deur middel van implisiete differensiasie te bepaal. Die eienskappe en resultate van elke metode word krities met mekaar vergelyk.

'n Verdere motivering vir die aanpak van hierdie studie is om die bestaan van die 22-jarige siklus te bevestig.

In hoofstuk 1 word die berekening van afsnystyfheid en faktore wat hierdie berekening beïnvloed, kortliks bespreek. Daar word 'n oorsigtelike bespreking gegee van verskillende metodes om  $dN/dP$  te bepaal, en in die laaste paragraaf word die wiskundige en fisiese voorwaardes waaraan die differensiële intensiteitspektrum moet voldoen, gestel.

In hoofstuk 2 word drie metodes, wat berus op polinoomregressie, bespreek. Die metodes word gebruik om die differensiële

intensiteitspektra te bereken vir die drie breedtegraadsopnames in aanhangsel A beskryf.

Hierdie metodes het die eienskap dat klein variasies uitfiltreer word. Gevolglik is daar ook gekyk na 'n metode wat berus op Fourier-analise, aangesien hierdie metode klein variasies in berekening bring. Laasgenoemde metode word in hoofstuk 3 bespreek en gebruik om die differensiële intensiteitspektra van die genoemde breedtegraadsopnames te bepaal.

In hoofstuk 4 word al die genoemde metodes krities met mekaar vergelyk en word die bruikbaarheid van elke metode bespreek. Die 22 jaar variasie word dan ten slotte gekwantifiseer en gevolgtrekkings word gemaak.

## HOOFSTUK 1

### DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT: 'N TEORETIESE OORSIG

#### 1.1 Inleiding

Die differensiële intensiteit word gedefinieer as  $\frac{dN(P)}{dP}$ , waar N die afsnystyfhedsafhanklike intensiteit is. Om  $dN/dP$  te bereken is 'n verband tussen intensiteit N en afsnystyfheid P dus nodig. N word gemeet as funksie van lengte-en-breedtegraad. Die lengte-en-breedtegraad word dan met behulp van die Internasionale Geomagnetiese Referensieveld (IGRF) omgewerk na afsnystyfheid.

Die berekening van  $dN/dP$  lewer egter 'n aantal probleme op:

Die afsnystyfhede kan onakkuraat wees: die IGRF is 'n model wat nie voorsiening maak vir lokale en streeksanomalië in die geomagnetiese veld nie. In hierdie studie word egter aanvaar dat afsnystyfhede akkuraat bekend is.

Verder is die vorm van die breedtegraadskromme van sodanige aard dat dit moeilik is om dit deur middel van 'n krommepassing te benader: by lae afsnystyfhede ( $P \leq 1GV$ ) is N 'n konstante, dan volg 'n onsimmetriese gedeelte met 'n groot positiewe kromming tot ongeveer 6GV, waarna 'n gedeelte volg met 'n klein negatiewe kromming.

Daar moet dus na metodes gesoek word wat 'n getroue weergawe van die N teen P-kromme kan lewer, waaruit  $dN/dP$  bereken kan word.

## 1.2 Die berekening van afsnystyfheide

Wanneer die beweging van gelaaiide deeltjies in 'n magneetveld beskou word, is dit gerieflik om in plaas van energie, gebruik te maak van magnetiese styfheid, gedefinieer deur

$$P = \frac{pc}{Ze}$$

waar  $pc$  die momentum van 'n deeltjie met lading  $Ze$  is.

Wanneer die beweging van kosmiese strale in die geomagnetiese veld bestudeer word, is afsnystyfheid 'n belangrike parameter. Afsnystyfheid is die minimum styfheid van 'n spesifieke geografiese posisie waar deeltjies met 'n kleiner styfheid die aarde nie kan bereik nie. Dit is ook afhanklik van die invalsrigting van die deeltjies.

Vir die teoretiese berekening van afsnystyfheide is 'n akkurate beskrywing van die geomagnetiese veld nodig. Indien aanvaar word dat die aarde beskou kan word as 'n magneet waarvan die magnetiese potensiaal  $V$  Laplace se vergelyking,  $\nabla^2 V = 0$ , gehoorsaam, kan die geomagnetiese veld beskryf word met behulp van 'n bolharmoniese potensiaal

$$V = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m \tau + h_n^m \sin m \tau) \frac{P_n^m(\cos \sigma)}{r^{n+1}}$$
$$= \sum_n \sum_m V_n^m = \sum V_n$$

waar  $r$ ,  $\tau$  en  $\sigma$  bolpoolkoördinate en  $P_n^m(\sigma)$  die Schmidt-genormali-

seerde bolfunksie is. (Chapman, S. en J. Bartels, 1940) Die Gausskoëffisiënte  $g_n^m$  en  $h_n^m$  word bepaal sodanig dat dit 'n goeie ooreenkoms met wêreldwye magnetiese waarnemings lewer.

Vandag word die Internasionale Geomagnetiese Referensieveld, soos bepaal deur IAGA (1969), gebruik. Die IGRF bevat koëffisiënte tot die agste orde, asook die eerste afgeleide na die tyd van elke koëffisiënt, sodat die tydsafhanklikheid van die geomagnetiese veld ook bereken kan word. Daar bestaan egter lokale en streeksanomalië, wat veroorsaak word deur lokale magneetvelde of swak elektriese strome in die kors van die aarde (Matsushita (1967)), waarvoor daar nie voorsiening gemaak word in die model nie.

Daar word algemeen aanvaar dat die mees akkurate metode om afsnystyfhede te bepaal, die metode is waarvolgens die bane van deeltjies met verskillende styfhede geïntegreer word, en bepaal word of 'n bepaalde punt vanuit 'n sekere invalrigting toeganklik is vir deeltjies vanuit oneindig.

Shea et al., (1968) het berekenings vir 'n breedte-en-lengtegraad-rooster van  $5^\circ$  by  $15^\circ$  vir vertikaalinvallende deeltjies gemaak. Met behulp van 'n interpolasiemethode en die L-parameter (Shea, (1967)) het Shea afsnystyfhede geïnterpoleer vir  $2^\circ \times 2^\circ$  - roosterwaardes. Hierdie masjienberekende waardes word algemeen gebruik.

Alhoewel die masjienberekende afsnystyfhede redelik betroubaar is (Sawyer, et al., (1968)) is daar egter heelwat aanduidings dat hierdie waardes nog verbeter kan word: König et al., (1977), Carmichael et al., (1969a), Debrunner et al., (1977), Golenkov

et al., (1977) en Potgieter et al., (1978).

Dit is dus duidelik dat afsnystyfhede, soos vandag gebruik word, nog baie tekortkominge het. Daar word egter vir hierdie studie aanvaar dat vertikale afsnystyfhed en geïnterpoleerde waardes daarvan die beste parameter is om die effek van die magneetveld van die aarde op kosmiese strale te beskryf.

### 1.3 Die grafiese bepaling van $\frac{dN}{dP}$

Voordat rekenoutomate en numeries-analitiese metodes beskikbaar was om die afgeleide van 'n stel eksperimentele datapunte te bepaal, het wetenskaplikes hulle dikwels gewend tot grafiese metodes (Keith et al., (1968)).

Sulke grafiese metodes word byvoorbeeld beskryf deur Worthing et al. (1948). Volgens die Tangensiële-en-Normaalmetode deur hulle beskryf, kan die helling van 'n kromme in 'n punt  $x$  bepaal word deur die volgende prosedure te volg:

- a. Die kromme  $y = f(x)$  moet met groot sorg getrek word.
- b. Hierna word 'n raaklyn (of 'n lyn loodreg op die raaklyn) deur die punt  $x$  getrek en
- c. die helling word dan bereken.

Die raaklyn of normaal kan dan deur inspeksie of met behulp van 'n metaalspieëltjie, soos beskryf deur Simons (1941), bereken word. Worthing et al. beskryf ook 'n sogenaamde tabulêre metode,

wat verband hou met differensietegnieke, en wat 'n eerste poging is om data numeries te verwerk.

Alhoewel hierdie metodes subjektief is, lewer hulle besonder goeie resultate op. Daar kon egter geen maatstaf vir die foute op hierdie resultate verkry word nie.

#### 1.4 Numeries-analitiese metodes.

Die numeriese differensiasie van data kan in twee onderafdelings ingedeel word:

a. Eksplisiete numeriese differensiasie. Hiervolgens word die data direk numeries gedifferensieer, soos byvoorbeeld met differensietegnieke. Hierdie metodes werk gewoonlik net goed indien daar baie klein statistiese fluktuasies op die data aanwesig is.

b. Implisiete numeriese differensiasie. Hierdie metode behels die vind van 'n funksie wat die intensiteit  $N$  op die bes moontlike manier voorstel. Die afgeleide word dan gevind deur die analitiese differensiasie van hierdie funksie.

In hierdie ondersoek is slegs laasgenoemde metode bestudeer omdat dit baie kragtig is, eenvoudig programeerbaar is en baie goeie aanduidings gee van die betroubaarheid van die resultate. Die integrale intensiteit kan in beginsel byvoorbeeld voorgestel word deur gewone polinome, ortogonale polinome, Chebyschef-polinome, latfunksies of Fourier reekse. Sommige metodes lewer egter probleme op by differensiasie.

1.5 Wiskundige en Fisiese voorwaardes waaraan die wiskundige voorstelling van  $\frac{dN}{dP}$  moet voldoen.

Die afgeleide van die intensiteit  $N$  as funksie van afsnystyfheid moet kontinu en eindig wees. Voorts moet die afgeleide bepaal word met behulp van 'n metode wat so min as moontlik inligting in die data onderdruk en so min as moontlik addisionele subjektiewe inligting invoer. Daar moet dus metodes gevind word wat die struktuur van die data in ag neem, en alle ruis in die data, wat die gevolg van eksperimentele foute is, uitfiltreer. Die afgeleide moet in so 'n vorm beskikbaar wees dat dit maklik gebruik kan word.

Dit is ook belangrik dat die metode waarmee  $\frac{dN}{dP}$  bereken word, statisties verantwoordbaar moet wees. Verkieslik moet die tegniek hom ook leen tot die berekening van betroubaarheidsgrense.

Die metode moet ook 'n  $\frac{dN}{dP}$  produseer wat fisies aanvaarbaar is. Dit behels onder andere dat die  $\frac{dN}{dP}$  aan die volgende vereistes moet voldoen:

a. Uit die aard van die primêre kosmiese straal spektrum kan afgelei word dat  $\frac{dN}{dP}$  na nul nader as  $P$  na nul nader, dit wil sê  $\frac{dN}{dP} (P \rightarrow 0) \rightarrow 0$ .

b. Dit is ook 'n karakteristieke eienskap van die differensiële spektra van primêre kosmiese strale dat dit by baie hoë afsnystyfhede beskryf kan word deur 'n magreeks in  $P$ . Aangesien  $\frac{dN}{dP}$  by hoë  $P$  direk eweredig is aan die primêre differensiële spektrum, geld dit ook vir  $\frac{dN}{dP}$  by hoë  $P$ .

## HOOFSTUK 2

### DIE BEREKENING VAN DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT MET BEHULP VAN METODES WAT BERUS OP POLINOOMREGRESSIE

#### 2.1 Inleiding.

In hierdie hoofstuk word die bestaande metodes om  $dN/dP$  te bereken, naamlik die Potch-metode en die metode van Dorman, krities ondersoek. Daar word ook 'n variasie van die Potch-metode, waardeur daar gepoog word om sekere probleme van die Potch-metode te bowe te kom, bespreek.

Hierdie metodes berus almal op die beginsel dat die data met behulp van 'n geskikte transformasie getransformeer word, en dan met behulp van 'n geskikte polinoom benader word. Die verskillende metodes maak van sodanige transformasies gebruik dat die getransformeerde data ten beste benader kan word deur 'n eerste-graadspolinoom by die metode van Dorman, 'n tweedegraadspolinoom by die Potch-metode, en 'n derdegraadspolinoom by die variasie van die Potch-metode.

Volgens hierdie metodes word funksies met bepaalde vorme in die data ingedwing, met sekere voor-en-nadele, soos later duidelik sal blyk.

#### 2.2 Polinoomregressie.

Die metode om 'n polinoombenadering vir 'n gegewe funksie  $y(x)$  te vind, is oorspronklik deur Gauss ontwikkel. Daar bestaan

verskillende weergawes van die metode, afhankende van die norm wat gebruik word.

Gestel 'n aantal waarnemings,  $(x_i, y_i)$  waar  $i = 1, \dots, N$ , is gemaak en dat hierdeur 'n  $m^e$ -graadse polinoom gepas moet word.

Die som

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - a_0 - a_1 x_i - \dots - a_m x_i^m)^2, \quad m < N,$$

genoem die variansie, word as norm gebruik en moet dan geminimaliseer word vir die gegewe stel waarnemings.

Standaard wiskundige en statistiese tegnieke lei tot die normaalvergelykings, wat die koëffisiënte  $a_j$  bepaal. Hierdie normaalvergelykings word gegee deur

$$S_a a_0 + S_1 a_1 + \dots + S_m a_m = t_0$$

$$S_1 a_0 + S_2 a_1 + \dots + S_{m+1} a_m = t_1$$

⋮

$$S_m a_0 + S_{m+1} a_1 + \dots + S_{2m} a_m = t_m$$

waar  $S_k = \sum_{i=1}^N x_i^k$  en  $t_k = \sum_{i=1}^N y_i x_i^k$

Hierdie stel lineêre vergelykings bepaal 'n unieke stel koëffisiënte  $a_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, m$ , wat die minimum waarde van die som  $S$  lewer vir die gegewe stel data.

Van der Walt (1975) en Raubenheimer (1972) gee 'n volledige beskrywing van die tegnieke van toepassing. Hulle beskryf ook

die berekening van betroubaarheidsgrense.

Vir die analise is dit nodig dat die data so na as moontlik eweredig verspreid moet wees oor die definisiegebied, anders sal verskillende gewigte aan data toegeken word en sal die resultaat nie 'n getroue weerspieëling van die data wees nie.

### 2.3 Die Potch-metode.

Hierdie metode is deur Van der Walt (1975) ontwikkel.

Die verloop van  $N(P)$  kan direk met behulp van 'n polinoomregressiemetode geskat word. Die differensiële intensiteit kan hieruit bepaal word deur die polinoom te differensieer. So 'n direkte toepassing lewer egter 'n aantal probleme op.

(Van der Walt (1975)):

a. Die N-teen - P-kromme het by lae afsnystyfhede 'n groot negatiewe kromming terwyl dit by hoër afsnystyfhede 'n betreklike klein positiewe kromming het. In so 'n geval moet 'n redelike hoëgraadse polinoom gebruik word, met die gevolg dat daar dan ook klein slingeringe in die N-teen-P-kromme voorkom by die hoë afsnystyfhedsgebied en dat die afgeleide onstabiel is.

b. 'n Verdere nadeel van 'n hoëgraadse polinoom is dat die geskatte funksie by die hoë en lae afsnystyfhedsgebiede geneigd is om weg te swenk van die eksperimentele punte.

Van der Walt (1975) het gevind dat hierdie probleme oorbrug kan word deur die transformasie

$$N \rightarrow \ln N$$

2.1

$$P \rightarrow \ln P$$

te gebruik. Hierdie transformasie vereenvoudig die vorm van die N-P-kromme tot een sonder buigpunte wat met 'n laegraadse polinoom geskat kan word. Aangesien

$$\frac{dN}{dP} = \frac{P}{N} \frac{d(\ln N)}{d(\ln P)} \quad 2.2$$

kan  $\frac{dN}{dP}$  dus eenvoudig bereken word wanneer 'n polinoomregressie op die getransformeerde data gedoen word.

Van der Walt het gevind dat 'n tweedegraadse polinoom 'n goeie passing gelewer het vir die data wat hy beskou het, aangesien die koëffisiënt behorende by die derdemagsterm nie beduidend van nul verskil het nie. Indien die koëffisiënt van die derdemagsterm egter duidend van nul verskil, kan dit lei tot die vervorming van die differensiële intensiteit by lae styfhede.

Van der Walt het egter gevind dat die volgende transformasie wel 'n vorm van die N-P-kromme lewer wat altyd met 'n tweedegraadse polinoom geskat kan word:

$$N \rightarrow \ln N$$

2.3

$$P \rightarrow \ln(P+C)$$

waar C bepaal word deur dié waarde te soek wat die kleinste variansie van die passing gee.

Van der Walt het die metode op verskeie stalle data toegepas en gevind dat die resultate baie goed vergelyk met resultate wat Mathews et al. (1971) verkry het met behulp van eindige differensietegnieke. Die voordeel is egter dat daar ook betroubaarheids-grense bereken kan word. Van der Walt het die metode ook getoets vir data wat relatief baie statistiese fluktuasies bevat en goeie resultate gekry.

Potgieter (1978) het die invloed wat die verandering in die waarde van die konstante C op die  $dN/dP$ -krommes het, ondersoek. Hy het gevind dat vir toenemende waardes van C die  $dN/dP$  in absolute waarde afneem en dat die maksima van die absolute waarde van  $dN/dP$  na hoër styfhede verskuif.

Dit veroorsaak dus dat die differensiële spektra van verskillende breedtegraadsopnames nie maklik met mekaar vergelyk kan word nie, omdat verskillende waardes van C gebruik word.

### 2.3.1 Kritiese beskouing.

Hierdie metode om  $dN/dP$  te bereken word 'n geruime tyd al deur die plaaslike navorsingsgroep gebruik (Stoker et al. (1972)), Raubenheimer (1972), Mischke (1972), Moraal (1973) en Potgieter (1978). Goeie passings en aanvaarbare  $dN/dP$ 's met hul betroubaarheidsintervalle is verkry.

Die metode besit egter ook 'n aantal nadele:

a. Die maksimum van die funksie wat die getransformeerde data voorstel kan nie bepaal word nie. Die gebruik van 'n tweede-

graadse polinoom lewer 'n funksie wat neig om by klein waardes van  $\ln P$  af te neem, in plaas daarvan om konstant te bly.

As gevolg van hierdie verskynsel voldoen die  $dN/dP$ 's wat met behulp van dié metode verkry word, nie aan die fisiese voorvereiste dat  $dN/dP (P \rightarrow 0) \rightarrow 0$  nie, aangesien die  $dN/dP$ 's by lae styfhede positief word.

b. Die transformasiekonstante  $C$  is verskillend vir verskillende krommes. Verskillende waardes van  $C$  lewer vir dieselfde breedtegraadsopname verskillende  $dN/dP$ 's.

c. Die transformasie  $P \rightarrow \ln(P+C)$  veroorsaak ook dat die relatiewe gewig van die afsonderlike datapunte verander word. Hierdie feite veroorsaak dat verskillende  $dN/dP$ 's nie maklik met mekaar vergelyk kan word nie.

d. Wanneer datapunte aan die lae afsnystyfhedskant weggelaat word, lei dit tot afgeleides wat grootliks van mekaar verskil. Hierdie metode is dus nie baie stabiel met betrekking tot die weglaat van datapunte aan die lae afsnystyfhedskant nie.

e. Hierdie metode kan kort stelde data (wat strek oor afsnystyfhede van ongeveer 4GV) ook nie goed hanteer indien daar nie data in die omgewing van die plato beskikbaar is nie.

f. Aangesien die konstante  $C$  bepaal word deur die variansie te minimaliseer word relatief baie rekenartyd gebruik.

## 2.4 'n Variasie van die Potch-metode.

Soos blyk uit die vorige paragraaf is daar 'n aantal probleme aan die Potch-metode verbode: die maksimum van die funksie wat die getransformeerde data voorstel, kan nie bepaal word nie, die  $dN/dP$ 's is by lae afsnystyfhede fisies onaanvaarbaar, en die transformasiekonstante  $C$  bemoeilik die vergelyking tussen verskillende  $dN/dP$ 's. Ten einde hierdie probleme te probeer oplos, is daar as volg te werk gegaan:

Laat  $N_i$ ,  $P_i$  die data,  $\tilde{N}_i$  die geskatte intensiteit,  $n_i, p_i$  die getransformeerde data en  $\tilde{n}_i$ , die geskatte getransformeerde intensiteit wees. Beskou die transformasie

$$\begin{aligned} N_i &\rightarrow \ln N_i \\ P_i &\rightarrow \ln P_i = p_i \end{aligned} \quad i=1, \dots, s \quad 2.4$$

Hierna kan 'n reguit lyn, wat die eerste en die laaste punt van die getransformeerde data verbind, afgetrek word sodat

$$\begin{aligned} N_i &\rightarrow \ln N_i - \ln N_1 - m(p_i - p_1) = n_i \\ P_i &\rightarrow p_i \end{aligned} \quad 2.5$$

$$\text{waar } m = \frac{(\ln N_s - \ln N_1)}{p_s - p_1}$$

Hierdeur word 'n nuwe stel data verkry met 'n goedgedefinieerde maksimum. Dit behoort 'n meer eenduidige passing op te lewer.

Die beste polinoom wat 2.5 benader, kan dan met behulp van

polinoomregressie gevind word. Die geskatte integrale en differensiële intensiteit kan bereken word uit:

$$\tilde{N}_i = \exp (\tilde{n}_i + \ln N_1 + m(p_i - p_1)) \quad 2.6$$

$$\frac{d\tilde{N}_i}{dP_i} = \frac{\tilde{N}_i}{P_i} \left( \frac{d\tilde{n}_i}{dp_i} + m \right) \quad 2.7$$

Aangesien die onhanteerbare vorm van  $N(P)$  reeds grootliks verwyder word deur die logaritme van slegs die afsnystyfhede te neem, is ook die volgende situasie ondersoek:

$$N_i \rightarrow N_i - N_1 - m(p_i - p_1) = n_i^t, \quad i=1, \dots, s \quad 2.8$$

$$P_i \rightarrow \ln P_i = p_i$$

waar  $m = \frac{N_s - N_1}{p_s - p_1}$

Die geskatte integrale en differensiële intensiteit kan vir dié geval bereken word uit

$$\tilde{N}_i = \exp (\tilde{n}_i^t + N_1 + m(p_i - p_1)) \quad 2.9$$

$$\frac{d\tilde{N}_i}{dP_i} = \left( \frac{\partial \tilde{n}_i^t}{dp_i} + m \right) / P_i \quad 2.10$$

#### 2.4.1 Berekeningsprosedure en datavoorbereiding.

Hierdie metode is gebruik om die differensiële intensiteit te bepaal vir al drie die breedtegraadsopnames in aanhangsel A beskryf. Vir beide die logaritmes-logaritmes en die lineêr-logaritmes transformasies is tweedegraadse asook derdegraadse passings ondersoek. Geen hoër-orde passings is gedoen nie aangesien daar gepoog is om die eenvoudigste funksie moontlik te vind.

Bogenoemde prosedure is herhaal vir reis 2 van die 1976-breedtegraadsopname, asook vir die reise 1, 3 en 4 gesamentlik. (Sien aanhangsel A.)

Die data van die 1976-breedtegraadsopname is op 'n logaritmes skaal in klasintervalle ingedeel, terwyl al die beskikbare data van die 1965 -en- 1954 breedtegraadsopnames gebruik is.

Die metode is ondersoek deur onder andere na die "gemiddelde variansie", gedefinieer deur

$$V_N^{1)} = \frac{1}{s} \sqrt{\sum_{i=1}^s (N_i - \tilde{N}_i)^2} \quad i=1, \dots, s \quad 2.11$$

en die residue, gedefinieer deur

$$R(P_i) = N_i - \tilde{N}_i, \quad i = 1, \dots, s \quad 2.12$$

te kyk.

#### 2.4.2 Resultate.

In figure 2.1, 2.2 en 2.3 word die genormaliseerde intensiteit,

1) Hierdie parameter is gerieflikheidshalwe so gedefinieer

residue en differensiële intensiteitspektra van die 1954-, 1965- en 1976- breedtegraadsopnames getoon vir 'n lin-log-transformasie asook vir 'n log-log-transformasie. Die lin-log transformasie het veroorsaak dat die maksimum van die  $dN/dP$ 's in absolute waarde verlaag is ten opsigte van die geval waar die log-log transformasie gebruik is. Die  $dN/dP$ 's wat met behulp van die lin-log-transformasie bereken is, het verder by hoë afsnystyfhede geneig om 'n meer horisontale verloop te vertoon.

In tabel 2.1 word  $V_N$  vir verskillende stelle data en transformasies vir tweede-en-derdegraadspassings getoon. Hieruit blyk dat die tweedegraadse passings deurgaans groter waardes vir  $V_N$  gelewer het, soos ook uit die residupatrone gesien kan word. Daar is ook gevind dat die berekende krommes by lae afsnystyfhede, vir die gevalle waar tweedegraadse veelterme gebruik is, kleiner was as die eksperimentele waarnemings. Hierdie verskynsel, wat weereens ook uit die residupatrone gesien kan word, het veroorsaak dat die maksima van die  $dN/dP$ 's, vir gevalle waar tweedegraadspolinome gebruik is, in absolute waarde verhoog is en dat die  $dN/dP$ 's by lae afsnystyfhede baie skerp na nul gedaal het. Hierdie effek is ook deur Mischke (1972), Van der Walt (1975) en Potgieter (1978) waargeneem met die Potch-metode.

By gevalle D in tabel 2.1 is die berekende differensiële intensiteit by lae styfhede effens vervorm (figure 2.1c en 2.2c), maar in 'n mindere mate as deur Van der Walt (1975) waargeneem vir die Potch-metode.

Die residupatroon van elke datastel (figure 2.1b, 2.2b en 2.3b)

Breedegraadsopname	Data	Transformasie	Graad van Passing	Gemiddelde Variansie $V_N$
D 1954	alle beskikbare data	log-log	3	0.15
			2	0.25
		lin-log	3	0.16
			2	0.18
D 1965	alle beskikbare data	log-log	3	0.09
			2	0.25
		lin-log	3	0.09
			2	0.12
1976	Data van Gekombineerde reise	log-log	3	0.11
			2	0.13
		lin-log	3	0.12
			2	0.14
1976	Data van reis 2	log-log	3	0.09
			2	0.12
		lin-log	3	0.09
			2	0.09
1976	Data van reise 1, 3 en 4	log-log	3	0.05
			2	0.06
		lin-log	3	0.06
			2	0.07

Tabel 2.1: Die gemiddelde variasie  $V_N$ , soos bereken vir verskillende stelle data en transformasies, vir tweede-en-derdegraadse passings.

het vir die lineêr-logaritmiëse asook logaritmiëse-logaritmiëse transformasies vir beide tweede-en-derdegraadse passings dieselfde basiese vorm of tendens getoon. Die residue is duidelik nie willekeurig nie. Die residupatrone het egter verskil vir verskillende breedtegraadsopnames. Die residue is deurgaans by lae afsnystyfhede in absolute waarde groter as by hoë afsnystyfhede.

### 2.4.3 Kritiese beskouing.

Die beste resultate met hierdie metode word verkry vir die log-log-transformasie met 'n derdegraadspolynoom, aangesien die tweedegraadspassings relatief groot gemiddelde variansies lewer, by lae afsnystyfhede die data swak pas, en die lin-log transformasie  $dN/dP$ 's lewer wat neig om by hoë afsnystyfhede horisontaal te loop.

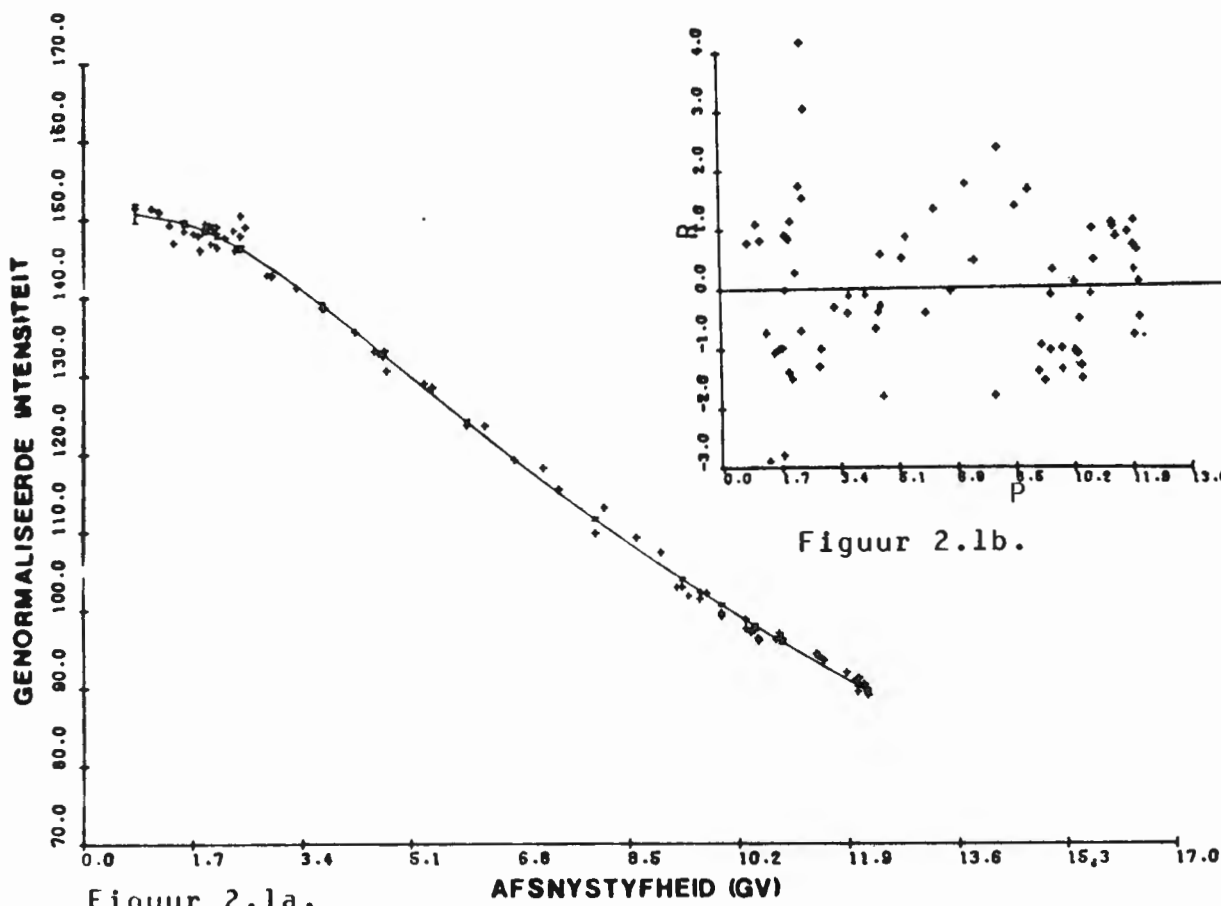
In sommige gevalle, byvoorbeeld vir die 1976-data, is laasgenoemde effek egter gering, en hoef die  $N_i \rightarrow \ln N_i$  transformasies dus nie toegepas te word nie.

Aangesien geen iteratiewe skat-en-probeermetode nodig is nie, is hierdie metode eenvoudig en gebruik relatief min rekenaartyd.

Die metode lewer minder probleme op as die Potch-metode met konstante  $C=0$ , aangesien die vervorming van die  $dN/dP$ 's by lae afsnystyfhede kleiner is as deur Van der Walt (1975) waargeneem. In teenstelling met die Potch-metode, lewer derdegraadspassings bruikbare resultate op.

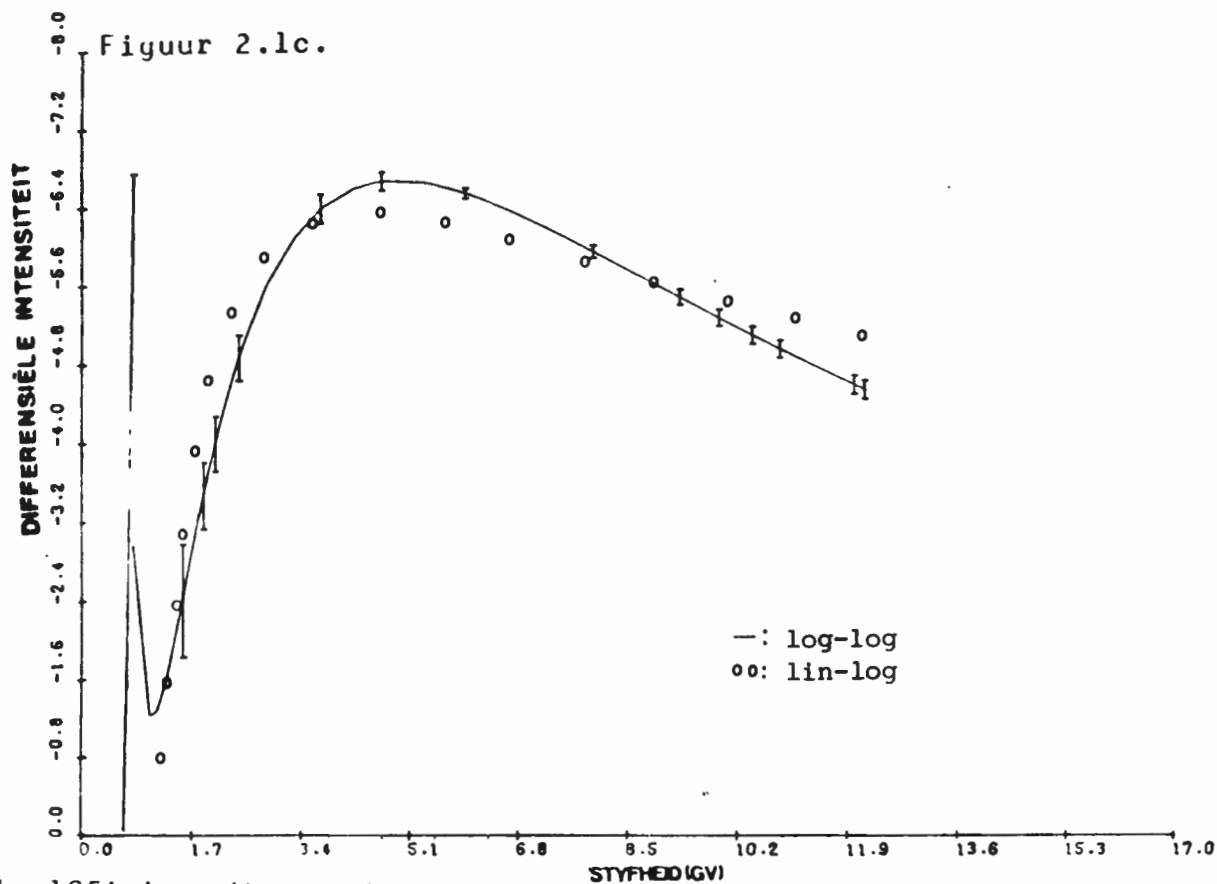
In al die residupatrone is 'n tendens te bespeur as gevolg van die feit dat 'n funksie met 'n bepaalde vorm deur die data gedwing word. Wanneer swak data gebruik word, lei dit egter daartoe dat klein variasies uitfiltreer word.

Uit die residupatrone is dit duidelik dat hierdie metode kromme-passings lewer wat die data in die omgewing van die plato swakker pas as by hoë afsnystyfhede.



Figuur 2.1a.

Figuur 2.1b.



Figuur 2.1c.

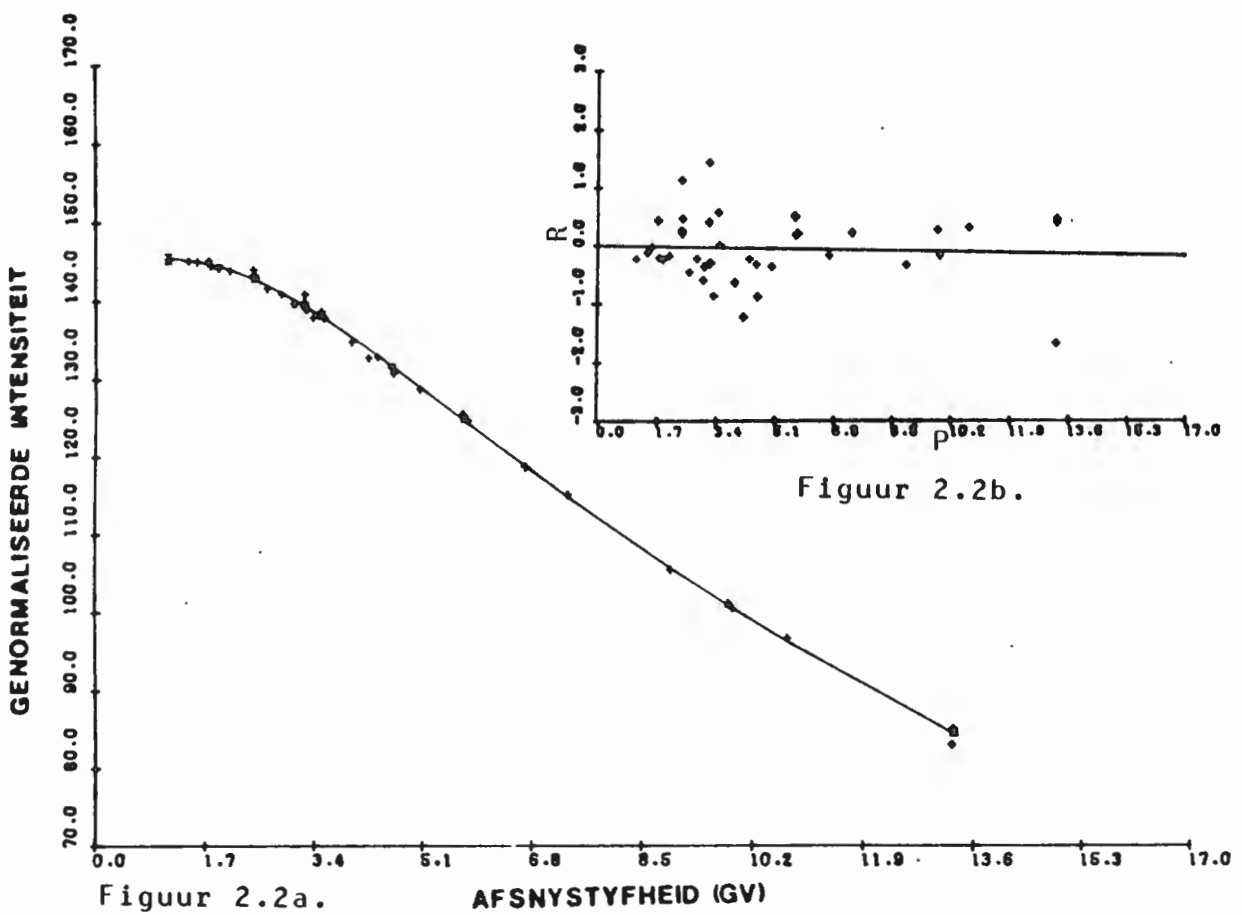
-: log-log  
oo: lin-log

Die 1954-breedtegraadsopname

Figuur 2.1a: Die data (+) en berekende intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.

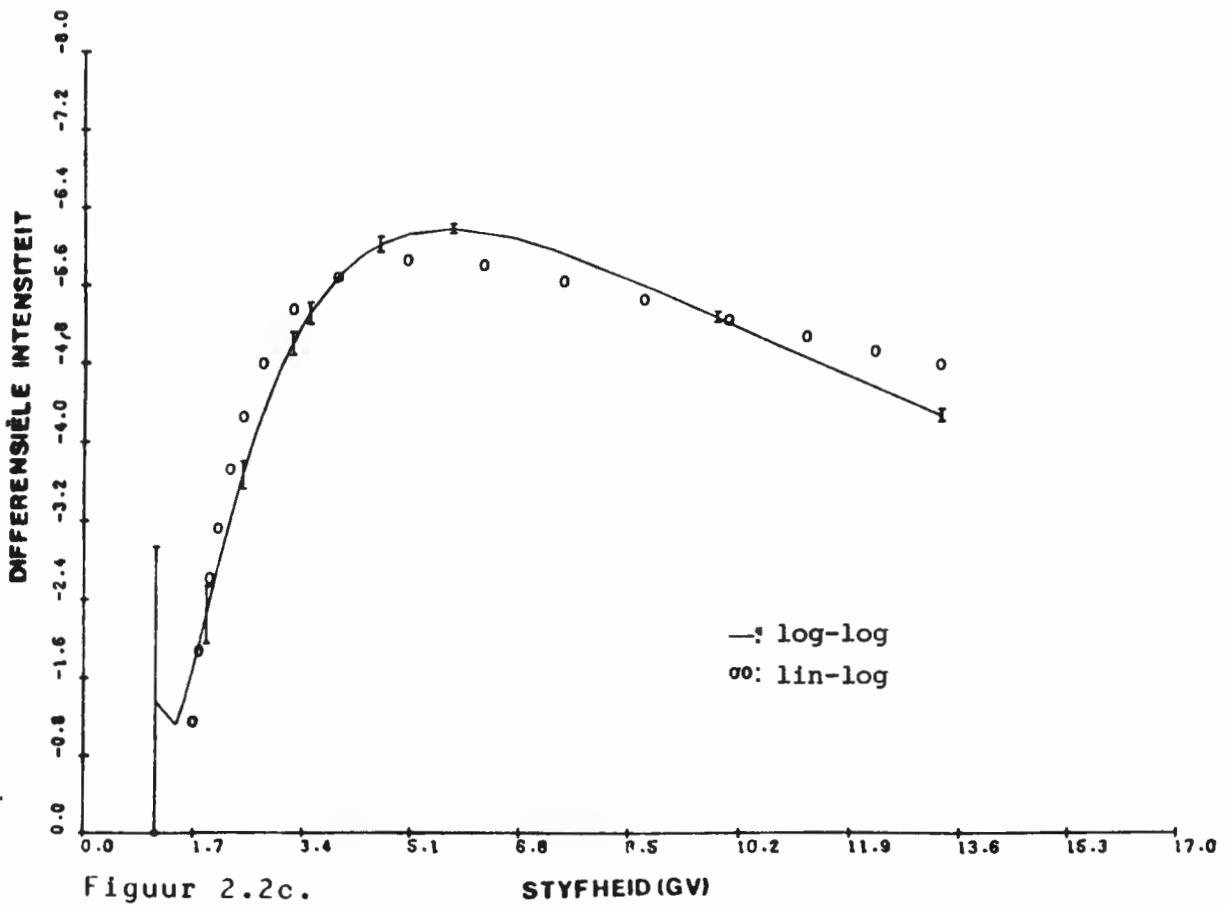
Figuur 2.1b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 2.1c: Die differensiële intensiteit met statistiese noukeurigheidsgrense as lin-log en log-log transformasies.



Figuur 2.2a.

Figuur 2.2b.



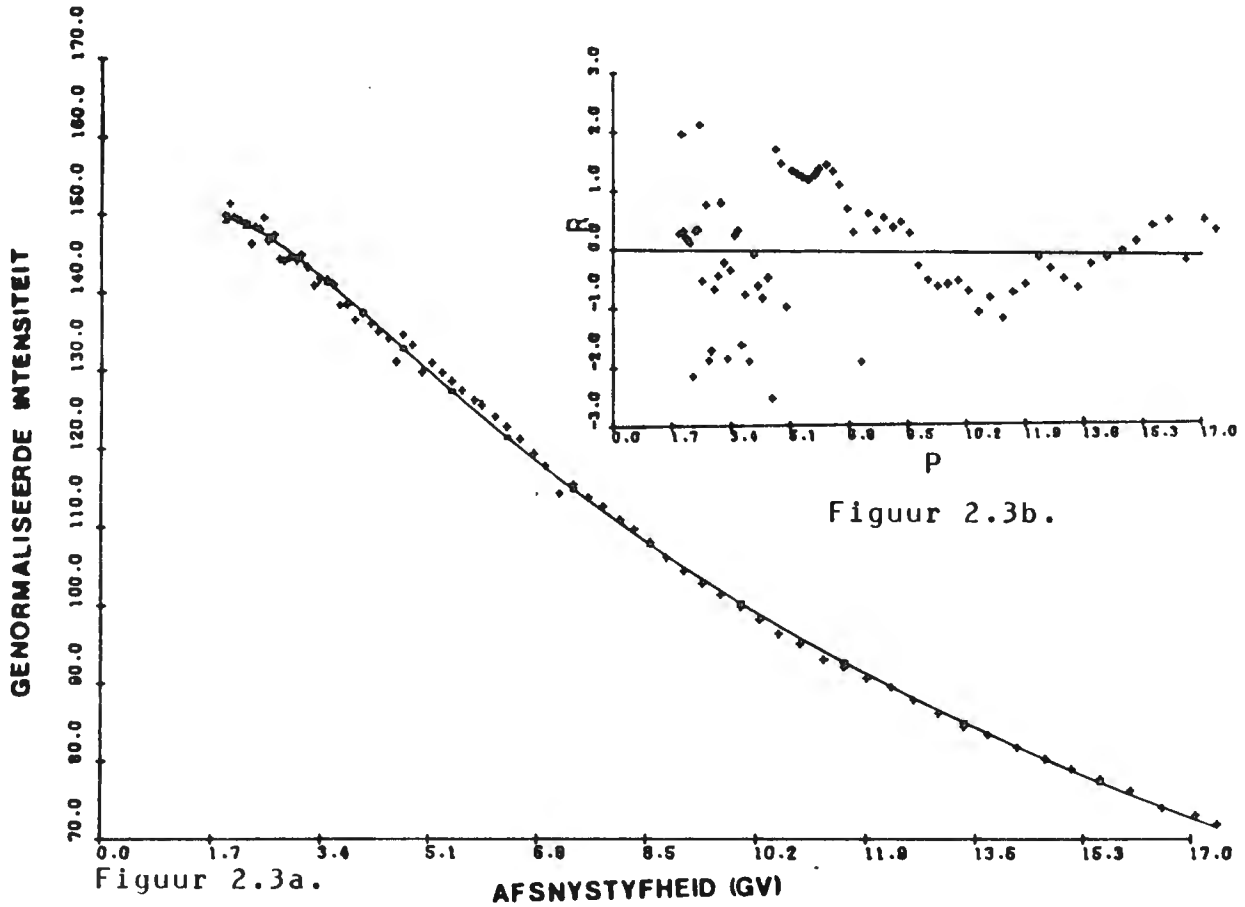
Figuur 2.2c.

Die 1965-breedtegraadsopname

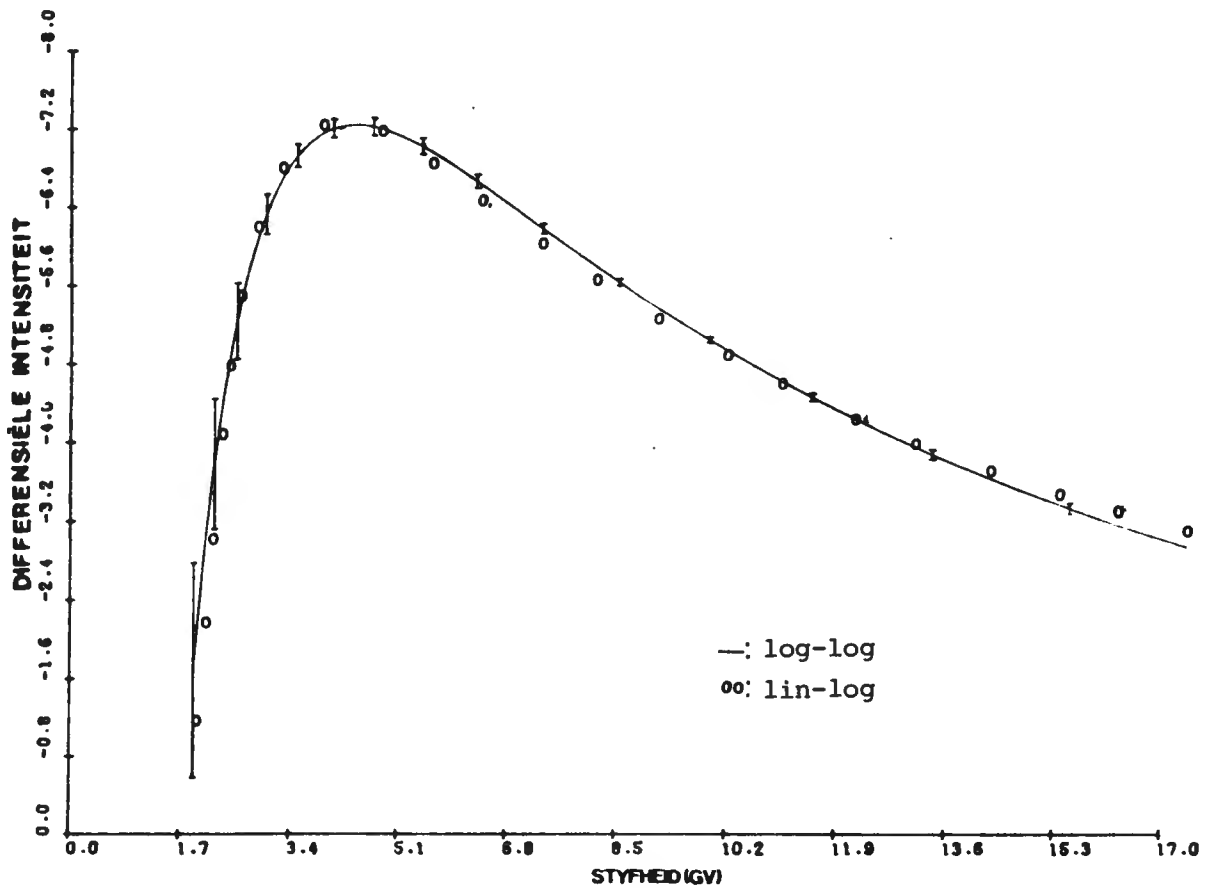
Figuur 2.2a: Die data (+) en berekende intensiteit (-) as funksie van afsnystyfhed.

Figuur 2.2b: Die residue R as funksie van afsnystyfhed P.

Figuur 2.2c: Die differensiële intensiteit met statistiese noukeurigheidsgrense as lin-log en log-log transformasies.



Figuur 2.3b.



### Die 1976-breedtegraadsopname

Figuur 2.3a: Die data(+) en berekende intensiteit (—) as funksie van afsnystyfheid.

Figuur 2.3b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 2.3c: Die differensiële intensiteit met statistiese noukeurigheidsgrense as lin-log en log-log transformasies.

## 2.5 Die metode van Dorman.

Dorman (1970) het aanvaar dat die intensiteit  $N(P)$  gegee word deur

$$N(P) = N_0 (1 - \exp(-\alpha P^{-k})) \quad 2.13$$

waar  $N_0$  die intensiteit op die plato is en  $\alpha$  en  $k$  konstantes.

Die differensiële intensiteit word dan gegee deur

$$N_0 \alpha k P^{-(k+1)} \exp(-\alpha P^{-k}) \quad 2.14$$

Gestel  $N_i(P_i)$ ,  $i = 1, \dots, s$ , is eksperimentele waarnemings.

Die metode van kleinste kwadrate kan toegepas word om die uitdrukking

$$\Delta = \sum_{i=1}^s (N_i - N_0 (1 - \exp(-\alpha P_i^{-k})))^2 \quad 2.15$$

te minimaliseer. Dit lewer egter probleme op aangesien die minimum van 2.15 baie nou is met betrekking tot die drie parameters  $N_0$ ,  $\alpha$  en  $k$ .

Die volgende benadering kan egter gebruik word om bogenoemde probleme te omseil:

1. Indien die konstante  $N_0$  bekend is, kan die volgende transformasie uitgevoer word:

$$N_i \rightarrow \ln \left[ \ln \left( \frac{N_0}{N_0 - N_i} \right) \right] = n_i \quad 2.16$$
$$P_i \rightarrow \ln P_i = p_i$$

$$\text{waar } a = \ln a \quad 2.17$$

$$\text{sodat } n_i = a - kp_i \quad 2.18$$

2.18 is 'n eerstegraadspolynoom, en die konstantes a en k kan met behulp van lineêre regressie bepaal word..

2. Wanneer  $N_0$  egter by benadering bekend is, kan die volgende transformasie uitgevoer word:

$$N_i \rightarrow \ln \left[ \ln \left( \frac{N_1}{N_1 - N_i} \right) \right] = n_i \quad 2.19$$

$$P_i \rightarrow \ln P_i = p_i$$

waar  $N_1 = N_0 + \delta$ , waar  $\delta$  die verskil is tussen  $N_0$  en die geskatte waarde van  $N_0$  2.20

$$\text{sodat } n_i = a - kp_i + bp_i^2 \quad (\text{Dorman (1970)}) \quad 2.21$$

Deur die regressieprosedure vir verskillende  $N_1$  te herhaal, kan gepoog word om 2.21 lineêr te kry deur  $N_1$  te varieer totdat b nul word.

### 2.5.1 Datavoorbereiding en Berekeningsprosedure.

Die metode van Dorman is gebruik om die differensiële intensiteit van al drie die opnames in aanhangsel A beskryf, te bepaal.

Die data van die 1976-breedtegraadsopname is op 'n logaritmiëse skaal in klasintervalle ingedeel, met 'n klasintervalgrootte van 0.03. Alle beskikbare data van die 1954-en-1965-breedtegraadsopnames is gebruik. Die data van reis 2 en die gekombineerde data van reise 1, 3 en 4 van die 1976-breedtegraadsopname is ook gebruik om differensiële intensiteite te bereken.

Differensiële intensiteite is ook bereken waar by al bogenoemde gevalle data aan die hoë en lae afsnystyfhedskante weggelaat is. Hierdeur kon 'n aanduiding verkry word van die stabiliteit van die  $dN/dP$ 's.

Die iteratiewe proses om die konstante  $N_0$  te bepaal, lewer soms probleme op, aangesien die argument van die logaritme in 2.16 nie kleiner as nul mag word nie. Dit het tot gevolg dat tydens geen iteratiewe stap  $N_0 \leq N_i$  ( $i = 1, \dots, s$ ) gekies mag word nie.

'n Te groot  $N_0$  veroorsaak dat die getransformeerde data deur 'n tweedegraadsveelterm benader kan word waarvan die koëffisiënt behorende by die tweedegraadsterm, sê  $C_2$ , negatief is, terwyl 'n te klein  $N_0$  sodanige koëffisiënte lewer wat positief is. Data

in die omgewing van die plato veroorsaak egter soms dat 'n negatiewe  $C_2$  verkry word, maar dat dit terselfdertyd nie moontlik is om 'n kleiner  $N_0$  te kies nie.

Ten einde bogenoemde probleme te omseil, is die volgende prosedure gevolg om die plato-intensiteit  $N_0$  te bereken:

- a. Kies 'n  $N_0 > \text{maks} \{N_i\}$  maar sodanig dat  $N_0 - \text{maks} \{N_i\} \leq 0.1$ .
- b. Met behulp van 2.16 en 2.19 kan die data getransformeer word, waarna die regressieprosedure uitgevoer kan word ten einde 'n tweedegraadse benadering vir die getransformeerde data te vind.
- c. Indien  $C_2$  positief is, kan  $N_0$  stelselmatig groter gemaak word en (b) herhaal word totdat  $C_2 = 0$ .
- d. Indien  $C_2 < 0$ , behoort  $\text{maks} \{N_i\}$  weggelaat te word. Herhaal dan die hele prosedure.

### 2.5.2 Resultate.

In figure 2.4a, b en c word die getransformeerde data, asook die lineêre passings aangetoon vir die drie breedtegraadsopnames.

Uit die residupatrone (figure 2.5b, 2.6b en 2.7b) kan gesien word dat vir  $P \leq 6\text{GV}$  die patrone 'n ooreenkoms toon met die variasie van die Potch-metode.

By hoër afsnystyfhede is daar egter 'n addisionele, relatief groot tendens te bespeur.

In figure 2.5c, 2.6c en 2.7c word die differensiële intensiteit van elke breedtegraadsopname aangetoon. Daar was geen verskil tussen die afgeleides wat vir die uurgemiddelde en 6-uurgemiddelde data van die 1976-breedtegraadsopname verkry is nie.

In elke figuur word die  $dN/dP$  ook aangetoon soos met behulp van figuur 2.19 deur  $\tilde{N}_i$  met  $N_i$  te vervang. Hieruit kan gesien word hoe gevoelig die dubbele logaritmiëse transformasie is.

In figure 2.5c, 2.8a en b word die differensiële intensiteite van die drie breedtegraadsopnames onder beskouing vergelyk met die differensiële intensiteite soos bereken vir gevalle waar datapunte aan die hoë en lae afsnystyfhedskante weggelaat is.

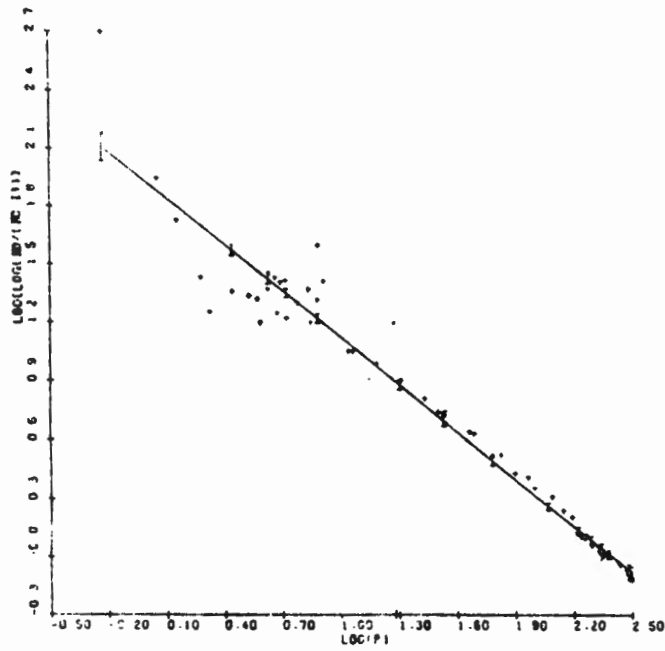
Daar is ook 'n  $dN/dP$  bereken vir die 1965-data vir die geval waar alle data met afsnystyfhede kleiner as 2GV en groter as 6GV buite rekening gelaat is, en weereens is 'n  $dN/dP$  gekry wat binne die geskatte foutgrense eenders is as die  $dN/dP$ 's aangedui in figuur 2.6c. Uit hierdie resultate kan die afleiding gemaak word dat die metode van Dorman besonder stabiel is met betrekking tot die weglaat van punte by hoë en lae afsnystyfhede.

In tabel 2.2 word die plato-intensiteit,  $N_0$ , asook die konstantes  $\alpha$  en  $k$ , vir elke stel data gegee. Die intensiteit,  $N_0$ , verskil vir die verskillende stelle data met hoogstens 0.6% vir die 1954-en-1976 breedtegraadsopnames. Die waarde van  $k$  is verder vir beide die 1954-en-1976-breedtegraadsopnames binne die geskatte

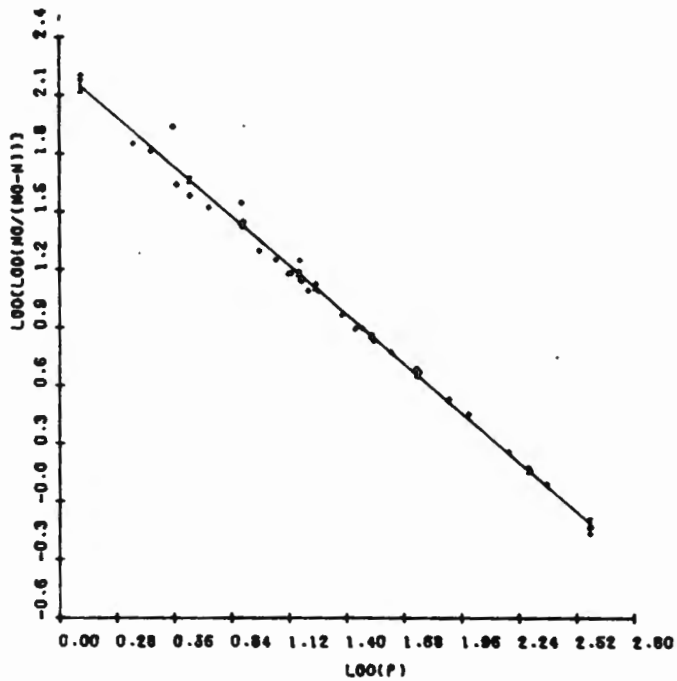
Breedtegraadsopname	Data	$N_o$	$\alpha$	k
1954	al die data	151.4968	6.825 + 0.358	+0.8011 + 0.0873
	>2GV weg	151.2280	8.3372 + 0.9231	0.8866 + 0.1453
	<11GV weg	150.5470	6.7351 + 0.3740	0.7904 + 0.0968
1965	al die data	145.9869	9.3843 + 0.3290	0.9097 + 0.0539
	<2GV weg	145.7507	9.8075 + 0.6693	0.9275 + 0.0873
	<3GV weg	144.0279	11.1306 + 1.1932	0.9727 + 0.0339
	>11GV weg	144.5327	9.1253 + 0.3441	0.8894 + 0.0223
1976	al die data	152.5524	8.1944 + 0.4287	0.8859 + 0.0648
	<2GV weg	151.6696	8.4275 + 0.3372	0.8935 + 0.0137
	>11GV weg	151.7541	7.5784 + 0.4459	0.8479 + .0837
	Reis 2	152.5524	8.1944 + 0.4287	0.8859 + .0648

Tabel 2.2:  $N_o$ ,  $\alpha$  en k vir die verskillende breedtegraadsopnames en verskillende stelle data.

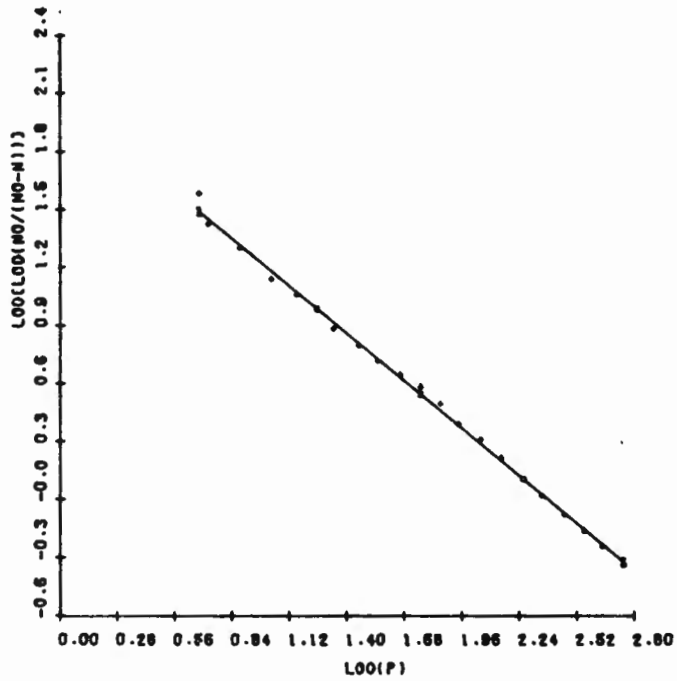
foutgrense dieselfde. Hierdie waarde van  $k$  verskil egter met ongeveer 15% van die waarde van  $k$  wat vir die 1965-breedtegraadsopname verkry is. Die plato-intensiteit,  $N_0$ , verskil vir verskillende stelle data met hoogstens 1.5% vir die 1965-breedtegraadsopname, terwyl hierdie waardes van  $N_0$  met ongeveer 5% verskil van die waardes van  $N_0$  wat vir die 1954-en-1976-breedtegraadsopnames verkry is.



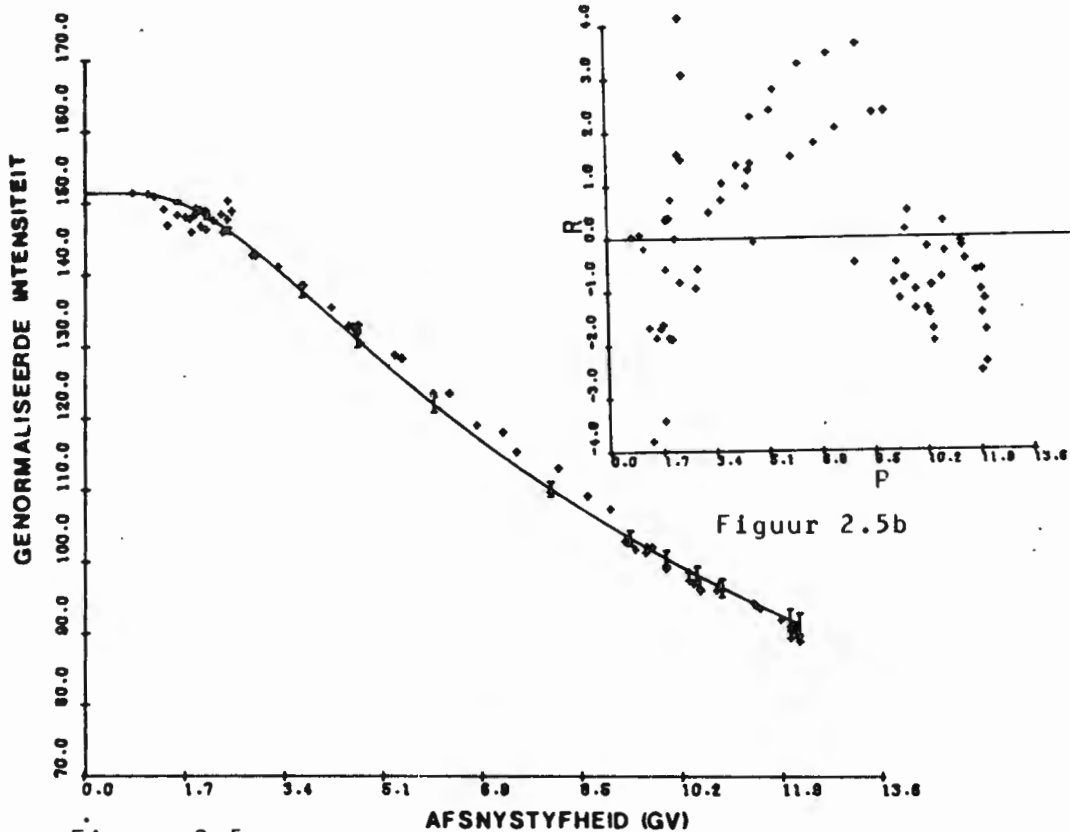
Figuur 2.4a: Die getransformeerde data (+) en die lineêre passing (-) van die 1954-breedtegraadsopname.



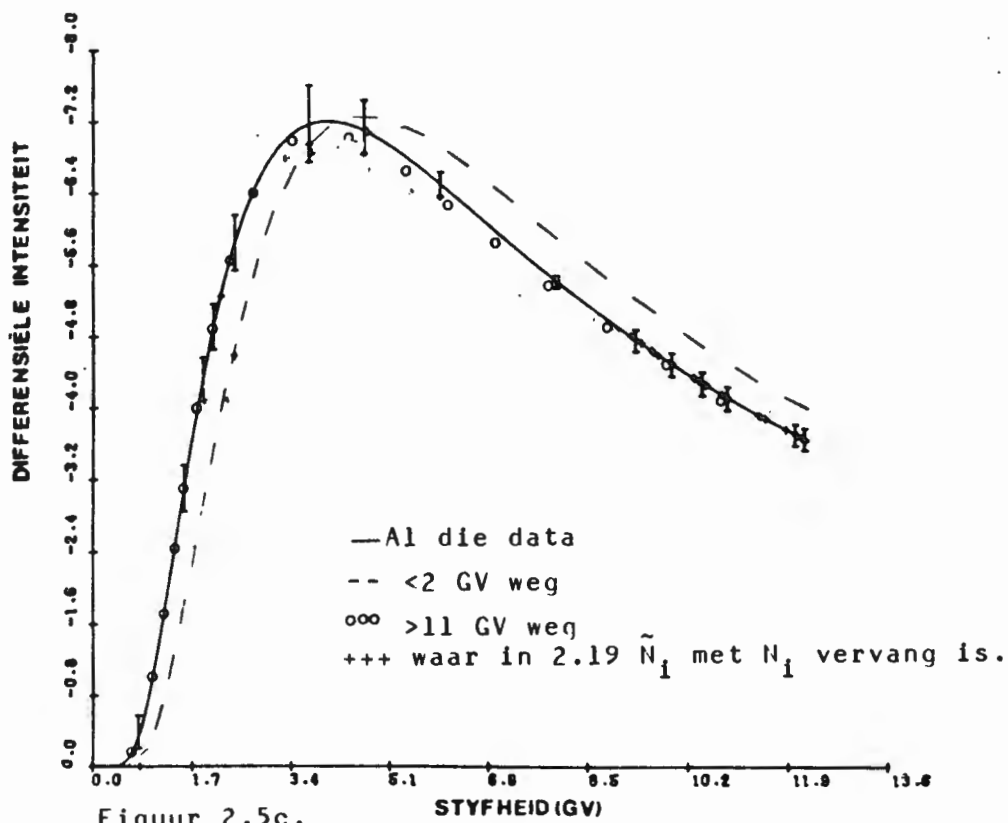
Figuur 2.4b: Die getransformeerde data (+) en die lineêre passing (-) van die 1965-breedtegraadsopname.



Figuur 2.4c: Die getransformeerde data (+) en die lineêre passing (-) van die 1976-breedtegraadsopname.



Figuur 2.5a.



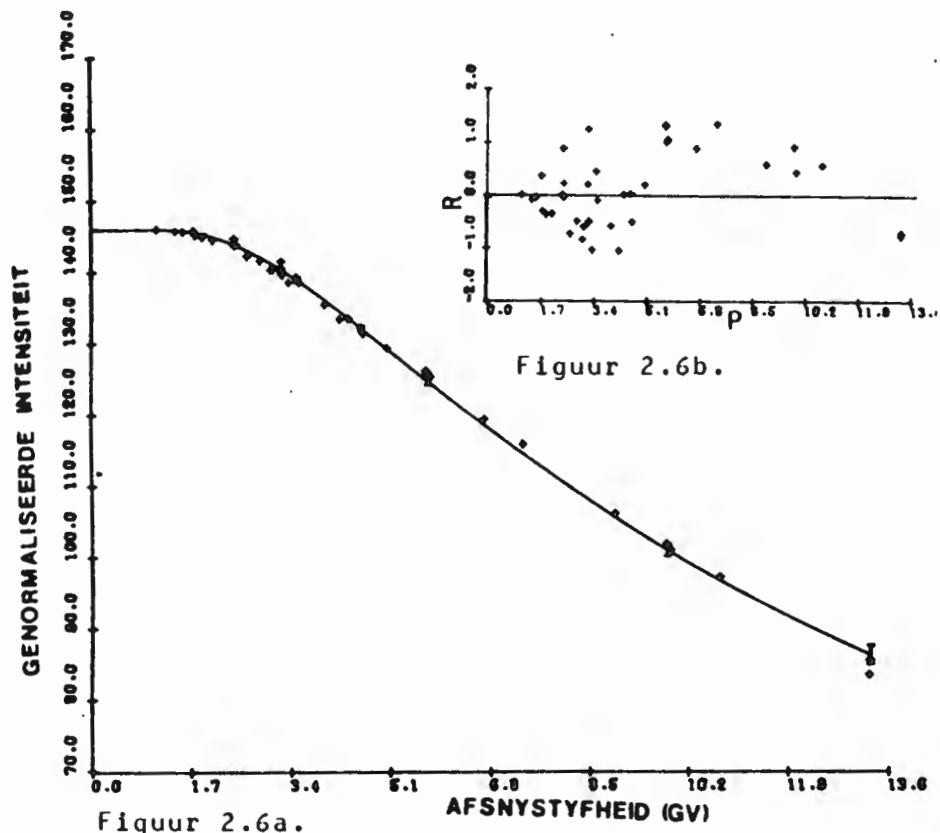
Figuur 2.5c.

Die 1954-breedtegraadopname

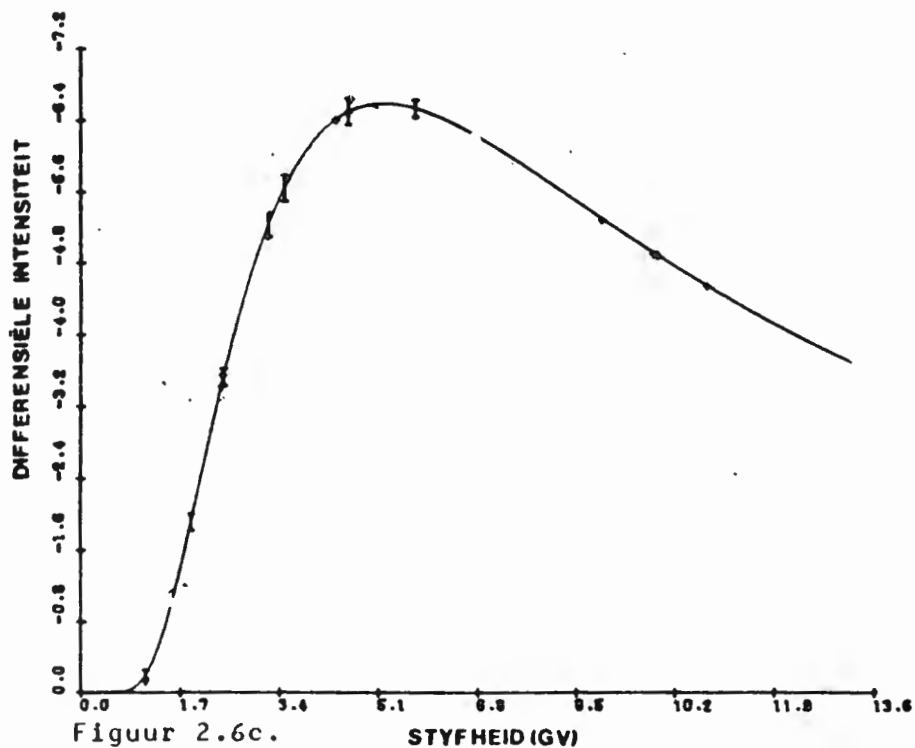
Figuur 2.5a: Die data (+) en berekende intensiteit (-) as funksie van die afsnystyfheid.

Figuur 2.5b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 2.5c: Die differensiële intensiteit (-) as funksie van styfheid, met statistiese betroubaarheidsintervalle. Die differensiële intensiteit word ook aangetoon vir gevalle waar data weggelaat is.



Figuur 2.6a.



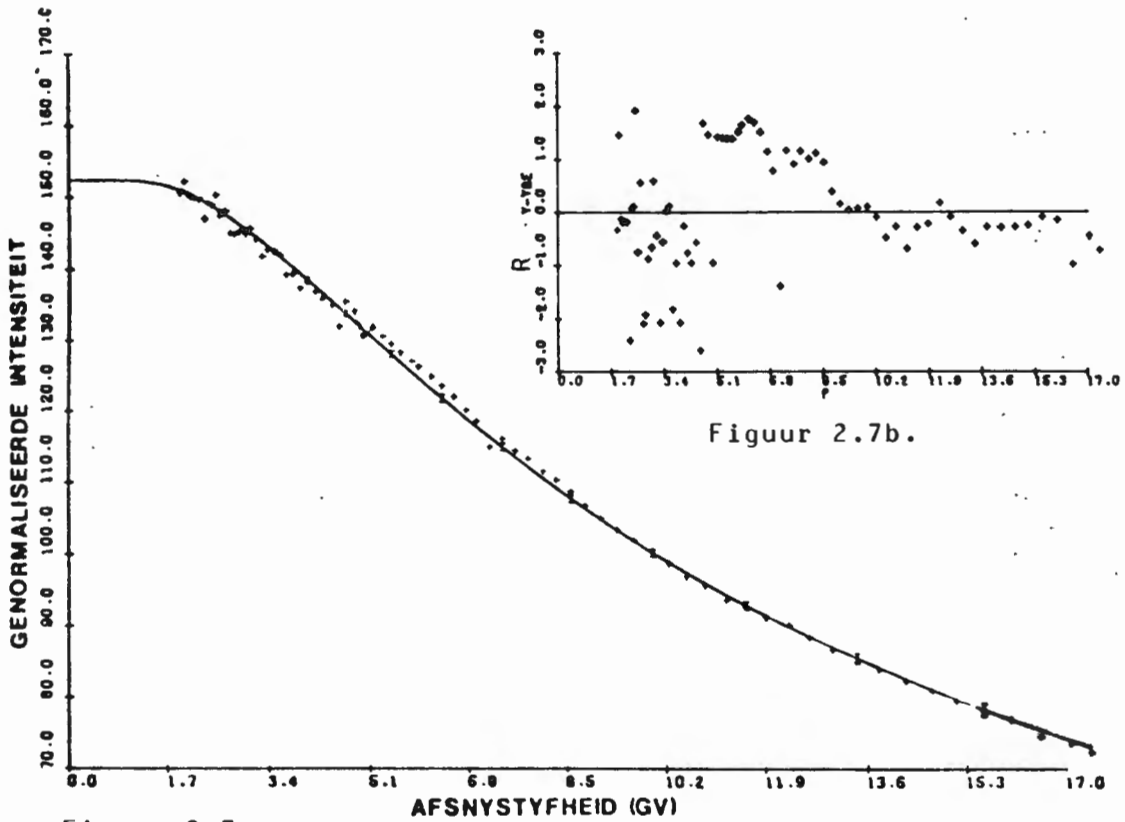
Figuur 2.6c.

#### Die 1965-breedtegraadsopname

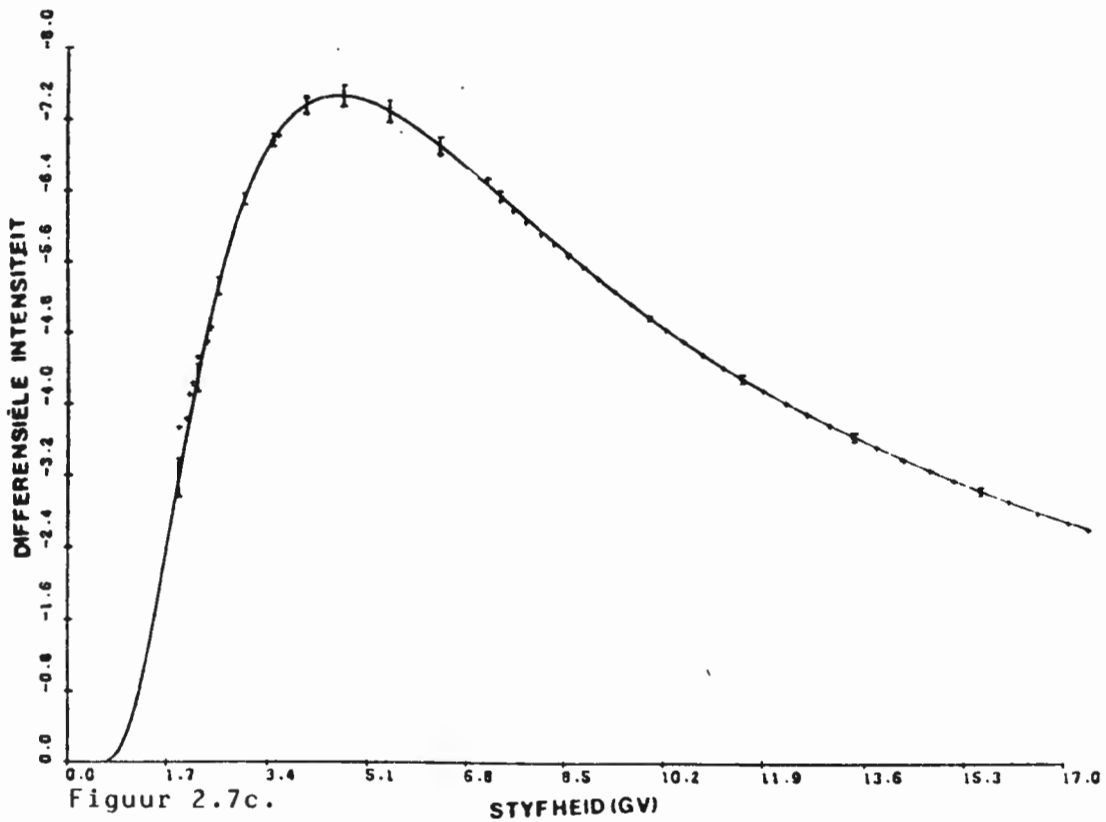
Figuur 2.6a: Die data (+) en berekende intensiteit (-) as funksie van die afsnystyfheid.

Figuur 2.6b: Die residue R as funksie van die afsnystyfheid.

Figuur 2.6c: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid, met statistiese betroubaarheidsintervalle. Die differensiële intensiteit, soos bereken waar (-) in 2.19  $N_i$  met  $N_i$  vervang is, word ook getoon.



Figuur 2.7a.



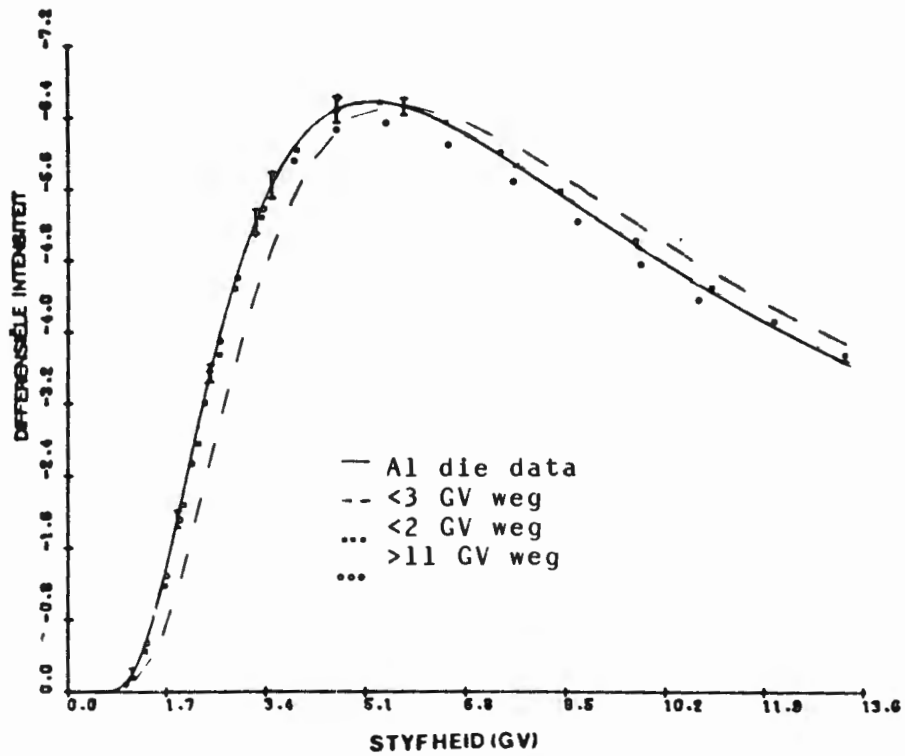
Figuur 2.7c.

Die 1976-breedtegraadopname

Figuur 2.7a: Die data (+) en berekende intensiteit (-) as funksie van die afsnystyfheid.

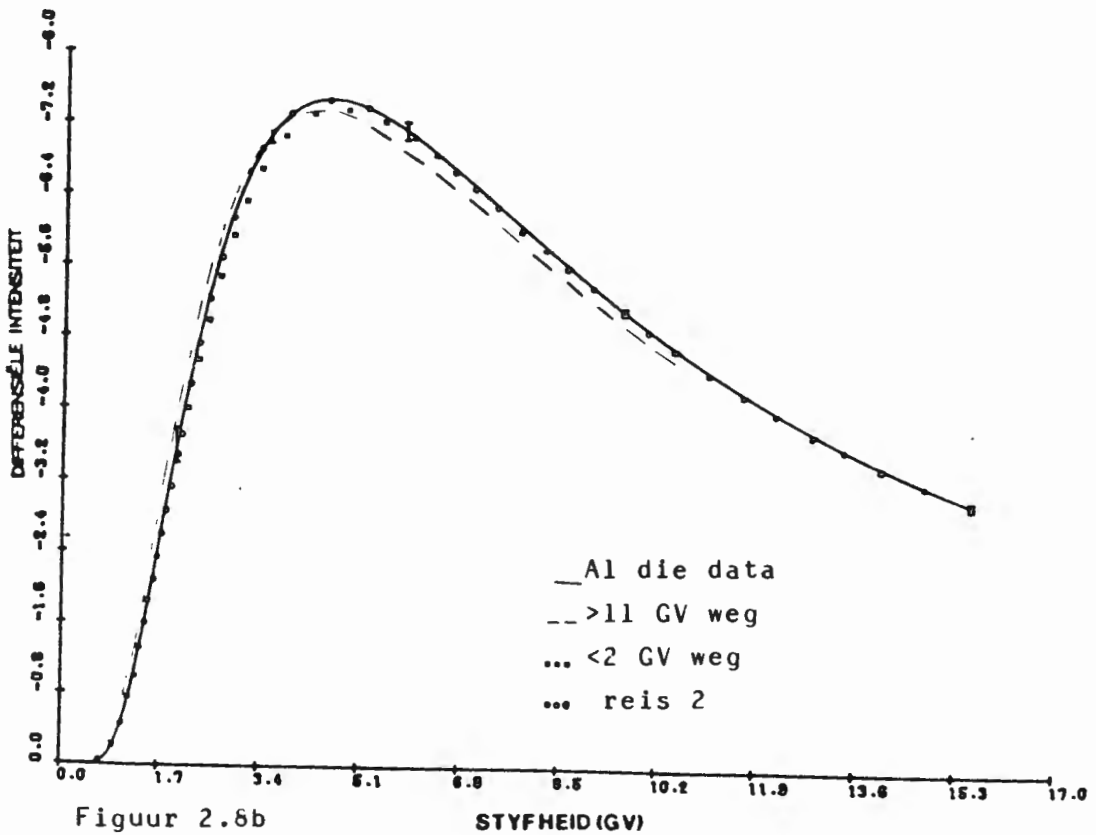
Figuur 2.7b: Die residue R as funksie van die afsnystyfheid.

Figuur 2.7c: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid, met statistiese betroubaarheidsintervalle. Die differensiële intensiteit, soos bereken waar (-) in  $2.19 \bar{n}_i$  met  $\bar{n}_i$  vervang is, word ook getoon.



Figuur 2.8a  
Die 1965-breedtegraadsopname

Figuur 2.8a: Die differensiële intensiteit met statistiese foutgrense, vir gevalle waar daar data weggelaat is.



Figuur 2.8b  
Die 1976-breedtegraadsopname

Figuur 2.8b: Die differensiële intensiteit met statistiese foutgrense, vir gevalle waar daar data weggelaat is.

### 2.5.3 Kritiese beskouing.

Vir hierdie metode geld die fisies aanvaarbare voorwaardes, naamlik

$$\frac{dN}{dP} (P \rightarrow 0) \rightarrow 0 \quad \text{en} \quad \frac{dN}{dP} (P \rightarrow \infty) \rightarrow P^{-k+1}$$

As gevolg van die feit dat die getransformeerde data met 'n reguit lyn benader kan word, word klein veranderings uitfiltreer.

Die data word in die omgewing van die plato besonder goed gepas. Indien geen data in die omgewing van die plato beskikbaar is nie, bied hierdie metode die voordeel dat vir sodanige gevalle die platowaarde van die intensiteit bepaal kan word.

Die metode lewer afgeleides wat redelik stabiel is met betrekking tot die weglaat van datapunte aan die eindpunte van datastelle. As gevolg hiervan kan die differensiële intensiteit van data wat oor 'n klein afsnystyfheidsgebied versamel is, bepaal word. Die vorm van die afgeleides is van sodanige aard dat die verskillende  $dN/dP$ 's maklik met mekaar vergelyk kan word en beide die integrale en differensiële intensiteite kan deur 'n eenvoudige analitiese funksie weergegee word.

Die metode het egter ook 'n aantal nadele:

- a. Die dubbele logaritmiëse transformasie moet uiters versigtig hanteer word. 'n Relatief klein verandering in  $N_0$  veroorsaak byvoorbeeld dat die struktuur van die getransformeerde data veral

by lae afsnystyfhede grootliks verander. Hierdie gevoelige transformasie het egter ook tot gevolg dat die aanvangsintensiteit  $N_0$  besonder akkuraat bepaal kan word.

b. As gevolg van bogenoemde transformasie en die feit dat ook die afsnystyfhede logaritmië getransformeer word, word aan die data by lae afsnystyfhede 'n groter gewig toegeken as by hoë afsnystyfhede, net soos by die ander tegnieke reeds bespreek. Dit mag dus gebeur dat 'n relatief klein variasie aan die lae afsnystyfhedekant kan veroorsaak dat onaanvaarbare  $dN/dP$ 's gelewer word.

c. Wanneer  $N_0$  nie bekend is nie, word relatief baie rekenaartyd gebruik om  $N_0$  te bepaal aangesien hiervoor 'n iteratiewe skat-en-probeer-metode nodig is.

d Die residue lê nie willekeurig om die nullyn verspreid nie. Alhoewel die residue by lae styfhede redelik willekeurig om die nullyn verspreid lê is daar 'n tendens in die residue te bespeur vanaf ongeveer 6GV na hoër afsnystyfhede. Hierdie metode pas die data dus nie baie goed by afsnystyfhede van hoër as ongeveer 6GV nie.

e. Soms moet datapunte weggelaat word, soos in 2.5.2 verduidelik. Wanneer relatief min datapunte beskikbaar is, kan dit nadelig wees.

## HOOFSTUK 3

### DIE BEREKENING VAN DIE DIFFERENSIËLE INTENSITEIT MET BEHULP VAN 'N METODE WAT BERUS OP FOURIER-ANALISE

#### 3.1 Inleiding.

Die gebruik van hoëgraadse polinome vir die berekening van  $dN/dP$ 's veroorsaak dat slingeringe in die berekende krommes vir N-teen-P voorkom by hoë afsnystyfhede. Gevolglik is daar by al drie die metodes wat in die vorige hoofstuk bespreek is, gebruik gemaak van laegraadse polinome. Hierdeur word egter 'n analitiese funksie met 'n bepaalde vorm deur die data gedwing, en sekere inligting in die data word ook onderdruk.

Om hierdie probleem die hoof te bied, is daar ook gekyk na 'n metode waarvolgens die data voorgestel word deur 'n Fourier-sinusreeks wat 'n groot aantal terme bevat. Hatze (1979) het 'n algoritme afgelei vir die berekening van afgeleides van data wat ruis bevat. In ons geval kan die ruis statistiese fluktuasies of die gevolg van verkeerde afsnystyfhede wees. Die benadering van Hatze is gebaseer op die optimaliseringsprosedure van Cullum (1971) en die uitbreiding daarvan deur Anderssen en Bloomfield (1974).

#### 3.2 'n Fourier - sinusreeks voorstelling.

Beskou 'n versameling gelykgespasiërde eksperimentele datapunte

$$\{(t_k, N_k) / k = 0, 1, \dots, s\} \quad 3.1$$

waar  $N_k$  die  $k^e$  waarneming is, gemaak op 'n tydstip

$$t_k = k\delta, t_{k+1} - t_k = \delta$$

Die data word op die volgende wyse getransformeer:

$$g_k = N_k - N_0 - \frac{N_k - N_0}{s} k, k = 0, 1, \dots, s \quad 3.2$$

As gevolg van die transformasie 3.2 geld  $g_0 = g_s = 0$  en dus kan 'n onewe uitbreiding van die data gemaak word sodanig dat

$$g_{s+k} = -g_{s-k}, k = 0, 1, \dots, s \quad 3.3$$

Dit is dus moontlik om  $\{g_k\}$  te benader deur 'n Fourier sinusreeks met periode  $2s$ .

### Aannames

Die volgende aannames is onderliggend aan die metode (Anderssen en Bloomfield (1946)):

a. Daar word aanvaar dat die data  $\{N_k\}$  stasionêr (of swak stasionêr) is. (Alhoewel dit nie altyd waar sal wees nie, is dit moontlik om die data te transformeer, byvoorbeeld met behulp van transformasie 3.2, sodat die data byna stasionêr is.)

b. Gestel  $u(t)$  is die onderliggende funksie vir die data  $\{N_k\}$ . Aanvaar dat  $u(t)$  'n stasionêre stogastiese proses is met continue parameter  $t$ .

c. Sonder verlies aan algemeenheid kan aanvaar word dat  $u(t)$  waargeneem word op tye  $t_k$  en dat die gemete fout by die  $k^e$  waarneming  $x_k$  is.

d. Aanvaar voorts dat  $\{x_k\}$  'n stasionêre stogastiese proses is.

Ons kan dus skryf:

$$g_k = u(t_k) + x_k \quad 3.4$$

Nou kan  $u(t_k)$  voorgestel word deur die volgende Fourier sinus-reeks:

$$u(t_k) = \sum_{j=1}^{s-1} \tilde{g}_j \sin\left(\frac{\pi j t}{I}\right) \quad 3.5$$

waar  $I = s\delta$  en

$$\tilde{g}_j = \frac{1}{2s} \sum_{-\pi < \omega_k < \pi} g_k e^{-ij\omega_k} \quad 3.6$$

dit wil sê die Fourier-transform van die getransformeerde data.

Dié voorstelling is egter nie 'n goeie benadering vir  $u(t_k)$  nie, aangesien dit ook die ruis in die data bevat. Daar kan egter 'n gewigsfunksie  $\lambda_j(\omega)$  gevind word wat die eienskap het dat indien in 3.5  $\tilde{g}_j$  vervang word met  $\tilde{g}_j \lambda_j(\omega)$ , die ruis in die data onderdruk word.

Aangesien  $\{g_k\}$  benader is deur 'n Fourier sinusreeks, kan die benaderings vir die nulde, eerste en tweede geoptimeerde afge-

leides vir  $0 \leq t \leq I$  gegee word deur:

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = \sum_{j=1}^s \frac{1}{I} - \left(\frac{\pi j}{I}\right)^2 C_j^2 \sin\left(\frac{\pi j t}{I}\right) \quad 3.7a$$

$$\frac{df(t)}{dt} = (N_s - N_o) / I + \sum_{j=1}^s \frac{1}{I} \frac{\pi j}{I} C_j^1 \cos\left(\frac{\pi j t}{I}\right) \quad 3.7b$$

$$f(t) = N_o + \frac{(N_s - N_o)}{I} + \sum_{j=1}^s \frac{1}{I} C_j^0 \sin\left(\frac{\pi j t}{I}\right) \quad 3.7c$$

waar  $C_j^n = \tilde{g}_j \lambda_j^n(\omega)$ ,  $n = 0, 1, 2$ .

Hier is  $C_j^n$  die geoptimeerde Fourier-koëffisiënte wat verkry word deur die optimeringsprosedure vir die  $n^e$ -afgeleide deur te voer.

Vir 'n eenduidig-bepaalde afgeleide kan geëis word dat

$C_j^2 = C_j^1 = C_j^0$ . Slegs die tweede afgeleide hoef dan geoptimeer te word en

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t} \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2}$$

kan met behulp van  $C_j^2$  bereken word.

### 3.3 Optimering. Die bepaling van die gewigsfunksie.

Gestel die probleem is om die eerste afgeleide te bepaal van die funksie  $G(t)$  waar

$$G(t) = \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau = g(t) - g(t_0), \quad t_0 = \text{konstant.} \quad 3.8$$

Volgens Baart (1980) behels die optimering van probleem 3.8 dat die probleem vervang word met 'n probleem sodanig dat die oplossing daarvan,  $\tilde{f}$ , die funksie  $f$  op 'n bevredigende manier

benader:

Stel  $\epsilon$  is gegee, dan moet

$$\|\tilde{f}-f\|^2 = \int_{t_0}^T [\tilde{f}(\tau)-f(\tau)]^2 d\tau < \epsilon \quad 3.9$$

waar  $(t_0, T)$  die definisiegebied aandui.

Een benadering wat hieraan voldoen is om te eis dat  $\tilde{f}$  die volgende uitdrukking minimaliseer:

$$\left\| \int_{t_0}^T f(\tau) d\tau - G(t) \right\|^2 + \alpha \left( \|f\|^2 + \left\| \frac{\partial f}{\partial t} \right\|^2 \right) \quad 3.10$$

waar  $\alpha$  'n positiewe konstante is. Cullum (1971).

Deur die toepassing van variasierekene volg dan dat  $\tilde{f}$  'n oplossing moet wees van

$$\int_t^T \int_{t_0}^{\tau_2} f(\tau_1) d\tau_1 d\tau + \alpha f(t) - \alpha \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \int_t^T G(\tau) d\tau \quad 3.11$$

met randvoorwaardes wat  $\tau_2$  bepaal.

Deur 3.10 twee maal met betrekking tot die veranderlike  $t$  te differensieer, word die volgende 4<sup>e</sup>-orde differensiaalvergelyking

$$f(t) - \alpha \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 f(t)}{\partial t^4} = \frac{\partial g(t)}{\partial t} \quad 3.12$$

verkry, wat aan addisionele randvoorwaardes moet voldoen.

Gestel  $f$  het die volgende sinusreeksvoorstelling:

$$f(t) = \sum_k \gamma_k \sin \phi_k t \quad 3.13$$

waar  $\phi_k = \left(\frac{\pi k}{T-t_0}\right)$

Substitusie van 3.12 in 3.11 lewer

$$f(t) = \sum_k \omega_k \gamma_k \cos \phi_k \quad 3.14$$

waar

$$\omega_k^{-1} = 1 + \alpha \phi_k + \alpha \phi_k^4 \quad 3.15$$

Die optimale waarde van die optimeringskonstante  $\alpha$  kan bereken word uit statistiese informasie wat in die periodogram van die data bevat is. (Hatze(1979), Anderssen en Bloomfield (1974)).

In die afleiding van die algoritme word van 'n onafhanklike veranderlike  $t$  gebruik gemaak. Die redenasie kan egter identies deurgevoer word deur met die afsnystyfheid  $P$  as onafhanklike veranderlike te werk.

Anderssen en Bloomfield (1974) en Hatze (1979) het dié metode getoets en bevredigende resultate gekry. Baart (1980) het die metode toegepas op data wat gesimuleer word deur verskeie toetsfunksies. Sy het bevredigende resultate gevind, maar het gevind dat die eerste en laaste 10% van die data swak gepas word.

#### 3.4 Toetse met behulp van bekende analitiese funksies.

Voordat die metode toegepas is vir die berekening van die  $dN/dP$ , is die metode toegepas op data wat gesimuleer word deur bekende analitiese funksies waarvan die vorm min of meer ooreenstem met die vorm van die integrale intensiteit van kosmiese strale.

Die analitiese funksie 
$$N(P) = \frac{a}{1+cP^d} \quad 3.16$$

gebruik met konstantes  $a$ ,  $c$  en  $d$  sodanig dat  $N(P)$  die data van Potgieter et al. (1979c) naboots. (Met behulp van 'n logaritmiese transformasie en lineêre regressie kan die konstantes  $a$ ,  $c$  en  $d$  bepaal word). Die funksie is verder genormaliseer sodanig dat  $N(10) = 100$ . Hierna is die funksie 3.16 gebruik om 100 gelykgespasieerde datapunte in die interval  $[0, 17.5]$  te simuleer. Die Fourier-metode is hierop toegepas en 'n krommepassing asook afgeleide is verkry. Hierdie prosedure is telkens herhaal vir die weglaat van datapunte aan die begin van die interval. Die gemiddelde variansie,  $V_N$ , soos bereken vir die krommepassings wat met die Fourier-metode verkry is, was deurgaans van die orde  $10^{-5}$  en op die afgeleides was die gemiddelde variansie van die orde  $10^{-4}$ .

Verskeie ander toetsfunksies is ook beskou en daar is gevind dat die resultate nie afhanklik is van die grootte van die klasintervalle  $\delta$  nie.

Bogenoemde prosedure is herhaal vir die geval waar gelykgespasieerde datapunte op 'n logaritmiese skaal gesimuleer is.

Die afgeleide kan bereken word met behulp van

$$\frac{dN}{dP} = \frac{1}{P} \frac{dN}{d \ln P}$$

3.17

Die gemiddelde variansie op die afgeleide was in hierdie geval van die orde van  $10^{-3}$ . Die gebruik van die logaritmiese transformasie het dus tot gevolg gehad dat die gemiddelde variansie op die afgeleide groter geword het.

### 3.5 Toetse met statistiese ruis op die gesimuleerde data

Die data is gesimuleer met behulp van die funksie

$$f(x_i) = \frac{100}{1+x_i^2} + \frac{a \cdot k_i}{100} \quad i = 1, \dots, N$$

vir die interval  $0 \leq x \leq 20$ ,  $\delta = x_{i+1} - x_i = 0.05$ ,  $N=40$ .

Hier is  $k_i$  'n kansgetal wat met behulp van 'n kansgetalgenerator op die volgende wyse bereken is:

Twee kansgetalle,  $\hat{e} C_i^1$ ,  $C_i^2$  word na mekaar verkry. Indien  $0 \leq C_i^1 < 0.5$ , is gestel dat  $k_i = C_i^2$ . Indien  $0.5 \leq C_i^1 \leq 1.0$ , is gestel dat  $k_i = -C_i^2$ . Die prosedure is herhaal vir  $i = 1, \dots, N$ .

In tabel 3.1 word die resultate opgesom.

Daar kan dus gesê word dat die tegniek uiters geslaagd is om krommes van die vorm van 'n breedtegraadsverloop voor te stel. Sonder ruis is die variansie baie klein maar sodra ruis bygesit

a	$ f_i - \tilde{f}_i  \quad i=1, \dots, N$	$\left  \frac{\partial f(x_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial \tilde{f}(x_1)}{\partial x_1} \right $	$\left  \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{f}(x_i)}{\partial x_i} \right  \quad i=2, \dots, N$
0	$<0.6 \times 10^{-6}\%$	$0.4 \times 10^{-2}\%$	$<0.4 \times 10^{-2}\%$
0.1	$<0.4 \times 10^{-4}\%$	24%	<2.7%
1	$<0.4 \times 10^{-3}\%$	23%	<1.9%
3	<0.1%	34%	<4.2%

Tabel 3.1

word, word dit groter.

### 3.6 Datavoorbereiding en berekeningsprosedure.

Die metode is gebruik om die  $dN/dP$ 's te bepaal vir die breedtegraadsopnames in Aanhangel A beskryf. Aangesien die Fouriermetode data op gelykgespasieerde afsnystyfheidsintervalle vereis, is klasintervalgemiddeldes bereken. Daar is gepoog om vir elke breedtegraadsopname die maksimum aantal klasintervalle te verkry.

In die res van die bespreking dui  $\tilde{p}_i$  die gemiddeld van die afsnystyfheidswaardes van die data in die  $i^e$  klasinterval aan en  $\hat{p}_i$  die middelpunt van die  $i^e$  klasinterval. Daar word ook gewerk met 'n gemiddelde variansie,  $V_p$ , gedefinieer deur

$$V_p^{1)} = \frac{1}{s} \sqrt{\sum_{i=1}^s (\tilde{p}_i - \hat{p}_i)^2} \quad i=1, \dots, s$$

Vir elke breedtegraadsopname is die klasintervalle op 'n

1) Hierdie parameter is gerieflikheidshalwe so gedefinieer.

lineêre afsnystyfheidskaal gekies, asook op 'n logaritmiese afsnystyfheidskaal. In laasgenoemde geval kon die differensiële intensiteit met behulp van vergelyking 3.17 bereken word.

Vir die 1976 breedtegraadsopname is bogenoemde prosedure herhaal vir uurgemiddelde asook 6-uurgemiddelde waardes van die data. Die uurgemiddelde data van reis 2 is ook afsonderlik van die data van reis 1, 3 en 4 beskou.

Ten einde 'n aanduiding te verkry van die stabiliteit van die  $dN/dP$ 's, is die  $dN/dP$  vir elk van die genoemde gevalle bereken vir al die klasintervalgemiddelde datapunte, asook vir die gevalle waar een, twee en drie van die datapunte aan die hoë en lae afsnystyfheidskant weggelaat is. Hierdie stabiliteitstoetse is uitgevoer aangesien daar vir die Fourier-metode nie 'n reële maat vir die berekening van foute bestaan nie.

In tabel 2.2 word vir elke breedtegraadsopname  $V_p$ , die grootte van die klasintervalle die aantal klasintervalle, die aantal beskikbare datapunte en die afsnystyfheidsintervalle aangetoon vir data wat op 'n lineêre en logaritmiese skaal en klasintervalle ingedeel is. Elke stel data is genormaliseer sodat

$$N(P=10) = 100$$

$\delta$  is die klasintervalgrootte.

Breedte- graads- opname	Afsnystyf- heidsinterval	Spesifikasie	Klasinter- val indeling	Aantal be- skikbare datapunte	Aantal klasinter- valle	$\delta$	$V_p$	$V_N$
1954 <sup>1)</sup>	0<P<12.2GV	12-uurgemiddelde data	lineêr logaritmies	212 212	24 21	0.5 0.12	$2.1 \times 10^{-2}$ $7.9 \times 10^{-3}$	0.26 0.16
1965 <sup>2)</sup>	0<P<13.3GV	uurgemiddelde data	lineêr logaritmies	75 75	38 42	0.35 0.07	$3.9 \times 10^{-3}$ $0.7 \times 10^{-3}$	0.13 0.05
1976	1.9<P<17.4GV	6-uurgemiddelde data uurgemiddelde data	lineêr logaritmies lineêr logaritmies	508 508 3004 3004	63 23 63 23	0.25 0.1 0.25 0.1	$1.7 \times 10^{-2}$ $8.9 \times 10^{-2}$ $4.6 \times 10^{-5}$ $1.9 \times 10^{-5}$	0.07 0.07 0.07 0.06
	1.9<P<13.7GV	Reis 2	logaritmies lineêr	3004 805	75 119	0.03 0.1	$8.4 \times 10^{-6}$ $1.2 \times 10^{-4}$	0.09 0.07
	5.1<P<17.4GV	Reis 1, 3 en 4	logaritmies lineêr	805 2224	67 130	0.03 0.1	$3.2 \times 10^{-5}$ $3.7 \times 10^{-5}$	0.07 0.03
			logaritmies	2217	135	0.01	$5.2 \times 10^{-6}$	0.03

Tabel 3.2 Besonderhede in verband met die verskillende stelle data waarvoor  $dN/dP$ 's bereken is.

Sien voetnotas op bladsy 59.

Voetnotas by tabel 3.2 :

1. Vir die 1954-opname geld  $\tilde{P}_1 = 0.04$  en  $\hat{P}_1 = 0.25$ . As gevolg van die relatiewe groot verskil tussen  $\tilde{P}_1$  en  $\hat{P}_1$  is die eerste klasintervalgemiddelde buite rekening gelaat. Die klasinterval het egter 112 van die totale aantal datapunte bevat. Op die logaritmiëse skaal moes die eerste 118 punte buite rekening gelaat word.
2. By hoë afsnystyfhede was die eksperimentele datapunte yl verspreid. Gevolglik moes daar volgens 'n grafiese metode 27 addisionele datapunte gevind word om te verhoed dat die afsnystyfhedintervalle te groot word.

### 3.7 Resultate.

#### Opmerking

Die skadugebied in elk van die figure 3.1 tot 3.8 dui die gebied aan waarin die  $dN/dP$ 's kan varieer wanneer 1, 2 of 3 datapunte aan die hoë en lae afsnystyfhedskant weggelaat word by die berekening van  $dN/dP$ .

#### 3.7.1 Die 1954-breedtegraadsopname.

In figuur 3.1c word die krommepassing asook die data aangedui. Die klasintervalle is op 'n lineêre afsnystyfhedskaal bereken. Die residue word in figuur 3.1b aangedui. Hieruit blyk dat die residue redelik willekeurig om die nullyn verspreid lê, behalwe aan die hoë en lae afsnystyfhedskant: die gemiddeld van die eerste vyf punte lê bokant die nullyn en die gemiddeld van die

laaste sewe punte lê onderkant die nullyn.

Die differensiële intensiteit word in figuur 3.1a aangedui. Die  $dN/dP$  is redelik onstabiel met betrekking tot die weglaat van datapunte aan die lae en hoë afsnystyfheidskante.

In figuur 3.2c word die logaritmiëse-skaal klasintervalgemiddeldes, asook krommepassings aangetoon. Uit die residupatroon volg weer eens dat die foute redelik willekeurig om die nullyn verspreid lê, behalwe aan die hoë en lae afsnystyfheidskante. Verder is hierdie residue in absolute waarde kleiner as wat gevind is vir die lineêre passings in teenstelling met wat vir die toetsfunksies gevind is (par. 3.4).

$V_N$  was kleiner vir die logaritmiëse passings as vir die lineêre passings, sodat die logaritmiëse passings volgens hierdie kriterium beter resultate gelewer het.

Die differensiële intensiteit (figuur 3.2a) vertoon 'n knik by ongeveer 4.5GV. Hierdie knik ontstaan as gevolg van die struktuur van die data in die omgewing van 4.5GV, soos volg uit inspeksie van die kromme in figuur 3.2a. Hierdie data is in die omgewing van die Golf van Mexiko ingewin, waar daar bekende streeksanomalieë in die aarde se magneetveld voorkom waarvoor daar nie voorsiening gemaak word in die berekening van afsnystyfheid nie.

Die mees aanvaarbare  $dN/dP$  is dié  $dN/dP$  wat bereken is uit die data wat op 'n logaritmiëse-skaal in klasintervalle ingedeel is, aangesien die  $dN/dP$  aan die lae afsnystyfheidskant na nul nader (in teenstelling met die vorige geval) en ook omdat die residue

en  $V_N$  in laasgenoemde geval kleiner is.

### 3.7.2 Die 1965-breedtegraadsopname.

In figuur 3.3c word die data asook berekende intensiteit aangedui. Die residue lê redelik willekeurig om die nullyn versprei. (figuur 3.3b)

Die  $dN/dP$  (figuur 3.3a) vertoon egter 'n knik by ongeveer 6.3GV. Hierdie effek illustreer duidelik die nadeel van die klasintervalmetode wanneer daar nie baie datapunte beskikbaar is nie, of wanneer die data by sekere afsnystyfheidsintervalle yl verspreid is: Vanaf 6GV tot 8.5GV was  $\tilde{P}_i - \hat{P}_i < 0$ . Dit het die gevolg gehad dat die datapunte in hierdie interval resulterend na regs verskuif is, wat die knik in die afgeleide veroorsaak het.

$V_p$  is ongeveer 5 maal groter vir die lineêre-skaal klasintervalverdeling as vir die logaritmiëse-skaal klasintervalverdeling, (tabel 3.2) wat dus beteken dat die logaritmiëse verdeling meer betroubaar is.

Die differensiële intensiteit (figuur 3.4a) volgens logaritmiëse klasintervalgemiddeldes bereken, is redelik stabiel, behalwe aan die hoë en lae afsnystyfheidskante. Die effense vervorming van  $dN/dP$  vir laasgenoemde geval, is die gevolg van 'n knik in die data naby die plato (figuur 3.4c).

Die residue en  $V_N$  is vir die lineêre en logaritmiëse passings ongeveer ewe groot. Nogtans lewer die logaritmiëse passings 'n

meer aanvaarbare  $dN/dP$  aangesien die  $dN/dP$ , afgesien van eindpunteffekte, na nul nader by lae styfhede. Die lineêre passings lewer 'n meer onstabiele  $dN/dP$  op, en is vervorm by ongeveer 6.3 GV.

### 3.7.3 Die 1976-breedtegraadsopname

In figuur 3.5c word die klasintervalgemiddeldes asook berekende intensiteit aangedui. Die klasintervalgemiddeldes is op 'n lineêre afsnystyfhed skaal bereken, en uurgemiddelde datapunte met  $\delta = 0.25$  GV is gebruik (sien tabel 3.2 en aanhangsel A). Die  $dN/dP$  (figuur 3.5a) is redelik stabiel, behalwe by die eindpunte, en die residue lê willekeurig om die nulllyn versprei (figuur 3.5b).

Die differensiële intensiteit van die data wat op 'n logaritmiese skaal in klasintervalle ingedeel is, word in figuur 3.6 en 3.7 aangedui waar  $\delta$  respektiewelik 0.03 en 0.1 is. Soos in 3.7.1 verskyn daar by ongeveer 4.5 GV 'n knik in die  $dN/dP$ .

Hierdie knik ontstaan as gevolg van die feit dat berekende afsnystyfhede in die omgewing van 4.5 GV vir die reis na New York (reis 2) oor die Golf van Mexiko, verskil van die ander reise (Potgieter (1978)).

Wanneer figuur 3.6a en 3.7a met mekaar vergelyk word, kan die invloed van die klasintervalgrootte duidelik gesien word: wanneer kleiner klasintervalgroottes gebruik word ( $\delta = 0.03$  figuur 3.6a) word klein variasies makliker waargeneem as by groter interval-

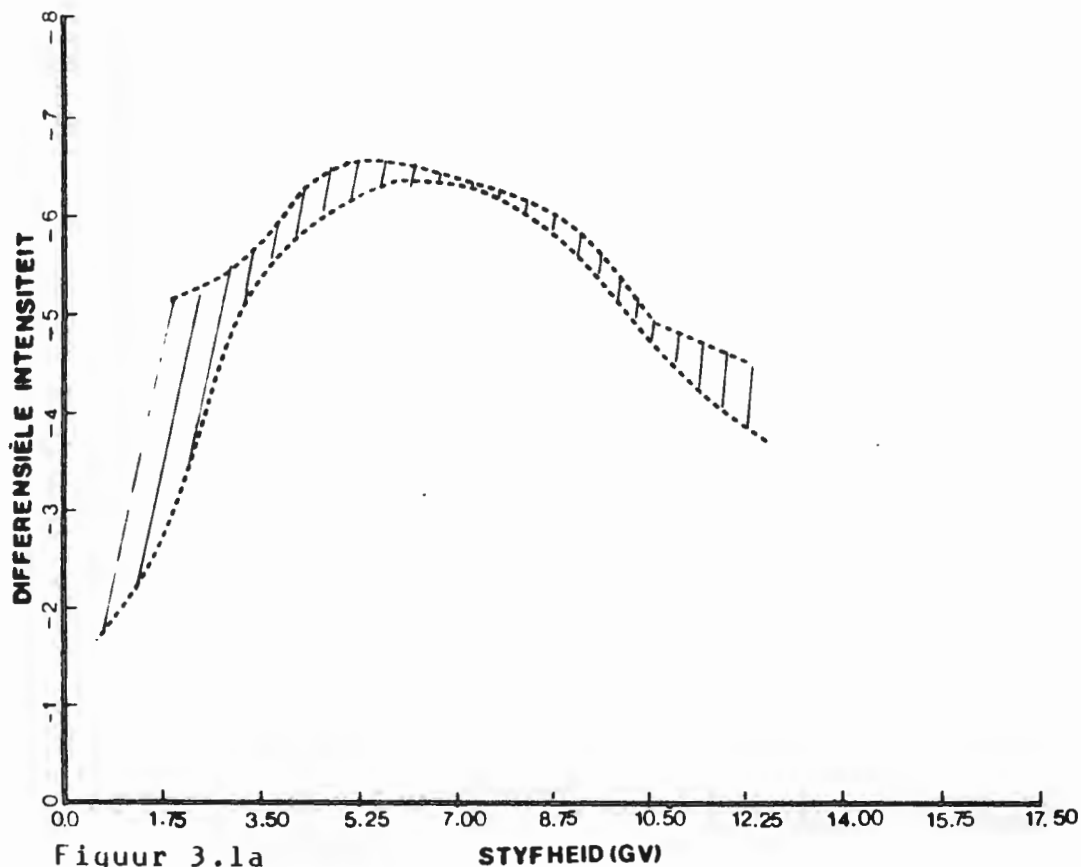
groottes ( $\delta = 0.1$ , figuur 3.7a)

Vir die uurgemiddelde data was  $V_p$  vir lineêre passings deurgaans groter as vir logaritmiëse passings. Die grootste residue (in absolute waarde) is gevind vir die uurgemiddelde logaritmiëse-skaal data met  $\delta = 0.03$ . In al die gevalle is willekeurige residue gevind.

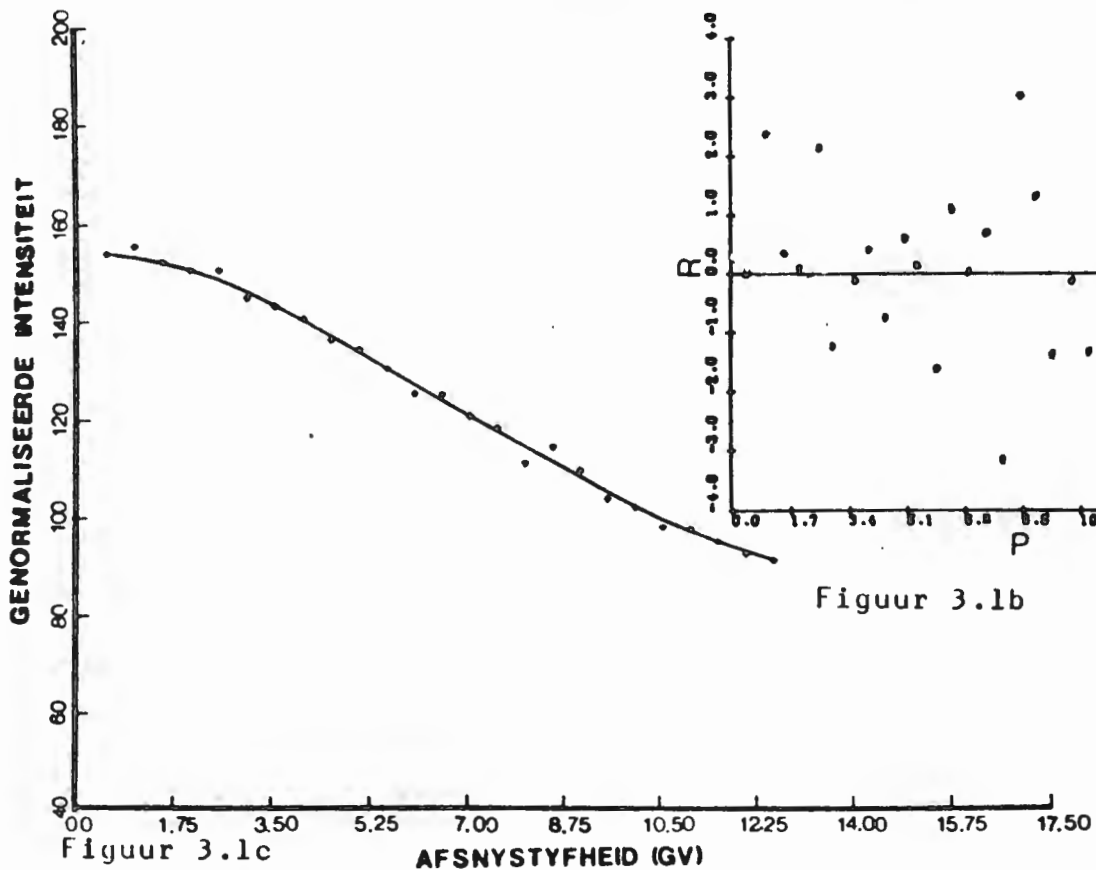
Weereens het die logaritmiëse passings meer aanvaarbare  $dN/dP$ 's gelewer, aangesien die  $dN/dP$ 's aan die lae styfheidskant afgeneem het.

Die mees aanvaarbare  $dN/dP$  vir die breedtegraadsopname is egter die  $dN/dP$  wat verkry is vir die data van reis 2 met  $\delta = 0.1$  op 'n logaritmiëse skaal (figuur 4.1d). Dié  $dN/dP$  bevat nie 'n knik by 4.5 GV nie.

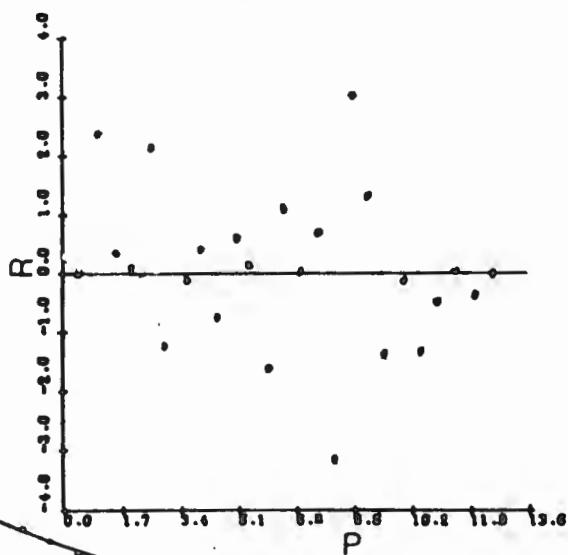
In figuur 3.8 word die geoptimeerde Fourier-koëffisiënte van die getransformeerde data van die mees aanvaarbare  $dN/dP$  van elke breedtegraadsopname aangetoon. In al drie gevalle is die eerste Fourier-koëffisiënt aansienlik groter as die res van die koëffisiënte. Die eerste twee Fourier-koëffisiënte is in absolute waarde groter as een vir die 54-en-65-data, (figuur 3.8a en b) en slegs die eerste Fourier-koëffisiënt van die 76-data is groter as een. (figuur 3.8c). Hieruit volg dat die eerste twee terme van die Fourier-reeksvoorstelling (3.5) die belangrikste bydrae tot die som lewer. Verder is die Fourier-koëffisiënte van die 1954-data in absolute waarde groter as die Fourier-koëffisiënte van die 1965-en-1976-data by ooreenstemmende waardes van  $\pi$ , wat 'n gevolg is daarvan dat die 1954-data van 'n swakker gehalte is as die 1965-1976-data.



Figuur 3.1a



Figuur 3.1c



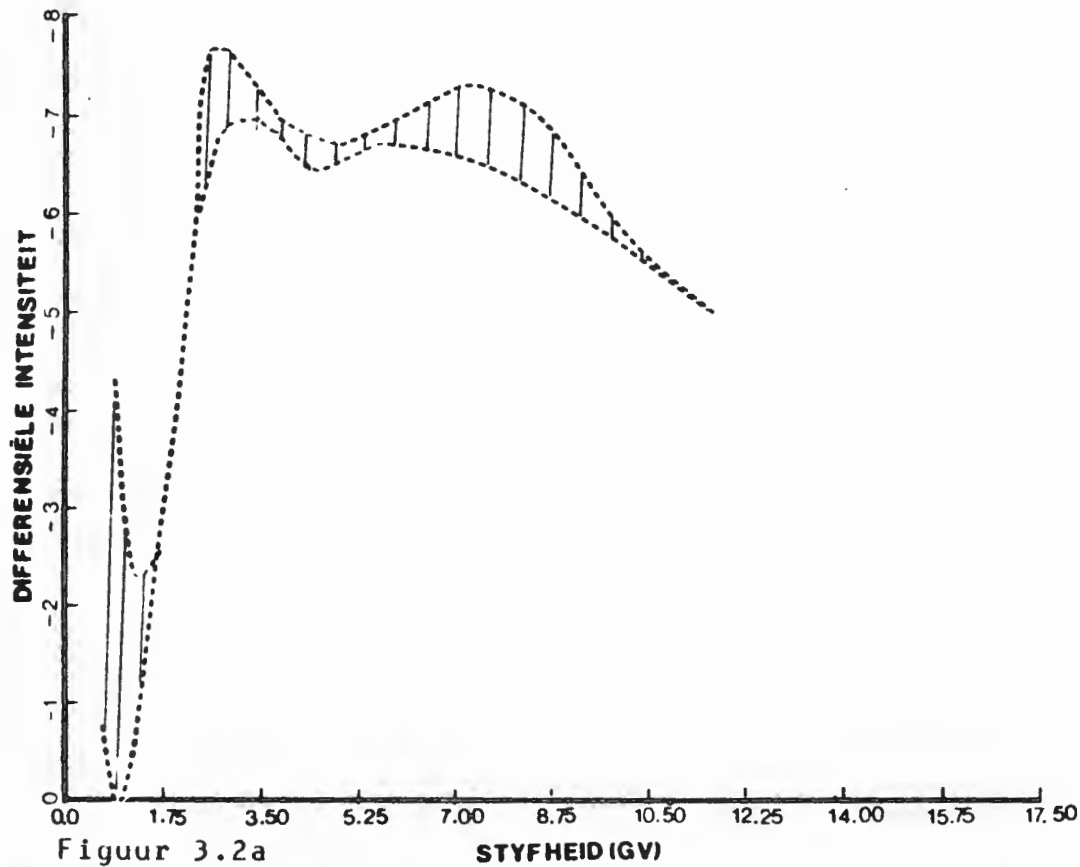
Figuur 3.1b

Die 1954-breedegradsopname: lineêre transformasie

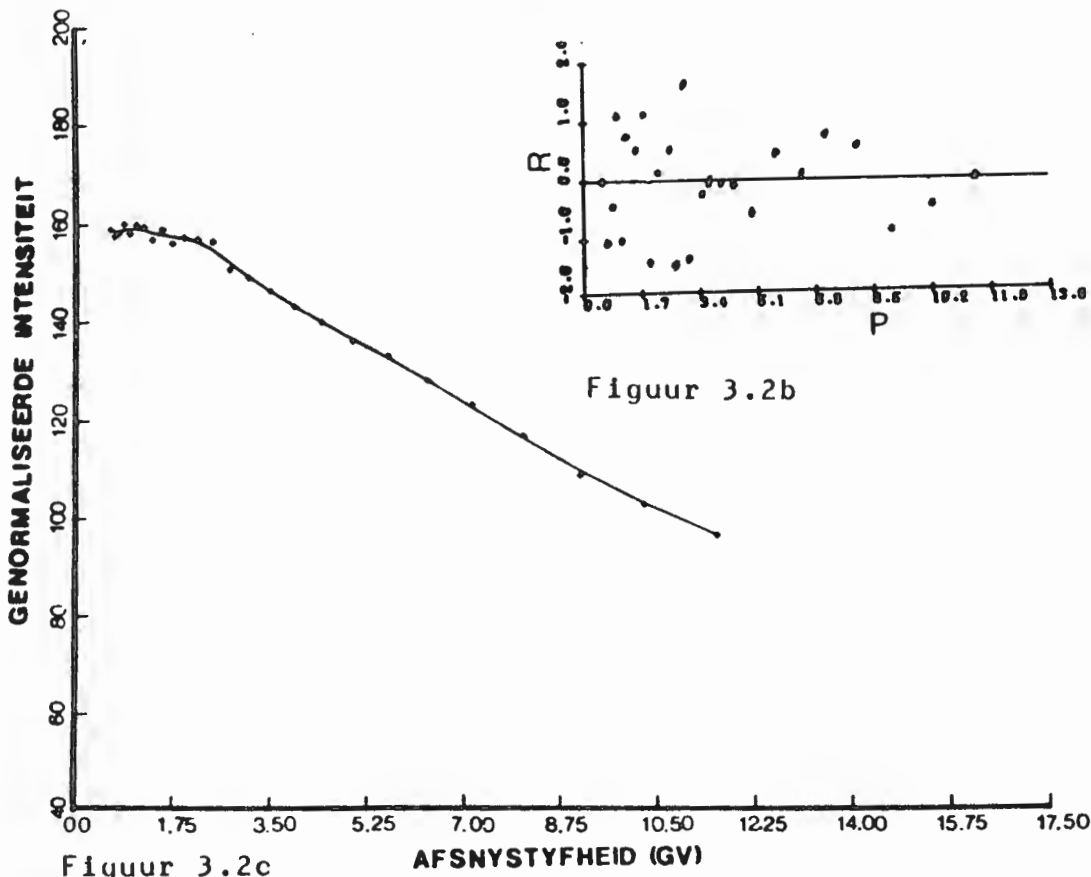
Figuur 3.1a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.1b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.1c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.2a



Figuur 3.2b

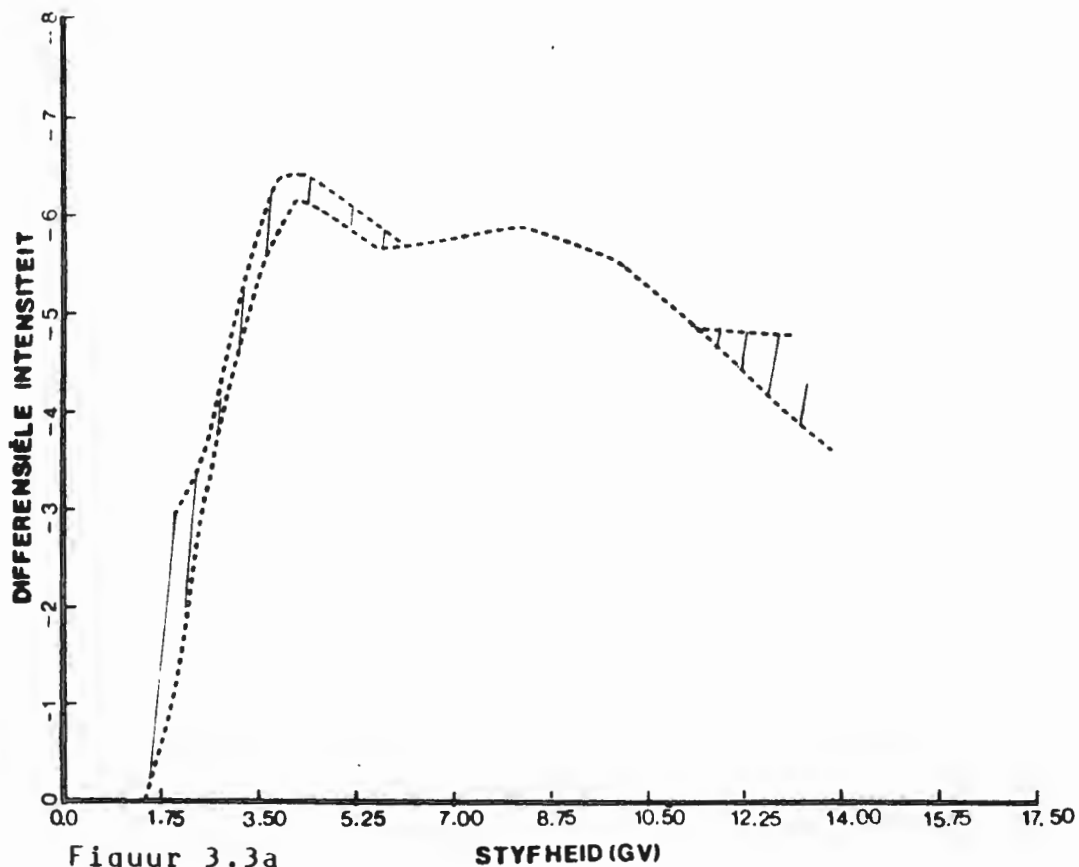
Figuur 3.2c

Die 1954-breedtegraadsopname: logaritmiëse transformasie

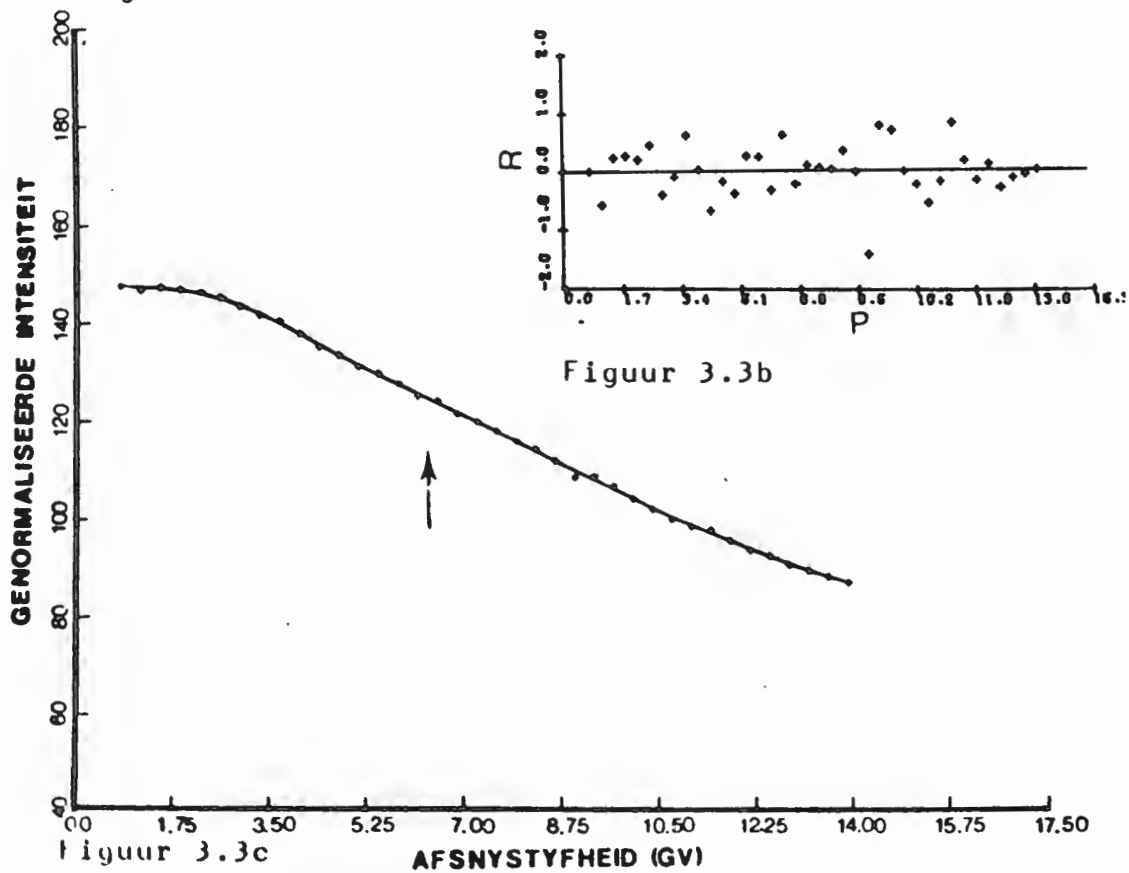
Figuur 3.2a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.2b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.2c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.3a



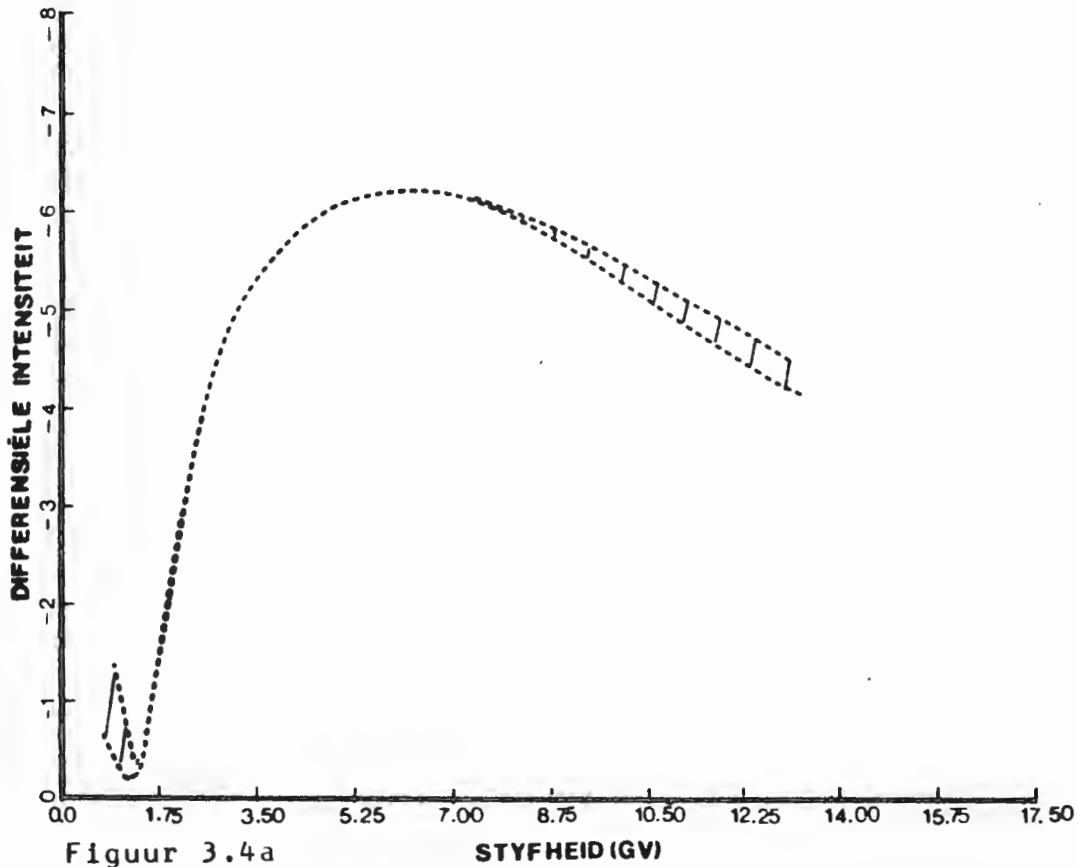
Figuur 3.3b

Die 1965-breedtegraadsopname: lineêre transformasie.

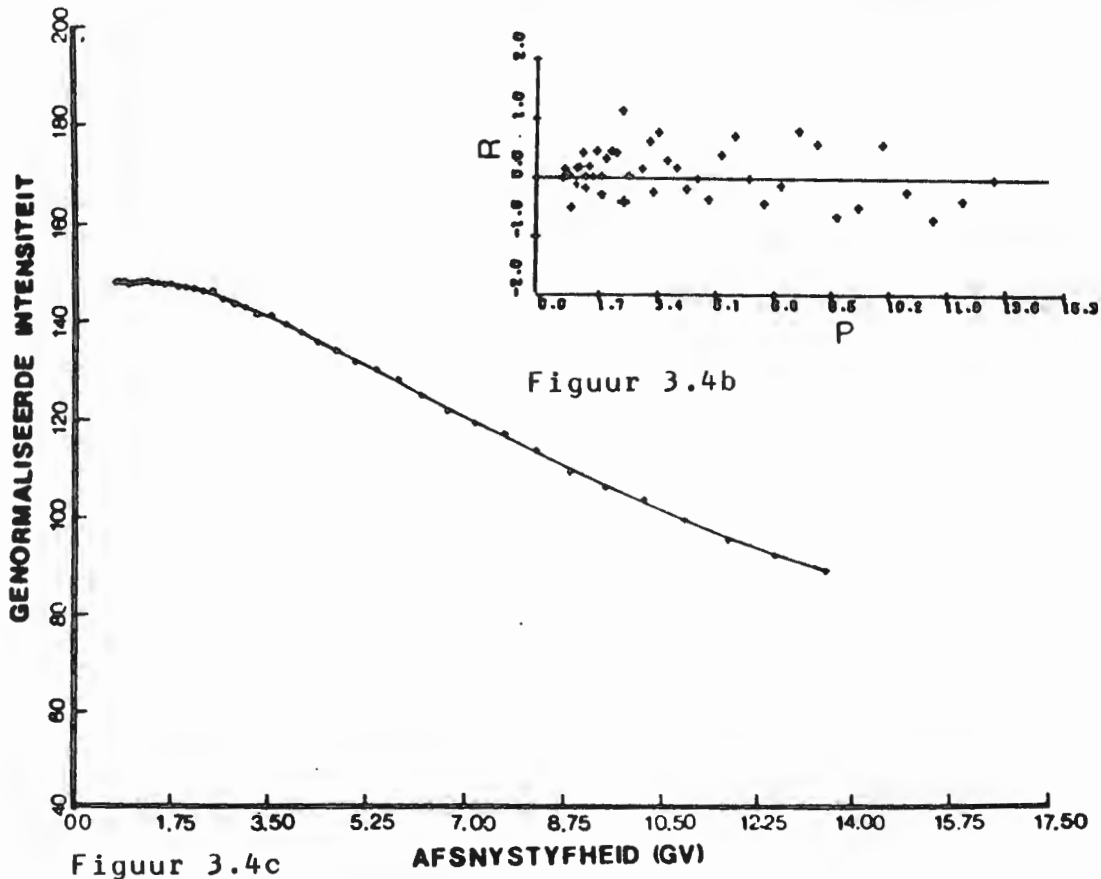
Figuur 3.3a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.3b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.3c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.4a



Figuur 3.4b

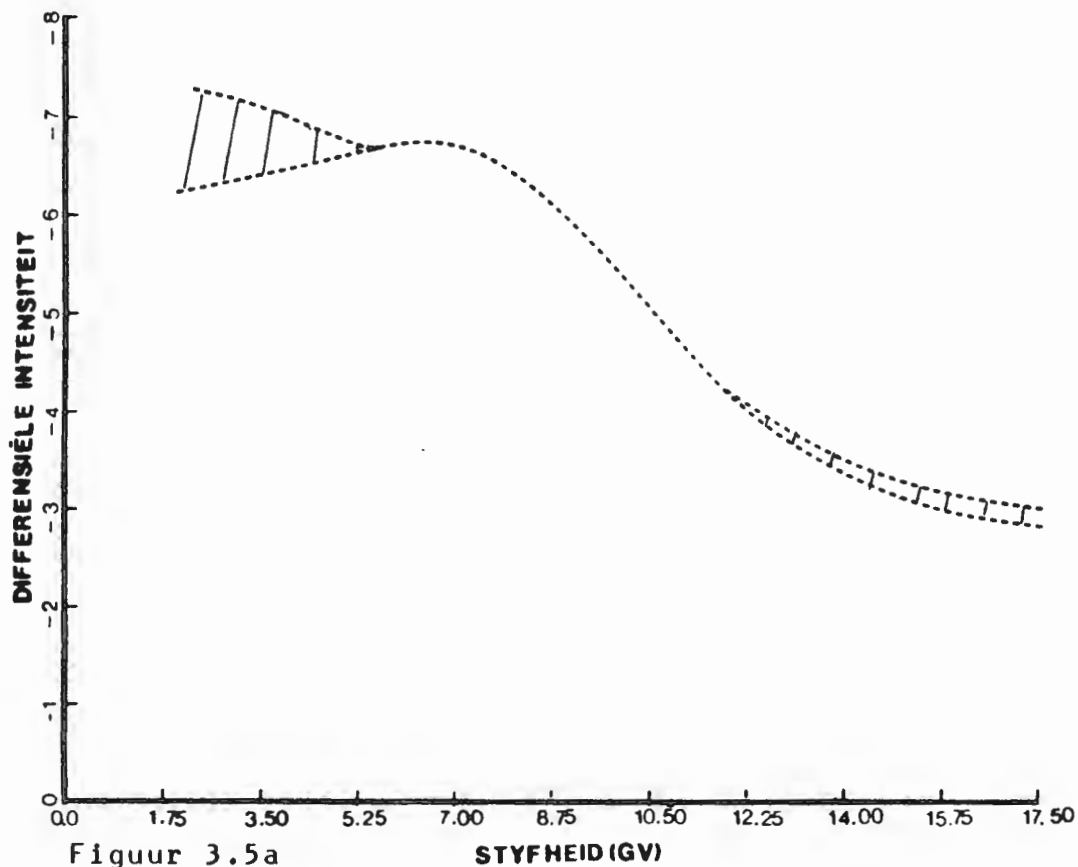
Figuur 3.4c

Die 1965-breedtegraadsopname: logaritmiëse transformasie.

Figuur 3.4a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

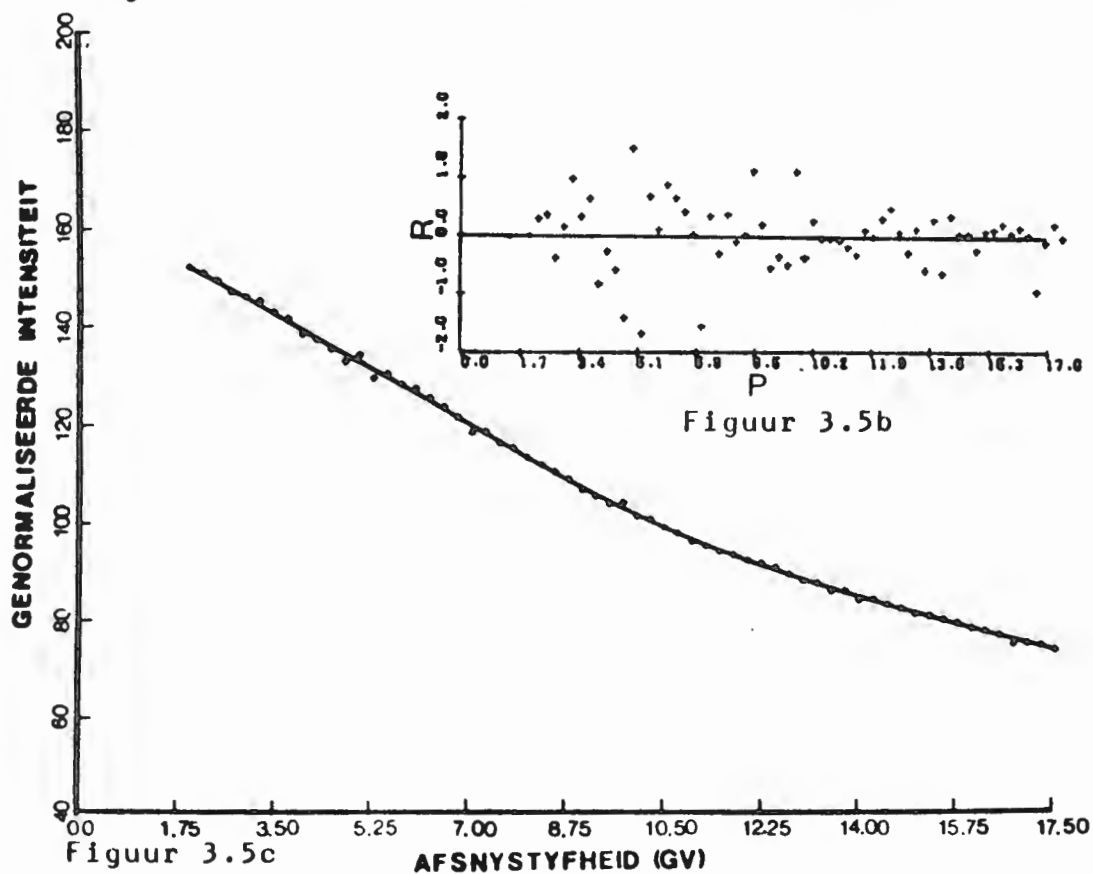
Figuur 3.4b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.4c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.5a

STYFHEID (GV)



Figuur 3.5b

Figuur 3.5c

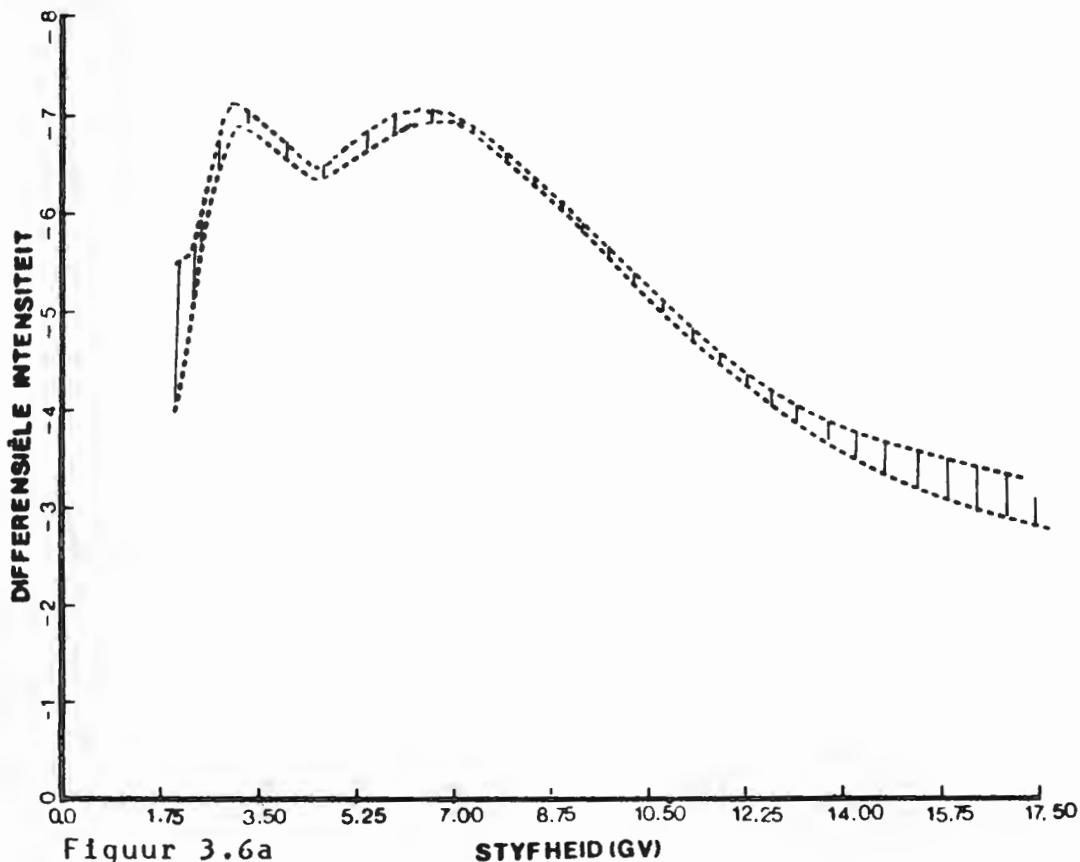
AFSNYSTYFHEID (GV)

Die 1976-breedtegraadsopname: lineêre transformasie.

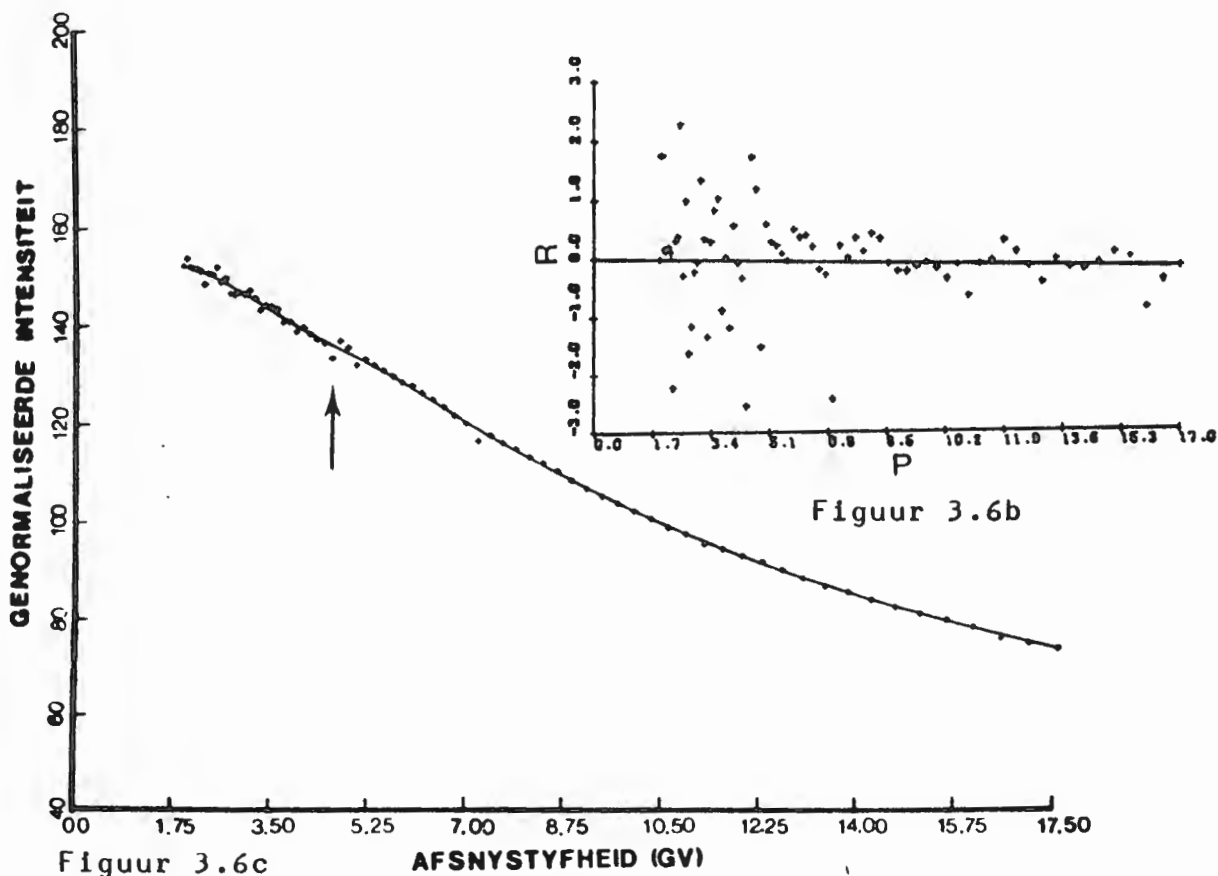
Figuur 3.5a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.5b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.5c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.6a



Figuur 3.6b

Figuur 3.6c

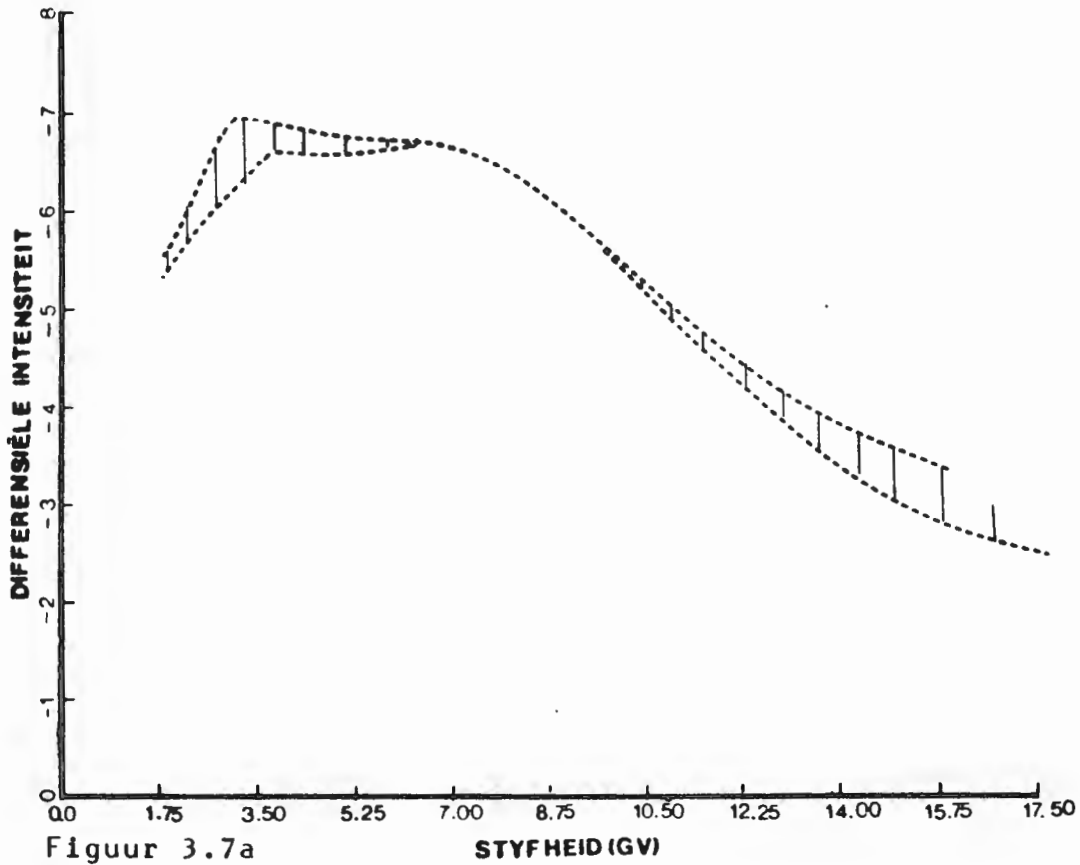
AFSNYSTYFHEID (GV)

Die 1976-breedtegraadsopname: logaritmiëse transformasie.  $\delta=0.03$

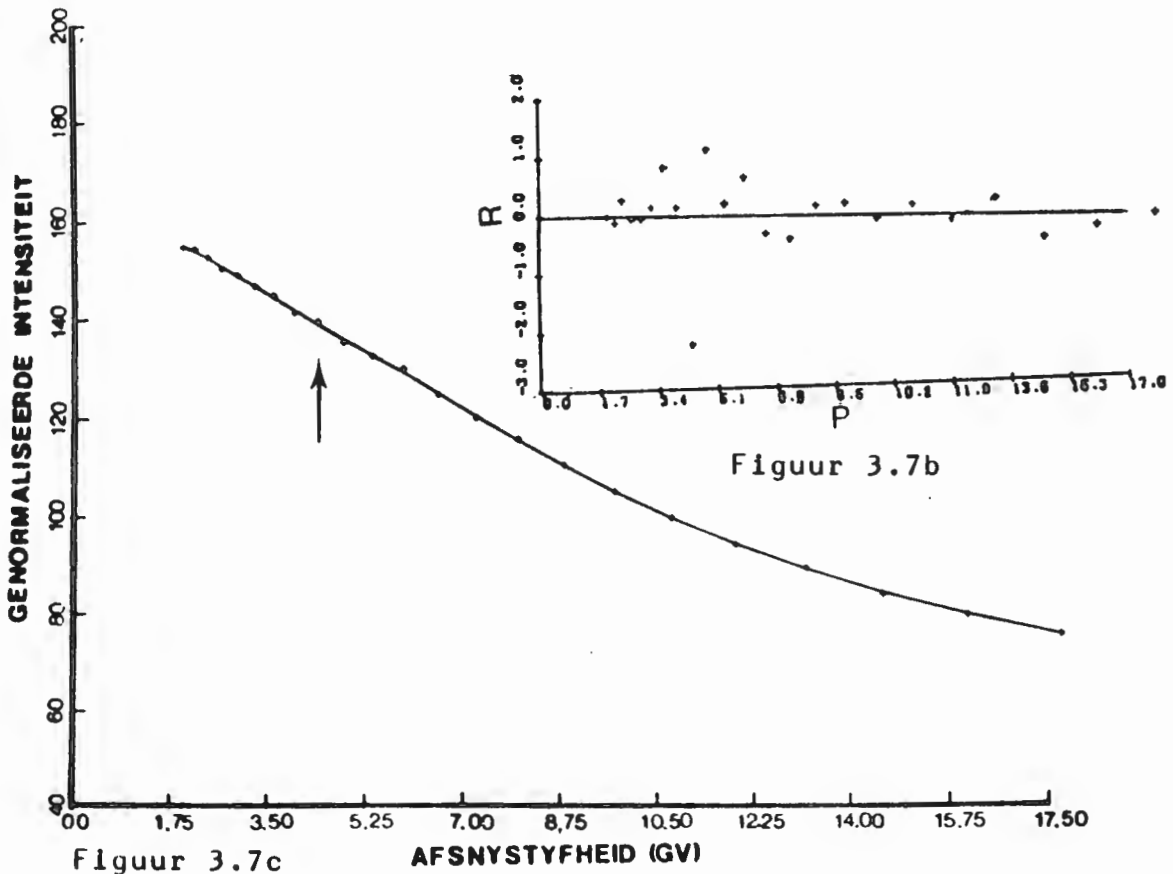
Figuur 3.6a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.6b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

Figuur 3.6c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.7a



Figuur 3.7c

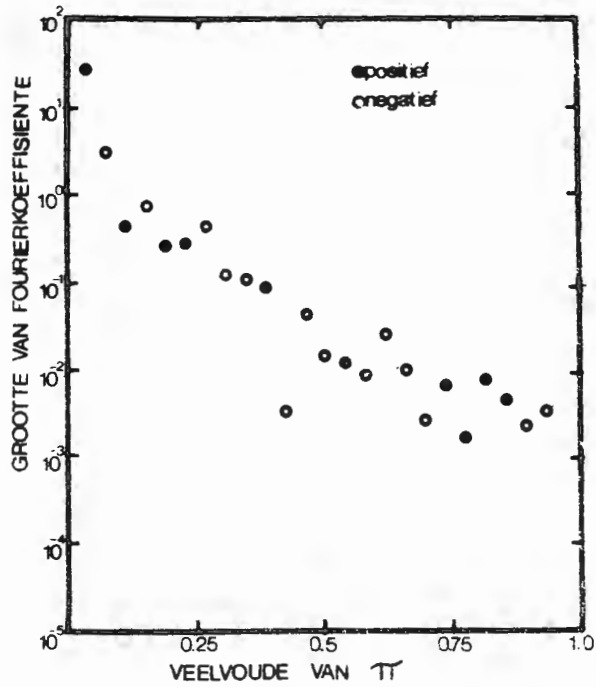
Figuur 3.7b

Die 1976-breedtegraadsopname: logaritmiëse transformasie.  $\delta=0.1$

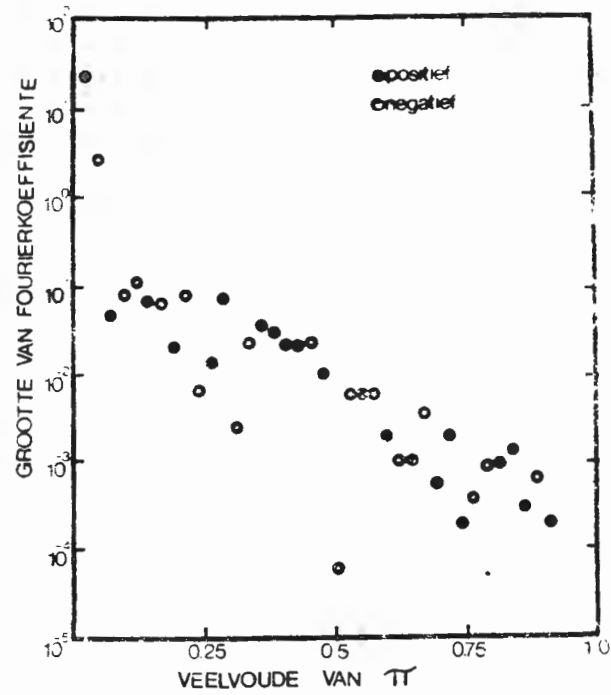
Figuur 3.7a: Die differensiële intensiteit as funksie van styfheid.

Figuur 3.7b: Die residue R as funksie van afsnystyfheid P.

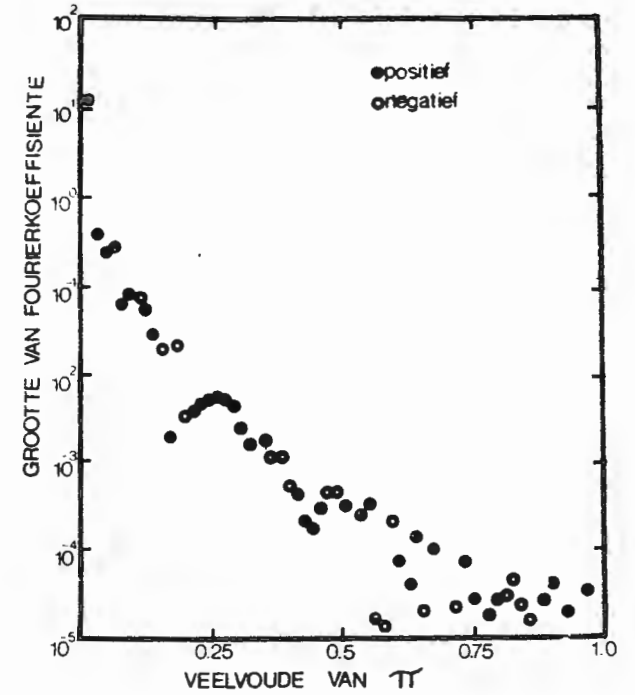
Figuur 3.7c: Die data (+) en die intensiteit (-) as funksie van afsnystyfheid.



Figuur 3.8a: Die Fourier-  
koeffisiënte van die ge-  
transformeerde data van  
die 1954-breedtegraads-  
opname.



Figuur 3.8b: Die Fourier-  
koeffisiënte van die getrans-  
formeerde data van die 1965-  
breedtegraadsopname.



Figuur 3.8c: Die Fourier-  
koeffisiënte van die ge-  
transformeerde data van  
die 1976-breedtegraads-  
opname.

### 3.8 Kritiese beskouing.

Uit die voorafgaande volg dat die Fourier-metode die volgende voordele het:

- a. Die struktuur van die data word in berekening gebring aangesien die residue willekeurig is (behalwe aan die hoë en lae af-snystyfheidskante). Gevolglik kan afwykings in die berekende af-snystyfthede maklik bespeur word.
- b. Die algoritme bereken self die optimeringsfunksie vir 'n gegewe stel data.
- c. Vergelykings 3.7 is analitiese funksies en besit al die nodige eienskappe van 'n Fourier-voorstelling soos periodisiteit, en kontinuiteit van al die afgeleides by die eindpunte; eienskappe wat polinome en latfunksies nie altyd besit nie.
- d. Geen iteratiewe proses is nodig nie, en deur gebruik te maak van vinnige Fourier transformasies, kan baie rekenaartyd bespaar word.
- e. In beginsel is vir hierdie metode geen transformasie, wat inligting in die data kan verander, nodig nie. Daar is egter vir al drie breedtegraadsopnames gevind dat aanvaarbare  $dN/dP$ 's slegs verkry word wanneer 'n logaritmiese transformasie gebruik word. Só 'n transformasie lewer kleiner residue en  $dN/dP$ 's wat by die lae styfheidskant afneem en na nul nader.
- f. Die knikke wat in die 1954-en-1976-data voorkom, is maklik

gevolg, aangesien die Fourier-voorstelling 3.7 baie terme bevat en die data dus beter kan volg as die regressiemetodes wat in hoofstuk 2 bespreek is. Gevolglik is hierdie 'n ideale tegniek om die kwaliteit van die data te ondersoek.

Die metode het egter ook 'n aantal nadele:

a. Die eerste en die laaste punt van die klasintervalgemiddelde data word baie goed gepas, soos ook gesien kan word in die residu-patrone: die eerste en laaste punt van elke residupatroon lê op die nullyn. Gevolglik is die  $dN/dP$ 's aan die hoë en lae styfheidskante van die data nie baie betroubaar nie, aangesien die eerste en laaste punt ook statistiese ruis mag bevat. Dit impliseer dat die data aan die hoë en lae styfheidskante baie betroubaar moet wees.

b. In die praktyk word daar normaalweg nie voldoen aan die aanname dat die waarnemings gelykgespasieer moet wees nie. Daar kan egter van klasintervalgemiddeldes gebruik gemaak word. Hierdeur word 'n sekere hoeveelheid inligting onderdruk (die klasintervalmetode kan beskou word as 'n filtertegniek) en addisionele subjektiewe inligting kan selfs ingevoer word indien byvoorbeeld  $\tilde{P}_i - \hat{P}_i$  vir sekere afsnystyfheidsgebiede dieselfde teken het. Bogenoemde effekte is egter gering indien genoeg data beskikbaar is.

c. Die grootte van die klasintervalle het ook 'n kritieke invloed op die resultate, soos bespreek in 3.7.

d. Die aanname dat die data swak stasionêr moet wees, kan nie

direk getoets word nie.

e. Daar bestaan nog geen metode waarvolgens statistiese betrou-  
baarheidsintervalle op die integrale en differensiële intensiteite  
bereken kan word nie. Die stabiliteit van die  $dN/dP$ 's kan egter  
getoets word.

f. Gesimuleerde data met min statistiese ruis op, het  $dN/dP$ 's  
gelewer wat aan albei die fisiese voorwaardes voldoen (paragraaf  
1.5). Die eksperimentele data het egter  $dN/dP$ 's gelewer wat  
by die hoë en lae styfheidskante vervorm was, sodat daar nie  
uitspraak gelewer kan word oor in hoe 'n mate daar voldoen word  
aan die fisiese voorwaardes wat in paragraaf 1.5 bespreek nie.

## HOOFSTUK 4

### BESPREKING VAN RESULTATE EN VERGELYKING. TUSSEN DIE VERSKILLENDEN TEGNIËKE EN GEVOLGTREKKINGS

In die volgende bespreking word die verskillende metodes krities met mekaar vergelyk op grond van die wiskundige en fisiese voorwaardes in paragraaf 1.5 gestel, en op grond van die resultate wat elke metode gelewer het.

#### 4.1 Vergelyking tussen die verskillende metodes op grond van:

##### 4.1.1 Gemiddelde Variansie $V_N$

In tabel 4.1 word die gemiddelde variansie (2.11), soos bereken vir elke metode, vir elk van die drie breedtegraadsopnames, aangetoon. Die  $V_N$  van die mees aanvaarbare  $dN/dP$  word telkens getoon. Op grond hiervan het die Fourier-metode die beste passings gelewer (1954-data uitgesonder).

Metode	Breedtegraadsopname		
	1954	1965	1976
Fourier-metode	0.16	0.04	0.07
Variasie van die Potch-metode	0.15	0.09	0.11
Dorman-metode	0.20	0.13	0.12

Tabel 4.1:  $V_N$  vir die Fourier-, Dorman-en-variasie van die Potch-metode, vir die 1954, 1965- en-1976-breedtegraadsopnames.

Vir al drie metodes is die variansie van die 1954-breedtegraadsopname groter as vir die 1965-en-1976 breedtegraadsopnames, as gevolg van die feit dat die data van die 1954-breedtegraadsopname van 'n swakker gehalte is.

#### 4.1.2 Residue

Met behulp van die Fourier-metode is residue verkry waarin daar geen tendens te bespeur is nie. Hieruit volg dat die struktuur van die data goed weergegee kan word.

Hierteenoor het die regressiemetodes residue gelewer wat duidelik nie-stogasties is, as gevolg van die feit dat by al drie die regressiemetodes 'n analitiese funksie met 'n bepaalde vorm deur die data gedwing word. Die voordeel van hierdie metodes is egter dat klein variasies uitfiltreer word.

Uit die residupatrone kan ook afgelei word dat die metode van Dorman die data aan die lae afsnystyfheidskant beter pas as die ander regressiemetodes, maar in die middelafsnystyfheidsgebied pas die Potch-metode die data beter as die metode van Dorman.

#### 4.1.3 Datavoorbereiding.

Die feit dat die Fourier-metode gelykgespasieerde data vereis, lewer probleme op, aangesien die data onder beskouing nie gelykgespasieer is nie. Hierdie feit noodsaak die gebruik van klasintervalgemiddeldes wat mag lei tot die invoer van addisionele

subjektiewe inligting. Wanneer genoeg data egter beskikbaar is, is dié effek gering.

Hierteenoor vereis die regressie-metodes nie gelykgespasieerde data nie.

#### 4.1.4 Transformasies.

Die Fourier-metode benodig in beginsel geen logaritmiëse transformasie nie. Vir die data van die drie breedtegraadsopnames onder beskouing moes 'n logaritmiëse transformasie egter wel gebruik word ten einde fisies aanvaarbare  $dN/dP$ 's te kry. Hierdie logaritmiëse transformasie, wat ook vir die regressiemetodes gebruik moet word, verander die relatiewe gewig van die data.

Die transformasiekonstante  $C$  wat by die Potch-metode gebruik word, veroorsaak boonop dat die differensiële intensiteitspektra van verskillende breedtegraadsopnames nie maklik met mekaar vergelyk kan word nie, aangesien die vorm van  $dN/dP$  van  $C$  afhanklik is en verskillende waardes van  $C$  vir verskillende breedtegraadsopnames verkry word. Die metode van Dorman maak gebruik van 'n dubbele logaritmiëse transformasie wat uiters versigtig hanteer moet word, maar wat die besliste voordeel inhou om  $N_0$  te bepaal.

#### 4.1.5 Berekeningsprosedure.

Beide die Fourier-metode en die variasie van die Potch-metode maak nie gebruik van enige iteratiewe skat-en-probeerproses nie en afgeleides word direk bereken. Hierdie twee metodes gebruik dus relatief min rekenaartyd.

Die Potch-metode en die metode van Dorman gebruik egter heelwat meer rekenaartyd: ten einde die transformasiekonstante  $C$  van die Potch-metode, en die aanvangsintensiteit  $N_0$  vir die metode van Dorman te bepaal, moet die regressieprosedure herhaaldelik toegepas word.

#### 4.1.6 Hanteerbaarheid van die differensiële intensiteitspektra.

Die regressiemetodes lewer  $dN/dP$ 's wat met behulp van eenvoudige analitiese funksies voorgestel kan word.

Die  $dN/dP$ 's wat deur die Fourier-metode opgelewer word, kan met behulp van vergelyking 3.7b voorgestel word. Alhoewel hierdie vergelyking analities is, is die  $dN/dP$  nie baie hanteerbaar nie aangesien 'n groot aantal Fourier-koëffisiënte gebruik word om die  $dN/dP$  te bereken.

#### 4.1.7 Statistiese verantwoordbaarheid.

Die Fourier-metode berus op 'n aantal statistiese aannames. Voorts word die waarde van die optimiseringskonstante  $\alpha$  in die optimeringsproses met behulp van 'n bekende statistiese tegniek bereken. In die lig hiervan is die Fourier-metode statisties verantwoordbaar.

Een van die anderliggende statistiese aannames, naamlik dat die data swak stasionêr moet wees, kan egter nie direk getoets word nie, sodat daar twyfel bestaan of hierdie aanname geld vir 'n betrokke stel datapunte.

Die aanname dat die residue stogasties moet wees, kan getoets word deur na korrelasie in die residue te soek: indien daar geen korrelasie gevind word nie, kan aanvaar word dat die residue stogasties is.

Polinoomregressie is 'n statistiese proses, en oor die algemeen kan daar maklik voldoen word aan die statistiese voorwaardes wat hierdie proses stel naamlik uniforme verspreiding van die data.

#### 4.1.8 Betroubaarheidsgrense.

Tot op hede leen die Fourier-metode hom nie tot die berekening van betroubaarheidsgrense nie.

Die regressieprosedure bereken egter betroubaarheidsgrense op 'n statisties-gefundeerde wyse vir die getransformeerde data en hierdie betroubaarheidsgrense kan in beginsel oorgedra word op beide die differensiële en integrale intensiteitspektra.

#### 4.1.9 Stabiliteit van $dN/dP$ .

Dit blyk duidelik uit die resultate dat slegs die metode van Dorman redelik stabiel is met betrekking tot die weglaat van data aan die hoë en lae afsnystyfheidskante, mits daar nie te veel data weggelaat word nie. Dus is die metode ideaal vir die hantering van data wat oor klein afsnystyfheidsgebiede (ongeveer 4 GV intervalle) versamel is.

#### 4.1.10 Fisies aanvaarbare resultate.

Die fisies aanvaarbare voorwaardes, naamlik  $dN/dP (P \rightarrow 0) \rightarrow 0$  en  $dN/dP (P \rightarrow \infty) P^{-k+1}$ , geld vir die  $dN/dP$ 's wat deur die metode van

Dorman gelewer word.

Daarenteen geld hierdie voorwaardes nie vir  $dN/dP$ 's wat met behulp van die Fourier-metode, die Potch-metode en die variasie van die Potch-metode bereken word nie. Trouens, by die laaste twee metodes word die  $dN/dP$  soms by lae styfhede positief, en die  $dN/dP$ 's van die Fourier-metode en variasie van die Potch-metode word die  $dN/dP$ 's soms by lae styfhede vervorm.

Dit is nie moontlik om analities aan te toon dat die  $dN/dP$ 's van die twee Potch-metodes en die Fourier-metode by groot styfhede deur 'n magreeks voorgestel kan word nie. Daarom lewer die metode van Dorman hom die beste tot ekstrapolasie na groter styfheidswaardes.

#### 4.2 Bespreking van Resultate.

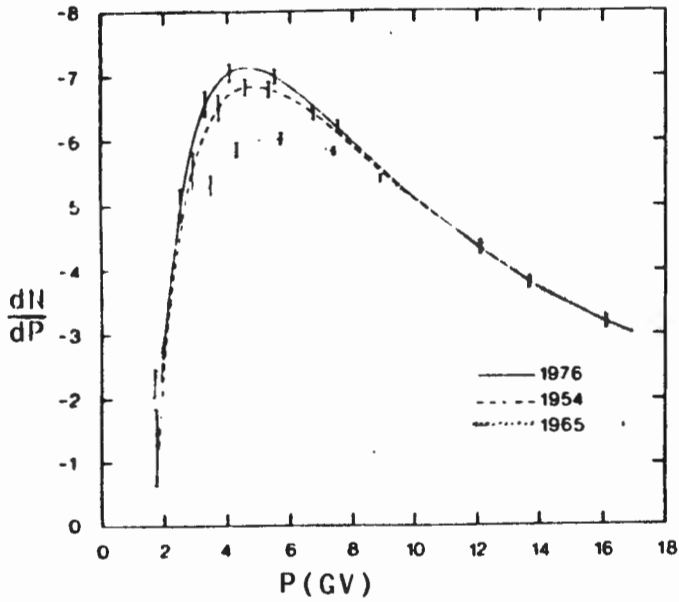
In figuur 4.1a, b, c en d word die differensiële intensiteitspektra aangetoon soos bereken met behulp van die Potch-metode, die variasie van die Potch-metode, die metode van Dorman en die Fourier-metode.

Soos blyk uit die figure, is daar 'n groot mate van ooreenstemming tussen die  $dN/dP$ 's wat met die verskillende metodes vir die 1965-breedtegraadsopname verkry is: die maksima van die absolute waarde van die  $dN/dP$ 's kom deurgaans by ongeveer 5.5 GV voor, en die waarde van hierdie maksima is  $6.2 \pm 0.2$ , behalwe by die variasie van die Potch-metode, waar hierdie maksimum ongeveer 5% hoër lê. Wanneer noukeurigheidsgrense egter in berekening ge-

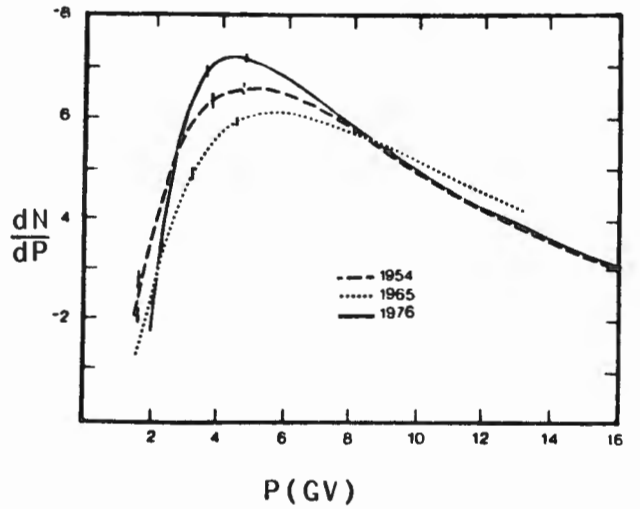
bring word (waar van toepassing) kan aanvaar word dat hierdie maksima vir al vier metodes dieselfde is. Verder is die vorm van die  $dN/dP$ 's vir al vier metodes, vir hierdie breedtegraadsopname, binne die geskatte foutgrense ook eenders by hoë en lae styfhede.

By die 1976- $dN/dP$ 's, soos met behulp van die verskillende metodes bereken, is daar 'n soortgelyke ooreenkoms: die maksima van die absolute waarde van die  $dN/dP$ 's kom deurgaans voor by 4.5 GV. Die waarde van hierdie maksima is deurgaans  $7.2 \pm 0.2$ . Die  $dN/dP$ 's neem by die lae en hoë styfheidskant vir al vier metodes dieselfde vorm aan.

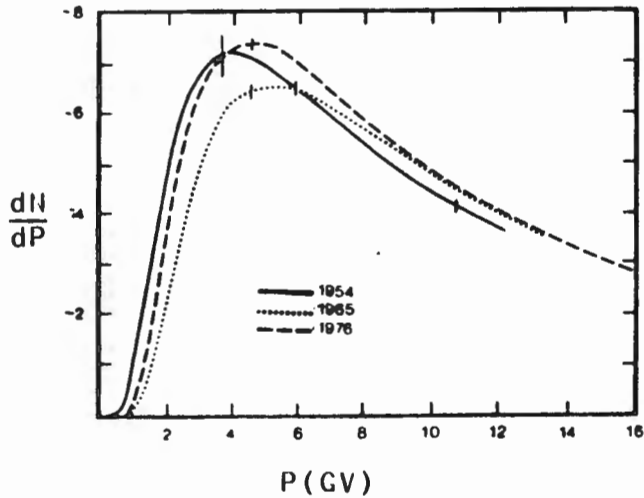
Bogenoemde ooreenstemming bestaan egter in 'n mindere mate vir die 1954-breedtegraadsopname, soos blyk uit die volgende: die maksimum van die absolute waarde van die  $dN/dP$  soos bereken met die metode van Dorman, lê by 'n laer styfheidswaarde as by die ander regressie-metodes; die waarde van hierdie maksimum is by die metode van Dorman 4% groter en by die variasie van die Potch-metode 4% kleiner as by die ander metodes; die  $dN/dP$  soos met die Fourier-metode bereken, vertoon 'n knik by ongeveer 4.5 GV om redes in hoofstuk 3 bespreek. Hierdie verskille is die gevolg van die feit dat die data van die 1954-breedtegraadsopname van 'n swakker gehalte is as die data van die 1965-en-1976-breedtegraadsopnames. Wanneer geskatte foutgrense egter in berekening gebring word, en behalwe by bogenoemde uitsonderings, geld dat die maksima van die absolute waarde van die 1954- $dN/dP$ 's voorkom by 4.5 GV en dat die waarde van hierdie maksima  $6.9 \pm 0.2$  is.



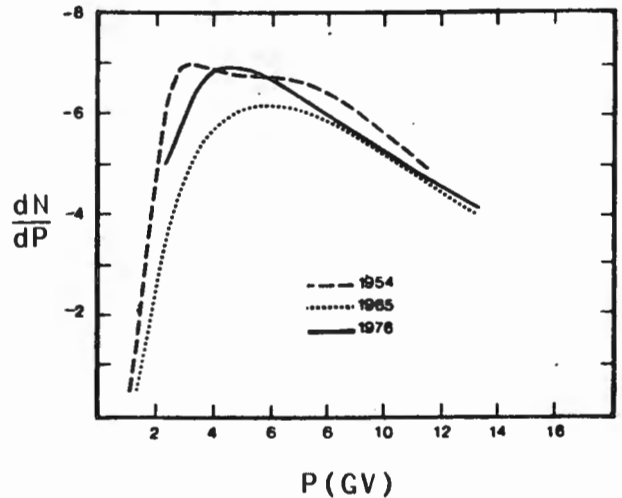
Figuur 4.1a: Die differensiële intensiteit, soos bereken vir die 1954-, 1965-en-1976-breedtegraadsopnames, met behulp van die Potch-metode (Potgieter et al. 1980b).



Figuur 4.1b: Die differensiële intensiteit, soos bereken vir die 1954-, 1965-en-1976-breedtegraadsopnames, van die variasie van die Potch-metode.



Figuur 4.1c: Die differensiële intensiteit, soos bereken vir die 1954-, 1965-en-1976-breedtegraadsopnames, met behulp van die metode van Dorman.



Figuur 4.1d: Die differensiële intensiteit, soos bereken vir die 1954-, 1965-en-1976-breedtegraadsopnames, met behulp van die Fourier-metode.

#### 4.2.1 Die 1965- $dN/dP$ verskil.

Volgens die Potch-metode is die differensiële intensiteitspektra vir 1954 en 1976 binne geskatte foutgrense eenders, maar in die omgewing van 5 GV is die 1965- $dN/dP$  18% laer as vir bogenoemde intensiteitspektra. (figuur 4.1)

Vir die metode van Dorman is die maksima van die absolute waardes van die 1954-en-1976- $dN/dP$ 's binne geskatte foutgrense eenders, maar verskil 13% ten opsigte van dié van die 1965- $dN/dP$  (figuur 4.1c). Uit figuur 4.1d geld ook vir die Fourier-metode dat die absolute waarde van die 1954-en-1976- $dN/dP$ 's groter is as vir 1965 (ongeveer 14% verskil).

Die variasie van die Potch-metode het verskillende  $dN/dP$ 's gelewer vir al drie breedtegraadsopnames onder beskouing. Weereens is gevind dat die 1954-en-1976- $dN/dP$ 's in absolute waarde groter maksima het as dié van die 1954-breedtegraadsopname. (figuur 4.1b) Daar is dus 'n sterk aanduiding vir die bestaan van 'n 22-jarige siklus.

#### 4.3 Die berekening van die modulasiefunksie.

Om die 22-jarige siklus meer kwantitatief te beskryf, word die modulasiefunksie  $M(P, t_1, t_2)$  vir 'n tydperk  $t_1$  ten opsigte van 'n tydperk  $t_2$  gedefinieer deur (Stoker et al. (1972)):

$$M(P, t_1, t_2) = \ln \frac{j(P, t_1)}{j(P, t_2)} \quad 4.1$$

waar  $j(P, t)$  die primêre differensiële spektrum is.

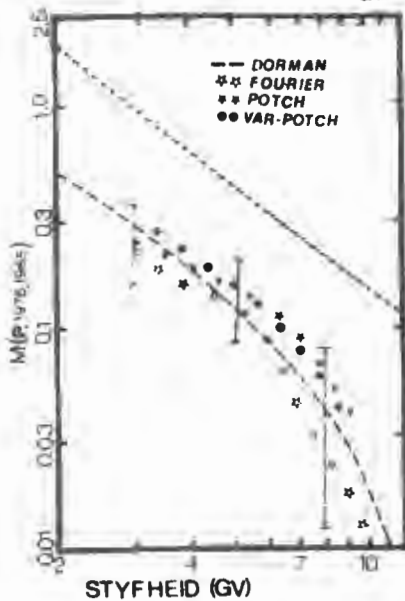
Nou geld verder dat

$$\frac{dN}{dP} = -j(P,t)S(P,x) \quad 4.2$$

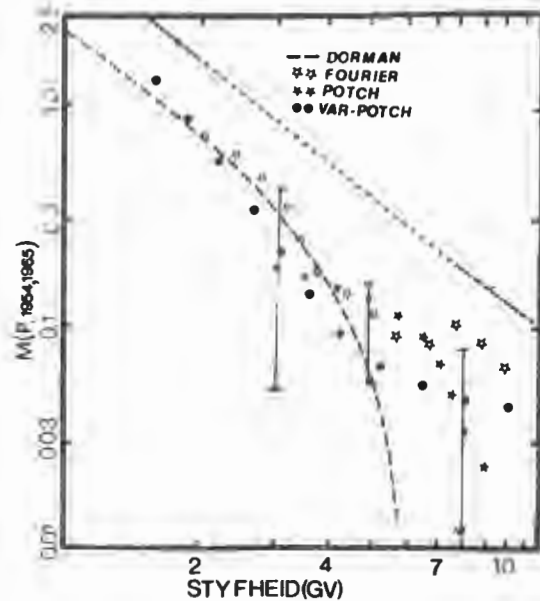
waar  $S(P,x,t)$  die opbrengsfunksie is en die gemiddelde aantal deeltjies is geregistreer op 'n diepte  $x$  in die atmosfeer as gevolg van 'n primêre deeltjie van kosmiese strale met styfheid  $P$ .

Uit 4.1 en 4.2 volg dat

$$M(P, t_1, t_2) = \ln \frac{\frac{dN}{dP}(P, x, t_1)}{\frac{dN}{dP}(P, x, t_2)} \quad 4.3$$



Figuur 4.2a



Figuur 4.2b

Figuur 4.2a: Die modulasiefunksie,  $M(P, 1976, 1965)$ , soos bereken volgens die verskeie metodes (met behulp van die Dorman-metode, die Potch-metode, die variasie van die Potch-metode en die Fourier-metode).  $-M(P, 1969, 1965)$  (---) is die modulasiefunksie soos bereken deur Stoker et al. (1972)

Figuur 4.2b: Die modulasiefunksie,  $M(P, 1954, 1965)$ , soos bereken volgens die verskeie metodes (met behulp van die Dorman-metode, die Potch-metode, die variasie van die Potch-metode en die Fourier-metode).  $-M(P, 1969, 1965)$  (---) is die modulasiefunksie soos bereken deur Stoker et al. (1972)

Hierdie modulasiefunksie is nou bereken vir 1954 en 1976 met 1965 as referensievlak ( $t_2$ ). In figuur 4.2a en 4.2b word onderskeidelik  $M(P, 1976, 1965)$  en  $M(P, 1954, 1965)$  aangetoon. Albei modulasiefunksies neem toe met afnemende styfheid. In beide figure word die betroubaarheidsintervalle, soos bereken met behulp van die Potch-metode, aangetoon. Die ander twee regressiemetodes lewer betroubaarheidsintervalle van dieselfde orde grootte op.

Wanneer die geskatte foutgrense in ag geneem word (waar van toepassing), lewer al vier metodes onder bespreking eenderse modulasiefunksies, soos uit figuur 4.2a en 4.2b gesien kan word. Die lae gehalte data van die 1954-breedtegraadsopname veroorsaak dat  $M(P, 1954, 1965)$  slegs binne relatief groot betroubaarheidsintervalle bekend is (figuur 4.2b).

Dit volg voorts uit figure 4.2a en b dat die modulasiefunksie  $M(p, 1976, 1965)$  en  $M(p, 1954, 1965)$  binne die geskatte foutgrense eenders is.

In figure 4.2a en b is ook die modulasiefunksie  $-M(P, 1969, 1965)$ , wat deur Stoker et al. (1972) vir die 11-jarige siklus bereken is, aangetoon.

Die modulasiefunksies  $M(P, 1976, 1965)$  en  $M(P, 1954, 1965)$ , wat 'n kwantitatiewe aanduiding is van die 22-jarige siklus, is onderskeidelik ongeveer 30% en 40% so groot as  $-M(P, 1969, 1965)$ . Verder het al drie laasgenoemde modulasiefunksie dieselfde styfheidsafhanklikheid.

#### 4.4 Gevolgtrekkings.

Uit die bespreking in 4.1 en 4.2 volg dus dat dit nie moontlik is om met absolute sekerheid te sê watter metode gebruik moet word om  $dH/dP$ 's te bereken nie. Die volgende breë riglyne kan egter gestel word vir die keuse van 'n metode om  $dN/dP$  te bereken:

Aangesien sekere eienskappe van die metodes onder bespreking nou saamhang met die kwaliteit van die data is dit belangrik dat die kwaliteit van die data in ag geneem moet word by die keuse van 'n metode om  $dN/dP$  te bepaal.

Die Fourier-metode kan effektief gebruik word indien genoeg hoë-kwaliteit data beskikbaar is. (Hoë kwaliteit data is data met 'n hoë intensiteit (sodat die statistiese fluktuasies relatief klein is) en data waarvan die afsnystyfhede akkuraat bekend is). Wanneer daar egter te min data beskikbaar is, of wanneer min data vir sekere afsnystyfhedsgebiede beskikbaar is, word die berekening van gelykgespasieerde punte (met behulp van die klasintervalmetode) sodanig bemoeilik dat dié metode nie met vrug gebruik kan word nie. Die belangrikste eienskap van die Fourier-metode is dat dit residue lewer wat stogasties is. Hierdie metode kan met vrug gebruik word om die kwaliteit van die data te ondersoek.

Die feit dat die regressie-metodes klein variasies in die teltempo uitfiltreer maak hierdie metodes geskik vir die berekening van  $dN/dP$ 's vir lae gehalte data.

Die Potch-metodes kan effektief gebruik word om  $dN/dP$ 's te bepaal

vir data wat oor klein afsnystyfhheidsgebiede van ongeveer 4 GV versamel is, mits hierdie afsnystyfhheidsgebied die plato insluit.

Die metode van Dorman kan kort stelle data goed hanteer, selfs vir gevalle waar die betrokke afsnystyfhheidsinterval nie naby aan die plato geleë is nie (mits goeie data beskikbaar is.) Hierdie metode kan ook gebruik word om die plato-intensiteit  $N_0$  te bereken. Die doel waarvoor die differensiële intensiteit gebruik word, moet ook in ag geneem word by die keuse van 'n metode vir die berekening daarvan.

Dit blyk uit die resultate dat die spektrum van primêre kosmiese strale sagter was in 1954 en 1976 as in 1965. Uit paragraaf 4.3 volg dat die vlak van modulasie vir 1976 en 1954 verskil van wat vir 1965 gevind is, terwyl 'n goeie ooreenkoms tussen 1954 en 1976 bestaan. Die modulasiefunksie  $M(P, 1976, 1965)$  en  $M(P, 1954, 1965)$ , is respektiewelik ongeveer 30% en 40% kleiner as die modulasiefunksie- $M(P, 1969, 1965)$  wat vir die 11-jarige siklus bereken is.

Daar is dus met drie onafhanklike numeries-wiskundige tegnieke gevind dat daar vir die drie datastelle onder beskouing, 'n twee-en-twintigjarige siklus bestaan.

Daar word aanbeveel dat daar gedurende die volgende tydperk van minimum sonaktiwiteit (1987) weer 'n uitgebreide breedtegraads-opname gemaak sal word, ten einde die differensiële intensiteit van dié tydperk met dié van 1954, 1965 en 1976 te kan vergelyk en die onsekerhede wat daar nog bestaan uit die weg te ruim.

## AANHANGSEL A

### DIE VERSKILLENDE BREEDTEGRAADSOPNAMES

#### A-1 Inleiding.

In hierdie studie word daar 'n vergelyking getref tussen drie verskillende breedtegraadsopnames, naamlik dié in 1954, 1965 en 1976. Al drie hierdie opnames is gemaak tydens 'n tydperk van minimum sonaktiwiteit. Die vergelyking tussen die resultate van die verskillende breedtegraadsopnames word bemoeilik deur faktore soos die tipe neutronmonitors wat gebruik is, die betroubaarheid van die berekende afsnystyfhede; die afsnystyfhedsgebied wat gedek is; temperatuurkorreksies wat deur sommige navorsers verwaarloos is; en die beperkte aantal opnames wat in die spesifieke tydperke onderneem is.

#### A-2 Die 1954-breedtegraadsopname.

Rose et al. (1956) het vanaf Julie 1954 tot November 1954 'n uitgebreide breedtegraadsopname van die nukleonkomponent van kosmiese strale met die ysbreker "Labrador" om die Noord-Amerikaanse vasteland gemaak.

Kodama (1968) het die volledige stel data wat met die "Labrador" in 1954 verkry is, gebruik om tot 'n N teen P verloop van 1954 te kom. Hy het die 12-uurgemiddelde waardes van die intensiteit gekorrigeer vir drukvariasies, deur gebruik te maak van 'n konstante verswakkingskoeffisiënt  $\beta = 0.735\% (\text{mbar})^{-1}$ , sowel as vir

primêre kosmiese straal variasies.

Potgieter et al. (1980) het die druk-gecorrigeerde teltempos herbereken, deur gebruik te maak van die vergelyking

$$\beta(P,x) = (a_1 + a_2 P)^{-1} \% (\text{mbar})^{-1}$$

met  $a_1 = 1.234 + (8.58 \times 10^{-5}) x$ ;  $a_2 = 1.10 \times 10^{-2} + (2.56 \times 10^{-5}) x$ .

P is die afsnystyfheid in Gigavolts en x is die atmosferiese diepte in millibars. Hierdie funksie is gepubliseer deur Dorman (1974)

Potgieter et al. (1980a) het afsnystyfhede bereken deur die vertikale afsnystyfhede, soos bereken deur Shea et al. (1975), te interpoleer.

In hierdie ondersoek is daar gebruik gemaak van hierdie data soos deur Potgieter et al. (1980b) voorberei.

### A-3 Die 1965-breedtegraadsopname.

Gedurende die tydperk van minimum sonaktiwiteit in 1965-1966 het Carmichael et al. (1969a) 'n binnelandse reis onderneem wat gestrek het aan dele van Kanada, die V.S.A., Mexiko en later ook Hawaii (Carmichael et al. (1969b)).

Carmichael et al. (1969c) het die data van hierdie breedtegraadsopname gekorrigeer vir primêre intensiteitsvariasies, atmosferiese druk-en-temperatuurveranderinge, asook vir omgewingsfaktore as gevolg van geboue, heuwels en sneeu.

Die berekeninge van Carmichael et al. (1969d) van afsnystyfhede is gebaseer op die werk van Shea en Smart (1966) en Shea et al. (1968). Daar is ook 'n geografiese korreksie aangebring vir die gebied oor Sentraal-Mexiko.

#### A-4 Die 1976-breedtegraadsopname.

Stoker et al. (1980) het vanaf Desember 1975 tot November 1976 'n uitgebreide breedtegraadsopname onderneem aan boord van die S.A. Hugenoet. Die breedtegraadsopname kan in vier seereise onderverdeel word: reis 1 vanaf Durban na Hong Kong na Durban; reis 4 om die Suid-Afrikaanse kus; reis 2 na New York. Reis 3 was 'n herhaling van reis 1.

Potgieter et al. (1980a) het die data van hierdie breedtegraadsopname gekorrigeer vir primêre intensiteitsvariasies, atmosferiese druk-en-temperatuurveranderinge. Potgieter et al. het afsnystyfhede bereken deur vertikale afsnystyfhede, soos bereken deur Shea et al. (1975), te interpoleer.

In tabel A<sub>3</sub> word 'n vergelyking tussen die verskillende breedtegraadsopnames getref.

Volgens 'n modulasiestudie van Flückiger (1973) is die effektiwiteit van IGY-monitors nagenoeg dieselfde as die effektiwiteit van die NM-64 neutronmonitors. Dit is bevestig deur die eksperimentele resultate van Raubenheimer (1970) vir 'n breedtegraadsopname wat per vliegtuig oor 'n afsnystyfhedeg gebied van 1.5 tot 13.5 GV gemaak is.

Breedtegraadsopname	Reis	Geografiese gebied	Afsnystyfhedinterval	Tipe neutronmonitor
1954	Seireis	Om Noord-Amerika	0-12,2 GV	IGY
1965	Binnelandse Reis	Kruis en dwars oor Noord-Amerika	0,7-13,3 GV	NM-64
1976	Seereis	Reis 2: Suid-Afrika na New York en terug.	1,9-13,7 GV	NM-64
		Reis 1, 3 en 4: twee maal vanaf Suid-Afrika na Japan en terug en om die Suid-Afrikaanse kus.	5,1-17,4 GV	NM-64

Tabel A<sub>3</sub>.



# Aanhangsel B-2: Die metode van Dorman.

```

C MIKROE PRUGRAM BEREKEN DN/DP MET BEHULP VAN DIE METODE
C VAN DORMAN. DIE INTEGRALE EN DIFFERENSIELE INTENSITEIT
C WORD UITGESLIP MET OOREENSTEMMEND BEHOUBAARHEIDSGEGENDE.
C
DIMENSION X(300),Y(300),C(4),PC(4),YB(300),FYB(300),
*FUY(300),U2Y(300),F02Y(300),XIX(901),IBUF(250),UYB(300),
**X(300),YY(300),YBER(300),UYBER(300),OYTB(300)
COMPILE DOUBLE PRECISION
*MSIN(0.1)
**CUS(0.1)
CALL PLOT(100F(1),1000,0)
C ***** INLEES VAN DATA *****
C
ACCEPT 'HEER U MET KLASINTERVALLE? JA/2/NEE ' ,IKLAS
ACCEPT ' SKAALFAKTOR VIR GRAFIEK = ' ,FAC
READ #NEE(9) NDATA,M,DELTA,UGRDE,T
ACCEPT ' GRAAD VAN PASSING = ' ,M4
ACCEPT ' AANVANGSINTENSITEIT = ' ,U1
DO 10 I=1,NDATA
IF (IKLAS.EQ.1) READ FREE(9) Y(I)
X(I)=UGRDE*DELTA/2.0+FLUAT(I-1)*DELTA
IF (IKLAS.EQ.2) READ FREE(9) X(I),Y(I)
CONTINUE
10
C ***** TRANSFORMEER DATA *****
C
DO 205 I=1,2
DO 90 I=1,NDATA
YY(I)=LUG(LUG(0.1/(0.1-Y(I))))
XX(I)=X(I)
IF (M.EQ.1) XX(I)=LUG(X(I))
C ***** DOEN REGENSIE *****
C
CALL UPASC4(XX,YY,NDATA,M,C,PC,VAN,YB,FYB,UYB,FUY,U2Y,
* XIX,CM12,AKUH)
ALFA=EXP(C(1))
CA=C(2)
FIR=0.1*(1.0-EXP(ALFA/10.0*CA))
WRITE(12,432)PTR
FORMAT(1X,' NUMERICALISASIE-FAKTOR='F12.0)
DO 298 I=1,NDATA
Y(I)=Y(I)/FIR*100.0
205 0.1=1/FIR*100.0
C ***** UITSKRYF VAN DATA *****
C
MMMM*
DO 20 J=1,MM
WRITE(12,30)C(J),PC(J)
FORMAT(1X,F12.0,F12.0)
CONTINUE
20
WRITE(12,40)JAK
FORMAT(1X,' VARIANSIE = 'F12.0)
WRITE(12,40)MI
FORMAT(' AANVANGSINTENSITEIT = 'E15.7)
WRITE(12,40)YI
FORMAT(1X,' LUG(X) Y-TRANS. Y-BEREKEN > FOUT UYBER
* Y YBER MEDIOU Y-TRANS. Y-FUNKSIE ')
SUM=0.0
DO 35 I=1,NDATA
LX=C(2)
ALFA=EXP(C(1))
IF (C(4).EQ.2) X(I)=EXP(X(I))
UYB(I)=LUG(0.1/(0.1-Y(I)))=(0.1-Y(I))/X(I)*UYB(I)
YBER(I)=0.1*(1.0-EXP(ALFA/X(I)*CA))
YBER(I)=YBER(I)*SUM**2
WRITE(12,40)X(I),YY(I),YB(I),FYB(I),UYB(I),X(I),
* Y(I),YBER(I),YBER(I),UYB(I),UYBER(I)
FORMAT(1X,F12.0,F12.0)
35 CONTINUE
VARSUM=0.5*FLUAT(NDATA)
WRITE(12,119)JAK
FORMAT(' GEMIDDELDE VARIANSIE = 'E15.7)
119
C ***** GRAFIEK VAN DN/DP TEEN P *****
C
CALL PLOT(0.0,-14.0,-5)
CALL PLOT(0.0,1.5,-5)
CALL FACTOR(FAC)
C ***** OM X-AS TE TEK *****
C
DO 15 I=1,11
XIX*FLUAT(IX-1)*1.7
XX*FLUAT(IX-1)*1.4
IF (IX.EQ.0) CALL SYMBOL(XXX,-0.5,0.14,'M',0.0,1)
CALL NUMBER(XXX,-0.25,0.14,XIX,0.0,1)
CALL PLOT(14.0,0.0,3)
DO 14 J=1,11
XJX(JA-1)*1.4
14 CALL SYMBOL(XJX,0.0,0.14,13,0.0,-2)
C ***** OM Y-AS TE TEK *****
C
DO 115 I=1,11
YIY=FLUAT(IY-1)*10.0/70.0
YY*FLUAT(IY-1)
IF (IY.EQ.0) CALL SYMBOL(-0.5,0.14,'M',0.0,1)
CALL NUMBER(-0.25,0.14,YIY,0.0,1)
CALL PLOT(0.0,0.0,3)
DO 110 JY=1,11
YJY=1.0-JY
110 CALL SYMBOL(0.0,YJY,0.14,13,0.0,-2)
C ***** OM PUNTE TE TEK *****
C
DO 1900 I=1,NDATA
Y(I)=(Y(I)-70.0)/10.0
CALL SYMBOL(X(I),Y(I),0.14,0.0,-1)
1900 CONTINUE
AA*X(NDATA)/420.0*1.7/1.4
YBER(I)=(0.1*(1.0-EXP(ALFA/AA*CA)))-70.0/10.0
CALL PLOT(AQA,YBER(I),3)
DO 2069 IO=2,420
YBER(IO)=(HI*(1.0-EXP(ALFA/(IO*AA)*CA))-70.0)/10.0
00*FLUAT(IO)*X(NDATA)/420.0
CALL PLOT(OBB,YBER(IO),2)
2069 CONTINUE
C ***** FOUT-BEREKENING *****
C
DO 3222 JJ=1,NDATA,5
AAAA*(JJ)=1.7/1.4
FMAK=0.1/EXP(EXP(YB(JJ)+FYB(JJ))*0.1)
FMI=0.1/EXP(EXP(YB(JJ)+FYB(JJ))*0.1)
FFP=(FMAK-70.0)/10.0
FIR=(FMI-70.0)/10.0
FIR=0.1/EXP(EXP(YB(JJ)))
PENB=(FMAK-FMI)/FIR*100.0
WRITE(12,2243)FMAK,FIR,FMI,PENB
FORMAT(1X,E15.7,E15.7,E15.7,E15.7,'-----',F1.0)
2243 CALL SYMBOL(XJJ,FFP,0.14,13,0.0,-1)
3222 CALL SYMBOL(XJJ,FFB,0.14,13,0.0,-2)
015 CALL EXIT
STOP
END

```



```
5 FORMAT(3X,110,7X,110,4X,110,2X,F15.8,/)
CONTINUE
IF(KS.EQ.1) WRITE(11,85)
IF(KS.GT.1) WRITE(11,105)
FORMAT(3X,20NDATA SEQUENCE NUMBER,/)
FORMAT(11X,3X,20NDATA SEQUENCE NUMBER,/)
WRITE(11,95)KS
FORMAT(10X,14,/)
IF(FILT.EQ.1) GO TO 17
WRITE(11,100)
FORMAT(3X,31MINTEVAL OF DATA SET (SECONDS),10X,40OPTIMAL VALUE
OF SECOND-ORDER REGULARIZATION PARAMETER ALPHA,/)
WRITE(11,110)HAPER,ALFAM
FORMAT(8X,F15.8,36X,E15.8,/)
IF(FILT.EQ.2) GO TO 18
WRITE(11,120)
FORMAT(3X,31MINTEVAL OF DATA SET (SECONDS),/)
WRITE(11,130)HAPER
FORMAT(8X,F15.8,/)
CONTINUE
SOMME=0.0
SOMNT=0.0
DO 111 I=1,NDATA
OFBER(I)=OF(I)
DE1(I)=Y(I,KS)-F(I)
DE2(I)=OFBER(I)-OF(I)
SOMME=SOMME+DE1(I)**2
SOMNT=SOMNT+DE2(I)**2
111 CONTINUE
IF(KLM.EQ.1) GO TO 1901
WRITE(11,109)
WRITE(11,111)
111 FORMAT(' * FUNKSIEWAARDE F * F NA PASSING * (F-FPAS)/F * D
OF BEREKEN * OF NA PASSING * (DF-DFPAS)/DF * DZF
* * ')
WRITE(11,109)
DO 112 I=1,NDATA
WRITE(11,113)Y(I,KS),F(I),DE1(I),OFBER(I),OF(I),DE2(I),DZF(I)
113 FORMAT(' * ,E15.7, * * ,E15.7, * * ,E15.7, * * ,E15.7, * * ,E15.7
* * ,E15.7, * * ,E15.7, * * ,E15.7, * * ')
WRITE(11,108)
108 FORMAT(' *
* * ')
112 CONTINUE
WRITE(11,109)
109 FORMAT(' *
* * ')
901 IF(FILT.EQ.1) WRITE(11,140)
FORMAT(11X,3X,72HFILTERED ZERO-ORDER FOURIER COEFF. C0(J), J=0....
* ,NDATA-1 (READ ACROSS),/)
IF(FILT.EQ.2) WRITE(11,30)
FORMAT(11X,3X,79HSECOND-ORDER FILTERED FOURIER COEFFICIENTS C2(J),
* J=0....,NDATA-1 (READ ACROSS),/)
FORMAT(10X,5HIFILT,11X,5HNDATA,11X,2HNS,11X,4HDELTA,/)
LL=8
DO 8 L=1,NDATA,8
IF(LL.GT.NDATA)LL=NDATA
WRITE(11,40)(C1(I),I=L,LL)
LL=LL+8
IF(FILT.EQ.2) GO TO 19
WRITE(11,80)
FORMAT(///)
WRITE(11,150)
LL=8
DO 13 L=1,NDATA,8
IF(LL.GT.NDATA)LL=NDATA
WRITE(11,40)(C2(I),I=L,LL)
LL=LL+8
WRITE(11,80)
WRITE(11,160)
LL=8
DO 14 L=1,NDATA,8
IF(LL.GT.NDATA)LL=NDATA
WRITE(11,40)(C2(I),I=L,LL)
LL=LL+8
CONTINUE
SOM=0.0
RYAL=DELT*(FLOAT(NDATA)-1.)
DO 301 J=1,NDATA
NJ=(FLOAT(J)-1.)**PI/RVAL
SOM=SOM+G(J)*SIN(NJ*PI)
CONTINUE
FINT=Y(1,KS)+Y(NDATA,KS)-Y(1,KS)*PI/RVAL+SOM
WRITE(11,302)FINT
FORMAT('F(10.00) = ,E15.7)
CONTINUE
VAR1=(SOMME**0.5)/FLOAT(NDATA)
VAR2=(SOMNT**0.5)/FLOAT(NDATA)
WRITE(11,1478)VAR1,VAR2
FORMAT(F12.6,5X,F12.6)
DO 2361 JK=1,NDATA
Y(JK,1)=Y(JK,1)*100.0/FINT
178 CONTINUE
FORMAT(3X,73HFILTERED FIRST-ORDER FOURIER COEFF. C1(J), J=0....ND
*ATA-1 (READ ACROSS),/)
FORMAT(3X,74HFILTERED SECOND-ORDER FOURIER COEFF. C2(J), J=0....N
*DATA-1 (READ ACROSS),/)
40 FORMAT(3X,E15.7)
CALL FACTOR(10.5)
CALL PLOT(10.0,-14.0,-13)
YDOR=L.0
XDX=L.75
YDY=20.0
ODX=XDX
ODY=-1.0
CALL PLOT(XDOR,YDOR,-13)
CALL AXIS(0.0,0.0,1BCD,-1,10.0,0.0,0.0,0.0,0.0)
CALL AXIS(0.0,0.0,0.0,KBCD,1,8.0,90.0,40.0,0.0,0.0,10.0)
DO 1492 I=1,NDATA
X(I)=BGWRDE*DELT/2.0+DELT*FLOAT(I-1)
IF(KODE.EQ.2) X(I)=EXP(X(I))
X(I)=X(I)*10.0/17.5
YYY(I)=(Y(1,1)-40.01/20.0)
CALL SYMBOL(X(I),YYY(I),0.07,3.0,0.0,-1)
52 CONTINUE
F(1)=(F(1)-40.01)/20.0
CALL PLOT(X(1),F(1),13)
DO 1280 I=2,NDATA
F(I)=(F(I)-40.01)/20.0
CALL PLOT(X(I),F(I),2)
CONTINUE
XDOR=0.0
YDOR=9.0
```

```
CALL PLOT(XDOR,YDOR,-13)
CALL AXIS(0.0,0.0,1BCD,-1,10.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0)
CALL AXIS(0.0,0.0,0.0,KBCD,1,8.0,90.0,40.0,0.0,0.0,10.0)
DO 1298 J=1,NDATA
IF(DF(J).GT.1.0)CALL SYMBOL(X(J),-0.5,0.07,63,0.0,-1)
IF(DF(J).GT.1.0) GO TO 1298
DF(J)=ABS(DF(J))
IF(DF(J).GT.8.0)CALL SYMBOL(X(J),8.0,0.07,62,0.0,-1)
IF(DF(J).GT.8.0) GO TO 1298
CALL SYMBOL(X(J),DF(J),0.07,3.0,0.0,-1)
1298 CONTINUE
CALL PLOT(12.0,0.0,-13)
XDOR=12.0
1747 CONTINUE
GO TO 1199
615 CALL EXIT
STOP
END
SUBROUTINE ALFM(N,GG,NDATA,S,MOD,N,P1,A,B,ALFAM)
C
C *****
C THIS SUBROUTINE COMPUTES THE OPTIMAL VALUE OF THE PARAMETER ALPHA AND THE
C CORRESPONDING OPTIMAL FILTER HEIGHTS ALD(J), J=1,...,NDATA. THESE
C VALUES ARE PRINTED ON OUTPUT.
C *****
DIMENSION G(NDATA),A(NDATA),B(NDATA)
COMMON/SUMA/SUMA
N=NDATA-1
M=PI/FLOAT(N)
C
C NOTE THAT M FOR THE DOLLY EXTENDED DATA IS M=2*PI/(2*M).
DELTA=1.0/FLOAT(N)
NCON=DELTA
C
C COMPUTE PERIODICGRAM A(J), J=1,...,NDATA.
IF(MOD.LT.2) GO TO 14
SUMA=0.
DO 1 J=1,NDATA
A(J)=LOAD(N)*(GG(J)**2)/PI
SUMA=SUMA+A(J)
14 CONTINUE
B(1)=0.
DO 2 J=2,NDATA
MDC=CFLOAT(J-1)
MUS=1.
DO 2 L=1,M
MDS=MDS+MUS*(2*L)
B(J)=MUS*MDS*(2*MDD)
IF(SUMA.LT.1.E-20) GO TO 13
MHI=MHI.E20
HLOOP=40
DO 3 I=1,HLOOP
ALFA=10./10.**I
CALL ALFUN(NDATA,ALFA,A,B,F,G)
IF(F.LT.FMIN)ALF=ALFA
FMIN=MHI*(FMIN,F)
ALFA=ALFA/10.
ALFAU=10.*ALFA
IF(ALFAU.GT.1.0) ALFAU=1.0
ALFA=(ALFA+ALFAU)/2.
IF((ALFAU-ALFA)/ALFA.LT.0.01) GO TO 11
CALL ALFUN(NDATA,ALFA,A,B,F,G)
CALL ALFUN(NDATA,ALFA,A,B,F,G)
CALL ALFUN(NDATA,ALFAU,A,B,F,G)
IF(GL.LT.0.) GO TO 7
GO TO 8
7 GL=GL
GM=GM
GU=GU
PL=GL*GM
IF(PL.LT.0.) GO TO 9
GO TO 10
9 ALFAU=ALFA
GO TO 6
10 ALFA=ALFA
GO TO 6
13 ALFA=0.
11 DO 12 J=1,NDATA
B(J)=1./((1.+ALFA**N(J))
RETURN
END
SUBROUTINE DRENO(Y,NDATA,NS,KS,G,SLOPE)
C
C *****
C SUBROUTINE CONVERTS THE INPUT DATA Y INTO DATA G SUCH THAT G(1)=G(NDATA)=0
C *****
DIMENSION Y(NDATA,NS),G(NDATA)
SLOPE=(Y(NDATA,KS)-Y(1,KS))/FLOAT(NDATA-1)
DO 1 K=1,NS
G(K)=Y(K,KS)-Y(1,KS)-SLOPE*FLOAT(K-1)
RETURN
END
SUBROUTINE COME(C,HEA,HIM)
C *****
C ON DIE REELE DEEL,GR,EN DIE IMAGINEHE DEEL,IM,VAN N KOMPLEXE
C BETAL KOM TE VIND,GR EN CI MOET REAL=8 ELK REES
C DOUBLE PRECISION COME C,0
DOUBLE PRECISION REA,HIM,H(2)
EQUIVALENCE(R(1),0)
D=C
REA=R(1)
RIM=H(2)
RETURN
END
SUBROUTINE ALFUN(NDATA,R,L,A,B,F,G)
C
DIMENSION A(NDATA),B(NDATA)
N=NDATA-1
SUM1=0.
SUM2=0.
SUM3=0.
SUM4=0.
DO 1 J=2,NDATA
FA=1.+1./ALFA**N(J)
IF(ABS(A(J)).LE.1.E-22)A(J)=0.0E0
IF(ABS(A(J)).GT.1.E22)SUM1=SUM1+ABS(A(J))
IF(ABS(A(J)).GT.1.E22) GO TO 2
SUM1=SUM1+A(J)/(B(J)+FA**2)
SUM2=SUM2+A(J)/FA
SUM3=SUM3+1./B(J)*FA
SUM4=SUM4+ALOG(FA)
F=FLOAT(N)*ALOG(SUM2)+SUM1
G=FLOAT(N)*SUM1/SUM2+SUM3
RETURN
END
```

## DANKBETUIGINGS.

Hiermee wens die skrywer die volgende persone en instansies van harte te bedank:

Dr B.C. Raubenheimer vir sy daadwerklike hulp en leiding as studieleier.

Mnr M.S. Potgieter vir sy raad en hulp.

Prof P.H. Stoker vir sy aanmoediging en belangstelling.

Dr H. Hatze, vir die gebruik van sy rekenaarprogramme.

Mnr. J.L. van Rooy, Mnr A.W. de Beer en die Departement Rekenaar-dienste van die P.U. vir C.H.O. vir hulle hulp.

Mev J.C. van Wyk, vir die puik tikwerk wat sy gelewer het.

Die R.A.K. en W.N.N.R. vir die finansiële ondersteuning wat hierdie projek moontlik gemaak het.

My familie en veral my vader en moeder, vir hulle ondersteuning en aanmoediging.

Bowenal dank ek ons Hemelse Vader vir die geleentheid om hierdie studie te kon voltooi. Aan Hom die eer.

## BRONNELYS

- ANDERSSEN, R.S. en P.B. Bloomfield, Numerical differentiation procedures for non-exact data. Numer. Math., 22, 157-182, 1974a.
- ANDERSSEN, R.S. en P.B. Bloomfield, A time series approach to numerical differentiation, Technometrics, vol. 16, No. 1, 1974b.
- BAART, M.L., Computational experience with the spectral smoothing method for differentiating noisy data. CSIR, Technical report, TWISK 172, Pretoria, 1980.
- CARMICHAEL, H., M. Bercovitch, J.F. Sheltjies en M. Magadin. Can. J. Phys., 47, 2037, 1969a.
- CARMICHAEL, H., M.H. Shea en R.W. Peterson. Can. J. Phys., 47, 2057, 1969b.
- CHAPMAN, S. en J. Bartels. Geomagnetism, Oxford, Press, London, 1940.
- CULLUM, J. Numerical differentiation and regularization. Siam J. Numer. Anal. 8, 245-265, 1971.
- DORMAN, L.I., Cosmic Ray Var., State Publ. House, Moscow, 1957.
- DORMAN, L.I., Acta Phys. Dead. Scient. Hung., 29, Suppl. 2, 233, 1970.
- DORMAN, L.I., Cosmic Rays Variations and Space Explorations, Morth Holland Publishing Company, Amsterdam, 167, 1974.
- DEBRUNNER, H., 15th Int. Conf. Cosmic Rays (Plovdiv), Rapporteur paper, 1977.
- FLÜCKIGER, E., Dissertation, Universiteit van Bern, 1973.

- GOLENKOV, E.A., V.P. Oklaphov, N.S. Svirzhevsky,  
A.K. Svitzheuskaya en Yu. I. Stozhov, Proc. 15th Int. Conf.  
Cosmic Rays (Plovdiv), MG-138, 4, 229, 1977.
- HATZE, H. An algorithm for computing higher-order derivatives  
of noisy experimental data sequerees. Numer Math, 48, 183-195,  
1981.
- IAGA Comm. 2 Work. Group 4, Journ. Geophys. Res., 74, 4407, 1969.
- KEITH, J.E., R.W. Patterson, R.L. Tjonaman en J.R. Wang, Journal.  
Geophys. Res., 73, 354, 1968.
- KÖNIG, P.J., A.J. van der Walt, P.H. Stoker, B.C. Raubenheimer,  
M.A. Shea en D.F. Smart, Proc. 15th Int. Conf. Cosmic Rays  
(Plovdiv), MG-119, 4, 173, 1977.
- KODAMA, M., Jare Sci.-reports, A5, 1968.
- MATHEWS, T., D.H. Stoker en B.G. Wilson, Planet. Space Sci.,  
19, 981, 1971.
- MATSUSHITA, S. en W.H. Campbell, Physics of geomagnetic pheno-  
mena, 11-2, 192, 1967.
- MISCHKE, C.F.W., M.Sc.-Verhandeling, P.U. vir C.H.O., 1972.
- MORAAL, H., D.Sc.-Proefskrif, P.U. vir C.H.O., 1973.
- POTGIETER, M.S., M.Sc.-Verhandeling, P.U. vir C.H.O., 1978.
- POTGIETER, M.S., B.C. Raubenheimer, P.H. Stoker en A.J. van  
der Walt, S.Afr. J. Phys., 3, 73, 1980a.
- POTGIETER, M.S., H. Moraal, B.C. Raubenheimer en P.H. Stoker.,  
S.Afr. J. Phys., 3, 73, 1980b.
- QUENBY, J.J., en W.R. Webber, Phil. Mag., 4, 90, 1959.

- RAUBENHEIMER, B.C., M.Sc.-Verhandeling, P.U. vir C.H.O., 1970.
- RAUBENHEIMER, B.C., D.Sc.-Proefskrif, P.U. vir C.H.O., 1972.
- ROSE, D.C., K.B. Fenton, J. Katzman en J.A. Simpson, Can. J. Phys., 34, 968, 1956.
- SAWYER, D.M., J.F. Ormes, W.R. Webber en R.G. Bingham, Proc. Int. Conf. Cosmic Rays, Calgary, MOD 105, 1968.
- SHEA, M.A., Briefwisseling met P.H. Stoker, 1967.
- SHEA, M.A., D.F. Smart en J. R. McCall, Can. Journ. Phys., 46, S1098, 1968.
- SEHA, M.A., en D.F. Smart, 14th Int. Conf. of Cosmic Rays, Paper MG 8-10, München, Conference papers 4, 1298, 1975.
- SIMONS, H.P., Ind. Eng. Chem (Anal. Ed.), 13, 563, 1941.
- STOKER, P.H., B.C. Raubenheimer en A.J. van der Walt, Rigidity dependence of cosmic ray modulation at rigidities bigger than 2 GV in August 1969, JGR 77, 3575, 1972.
- STOKER, P.H., B.C. Raubenheimer en A.J. van der Walt, Journ. Geophys. Res., 77, 3575, 1972.
- STOKER, P.H., A.J. van der Walt en M.S. Potgieter, S.Afr. J. Phys., 3, 73, 1980.
- VAN DER WALT, D.Sc.-Proefskrif, P.U. vir C.H.O., 1975.
- WORTHING, A.G. en J. Geffner, Treatment of experimental data, 4, 88, 1948.