

**'N MODEL VIR DIE KONSEPTUELE LEER VAN
WISKUNDE IN 'N DINAMIESE TEGNOLOGIES-
VERRYKTE OMGEWING BY VOORGRAADSE
WISKUNDE-ONDERWYSSTUDENTE**

ANNALIE ROUX

Proefskrif voorgelê vir die graad *Philosophiae Doctor*
in
Wiskunde-onderwys
aan die
Potchefstroomkampus van die Noordwes-Universiteit

Promotor:
Prof HD Nieuwoudt

Mede-promotor
Dr SM Nieuwoudt

POTCHEFSTROOM
2009

Opedra aan Tinus, Lean, Annike en Marinette wat my lewe met sonskyn vul.

BEDANKINGS

Alle eer aan my Hemelse Vader wat aan my die krag, deursettingsvermoë en wysheid gegee het om hierdie studie te voltooi.

Graag wil ek ook die volgende persone vir hulle bydrae bedank:

- Prof Hercules Nieuwoudt as promotor vir sy kundige raad en leiding. Dankie vir u aansporing en opbouende kommentaar en dat u in my geglo het, selfs al het die pad soms steil gelyk.
- Dr Susan Nieuwoudt as mede-promotor vir haar deeglike leiding. Dankie dat jy beskikbaar was en altyd moeite gedoen het om antwoorde op ingewikkelde vrae te vind.
- My eggenoot Tinus en kinders, Lean, Annike en Marinette vir hulle opoffering, motivering en geduld. Dankie dat julle begrip getoon het.
- My familie (Pa Leo en Ma Hettie, Chris, Kobie, Jacques, Lientjie) en vriende (Anne-Marie, Hannalene, Marthie, Elsie, Charmaine, Elise, Elize) vir hulle liefde, aanmoediging, belangstelling en daaglikse ondersteuning.
- Die eerstejaar wiskundestudente van 2006 wat deelgeneem het aan hierdie studie.
- My kollegas, Marthie, Rudi en Heleen vir hulle geduld, volgehoue ondersteuning en aanmoediging.
- Die dekaan, Prof Petra Engelbrecht vir die studieverlof wat aan my toegestaan is, asook vir haar opregte belangstelling en ondersteuning.
- Die direkteur van SKS, Prof Barry Richter vir die geleentheid wat hy my gegee het, asook beskikbaarstelling van finansiële hulp om my werk ligter te maak.
- Dr. Suria Ellis vir die verwerking van statistiese data en haar professionele advies.
- Prof. Casper Lessing vir die tegniese versorging van die bibliografie.
- Cliff Smuts vir die taalversorging.
- Susan van Bijlon vir al haar werk met die sketse, tegniese versorging en bladuitleg.

Die finansiële bydrae van die National Research Foundation (NRF), deur die Spatial Development and Geometry Curriculum design-Project (GUN: 2053491) tot hierdie navorsing word hiermee erken. Menings wat uitgespreek word en gevolgtrekkings waartoe gekom word, is die van die outeur en nie noodwendig die van die NRF nie.

VERKLARING : NASIEN VAN BRONNELYS

Gerrit Dekkerstraat 1
POTCHEFSTROOM
2531
24 November 2008

Me Annalie Roux
Vakgroep: Wiskunde
NWU (Potchefstroomkampus)
POTCHEFSTROOM

VERKLARING: NASIEN VAN BRONNELYS

Hiermee verklaar die ondergetekende dat hy die Bronnelys vir die PhD.-studie van me Annerie Roux tegnies volgens die voorskrifte van die Noordwes-Universiteit nagesien en versorg het.

Die uwe

Prof CJH LESSING

VERKLARING VAN TAALVERSORGER

 **Cliff Smuts**
Taalpraktisyn

Keyterstraat 51/ Posbus 469
OUDTSHOORN
6620
Tel. (044) 272-2473
Sel: 084 679 2210
E-pos: csmuts@xsinet.co.za

1 Desember 2008

Heil die leser

Hiermee verklaar ek dat ek die volledige taalsorg van hierdie tesis van Annalie Roux: " 'n Model vir die konseptuele leer van wiskunde in 'n dinamiese tegnologies-verrykte leeromgewing by voorgraadse wiskunde-onderwysstudente" onderneem en afgehandel het volgens die taal- en spelreëls van die Afrikaanse taal.

Cliff Smuts

VERKLARING VAN STATISTIESE KONSULTASIEDIENS



NORTH-WEST UNIVERSITY
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA
NOORDWES-UNIVERSITEIT
POTCHEFSTROOMKAMPUS

Privaatsak X6001 Potchefstroom 2520
Tel (018) 299 1111 Faks (018) 299 2799
<http://www.puk.ac.za>

Statistiese Konsultasiediens

Tel: (018) 299 2550

Faks: (018) 299 2557

10 November 2008

Re: Verhandeling Me. A. Roux, studentenommer: 12040177

Hiermee word bevestig dat die data-analise deur die Statistiese Konsultasiediens van die Noordwes-Universiteit (Potchefstroomkampus) gedoen is en dat hulp verleen is met die statistiese interpretasie van die resultate. Die betrokke hoofstuk se manuskrip is ook deur ons geredigeer.

Vriendelike groete

Dr. S.M. Ellis (Pr. Sci. Nat)
Hoofvakkundige Statistiese Konsultasiediens

ABSTRACT

It is no unknown fact that South African learners underachieve in mathematics. Due to the fact that the quality of mathematics teaching is one possible factor that has an influence on learners' mathematics achievement, there are valid reasons questioning the conceptual mathematical knowledge of mathematics teachers. In order to facilitate conceptual understanding teachers themselves must possess profound mathematical knowledge. Apart from the influence of a teacher's knowledge for teaching, teachers' attitudes and beliefs play a meaningful role in the way they teach mathematics. The deficient nature of prospective and practising teachers' knowledge of school mathematics, as well as their attitudes and beliefs towards mathematics has serious implications for the training of prospective mathematics teachers.

Literature reveals that a technologically enhanced environment can improve the conceptual learning of prospective mathematics teachers. The purpose of this study was to determine the influence of a dynamic technologically enhanced environment on the attitudes and beliefs, as well as the conceptualisation of prospective mathematics teachers regarding the function concept. In this study, prospective teachers were exposed to Geometer's Sketchpad®, a dynamic software programme providing a powerful learning context that promotes the investigation of algebraic relationships.

In order to answer the research question, an explanatory mixed method design was used. In the quantitative part of the study, the Study Orientation Questionnaire in Mathematics and a function test were administered to prospective teachers. In the latter, conceptualisation of the function concept was measured in terms of four competence components, namely interpretation, modelling, translation and reification. In the qualitative part of the investigation semi-structured and task-based interviews were held with a group of prospective teachers. Analysis of the results revealed that the dynamic technologically enhanced environment did not contribute to an improvement of the prospective teachers' attitudes and beliefs. In fact, these decreased visibly. Regarding their conceptualisation, only the reification component showed a practically significant improvement.

It therefore appears as if prospective teachers are not being prepared to benefit from the dynamic technologically enhanced environment. A model is proposed for the effective use of such a learning environment. The model involves that diagnostic assessment be made of prospective teachers' basic knowledge of the function concept, their study habits, their attitudes and beliefs with respect to mathematics, as well as their mathematics anxiety. The second component comprises recommendations made to prospective teachers as a result of the diagnostic assessment, as well as continuous support being offered as an integrated part of the mathematics module. Support is offered with respect to cognitive and meta-cognitive skills, affective factors and the creation of an advantageous technologically enhanced learning environment.

Despite the restricted value of generalisation of the findings from this study, I still recommend the expansion, refining and implementation of the model so that prospective mathematics teachers can effectively benefit from a technologically enhanced environment.

Key words for indexing: mathematics education, mathematics teacher education, teacher knowledge, prospective mathematics teachers, function concept, conceptual learning, tertiary education.

OPSOMMING

Dit is geen onbekende feit dat Suid-Afrikaanse leerders in wiskunde onderpresteer nie. Omdat die kwaliteit van wiskunde-onderrig een moontlike faktor is wat leerders se wiskundeprestasie kan beïnvloed, is daar grondige rede tot kommer oor die konseptuele wiskundekennis van wiskunde-onderwysers. Ten einde konseptuele begrip te fasiliteer moet onderwysers self 'n diepgaande wiskundekennis hê. Benewens die invloed van 'n onderwyser se kennis vir onderrig, speel onderwysers se houdings en oortuigings ten opsigte van wiskunde 'n betekenisvolle rol in die manier waarop hulle wiskunde onderrig. Die gebrekkige aard van voornemende en praktiserende onderwysers se kennis van skoolwiskunde, asook hulle houdings en oortuigings ten opsigte van wiskunde het ernstige implikasies vir die opleiding van voornemende wiskunde-onderwysers.

Uit die literatuur blyk dit dat 'n tegnologies-verrykte leeromgewing die konseptuele leer van voornemende onderwysers kan verbeter. In hierdie studie was die doel om vas te stel wat die invloed van 'n dinamiese tegnologies-verrykte leeromgewing op die houdings en oortuigings, asook die konseptualisering van voornemende onderwysers met betrekking tot die funksiekonsep is. Voornemende onderwysers is blootgestel aan Geometer's Sketchpad®, 'n dinamiese rekenaarprogram wat 'n kragtige leerkonteks voorsien wat die ondersoek van algebraïese verwantskappe kan bevorder.

Ten einde die navorsingsvraag te beantwoord is gebruik gemaak van 'n verklarende gekombineerde metode-ontwerp. In die kwantitatiewe deel van die ondersoek is die Studie-oriëntasie-vraelys in Wiskunde, asook 'n funksietoets by voornemende onderwysers ingeskakel, waar konseptualisering ten opsigte van die funksiekonsep aan die hand van vier bevoegdheidskomponente gemeet word, naamlik interpretasie, modellering, omskakeling en reïfikasie. In die kwalitatiewe deel van die ondersoek is semi-gestruktureerde en taakgebaseerde onderhoude met 'n groep voornemende onderwysers gevoer. Na ontleding van die resultate het dit geblyk dat 'n dinamiese tegnologies-verrykte leeromgewing nie daartoe bygedra het dat voornemende onderwysers se houdings en oortuigings ten opsigte van wiskunde verbeter het nie. Dit het eerder sigbaar verswak. Wat betref hulle konseptualisering, was daar slegs in die reïfikasiekomponent 'n prakties betekenisvolle verbetering.

Dit wil dus voorkom asof voornemende onderwysers nie voorberei is/ word om by die dinamiese tegnologies-verrykte leeromgewing baat te vind nie. 'n Model vir die effektiewe benutting van so 'n leeromgewing is voorgestel. Die model behels eerstens dat diagnostiese assessering van voornemende onderwysers se basiese funksiekonsepte, studiegewoontes, houdings en oortuigings ten opsigte van wiskunde en wiskunde-angs gemaak word. Die tweede komponent behels die aanbevelings wat aan voornemende onderwysers gemaak word na aanleiding van die diagnostiese assessering en deurlopende ondersteuning wat gebied word as 'n geïntegreerde deel van die wiskundemodule. Ondersteuning geskied ten opsigte van kognitiewe en metakognitiewe vaardighede, affektiewe faktore en die skep van 'n bevorderlike tegnologies-verrykte leeromgewing.

Ten spyte van die beperkte veralgemeningswaarde van die bevindings maak ek nogtans die aanbeveling dat die model verder uitgebou, verfyn en geïmplementeer word sodat voornemende wiskunde-onderwysers effektief by 'n tegnologies-verrykte leeromgewing kan baat vind.

Woorde vir indeksering: wiskunde-onderwys, wiskunde-onderwyseropleiding, onderwyser-kennis, voornemende wiskunde-onderwysers, funksiekonsep, konseptuele leer, tersiêre onderrig.

INHOUD

1	PROBLEEMSTELLING EN PROGRAM VAN ONDERSOEK	1
1.1	INLEIDING EN ORIËTERING	1
1.2	BEREDENERING VAN DIE PROBLEEM	2
1.3	NAVORSINGSDOEL	5
1.4	METODE VAN ONDERSOEK	5
1.4.1	Literatuurstudie	5
1.4.2	Empiriese ondersoek	5
1.5	STRUKTUUR VAN VERSLAG	10
2	ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE	12
2.1	INLEIDING	12
2.2	TEORETIESE PERSPEKTIEWE	13
2.2.1	Positivisme	14
2.2.2	Pragmatisme	15
2.2.3	Interpretivisme	15
2.3	ONDERRIG-LEER-BENADERINGS IN WISKUNDE	16
2.3.1	Behavioristiese teorie	17
2.3.2	Kognitiewe benadering	17
2.3.3	Konstruktivisme	20
2.3.4	Realistiese Wiskunde	23
2.3.5	Sintese van die onderrig-leer-benaderings	28
2.4	BETEKENISVOLLE LEER VAN WISKUNDE	31
2.5	INTERAFHANKLIKE FAKTORE WAT 'N ROL SPEEL IN DIE LEER VAN WISKUNDE	35
2.5.1	Leeders se oortuigings	36
2.5.2	Leeders se houdings	40
2.5.3	Leeders se wiskunde-angs	42
2.5.4	Leeders se wiskundige ingesteldheid	45
2.5.5	Leeders se wiskundekennis	46
2.5.6	Probleemoplossing	50
2.5.7	Metakognisie	53

2.5.8	Leeromgewing en -milieu.....	56
2.5.9	Onderrig.....	60
2.6	SAMEVATTING.....	74
3	ONDERIG EN LEER VAN FUNKSIES.....	75
3.1	INLEIDING.....	75
3.2	DIE FUNKSIEKONSEP.....	76
3.3	PROSEDURELE EN KONSEPTUELE KENNIS VAN FUNKSIES.....	80
3.4	TEORIEË TEN OPSIGTE VAN DIE ONTWIKKELING VAN DIE FUNKSIEKONSEP.....	82
3.4.1	Die strukturele en operasionele beskouing van 'n funksie volgens Sfarid.....	83
3.4.2	Vinner se konsepdefinisie en konsepbeeld.....	87
3.4.3	Die Proses-Objekbeskouing van Dubinsky en Harel.....	94
3.4.4	Gray en Tall se beskouing van 'n funksie as 'n <i>prosep</i>	97
3.4.5	Die ontwikkeling van die funksiekonsep volgens O'Callaghan.....	101
3.5	'N TEORETIESE RAAMWERK VIR DIE KONSEPTUALISERING VAN FUNKSIES.....	106
3.6	PROBLEME IN DIE LEER VAN FUNKSIES EN IMPLIKASIES VIR ONDERRIG.....	109
3.7	IMPLIKASIES VIR DIE ONDERRIG VAN FUNKSIES.....	111
3.8	SAMEVATTING.....	115
4	NAVORSINGSONTWERP EN -METODOLOGIE.....	116
4.1	INLEIDING.....	116
4.2	DOEL VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK.....	116
4.3	NAVORSINGSONTWERP.....	116
4.3.1	Oriëntering.....	116
4.3.2	Gekombineerde navorsingsontwerp (<i>Mixed methods research design</i>).....	117
4.4	NAVORSINGSMETODOLOGIE.....	121
4.4.1	Kwantitatiewe ondersoek.....	121
4.4.2	Kwalitatiewe ondersoek.....	143
4.5	SAMEVATTING.....	155
5	RESULTATE VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK.....	156
5.1	INLEIDING.....	156
5.2	BESPREKING VAN DIE EKSPERIMENTELE- EN KONTROLEGROEPE.....	156

5.2.1	Samestelling van groepe	156
5.2.2	Vergelyking van die eksperimentele en kontrolegroepe ten aanvang van die semester	157
5.3	INVLOED VAN 'N DINAMIES-TEGNOLOGIES-VERRYKTE LEEROMGEWING OP VOORNEMENDE WISKUNDE- ONDERWYSERS SE HOUDINGS EN OORTUIGINGS MET BETREKKING TOT DIE LEER VAN WISKUNDE	160
5.3.1	Statistiese ontleding van die SOW.....	160
5.3.2	Ontleding en bespreking van die kwalitatiewe data ten opsigte van studente se houdings en oortuigings ten opsigte van die leer van wiskunde	166
5.3.3	Verklaring en gevolgtrekking ten opsigte van die eerste navorsingsdoelwit	181
5.4	DIE INVLOED VAN 'N DINAMIES-TEGNOLOGIES-VERRYKTE LEEROMGEWING OP VOORNEMENDE WISKUNDE- ONDERWYSERS SE KONSEPTUALISERING.....	183
5.4.1	Kwantitatiewe resultate	183
5.4.2	Ontleding van taakgebaseerde onderhoude.....	185
5.4.3	Bespreking van die taakgebaseerde onderhoude	209
5.4.4	Integrering van kwantitatiewe en kwalitatiewe resultate	210
5.5	SAMEVATTING	211
6	'N MODEL VIR DIE KONSEPTUELE LEER VAN FUNKSIES IN 'N TEGNOLOGIES- VERRYKTE LEEROMGEWING	212
6.1	INLEIDING	212
6.2	ORIËTERING TEN OPSIGTE VAN DIE VOORGESTELDE MODEL	213
6.3	UITEENSETTING VAN DIE MODEL	215
6.3.1	Diagnostiese assessering	217
6.3.2	Aanbevelings en ondersteuning ten opsigte van die uitslag van studente se diagnostiese toetse	218
6.4	SAMEVATTING	231
7	OPSOMMING, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS	232
7.1	INLEIDING	232
7.2	'N OORSIG	232
7.3	BEVINDINGS.....	234
7.3.1	Empiriese bevindings.....	235

7.4	BEPERKINGS VAN DIE STUDIE	238
7.5	AANBEVELINGS	238
7.6	BYDRAE VAN HIERDIE STUDIE	238
7.7	SLOTWOORD	239
8	BRONNELYS	240
9	BYLAES	288

LYS VAN FIGURE

FIGUUR 1.1:	Ekperimentele ontwerp vir kwantitatiewe deel van ondersoek.....	6
FIGUUR 2.1:	'n Model van inligtingverwerking (Woolfolk, 2007:251 ; Schoenfeld, 1992: 351, Mayer, 2002b:7).....	19
FIGUUR 2.2:	Horisontale matematisering	24
FIGUUR 2.3:	Vertikale matematisering	26
FIGUUR 2.4:	Model vir realistiese wiskunde-onderrig.....	27
FIGUUR 2.5:	'n Voorstelling van metakognisie (Ertmer & Newby, 1996:11; Schraw & Dennison,1994:460).....	54
FIGUUR 3.1:	Illustrasie van die vertikale-lyn-toets	78
FIGUUR 3.2:	Funksienotasie in terme van geordende pare.....	79
FIGUUR 3.3:	Probleemoplossingsmodel.....	82
FIGUUR 3.4:	Oorgang van die operasionele na die strukturele fase	84
FIGUUR 3.5:	'n Model vir konsepvorming	86
FIGUUR 3.6:	'n Model vir konsepvorming	88
FIGUUR 3.7:	Wisselwerking tussen die konsepdefinisie en konsepbeeld (Vinner, 1992:198-199).....	89
FIGUUR 3.8:	Is hierdie grafiek 'n voorstelling van 'n funksie?.....	89
FIGUUR 3.9:	Wisselwerking tussen definisie en beeld	91
FIGUUR 3.10:	Suiwer formele deduksie.....	91
FIGUUR 3.11:	Deduksie wat op intuïtiewe denke volg.....	92
FIGUUR 3.12:	Intuïtiewe response.....	93
FIGUUR 3.13:	Struktuur van 'n skema (Dubinsky, 1991:107)	96
FIGUUR 3.14:	Die simbool as spilpunt tussen die proses en die konsep om die prose te vorm (Tall <i>et al.</i> , 2001:5).....	98

FIGUUR 3.15:	Spektrum van uitkomst (Tall <i>et al.</i> , 2001: 8)	100
FIGUUR 3.16:	Groei van die funksiekonsep (DeMarois & Tall, 1999: 261).....	107
FIGUUR 3.17:	Integrasie van O'Callaghan en Dreyfus se teorieë	109
FIGUUR 3.18:	Moontlikhede vir die omskakeling tussen voorstellings van 'n funksie (Van Dyke & Craine, 1997:617).....	112
FIGUUR 4.1:	Diagrammatiese voorstelling van die verklarende ontwerp	119
FIGUUR 4.2:	Eksperimentele ontwerp vir kwantitatiewe deel van ondersoek.....	121
FIGUUR 4.3:	Grafiese voorstelling van die verskil in persentasie tussen die hoë- en lae-groep-presteerders ten opsigte van die funksie-voortoets.....	132
FIGUUR 4.4:	Grafiese voorstelling van die verskil in persentasie tussen die hoë- en lae-groep-presteerders ten opsigte van die funksie-natoets.....	134
FIGUUR 4.5:	Kognitiewe voorstellings (Goldin, 1997:55).....	147
FIGUUR 5.1:	Persentielrange vir die onderskeie SOW-velde	162
FIGUUR 5.2:	Samevatting van die semi-gestruktureerde onderhoude	180
FIGUUR 5.3:	Interpretasie	207
FIGUUR 5.4:	Reïfikasie	207
FIGUUR 5.5:	Omskakeling	208
FIGUUR 5.6:	Modellering	209
FIGUUR 6.1:	Diagrammatiese voorstelling van die model	216

LYS VAN TABELLE

TABEL 2.1 :	Wesenstrekke van die vier benaderings	29
TABEL 3.1 :	Simbole as proses en konsep.....	98
TABEL 4.1 :	Effekgroottes vir die onderskeie vrae soos bereken in die funksie voortoets	131
TABEL 4.2 :	Effekgroottes vir die onderskeie vrae soos bereken in die funksie natoets	133
TABEL 4.3 :	Betroubaarheidskoëffisiënte vir die verskillende velde van die SOW vir die eksperimentele groep en Graad 11-leerders	136
TABEL 4.4 :	Betroubaarheidskoëffisiënte van die Funksie-voortoets	137
TABEL 4.5 :	Betroubaarheidskoëffisiënte van die Funksie-natoets	137
TABEL 4.6 :	Interkorrelasies tussen velde	140
TABEL 4.7 :	Kriteria vir vertrouenswaardigheid	152
TABEL 5.1 :	Bepaling van die M-telling.....	157
TABEL 5.2 :	Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van studie-oriëntasie.....	158
TABEL 5.3 :	Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van konseptualisering van funksies in die voortoets.....	159
TABEL 5.4 :	Studie-oriëntasie van die eksperimentele groep.....	160
TABEL 5.5 :	Opsomming van d-waardes vir studie-oriëntasievelde (Eksperimentele groep).....	162
TABEL 5.6 :	Opsomming van d-waardes vir studie-oriëntasievelde (kontrolegroep).....	163
TABEL 5.7 :	Vergelyking tussen die eksperimentele en kontrolegroep ten opsigte van die natoets	165

TABEL 5.8 :	Effekgroottes bereken vir die eksperimentele en kontrolegroep in die funksie-natoets.....	183
TABEL 5.9 :	Effekgroottes bereken vir die eksperimentele groep.....	184
TABEL 5.10 :	Effekgroottes bereken vir die kontrolegroep	185
TABEL 5.11 :	Opsomming van kategorieë.....	206