

**'N ONDERSOEK NA SEMANTIESE NETTE IN  
PROBLEEMOPLOSSING VIR DIE SKOOLVAK WISKUNDE**

**Elsa Mentz, B.Sc. Honns., H.O.D.**

Verhandeling voorgelê vir gedeeltelike nakoming van die vereistes vir die graad Magister Scientiae in die Departement Rekenaarwetenskap aan die Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys.

Leier: Prof. J.M. Hattingh  
Hulpleier: Prof. J.J. de Wet

**POTCHEFSTROOM**

1998

## VOORWOORD

Hiermee wil ek graag my opregte dank en waardering betuig teenoor die volgende persone:

- My studieleier, prof. J.M. Hattingh, en hulpleier, prof. J.J. de Wet, vir hulle besondere insig, ondersteuning en deskundige studieleiding.
- Mnr. Pirow Engelbrecht vir sy hantering van die Afrikaanse taalversorging.
- Mnr Eddie van Staden vir sy hulp met die vertaling van die opsomming.
- Mev. Marijke Reyneke van die Buro vir Akademiese Steundienste aan die PU vir CHO vir die skets van die figure in hoofstuk 4.
- My kollegas aan die Onderwyskollege Potchefstroom vir hulle ondersteuning.
- My ouers vir die besondere wyse waarop hulle my ondersteun het, asook my skoonouers vir hulle belangstelling.
- My kinders, Pieter, Jaco en Anelda vir hulle geduld en begrip.
- My man, Kobus vir al die aanmoediging, liefde en geduld wat vir my van groot waarde was gedurende die afhandeling van hierdie studie, sowel as al die hulp met die tegniese versorging.

**Aan God alleen kom alle lof, eer en dank toe.**

## INHOUD

Abstract .....	v
Opgawe van figure .....	vii

### **HOOFSTUK 1: ORIËNTERING**

1.1 Probleemberedenering .....	1
1.2 Doel met die navorsing .....	4
1.3 Terreinafbakening.....	5
1.4 Metode van navorsing .....	6
1.5 Hoofstukindeling .....	6
1.6 Samevatting .....	6

### **HOOFSTUK 2: PROBLEEMOPLOSSING MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE SKOOLVAK WISKUNDE**

2.1 Die stand van probleemoplossing in Wiskunde as skoolvak .....	8
2.1.1 Probleemgesentreerde Wiskunde-onderrig .....	8
2.1.1.1 Osmose .....	9
2.1.1.2 Memorisering .....	10
2.1.1.3 Voorstelling .....	10
2.1.1.4 Groepwerk .....	11
2.1.2 Leemtes en tekortkominge in die onderrig van probleemoplossing .....	11
2.2 Die probleemoplossingsproses in die algemeen .....	14
2.2.1 Inleiding .....	14
2.2.2 Die lees en verstaan van die probleem .....	15
2.2.3 Die beplanningsfase .....	15
2.2.4 Die oplossingsproses .....	16
2.2.5 Evalueringsfase .....	17

## INHOUD (vervolg)

2.3 Probleemoplossing in Wiskunde .....	18
2.4 Probleemoplossing in Meetkunde-onderrig .....	25
2.5 Opsomming .....	27

### HOOFSTUK 3: PROBLEEMOPLOSSING IN PSEUDO INTELLIGENSIE

3.1 Pseudo Intelligensie en ekspertstelsels .....	29
3.2 Die funksionering van ‘n ekspertstelsel .....	30
3.3 Die kennisbasis .....	33
3.3.1 Begripsomskrywing .....	33
3.3.2 Tipes kennis .....	35
3.3.3 Kennisvoorstelling .....	36
3.3.4 Kennisvoorstellingstegnieke .....	37
3.3.4.1 Inleiding .....	37
3.3.4.2 Objek-attribuu-waarde .....	38
3.3.4.3 Newelagtige logika (“fuzzy logic”).....	38
3.3.4.4 Reëls .....	39
3.3.4.5 Semantiese nette .....	41
3.3.4.6 Raamwerke .....	44
3.3.4.7 Logika .....	46
3.4 Inferensietegnieke .....	48
3.4.1 Redenering .....	49
3.4.1.1 Deduktiewe redenering .....	49
3.4.1.2 Induktiewe redenering .....	51
3.4.1.3 Abduktiewe redenering .....	51
3.4.1.4 Redenering deur analogie .....	52
3.4.1.5 Logiese beredenering .....	52
3.4.1.6 Voorwaartse skakeling (“forward chaining”).....	53

## INHOUD (vervolg)

3.4.1.7 Terugwaartse skakeling (“backward chaining”).....	54
3.4.1.8 Konflikresolusie .....	56
3.4.2 Soektegnieke .....	57
3.4.2.1 Staat-ruimtelike soek .....	59
3.4.2.1.1 Diepte eerste .....	61
3.4.2.1.2 Breedte eerste .....	62
3.4.2.1.3 Bergklim .....	63
3.4.2.1.4 Datagedrewe soektogte .....	64
3.4.2.1.5 Doelwitgedrewe soektogte .....	65
3.4.2.2 Heuristiese soektogte .....	65
3.4.2.2.1 Inleiding .....	65
3.4.2.2.2 Beste eerste .....	67
3.4.2.2.3 Britse Museum-prosedure om die beste pad te vind .....	68
3.4.2.2.4 Vertak-en-begrens- (“branch-and-bound”) soekmetodes .....	68
3.5 Samevatting .....	69

## HOOFSTUK 4: SEMANTIESE NETTE VIR MEETKUNDE PROBLEEMOPLOSSING

4.1 Inleiding .....	71
4.2 Die voorstelling van die probleem .....	71
4.3 ‘n Eenvoudige toepassing .....	76
4.3.1 Die probleem .....	76
4.3.2 Die voorstelling van die probleem as ‘n semantiese net .....	77
4.3.3 Die voorstelling van die oplossingsproses .....	78

## INHOUD (vervolg)

4.3.3.1 Deduktiewe redenering, voorwaartse skakeling en datagedrewe soek .....	80
4.3.3.2 Terugwaartse skakeling en doelwitgedrewe soek .....	84
4.4 ‘n Meer gevorderde toepassing .....	87
4.4.1 Die probleem .....	87
4.4.2 Die oplossing met behulp van ‘n semantiese net .....	89
4.4.2.1 Voorwaartse skakeling en datagedrewe soek .....	89
4.4.2.2 Terugwaartse skakeling en doelwitgedrewe soek .....	92
4.5 Samevatting .....	97

## HOOFSTUK 5: SLOT-PERSPEKTIEF

5.1 Inleiding .....	99
5.2 Samevatting .....	99
5.3 Bevindinge .....	102
5.3.1 Bevindinge met betrekking tot die literatuurstudie .....	102
5.3.2 Die gebruik van ‘n semantiese net in probleemoplossing .....	103
5.4 Praktiese implementering .....	105
5.5 Aanbevelings met betrekking tot verdere navorsing .....	106
5.6 Slotopmerkings .....	107
 Bibliografie .....	 108
 Bylae A .....	 117

## ABSTRACT

The problem-centred approach in the instruction of Mathematics has gained much ground in the last few years. Different points of view exist on how this approach ought to be implemented in schools. Many researchers place great emphasis on the understanding of the problem by the child, but the role of accompaniment in solving the problem is often left in abeyance.

It is important that the problem is correctly represented in the solving of geometry problems. The expert problem-solver does this by memory. This is, however, very abstract and often difficult for pupils to do.

Expert systems is a field of study within Artificial Intelligence which is aimed at developing computer programmes that can simulate the problem-solving abilities of human experts. The two main components of problem-solving that must be simulated are the expert's knowledge and his reasoning ability. The expert system simulates man's reasoning process by making use of inference techniques. Inference can be described as the process used by the expert system to acquire new information from existing information. Semantic nets are a method of representation used in Artificial Intelligence to represent knowledge and solve problems. It is a graphic representation that consists of nodes and links, where a node represents an object, a concept or a fact, and a link represents the relationship or association between the objects. Any type of knowledge can be represented by a semantic net.

A geometry problem can also be represented and solved according to a semantic net and certain inference techniques. The links of the semantic net are the geometry theorems and the nodes are the new facts.

If a semantic net is used for the solving of geometry problems it is unnecessary for the child to represent the solution of the problem in his mind. A semantic net provides the

pupil with a clear image of where he finds himself in the solution process. Conclusions flow logically and this provides the students with a structure to direct their thoughts. The use of semantic nets in the solution of geometry problems combined with inference and search techniques can be of great value. It ought to be emphasized in teacher training.

## OPGAWES VAN FIGURE

Figuur 3.1	Skematiese voorstelling van die funksionering van 'n ekspertstelsel.....	31
Figuur 3.2	Vlakke van 'n kennisbasis .....	34
Figuur 3.3	Skematiese voorstelling van 'n reëlgebaseerde stelselbewerking .....	40
Figuur 3.4	Voorbeeld 1: 'n Semantiese net .....	43
Figuur 3.5	Voorbeeld 2: 'n Semantiese net .....	43
Figuur 3.6	'n Eenvoudige voorbeeld van 'n raam .....	46
Figuur 3.7	Voorwaartse skakeling .....	54
Figuur 3.8	Terugwaartse skakeling .....	56
Figuur 3.9	Voorstelling van verskillende soektegnieke .....	58
Figuur 3.10	'n Voorbeeld van staat-ruimtelike soek .....	60
Figuur 3.11	Diepte-eerste-soek .....	62
Figuur 3.12	Breedte-eerste-soek .....	63

**OPGAWE VAN FIGURE (vervolg)**

Figuur 4.1	Collins en Quillian se semantiese netwerk .....	73
Figuur 4.2	Veelhoek: Belangrikste objekte, eienskappe en verwantskappe .....	75
Figuur 4.3	Meetkundeprobleem 1 .....	77
Figuur 4.4	Voorstelling van die probleem .....	79
Figuur 4.5	Die voorstelling van die oplossingsproses: Voorwaartse skakeling, datagedrewe .....	81
Figuur 4.6	Terugwaartse skakeling : Doelwit 1 .....	85
Figuur 4.7	Terugwaartse skakeling: Doelwit 2 .....	86
Figuur 4.8	Probleem 2 .....	88
Figuur 4.9	Voorwaartse skakeling, datagedrewe seek: Probleem 2 .....	90
Figuur 4.10	Terugwaartse skakeling, doelwitgedrewe seek: Doelwit 1 .....	93
Figuur 4.11	Terugwaartse skakeling, doelwitgedrewe seek: Doelwit 2 .....	95
Figuur 4.12	Terugwaartse skakeling, doelwitgedrewe seek: Doelwit 3 .....	96

## HOOFSTUK 1

### ORIËNTERING

#### 1.1 Probleemberedenering

Die moderne beskouing van Wiskunde-onderrig beklemtoon die ontwikkeling van Wiskundedenke by die kind. Probleemoplossing bied waardevolle moontlikhede en geleenthede vir die ontwikkeling en bevordering van Wiskundedenke. Daarom moet probleemoplossing wat logiese ontwikkeling bevorder en onafhanklike denke en aktiwiteit aanmoedig altyd 'n belangrike plek inneem in die onderrig van Wiskunde (Mitchell, 1994:4-6). Volgens die National Council of teachers of Mathematics (NCTM, 1989:23) behoort probleemoplossing die sentrale fokuspunt van alle Wiskundekurrikulums te wees. Dit behoort 'n integrale deel te wees van alle wiskundige aktiwiteit in die klas. Hulle sien probleemoplossing nie as 'n aparte onderwerp nie, maar eerder as 'n proses wat die hele Wiskundekurrikulum moet omvat. Dit moet die raamwerk verskaf waarbinne konsepte en vaardighede aangeleer kan word.

Probleemgesentreerde onderrig van Wiskunde het in die laaste jare die navorsingsveld oorheers. Volgens hierdie benadering word die primêre rol van onderrig verskuif van klasgee, verduidelik en oordra van Wiskundekennis na 'n situasie waar die leerling geaktiveer word om deur eie uitvindings en ontdekkings aktief-denkend te leer.

Ons kan egter nie die kind bloot los om probleme op te los sonder dat die kind blootgestel word aan denkprosesse en strategieë wat nodig is om die probleme op te los nie. Die kind moet 'n manier vind om die inligting tot sy beskikking sodanig aan te wend om by die

oplossing uit te kom (Kantowski,1977:163-180). Daarom is dit volgens Wilson, Fernandez & Hadaway (1993:63) noodsaaklik om strategieë aan leerlinge beskikbaar te stel wat as hulpmiddels kan dien vir die generering van 'n oplossing. Dit moet baie plooibaar en nie-voorskriftelik wees. Hulle is van mening dat, indien daar meer klem gelê word op doelgerigte onderrig van strategieë, dit die probleemoplossingsprestasië van leerlinge gewis sal verbeter.

‘n Onderrigstrategie wat volgens Sternberg en Davidson (1992:1038) suksesvol gebruik kan word by die oplos van Wiskunde probleme is om eers ‘n geheuevoorstelling van die elemente van die probleem te maak. Dit sluit ook die verwantskappe tussen die elemente in. Inligting word in die geheue bygevoeg, weggelaat en geïnterpreteer vanaf die oorspronklike situasie. Hierdie interne voorstelling stel leerlinge in staat om die probleem beter te verstaan en om oplossings uit te dink. Om ingewikkelde probleme in die geheue voor te stel is egter baie moeilik.

Die proses om probleme voor te stel en op te los is ook in die laaste jare deur rekenaarwetenskaplikes gemoeid met Pseudo Intelligensie ondersoek. Alhoewel die programme nie ten doel gehad het om kognitiewe prosesse van die mens na te boots nie het hulle tog prosesse geïdentifiseer waarvan ekwivalente prosesse ook by die mens waargeneem kan word (Heller & Hungate, 1985:89). Verskeie tegnieke wat in rekenaarwetenskap ontwikkel is om probleme op te los verskaf nuwe strategieë vir die onderrig van Wiskunde, deurdat daar na nuwe voorstellingsmetodes gekyk word wat minder abstrak is as die voorstelling van ‘n probleem in die geheue (Whitman, 1984:155-161). Die gebruik van data-vloeiagramme, semantiese nete en raamwerke kan byvoorbeeld gebruik word in die onderrig van wiskundige probleemoplossing (Whitman,1984:155-161). As 'n rekenaarprogram 'n volgorde van gedrag genereer vir die oplos van 'n probleem wat ooreenstem met dié van die mens, dan kan die program as 'n model beskou word vir dié bepaalde gedrag (Wilson, Fernandez en Hadaway,1993:59-

60). Hulle stel dit dat hierdie rekenaarsimulasies gebruik kan word vir beter begrip van wiskundige probleemoplossing. Met 'n rekenaarprogram wat geskryf is om 'n wiskundige probleem op te los word gepoog om 'n meer konkrete vorm vir idees te gee oor denke wat vantevore baie abstrak beredeneer is. Hierdie konkretisering van denke het baie psigoloë se verbeelding aangegryp. As leerlinge ook geleer kan word om meer konkreet te dink oor hul eie kognitiewe prosesse kan dit bydra tot beter prestasie in probleemoplossing (Papert, 1980:156-176).

Een strategie wat in Pseudo Intelligensie gebruik word in probleemoplossing is semantiese nete. Semantiese nete word gebruik om kennis voor te stel wat gebruik kan word in rekenaarprogramme wat probleme oplos. Die mens verstaan sy wêreld deurdat hy daarvan modelle konstrueer in sy geheue. Hierdie modelle kan voorgestel word as netwerke. In navorsing word daar 'n verskeidenheid temas beklemtoon wat almal in 'n mindere of meerdere mate 'n basiese netwerkoriëntasie ten opsigte van geheuemodelle voorstel. Semantiese nete is maar slegs een voorbeeld hiervan (Carley & Palmquist, 1992: 603,604). Semantiese nete word in Pseudo Intelligensie saam met inferensietegnieke gebruik om probleme op te los. Die redeneringsproses en denkproses van die mens kan met behulp van inferensietegnieke gesimuleer word. Inferensie kan beskryf word as die proses wat deur 'n ekspertstelsel gebruik word om nuwe inligting uit bestaande inligting te bekom. Redenering en soektegnieke is voorbeelde van inferensietegnieke.

Die vraag ontstaan nou of die mens semantiese nete en inferensietegnieke wat deur die rekenaar gebruik word om probleme op te los doeltreffend kan gebruik om wiskundige probleme op te los. Sal 'n Meetkundeprobleem voorgestel kan word as 'n semantiese net en kan die oplossing van 'n Meetkundeprobleem gedoen word deur van 'n semantiese net en inferensietegnieke gebruik te maak? Dit is die probleem wat in hierdie studie aangespreek gaan word.

‘n Literatuursoektog op die ERIC-databasis het getoon dat hierdie probleem nog nie in die literatuur aangespreek is nie. Die doel van hierdie ondersoek sal daarom wees om hierdie probleem aan te spreek.

## **1.2 Doel met die navorsing**

Die doel van hierdie studie is dus om vas te stel of semantiese nette gebruik kan word vir die oplos van Meetkundeprobleme in die skoolvak Wiskunde op sekondêre skoolvlak.

Om die doel te bereik moet vasgestel word wat die huidige stand van probleemoplossing in Wiskunde as skoolvak is. Dit hou onder andere in dat die metode van probleemoplossing wat tans gebruik word ondersoek moet word.

Verder is dit nodig om aan te toon hoe semantiese nette gebruik word in probleemoplossing in Pseudo Intelligensie. Daarvoor is dit nodig om teoreties na semantiese nette en verwante tegnieke soos inferensietegnieke te kyk.

Op grond hiervan sal aangetoon word hoe ‘n Meetkundeprobleem voorgestel en opgelos kan word met behulp van ‘n semantiese net en bepaalde inferensietegnieke.

Laastens sal aanbevelings gemaak word vir die gebruik van semantiese nette in Meetkunde-onderrig.

### 1.3 Terreinafbakening

Die fokusgebied van hierdie studie is probleemoplossing met behulp van Pseudo Intelligensietegniese, spesifiek toegespits op Meetkunde-onderrig in die sekondêre skoolfase.

In die afgelope sewe jaar is baie navorsing reeds gedoen oor die gebruik van die volgende terme ten opsigte van leer en begrip, sowel as lees- en skryfvaardighede:

- *concept trees* (Hirumi & Bowers, 1991:273-279),
- *concept mapping* (Wandersee, 1990:923-936; Novak, 1990: 937-949; Cullen, 1990: 1067-1068; Wallace, 1990:1033-1052; Starr & Krajcik, 1990:987-1000; Beyersbach & Smith, 1990: 961-971) en
- *semantic mapping* (Cronin, Meadows & Sinatra, 1990: 57 -62; Barnes, 1994: 1-18).

Al bogenoemde studieterreine is tipes simulaties van geheuemodelle soos ook die geval is by semantiese nete. Baie ooreenkomste bestaan tussen hierdie begrippe en semantiese nete. Dit kan as verwante studieterreine beskou word. In navorsing oor bogenoemde onderwerpe is veral klem gelê op tale sowel as natuurwetenskaplike vakke soos Natuur- en Skeikunde en Biologie. Volgens Fisher (1990:1001) en Wandersee (1990:925-931) is hierdie strategieë 'n voorstelling van die werklikheid wat effektief gebruik kan word deur leerlinge om te leer en onderwysers om te onderrig. Rekenaargebaseerde semantiese nete verskil egter van bogenoemde studieterreine deurdat dit n-dimensioneel is en elke konsep kan gekoppel word aan 'n menigte ander konsepte. Voorstellings kan ook beelde, teks en klank insluit. Dit kan dus geweldige groot voorstellings wees en data kan oor 'n breë kennisbasis geïntegreer word ten einde verwantskappe en relasies te vind (Fisher, 1990:1001-1018). Semantiese nete word gebruik by probleemoplossing, terwyl bogenoemde verwante studieterreine gebruik word by begripvorming en voorstelling van kennis.

## **1.4 Metode van Navorsing**

‘n Literatuurstudie word gedoen, waarna probleme geïdentifiseer word wat verband hou met die literatuurstudie. Hierdie probleme is geanaliseer en opgelos deur die gebruikmaking van die beginsels wat in Pseudo Intelligensie algemeen gebruik word om probleme op te los, soos semantiese nete en inferensietegnieke. Daar sal deurgaans ‘n analogiese werkwyse toegepas word ten einde Pseudo Intelligensietegnieke vir probleemoplossing toe te pas op Meetkunde probleme.

## **1.5 Hoofstukindeling**

Ten einde die doel met die studie wat in paragraaf 1.2 uiteengesit is te bereik is eerstens bepaal wat die huidige stand van probleemoplossing in Wiskunde-onderrig op sekondêre skoolvlak is. Dit is in hoofstuk 2 bespreek. Verder is in hoofstuk 3 aangetoon hoe probleemoplossing in Pseudo Intelligensie toegepas word. In hoofstuk 4 is semantiese nete as Pseudo Intelligensietegniek gebruik om Meetkunde probleme voor te stel en op te los. Bevindings en aanbevelings wat uit hierdie studie voortvloei word in hoofstuk 5 bespreek.

## **1.6 Samevatting**

In hierdie hoofstuk is aangetoon dat probleemoplossing in Meetkunde-onderrig op sekondêre skoolvlak ‘n belangrike rol speel. Onderrigstrategieë vir die doeltreffende oplossing van probleme in Meetkunde behoort gevolglik ook baie aandag te ontvang. Beginsels wat in Pseudo Intelligensie gebruik word om probleme op te los, soos semantiese nete en inferensietegnieke, sal in hierdie studie verder ondersoek word. Daar

sal gepoog word om Meetkunde probleme voor te stel as 'n semantiese net en op te los deur gebruik te maak van semantiese nette en inferensietegnieke.

In hierdie studie sal daar dus 'n kritiese teoretiese ondersoek gedoen word met die oog op die gebruik van sekere Pseudo Intelligensietegnieke vir Meetkunde probleemoplossing in die Suid-Afrikaanse onderrigsituasie.

## **HOOFSTUK 2**

### **PROBLEEMOPLOSSING MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE SKOOLVAK WISKUNDE**

#### **2.1 DIE STAND VAN PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE AS SKOOLVAK**

##### **2.1.1 Probleemgesentreerde Wiskunde-onderrig**

Probleme het nog altyd 'n sentrale deel uitgemaak van die Wiskundekurrikulum, maar dit was betreklik onlangs dat die idee van die ontwikkeling van probleemoplossingsvermoëns in Wiskunde werklik aandag begin geniet het (Schoenfeld, 1992:337-338). Die National Council of Supervisors of Mathematics het reeds in 1977 probleemoplossing as die belangrikste van tien geïdentifiseerde basiese Wiskundevaardighede gelys (Krulik en Rudnick, 1980:3). Hulle beweer dat die oplossing van probleme die belangrikste rede is vir die bestudering van Wiskunde (Wilson et al,1993:57-61).

Ook die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM,1989:23) stel dit duidelik dat probleemoplossing die sentrale fokuspunt van alle Wiskundekurrikulums behoort te wees. Hulle is van mening dat probleemoplossing nie 'n afsonderlike onderwerp is nie, maar eerder 'n proses wat die hele Wiskundekurrikulum moet omvat en die raamwerk moet verskaf waarbinne konsepte en vaardighede aangeleer kan word.

Die klem het vir baie jare geval op die kognitiewe prosesse, soos die keuse van 'n algoritme, strategieë en die kognitiewe uitkoms soos 'n korrekte of foutiewe antwoord (Silver, 1985:260-261). Probleemgesentreerde Wiskunde-onderrig het egter in die laaste jare die navorsingsveld oorheers. Die jongste benadering tot probleemoplossing binne die

Wiskunde-onderrig is gebaseer op die konstruktivistiese benadering tot leer. Volgens hierdie benadering moet leerlinge hul eie begrip van elke wiskundige konsep vorm. Die primêre rol van onderrig verskuif van klasgee, verduidelik en die oordra van wiskundige kennis na 'n situasie waardeur die leerlinge in staat gestel word om die nodige kognitiewe konstruksie saam te stel (Dubinsky & Swingendorf, 1995). Die probleemgerigte benadering tot leer is 'n direkte uitvloeisel hiervan. Hierdie benadering bied volgens Mitchell (1994:4-6) waardevolle moontlikhede vir die ontwikkeling en bevordering van Wiskundedenke by die kind.

Charles (1989:48-50) beskou Wiskundedenke en probleemoplossing as verskillende name vir dieselfde ding. Volgens Murray & Olivier (1993:1) is die sukses van die probleemgerigte benadering daarin geleë dat dit die leerlinge aktiveer om aktief-denkend te leer. Eie uitvindings en ontdekkings deur leerlinge speel hier 'n groot rol. Daar word gepoog om weg te beweeg van 'n metodiese benadering, waar die onderwyser die metodes aan die leerlinge verduidelik of demonstreer, na 'n probleemgerigte benadering waar die leerlinge self moet ontdek. Dit is volgens Human et al. nie die taak van die onderwyser om die leerlinge na 'n bepaalde metode te lei nie óf selfs om deurlopend leerlinge se voorgestelde oplossings te evalueer nie.

Daar bestaan verskillende standpunte oor hoe die probleemgerigte benadering in skole geïmplementeer behoort te word. Die verskillende perspektiewe in die onderrig van wiskundige probleemoplossing kan volgens Kilpatrick (1985:9-12) kortliks in 4 punte opgesom word:

#### **2.1.1.1 Osmose**

Deur sekere onderrigmetodes te gebruik word gepoog om die student in 'n omgewing van probleme te plaas waar aanvaar word dat tegnieke "geabsorbeer" sal word deur middel van 'n proses wat nooit baie duidelik omskryf word nie, maar vergelyk kan word met osmose. Hulle meen dat probleemoplossing aangeleer kan word deur net vir die leerlinge

'n hele aantal probleme te gee om op te los. Genoeg oefening in die oplossing van probleme help dus volgens hulle om probleemoplossing aan te leer Mayer (1985:130) steun ook hierdie standpunt en toon in sy navorsing aan dat vooraf uitgewerkte probleme wat as voorbeeld aan leerlinge voorgehou word, gebruik kan word om probleemoplossing te onderrig.

### **2.1.1.2 Memorisering**

In sekere onderrigmetodes word die oplossing van 'n probleem opgedeel in klein prosedures. Elkeen van hierdie prosedures word dan onderrig sodat die leerlinge dit kan memoriseer. Op hierdie wyse word algoritmes ontwikkel wat 'n sekere groep probleme kan hanteer en leerlinge word "geprogrammeer" om die algoritmes wat hulle gememoriseer het te volg om by die oplossing uit te kom. Hierdie benadering kan effektief wees binne beperkte grense, maar kan nie gebruik word om probleme op te los waar die algoritmes nie geld nie. Dit gee aanleiding tot 'n nuwe probleem vir die leerlinge: om die probleme te herken waarop die algoritme wel toegepas kan word. Daar word dikwels deur leerlinge gesê dat, as hulle geweet het watter stelling of algoritme om te gebruik hulle die probleem sou kon opgelos het. Met hierdie benadering word die kind nog steeds nie geleer om aktief-denkend op te tree ten einde 'n probleem op te los nie.

### **2.1.1.3 Voorstelling**

Onderrig in probleemoplossing behoort volgens Kilpatrick (1985:9-12) klem te lê op die voorstelling van die probleem. Dit kan gedoen word deur leerlinge aan te moedig om sketse te maak of voorstellings van 'n probleem met behulp van grafieke, diagramme, tabelle of selfs werklike voorwerpe soos blokkies. Die leerlinge moet ook onderrig word om die woorde in die probleem in simbole en vergelykings om te sit. Deur die voorstelling van die probleem moet die leerlinge sodanig begrip toon vir die probleem dat die probleemtipe herken kan word en dat relevante en irrelevante inligting geselekteer kan word. Mayer (1985:125-126) ondersteun hierdie stelling en beweer dat 'n korrekte

voorstelling van die probleem die leerling in staat sal stel om die regte strategie te selekteer om die probleem op te los.

#### **2.1.1.4 Groepwerk**

Verskeie navorsers beklemtoon die belangrikheid van groepwerk by probleemoplossing. Klein groepbesprekings kan leerlinge help om duidelikheid te kry oor konsepte en inoefening van prosedures wat moeilik alleen toegepas kan word. Hierdie groepe kan as instrument dien om probleemoplossingsvaardighede te verbeter.

‘n Onderwyser moet verstaan dat daar verskillende soorte probleme is, dat probleme gebruik kan word om verskeie doelwitte te bereik en dat ‘n probleem of tegniek wat in een onderrigsituasie werk nie noodwendig werk in ‘n ander situasie nie. ‘n Onderwyser moet duidelik wees oor watter tipe probleme hy wil hê die leerlinge moet kan bemeester en sy doelwitte baie duidelik aan die leerlinge stel.

#### **2.1.2 Leemtes en tekortkominge in die onderrig van probleemoplossing**

Soos in par 2.1.1 aangetoon bestaan daar verskillende benaderings en idees oor die probleemgerigte benadering. Dit veroorsaak dat daar nie duidelike riglyne aan onderwysers verskaf word oor hoe hierdie benadering toegepas behoort te word nie.

Die begrip *probleemgerigte benadering* in Wiskunde skep die indruk by baie onderwysers dat die leerling op sy eie gelaat moet word om probleme op te los. Probleemoplossing is egter volgens Schoenfeld (1992:337-338) ‘n vaardigheid in eie reg wat aangeleer moet word. Heller & Hungate (1985:106-109) beweer dat onderwysers dikwels die probleem aan ‘n klas stel en daarna dadelik begin om die oplossing op die bord te skryf. In die proses ignoreer die onderwyser die ontleding of ondersoek van die probleem, besluitneming oor strategieë en verduideliking van hoe en waarom elke stap gevolg is. Die foute, ontdekkings en oorwegings wat deel uitmaak van elke

probleemoplossingsproses word geïgnoreer. Indien hierdie aspekte groter klem kry, sal die leerlinge in staat wees om ten minste sekere van hierdie prosesse aan te leer.

Costello (1991:11-16) stel dit dat die meeste skole in Brittanje nog nie aandag gee aan die probleemoplossingsbenadering wat wêreldwyd gepropageer word nie. Dit kan volgens hom toegeskryf word aan die feit dat onderwysers moontlik traag is om die nuwe idees toe te pas, omdat hulle onkundig is oor die manier waarop hierdie benadering in skole toegepas behoort te word.

Daar kan dus nie sonder meer gesê word dat die probleemgerigte benadering gevolg moet word by Wiskunde-onderrig sonder dat daar nie duidelik gestel word wat daarmee bedoel word en hoe dit in die praktyk toegepas moet word nie. Heller en Hungate (1985:106-109) beklemtoon ook die feit dat probleemoplossing 'n vaardigheid is, net soos klavierspeel of hoogspring. Vir al die vaardighede is dit nodig om 'n "afrigter" te hê wat 'n persoon leer om die vaardigheid te bemeester. Deur slegs waar te neem kan die vaardigheid nie aangeleer word nie. Net so vereis probleemoplossing 'n "afrigter" wat aktief betrokke moet wees en nie net vóórdoen sodat die leerling kan waarneem en nádoen nie. Hierdie "afrigter" moet gedurende die proses begelei, die leerling se prestasies, begrip en insig monitor, opmerkings maak en voorstelle vir alternatiewe oplossingsmetodes maak. Die leerlinge word volgens Campione, Brown en Connell (1989:93) nie genoeg bewus gemaak van vaardighede en prosedures vir probleemoplossing en ook die redes waarom sekere vaardighede noodsaaklik is vir effektiewe probleemoplossing nie.

Daar word ook dikwels beweer dat kennis van Wiskunde die belangrikste of selfs die enigste faktor is wanneer daar gekyk word na suksesvolle probleemoplossing. Dat deeglike kennis noodsaaklik is, word deur verskeie navorsers, waaronder Kilpatrick (1985:7,8) en Wilson et al. (1993:61) onderskryf. Studies van ekspertprobleemoplossers en ook rekenaarsimulasiemodelle het duidelik aangetoon dat die oplossing van komplekse probleme 'n deeglike kennis van die onderwerp vereis, 'n versameling prosedures nodig het om die probleem voor te stel en te herlei en 'n beheerstelsel om die seleksie van kennis

en prosedures te begelei. Daar is egter ook ander faktore wat dikwels onderskat word en veroorsaak dat 'n leerling wat wel oor die feitekennis beskik steeds nie Wiskunde probleme kan oplos nie.

Te min aandag word geskenk aan die oplossingsproses vanaf die stadium dat die gegewe aan die leerling gestel is totdat die gevraagde doel bereik is. Vir hierdie stadium word die kognitiewe prosesse, strategieë en tegnieke aan die leerling oorgelaat om te bemeester. Strategieë wat kan help met begrip, organisasie, beplanning en uitvoering van 'n plan, sowel as kontrole en evaluering van die plan, word dikwels misgekyk en nie aan die leerling onderrig nie.

Daar word dikwels aanvaar dat die leerling deur herhaalde inoefening in probleemoplossing sal leer uit sy foute en 'n beter probleemoplosser sal word. Navorsing deur Schoenfeld (1985:214) weerlê hierdie stelling.

Probleme met wiskundige probleemoplossing kom dikwels ook by leerlinge voor as gevolg van ontoereikende voorstelling van die probleem. Die leerlinge moet volgens Charles (1989:259-272) bewus gemaak word van die feit dat probleme op verskillende maniere voorgestel kan word, aangesien dit 'n belangrike strategie is in probleemoplossing. Ander strategieë vir probleemoplossing wat ook op skoolvlak min aandag geniet, is logiese redenering, reduksie en patroonherkenning (O'Daffer, Krulik & Rudnick, 1985:38-39).

“Hoe om te dink” is die tema onderliggend aan baie van die ondersoeke na probleemoplossing in Wiskunde. Daar moet egter volgens Wilson et al. (1993:57-60) gewaarsku word teen die gevaar dat die onderrig van “hoe om te dink” nie op die ou end 'n onderrig van “wat om te dink” of “wat om te doen” word nie. Dit gebeur as gevolg van 'n oormatige klem op prosedurekennis oor probleemoplossing. Dit het nie meer die doel om leerlinge te leer om te dink nie, maar maak van probleemoplossing slegs 'n reeks stappe wat uitgevoer moet word, 'n prosedure wat gememoriseer en inge oefen kan word.

Dit lei ook outomaties tot 'n foutiewe klemverskuiwing na die verkryging van die korrekte antwoord. Wilson et al. (1993:57-60) stel dit duidelik dat hierdie tipe prosedures nie gelyk gestel kan word aan werklike probleemoplossing in Wiskunde nie.

Daar word vervolgens gekyk na navorsing wat gedoen is oor probleemoplossing in die algemeen.

## **2.2 DIE PROBLEEMOPLOSSINGSPROSES IN DIE ALGEMEEN**

### **2.2.1 Inleiding**

Enige probleemsituasie bevat volgens Sternberg & Davidson (1992:1037) drie belangrike eienskappe, naamlik dit wat *gegees* is, 'n *doel* en sekere *beperkings*. Die *gegewe* bestaan uit die elemente, verbande en voorwaardes wat die aanvangstatus van die probleem uitmaak. Die *doel* is die verlangde uitkoms van die probleem. Die *beperkings* is die vermoëns van die probleemoplosser en die situasie wat dit moontlik maak vir die oplossing om te weet hoe die aanvangstatus omskep moet word na die finale status van die probleem. Hulle definieer probleemoplossing as 'n aktiewe proses waardeur gepoog word om 'n verandering van 'n oorspronklike toestand na 'n nuwe verlangde toestand te bewerkstelling. Krulik & Rudnick (1984:3-4) beskryf probleemoplossing as die model waardeur 'n inividu van vorige kennis, vaardighede en begrip gebruik maak om die eise van 'n onbekende situasie te hanteer.

Reeds in 1946 het Polya (1946:5) 'n model vir probleemoplossing daargestel. Hy beskryf dit in 4 stappe:

- verstaan die probleem
- dink 'n plan uit
- voer die plan uit
- kyk terug

Alhoewel dit 'n vereenvoudiging is van die proses van probleemoplossing het dit tog die grondslag gelê vir latere werk. Baie navorsers, waaronder Krulik & Rudnick (1984:5-8) en Bransford, Sherwood & Sturdevant (1987:162-167), het Polya se vier stappe verder verfyn. Almal is dit egter eens dat sekere stappe in probleemoplossing geïdentifiseer kan word. Die stappe word kortliks bespreek onder die vier hoofpunte van Polya.

### **2.2.2 Die lees en verstaan van die probleem**

By die lees van die probleem word onderskei tussen die identifisering van feite, die identifisering van die vraag of probleem en die begrip van die woordeskat. Dit is nodig dat die probleemoplosser altyd eers 'n totale prentjie van die probleem moet kry alvorens hy verstrengel raak in detail. Rubenstein (1975:14-19) beweer dat die algemeenste probleem by probleemoplossing nie 'n gebrek aan inligting is nie, maar eerder om alle inligting reg te gebruik. Die probleem moet gevisualiseer kan word ten einde begrip te verbeter. Ten einde 'n probleem te identifiseer en 'n geheuevoorstelling daarvan te maak moet 'n persoon eers die kritieke elemente van die probleem enkodeer. Dit behels die stoor van kenmerke van die probleem in die korttermyngeheue en die onttrekking van inligting wat relevant is tot die probleem uit die langtermyngeheue (Sternberg & Davidson, 1992:1037-2043). Die meeste probleme bevat egter meer inligting as wat in die korttermyngeheue gestoor kan word. Dit is dus nodig dat die probleem verwerk moet word in eenvoudige taal sonder om van die gegewens uit te laat.

### **2.2.3 Die beplanningsfase**

Die stappe wat beplan word, moet gebruik word om die probleem op te los. 'n Belangrike deel van beplanning behels dat die probleem verdeel word in 'n aantal sub-probleme of sub-doelwitte (Greeno, 1980a:15,16). 'n Volgorde moet dan bepaal word waarin hierdie probleem opgelos sal kan word. Daar moet altyd gelet word op die hoeveelheid data wat gegee is, watter data ekstra is, watter irrelevant is en watter nie gegee is nie. Die data

moet dan georganiseer word en voorgestel word met behulp van tabelle, diagramme, grafieke, kaarte of algebraïese uitdrukkings, sowel as interne voorstellings. Hayes (1981:3) beklemtoon dat interne voorstellings sowel as eksterne voorstellings baie help met die oplossing van probleme. Sekere probleme kan opgelos word deur slegs van interne voorstellings gebruik te maak, byvoorbeeld hoofrekenebewerkings in Wiskunde. Die meeste probleme is egter te ingewikkeld sonder eksterne voorstellings.

#### **2.2.4 Die oplossingsproses**

Wanneer 'n plan gemaak is hoe die probleem opgelos gaan word, moet hierdie plan geïmplementeer word (Sternberg & Davidson, 1992:1038). Op hierdie stadium is dit nodig om 'n strategie te kies. Die strategie is dié deel van die probleemoplossingsproses wat rigting gee aan die probleemoplossing. Strategieë is nie probleemspesifiek nie en word dikwels in kombinasie met mekaar gebruik. Krulik en Rudnick (1984:5-8) en Hayes (1981:19-20) identifiseer strategieë wat algemeen gebruik word in die oplossingsproses:

- patroonherkenning
- werk van agter af vorentoe
- raai en toets (probeer en tref)
- simulاسie en eksperimentering
- reduksie
- georganiseerde lysie
- logiese deduksie
- benaderde metode

Daar moet by die bepaling van 'n oplossing steeds tred gehou word met dit wat reeds gedoen is, dit wat tans gedoen word en dit wat nog gedoen moet word. Dit sluit in die individu se beheer oor die interne voorstelling wat hy of sy gevorm het, of nog steeds moet vorm om die probleem op te los. Bodner (1990:15) beklemtoon ook die belangrikheid om sleutelfeite neer te skryf en die probleem visueel voor te stel. Dit is ook vir Bodner belangrik om hardop te dink wanneer 'n probleem opgelos word.

Soms is dit ook volgens Sternberg & Davidson (1992:1037-1043) nodig om nuwe oogmerke te formuleer as die vorige oogmerke nie bereik kan word nie. Kreatiewe denke word deur al die skrywers beklemtoon en kan slegs plaasvind uit die reorganisasie van bestaande kennis. Om bestaande kennis te kan reorganiseer moet dit in die fokus gebring word en moet dit toeganklik en beskikbaar wees dwarsdeur die oplossing van die probleem. Om werklik beskikbaar te wees vir manipulasie moet alle data in die probleem ook vry wees van enige konnotasies wat uit vorige ervaring daaraan geheg is.

### **2.2.5 Evalueringsfase**

Skrywers is dit eens dat daar na afloop van die probleemoplossing teruggekyk moet word na wat gedoen is ten einde die oplossing te evalueer of te toets en te leer uit die ervaring, met die oog op die latere oplossing van soortgelyke probleme. Dit is die enigste manier om te weet of die antwoord reg is. Daar moet gekyk word of die antwoord beantwoord aan al die doelstellings en beperkings van die probleem. Dit is egter ook in die fase nodig om te leer uit die ervaring wat opgedoen is. Die uiteindelijke kontrole behels 'n skatting en evaluering van die antwoord om sodoende te bepaal of dit 'n moontlike of aanvaarbare oplossing kan wees.

Hierdie stappe is deur navorsers soos Hayes (1981:3) verder afgebreek in subvaardighede wat nie in hierdie studie verder bespreek sal word nie. Hy beweer dat die sukses van 'n probleemoplosser afhang van die effektiwiteit waarmee elk van bogenoemde stappe uitgevoer kan word. Navorsers is dit egter eens dat probleemoplossing 'n aktiewe proses is waar die gebruik van bepaalde vaardighede noodsaaklik is.

Opsommend kan gesê word dat daar verskeie benaderings bestaan oor probleemoplossing en dat daar bepaalde stappe is in die probleemoplossingsproses sowel as verskillende strategieë wat nodig is vir die doeltreffende oplossing van probleme. Navorsers is dit eens

dat probleemoplossing 'n vaardigheid is wat aangeleer kan word en wat verbeter kan word, indien kennis van bepaalde strategieë vir die oplossing van probleme wel bekend is.

Vervolgens sal daar gekyk word na navorsing wat gedoen is oor probleemoplossing in Wiskunde. Baie van die navorsing wat gedoen is oor algemene probleemoplossing is ook direk van toepassing op wiskundige probleemoplossing.

### **2.3 PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE**

Wiskundige probleemoplossing kan gedefinieer word as die wyse waarop 'n individu vorige kennis, vaardighede en begrip gebruik om die eise van 'n onbekende situasie te bevredig. Die individu moet 'n sintese maak van wat hy alreeds geleer het en dit toepas op die nuwe en onbekende situasie. Dit is egter nie slegs vorige ervaring en kennis wat nodig is om 'n probleem op te los nie. Die bestaan van 'n probleem beteken dat die individu gekonfronteer word met doelwitte wat bereik moet word wat hy nie herken nie en waarop hy nie sonder meer 'n vorige model kan toepas nie.

'n Probleem sal volgens Krulik en Rudnick (1980:3-4) nie werklik 'n probleem wees as dit maklik opgelos kan word deur 'n algoritme wat tevore al aangeleer is nie. Daarom beklemtoon Charles (1989:48-50) die feit dat strategieë en tegnieke om te vorder met onbekende ongestandaardiseerde probleme noodsaaklik is vir effektiewe probleemoplossing in Wiskunde.

Dit is ook nodig om tydens wiskundige probleemoplossing gedurig besluite te neem aangaande die seleksie en implementering van bronne en strategieë. Dit sluit in die beplanning, monitering, skatting en besluitnemingsmeganismes wat nodig is by probleemoplossing. Die leerlinge moet sekere besluitnemingsmeganismes kan gebruik om te kies tussen beskikbare aksies wat uitgevoer kan word. Hulle moet ook denkend kan wissel tussen die verskillende taktieke, patrone en strategieë wat bekend is (Schoenfeld, 1985:15; Wilson et al. 1993:62-65).

Navorsers beklemtoon **verskillende eienskappe** wat nodig is vir probleemoplossing in Wiskunde. Dit stem ooreen met navorsing oor algemene probleemoplossing wat in paragraaf 2.2 bespreek is en kan opgesom word in vyf hoofpunte, naamlik:

- **Vakspesifieke kennis:** Hiermee word verstaan die formele kennis oor die vakgebied, algoritmiese en nie-algoritmiese prosedures en begrip van vooraf ooreengekome reëls, stellings en aksiomas. Wilson et al. (1993:62) beklemtoon dit ook dat wiskundige kennis noodsaaklik is vir goeie probleemoplossing.
- **Algoritmes:** Hieronder word verstaan prosedures wat van toepassing is op 'n spesifieke tipe oefening wat, as dit korrek uitgevoer word, die korrekte antwoord waarborg. Die belangrikheid van algoritmes in Wiskunde kan nie gering geskat word nie, maar tog kan die proses om 'n algoritme uit te voer op sigself nie gesien word as probleemoplossing nie (Wilson et al. 1993:63). Dit kan egter wel noodsaaklik wees in die hele proses van probleemoplossing in Wiskunde.
- **Strategieë, tegnieke en algemene reëls:** Probleemoplossingstrategieë is inligting wat beskikbaar is aan leerlinge wanneer besluite gedurende probleemoplossing geneem word. Dit is hulpmiddels vir die generering van 'n oplossing wat plooibaar, maar nie-voorskriftelik is nie. Wilson et al. (1993:63) stel dit duidelik dat, indien daar meer klem gelê word op meer doelgerigte onderrig van strategieë, probleme makliker deur leerlinge opgelos sal kan word.
- **Beheeruitoefening en organiseringsvermoë:** Dit is noodsaaklik om die seleksie van kennis, algoritmes, strategieë en prosedures te begelei. Die gesofistikeerdheid van die beheerprosesse wat gebruik word deur kundige

probleemoplossers om hulle probleemoplossingsaktiwiteit te monitor en te rig moet nie onderskat word nie. Die leerling moet daarom sekere besluitnemingsmeganismes aanleer om te kan selekteer tussen die beskikbare heuristieke en om nuwe strategieë te ontwikkel soos die probleemsituasie vorder (Wilson et al. 1993:64).

- **Die vermoë om terug te kyk, te evalueer en te leer uit eie ervaring:** Verskeie navorsers, waaronder Schoenfeld (1985:15), Wilson et al. (1993:62-65) en Kilpatrick (1985:7,8), beklemtoon die feit dat vorige ervaring in probleemoplossing 'n belangrike rol speel by die oplos van nuwe probleme. Die kind moet dus geleer word om sy eie oplossing te evalueer en raakvlakke met ander probleme raak te sien.

Hoe bogenoemde eienskappe gebruik moet word, stem ooreen met navorsing wat deur Polya en ander navorsers gedoen is (vergelyk 2.2) en word deur Krulik en Rudnick (1980:20-26) beskryf in 5 stappe:

- **Lees**
  - Kyk na sleutelwoorde
  - Identifiseer die probleem
  - Kyk na wat gevra word
  - Herformuleer die probleem in eie woorde
- **Ontdek**
  - Teken 'n diagram, konstrueer 'n model
  - Maak 'n kaart
  - Kyk vir patrone
- **Kies 'n strategie**
  - Eksperimenteer
  - Kyk vir eenvoudiger probleme

- Raai
- Vorm 'n tentatiewe hipotese
- Aanvaar 'n oplossing
- **Los op**
  - Voer die strategie uit
- **Hersien en brei uit**
  - Toets die antwoord
  - Kyk vir interessante variasies op die oorspronklike idee.

Omdat daar fundamentele interafhanklikhede bestaan tussen 'n probleemoplosser se Wiskundebronne, soos kennis van feite, algoritmes en strategieë en die beheermeganismes wat gebruik word om hierdie bronne te bestuur, sowel as die affektiewe faktore wat prestasie beïnvloed, is dit noodsaaklik dat metakognisie bestudeer moet word wanneer daar na wiskundige probleemoplossing gekyk word. Lester (1985:62-65) identifiseer 'n model vir probleemoplossing waarin die metakognitiewe komponente sowel as die kognitiewe komponente geïnkorporeer kan word.

Die **kognitiewe komponent** bestaan uit vier kategorieë, nl. oriëntasie, organisasie, uitvoering en evaluering. Dit sluit nou aan by die voorafgaande vyf eienskappe vir 'n goeie probleemoplosser en die vyf stappe wat Krulik en Rudnick beskryf het.

Onder **oriëntasie** word verstaan die strategiese gedrag om die probleem te verstaan. Dit sluit in begrip, strategieë, ontleding van inligting, voorstelling van inligting en skatting van die moeilikheidsgraad van die probleem.

Met **organisasie** word bedoel die beplanning van gedrag en keuse van aksies. Dit sluit in die identifisering van doelwitte, globale beplanning en lokale beplanning as die implementering van globale planne.

**Uitvoering** word gesien as die regulering van gedrag om die plan uit te voer. Dit sluit in die uitvoering van lokale aksies, monitering van die proses en keusebesluite, bv. spoed vs. akkuraatheid.

**Evaluering** is die toets van besluite wat geneem word en die evaluering van die uitgevoerde plan. Dit sluit in

- **evaluering van oriëntasie en organisasie** as die evaluering van voldoende probleemvoorstelling en effektiewe organisasie van besluite,
- **evaluering van uitvoering** as die kontrolering van resultate van lokale aksies, die ooreenstemming van tussentydse resultate met bestaande planne en probleemvoorwaardes en ooreenstemming van finale resultate met probleemvoorwaardes.

By die bespreking van die **metakognitiewe komponent**, met spesifieke verwysing na probleemoplossing in Wiskunde, verwys Lester na persoonsveranderlikes, taakveranderlikes en strategieveranderlikes.

**Persoonsveranderlikes** is die individu se oortuigingsstelsel en eienskappe wat sy prestasie mag beïnvloed, soos motivering, angs en deursettingsvermoë. Dit sluit ook in die individu se kennis oor sy eie vermoë sowel as sy eie beperkings in die algemeen en met spesifieke verwysing na Wiskundetake.

**Taakveranderlikes** word in vyf kategorieë verdeel volgens die individu se kennis van eienskappe van 'n taak wat sy prestasie op die taak kan beïnvloed.

- **Inhoudsveranderlikes** as die veranderlikes wat geassosieer word met wiskundige inhoude van die taak;
- **kontekstveranderlikes** behels die nie-wiskundige betekenis in 'n stelling van 'n taak sowel as die mate van bekendheid wat die individu met die inhoud van die taak het;
- **struktuurveranderlikes** beskryf die wiskundige verhouding tussen die elemente van 'n taak;
- **sintaksveranderlikes** is gemoeid met die verhouding tussen, sowel as die rangskikking van woorde en simbole in die taakstelling;

- **prosesveranderlikes** beskryf die interaksie tussen die verstandelike bewerkings van die probleemoplosser en die probleem wat opgelos moet word.

**Strategieveranderlikes** sluit in veranderlikes wat geassosieer kan word met die individuele bewustheid van strategieë wat kan help met begrip, organisasie, beplanning, uitvoering van die plan en kontrole en evaluering.

Dit is juis op laasgenoemde strategieveranderlikes waarop die klem in hierdie studie val.

Schoenfeld (1985:432) bespreek heuristiese prosesse en verdeel dit in twee soorte, naamlik aan die een kant 'n algemene strategie, onafhanklik van enige spesifieke vak of onderwerp, wat probleemoplossers help met die benadering, begrip en die effektiewe bestuur van die bronne in die probleemoplossingsproses. Aan die ander kant is daar dikwels by spesifieke probleme die noodnag vir spesifieke tipe heuristiese prosesse. Hierdie tipe probleme gee dikwels duidelike tekens dat dit die beste opgelos sal kan word deur die toepassing van spesifieke heuristiese metodes. As die leerling geleer kan word om hierdie tekens raak te sien, sal hy ook weet watter metode om te gebruik.

Daar is egter 'n groot aantal probleme waar daar nie 'n teken of 'n idee raakgesien kan word wat aandui watter tipe heuristiese metode gebruik moet word nie. Schoenfeld (1985:445) meen dat sekere groeperings van heuristiese prosesse meer algemeen van hulp sal wees by probleemoplossings in 'n spesifieke stadium van die oplossing as ander.

Soos by algemene probleemoplossing (vergelyk par. 2.2) word verskeie probleemoplossingstrategieë vir die oplos van Wiskunde probleme deur navorsers geïdentifiseer. Charles (1989:259-272) noem as belangrike strategieë vir die oplos van Wiskunde probleme die teken van prentjies en diagramme om sodoende probleme visueel voor te stel, skatting en toetsing, opstel van tabelle en lyste, patroonherkenning, die oplos van 'n makliker probleem eerste, deur van agter af vorentoe te werk en deur vrae te vra wat nie in die probleem genoem word nie, maar wat geantwoord kan word deur die inligting in die probleem te gebruik. Die gebruik van logiese redenering en reduksie word ook deur O'Daffer (1985:62-63) uitgelig as 'n probleemoplossingstrategie. Ballew

(1994:597) lê klem op die herken van moontlike patrone uit dit wat gegee is, sonder om daaruit, met vooropgestede idees, gevolgtrekkings te maak wat nie bewys kan word nie. Die kind moet volgens Ballew geleer word om die belangrike van die onbelangrike te skei.

Dit is moontlik dat daar van 'n verskeidenheid strategieë gebruik gemaak moet word in die oplossing van 'n enkele probleem. Harvey (1980:11-30) toon in sy navorsing aan dat die onderrig van probleemoplossingstrategieë aan studente en onderwysers 'n invloed het op die suksesvolle oplossing van Wiskunde probleme. Hy beklemtoon dat nie slegs die opleiding in probleemoplossingstrategieë belangrik is nie, maar ook die evaluering van die probleemoplossingsproses wat gebruik word.

'n Suksesvolle onderrig met betrekking tot probleemoplossing veroorsaak dat die leerlinge 'n positiewe ingesteldheid teenoor die oplos van Wiskunde probleme kry (Kilpatrick, 1985:11-12). Die belangrike rol wat die onderwyser speel in die probleemoplossingsproses word ook deur Schoenfeld (1992:358) beklemtoon. Hy lê ook baie klem op die feit dat die kind bewus gemaak moet word dat daar nie net een metode bestaan om 'n probleem op te los nie, maar verskeie metodes.

Die kind moet egter nie net gelos word om hierdie metodes self te ontdek nie, maar daar moet gepoog word om hierdie vaardighede vir die kind aan te leer deur hulle bewus te maak van strategieë wat bestaan.

Uit die voorafgaande blyk dit duidelik dat vakspesifieke kennis alleen onvoldoende is ten einde Meetkunde probleme op te los. Daar behoort ook in die onderrig van Wiskunde baie klem gelê te word op strategieë wat kan help met begrip, organisasie, beplanning en uitvoering van die probleem, sowel as die kontrole en evaluering van die probleem. Die interaksie tussen verstandelike bewerkings van die probleemoplosser en die probleem wat opgelos word, bly egter moeilik om te simuleer. Die ideaal sou wees om die denkprosesse van die ekspert probleemoplosser aan die leerling oor te dra.

## 2.4 PROBLEEMOPLOSSING IN MEETKUNDE-ONDERRIG

Die studie van Meetkundemodelle verskaf 'n perspektief waaruit die leerling kan analiseer en probleme oplos. Meetkundige interpretasies kan help om 'n abstrakte voorstelling meer verstaanbaar te maak. Leerlinge ontdek verwantskappe en ontwikkel ruimtelike begrip deur die konstruering, teken en meting, visualisering, vergelyking en klassifikasie van meetkundige figure (NCTM, 1989:112).

Meetkundeprobleme vereis dat leerlinge verwantskappe tussen voorwerpe moet kan raaksien of om die grootte van objekte te bepaal, soos by die grootte van 'n hoek of die lengte van 'n lynstuk. Elke stap in die oplossing van die probleem bestaan uit 'n gevolgtrekking waarin sekere nuwe verbande of verwantskappe of die meting van sekere addisionele komponente afgelei word van inligting wat gegee is of wat tevore afgelei is. Die probleem word opgelos wanneer hierdie ketting van gevolgtrekkings die doel van die probleem bereik. Elk van die inferensiestappe word gebaseer op een van die as-dan-stellings wat die leerling reeds ken (Greeno, 1980(b):2,3). Alle probleemoplossing word gebaseer op kennis (Greeno, 1980(a):9-10). Dit is duidelik dat kennis ook hier van deurslaggewende belang is ten einde 'n Meetkundeprobleem te kan oplos.

Volgens Greeno (1980(b):1-21) is daar drie terreine van kennis wat benodig word vir suksesvolle oplossing van probleme in Meetkunde:

- stellings wat gebruik word in die inferensieproses
- perseptuele konsepte wat gebruik word om patrone te herken
- strategiese beginsels wat gebruik word in doelstellings en beplanning

Die *stellings* wat benodig word in Meetkundeprobleemoplossing is bekende stellings oor meetkundige relasies. *Inferensies* wat gebaseer is op dié tipe stellings vorm die belangrikste stappe in meetkundige probleemoplossing. Meetkundeprobleme vereis dat leerlinge die verwantskap tussen objekte (hoeke ens.) moet kan aantoon of om die grootte van 'n objek te bepaal. *Inligting* word in die probleem gegee in die vorm van hoeke wat

kongruent is, lyne wat parallel is en groottes van hoeke of sye. Elke stap in die oplossingsproses bestaan uit *inferensies* waarin sommige nuwe verwantskappe of groottes onttrek word uit die inligting wat gegee is. Die probleem word opgelos wanneer die ketting van inferensies die verwantskap of grootte vind wat die doel van die probleem is (Greeno, 1980:1-21).

Die perseptuele konsepte wat benodig word in Meetkundeoplossing sluit patroonherkenning in, wat byvoorbeeld die herkenning van 'n regoorstaande hoek of ooreenstemmende hoek is wat 'n bepaalde patroon vorm ten opsigte van 'n reguit lyn of twee ewewydige lyne.

Die strategiese kennis wat benodig word in Meetkundeoplossing sluit in die kennis van algemene planne wat lei tot 'n verskeidenheid tipes doelwitte wat in 'n Meetkundeoplossing kan voorkom.

Van hierdie drie aspekte word die eerste twee, naamlik stellings en perseptuele konsepte, volgens Greeno, eksplisiet ingesluit in die onderrig van Meetkunde op skool. Daar word byvoorbeeld baie aandag gegee aan die bekendstelling van nuwe stellings deurdat dit deeglik verduidelik en gewoonlik ook bewys word. Daar word ook volgens Greeno eksplisiet aandag gegee aan die voorstelling van konsepte wat nodig is by patroonherkenning. Dit word gewoonlik voorgestel in diagramme met oefening wat klem lê op die belangrike eienskappe wat nodig is om die spesifieke voorkoms van die konsepte te identifiseer.

Volgens Greeno (1980:4,5) word die komponente, wat hy strategiese kennis noem, egter nie eksplisiet voorgestel in die opleidingsmateriaal van Meetkunde nie. Die kennis wat benodig word vir beplanning en die stel van doelwitte kan as 'n eksplisiete eienskap gegee word. Hy meen dat die meeste onderwysers nie die beginsels van strategieë eksplisiet identifiseer wanneer hulle leerlinge onderrig nie. Hy vra die vraag hoe leerlinge kennis moet bekom wat noodsaaklik is vir Meetkundeoplossing as dit nie ingesluit is in

die onderrigmateriaal van die vak nie. Strategiese kennis is deel van die kennis wat leerlinge moet bemeester ten einde probleme in Meetkunde te kan oplos.

In die verlede het baie navorsers 'n goeie probleemoplosser getipeer as iemand wat goeie intellektuele vermoëns het of iemand wat baie goeie motivering het om aan te hou tot die probleem opgelos is, of 'n persoon wat die vermoë het om algemene heuristiese probleemoplossingsmetodes te kan gebruik.

Clement & Battista (1992:420-460) beskryf vyf dimensies van Meetkundeoplossing:

- visualisering
- sketse en konstruksie van figure
- studie van ruimtelike aspekte van die fisiese wêreld
- 'n instrument vir die voorstelling van nie-visuele wiskundige konsepte en verwantskappe
- voorstelling van 'n formele wiskundige stelsel.

By al vyf dimensies speel voorstelling 'n baie belangrike rol. By die oplossing van 'n Meetkundeoplossing is dit ook dan die belangrikste dat die probleem reg voorgestel word. 'n Visuele voorstelling van 'n Meetkundeoplossing is noodsaaklik ten einde die probleem te kan oplos. Leerlinge word gewoonlik geleer om die probleem op 'n plat vlak voor te stel en verwantskappe tussen hoeke en lynstukke duidelik aan te toon. Dit is egter ook moontlik om die beplanning van die probleem visueel voor te stel.

## **2.5 OPSOMMING**

In hierdie hoofstuk is ondersoek ingestel na die stand van probleemoplossing in Wiskunde. Die konstruktivistiese benadering tot leer het ook in Wiskunde-onderrig baie veld gewen.

Die nuwe probleemgerigte benadering in Wiskunde wat vandag wêreldwyd gepropageer word, is 'n direkte uitvloeisel van die konstruktivistiese benadering.

Met die probleemgesentreerde benadering word daar gepoog om weg te beweeg van 'n metodiese benadering waar die onderwyser die metodes aan leerlinge verduidelik of demonstreer na 'n benadering waar die leerling self moet ontdek. Eie uitvinding speel 'n groot rol.

Te min aandag word geskenk aan die oplossingsproses vanaf die stadium dat die gegewe aan die leerling gestel is totdat die gevraagde doel bereik is. Duidelike riglyne behoort aan onderwysers gegee te word oor die toepassing van die nuwe probleemgerigte benadering in skole. Strategieë wat kan help met begrip, organisasie, beplanning en uitvoering van 'n plan moet aan leerlinge onderrig word. Probleemoplossing is 'n vaardigheid en sonder die nodige riglyne aan die leerlinge sal die nuwe benadering nie kan slaag nie.

Verder is navorsing in probleemoplossing in die algemeen ondersoek, asook probleemoplossing in Wiskunde met spesifieke verwysing na Meetkunde. Die klem het veral geval op probleemoplossingstrategieë wat kan help met begrip, organisasie, beplanning, uitvoering en evaluering van die plan. Verskeie strategieë is geïdentifiseer, waaronder die teken van prentjies en diagramme, skatting en toetsing, die opstel van tabelle en lyste, patroonherkenning, die oplos van makliker probleme eerste en deur van agter af vorentoe te werk.

In hierdie hoofstuk word aangetoon dat strategieë en tegnieke noodsaaklik is vir suksesvolle probleemoplossing. Die leerlinge moet sekere besluitnemingsmeganismes kan gebruik om te kies tussen beskikbare aksies wat uitgevoer kan word. Hulle moet denkend kan wissel tussen die verskillende taktieke, patrone en strategieë.

Daar word vervolgens in hoofstuk 3 probleemoplossing, soos dit in Pseudo Intelligensie gebruik word, ondersoek.

## HOOFSTUK 3

### PROBLEEMOPLOSSING IN PSEUDO INTELLIGENSIE

#### 3.1 PSEUDO INTELLIGENSIE EN EKSPERTSTELSELS

Pseudo Intelligensie is die deel van Rekenaarwetenskap wat gemoeid is met die ontwerp van intelligente rekenaarstelsels. Dit is stelsels wat die eienskappe het wat ons gewoonlik assosieer met intelligente menslike gedrag, nl. begrip van taal, leer, redenering, ens. Pseudo Intelligensie is dus gemoeid met die ontwerp van programme om intelligente optrede en ook menslike kognitiewe vaardighede na te boots, om take uit te voer wat tradisioneel beter gedoen word deur die menslike ekspert, omdat dit hoër kognitiewe prosesse soos leer, geheue-organisasie en logika insluit (Jackson, 1990:3,15). Dit gaan dus om die outomatisering van intelligente optrede (Durkin,1994:3,4). Daarmee word gepoog om rekenaars nog meer bruikbaar vir die mens te maak en om die beginsels wat intelligensie moontlik maak beter te verstaan (Winston,1984:2).

Ekspertstelseltegnologie het ontwikkel vanuit navorsing wat gedoen is op die gebied van Pseudo Intelligensie. Ekspertstelsels is 'n studieveld binne Pseudo Intelligensie wat daarop gemik is om rekenaarprogramme te ontwikkel wat probleemoplossingsvermoëns van menslike kundiges kan simuleer. Daar word gepoog om die ekspert se kennis, kundigheid en redenasievermoë te simuleer (Durkin, 1994:7). 'n Ekspertstelsel is dus 'n rekenaarprogram wat kennis van 'n spesifieke vak of onderwerp voorstel en daarvoor redeneer met die doel om probleme op te los wat hul nie leen tot algoritmiese benadering nie. Dit beskik ook oor die vermoë om te verduidelik hoe die oplossing verkry is en advies te gee. Dit is belangrik sodat die gebruiker oortuig kan wees dat die oplossing korrek is (Jackson, 1990:3,11). 'n Ekspertstelsel sal dus take soos interpretering,

voorspelling, diagnosering, ontwerp, beplanning, montering, ontfouting en beheer kan uitvoer (Klein & Methlie, 1995:208).

Die kennis en prosedures wat in 'n ekspertstelsel gebruik word, is simulaties van soekmetodes en heuristieke wat deur menslike kundiges op die spesifieke vakgebied gebruik sal word om 'n spesifieke probleem op te los. Dit is dus belangrik dat die ontwikkeling van ekspertstelsels gebaseer is op teorieë oor menslike probleemoplossing en op kennis wat deur die menslike kundiges verkry is op hierdie gebied, hetsy deur ervaring of deur die aanleer van die kennis (Klein & Methlie, 1995:203).

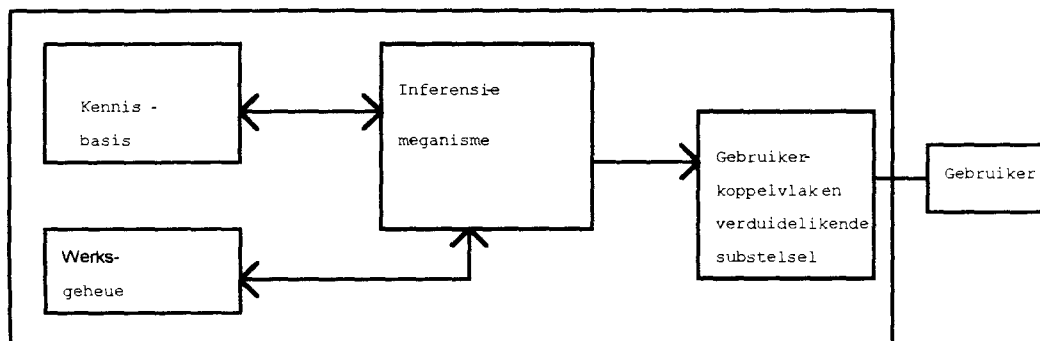
In hierdie hoofstuk word die wyse van kennisvoorstelling deur die rekenaar, sowel as inferensietegnieke wat die rekenaar kan gebruik by probleemoplossing, bestudeer.

### **3.2 DIE FUNKSIONERING VAN 'N EKSPERTSTELSEL**

By die bestudering van probleemoplossing is daar dus twee hoofkomponente wat gesimuleer moet word, nl. die kenner (ekspert) se **kennis** en sy **redeneringsvermoë**. Kennis is nodig ten einde enige probleem op te los. Dit is ook noodsaaklik dat daar **denke, begrip** of 'n vorm van **redenering** betrokke moet wees in die soeke na die oplossing. Sonder die nodige begrip en redeneringsvermoë kan 'n probleem nie opgelos word nie.

'n Rekenaarstelsel wat in staat is om probleme op te los moet dus beskik oor 'n kennisbasis waar die kennis gestoor word en 'n inferensiemeganisme wat verantwoordelik is vir die gevolgtrekkings (Durkin, 1994:17). 'n Eenvoudige skematiese voorstelling van die funksionering van 'n ekspertstelsel word in Figuur 3.1 beskryf (Durkin, 1994,27,28).

**FIGUUR 3.1 SKEMATIESE VOORSTELLING VAN DIE FUNKSIONERING VAN 'N EKSPERTSTELSEL.**



Die *kennisbasis* beskik oor hoogs gespesialiseerde kennis oor die probleemgebied, asook feite oor die probleem, reëls, konsepte en verwantskappe. Die feite beskryf wat bekend is oor 'n spesifieke onderwerp op 'n gegewe tydstip. Die reëls spesifiseer die situasionele, konseptuele of oorsaaklike relasies tussen die feite. Die ekspertstelsel moet dus 'n meganisme hê om die feite en reëls in te voer in die kennisbasis, die biblioteek van feitelike uitdrukkings op datum te hou en om die inhoud daarvan te vertoon vir die mens wat dit bedryf (Zaheeruddin, 1995:25).

Die *gevolgtrekkingsmeganisme* of inferensiemasjien is 'n kennisverwerker wat 'n ekspert se wyse van redenering as model gebruik. Hierdie meganisme werk met beskikbare inligting oor 'n gegewe probleem, sowel as met die kennis wat in die kennisbasis gestoor is. Daarvolgens word gevolgtrekkings en aanbevelings gemaak (Durkin, 1994:17). Dié inferensiemasjien voer drie take gelyktydig uit en bevat daarom drie elemente, nl. die interpreteerder, skeduleerder en geldigheidsuitvoerder. Die *interpreteerder* voer die verkose stap uit deur die toepaslike kennisreëls uit te voer. In die algemeen evalueer die

interpreteerder die relevante voorwaardes van die reël en maak veranderinge aan die werksgeheue soos die reëls dit spesifiseer. Die *skeduleerder* behartig die beheer oor die stappe wat uitgevoer word en bepaal watter daaropvolgende aksie uitgevoer moet word. Die *geldigheidsuitvoerder* hou 'n geldige voorstelling van die vorderende oplossing by (Zaheeruddin, 1995:25-26).

Die *werksgeheue* bevat die feite oor die probleem wat ontdek word gedurende die probleemoplossingsproses, sowel as feite wat bekend is oor die probleem. Dit is dus die deel van die stelsel wat die tussentydse resultate en bevindings en probleemfeite wat gedurende die oplossingsproses ontdek is, bevat. Drie tipes besluite kan in die werksgeheue gestoor word, nl. planne, agendas en oplossings. 'n Plan beskryf die algemene plan van aksie wat die stelsel gaan uitvoer om die probleem op te los. Dit sluit in doelwitte en die probleemstatus. Die agenda dui die potensiele aksies aan wat wag om uitgevoer te word. In die algemeen stem dit ooreen met die kennisbasisreëls wat relevant is aan enige besluit wat reeds in die werksgeheue geplaas is. Die oplossing verteenwoordig die hipoteses en besluite wat die stelsel tot dusver in die oplossingsproses gegenereer het (Zaheeruddin, 1995:25).

Die inligting oor 'n bepaalde probleem word in die werksgeheue geplaas. Die gevolgtrekkings of inferensiemeganisme modelleer die proses van menslike redenering. Dit vergelyk die feite in die werksgeheue met dié van die kennis wat in die kennisbasis is ten einde gevolgtrekkings oor die probleem te kan maak. Die interpreteerder werk met feite wat in die werksgeheue gestoor is en met kennis oor 'n spesifieke gebied wat in die kennisbasis gestoor is om sodoende by nuwe inligting uit te kom. Die reëls vir 'n passing tussen die gegewe en die inligting wat in die werksgeheue is, word gesoek. Wanneer 'n passing gevind word, word die reëls in die werksgeheue gestoor en word daar voortgegaan met die soek van reëls wat nuwe passings tot gevolg kan hê (Durkin, 1994:29). Die proses sal voortgaan totdat die inligting in die werkgeheue die probleem

bevredig. Die werksgeheue bevat nou al die inligting oor die probleem wat óf deur die gebruiker verskaf is óf deur die stelsel verwerk is (Durkin, 1994:29).

Die gebruikerkoppelvlak tree op as bemiddelaar tussen die ekspertstelsel en die mens wat dit gebruik. Dit behoort 'n natuurlike taal- en gebruikersvriendelike koppelvlak te wees. Die verduidelikende substelsel is verantwoordelik om die aksies van die ekspertstelsel aan die gebruiker te verduidelik. Dit beantwoord vrae oor hoekom sekere gevolgtrekkings gemaak is en waarom sekere alternatiewe nie oorweeg is nie. Om dit te doen gebruik die verduideliker 'n paar algemene tipe vraag-antwoordplanne. Die verduideliker moet kan teruggaan op die spoor van die oplossing. Elke stap terug stem presies ooreen met een spesifieke kennisbasisreël. Die verduideliker neem hierdie reëls en vertaal dit in Engels vir die gebruiker om te verstaan (Zaheeruddin, 1995:25). 'n Ander vorm van verduideliking wat gebruik kan word, is om te soek vir 'n soortgelyke saak wat reeds suksesvol opgelos is en om dit aan die gebruiker voor te hou (Diederich, 1992:337).

### **3.3 DIE KENNISBASIS**

#### **3.3.1 Begripsomskrywing**

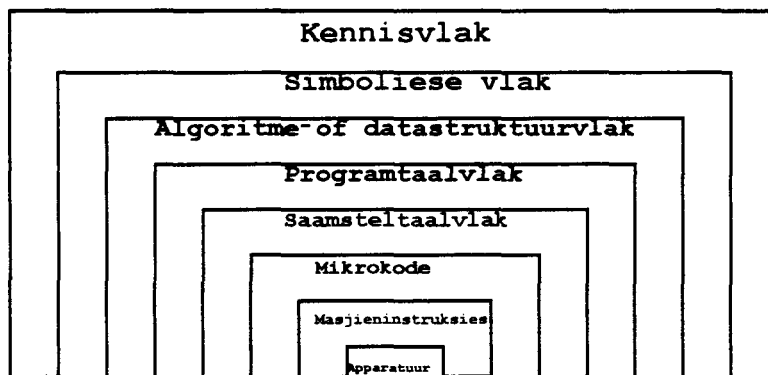
Kennis kan gedefinieer word as feite en beginsels wat deur die mens bymekaar gemaak is, maar meer nog ook die begrip vir taal, konsepte, prosedures, reëls, idees, abstraksies, plekke, gewoontes, feite en assosiasies, tesame met die vermoë om hierdie aspekte effektief te gebruik in verskillende aspekte van die lewe. Sonder hierdie vermoë sal die feite en konsepte betekenisloos en waardeloos wees (Zaheeruddin, 1995:24).

Die krag van 'n ekspertstelsel kom van die kennis waaroor die stelsel beskik, eerder as 'n spesifieke inferensieskema wat gebruik word. Die kennisbasis is daarom ook die hart van

die ekspertstelsel en bevat die probleemoplossingskennis. Dit is dié deel van die stelsel wat die **kennis** oor 'n spesifieke vakgebied bevat (Zaheeruddin, 1995:24).

Die vlakke van 'n kennisbasis word grafies in Figuur 3.2. voorgestel.

**FIGUUR 3.2 VLAKE VAN 'N KENNISBASIS**



Die kennisvlak is gemoeid met die kennisinhoud van die program en die manier waarop hierdie kennis gebruik word. Die kennisvlak is gemoeid met vroeë soos watter objekte en relasies belangrik is vir die bepaalde veld. Hoe word nuwe kennis bygevoeg by die stelsel en sal dit nodig wees dat die stelsel redeneer oor sy kennis?

Die simboliese vlak is gemoeid met die spesifieke formalisme wat gebruik word om probleemoplossingskennis voor te stel. Predikaatlogika as voorstellingstaal is 'n voorbeeld hiervan. Op die simboliese vlak word besluite geneem oor die struktuur wat gebruik word om die kennis voor te stel en te organiseer. Die selektering van 'n voorstellingstaal is ook op die terrein van die simboliese vlak.

Baie van die algoritmes en datastrukture wat gebruik word by die implementering van voorstellingstale in Pseudo Intelligensie is algemene tegnieke soos binêre bome en tabelle. By die programtaalvlak is die implementeringstaal van die program belangrik (Luger & Stubblefield, 1989:188-190).

Vir die doel van hierdie studie word daar slegs gekyk na die kennisbasis se boonste drie vlakke, naamlik die kennisvlak, die simboliese vlak en die algoritme of datastruktuurvlak.

### 3.3.2 Tipes kennis:

- **Prosedurekennis:** Dit is kennis wat instruksies gee oor die uitvoering van sekere take. Dit beskryf dus hoe die probleem opgelos moet word. Voorbeelde van prosedurekennis is byvoorbeeld reëls, strategieë en prosedures. Die stappe wat nodig is om 'n algebraïese vergelyking op te los is 'n tipiese voorbeeld van prosedurekennis.
- **Verklarende kennis:** Dit is passiewe kennis wat beskryf wat bekend is oor 'n probleem. Dit bevat eenvoudige stellings of feite wat óf waar óf vals kan wees. Dit bevat ook 'n lys stellings wat 'n objek of konsep beskryf. Personeeldata in 'n databasis is tipies van verklarende kennis (Zaheeruddin, 1995:24).
- **Metakennis:** Dit beskryf kennis oor ander tipes kennis en ook die omvang daarvan en hoe om dit te gebruik.
- **Heuristiese kennis:** Dit word gebruik om 'n praktiese reël te beskryf wat kan dien as hulpmiddel in die redeneringsproses. Dit verteenwoordig die kennis wat saamgestel is deur kundiges in hulle ervaring van probleemoplossing.

- **Strukturele kennis:** Dit beskryf kennisstrukture. Dit is die kundige se algemene geheue-model van die probleem in terme van konsepte, subkonsepte, verwantskappe en reëls (Durkin, 1994:53-54).

### 3.3.3 Kennisvoorstelling

Ten einde kennis te kan voorstel is 'n versameling konsepte en reëls nodig wat gebruik kan word om kennis te formuleer en te verklaar (Kambanis, 1991: 32-38). Kennisvoorstelling is die metode wat gebruik word om kennis te kodeer binne die rekenaarstelsel se kennisbasis (Durkin, 1994:53). Die rekenaarstelsel stel kennis in 'n simboliese vorm voor. Simbole kan gebruik word om 'n verskeidenheid van kennistipes soos feite, konsepte en reëls voor te stel (Durkin, 1994:33). 'n Voorstelling is 'n versameling sintaktiese en semantiese konvensies wat dit moontlik maak om dinge te beskryf. Die reëls van 'n voorstelling spesifiseer die simbole wat gebruik mag word en die maniere waarop die simbole georganiseer mag word. Die semantiek van 'n voorstelling spesifiseer hoe betekenis aan die simbole gegee moet word en die simboolorganiserings wat toegelaat word deur die sintaks (Winston, 1984:252).

Dit is nodig dat daar maniere gevind moet word waarop hierdie kennis gekodeer kan word ten einde dit simbolies in die rekenaar voor te stel.

### 3.3.4 Kennisvoorstellingstegnieke

#### 3.3.4.1 Inleiding

Elke voorstellingstegniek beklemtoon spesifieke inligting oor 'n probleem en ignoreer ander inligting. Elke tegniek het ook voor- en nadele om die spesifieke tipe kennis te benut. Wanneer die korrekte voorstelling vir 'n gegewe toepassing gekies is, word 'n struktuur verkry wat effektiewe probleemoplossing ondersteun.

Kennisvoorstellingstegnieke kan in vier dele verdeel word:

**Logiese voorstellingskemas** gebruik uitdrukkings in formele logika om 'n kennisbasis voor te stel. Inferensiereëls en bewysprosedures gebruik hierdie kennis vir probleemoplossing.

**Prosedurevoorstellingskemas** stel kennis voor as 'n versameling instruksies ten einde probleme op te los.

**Netwerkvoorstellingskemas** stel kennis voor as 'n grafiek. 'n Voorbeeld hiervan is semantiese nete.

**Gestruktureerde voorstellingskemas** is 'n uitbreiding van netwerkvoorstellings deurdat elke node toegelaat word om 'n komplekse datastruktuur te wees wat bestaan uit benoemde gleuwe met waardes daaraan vasgeheg. Hierdie waardes kan eenvoudige numeriese of simboliese data wees of dit kan wysers wees na ander rame of selfs prosedures om spesifieke take uit te voer (Luger & Stubblefield, 1989:334).

Verskeie kennisvoorstellingstegnieke bestaan en word verder bespreek.

### **3.3.4.2 Objek-attribuu-waarde**

Alle kognitiewe teorieë oor die organisering van menslike kennis gebruik feite as basiese boustene. 'n Feit is 'n vorm van verklarende kennis. Dit verskaf 'n bepaalde begrip oor 'n probleem en word gebruik om verhoudings en verwantskappe tussen meer komplekse kennisstrukture te beskryf en om die gebruik van hierdie strukture gedurende probleemoplossing te beheer. By die objek-attribuu-waarde kan die objek 'n fisiese item wees of 'n abstrak, soos liefde of haat. Die attribuut is 'n eienskap of 'n vermoë van die objek. Die waarde spesifiseer die attribuut se toekenning. Dit kan 'n boolese-, numeriese- of stringwaarde wees. By die meeste probleme het die objek meer as een belangrike eienskap of vermoë. In dié geval word veelvuldige attribute gedefinieer vir die bepaalde objek. Wanneer 'n bepaalde waarde geselekteer word uit 'n lys sal die stelsel hierdie waarde in die werksgeheue plaas as WAAR en alle ander waardes as VALS. 'n Voorbeeld van 'n objek-attribuu-waarde is die stelling: "Die fiets se kleur is blou." Die waarde "blou" word toegeken aan die fiets se kleur. Die objek is die fiets, die attribuut is die kleur en die waarde is "blou" (Durkin, 1994: 54,55).

### **3.3.4.3 Newelagtige logika ("fuzzy logic")**

Newelagtige logika verskaf 'n wiskundige metode om met subjektief gedefinieerde terme te werk. Dit word voorgestel via data-elemente wat partiële elemente van versamelings is. As 'n reël stel dat "As 'n man lank is, behoort hy basketbal te speel", kan dit geïnterpreteer word met newelagtige logika. Dit sal

beteken dat 'n man van 1,75m met omtrent 'n 10% waarskynlikheid 'n deel van die versameling langmanne is. Newelagtige logika-gebaseerde ekspertstelsels kan modifiseerders gebruik om die kwaliteit van 'n verwantskap verder te spesifiseer. As die reël stel dat "As 'n man baie lank is, .....", sal die term **baie** byvoorbeeld met 'n 90% waarskynlikheid deel wees van die versameling langmanne.

Die voordeel van newelagtige logika vir 'n ekspertstelsel is dat dit grootliks ooreenstem met die manier waarop menslike kundiges daarvoor dink (Mallach,1994:536-538).

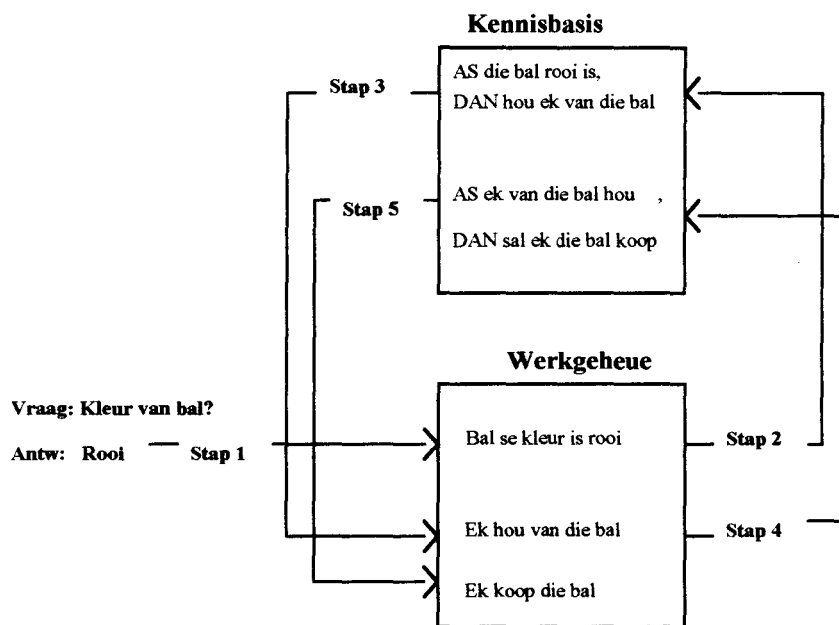
#### 3.3.4.4 Reëls

Reëls is 'n kennisstruktuur wat bestaande inligting verbind aan ander inligting om by nuwe inligting uit te kom. 'n Reël beskryf hoe om 'n probleem op te los met byvoorbeeld AS-..... DAN-..... stellings. 'n Reël kan ook veelvuldige EN-stellings insluit, byvoorbeeld AS ..... EN..... EN..... DAN..... ANDERS.....

In 'n reëlgebaseerde ekspertstelsel word kennis oor 'n bepaalde gebied voorgestel as 'n versameling reëls en dan in die stelsel se kennisbasis ingevoer. Die stelsel gebruik hierdie reëls saam met inligting wat in die werksgeheue is om 'n probleem op te los. Wanneer die AS-deel van die reël aanpas by die inligting in die werksgeheue sal die stelsel die aksie uitvoer wat in die DAN-deel gespesifiseer word. Wanneer dit gebeur, word gesê die reël is afgevuur en die DAN-deel word bygevoeg in die werksgeheue. Hierdie nuwe stelling wat bygevoeg is, kan dan weer gebruik word om nuwe reëls mee toe te pas. 'n

Skematiese voorstelling om dit te demonstreer word in Figuur 3.3 gegee (Durkin,1994:60-61).

**FIGUUR 3.3 Skematiese voorstelling van 'n reëlgebaseerde stelselbewerking**



Reëls kan verskillende vorme van kennis voorstel, soos prosedurekennis, inferensiële kennis en verklarende kennis ( Klein & Methlie,1995:223-224). Reëls kan ook gegroepeer word ooreenkomstig die aard van die probleemoplossingstrategie. By interpreteringsprobleme, diagnoseprobleme en ontwerpprobleme kom reëls, as voorstellingsmetode van kennis, baie algemeen voor. By sommige toepassings kan dieselfde bewerkings op verskillende objekte uitgevoer word. Daar kan 'n enkele reël vir elke objek geskryf word of die reël kan so geskryf word dat dit vir alle objekte geld (Durkin, 1994:62-66).

### 3.3.4.5 Semantiese nette

Dit is 'n metode van kennisvoorstelling wat gebruik maak van grafiese voorstellings wat uit nodes en skakels bestaan waar 'n node 'n objek, konsep of feit voorstel en 'n skakel die oorgang, verwantskap of assosiasie tussen die nodes. 'n Semantiese net bevat 'n grafiese voorstelling van die probleem se belangrikste objekte, eienskappe en verwantskappe. Die skakels verbind die nodes met mekaar. Die nodes en skakels het etikette wat die objekte wat voorgestel word en hulle natuurlike verwantskappe duidelik beskryf. Nodes kan dus objekte of eienskappe verteenwoordig. Gevolgtrekkings kan dan uit die net gemaak word (Durkin, 1994:68-73).

Rekenaargebaseerde semantiese nette is n-dimensioneel en elke konsep kan geskakel word aan 'n ander konsep. Relasies is tweerigting en voorstellings kan beelde, teks en klank insluit. Elke konsep kan gekoppel word aan baie ander konsepte. Rekenaargebaseerde semantiese nette ondersteun die skep van groot netwerke wat duisende idees in 'n enkele geïntegreerde kennisbasis saamvoeg. Elke konsep word begryp deur sy relasie met ander konsepte. 'n Nuwe konsep kan dus nie begryp word voordat dit nie op 'n betekenisvolle wyse geskakel is aan ander bestaande konsepte nie. Alle assosiasies, insluitende beelde, verwagtings, emosies en sensoriese ondervindings dra by tot die betekenis en begrip van die konsep (Fisher, 1990:1001-1002).

Nodes op die laagste vlak in die hiërargiese struktuur staan gewoonlik vir individuele items, terwyl nodes op die hoogste vlak klasse of kategorieë van items verteenwoordig. Konsepte word meer abstrak hoe hoër daar in die hiërargie op beweeg word. Eienskappe word ook as nodes voorgestel en die feit dat 'n eienskap van toepassing is op 'n konsep word voorgestel deur die eienskapnode te

verbind met die konsepnode met behulp van toepaslik benoemde skakels. 'n Eienskap word tipies gevoeg by die hoogste konsep of objeknode in die hiërargie waarby dié eienskap hoort. Dié eienskap sal dan ook van toepassing wees op al die nasate van hierdie node (Shastri, 1988:15). Die notasie van oorerwing van 'n eienskap vanaf 'n hoër konsep is baie kragtig omdat dit jou in staat stel om eienskappe te stoor op die hoogste moontlike vlak van abstraksie. Alle laer konsepte het outomaties toegang tot die eienskap (Lehmann, 1992:13).

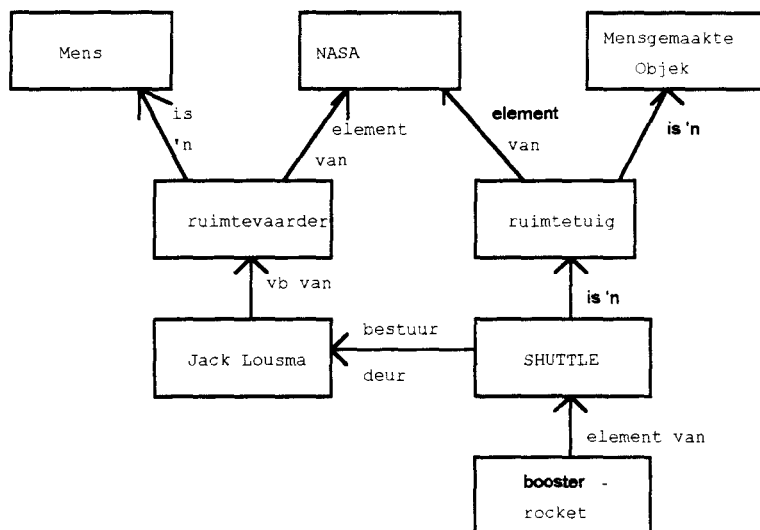
Nodes wat bygevoeg word by die semantiese net erf outomaties inligting uit die netwerk. Dit word erflikheid genoem en is 'n belangrike eienskap van 'n semantiese net. Wanneer 'n node foutiewe inligting erf, moet daar 'n nuwe node met korrekte inligting by hom bygevoeg word wat die foutiewe erfinligting kan oorskryf. Omdat 'n node eerste lokaal soek vir 'n antwoord sal die antwoord dan die korrekte en nie die erfinligting wees nie (Durkin, 199 :68-73).

Die algemeenste verwantskappe wat deur die skakels voorgestel word is **IS-A**-skakels wat gebruik word om taksonomiese verwantskappe aan te dui, bv. " 'n Vis is 'n dier.", en **HAS-A**-skakels wat bekrywings van objekte voorstel, bv. " 'n Hond het 'n stert" (Klein & Methlie,1995:225-226). In die meeste IS-A-hiërargiese strukture kan 'n node veelvuldige ouer nodes hê en kan eienskappe oorgeërf word deur meer as een pad.

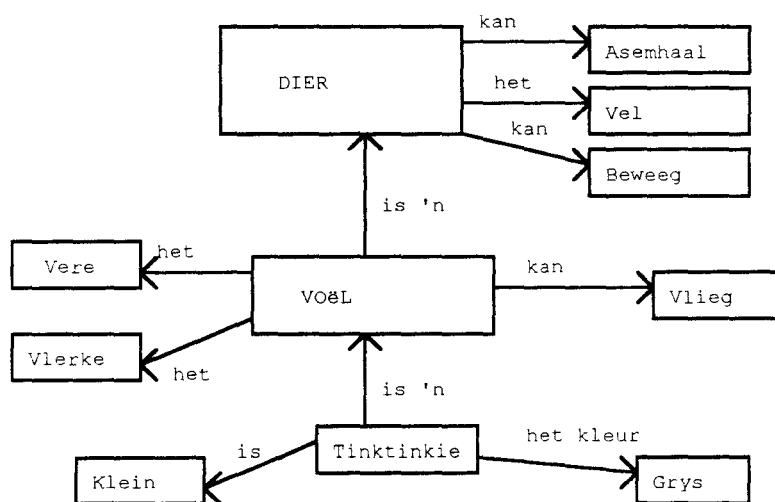
Die groot voordeel van 'n semantiese net is die vermoë om enige tipe kennis te kan voorstel. Dit gee ook 'n geïntegreerde oorsig oor verskillende idees in een enkele kennisstruktuur (Klein & Methlie,1995:226-227). Vanuit 'n semantiese net kan 'n kennisbasis opgestel word waaruit verbande en verwantskappe raakgesien kan word (Levine, Drang & Edelson, 1990:207-209).

Eenvoudige voorbeelde van semantiese nette word in Figuur 3.4 en Figuur 3.5 voorgestel.

**FIGUUR 3.4 VOORBEELD 1: 'N SEMANTIESE NET**



**FIGUUR 3.5 VOORBEELD 2: 'N SEMANTIESE NET**



(Luger & Stubblefield, 1989:33,339).

### 3.3.4.6 Raamwerke

'n Natuurlike byvoeging by 'n semantiese net is 'n skema of 'n raamwerk. Standaardvoorstellings van semantiese nete in rekenaars gebruik rame as datastruktuur (Lehmann,1992:8). 'n Raam is 'n eenheid wat tipiese kennis bevat oor sekere konsepte of objekte en sluit in beskrywende en prosedurekennis. 'n Raamwerk is 'n datastruktuur wat hiërargies georganiseer is en stereotipe inligting hou oor 'n konsep of objekte wat dan toegepas kan word op 'n spesifieke situasie. Die heel boonste node verteenwoordig die algemene konsepte en die laer nodes die meer spesifieke gevalle van die bepaalde konsep (Waterman, 1986:73-74).

Die raamwerk bevat ook verskillende inligting waaronder algemene inligting oor 'n bepaalde objek, hoe om die raam te gebruik en wat om te doen indien die verwagtings nie bevredig word nie. Elke raam het 'n naam wat beskrywend is van die objek. Die eienskappe van die objek word in die raamwerk ingevoer en kan boolse, string- of numeriese waardes aanneem. 'n Raamwerk bevat ook 'n opsionele veld waarin die name van ander raamwerke ingevoer word wat verwant is aan die bepaalde raamwerk. Die verwantskap is gewoonlik 'n "IS-A"-verwantskap (Durkin, 1994:73-80). Die status van die objek word beskryf deur 'n versameling attribute wat glouwe genoem word. Elke gleuf beskryf een of meer fasette. Hierdie fasette beskryf data of prosedures wat verbind kan word aan die bepaalde gleuf. Hierdie prosedures sal uitgevoer word wanneer die inligting in die gleuf verander. Die prosedures kan die toekenning van inligting aan die node monitor en seker maak dat die toepaslike aksie geneem word wanneer die waardes verander (Waterman,1986:74).

'n Raam kan 'n klas objekte voorstel of 'n individuele objek uit die klas. By die objekgeoriënteerde benadering kan rame georganiseer word in twee hiërargiese

strukture, nl. 'n subklas-skakel (IS-A) of 'n lid-skakel (INSTANCE-OF). Lid-skakels is 'n klassifikasie-meganisme, terwyl subklas-skakels 'n taksonomiemeganisme is. 'n Raam wat 'n klas verteenwoordig kan prototipe eienskappe besit, sowel as eienskappe van die klas as geheel wat oorgeërf kan word laer af in die raamhiërargie. Om hierdie inligting van mekaar te onderskei kan drie verskillende tipe gleuwe gedefinieer word, nl. lidgleuwe vir attribute van elke lid van die klas en eie gleuwe vir attribute van die objek wat deur die raam verteenwoordig word. 'n Derde tipe gleuf is die lokale gleuwe wat die waardes van die objek wat dit definieer hou en wat nie oorgeërf kan word nie (Klein & Methlie, 1995:229-232).

Gleuwe in die raam bevat inligting soos:

- raamidentifikasie-inligting
- verwantskappe van die raam met ander rame
- aanwysing van kenmerke wat by die raam sal pas
- prosedure-inligting oor hoe die struktuur wat beskryf word, gebruik moet word
- verstekinligting: gleufwaardes wat geneem moet word wanneer geen bewys van ander waardes gevind word nie
- nuwe inligting wat kan bygevoeg word (Luger & Stubblefield, 1989:359-361).

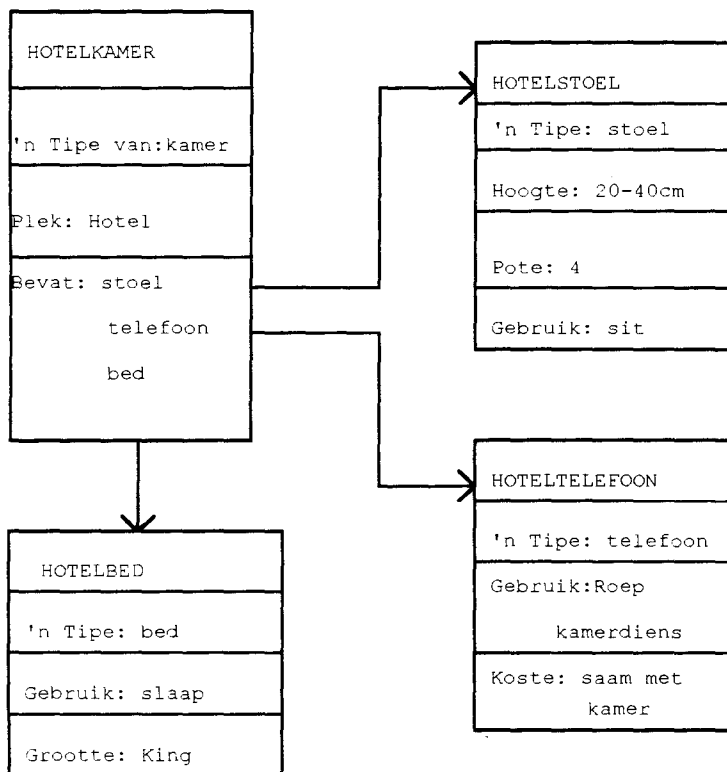
Net soos by semantiese nette kan 'n raamwerk ook inligting van ander raamwerke erf. Komplekse raamwerkstrukture kan ontwerp word. Daar kan ook reëls aan elke raamwerk geheg word.

'n Raam is 'n baie goeie manier om feitekennis voor te stel, maar nie so 'n goeie wyse vir die voorstelling van beoordelingskennis nie. Dit beteken dat 'n raam feite

beskryf, maar nie 'n goeie manier verskaf om te redeneer uit die feite nie (Mallach,1994:529).

'n Eenvoudige voorbeeld van 'n raam word in Figuur 3.6 gegee.

**FIGUUR 3.6 'N EENVOUDIGE VOORBEELD VAN 'N RAAM**



(Luger & Stubblefield,1989:361).

### 3.3.4.7 Logika

Logika is ook 'n vorm van kennisvoorstelling. Twee tegnieke wat hier bespreek word, is proposisionele logika en predikaatlogika. Albei tegnieke gebruik simbole

om kennis voor te stel en operatore wat toegepas kan word op die simbole om logiese redenering te verkry.

- **Proposisionele logika**

Proposisionele logika stel voor en redeneer met stellings wat óf waar óf vals kan wees. Dit ken 'n simboliese veranderlike aan 'n stelling toe, byvoorbeeld:

A= die kar sal vat

Daar kan dan getoets word of A waar of vals is. Logiese operatore soos AND, OR en NOT maak dit moontlik om te redeneer met verskillende reëlstrukture. Proposisionele logika stel tegnieke beskikbaar om feite en reëls in simboliese vorm beskikbaar te stel en hulle dan deur middel van logiese operatore te bewerk. Dit verskaf 'n handige manier om stellings te hanteer wat waar of vals kan wees (Durkin, 1994:83-85).

- **Predikaatlogika**

Predikaatlogika is 'n verdere uitbreiding van proposisionele logika, maar wat 'n fyner voorstelling van kennis verteenwoordig. In plaas daarvan om 'n stelling met 'n enkel simbool voor te stel maak predikaatlogika dit moontlik om 'n voorstelling te maak van verwantskappe van die kennis in simboliese vorm. Hierdie voorstelling verhoog kennisverwerking deurdat die gebruik van veranderlikes en funksies moontlik gemaak word. Predikaatlogika gebruik egter ook simbole om kennis voor te stel. Die simbole verteenwoordig konstantes, eienskappe, veranderlikes of funksies. Bewerkings op hierdie simbole kan ook met predikaatlogika gedoen word.

Predikaatlogika het twee dele: 'n predikaat en 'n argument of argumente. Die argument verteenwoordig die objek of objekte van die stellings en die predikaat 'n verklaring van die objek. Byvoorbeeld sal geld dat vir die objek *uil* en die predikaat *vere* en *voël* die volgende stellings WAAR sal wees:

vere(uil)

voël(uil)

In predikaatlogika-voorstellings met meerdere argumente dui die naam van elke uitdrukking tipies die verwantskap aan van die argumente tussen hakies. Die argumente is simbole wat begrippe of objekte in die probleem voorstel. Simbole kan hier ook gebruik word om funksies voor te stel (Durkin,1994:84-85).

Voorbeelde van predikaatlogika is:

kleur(bal,rooi)

grootte(voël,klein)

broer(piet,koos)

vader(jan,gert)

vriend(vader(jan),vader(willem))

### 3.4 INFERENSIETEGNIEKE

'n Ekspertstelsel simuleer die redeneringsproses van die mens deur van inferensietegniese gebruik te maak. Inferensie kan beskryf word as die proses wat deur 'n ekspertstelsel gebruik word om nuwe inligting uit bestaande inligting te bekom. 'n Ekspertstelsel gebruik 'n inferensiemasjien vir hierdie doel. Inferensietegniese word gebruik wanneer kennis wat in die kennisbasis is, gekombineer word met probleemfeite wat in die

werkgeheue is. Beheerstrategieë stel die doel vir die stelsel en lei dit in die redeneringsproses.

### 3.4.1 REDENERING

Mense los probleme op deur feite te kombineer met hul eie kennissisteem. Die kennissisteem is kennis waaroor die persoon beskik en wat in 'n bepaalde vorm is, soos byvoorbeeld as-dan-reëls. Hulle neem feite oor 'n spesifieke probleem en gebruik dit met hul algemene begrip van die probleemgebied om by logiese oplossings uit te kom. Dit word redenering genoem. Dit is die proses om met kennis, feite en probleemoplossingstrategieë te werk om by 'n oplossing uit te kom (Durkin, 1994:91). Barr, Cohen & Feigenbaum (1989:4) definieer 'n probleemoplossingmodel as 'n skema om stap vir stap redenasies en onderwerpkennis te orden om by 'n oplossing uit te kom.

#### 3.4.1.1 Deduktiewe redenering

Met deduktiewe redenering word nuwe feite afgelei uit wat reeds bekend is (Klein & Methlie, 1995:234). Deduktiewe redenering gebruik feite of aksiomas en verwante algemene kennis in die vorm van reëls of implikasies. Die proses begin met die vergelyking van die aksiomas met 'n versameling implikasies om by nuwe aksiomas uit te kom (Durkin, 1994:91). Die mees bekende en die mees basiese reël van deduktiewe inferensie is *modus ponens* en *modus tollens*.

**Modus ponens** is 'n logiese reël wat die volgende stel:

$$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$$

Dit beteken dat as A waar is en A impliseer dat B ook waar is, dan is B waar (Barr et al., 1989:167). *Modus ponens* verkry nuwe inligting uit bestaande data. Dit is die

inferensieproses van keuse waar dit belangrik is om soveel moontlik inligting te onttrek uit bestaande inligting. In ander toepassings is dit nodig om spesifieke inligting bymekaar te maak om die doel te bewys (Durkin, 1994:95).

'n Voorbeeld van *modus ponens* is die stelling "As dit reën is die grond nat" en "Die grond is nat". As P "dit reën" voorstel en Q "die grond is nat", dan sal geld dat as P waar is, daar afgelei kan word dat Q ook waar sal wees (Luger & Stubblefield, 1989:61).

**Modus tollens** is ook 'n logiese reël wat die volgende stel:

$$(\bar{B} \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow \bar{A}$$

Dit beteken dat as gegee is dat A impliseer B waar is ( $A \rightarrow B$ ), en dat B vals is ( $\bar{B}$ ), dan kan afgelei word dat A vals is ( $\bar{A}$ ) (Klein & Methlie, 1995:234-235). 'n Voorbeeld van modus tollens is as die volgende twee stellings gegee word:

A: Dis sonnig.

B: Ons gaan strand toe.

Hieruit volg volgens *modus tollens* dat as ons *nie* strand toe gaan nie, ( $\bar{B}$ ) en dit geld steeds dat as dit sonnig is gaan ons strand toe ( $A \rightarrow B$ ), dan impliseer dit dat dit nie sonnig is nie ( $\bar{A}$ ).

### 3.4.1.2 Induktiewe redenering

Induktiewe redenering word gebruik om vanaf 'n beperkte stel feite by 'n algemene oplossing uit te kom deur van veralgemening gebruik te maak. Deur induktiewe redenering word 'n veralgemening gevorm wat aanvaar word as waar vir alle gevalle van 'n sekere tipe. Induktiewe redenering veronderstel dat vir 'n versameling objekte  $X=\{a,b,c,d,\dots\}$  as P waar is vir a, en as P waar is vir b, en as P waar is vir c,... dan is P waar vir alle X.

'n Voorbeeld hiervan is die stellings:

Stelling1: Bobbejane in Pretoria dieretuin eet piesangs.

Stelling2: Bobbejane in Johannesburg dieretuin eet piesangs.

Gevolgtrekking: In die algemeen eet alle bobbejane piesangs.

### 3.4.1.3 Abduktiewe redenering

Abduktiewe redenering is 'n vorm van deduktiewe redenering wat buigbare inferensie toelaat. Die oplossing volg uit beskikbare inligting, maar is nie noodwendig korrek nie. Abduktiewe redenering veronderstel dat as B waar is en as A impliseer dat B waar is, dan is A waar.

'n Voorbeeld van abduktiewe redenering is:

Implikasie: As dit reën, is die grond nat.

Feit: Die grond is nat.

Gevolgtrekking: Dit reën.

Hierdie gevolgtrekking mag wel verkeerd wees, omdat daar ander redes is waarom die grond nat kan wees. Iemand kan dit byvoorbeeld nat gespuit het.

### 3.4.1.4 Redenering deur analogie

Ondervinding of ervaring wat mense het, stel hulle in staat om 'n geheue-model van sekere konsepte te vorm. Hulle gebruik die model, redenering deur analogie, om te help om sekere situasies of objekte te verstaan. Vergelykings word gemaak tussen die twee gelyksoortige situasies ten einde hulle redenasies te rig of te ondersteun.

'n Voorbeeld van redenering deur analogie is 'n raam met tipiese eienskappe van 'n tier:

SPESIE:	Dier
AANTAL BENE:	4
EET:	Vleis
HABITAT:	Indië en Oos-Asië
KLEUR:	Goud met swart strepe

Bogenoemde is algemene eienskappe van 'n tier. As ons stel dat 'n leeu net soos 'n tier is, kan aanvaar word dat hulle baie van hierdie eienskappe kan deel. Maar daar is tog verskille, byvoorbeeld hul kleur. So kan redenering deur analogie gebruik word om begrip te verkry van nuwe objekte (Durkin, 1994 :93).

### 3.4.1.5 Logiese beredenering

Deur ervaring het die mens geleer om probleme effektief op te los. Logiese beredenering word gebruik om by 'n antwoord uit te kom. Logiese beredenering berus eerder op goeie oordeel as presiese logika.

'n Voorbeeld hiervan wat verkry is uit 'n motordiagnoseprobleem is: *'n Los waaierband veroorsaak gewoonlik 'n vreemde geraas.* 'n Motorwerktuigkundige wat hierdie stukkie algemene kennis verkry het uit eie ervaring kan dit gebruik om te vermoed dat 'n waaierband los is wanneer hy met 'n motor werk wat 'n vreemde geluid maak. Hierdie redenering waarborg egter nie dat die oplossing daar gevind sal word nie, omdat dit op abduksie berus (Durkin, 1994:93).

#### **3.4.1.6 Voorwaartse skakeling ("forward chaining")**

Die oplossingsproses vir sekere probleme begin gewoonlik deurdat inligting bymekaar gemaak word. Hierdie inligting word dan gebruik in die beredenering om by logiese gevolgtrekkings uit te kom. Hierdie styl van beredenering word in 'n ekspertstelsel gebruik met 'n data-gedrewe soek wat voorwaartse skakeling genoem word. Voorwaartse skakeling kan dus gedefinieer word as 'n inferensiestrategie wat begin met 'n versameling bekende feite en dan nuwe feite bekom deur gebruik te maak van reëls met voorwaardes wat by die bekende feite pas. Hierdie proses gaan dan aan totdat geen verdere reëls meer pas op die voorwaardes om nuwe feite te genereer nie (Durkin, 1994:99-105).

Die eenvoudigste toepassing van voorwaartse skakeling in 'n reëlgebaseerde ekspertstelsel kan soos volg voorgestel word: Die stelsel ontvang probleeminligting van die gebruiker en plaas dit in die werksgeheue. Die inferensiemasjien lees die reëls in 'n vooraf gedefinieerde volgorde en soek vir 'n reël waarvan die voorwaardes pas by die inhoud in die werksgeheue. In so 'n geval word die reël afgevuur. As dit 'n reël vind, voeg dit die reël se gevolgtrekking ook in die werksgeheue. Daarna gaan hy terug en kontroleer die reëls weer en soek vir nuwe passings vir die nuwe inhoud van die werksgeheue. In hierdie nuwe siklus word reëls wat reeds gevind is, geïgnoreer (Luger & Stubblefield, 1989:99).

As voorbeeld van voorwaartse skakeling kan die volgende kennisbasis gebruik word:

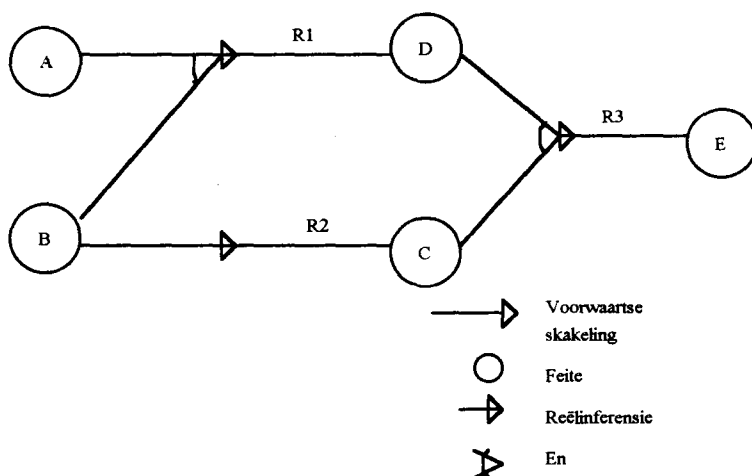
Reël 1: As A en B, dan D

Reël 2: As B, dan C

Reël 3: As C en D, dan E

As A en B in die aanvangstatus van die probleem gegee word en E bereik moet word, kan dit met voorwaartse skakeling soos volg voorgestel word:

**FIGUUR 3.7 VOORWAARTSE SKAKELING**



(Klein & Methlie, 1995: 246-250).

### 3.4.1.7 Terugwaartse skakeling (“backward chaining”)

In sommige probleme word daar begin met 'n bepaalde hipotese en dan gepoog om die hipotese te bewys deur inligting wat dit staaf bymekaar te maak. Hierdie styl van redenering word in 'n ekspertstelsel gebruik deur van doelgedrewe soektogte gebruik te maak. Dit is terugwaartse skakeling. Terugwaartse skakeling kan gedefinieer word as 'n inferensiestrategie wat poog om 'n hipotese te bewys deur

ondersteunende inligting bymekaar te maak. Dit vereis egter nie alle relevante data om beskikbaar te wees wanneer inferensie begin nie. Sekere feite kan gegee wees, ander kan afgelei word en ander sal eers bekend wees as daar met 'n nuwe subdoel begin word en agtertoe gewerk word totdat die subdoel bevredig is (Barr et al., 1989:169).

Terugwaartse skakeling laat die inferensiemasjien terugwaarts werk vanaf 'n hipotese of konklusie of doel wat bereik moet word om sodoende te bepaal of daar data in die werkgeheue is wat die geldigheid van die doel kan bewys.

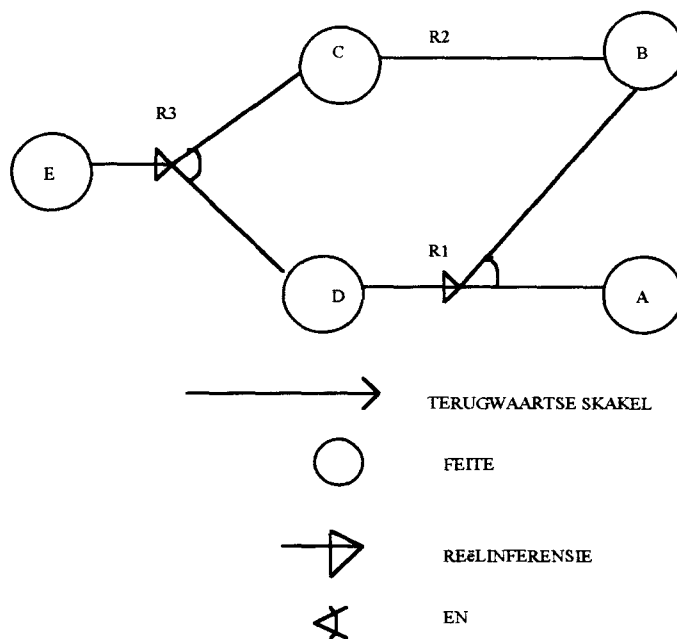
Gestel daar word steeds met die kennisbasis gewerk waar die volgende reëls geld:

- Reël 1:           As A en B, dan C
- Reël 2:           As B, dan C
- Reël 3:           As C en D, dan E.

Daar kan nou met terugwaartse skakeling begin word met E (wat die doel is wat bereik moet word). Daar moet nou bepaal word of die bekende feite in die kennisbasis ons toelaat om te bewys dat die doel waar is. Die inferensiemasjien vind Reël 3 wat E as doel bereik en waar C en D geld. Daarom word E vervang met twee subdoelwitte, naamlik C en D. Nou word gesoek na 'n reël wat D bevredig. Met Reël 1 word bepaal dat D waar is en met Reël 2 dat C waar is. Omdat A en B feite is wat gegee is en gestoor is in die werkgeheue, is bewys dat D (uit Reël 1) en C (uit Reël 2) waar is.

'n Skematiese voorstelling van terugwaartse skakeling word in Figuur 3.8 gegee.

**FIGUUR 3.8 TERUGWAARTSE SKAKELING**



### 3.4.1.8 Konflikresolusie

Konflikresolusie is 'n strategie wat gebruik word om te bepaal watter reël volgende afgevuur moet word as aan meer as een reël se voorwaarde voldoen word. In 'n stelsel wat konflikresolusie gebruik, volg die inferensiemasjien 'n 3-stapproses van passing, oplossing en optrede wanneer hulle deur die reëls beweeg.

- **Passing:** Die vereiste van elke reël word gepas met die feite wat gelys is in die werksgeheue.
- **Oplos:** As meer as een reël pas, word die reël gekies deur middel van 'n bepaalde strategie.

- **Optrede/aksie:** Die reël word toegepas en gevolgtrekkings of uitkomst word in die werksgeheue bygevoeg.

Tipiese konflikresolusie-strategieë wat gebruik kan word, is:

- Eerste reël wat pas word afgevuur.
- Reël met hoogste prioriteit word afgevuur.
- Mees spesifieke reël word afgevuur.
- Reël wat verwys na die element wat laaste in die werksgeheue geplaas is, word eerste afgevuur.
- Moet verkieslik nie 'n reël gebruik wat reeds gebruik is nie.
- Gebruik alle reëls met afsonderlike rigtings van redenering.

Die eerste strategie is 'n eerste-in-eerste-uit-tegniek en berus op reëlorde. Die tweede strategie gebruik reëlprioriteite wat aan belangriker reëls 'n hoër gewig gee. Hierdie strategie stel die stelsel in staat om te werk met inligting in orde van belangrikheid. Die derde strategie aanvaar dat 'n meer spesifieke reël meer aanvaarbaar is as 'n algemene reël. Al die konflikresolusie-strategieë gee beheer oor die toepassing of gebruik van 'n reël. Die keuse van watter een gebruik gaan word, hang af van die behoefte van die toepassing.

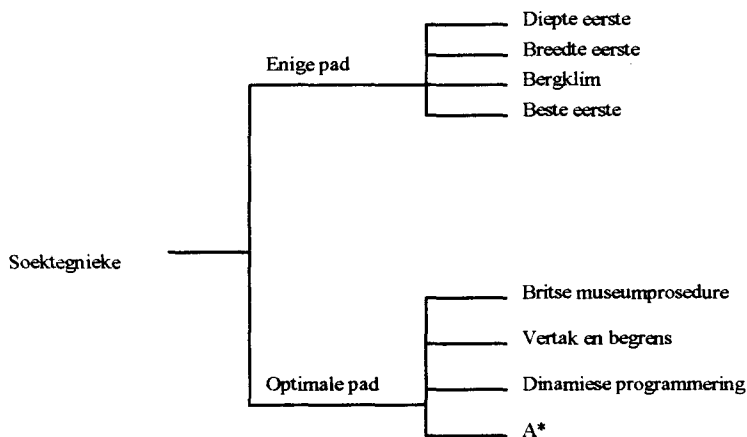
### 3.4.2 SOEKTEGNIKE

Wanneer 'n soekprosedure uitgevoer word, is daar altyd die probleem van hoe om uit die gegewe aantal operatore by 'n spesifieke node die operator te kies vir verwerking. Hierdie seleksiekriteria staan bekend as soektegnieke. Die doel met soektegnieke is om die korrekte besluit te neem by elke node, sodat die oplossing van die probleem in die

minimum tyd verkry kan word (Simons, 1984:92). Aan die een kant bestaan die totaal oningeligte soekproses of blindesoek waar geen inligting oor die probleem bekend is nie. Aan die ander kant bestaan daar strategieë wat soveel vakspesifieke kennis gebruik dat daar altyd die korrekte operator gekies kan word om die optimale pad na die doel te verseker (Klein & Methlie, 1995:215). Dit is soms slegs nodig om een pad te vind na die doel en nie noodwendig die kortste pad nie. Optimale soekprosesse verskil van soekprosesse wat slegs een pad moet vind sonder om te bepaal of dit die beste pad is (Winston, 1984:89). Doeltreffende soekprosesse het 'n groot invloed op die sukses van die oplossing (Shapiro, 1992:482).

Verskeie soekprosedures poog om 'n bevredigende pad te vind, ander poog om die optimale pad te vind. Verskeie soektenieke bestaan. Dit word skematies in Figuur 3.9 voorgestel.

**FIGUUR 3.9 VOORSTELLING VAN VERSKILLENDE SOEKTEGNIKE**



Soekprosedures gebruik boom- of netwerkvoorstellings van 'n probleem om by die doel uit te kom. Die objekte in 'n net of 'n boom word nodes genoem en die verbindings tussen

die nodes in 'n net word skakels genoem. In 'n boom word hierdie verbindings takke genoem. Takke verbind die ouers met die kinders (Winston, 1984:89,90).

### 3.4.2.1 Staat-ruimtelike soek

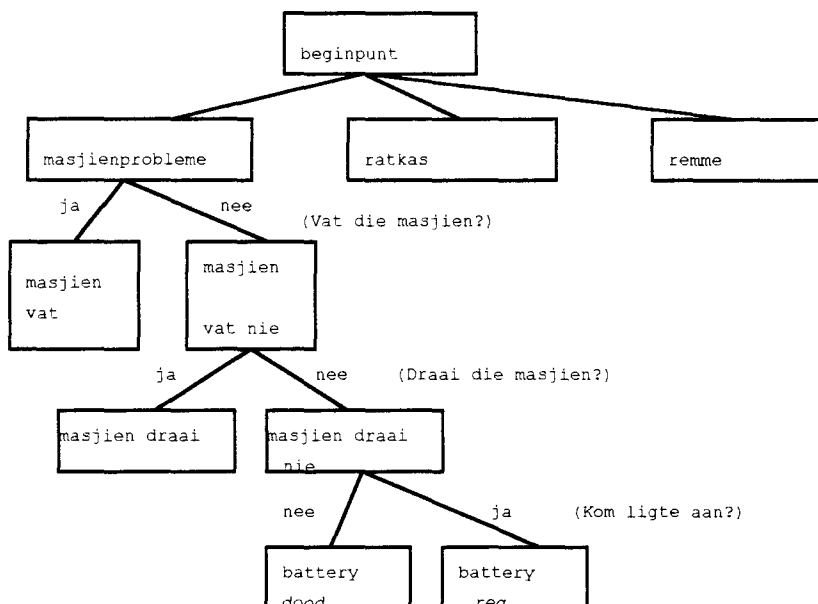
Deur 'n probleem voor te stel as 'n staat-ruimtelike soekgrafiek of -boom, kan die soekproses baie vereenvoudig word. Hierdie voorstelling word gebruik waar die oplossing van die probleem die eienskap het dat dit bestaan uit 'n opeenvolging van verskillende state (Greef, 1988:49). Die grafiek bestaan uit nodes en skakels wat die nodes met mekaar verbind. Die nodes verteenwoordig 'n diskrete staat in die probleemoplossingsproses. Die nodes stem ooreen met die stappe in 'n oplossingsproses en die paaie (skakels) deur die ruimte stel die oplossings in die verskillende stadiums voor (Luger & Stubblefield, 1989:78). Die meeste tipes staat-ruimtelike probleme kan geformuleer word in terme van drie belangrike sake:

- 'n beginstaat
- 'n termineringstoets om te bepaal of dit die finale staat vir die probleem is
- 'n versameling bewerkings wat toegepas kan word om die huidige staat van die probleem te verander.

Die paaie word deursoek deur te begin by die beginstaat en te vorder deur die grafiek totdat die doel bereik is. Die werklike generering van nuwe state langs die pad word gedoen deur bewerkings toe te pas op bestaande state (Luger & Stubblefield, 1989:83).

'n Voorbeeld van staat-ruimtelike soek word in Figuur 3.10 gegee met 'n voertuigdiagnose probleem.

**FIGUUR 3.10 'N VOORBEELD VAN STAAT-RUIMTELIKE SOEK**



(Luger & Stubblefield, 1989:37).

Die eenvoudigste vorm van staat-ruimtelike soek is genereer en toets. Hiervolgens word 'n moontlike oplossing genereer en dan word getoets of die oplossing die voorwaardes bevredig. Genereer en toets word meestal gebruik om identifikasieprobleme op te los wat nie meer as 'n paar honderd moontlike antwoorde het nie (Winston, 1984:159). Twee variasies van basiese genereer en toets is diepte-eerste- en breedte-eerstesoek. Die verskil tussen dié twee soekmetodes lê in die volgorde waarin moontlike oplossing genereer word (Jackson, 1990:16-17). Die staat-ruimtelike soek kan ook in twee rigtings soek, nl. vanaf die gegewe data van 'n probleem na 'n doel (datagedrewe), of vanaf die doel na die data (doelgedrewe). Albei hierdie soektegnieke ondersoek die grafiek. Slegs die volgorde en werklike aantal state wat ondersoek word, verskil.

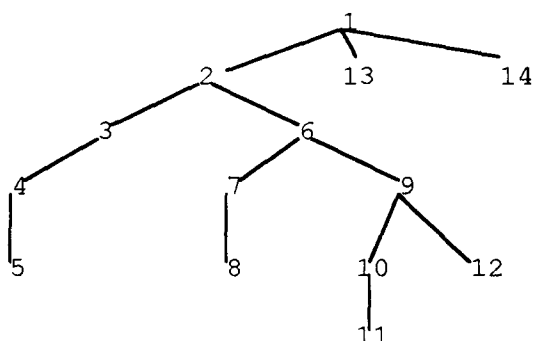
### 3.4.2.1.1 Diepte eerste

Hierdie soekstrategie volg altyd die rigting van die ouer na die kind, totdat die soekproses gedwing word om terugwaarts te gaan. Wanneer die soek in 'n bepaalde rigting doodloop, kan die soek stop en teruggaan na die laaste besluitnemingspunt en vandaar word daar in 'n nuwe rigting verder gesoek. Met diepte-eerste-strategieë word geopende nodes georganiseer as 'n stapel. Node op die diepste vlak is voor aan die stapel. Nodes word bygevoeg en weggeneem van die voerpunt van die stapel en 'n laaste-in-, eerste-uit-beginsel geld (Klein & Methlie, 1995:215-216; Luger & Stubblefield, 1989:94-95). Hierdie soekproses word die beste gebruik waar bome eenvoudig is, anders kan baie tyd vermors word voordat daar by 'n oplossing uitgekom kan word (Simons, 1984:98).

Prosedure vir diepte-eerste-soek:

- Vorm 'n een-element tou wat bestaan uit die wortelnode.
- Totdat die tou leeg is of totdat die doel bereik is, bepaal of die eerste element in die tou die doelnode is.
  - As die eerste element die doelnode is, stop.
  - As die eerste element nie die doelnode is nie, verwyder die eerste element van die tou en voeg die eerste element se kinders aan die voorkant van die tou by.
- As die doel gevind word, verklaar sukses (Winston, 1984:91).

'n Voorbeeld van diepte-eerste-soek word in Figuur 3.11 gegee. Die nodes is genummer in die volgorde waarin die prosedure die nodes sal besoek.

**FIGUUR 3.11 DIEPTE-EERSTE-SOEK****3.4.2.1.2 Breedte eerste**

In hierdie soekstrategie word die nodes vlak vir vlak ondersoek. Nodes op die laagste vlak is voor aan die tou. Indien die doel nie bereik word nie, word nodes op die volgende vlak aan die agterkant van die tou bygevoeg. Dit wil sê al die nodes in vlak  $n$  word eers ondersoek voordat die nodes in vlak  $n+1$  ondersoek word. 'n Eerste-in-, eerste-uit-beginsel word hier toegepas (Klein & Methlie, 1995:215-216; Luger & Stubblefield, 1989:94-95).

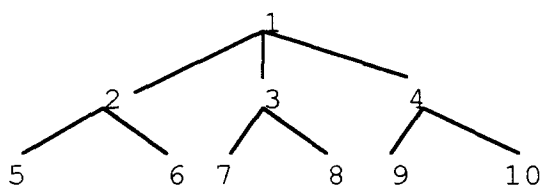
Prosedure vir breedte eerste:

- Vorm 'n een-elementtou bestaande uit die wortelnode.
- Totdat die tou leeg is of die doel bereik is, bepaal of die eerste element in die tou die doelnode is.
- As die eerste element die doelnode is, verklaar sukses en stop.

- As die eerste element nie die doelnode is nie, verwyder die eerste element van die tou en voeg die eerste element se kinders aan die agterkant van die tou by.
- As die doel bereik is, verklaar sukses, anders mislukking (Winston,1984:95).

'n Voorbeeld van breedte-eerste-soek word in Figuur 3.12 gegee. Die nodes is genummer in die volgorde waarin die prosedure die nodes sal besoek.

**FIGUUR 3.12 BREEDTE-EERSTE-SOEK**



### 3.4.2.1.3 Bergklim

Bergklimtegnieke gebruik die diepte-eerste-soekbenadering saam met 'n metode om die alternatiewe by elke besluitnemingspunt te orden. Die effektiwiteit van die soek word aansienlik verhoog wanneer keuses georden kan word sodat die mees belowende keuse eerste ondersoek word (Winston,1984:93).

'n Algoritme vir bergklim is soos volg:

- Genereer 'n moontlike oplossing met genereer en toets.
- Pas reëls toe wat 'n nuwe stel moontlike oplossings kan genereer.

- As enige staat in die nuwe versameling die oplossing is, moet daar gestop word, anders moet die eerste element se kinders gesorteer word volgens die oorblywende afstand na die doel. Die beste staat uit die versameling moet geneem word as die huidige staat en gaan terug na stap twee (Jackson, 1990:20).
- As die doel bereik word, verklaar sukses, anders mislukking.

Met bergklimtegnieke moet daar altyd gewaak word teen riuwe, plato's en voetpieke wat as lokale maksima die soekproses in 'n verkeerde rigting kan stuur. Voetpieke ontstaan wanneer daar sekondêre pieke is. Dit veroorsaak dat 'n lokale optimale punt bereik word, maar dat dit nie 'n globale maksimum is nie. Dit kan tot valse aanname van sukses lei. Die platprobleme ontstaan wanneer daar 'n plat area is wat die pieke aanmekaar verbind. Vertakkingstrukture en 'n kombinasie van breedte eerste en diepte eerste kan ook gebruik word (Simons, 1984:92).

#### **3.4.2.1.4 Datagedrewe soektogte**

Datagedrewe soektogte is vanaf die gegewe data van die probleem na die doel. Die soektog verloop deur reëls of gegewe feite toe te pas om by nuwe feite uit te kom wat weer deur middel van reëls gemanipuleer word om by nog nuwe feite uit te kom. Hierdie proses gaan voort totdat 'n pad gevind word wat by die doel uitkom (Luger & Stubblefield, 1989:88).

Datagedrewe soek is goed as:

- alle of die meeste van die data gegee word in die probleemstaat;
- daar 'n groot aantal potensiële doelwitte is, maar slegs 'n paar maniere om die feite te gebruik;

- dit moeilik is om 'n doel of hipotese te formuleer (Luger & Stubblefield, 1989:89,90).

#### **3.4.2.1.5 Doelwitgedrewe soektogte**

Doelwitgedrewe soektogte begin by die doel en beweeg terug na die gegewe. Die doel wat bereik moet word, word geneem en dan word bepaal watter reëls gevind kan word wat die doel impliseer. Daar word bepaal watter voorwaardes waar moet wees om die reëls te kan gebruik. Hierdie voorwaardes word dan die nuwe subdoelwitte van die soekproses. Die soek hou aan om terugwaarts te werk, totdat dit uitkom by die gegewe feite van die probleem (Luger & Stubblefield, 1989:88).

Doelwitgedrewe soektogte word aanbeveel as

- 'n doel of hipotese gegee word in die probleemstelling;
- daar 'n groot aantal reëls is wat pas by die feite van die probleem en wat dus 'n groot aantal konklusies sal lewer;
- probleemdata nie gegee word nie, maar aangevra moet word deur die probleemoplosser.

#### **3.4.2.2 Heuristiese soektogte**

##### **3.4.2.2.1 Inleiding**

'n Soekproses wat inligting oor die huidige situasie gebruik om 'n soekboom te deursoek word heuristiese soekstrategie genoem. Heuristiese inligting verhoog die effektiwiteit van die soekproses. So byvoorbeeld kan 'n koste met elke node

geassosieer word om die effektiwiteit van die soekproses te verhoog. As ons inligting het oor watter pad die waarskynlikste is om by die doel uit te kom, kan ons die nodes daarvolgens orden. 'n Heuristiese evalueringfunksie kan ook gebruik word om die koste te bereken vanaf die huidige node na die doelnode (Klein & Methlie, 1995:216-219). Heuristiese soek sluit ook soms wiskundige bewyse in dat 'n heuristiese tegniek wat 'n numeriese evaluasiefunksie gebruik die kortste pad na die doel sal vind - gegee sekere verwantskappe tussen die doelnode en die node waarop die funksie toegepas word. So 'n prosedure waarborg die kortste pad en vermy lang uitgerekte soekprosesse (Simons, 1984:91-92). Dikwels verhoog dit egter die hoeveelheid werk wat gedoen moet word om die nodus te evalueer. 'n Balans moet verkry word.

Heuristieke kan toegepas word wanneer 'n probleem as gevolg van moontlike inherente teenstrydighede in die probleemstelling of beskikbare data nie 'n presiese oplossing het nie. 'n Mediese diagnose is 'n voorbeeld hiervan. 'n Sekere stel simptome kan verskillende oorsake hê. Mediese dokters gebruik heuristieke om die mees waarskynlike diagnose te kies en op behandeling te konsentreer.

'n Probleem mag 'n presiese oplossing hê, maar die koste om dit te vind kan die oplossing verhoed. In sekere probleme, soos in skaak, neem die aantal moontlike soekstate eksponensieel of faktoriaal toe namate die ondersoek verdiep word. In sulke gevalle kan "brute force"-tegnieke nie daarin slaag om 'n oplossing binne 'n sekere tyd te kry nie. Heuristies word hierdie probleem opgelos deur 'n "mees belowende pad" te kies waarvolgens die ondersoek gaan plaasvind.

Daar kan gedink word aan die heuristiese algoritme as bestaande uit twee dele: die heuristiese meting en die algoritme wat gebruik word om die ruimte te deursoek (Luger & Stubblefield, 1989:150).

Daar is verkeie maniere waarop heuristiese inligting toegepas kan word in die soekproses:

- om te besluit watter node is volgende in plaas van om 'n streng diepte-eerste- of breedte-eerste-soek toe te pas;
- om te besluit dat sekere nodes uitgelaat moet word in die soekproses;
- om sekere heuristiese inligting te gebruik om te bepaal watter volgende node die mees belowende is;
- om heuristiese metodes te gebruik om te bepaal watter node die mins belowende is (Klein & Methlie, 1995:217-218).

#### **3.4.2.2.2 Beste eerste**

Beste eerste-soek is 'n voorbeeld van 'n heuristiese soekmetode. By beste-eerste-soek word daar begin by die huidige node in die soekboom en daarna dié node se kinders ondersoek. Die beste kind word eerste geselekteer vir verdere ondersoek. Die soekproses stop wanneer 'n staat bereik is wat beter is as enige van sy kinders. Die doel met beste eerste-soek is om die doelstaat te bereik deur so min as moontlik nodes te ondersoek. Dit selekteer altyd die mees belowende staat om verder te ondersoek. Beste eerste-soek vereis, net soos bergklim, dus ook 'n sorteringsmeganisme. Die voordeel van beste eerste is dat al die ander state nie verlore gaan nie, maar oop bly vir verdere ondersoek, indien die huidige staat nie die doel is nie. Die volgende beste staat word dan geselekteer (Luger & Stubblefield, 1989:153-156).

Prosedure vir beste eerste-soek:

- Vorm 'n een-element tou wat bestaan uit die wortelnode.

- Totdat die tou leeg is of die doel bereik is, bepaal of die eerste element in die tou die doelnode is.
  - As die eerste element die doelnode is, verklaar sukses.
  - As die eerste element nie die doelnode is nie, verwyder die eerste element van die tou en voeg die eerste element se kinders by die tou en sorteer die hele tou deur die oorblywende afstand te bepaal.
- As die doel gevind is, verklaar sukses, anders mislukking (Winston, 1984:98)

#### **3.4.2.2.3 Britse Museum-prosedure om die beste pad te vind.**

Hierdie prosedure word gebruik om die kortste pad te vind deur 'n net deur alle moontlike paaie te vind en die beste pad daaruit te kies. Om al die moontlike paaie te vind moet daar van 'n diepte-eerste- of breedte-eerste-soek gebruik gemaak word, maar met een verandering: die soek stop nie wanneer met die eerste pad die doel bereik is nie. Hierdie soekprosedure is slegs goed indien die boom klein is (Winston, 1984:101).

#### **3.4.2.2.4 Vertak-en-begrens- (“branch-and-bound”) soekmetodes.**

Hierdie soektegniek is 'n manier om die optimale pad te vind met so min moontlik werk. Gedurende die soekproses is daar altyd baie onvoltooide paaie wat meeding om verdere ontginning. Die kortste pad word een vlak verder ondersoek. Dit beteken dat daar net soveel onvoltooide paaie voorkom as wat daar takke is. Hierdie nuwe paaie word dan tesame met die ou paaie verder oorweeg. Die kortste pad word weer geselekteer en so word aangehou totdat die doel bereik word. Hierdie prosedure is goed wanneer die boom groot is en die swak paaie hulself vinnig uitwys as swak.

In sekere gevalle kan hierdie soektegniek baie verbeter word deur gebruik te maak van skatting van die afstand wat oorbly na die doel, sowel as die gebruikmaking van feite oor die afstand wat reeds afgelê is. Dit is goed wanneer daar 'n goeie geskatte ondergrens bestaan vir die afstand wat oorbly na die doel (Winston, 1984:102-107,114).

Die "branch-and-bound"-soek kan ook verbeter word deur dinamiese programmering te gebruik. As twee of meer paaie 'n gemeenskaplike node bereik, moet alle paaie uitgevee word, behalwe die pad wat die gemeenskaplike node met die minimum koste bereik. Dinamiese programmering is goed wanneer baie paaie 'n gemeenskaplike node bereik (Winston,1984:114).

A\* is ook 'n "branch-and-bound"-soek met 'n skatting van die oorblywende afstand na die doel, maar gekombineer met die beginsel van dinamiese programmering. As die skatting van die oorblywende afstand die ondergrens is van die werklike afstand, dan verskaf A\* die optimale oplossing in die sin dat dit die kortste pad na die doelnode waarborg.

A\* is goed wanneer vertak-en-begrens-soektogte met 'n heuristiek vir skatting sowel as dinamiese programmering goed is (Winston, 1984:218).

### 3.5 SAMEVATTING

In hierdie hoofstuk is aangetoon dat navorsing op die gebied van Pseudo Intelligensie gelei het tot die ontwikkeling van ekspertstelseltegnologie. Ekspertstelsels is 'n studieveld binne Pseudo Intelligensie wat daarop gemik is om rekenaarprogramme te ontwikkel wat probleemoplossingsvermoëns van menslike kundiges kan simuleer. 'n Ekspertstelsel

bestaan uit 'n kennisbasis wat oor hoogs gespesialiseerde kennis oor die probleemgebied beskik sowel as 'n inferensiemasjien, 'n werksgeheue en 'n gebruikerskoppelvlak. Die inferensiemasjien bestaan uit 'n interpreteerder, skeduleerder en geldigheidsuitvoerder. Die werksgeheue bevat die feite oor die probleem wat ontdek word gedurende die probleemoplossingsproses. Die ekspertstelsel modelleer die proses van menslike redenering.

Die krag van die ekspertstelsel lê egter in die kennis waaroor die stelsel beskik. Verskillende tipes kennis bestaan en hierdie kennis moet ook deur die rekenaar voorgestel kan word. Verskeie kennisvoorstellingstegnieke kan deur die rekenaar gebruik word. Semantiese nete is maar een van hierdie voorstellingstegnieke.

Die inferensiemasjien moet in staat wees om tydens probleemoplossing verskeie inferensietegnieke te kan gebruik. Verskillende vorme van redenering kan deur die rekenaar gebruik word en is nodig om by die oplossing van 'n probleem uit te kom. Verder bestaan daar ook verskeie soektegnieke. Soekprosedures gebruik boom- of netwerkvoorstellings van 'n probleem. Dit is nodig dat 'n ekspertstelsel inferensie- en soektegnieke moet kan toepas ten einde probleme suksesvol op te los. Hierdie tegnieke word deur ekspert menslike kundiges ook gebruik, maar soos in hoofstuk 2 aangetoon, word daar nie in die onderrig van wiskundige probleemoplossing baie aandag hieraan gegee nie.

## **HOOFSTUK 4**

### **SEMANTIESE NETTE VIR MEETKUNDE-PROBLEEMOPLOSSING**

#### **4.1 Inleiding**

In hoofstuk 2 is daar gekyk na probeemoplossing en hoe dit toegepas word in Wiskunde-onderrig. In hoofstuk 3 is daar gekyk na probleemoplossing soos dit in Pseudo Intelligensie toegepas word. Daar is veral gekyk na voorstellingsmetodes van probleme, asook inferensie- en soektegnieke. In hierdie hoofstuk word daar gepoog om die kennis van die twee vakterreine met betrekking tot probleemoplossing bymekaar te bring om sodoende die navorsingsprobleem op te los. Daar word gepoog om Meetkundeprobleme op te los met behulp van Pseudo Intelligensie-probleemoplossingstegnieke, soos die gebruik van semantiese nette.

Aanvanklik word daar aandag gegee aan die voorstelling van 'n meetkundeprobleem en daarna word die verskillende inferensietegnieke en soekmetodes toegepas om die probleem op te los.

#### **4.2 Die voorstelling van die probleem**

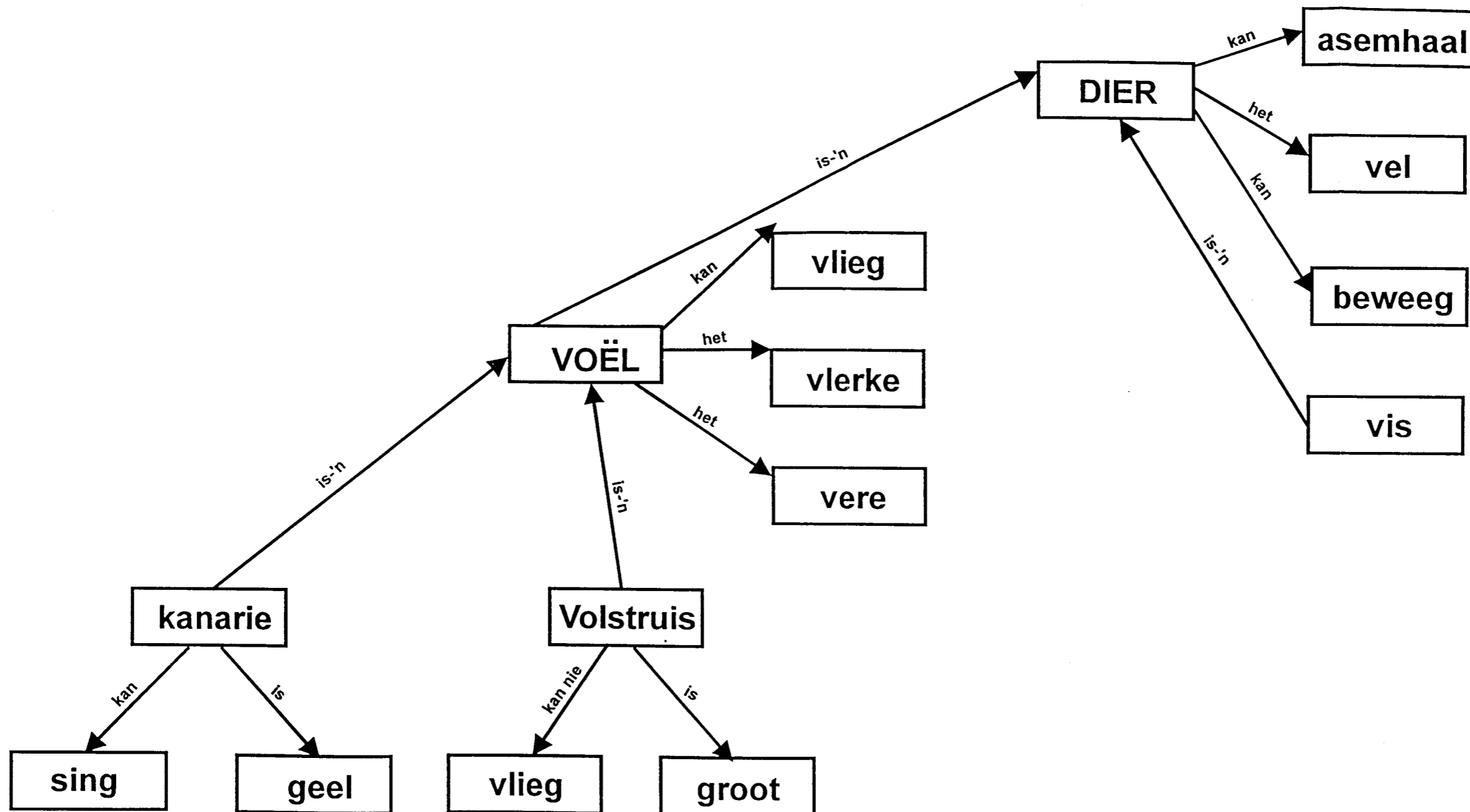
In hoofstuk 3 is aangetoon dat verskeie voorstellingsmetodes bestaan. 'n Gegewe Meetkundeprobleem kan ook op verskeie maniere voorgestel word. Dit is belangrik dat die kind in staat moet wees om een of ander voorstelling van 'n Meetkundeprobleem te maak ten einde die probleem te kan oplos (vgl. par 2.1.1). Die voorstelling vereis dat 'n probleem opgebreek word in eenvoudige stappe. Dit gee sodoende die leerling geleentheid om sistematies te dink. Dit is egter ook net so belangrik dat die kind 'n visuele voorstelling van die oplossing van die probleem kan maak. Dit kan die kind in

staat stel om die regte strategie te selekteer (kyk par. 2.3). Die kind moet in staat gestel word om sy denkaktiwiteit te orden en nie slegs van abstrakte denke gebruik te maak nie. Vir die doel van hierdie studie word daar veral daaraan aandag gegee om hierdie denkproses as 'n tipe semantiese net voor te stel en inferensie- en soektegnieke te gebruik om by die oplossing uit te kom. Hiervolgens sal 'n probleem voorgestel kan word as 'n grafiek met nodes en skakels (vgl. par 3.3.4.4). Die nodes verteenwoordig 'n objek, konsep of feit, en 'n skakel die verwantskap tussen die objekte.

Daar is psigologiese bewyse dat die mens ook sy kennis hiërargies organiseer. Collins en Quillian (1969:240-247) het bewys dat mense langer neem om die vraag te beantwoord "*Kan kanaries vlieg?*" as wat dit hulle neem om "*Kan kanaries sing?*" te beantwoord. Hulle verklaar die verskil in responstyd deur aan te voer dat mense inligting stoor op die hoogste abstrakte vlak. In plaas daarvan om te onthou dat 'n kanarie vlieg en 'n swaeltjie vlieg en 'n duif vlieg, word hierdie kenmerk eerder gestoor by die klas *voël*. Daar word dus die koppeling gemaak dat 'n kanarie 'n voël is en alle voëls gewoonlik kan vlieg. Algemene eienskappe soos eet, asemhaal en beweeg word op nog 'n hoër vlak gestoor nl. by die DIER-vlak. Dit sou dus volgens Collins en Quillian langer neem om die vraag te beantwoord of '*n kanarie kan asem haal* as om te bepaal of '*n kanarie kan vlieg*. Dit is omdat daar verder op beweeg moes word in die hiërargiese struktuur van sy geheue om by die antwoord uit te kom.

Die vinnigste reaksietyd by die mens is verkry by vrae wat spesifiek betrekking het op 'n kanarie soos byvoorbeeld dat '*n kanarie kan sing* of *dat hy geel is*. Uitsonderings op die reël word ook hanteer op die mees spesifieke vlak. So byvoorbeeld sal die reaksietyd op die vraag of '*n volstruis kan vlieg* ook vinniger wees as wanneer gevra word of '*n volstruis kan asemhaal*. Dit is omdat daar eers terug beweeg moet word van die *volstruis* na die *voël* en van die *voël* na die *dier*, voordat tot die gevolgtrekking gekom

Figuur 4.1 COLLINS EN QUILLIAN SE SEMANTIESE NETWERK

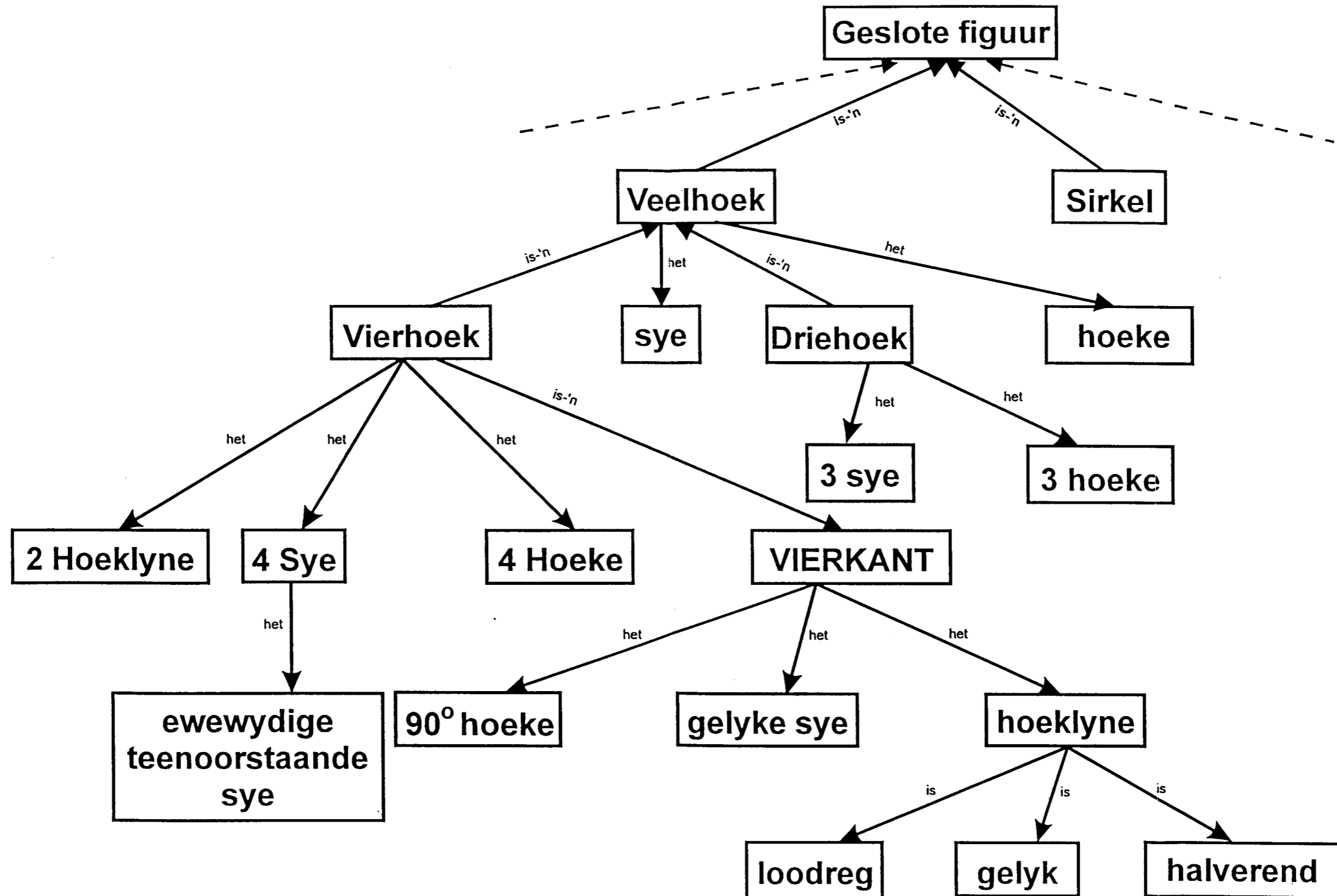


kan word dat *diere asemhaal* en 'n *voël* is 'n *dier* en 'n *volstruis* is 'n *voël*. Daarom haal volstruise asem. Figuur 4.1 is 'n semantiese net wat ontwikkel is deur Collins en Quillian gedurende hulle navorsing oor menslike stoor van inligting en reaksietyd. Dit illustreer bogenoemde beginsel baie duidelik. Hierdie benadering by die organisasie van kennis word oorerwing genoem. Oorerwing stel die mens in staat om inligting op die hoogste vlak van abstraksie te stoor. Dit beperk die grootte van die kennisbasis en verhinder dat data-teenstrydighede voorkom (Luger & Stubblefield, 1989:338-341).

Grafieke verskaf 'n wyse waarop hierdie relasies eksplisiet voorgestel kan word deur van skakels en nodes gebruik te maak. So byvoorbeeld kan 'n vierkant wat die eienskap het dat al vier sye gelyk is en al vier hoeke  $90^\circ$  is, grafies met behulp van 'n semantiese net voorgestel word om die belangrikste objekte, eienskappe en verwantskappe aan te toon (vgl. fig. 4.2).

Eienskappe word ook as nodes voorgestel en die feit dat 'n eienskap van toepassing is op 'n konsep word voorgestel deur die eienskapnode te verbind met die konsepnode met behulp van 'n toepaslike benoemde skakel soos dat hoeke, wat 'n objek is, en  $90^\circ$ , wat 'n eienskap is, verbind word met 'n IS-'N-skakel. Elke konsep word begryp deur sy relasie met ander konsepte. 'n Nuwe konsep kan nie begryp word voordat dit nie op 'n betekenisvolle wyse geskakel is met ander bestaande konsepte nie. So sal 'n vierkant wat, soos uit Fig 4.2 gesien kan word, ook 'n vierhoek is, sekere eienskappe van die vierhoek oorerf. Dit is eienskappe wat nie weer by die vierkant genoem word nie, soos dat die vierkant 4 sye, 4 hoeke en 2 hoeklyne het. 'n Eienskap word tipies gevoeg by die hoogste konsep in die hiërargie waarby die eienskap hoort. Die eienskap sal dan ook oorgeërf word deur alle ander nasate van dié node. Slegs wanneer die spesifieke eienskap van die vierhoek nie vir die vierkant geld nie, sal dit by die vierkant genoem word en sal dié eienskap die vorige oorgeërfde eienskap oorskryf.

Figuur 4.2 VEELHOEK : BELANGRIJKSTE OBJEKTE, EIENSKAPPE EN VERWANTSKAPPE



Nodes op die laagste vlak in die netwerkstruktuur stel gewoonlik individuele eienskappe of individuele items soos  $90^\circ$ -hoeke of gelyke sye voor, terwyl nodes op die hoogste vlak in die netwerkstruktuur klasse of kategorieë van items verteenwoordig, soos vierhoeke, reghoeke, vierkante, ens. So word konsepte meer abstrak hoe hoër daar in die grafiek op beweeg word (Vgl par 3.3.4.4).

Elke konsep kan geskakel word aan ander konsepte of 'n ander konsep in 'n ander grafiek, soos die geval by die skakel tussen 'n vierkant en 'n vierhoek is, of 'n vierhoek en 'n veelhoek. Een konsep kan ook aan meer as een konsep geskakel wees. So kan groot netwerke geskep word wat baie feite in 'n enkel geïntegreerde kennisbasis saamvoeg.

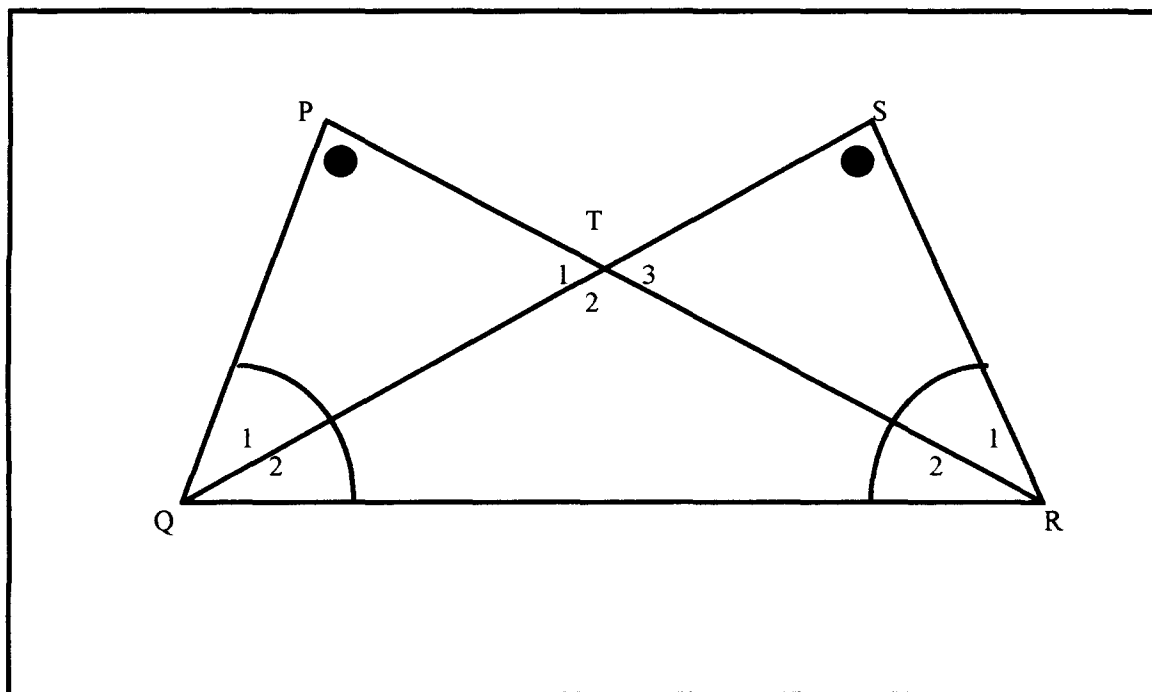
### 4.3 'n Eenvoudige toepassing

Aan die hand van 'n bepaalde toepassing sal nou geïllustreer word hoe 'n Meetkundeprobleem voorgestel en opgelos kan word deur van Pseudo Intelligensietegniese en spesifiek van semantiese nete gebruik te maak. Meetkundestellings wat in die toepassings gebruik word, word kortliks op die grafiek aangetoon. 'n Volledige uiteensetting van alle stellings wat gebruik is, verskyn in Bylae A.

#### 4.3.1 Die probleem

**Gegee:**  $\Delta PQR$  en  $\Delta SRQ$  met  $\hat{P} = \hat{S}$  en  $P\hat{Q}R = Q\hat{R}S$ ,  $\hat{Q}_1 = 40^\circ$

- Gevra:**
1. Bereken die grootte van  $\hat{R}_1$
  2. Bewys dat  $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2$

**FIGUUR 4.3 MEETKUNDEPROBLEEM1****4.3.2 Die voorstelling van die probleem as 'n semantiese net**

In Figuur 4.4 word die probleem wat gestel is grafies voorgestel. Hierdie voorstelling dwing die leerling om na alle moontlike figure in die probleem te kyk en nie slegs vas te kyk teen die eerste figuur wat sigbaar is nie. Verder dwing dit ook die leerling om te besin oor stellings wat bekend is oor die bepaalde figure.

Die voorstelling kan 'n groot effek hê op die identifisering van doelwitte. Bloot net as gevolg van die feit dat die probleem beter verstaan word, kan dit bydra tot 'n meer effektiewe oplossing van die probleem.

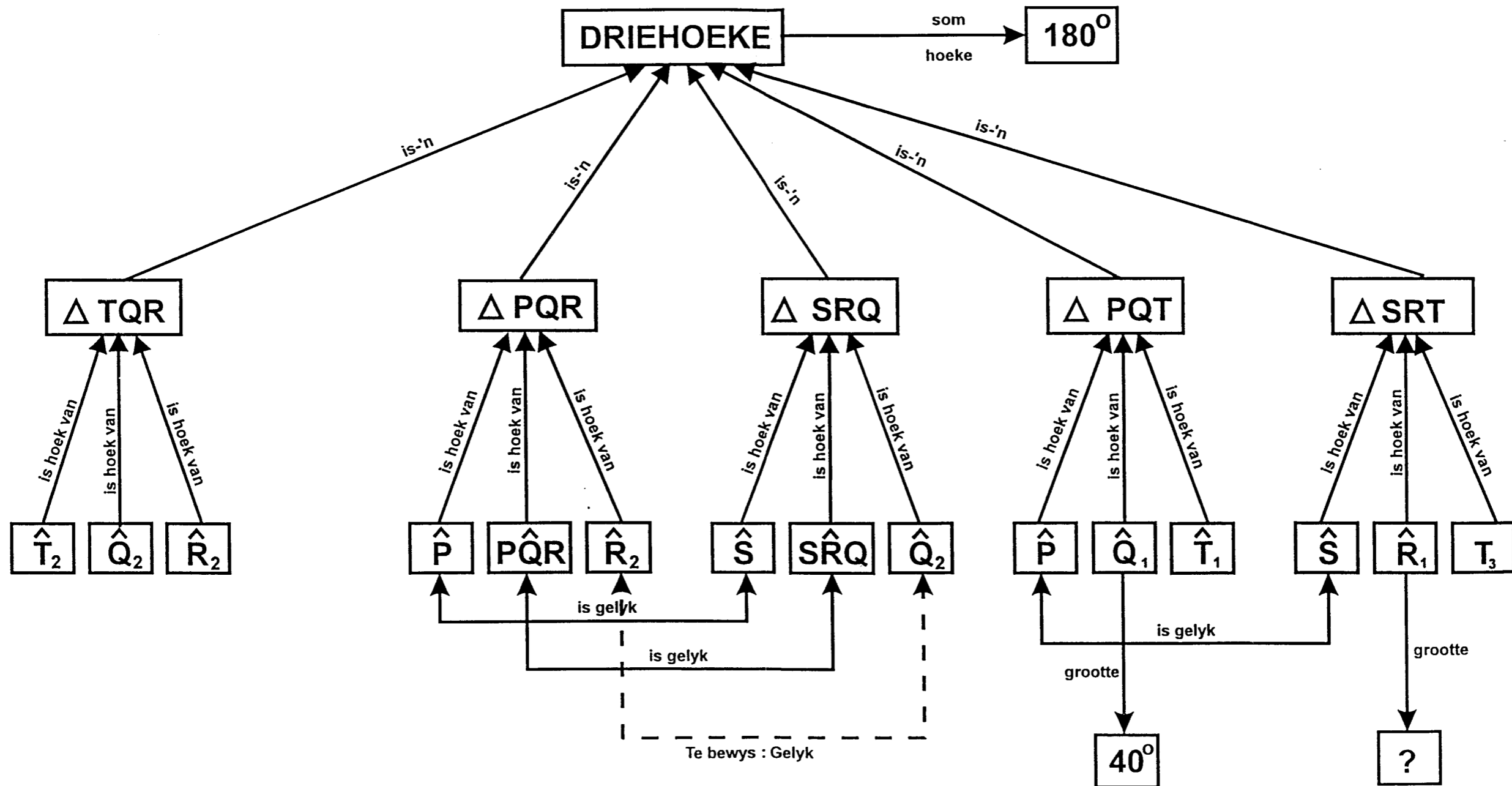
Uit die voorstelling van die probleem kan 'n beter beeld verkry word van waar om te begin met die oplossing van die probleem. Indien die leerlinge na Figuur 4.3 kyk, is daar min leerlinge wat dadelik sal besef dat hier sprake is van vyf verskillende driehoeke. Indien 'n semantiese net voorstelling van Figuur 4.3 gemaak word, (vgl. Figuur 4.4) word die leerling gedwing om alles moontlik uit die skets voor te stel. Uit Figuur 4.4 volg byvoorbeeld duidelik dat twee hoeke in  $\triangle PQR$  en  $\triangle SRQ$  reeds gelyk is. Dat  $\hat{Q}_2$  gelyk is aan  $\hat{R}_2$  volg dus eintlik direk uit die voorstelling van die probleem.

Die visuele voorstelling van die probleem met geometriese vorms is egter vir die leerling meer bekend, aangesien die geometriese voorstelling ook gewoonlik aan leerlinge verskaf word. Met die voorstelling as 'n semantiese net kan baie kosbare tyd verlore gaan waarin die leerling met die oplossingsproses besig kon gewees het. Die teendeel is egter ook waar, dat die semantiese voorstelling die leerling dwing om sistematies te kyk na 'n probleem en sodoende 'n beter beeld te verkry van dit wat bewys moet word. Dit sal dus tyd spaar met die oplossingsproses en verhinder dat die kind alle moontlike afleidings wat uit die probleem gemaak kan word, doelloos begin lys. Dit rig die oplossingsproses op dit wat gevra word. Dit is egter nodig dat die kind bewus moet wees van ander maniere van voorstelling, veral wanneer 'n probleem ingewikkeld is. Vir die doel van hierdie studie word daar nou verder aandag geskenk aan semantiese nette as voorstellingsmetode van die **oplossingsproses**.

### 4.3.3 Die voorstelling van die oplossingsproses

Verskeie voorstellings kan gemaak word van die oplossingsproses. In die oplossing van die probleem kan verskeie voorkennis gebruik word, soos byvoorbeeld dat regoorstaande hoeke gelyk is, die som van die binnehoeke van 'n driehoek gelyk is aan  $180^\circ$ , die buitehoek van 'n driehoek gelyk is aan die som van die teenoorstaande binnehoeke, die

Figuur 4.4 VOORSTELLING VAN DIE PROBLEEM



basishoeke van 'n driehoek gelyk is en dat selfs kongruensie tussen twee driehoeke kan gebruik word. Vergelyk Bylae A vir 'n volledige opsomming van stellings wat gebruik is. Die voorstellingsmetode wat gekies word om die probleem op te los hang egter af van die tipe redenering, die soekmetodes wat gebruik word om by die oplossing uit te kom, sowel as die tipe probleem en die voorkennis wat bekend is (stellings wat gebruik mag word).

Die oplossing kan voorgestel word as 'n semantiese net waar die skakels die stellings verteenwoordig en die nodes die verskillende feite of tussentydse bevindings.

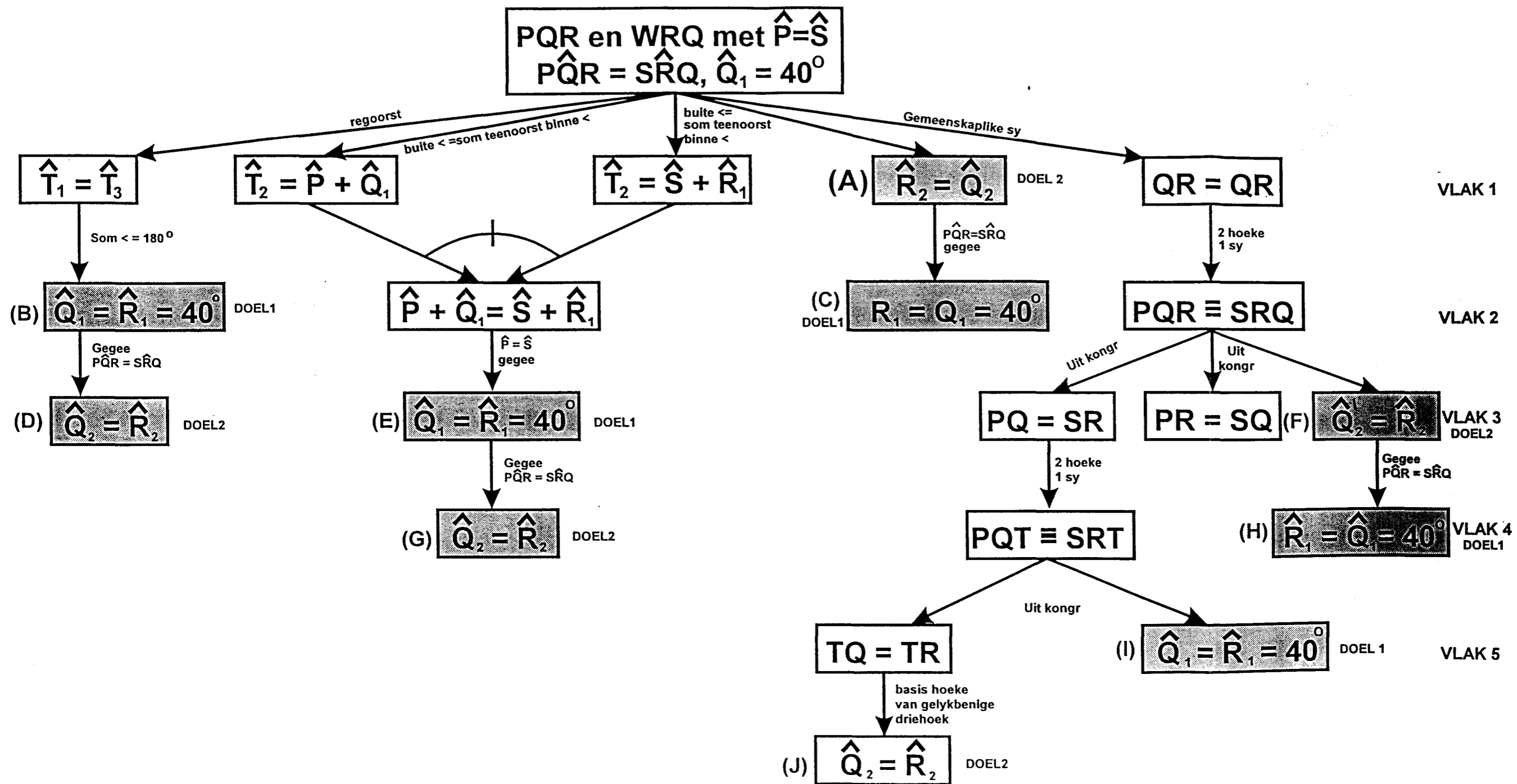
#### **4.3.3.1 Deduktiewe redenering, voorwaartse skakeling en datagedrewe soek.**

Met deduktiewe redenering word nuwe feite afgelei uit dit wat reeds bekend is. Die aanvangsnode sal dit voorstel wat gegee is, terwyl die doelnode die voorstelling is van dit wat bewys moet word (vgl. par 3.4.1.1).

In Figuur 4.5 is daar by die aanvangsnode begin met dit wat gegee is. Hierdie aanvangsnode kan op sy eie ook voorgestel word as 'n semantiese net soos in Figuur 4.4 aangetoon is. Afleidings wat uit die aanvangsnode gemaak kan word, word in vlak 1 van Figuur 4.5 voorgestel. Hierdie afleidings is gemaak deur bepaalde stellings toe te pas op die inligting wat gegee is. Elkeen van die blokkies in vlak 1 tot vlak 6 kan ook weer op sy eie as 'n semantiese net met skakels en nodes voorgestel word. Slegs die skakels en nodes wat vir die oplossing van hierdie probleem nodig is, word egter verder in Figuur 4.5 voorgestel.

By voorwaartse skakeling en datagedrewe soek behoort elke blokkie alle voorafgaande feite sowel as die nuwe feite wat afgelei is, te bevat. Dit is omdat elke feit wat afgelei word uit 'n vorige feit egter bygevoeg word in die kennisbasis by dit wat gegee is en dit

**Figuur 4.5 DIE VOORSTELLING VAN DIE OPLOSSINGSPROES : VOORWAARTSE SKAKELING, DATAGEDREWE**



kan verder in die grafiek weer gebruik word om by nuwe feite uit te kom. Ter wille van die verstaanbaarheid van die grafieke word egter slegs die nuwe feit in die node geplaas en daar word aanvaar dat alle vorige kennis reeds in die kennisbasis is en gebruik kan word in die oplossingsproses.

Met 'n datagedrewe soek word daar dus vanaf gegewe data na die doel beweeg. Die soeke na die doel kan op verskillende maniere plaasvind. Die soekproses kan ten doel hê om die kortste of beste pad na die doel te hê of slegs 'n doel te bereik. Alle moontlike paaie na die doel (vgl. par. 3.4.2.2.3 vir die Britse Museum-prosedure) is gewoonlik nie by die oplos van Meetkundeprobleme nodig nie. Die belangrikste by die oplos van 'n Meetkundeprobleem is dat 'n doel bereik moet word. Dit is egter nodig dat leerlinge bewus moet wees van die feit dat meer as een pad na die doel bestaan en een pad nie noodwendig "beter" as 'n ander is nie.

Daar kan van diepte eerste- of breedte-eerste-soekmetodes gebruik gemaak word om die oplossing te soek. Dit beteken dat daar met diepte eerste een bepaalde feit afgelei word en met hierdie feit verder gegaan word totdat die doel bereik is of totdat by 'n doodloop uitgekom word. Indien diepte eerste by die heel eerste node  $\hat{T}_1 = \hat{T}_3$  gebruik is, sou die eerste doel reeds op die tweede vlak bereik word (by B) en die tweede doel op die derde vlak (by D). Indien diepte eerste egter toegepas word op die heel laaste node  $QR=QR$ , sou die eerste doelwit eers op die vierde of vyfde vlak bereik word (by H of I).

Die meeste leerlinge is geneig om eerste alles wat hulle weet en wat direk uit die probleem afgelei kan word, neer te skryf. Dit is 'n breedte-eerste-soek. Alle moontlikhede op een vlak moet eers ondersoek word voordat daar na die volgende vlak beweeg word. Suiwer breedte-eerste soek kon doelwit<sub>2</sub> reeds op die eerste vlak (by A) gevind het en doelwit<sub>1</sub> op die tweede vlak (by B of C). Indien 'n probleem kompleks en groot is, is dit egter 'n baie tydrowende proses. Dit veroorsaak egter dat die doel altyd

op die hoogste vlak gevind sal word. Beide breedte eerste en diepte eerste is meganiese soekmetodes.

Verskillende heuristieke kan ook aangewend word om by die oplossing uit te kom. So kan bepaal word watter node die belowendste is om eerste te gebruik. Die beste-eersteheuristiek bepaal uit al die suster nodes op vlak1 die belowendste node om verder te ontgin. Die node word een vlak verder ontgin en indien dit nie die doelnode is nie, word al die vorige oop en geslote begrippe en die huidige node bymekaar geplaas en die beste node vir verdere ontginning word weer gekies. Soms is dit moeilik om te bepaal wat die beste node vir verdere ontginning sal wees. In hierdie voorbeeld sal enige van die eerste, tweede of derde node die beste pad wees om verder te ontgin. Albei bereik doelwit 1 op vlak2. By doelwit 2 sou ook uit die voorstelling van die probleem reeds bepaal kan word dat die doel reeds bereik is slegs uit wat gegee is. Om van kongruensie gebruik te maak is baie omslagtig, maar natuurlik nie verkeerd nie. Indien die doel egter was om die probleem met behulp van kongruensie op te los, sou ander moontlikhede om by die doel uit te kom buite rekening gelaat word. Dit is interessant om daarop te wys dat dit moontlik is om doel 2 op te los voordat doel 1 opgelos is indien daar van kongruensie gebruik gemaak word, of indien daar van binnehoeke gelyk aan  $180^\circ$  gebruik gemaak word (by A).

Dit is belangrik dat daar by die ontginning van nuwe nodes altyd in gedagte gehou moet word dat die vorige vlak nodes gebruik kan word om nuwe gevolgtrekkings te maak. Een kindernode kan dus uit meer as een ouernode afgelei word. Dit beteken dat twee of meer verskillende feite gebruik kan word om by een nuwe feit uit te kom.

Alhoewel daar in Figuur 4.5 nie alle moontlike oplossings aangetoon is nie, kan daar duidelik uit die figuur afgelei word dat daar verskillende maniere is om 'n bepaalde probleem op te los. Een oplossing is nie beter as 'n ander nie, maar wel korter as 'n

ander. Met die regte soekmetodes en heuristieke kan daar vinniger by 'n antwoord uitgekom word.

#### 4.3.3.2 Terugwaartse skakeling en doelwitgedrewe soek.

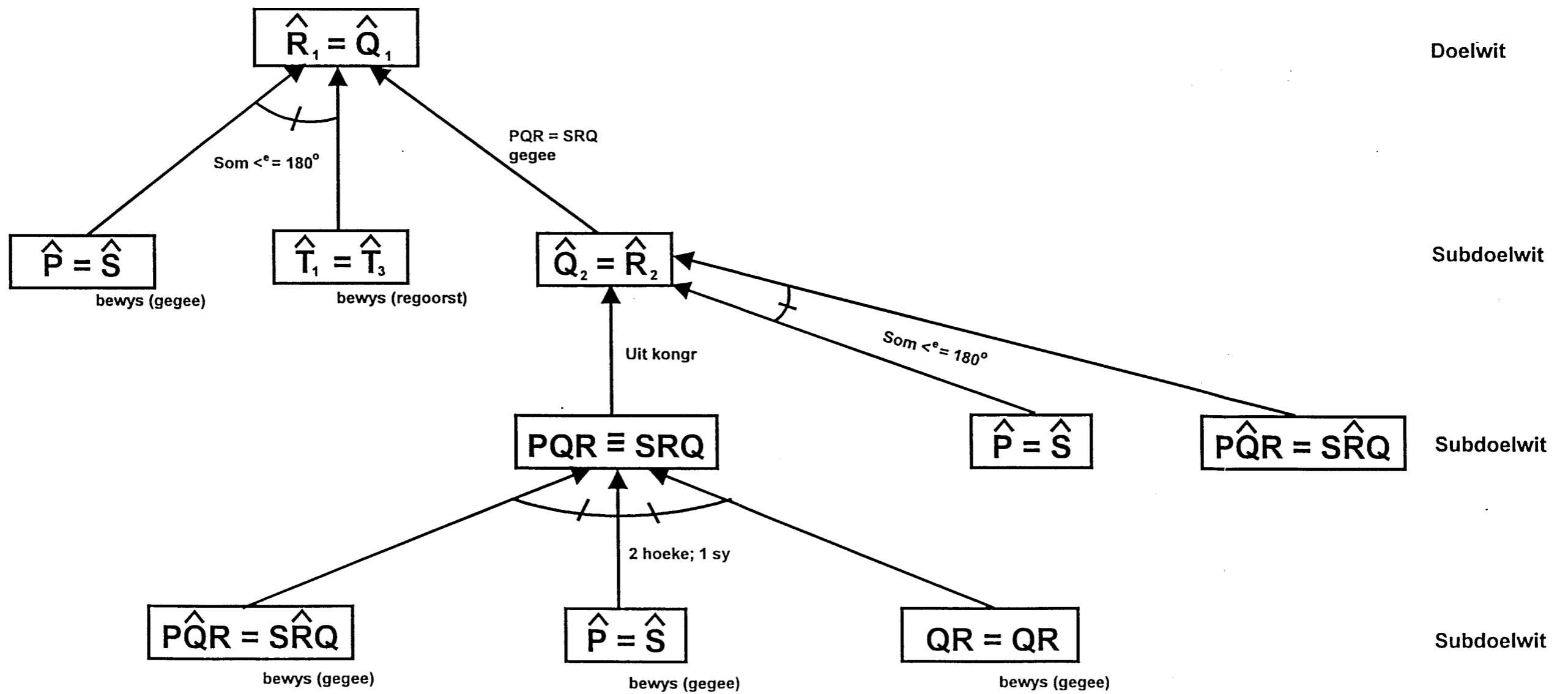
By terugwaartse skakeling word begin met die doelnode en daar word gesoek na subdoelwitte wat die doel impliseer. Elke blokkie stel dus 'n verdere subdoel voor. Indien hierdie subdoelwit bewys kan word, sou dit die doel impliseer. Daar word gebruik gemaak van bepaalde Meetkundestellings om die doel te bewys. In hierdie geval is die skakels dus die stellings en die nodes die subdoelwitte.

Die doel wat bereik moet word in Figuur 4.6 is om te bewys dat  $\hat{R}_1 = \hat{Q}_1$ . Daar word nou gesoek na subdoelwitte wat die doel impliseer. Indien daar in  $\Delta PQT$  en  $\Delta SRT$  bewys kan word dat  $\hat{T}_1 = \hat{T}_3$  én  $\hat{P} = \hat{S}$ , dan sou dit deur gebruikmaking van die stelling: *die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$*  wel die doel impliseer. Dit is gegee dat  $\hat{P} = \hat{S}$  en  $\hat{T}_1 = \hat{T}_3$  omdat hulle *regoorstaande hoeke* is.

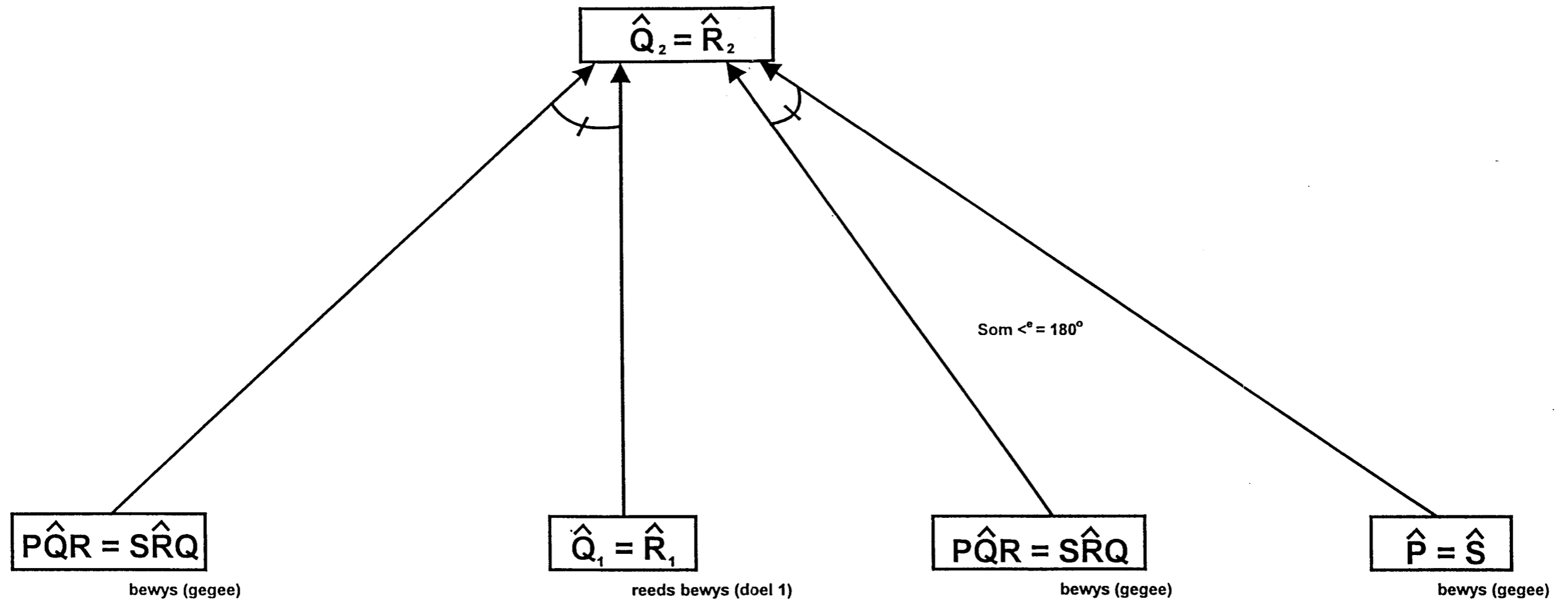
'n Ander subdoelwit wat geformuleer kan word, is om te bewys  $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2$ , waaruit sal volg dat  $\hat{Q}_1 = \hat{R}_1$  omdat  $P\hat{Q}R = Q\hat{R}S$  gegee is. Uit die stelling *binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$* , kan direk afgelei word dat hierdie subdoel  $\hat{Q}_2 = \hat{R}_2$  waar is. In  $\Delta PQR$  en  $\Delta SRQ$  is  $\hat{P} = \hat{S}$  gegee, sowel as  $P\hat{Q}R = Q\hat{R}S$ . Dit impliseer dat die derde hoek van  $\Delta PQR$  gelyk is aan die derde hoek van  $\Delta SRQ$ .

So word met terugwaartse skakeling met behulp van subdoelwitte wat geformuleer en opgelos word die doel bereik.

Figuur 4.6 TERUGWAARTSE SKAKELING : DOELWIT 1



Figuur 4.7 TERUGWAARTSE SKAKELING : DOELWIT 2



Alle moontlikhede is nie in Figuur 4.6 aangetoon nie. Vir die oplos van 'n Meetkundeprobleem is slegs een pad nodig.

Die tweede doelwit word in Figuur 4.7. grafies voorgestel. Dit kan direk uit twee subdoelwitte wat gegee is, nl.  $\hat{P} = \hat{S}$  en  $P\hat{Q}R = S\hat{R}Q$ , afgelei word. Dit kan ook uit die feit dat doelwit 1 waar is, sowel as die feit dat  $P\hat{Q}R = S\hat{R}Q$  gegee is, afgelei word. Dit is belangrik om daarop te let dat albei subdoelwitte bevredig moet word alvorens die doelwit geld.

#### 4.4 'n Meer gevorderde toepassing

##### 4.4.1 Die probleem

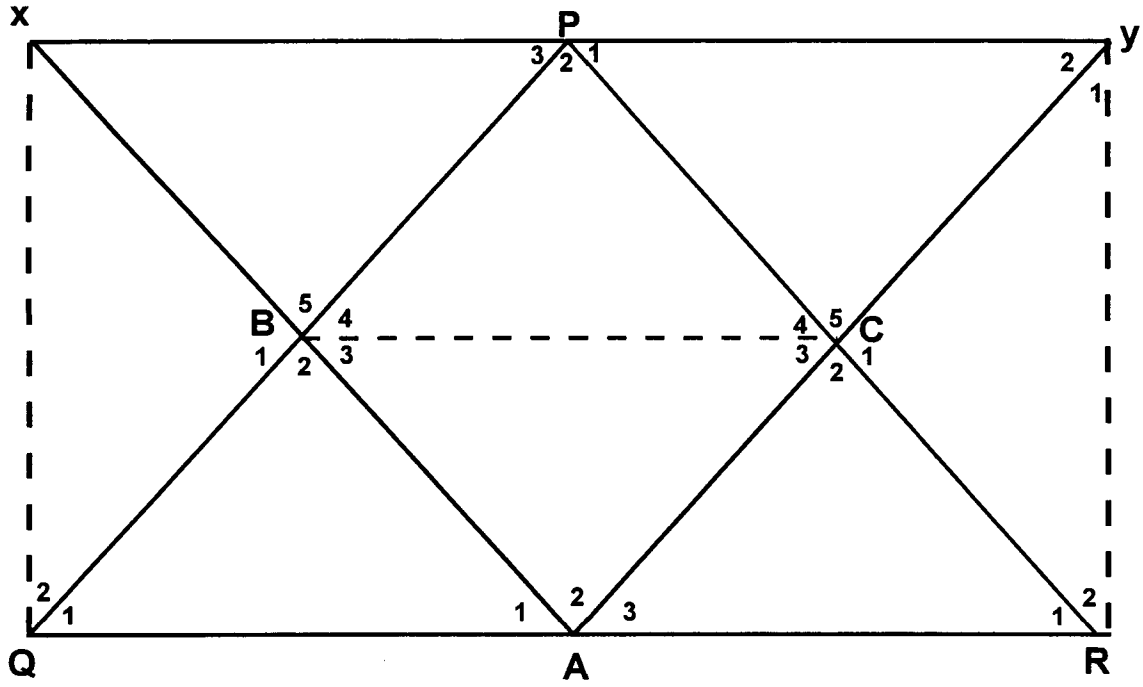
Vergelyk Figuur 4.8 (TOD, s.j.:M8/13:6).

**Gegee:** A, B, C die middelpunt van QR, PQ en PR van  $\Delta PQR$ . AB verleng na X, sodat  $AB = BX$ . Die verlengde van XP sny die verlengde van AC in Y.

**Gevra:**

- 1)  $XY \parallel QR$
- 2)  $AC = CY$
- 3)  $XQ \parallel YR$

Figuur 4.8 PROBLEEM 2



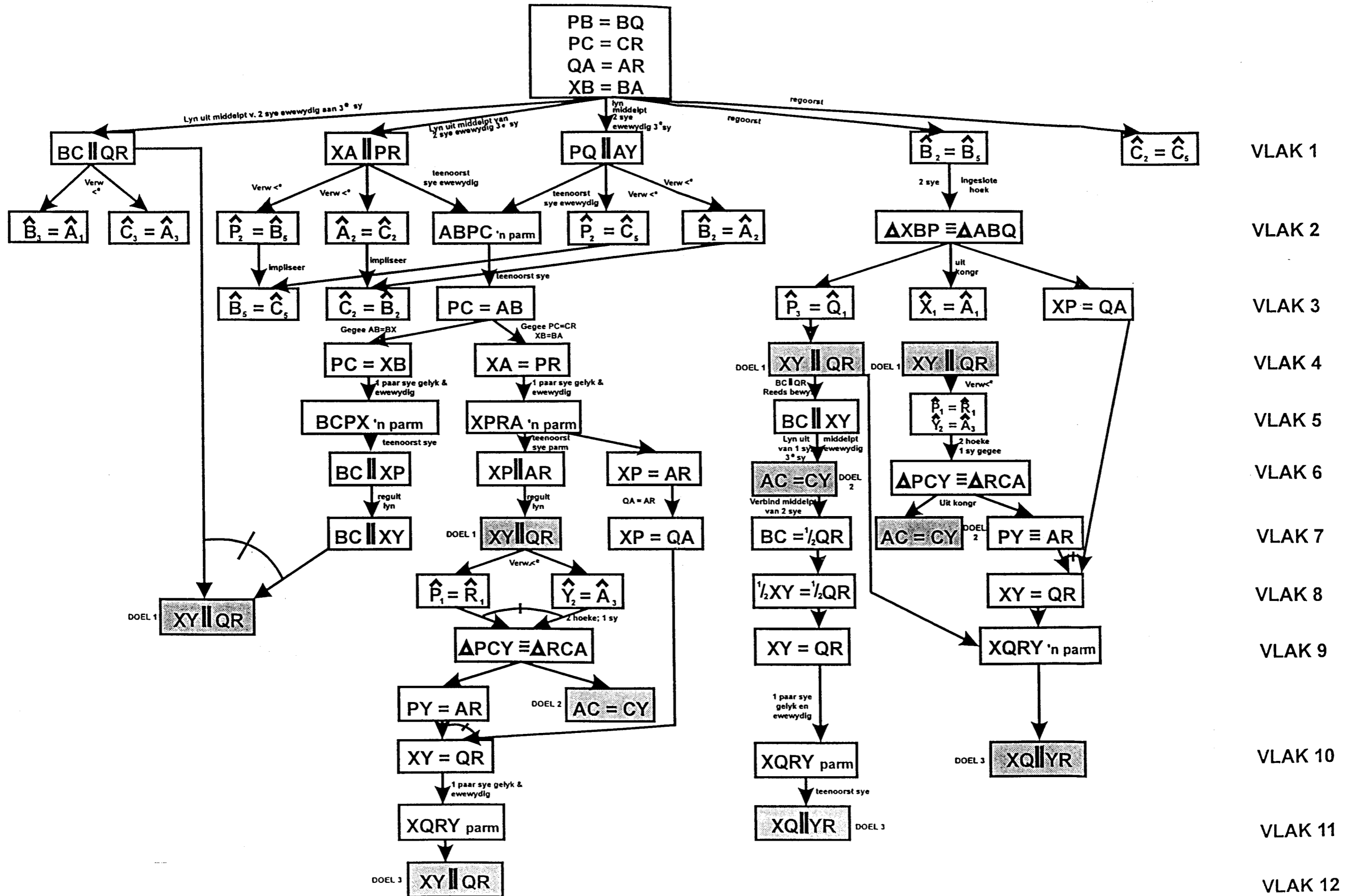
## **4.4.2 Die oplossing met behulp van ‘n semantiese net**

### **4.4.2.1 Voorwaartse skakeling en datagedrewe soek**

In Figuur 4.9 word die probleem, in par 4.4.1 gestel, voorgestel as ‘n semantiese net. Indien daar van datagedrewe soekegnieke gebruik gemaak word, word daar begin by dit wat gegee is en met behulp van bepaalde stellings word nuwe kennis afgelei wat bygevoeg word by die bestaande kennisbasis. Om die kompleksiteit van die voorstelling te verminder, word daar telkens by die volgende node nie alle vorige kennis weer herhaal nie, maar slegs die nuwe kennis wat bygevoeg word in die node aangeteken. Alle voorafgaande feite wat reeds uit die netwerk afgelei is, mag ook weer gebruik word vir die verkryging van nuwe kennis. Hierdie proses gaan voort totdat die doel bereik is.

Verskillende stellings kan gebruik word om hierdie probleem op te los. Afhange van watter stelling gebruik word, sal ‘n ander voorstelling van die oplossing gemaak kan word. Alle moontlike paaie is nie uiteengesit nie, maar daar is wel gepoog om ‘n hele aantal paaie aan te toon. Met Figuur 4.9 is daar ook aangetoon dat ‘n Meetkundeprobleem nie slegs een bepaalde oplossing het nie, maar daar op verskillende maniere die doel bereik kan word. Afhange van die pad wat ingeslaan word, sal die doel net gouer bereik word. Doelwit 1 kan volgens Figuur 4.9 op die vierde vlak of op die sewende of agtste vlak bereik word. Indien ‘n breedte-eerste-soek toegepas sou word, sou sekere nodes onnodig ontgin word - dit is tydrowend. Met ‘n diepte-eerste-soek op die “regte” nodes sou egter vinnig by die doel uitgekom kan word. Met datagedrewe soek sal die kind waarskynlik eers die eerste vlak nodes, breedte eerste, ondersoek. ‘n Diepte-eerste-soek op die uitgesoekte node kan byvoorbeeld verder uitgevoer word, totdat die doel bereik word of ‘n doodloop bereik word. ‘n Diepte-eerste-soek op een node alleen (byvoorbeeld node2) sou egter nie al die doelwitte bereik het nie.

Figuur 4.9 VOORWAARTSE SKAKELING, DATAGEDREWE SOEK : PROBLEEM 2



Die meeste leerlinge sal egter die probleem los indien die eerste 2 of 3 vlakke (x-aantal stappe met die tradisionele oplossingmetode) nog geen doel opgelewer het nie. Die voordeel van die semantiese voorstelling is dat dit wat afgelei word, beter georden word sodat daar makliker tot nuwe afleidings gekom kan word. Indien die Meetkundeprobleem op die tradisionele manier van stelling en rede opgelos word, kan daar nie duidelik gesien word uit watter vorige stelling die volgende stelling afgelei is nie.

By voorwaartse skakeling is dit ook slegs nodig om een doel te bereik en nie nodig om alle moontlike paaie na die doel te vind soos in die geval van die Britse Museum-prosedure nie. Dit maak die grafiek in Figuur 4.9 ook eenvoudiger. Met 'n diepte-eerste-soek is dit moontlik om doelwit2 voor doelwit1 te bereik of doelwit3 voor doelwit2. Dit wil voorkom asof 'n diepte-eerste-soek by die vierde node,  $\hat{B}_2 = \hat{B}_3$ , die kortste pad na doelwit1 en doelwit2 sal hê. Om by doelwit3 uit te kom sou op al die nodes, behalwe node 1: BC||QR, ongeveer dieselfde lengte soekpad geneem het.

Konflikresolusie (vgl. par 3.4.1.9) kan gebruik word om te bepaal watter reël volgende toegepas moet word, as meer as een reël pas. In vlak1, by node2: XA||PR, kan daar twee verskillende reëls toegepas word, nl. verwisselende hoeke gelyk, of daar kan van twee verskillende ouernodes gebruik gemaak word om te bewys dat ABPC 'n parallellogram is. Hier moet nou besluit word of die verwisselende hoeke wat gelyk is, of die vierhoek wat 'n parallellogram is, eerste by die doel sal uitkom. Konfikresolusietegnieke soos die mees spesifieke reël eerder as die algemene, kan byvoorbeeld hier gebruik word. In baie gevalle weet die leerling watter stellings van toepassing is op 'n probleem. Dit is dan raadsaam om voorkeur te gee aan hierdie stellings.

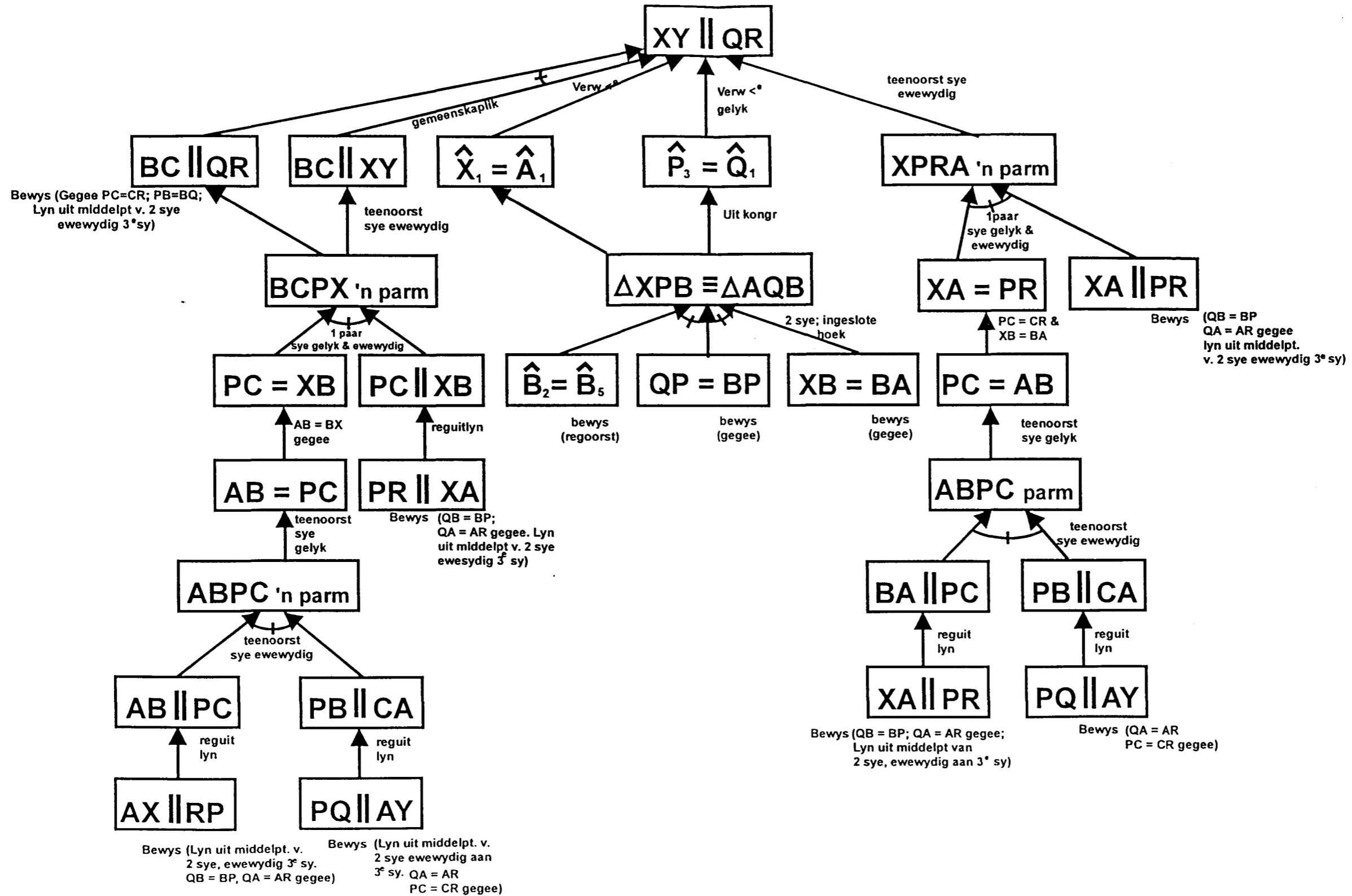
#### 4.4.2.2 Terugwaartse skakeling en doelwitgedrewe soek

Dieselfde probleem wat in par. 4.4.1 gestel word, kan ook opgelos word deur 'n semantiese net as voorstellingsmetode van die oplossingsproses te gebruik, maar met 'n doelwitgedrewe soek. Hierdie voorstelling word in Figuur 4.10, Figuur 4.11 en Figuur 4.12 voorgestel.

Die aanvangsnode in hierdie geval is die doel wat bereik moet word. Die probleem word nou opgedeel in drie verskillende semantiese nette vir elke doelwit wat bereik moet word. Daar word begin met die doelwit en vandaar word subdoelwitte geformuleer wat, indien dit met behulp van sekere stellings bereik word, die doel sal impliseer. Die nodes stel nou die doelwit of bepaalde subdoelwit voor. Die skakels bly steeds die stellings wat toegepas word om van een doelwit of subdoelwit na 'n ander te beweeg.

Doelwitgedrewe soek vir die bereiking van die eerste doelwit word in Figuur 4.10 uiteengesit. Vir doelwit1 (vgl. Figuur 4.10) nl.  $XY||QR$  kan verwisselende hoeke byvoorbeeld gelyk bewys word of daar kan bewys word dat sekere figure wat  $XY$  en  $QR$  insluit 'n parallelogram is. 'n Ander moontlikheid is om te kyk of daar nie 'n ander ewewydige lyn is wat ewewydig is aan  $XY$  en aan  $QR$  nie. In hierdie geval moet albei vereistes geld voordat die doel bereik word. In Figuur 4.10 word nie alle moontlike paaie ondersoek nie. Die meeste van dit wat aanvanklik gegee is, lê egter in die driehoeke  $XPB$  en  $AQB$ . Dit laat die moontlikheid om kongruensie te bewys dus aantreklik. Om die driehoeke kongruent te bewys, moet byvoorbeeld twee sye en die ingeslote hoek van die een driehoek gelyk bewys word aan twee sye en die ingeslote hoek van die die ander driehoek. In hierdie geval word drie bepaalde subdoelwitte met 'n EN-skakel verbind. Dit beteken dat al drie subdoelwitte bevredig moet word en nie slegs een van die nodes waar moet wees vir die bevrediging van die doel nie. Twee sye

Figuur 4.10 TERUGWAARTSE SKAKELING, DOELGEDREWE SOEK: DOELWIT 1



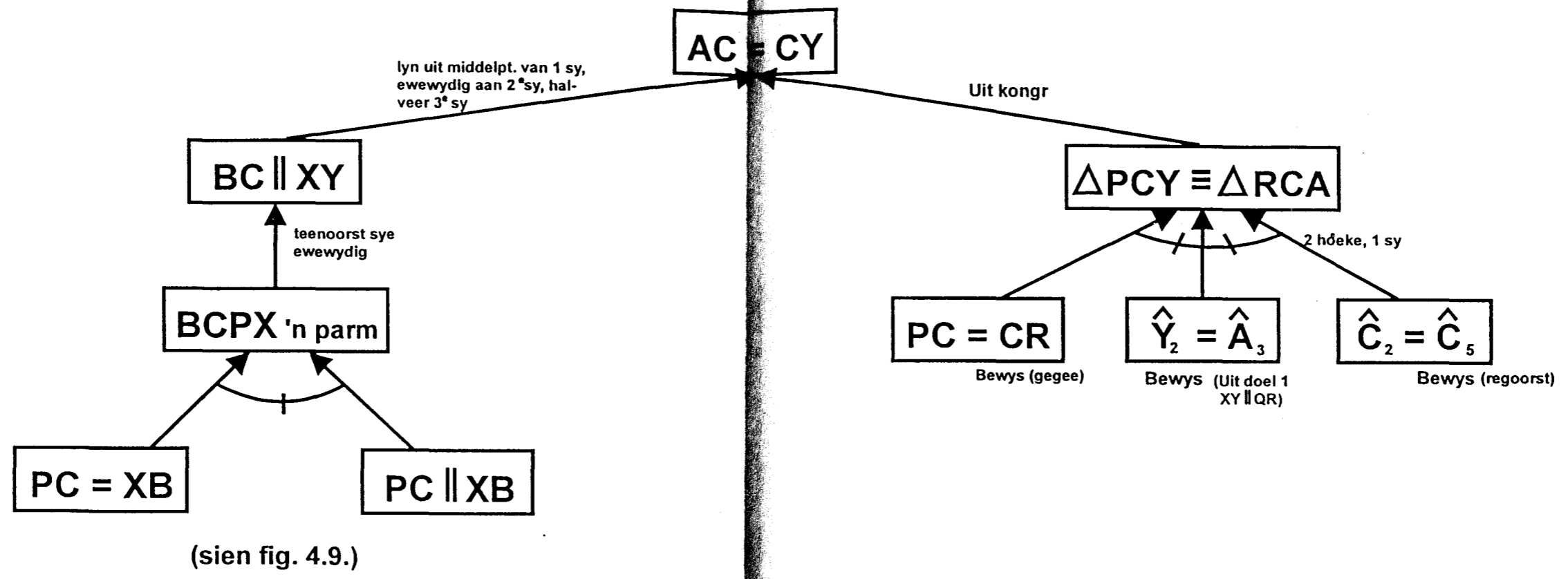
is reeds gegee en die ingeslote hoek is twee reghoekige hoeke. Gevolglik is alles gevind wat nodig is om die doel wat aanvanklik gestel is te bewys. Daar kan egter ook ander moontlikhede wees om die probleem op te los, soos om  $BC \parallel QR$  en  $BC \parallel XY$  te bewys (vgl. Figuur 4.10). Albei vereistes moet egter geld, wat 'n aanduiding kan wees dat dit 'n langer bewys kan wees as om  $\hat{P}_3 = \hat{Q}_1$  (verwisselende hoeke) gelyk te bewys. Uit Figuur 4.10 is aangetoon dat dit inderdaad die geval is. In hierdie geval is terugwaartse skakeling saam met sekere heuristiese soektegnieke die beste vir die kortste pad na die doel.

Vir doelwit 2 (vgl. Figuur 4.11) moet  $AC=CY$  bewys word, wat sal geld as  $\triangle PCY$  kongruent is aan  $\triangle RCA$ . Dié kongruensie is maklik bewysbaar nadat doelwit 1, naamlik  $XY \parallel QR$ , bewys is. Dit kan egter ook bewys word deur  $BC \parallel XY$  te bewys en die stelling te gebruik dat die lyn uit die middelpunt van een sy, en ewewydig aan die tweede sy, die derde sy halveer.

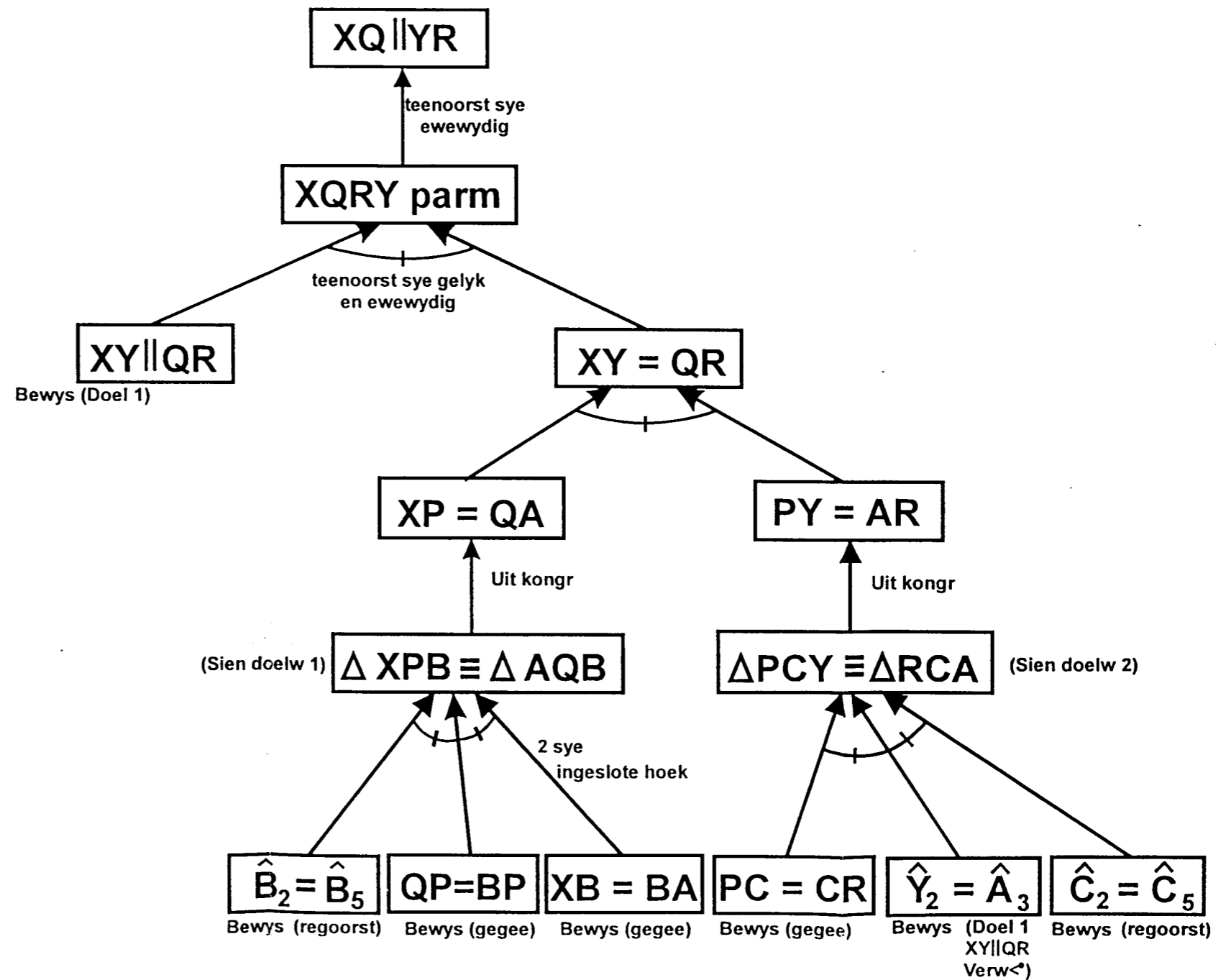
Vir doelwit 3 (vgl. Figuur 4.12) is dit nodig om te bewys  $XQRY$  is 'n parallellogram. Daarvoor is dit slegs nodig om te bewys dat 1 paar sye gelyk en ewewydig is. Uit doelwit 1 is een paar sye reeds ewewydig. Om  $XY=QR$  te bewys kan  $XP=QA$  en  $PY=AR$  bewys word. Die eerste bewys dat  $XP=QA$  volg uit doelwit 1 en die tweede  $PY=AR$  kan met kongruensie en deur gebruikmaking van doelwit 2 bewys word.

Doelwitgedrewe soek is goed as die hipoteses duidelik geformuleer kan word. Dit is dikwels beter, veral by terugwaartse skakeling, om van meer as een semantiese net gebruik te maak om by die doel of by subdoelwitte uit te kom. Veral indien meer as een doelwit bestaan, kan daar maklik verdwaal word in 'n groot ingewikkelde grafiese voorstelling, terwyl 'n kleiner grafiese voorstelling met subdoelwitte makliker georden en begryp kan word.

Figuur 4.11 TERUGWAARTSE SKAKELING, DOELWITGEDREWE SOEK: DOELWIT 2



Figuur 4.12 TERUGWAARTSE SKAKELING, DOELWITGEDREWE SOEK : DOELWIT 3



Terugwaartse skakeling in Meetkunde is dikwels vir leerlinge makliker, omdat dit doelwitgedrewe is. Dit sny alle onnodige gevolgtrekkings uit die gegewe data uit en die bereiking van die doel is gewoonlik vinniger.

Data- en doelwitgedrewe soek kan egter mekaar afwissel in een probleem. 'n Goeie probleemoplosser gaan selde net datagedrewe voort. Datagedrewe soektogte vertoon gewoonlik baie onnodige feite wat verwarrend kan wees. Met die gestruktureerde voorstelling van die probleem as 'n semantiese net is die soekproses om by die doel uit te kom egter baie makliker.

#### 4.5 Samevatting

In hierdie hoofstuk is daar gepoog om die denkproses rondom die oplos van 'n Meetkundeprobleem, wat die kind normaalweg denkbeeldig doen, op 'n logiese wyse, op papier, as 'n semantiese net voor te stel. Dit gee meer struktuur aan die denkproses. Veral wanneer probleme ingewikkeld is, is dit vir die mens moeilik om dit in sy geheue voor te stel.

Daar is eerstens gepoog om aan te toon dat 'n Meetkundeprobleem *voorgestel* kan word as 'n semantiese net. Uit hierdie voorstelling kan reeds 'n beter beeld van die probleem verkry word. As die probleem beter verstaan word, sal die probleem ook beter opgelos kan word.

Vervolgens is die oplossing van die probleem ook voorgestel as 'n semantiese net en wel op twee maniere, naamlik doelwitgedrewe of datagedrewe. Daar is na sekere soekprosesse en heuristieke gekyk waarvolgens die semantiese net ondersoek kan word ten einde die beste pad na die doel te selekteer.

Alhoewel daar in hierdie hoofstuk by die oplossing van die probleem meer as een moontlike pad aangetoon word, sal dit in die praktyk natuurlik nie die geval wees nie en sal daar net gesoek word vir 'n oplossing en nie alle moontlike oplossings nie.

## **HOOFSTUK 5**

### **SLOTPERSPEKTIEF**

#### **5.1 INLEIDING**

Gevestigde voorskrifte en idees veroorsaak dikwels dat ons slaafs volg sonder om te dink. In Meetkundeonderrig is dit ook nie anders nie. Die onderrig van Wiskunde het juis ten doel om ons kinders te leer om probleme op te los. Probleme kan nie opgelos word as ons nie geleer het om te dink en ons gedagtes te orden nie. Probleemgerigte onderrig van Wiskunde is ook daarop gemik om die kind te leer om selfstandig te dink. Dit kan egter nie gebeur deur net bloot die kind te los om self te ontdek en probleem op probleem te probeer oplos nie. Daar bestaan sekere basiese probleemoplossingsvaardighede wat die slim kind dalk heeltemal onwetend en intuïtief gebruik, maar die gemiddelde kind dalk niks van weet nie. In hierdie studie is daar gepoog om weg te kom van die mistiek van probleemoplossing deur te kyk na basiese probleemoplossingsvaardighede wat ook deur rekenaarsistels gebruik word om probleme mee op te los. Daar is veral klem gelê op die semantiese net as voorstellingsmetode.

#### **5.2 SAMEVATTING**

Die probleemgerigte benadering in die onderrig van Wiskunde het in die laaste jare baie veld gewen, ook in Suid-Afrika. Daar bestaan verskillende standpunte oor hoe die benadering in skole geïmplementeer behoort te word. Die indruk word egter by baie onderwysers gelaat dat die kind op sy eie gelaat moet word om self te ontdek. Baie navorsers lê groot klem op die verstaan van die probleem deur die kind, maar die begeleiding van die oplossingsproses word dikwels agterweë gelaat. Die kognitiewe prosesse, strategieë, tegnieke en soekprosesse word aan die leerling oorgelaat om self te ontdek en te bemeester. Hiermee word nie bedoel dat daar 'n basiese "reseppie" aan die leerlinge gegee moet word om 'n probleem op te los nie, maar die leerling moet bewus

wees van die algemene kognitiewe prosesse en strategieë wat byvoorbeeld deur die ekspertprobleemoplosser gebruik word om 'n probleem op te los. Wat 'n ekspert dalk onbewus en intuïtief toepas om 'n probleem op te los, kan moontlik van groot hulp wees vir die gemiddelde tot ondergemiddelde leerling. Dit beteken nie dat die kind geleer word wát om te doen nie, maar eerder hoe om te dink.

Daar is aanvanklik gekyk na probleemoplossing in die algemeen. 'n Literatuurstudie is gedoen oor die prosesse van probleemoplossing, die stappe in probleemoplossing, strategieë wat nodig is vir die doeltreffende oplossing van probleme en verskeie benaderings in algemene probleemoplossing.

Met probleemoplossing in Wiskunde word hierdie algemene benadering tot probleemoplossing net verbesonder. Verskillende eienskappe wat nodig is vir probleemoplossing in Wiskunde kan volgens die literatuur opgesom word in vakspesifieke kennis, algoritmes, strategieë en tegnieke, beheeruitoefening en organiseringsvermoë. Die leerling moet sekere besluitnemingsmeganismes aanleer om te kan selekteer tussen die beskikbare heuristieke en strategieë. Probleemoplossingstrategieë wat help met begrip, organisasie, beplanning, uitvoering en evaluering van die plan is belangrik.

Strategieëse kennis is deel van die kennis wat leerlinge moet kan bemeester ten einde Meetkundeprobleme te kan oplos. Dit is egter ook belangrik dat die Meetkundeprobleem reg voorgestel moet word. 'n Visuele voorstelling van die probleem en ook die oplossingsproses is belangrik ten einde Meetkundeprobleme op te los. Hierdie voorstelling word deur die ekspertprobleemoplosser in die geheue gedoen. Dit is egter baie abstrak en dikwels vir leerlinge moeilik om te doen.

Ekspertstelsels is 'n studieveld binne Pseudo Intelligensie wat daarop gemik is om rekenaarprogramme te ontwikkel wat probleemoplossingsvermoëns van menslike kundiges kan simuleer. Daar word gepoog om die ekspert se kennis, kundigheid en redenasievermoë te simuleer. Twee hoofkomponente van probleemoplossing wat

gesimuleer moet word, is die ekspert se kennis en sy redeneringsvermoë. Daar bestaan verskeie kennisvoorstellingstegnieke waarvan semantiese nette maar een voorbeeld is. Semantiese nette is 'n metode van kennisvoorstelling wat gebruik maak van grafiese voorstellings wat uit nodes en skakels bestaan, waar 'n node 'n objek, konsep of feit voorstel en 'n skakel die verwantskap of assosiasie tussen die objekte is. 'n Semantiese net kan gebruik word om kennis voor te stel, maar kan ook gebruik word om die oplossingsproses te struktureer en te rig. Enige tipe kennis kan deur 'n semantiese net voorgestel word. Semantiese netvoorstellings word ook dikwels gekombineer met raamwerke as voorstellingsmetode.

Die ekspertstelsel simuleer die redeneringsproses van die mens deur van inferensietegnieke gebruik te maak. Inferensie kan beskryf word as die proses wat deur die ekspertstelsel gebruik word om nuwe inligting uit bestaande inligting te bekom. Voorbeelde van inferensietegnieke is deduktiewe redenering, induktiewe redenering, abduktiewe redenering, analogiese redenering, logiese redenering, voorwaartse skakeling, terugwaartse skakeling en konflikresolusie. Hierdie inferensietegnieke kan ook saam met 'n semantiese voorstelling van die oplossingsproses gebruik word. Sekere soektegnieke bestaan waarvolgens die semantiese net deurgewerk kan word om die oplossing van die probleem te verkry. Die belangrikste soektegnieke wat in hierdie studie aandag gekry het in staat-ruimtelike soek is diepte-eerste-soek, breedte-eerste-soek, datagedrewe soek en doelwitgedrewe soek, sowel as heuristiese soektegnieke soos beste eerste, Britse museumprosedure en vertak en begrens.

Dit is nodig dat 'n ekspertstelsel inferensie- en soektegnieke moet kan toepas ten einde probleme suksesvol te kan oplos. Hierdie tegnieke word deur menslike deskundiges ook gebruik. In die onderrig van Wiskunde en spesifiek Meetkundeoplossing word daar egter nie baie tyd daaraan gewy nie. Data- en doelwitgedrewe soektegnieke kan doeltreffend gebruik word by die oplos van Meetkundeoplossing. Tradisioneel is daar in die Wiskunde klas wel aandag gegee aan datagedrewe soektegnieke, maar min aandag is gegee aan doelwitgedrewe soektegnieke.

In hoofstuk 4 is aangetoon dat 'n Meetkundeprobleem voorgestel kan word as 'n semantiese net en dat die oplossing van die probleem ook as 'n semantiese net voorgestel kan word. Soekprosesse kan dan op die netvoorstelling gemaak word ten einde die doel te bereik. Die voorstelling van die probleem as 'n semantiese net maak die verstaan van die probleem reeds vir die kind duideliker. Dit is makliker om uit dit wat gegee is te bepaal wat bereik moet word. Deurdat die oplossing van die probleem as 'n semantiese net uiteengesit word, dwing dit die leerlinge om gestruktureerd te dink. Daar is twee maniere waarop die oplossing van die probleem aangepak kan word, naamlik doelwitgedrewe of datagedrewe. Indien die probleem datagedrewe aangepak word, sal daar van vorentoe skakeling en deduktiewe redenering gebruik gemaak kan word. Indien daar doelwitgedrewe te werk gegaan word, sal van terugwaartse skakeling gebruik gemaak kan word in die voorstelling van die oplossing.

### **5.3 BEVINDINGE**

#### **5.3.1 Bevindinge met betrekking tot die literatuurstudie**

Alhoewel daar baie teorieë bestaan oor die oplossing van probleme in die algemeen is dit meer stappe in probleemoplossing. Een van die stappe is byvoorbeeld "verstaan die probleem" en 'n ander stap byvoorbeeld "los die probleem op". Die meeste literatuur beskryf egter nie wat gebeur as hierdie probleem opgelos word nie. Daar word wel strategieë gegee vir probleemoplossing, soos patroonherkenning, werk van agter af vorentoe, genereer en toets, simulاسie, logiese deduksie en eksperimentering, maar die manier waarop die mens hierdie kennis in die brein orden om by die oplossing uit te kom, word onderbeklemtoon. Dit is dus belangrik dat die leerling die stappe in probleemoplossing ken, asook die strategieë in probleemoplossing, maar dan moet die leerling ook weet hoe die strategieë gebruik moet word om die probleem op te los.

Indien die leerlinge tydens Meetkundeprobleemoplossing gelaat word om self te ontdek, sal die begaafde kind moontlik intuïtief die regte besluite neem, maar die swakker leerling

sal steeds nie weet hoe om die probleem op te los nie. Gewoonlik skryf so 'n leerling alles neer wat afgelei kan word uit 'n bepaalde probleem, maar is nie in staat om sodanig die nuwe feite te orden sodat daar 'n tweede vlak gevolgtrekkings uit die feite gemaak kan word nie. Hierdie gevolgtrekkings word denkbeeldig voorgestel. Sekere leerlinge is in staat om meer stappe as ander leerlinge denkbeeldig voor te stel en kan gevolglik tot op 'n dieper vlak van redenasie vorder. Indien die leerlinge in staat gestel word om die geheuevoorstelling op papier te maak, sal dit lei tot groter sukses in probleemoplossing.

Daar word dikwels deur leerlinge gekla dat hulle nie die Meetkundeprobleem kon *insien* nie, maar indien die onderwyser die probleem op die bord verduidelik, is dit maklik en heeltemal verstaanbaar. Dit kan toegeskryf word aan die feit dat hulle nie die probleem verder as die eerste of tweede vlak in die geheue kon voorstel nie. 'n Semantiese net tesame met inferensie- en soektegnieke kan in hierdie verband van groot hulp wees.

### **5.3.2 Die gebruik van 'n semantiese net in probleemoplossing**

'n Semantiese net verskaf die voorstelling van die probleem soos die deskundige dit in sy geheue voorstel. Dit is belangrik om kennis te dra van die strategieë, soektegnieke en inferensietegniese wat op die semantiese net toegepas kan word ten einde die probleem te kan oplos. Die semantiese net verskaf dus die struktuur waarvolgens die denke gerig kan word.

'n Groot voordeel van die semantiese net in probleemoplossing is dat dit 'n duidelike beeld verskaf van waar in die oplossingsproses die kind hom bevind. Omdat gevolgtrekkings uit die gegewens duidelik voorgestel word, gee die kind nie so gou moed op indien die doel nie na die eerste paar afleidings verkry is nie. Die struktuur van 'n semantiese net hou die voordeel in dat gevolgtrekkings logies uitmekaar vloei. Die node in die semantiese net stel die gevolgtrekking voor en die skakel die rede of stelling. Veral wanneer die probleem ingewikkeld is en die doel eers op 'n redelike diep vlak bereik word, is dit moeilik vir leerlinge om dit in die geheue voor te stel. Die feit dat die voorstelling op papier gedoen

word gee struktuur aan die oplossingsproses wat tradisioneel in die kind se kop voorgestel moes word.

Tradisioneel het leerlinge geleer om die stelling en die rede onder mekaar te lys. Dit bring mee dat daar nie gesien kan word uit watter nuwe feit 'n volgende feit afgelei word nie. Leerlinge is dan geneig om net alles moontlik, datagedrewe, neer te skryf wat enigsins uit 'n gegewe probleem afleibaar is. Dit bring mee dat baie onnodige data versamel word wat nie gestruktureer is nie en gevolglik baie moeilik is om verdere afleidings uit te maak. Die baie data is verwarrend en dra daartoe by dat die kind moed opgee. Doelwitgedrewe soek in teenstelling met datagedrewe soek is gewoonlik korter met minder nie-nodige feite wat tot verwarring aanleiding kan gee. Tradisioneel word doelwitgedrewe soektogte baie min toegepas en die meeste kinders weet nie van die bestaan daarvan nie. Datagedrewe soektogte word gewoonlik deur die onderwyser gebruik om die oplossing te demonstreer. Vrae wat dikwels deur leerlinge gevra word is hoe die onderwyser geweet het om dié bepaalde pad te volg na die oplossing. Doelwitgedrewe soek rig die oplossing op die bepaalde doel wat bereik moet word en sny alle onnodige data en afleidings uit.

'n Semantiese netvoorstelling wys duidelik aan die leerlinge dat daar verskillende maniere is om 'n bepaalde probleem op te los. Dit beteken nie dat een manier beter as 'n ander is nie, maar wel moontlik korter. Uit navorsing wat Spangler (1992: 149) gedoen het oor leerlinge se persepsie van Wiskunde, het die meeste leerlinge verkies om een metode te hê vir die oplos van 'n probleem, omdat hulle soveel meer moet onthou as daar verskillende metodes is. Dit bevestig die vermoede dat die meeste leerlinge steeds memorisering as 'n belangrike komponent van Wiskunde-onderrig beskou.

'n Semantiese net as voorstellingsmetode van die oplossingsproses verskaf aan die leerling 'n struktuur om sy denke te rig. Met die kennis van soekmetodes en inferensietegnieke kan die leerling dan die netwerkstruktuur deurwerk om by die antwoord uit te kom. So kan die leerlinge ook insien dat probleemoplossing geensins memorisering van bepaalde stappe is nie.

Hierdie studie kan beskou word as 'n poging om konseptuele modellering te doen, sodat die kind kan leer om sy gedagtes op 'n logiese wyse te orden.

#### **5.4 PRAKTIESE IMPLEMENTERING**

Semantiese nette kan van groot waarde wees vir die leerling in Meetkundeprobleemoplossing. Dit kan lei tot 'n beter voorstelling van 'n probleem in die geheue.

Dit is nodig dat die onderwyser Meetkundeprobleme aan leerlinge verduidelik met behulp van 'n semantiese net. Dit laat die leerlinge ook begryp dat daar nie slegs een moontlike antwoord vir 'n probleem is nie en motiveer die leerlinge om aan te hou totdat die doel bereik is.

'n Semantiese net sonder die kennis van soek- en inferensietegnieke kan die probleemoplossingsproses vertraag en lei tot onnodige tydverkwisting. Leerlinge behoort reeds vanaf hulle eerste kennismaking met Meetkundeprobleme bewus gemaak te word van die bestaan van semantiese nette en die verskillende soek-en inferensietegnieke. Vir die doel behoort daar reeds tydens onderwysersopleiding aandag gegee te word aan semantiese nette as voorstellingsmetode van Meetkundeprobleme en die oplossing daarvan. Soekmetodes en inferensietegnieke behoort ook tydens onderwysersopleiding aandag te kry.

Die tradisionele skryfwyse van die oplossing van 'n Meetkundeprobleem hoef nie noodwendig vervang te word met 'n semantiese net nie, maar kan wel afwisselend gebruik word. Indien die leerling wel bewus is van verskillende metodes kan eie voorkeur gebruik word. Vir die swakker leerling wat sukkel om die probleem in die geheue voor te stel, kan 'n semantiese netvoorstelling egter van groot waarde wees.

Dit wil voorkom asof die klem in Meetkunde-onderrig op skool op datagedrewe soektegnieke val. Dit bring mee dat die leerling dikwels nie planmatig optree om die doel te bereik nie, maar op 'n probeer-en-tref-manier alle afleidings en gevolgtrekkings uit die probleem lys en hoop dat een van die afleidings tog die doel mag wees. Met doelwitgedrewe soektegnieke word elke stap afgespits op die doel wat bereik word. Geen onnodige feite word weergegee nie. Die leerling moet egter bewus wees van data- sowel as doelwitgedrewe soektegnieke en in staat wees om dit binne een probleem selfs afwisselend te gebruik.

## **5.5 AANBEVELINGS MET BETREKKING TOT VERDERE NAVORSING**

Die gebruik van semantiese nete met kennis van inferensie- en soektegnieke is vanweë die omvang daarvan nie in hierdie studie empiries gemeet nie. Die kennis van inferensie- en soektegnieke sowel as die gebruik van semantiese nete kan nie in die bestek van 'n paar weke aan die kind oorgedra word nie. Dit is 'n proses wat groei saam met die normale Meetkunde-onderrig en die impak van die nuwe benadering sal eers na 'n aantal jare se onderrig werklik empiries meetbaar wees. Die wyse van implementering van hierdie metodiek behoort verder ondersoek te word saam met Wiskunde-onderwysers.

Die implementering van semantiese nete in Meetkunde-onderrig op skoolvlak hou egter ook baie konsekwensies vir onderwysersopleiding in. Voordat die onderwyser nie opgelei is nie, kan dit ook nie verder in die praktyk toegepas word nie. In verdere studie behoort die toepassing van semantiese nete vir probleemoplossing in Meetkunde-onderrig onder onderwysers sowel as leerlinge verder ondersoek te word. Die insluiting daarvan in die kurrikulum van voornemende Wiskunde onderwysers behoort ook verder nagevors te word.

## 5.6 SLOTOPMERKINGS

Semantiese nete as oplossingsmetode kan vir elke kind in vele probleemsituasies van waarde wees. Strukturering van die probleemoplossingsproses kan waarskynlik ook verder strek as slegs Meetkundeprobleemoplossing.

**BIBLIOGRAFIE**

- BALLEW, H. 1994. Sherlock Holmes, master problem solver. The mathematics teacher, 87(8):596-601, Nov.
- BARNES, W.G.W. 1994. Transactions with a multimedia Hamlet: how new knowledge meets the old. (Paper presented during May 1994 at the annual Florida artificial intelligence research symposium.) Pensacola Beach, Florida. (Unpublished.)
- BARR, A., COHEN, P.R. & FEIGENBAUM, E.A. 1989. The handbook of artificial intelligence. Vol .4. Reading: Addison-Wesley.
- BEYERBACH, B.A. & SMITH, J.M. 1990. Using a computerized concept mapping program to assess preservice teachers' thinking about effective teaching. Journal of research in science teaching, 27(10):961-971, Dec.
- BLUM, W. & NISS, M. 1989. Mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects - states, trends and issues in mathematics instruction. (In Blum, W., Niss, M. & Huntley, I., eds. Modelling applications and applied problem solving. Teaching mathematics in a real context. Chichester: Horwood. p. 1-27.)
- BODNER, G.M. 1990. What I've learned from doing research in problem solving. Spectrum, 28(2):13-17, May.
- BRANSFORD, J.D., SHERWOOD, R.D. & STURDEVANT, T. 1987. Teaching thinking and problem solving. (In Baron, J.B. & Sternberg, R.J., eds. Teaching thinking skills: Theory and practice. New York: W.H. Freeman. p. 162-181.)

- CAMPIONE, J.C., BROWN, A.L. & CONNELL, M.L. 1989. Metacognition: on the importance of understanding what you are doing. (In Charles, R.I. & Silver, E.A., eds. The teaching and assessing of mathematical problem solving. Vol. 3. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. p. 93-114.)
- CARLEY, K. & PALMQUIST, M. 1992. Extracting, representing and analyzing mental models. Social forces, 70(3):601-636, March.
- CHARLES, R.I. 1989. Teacher education and mathematical problem solving: some issues and directions. (In Charles, R.I. & Silver, E.A., eds. The teaching and assessing of mathematical problem solving. Vol. 3. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics. p. 259-272.)
- CLEMENT, D.H. & BATTISTA, M.T. 1992. Geometry and spatial reasoning. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan. p. 420-460.)
- COETZEE, N., DU PLOOY, N.F. & CLUVER, A.D.De V. 1985. Tweetalige rekenaarwoordeboek. Johannesburg: Mc Graw Hill.
- COLLINS, A. & QUILLIAN, M.R. 1969. Retrieval time from semantic memory. Journal of verbal learning & verbal behavior, 8:240-247.
- COSTELLO, J. 1991. Teaching and learning mathematics. London:Routledge.
- CRONIN, H., MEADOWS, D. & SINATRA, R. 1990. Integrating computers, reading and writing across the curriculum. Educational leadership, 48(1):57-62, Sept.
- CULLEN, J. 1990. Using concept maps in chemistry: an alternative view. Journal of research in science teaching, 27(10):1067-1068, Dec.

- DIEDERICH, J. 1992. Explanation and artificial neural networks. International journal of man-machine studies, 37:335-355.
- DUBINSKY, E. & SWINGENDORF, K. 1995. Calculus, concepts, computers, and cooperative learning (C4L). The Purdue calculus reform project. Constructivist learning theory in practice. [Beskikbaar op Internet:] <http://www.math.purdue.edu/> [Datum van gebruik: 1 Aug. 1997].
- DURKIN, J. 1994. Expert system design and development. New York: Macmillan.
- FISHER, K.M. 1990. Semantic networking: the new kid on the block. Journal of research in science teaching, 27(10):1001-1018, Dec.
- GREEF, A.R. & REINECKE, R. 1988. Problem solving using artificial intelligence techniques. Orion, 4(1):47-64.
- GREENO, J.G. 1980a. Trends in the theory of knowledge for problem solving. (In Tuma, D.T., ed. Problem solving and education: issues in teaching. p. 9-23.)
- GREENO, J.G. 1980b. Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. (In Snow, R.E., Federico, P-A. & Montague, W.E., eds. Aptitude, learning and instruction. Cognitive process analyses of learning and problem solving. Vol. 2. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 1-21.)
- HARVEY, J.G. 1980. Problem solving in mathematics: 1969-1978. (In Harvey, J.G. & Romberg, T-A., eds. Problem solving studies in Mathematics. Madison: University of Wisconsin-Madison. p. 11-31.)

- HAYES, J.R. 1981. The complete problem solver. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- HAYES-ROTH, F. 1992. Expert systems. (In Shapiro, S.C., ed. Encyclopedia of artificial intelligence. 2nd ed.. New York: Wiley. p. 477-489.)
- HELLER, J.I. & HUNGATE, H.N. 1985. Implications for mathematics instruction of research on scientific problem solving. (In Silver, E.A., ed. Teaching and learning mathematical problem solving. Multiple research perspectives. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 83-110.)
- HIRUMI, A. & BOWERS, D.R. 1991. Enhancing motivation and acquisition of coordinate concepts by using concept trees. Journal of educational research, 84(5):273-279, May/June.
- HUMAN, P.G., MURRAY, H. & OLIVIER, A. 1993. Enkele kritiese kenmerke van probleem gesentreerde Wiskunde-onderwys. Stellenbosch: Universiteit van Stellenbosch.
- JACKSON, P. 1990. Introduction to expert systems. 2nd ed. Wokingham: Addison-Wesley.
- KAMBANIS, J. 1991. Concept network framework for a multi-paradigm knowledge base. South African computer journal, 5:32-38, Sept.
- KANTOWSKI, M.G. 1977. Processes involved in mathematical problem solving. Journal of research in mathematics education, 8:163-181, May.

- KILPATRICK, J. 1985. A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. (In Silver, E.A., ed. Teaching and learning mathematical problem solving. Multiple research perspectives. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 1-13.)
- KLEIN, M.R. & METHLIE, L.B. 1995. Knowledge-based decision support systems with applications in business. Chichester: Wiley.
- KRULIK, S. & RUDNICK, J.A. 1980. Problem solving. A handbook for teachers. Boston: Allyn and Bacon.
- KRULIK, S & RUDNICK, J.A. 1984. A sourcebook for teaching problem solving. Boston: Allyn and Bacon.
- LEHMANN, F. 1992. Semantic networks. Computers & mathematics with applications, 23(2-5):1-50.
- LESTER, F.K. (Jr.) 1985. Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. (In Silver, E.A., ed. Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 41-67.)
- LEVINE, R.I., DRANG, D.E. & EDELSON, B. 1990. Artificial intelligence and expert systems. 2nd ed. New York: Mc Graw-Hill.
- LUGER, G.F. 1984. Applications of problem structure. (In Goldin, G.A. & McClintock, C.E., ed. Task variables in mathematical problem solving. Philadelphia: Franklin Institute Press. p. 415-454.)

- LUGER, G.F. & STUBBLEFIELD, W.A. 1989. Artificial intelligence and the design of expert systems. Redwood City, Calif: Benjamin Cummings.
- MALLACH, E.G. 1994. Understanding decision support systems and expert systems. Homewood, Ill.: Irwin.
- MAYER, R.E. 1985. Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. (In Silver, E.A., ed. Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 123-138.)
- MITCHELL, B. 1994. The problem centred mathematic curriculum: a positive experience. Transvaal educational news, 92(3):4-6, Sept.
- NCTM (National Council of teachers of Mathematics). 1989. Curriculum and evaluation standard for school mathematics. Reston, Va: The Council.
- NOVAK, J.D. 1990. Concept mapping: a useful tool for science education. Journal of research in science teaching, 27(10): 937-949, Dec.
- O'DAFFER, P.G. 1985. Problem solving tips for teachers. Arithmetic teacher, 62-63, Feb.
- O'DAFFER, P.G., KRULIK, S. & RUDNICK, J.A. 1985. Problem solving tips for teachers. Arithmetic teacher, 38-39, Dec.
- PAPERT, S. 1980. Mindstorms, children, computers and powerful ideas. Brighton: Havester Press.
- POLYA, G. 1946. How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

- QUILLIAN, M.R. 1968. Semantic memory. (In Minsky, M., ed. Semantic information processing. Cambridge: MIT Press. p. 227-270.)
- RUBINSTEIN, M.F. 1975. Patterns of problem solving. Englewood: Prentice-Hall.
- SCHOENFELD, A.H. 1985. Mathematical problem solving. New York: Academic Press.
- SCHOENFELD, A.H. 1992. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan. p. 334-368.)
- SHAPIRO, S.C. 1992. Encyclopedia of artificial intelligence. 2nd ed. Vol. 2. New York: Wiley.
- SHASTRI, L. 1988. Semantic networks: an evidential formalization and its connectionist realization. London: Pitman.
- SILVER, E.A. 1985. Research on teaching mathematical problem solving: some underrepresented themes and needed directions. (In Silver, E.A., ed. Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives. Hillsdale: Lawrence Erlbaum. p. 247-266.)
- SIMONS, G.L. 1984. Introducing artificial intelligence. Lancashire: NCC Publications.
- SPRANGLER, D.A. 1992. Assessing students' beliefs about mathematics. Arithmetic teacher, 40(3):148-152, Nov.

STARR, M.L. & KRAJCIK, J.S. 1990. Concept maps as a heuristic for science curriculum development: toward improvement in process and product. Journal of research in science teaching, 27(10):987-1000, Dec.

STERNBERG, R.J. & DAVIDSON, J.E. 1992. Problem solving. (In Alkin, M.C., ed. Encyclopedia of educational research. 6th ed. Vol. 3. New York: Macmillan. p. 1037-1044.

TOD kyk Transvaalse Onderwysdepartement.

Transvaalse Onderwysdepartement. s.j. Wiskunde Standerd 8. Meetkunde. Pretoria: Transvaalse Onderwysdepartement.

WALLACE, J.D. & MINTZES, J.J. 1990. The concept map as a research tool: exploring conceptual change in biology. Journal of research in science teaching, 27(10):1033-1052.

WANDERSEE, J.H. 1990. Concept mapping and the cartography of cognition. Journal of research in science teaching, 27(10):923-936, Dec.

WATERMAN, D.A. 1986. A guide to expert systems. Boston: Addison-Wesley.

WHITMAN, .B. 1984. Computers need math! (In Hansen, V.P. & Zweng, M.J., eds. Computers in mathematics education. 1984 Yearbook. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics. p. 155-161.)

WILSON, J.W., FERNANDEZ, M.L. & HADAWAY, N. 1993. Mathematical problem solving. (In Wilson, P.S., ed. Research ideas for the classroom. High school mathematics. New York: Macmillan. p. 57-75.)

WINSTON, P.H. 1984. Artificial intelligence. 2nd ed. Boston: Addison-Wesley.

ZAHEERUDDIN, 1995. Expert system: a reality of an old concept. Computer Education, 80: 23-27, June.

## BYLAE A

**MEETKUNDE STELLINGS WAT GEBRUIK IS:**

<b>STELLING</b>	<b>AFKORTING IN FIGURE</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is <math>180^\circ</math>.</li> </ul>	Som $\angle = 180^\circ$ Binne $\angle_e$ van driehoek
<ul style="list-style-type: none"> <li>'n Buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke.</li> </ul>	Buite $\angle =$ som teenoorst binne $\angle$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die basishoeke van 'n gelykbenige driehoek is gelyk.</li> </ul>	Basishoeke van gelykbenige driehoek
<ul style="list-style-type: none"> <li>'n Reguit lyn deur die middelpunt van een sy van 'n driehoek, ewewydig aan 'n tweede sy, halveer die derde sy.</li> </ul>	Lyn uit middelpt van 1 sy, ewewydig aan 2 <sup>e</sup> sy, halveer 3 <sup>e</sup> sy
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die reguit lyn wat die middelpunte van twee sye van 'n driehoek verbind is ewewydig aan die derde sy en gelyk aan die helfte daarvan</li> </ul>	Lyn uit middelpt v 2 sye, ewewydig 3 <sup>e</sup> sy.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Verwisselende hoeke is gelyk</li> </ul>	Verw $\angle_e$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Regoorstaande hoeke is gelyk</li> </ul>	Regoorst
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die teenoorstaande sye van 'n parallellogram is ewewydig</li> </ul>	Teenoorst sye ewewydig
<ul style="list-style-type: none"> <li>Die teenoorstaande sye van 'n parallellogram is ewe lank</li> </ul>	Teenoorst sye gelyk
<ul style="list-style-type: none"> <li>As een paar sye van 'n vierhoek gelyk en ewewydig is, is die vierhoek 'n parallellogram.</li> </ul>	1 paar sye gelyk & ewewydig
<ul style="list-style-type: none"> <li>Kongruensie voorwaardes           <ul style="list-style-type: none"> <li>As twee sye en die ingeslote hoek van een driehoek gelyk is aan twee sye en die ingeslote hoek van 'n ander driehoek</li> <li>As drie sye van een driehoek gelyk is aan drie sye van 'n ander driehoek.</li> <li>As 2 hoeke en een sy van een driehoek gelyk is aan 2 hoeke en een sy van 'n ander driehoek</li> </ul> </li> </ul>	Uit kongr 2 sye, ingeslote hoek  3 sye  2 hoeke, 1 sy