WETENSKAPLIKE BYDRAES VAN DIE PU VIR CHO
Reeks H: Inougurele Rede nr. 123

DIE BALANS TUSSEN "BASIESE" EN "TOEGEPASTE" IN NAVORSING EN ONDERRIG VAN WISKUNDE

J.H. Fourie

Inougurele rede gehou op 16 Augustus 1991

Departement Sentrale Publikasies
Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys
Potchefstroom
1991

Die Universiteit is nie aanspreeklik vir menings in die publikasies uitgespreek nie.

Navrae in verband met die *Wetenskaplike Bydraes* moet gerig word aan:

Die Direkteur
Departement Sentrale Publikasies
Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys
2520 POTCHEFSTROOM Suid-Afrika

ISBN 1 86822 092 3

DIE BALANS TUSSEN "BASIESE" EN "TOEGEPASTE" IN NAVORSING EN ONDERRIG VAN WISKUNDE

Tegnologiese ontwikkeling en die gepaardgaande behoefte aan geskoolde mannekrag is waarskynlik een van die belangrikste redes waarom *praktykgerigte navorsing* en *beroepsgerigte opleiding* vandag wêreldwyd baie belangrik geag word. In Suid-Afrika bestaan daar ongetwyfeld 'n groot opvoedkundige leemte ten opsigte van tegniese geletterdheid. In die lig hiervan het die Departement van Onderwys en Kultuur in 1988 'n komitee aangestel om alle aspekte van loopbaanonderrig vir blanke onderwys te ondersoek. Na aanleiding van response van studente aan tegniese kolleges het die komitee die volgende verrassende (?) verklaring gemaak: *'n Mens moet nie aanvaar dat beroepsgerigte onderwys noodwendig 'n beter basis vir loopbaanonderwys verskaf as wat algemene opvoeding dit doen nie.*

In hierdie rede probeer ek om vanuit die gesigspunt van 'n "suiwer wiskundige" te motiveer hoekom

(a) 'n *gebalanseerde* kyk op die leerstofinhoud en aanbieding van Wiskunde op universiteit met betrekking tot "teorie" en "toepassing", en

(b) *basiese navorsing* in Wiskunde,

nog steeds in die wêreld van vandag baie belangrik is. Die bespreking word kortliks onder die volgende drie hoofde gevoer:

1. Wiskunde in harmonie met die wetenskap en samelewing.

2. Opmerkings oor kurrikula en die onderrig van Wiskunde.

3. Navorsing in Wiskunde.

1. WISKUNDE IN HARMONIE MET DIE WETENSKAP EN SAMELEWING

Wiskunde in harmonie met die natuur word treffend beskryf deur die woorde van die bekende fisikus Werner Heisenberg: "If nature leads us to mathematical forms of great simplicity and beauty.... we cannot help thinking that they are true, that they reveal a genuine feature of nature." Die suiwerheid van Wiskunde lê deels in die "aksie van byeenbring" van feite tot onderlinge intellektuele harmonie — met ander woorde, soos suiwerheid in musiek — en deels in die feit dat suiwer Wiskunde nie gekoppel is aan 'n enkele toepassing nie. Met erkenning van die feit dat 'n wiskundige teorie in 'n abstrakte omgewing ontwikkel, wil ek probeer illustreer hoedat juis die abstrakte aard van die vak belangrik is wanneer Wiskunde in harmonie met die wetenskap en samelewing beskou word.

Wiskundige metode en denkwyse het vandag, veral as gevolg van die beskikbaarheid van goeie rekenaarfasiliteite, in feitlik alle aspekte van die sakelewe, regering en akademie inslag gevind. Wiskundige modelle en statistiese analises word gebruik in navorsingsprojekte van vakgebiede uit die geestes- en natuurwetenskappe en selfs in die beplanning van alledaagse dienste (soos mediese behandeling) en vermaak (soos politieke toesprake).

Aan die hand van twee voorbeelde uit verskillende vakdissiplines, nl. Numeriese Wiskunde en Topologie, wil ek poog om die wedersydse invloed wat praktyk en navorsing in Wiskunde op mekaar het, te illustreer.

1. Wiskunde in die meubelfabriek

In 'n meubelfabriek word twee soorte meubels vervaardig — stoele en banke. Die produksieproses word in drie komponente verdeel, nl. timmerwerk, afwerking en stoffering. Die wins op 'n stoel is R80,00, terwyl die wins op 'n bank R70,00 is. Weens die beperking ten opsigte van opgeleide werkers en gereedskap, is daar natuurlik ook sekere beperkings op die aantal man-ure per dag in elke faset van die vervaardigingsproses. Die tyd benodig in die vervaardigingsproses word soos in die volgende tabel verdeel:

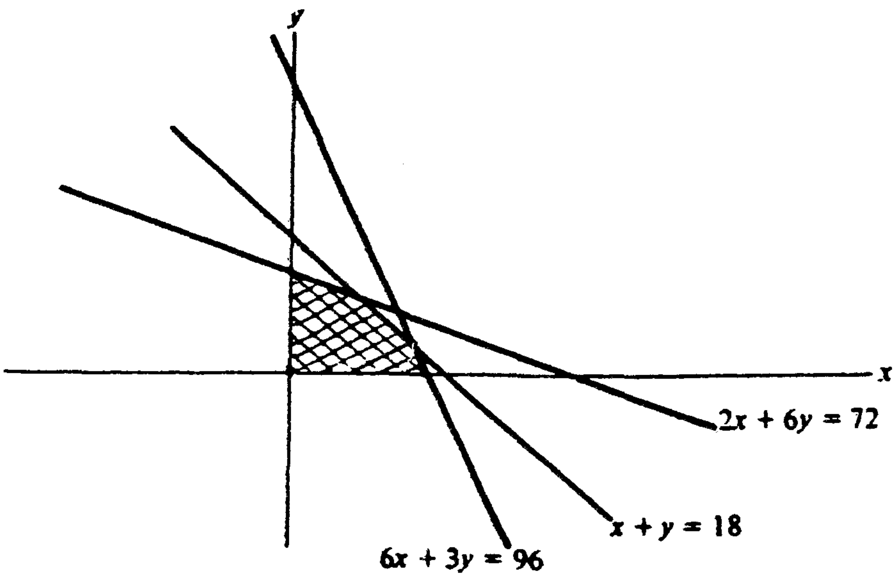
	Stoel	Bank	Man-ure beskikbaar
Timmerwerk	6 uur	3 uur	96
Afwerking	1 uur	1 uur	18
Stoffering	2 uur	6 uur	72

Die vraag is nou hoeveel stoele en banke per dag gemaak moet word, onderhewig aan die beperkte aantal man-ure, om die maksimumwins per dag te maak.

Laat x = aantal stoele en y = aantal banke. Die beperkings in die tabel hierbo word nou in wiskundige taal deur die volgende ongelykhede weergegee:

$$6x + 3y \leqslant 96; \quad x + y \leqslant 18; \quad 2x + 6y \leqslant 72; \quad x \geqslant 0; \quad y \geqslant 0$$

Grafies kan dit soos volg voorgestel word:



Die versameling van alle moontlike oplossings (waardes vir *x* en *y* sodat aan al die beperkings voldoen word) word deur die gekleurde veelhoek, genoem die *toelaatbare gebied*, ingesluit. Die optimale oplossing, d.i. waar die sogenaamde *doelfunksie* $W(x,y) = 80x + 70y$ die grootste waarde het, lê volgens die *fundamentaalstelling van die lineêre programmering* by 'n hoekpunt. Ons moet dus die waardes van *x* en *y* by elke hoekpunt bepaal en toets of dit die maksimumwaarde vir $W(x,y)$ lewer.

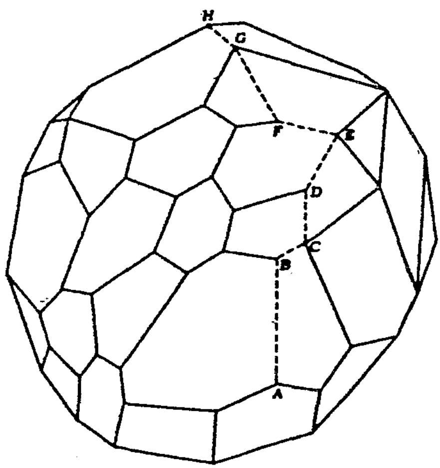
Die antwoord in hierdie geval is $x = 14$ en $y = 4$.

Dit is natuurlik 'n elementêre voorbeeld hierdie van lineêre programmering, waar daar slegs twee veranderlikes en drie beperkings betrokke is. Die wiskundige metodes om sulke probleme op te los, maak dit vir bestuurders en beplanners moontlik om optimale strategieë te ontwerp. Om dit te kan doen, moet probleme uit die reële wêreld in wiskundige terme beskryf word.

Die teorie van lineêre programmering is oor die afgelope 40 tot 50 jaar ontwikkel om probleme uit ons komplekse tegnologiese omgewing op te los. In 1975 is die Nobelprys vir ekonomie aan Kantorovich en Koopmans toegeken vir hulle pionierswerk op die gebied van lineêre programmering.

Die Numeriese Wiskunde lewer 'n noodsaaklike bydrae ten opsigte van die oplos van sulke lineêre programmeringsprobleme. Met die baie veranderlikes en beperkings wat gewoonlik in probleme uit die reële wêreld optree, is dit 'n onmoontlike saak om elkeen van die hoekpunte van die toelaatbare gebied te toets ten einde die optimale waarde van die doelfunksie te vind.

Die volgende skets toon 'n voorbeeld waar daar 'n hele aantal beperkings betrokke is:

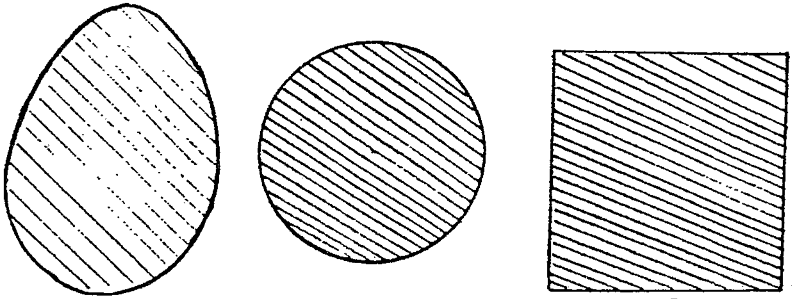


Die sogenaamde *simpleksmetode* van Dantzig vir die numeriese oplossing van sulke probleme is in 1947 ontwerp en bestaan basies daaruit dat daar op selektiewe wyse (soos deur 'n algoritme bepaal) wiskundig gespring word van een hoekpunt tot die volgende hoekpunt totdat die gevraagde oplossing vekry is. In die praktyk is die simpleksmetode verbasend effektief. Dit is oor die jare verbeter en verfyn, sodat probleme met tot $\pm$ 20 000 beperkings gehanteer kan word — daarna word dié metode te stadig. Baie van vandag se sakeprobleme (veral in die telekommunikasie-industrie) het egter veel meer as 20 000 beperkings en baie veranderlikes. Nuwe metodes (soos 'n redelik onlangse van Karmarkar), met heelwat meer sukses (ten opsigte van rekenaartyd) by groot getalle beperkings en veranderlikes, is reeds ontwikkel en het probleme wat voorheen liewer vermy is, nou weer binne bereik geplaas. Navorsing in Numeriese Wiskunde, waarin sulke *oplossingsmetodes* ontwerp, bestudeer en hopelik verbeter word, is vir die industrie en tegnologiese ontwikkeling van die uiterste belang. Op aanvraag van probleme uit die praktyk word nuwe numeriese metodes ontwikkel ten einde die probleme op te los; die navorser in Numeriese Wiskunde ontwikkel en verbeter hierdie metodes in 'n geabstraheerde konteks, en uiteindelik maak die verbeterde numeriese metodes dit moontlik om nuwe probleme in die reële wêreld aan te pak.

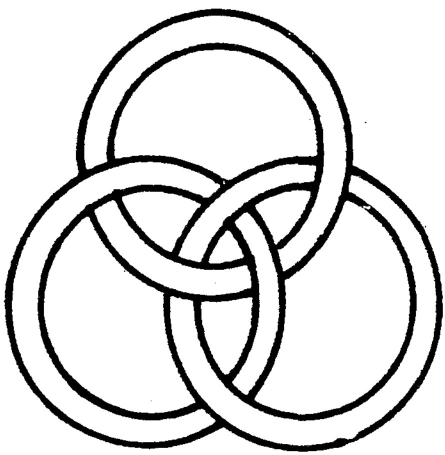
2. "Abstrakte" Topologie in die biologiese wetenskappe.

In 1981 skryf Christopher Zeeman: "Topology. To the modern mathematician, a powerful and indispensible tool. To many 'practical' people, a pointless abstraction. But significant ideas are never pointless; and lack of imagination is never truly practical. As the century unfolds, we are witnessing the rise of topology in the scientist's toolkit".

Topologie is, simplisties gestel, 'n "abstrakte meetkunde" wat baie oppervlakkig beskryf kan word as die studie van daardie eienskappe van meetkundige figure wat dieselfde bly as die figure gebuig, gerek, gekrimp of op enige manier vervorm word só dat daar nie nuwe punte bygevoeg word of punte verdwyn of saamval nie. Topologies gesien, is die volgende figure dieselfde:



Hierdie is 'n voorbeeld van 'n topologiese eienskap: Konstrueer drie sirkels só dat enige twee onderling nie gekoppel is nie, maar só dat die drie tog wel aan mekaar gekoppel is. Meetkundig is dit baie maklik om die konstruksie te maak:

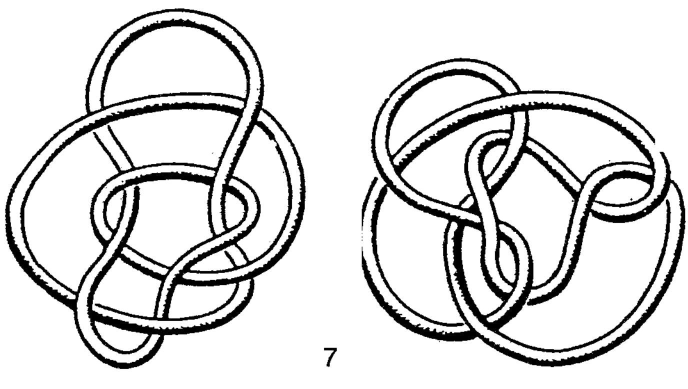


Om te *bewys* dat die ringe wel gekoppel is, benodig die topoloog 'n gesofistikeerde groepe-teorie. U mag vra waarom die luukse van 'n wiskundige bewys vir iets wat eksperimenteel byna triviaal waarneembaar is? Die topoloog wil verseker weet dat niemand ooit die vaardigheid sal hê om hierdie ringe binne die reëls van die topologie te skei nie!

Die studie van die beweging van die son, aarde en maan (genoem die drie-liggaam-probleem) het Poincaré (wat beskou word as die "uitvinder" van die Kombinatoriese Topologie in ± 1895) gestimuleer om baanbrekerswerk in die Topologie te doen. Alhoewel die oorsprong baie prakties was, is dit tog so dat die studie van topologie na verloop van tyd in 'n sin "kuns ter wille van die kuns" geword het. Dit is die *intrinsieke elegansie* van die vak, eerder as die toepassings, wat die rigtinggewende rol in die navorsing en groei daarvan gespeel het.

Die teoretiese vooruitgang in die vak het uiteindelik tot gevolg dat Topologie makliker toepasbaar word. Die bestudering van die ketting van DNA-molekules is 'n baie belangrike navorsingsonderwerp in Biochemie. Een van die belangrike vrae waarmee hierdie navorsing hom besig gehou het (of besig hou), is om vas te stel presies *hoe* hierdie "kode van die lewe" die nodige instruksies aan die embrio deurgee om te groei en te verander ten einde verskillende organe van die liggaam te vorm. Baanbrekerswerk in die beskrywing (nie die verklaring nie) van die chemiese prosesse wat in die embrio plaasvind, is deur die embrioloog C.H. Waddington gedoen. Maar dit was 'n wiskundige, die bekende Franse topoloog René Thom, wat Waddington se werk 'n stap nader aan die gevraagde verklarings gevoer het — nadat hy die chemiese prosesse in wiskundige terme beskryf en metodes uit die moderne Topologie gebruik het.

In die Topologie is daar 'n afdeling, genoem "die teorie van knope". Ons kan aan 'n wiskundige knoop dink as 'n kurwe wat deur die drie dimensionele ruimte krul en dan sy eie stert vasgryp om 'n lus te vorm — dit begin en eindig op dieselfde plek en sny homself nooit.



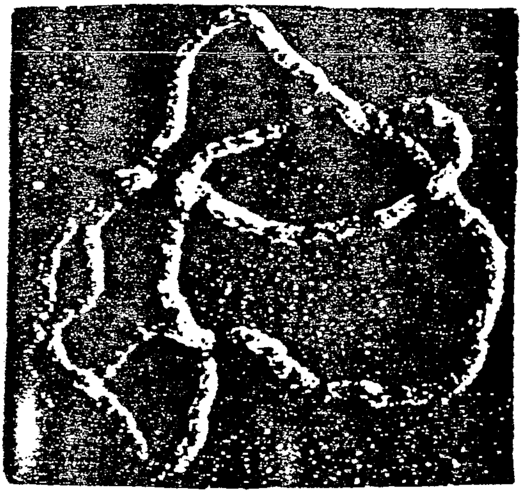
Twee knope word dieselfde (ekwivalent) genoem as die een deur middel van vervorming binne die reëls van topologie, met ander woorde sonder om te knip, in die ander omgevorm kan word. Om te *bewys* dat twee knope dieselfde is, is dikwels baie moeilik! Die twee knope in die skets hierbo is byvoorbeeld dieselfde.

Die vraag na die wiskundige klassifikasie van knope het sy ontstaan in die laat-negentiende eeu gehad. Die Britse wetenskaplike Lord Kelvin se hipotese was dat atome geknoopte werwelings in die eter is. Deur knope te klassifiseer het hy gehoop om die bekende chemiese elemente in 'n periodieke tabel te organiseer. Kelvin se teorie het natuurlik nie oorleef nie, maar die studie van knope het!

Wiskundiges probeer vandag nog om 'n volledige klassifikasie van knope te doen. Na dekades van navorsing het V. Jones in 1985 'n belangrike artikel, met die titel "A polynomial invariant for knots via von Neumann algebras", die lig laat sien. Jones het onverwags die teorie van knope aan die abstrakte wêreld van die von Neumann-algebras (operatoralgebras) gekoppel. Hierdie teorie, 'n onderafdeling van die Funksionaalanalise, het weer sy ontstaan grootliks aan die kwantummeganika (in die Fisika) te danke. Jones se metode, wat berus het op resultate uit die operatorteorie, het weer nuwe moontlikhede en insigte gebring. Navorsing in die teorie van knope (wat nie net die klassifikasie van knope behels nie) is steeds aan die gang. In die nuutste uitgawes van bekende Wiskundetydskrifte verskyn gereeld artikels in verband met hierdie teorie en selfs veralgemenings daarvan.

As gevolg van nuwe kennis, metodes en insigte wat deur die baie jare se abstrakte navorsing in die teorie van knope ontstaan het, het die bonus van nuwe toepassingsmoontlikhede van hierdie teorie op die horison verskyn: In 'n sel kan DNA-stringe ineenvleg om knope te vorm. Die volgende figuur toon 'n foto (met 'n elektronmikroskoop geneem) van 'n proteïnbedekte DNA-molekule. Duidelike kruisings is sigbaar:

(Sien figuur op bladsy 9)



Daar is navorsers in die Biochemie en die Mikro-biologie wat die teorie van knope gebruik om die verskillende konfigurasies wat DNA kan aanneem, te probeer verstaan. Onlangse vordering in die teorie van knope help hulle blykbaar om vas te stel hoe DNA geknoop of gekoppel raak tydens herkombinasie en hoe die ensieme in dié proses hul funksie verrig. Daar word ook gevra na die verwantskap tussen verskillende stringe geknoopte DNA en of twee op die oog af verskillende stringe werklik verskillend is of nie. Dit is dieselfde vrae wat wiskundiges reeds baie jare besig hou. Met die wiskunderesultate tot hul beskikking kon navorsers op logiese wyse hul weg deur die klassifikasie van die stringe vind.

Ek hoop dat ek met hierdie voorbeeld uit die abstrakte wêreld van die Topologie die normale proses in die "lewe" van 'n wiskundige teorie kon illustreer. 'n Teorie soos die teorie van knope, wat na verloop van jare weer toepassing in ander vakgebiede vind, bly lewe. Nuwe vrae en motiverings inspireer wiskundiges om met nuwe oortuiging in hierdie veld navorsing te doen. Maar natuurlik is dit so dat daar waarskynlik in hierdie bepaalde vakgebied (of in ander afdelings van die Wiskunde) navorsers is wat nooit die oomblik gaan beleef om te sien hoe hulle bydrae êrens deur ander wetenskaplikes gebruik word nie — Lord Kelvin en van sy opvolgers sou waarskynlik nooit kon raai dat daar sulke goed soos DNA-stringe is nie; nog minder dat hul bydraes in die teorie van knope eendag toepassing in die bestudering hiervan sou vind!

Voorbeelde van die onverwagse toepassing van abstrakte wiskundige teorieë in ander vakgebiede is nie moeilik om te vind nie. Chemici wat in die sintetisering van nuwe verbindings belangstel, skenk ook deesdae meer aandag aan Topologie en in die besonder aan die teorie van knope. Werk wat 'n chemikus, David Walba gedoen het, het ook reeds nuwe vrae in die Topologie tot gevolg gehad. In 1985 is die Nobelprys vir Chemie byvoorbeeld aan twee wiskundiges (H.H. Hauptman en J. Karle) toegeken op grond van die ontwikkeling van metodes om kristalstruktuur te bestudeer — hierdie metodes is gebaseer op Fourieranalise en die waarskynlikheidsteorie. Die studie van konvekse versamelings en die algebraïese en topologiese studie van verskillende klasse funksies (die Funksionaalanalise) is die gevolg van die poging van wiskundiges om sekere logiese en meetkundige onderlinge verbande in bestaande abstrakte teorieë te verstaan. Konveksiteit het een van die belangrikste "gereedskapstukke" in lineêre programmering geword — vandag 'n integrale deel van ekonomiese en industriële praktyk. Funksionaalanalise het 'n baie belangrike rol te speel in die kwantumteorie en deeltjiefisika. 'n Mens sou kon voortgaan om voorbeelde op te noem, maar ek volstaan graag met die opmerking van A. Helemskii: "There seems to be no part of (so-called pure) mathematics that is not in immediate danger of being applied".

2. OPMERKINGS OOR KURRIKULA EN DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE

Infinitesimaalrekening is een van die hoogtepunte van die menslike intellek. Geen wonder dat die bewering dikwels gemaak word dat elke opgevoede mens iets daarvan behoort te weet nie. Baie jare lank reeds is infinitesimaalrekening en lineêre algebra die basis vir universiteits- en tegniese wiskunde. Soos John von Neumann dit in 1951 gestel het: "Analysis is the technically most successful and best-elaborated part of mathematics".

Die snelle ontwikkeling in algoritmes en rekenaartegnologie het tot gevolg dat wetenskaplikes vandag probleme kan aanpak (en, dikwels, kan oplos) wat voorheen nie opgelos kon word nie. In dié proses kom die Diskrete Wiskunde (wat gebruik maak van onderwerpe uit Kombinatorika, Grafiekteorie, Lineêre Algebra, Abstrakte Algebra

Getalleteorie en Diskrete Waarskynlikheidsteorie) meer in die kollig. Daar is wiskundiges, soos Anthony Ralston ('n professor in Rekenaarwetenskap in die VSA) wat pleit vir "a decline of calculus and a rise of discrete mathematics" in die Wiskundeleerplanne van universiteite. Die rede wat hy aanvoer is: ".... for many who deal directly with computers .... the mathematics most important to them tends not to be calculus, but areas of discrete mathematics". Ralston se standpunt word onder andere deur Halmos — wat daarmee saam ook pleit vir meer meetkunde in ons leerplanne — ondersteun.

In die modellering van enige fisiese wetmatigheid (gewoonlik bestaande uit diskrete stelsels!) het die infinitesimaalrekening nog altyd 'n uiters belangrike rol gespeel. 'n Vraag wat navorsers in diskrete wiskunde egter vandag vra, is of die diskrete probleem dan nie maar van die begin af, ter wille van moontlike akkurater modelle, op 'n diskrete wyse benader kan word nie. Die beskikbaarheid van vinnige rekenaars en steeds verdere ontwikkelings wat die snelhede en kapasiteit van rekenaars verbeter, sou hierdie moontlikheid aantrekliker kon maak. Maar soos Ralston self moet erken: "the analysis of physical reality is not now a compelling reason for stressing the importance of discrete analysis".

Wat die uitsprake ten gunste van meer onderwerpe uit die diskrete wiskunde en 'n nuwe aandrang op 'n prominenter rol van meetkunde in ons leerplanne wel beklemtoon, is dat Wiskundeleerplanne nie gedoem is tot stagnasie nie en dat daar voortdurend met sorg na die gesonde balans tussen die verskillende onderwerpe in ons kurrikula gekyk moet word. Leerplanne in Wiskunde, en veral Toegepaste Wiskunde, word verbind tot verandering, deels omdat die probleme uit die praktyk verander en deels omdat die hulpmiddels waarmee die probleme opgelos kan word, verander en verbeter word. In ons eie departement is daar duidelike geslaagde pogings om die Wiskundekurrikulum en veral die "voorvereiste-kurrikulum", só te herstruktureer dat moderne tegnieke en hulpmiddels sterk beklemtoon word.

Die eise en uitdagings wat moderne ontwikkeling aan die Wiskundedosent stel, is baie opwindend. My bekommernis is egter net dat as ons werklik aan hierdie uitdagings die nodige aandag wil skenk en steeds moet volhard met 'n driejarige B.Sc.-graad, ons opleiding verskraal kan raak. Die aanvraag na onderwerpe uit Wiskunde word steeds groter. Voeg daarby die agterstand wat 'n land met 'n groot derdewêreldse komponent in sy onderrig op skool het, dan lyk dit vir my asof ons in die toekoms (saam met die bevordering van tegniese onderwys) weer ernstig behoort te besin oor die wenslikheid en praktiese implementeerbaarheid van 'n vierjarige B.Sc.-graad. Die alternatiewe moontlikheid is om te erken dat ons nie aan al die vereistes kan voldoen nie, dat ons die leerplanne moet beperk tot die (tradisionele) basiese Wiskunde en daarop konsentreer om studente te leer om wiskundig te dink. Dit is beter om die basiese begrippe goed te verstaan en te beheer as om net 'n oppervlakkige ervaring van baie onderwerpe te hê. Kombinasie van die twee is seker beter!

Daar is 'n toenemende vraag na kursusse waarin die behoefte van byvoorbeeld studente in die mediese, farmaseutiese, biologiese en ekonomiese rigtings verreken word. Aan ons eie universiteit het ons vandag, benewens die standaardkursusse, ook dienskursusse (op elementêre vlak) vir studente in die biologiese wetenskappe, die ekonomiese wetenskappe en farmasie.

Wat die samestelling van die Wiskundekurrikula aan die PU vir CHO betref, behoort gebruikers tans nie baie klagtes te hê nie. Daar is egter by sommige gebruikers die vrees dat die Wiskundedosent, geïnspireer deur 'n begeerte na 'n volledige goed begronde dekking van die leerstof, onnodige aandag aan streng wiskundige bewysvoering en motivering gee en sodoende die gebruikswaarde van die leerstof verlore laat gaan — en dan boonop nie vinnig geoeg deur die leerplan vorder nie! Soos Goldberger en Watson dit reeds in 1964 in die voorwoord van 'n handboek gestel het: "..... Mathematics is an interesting intellectual sport, but it should not be allowed to stand in the way of obtaining sensible information about physical process". Die werklikheid is dat die wiskundige gewoonlik besef dat die aanleer van tegnieke baie belangrik is en dat dit 'n didaktiese feit in Wiskunde is dat, sonder genoeg oefening en drilwerk, 'n tegniek nie behoorlik onder die knie gekry word nie. Maar die effek van 'n té informele behandeling van leerstof is dat die student nie 'n gevoel ontwikkel vir die onafhanklike realiteit van wiskundige modelle en metode nie. Dit lei tot 'n onvermoë om kreatief te dink en self modelle te skep of bestaandes te verander en by nuwe omstandighede aan te pas. Die vermoë om wiskundig te kan dink en abstraheer word juis dikwels ontwikkel as die dosent op *sinvolle wyse* van studente verwag om sekere wiskundige metodes en denkwyses in die bewyse van stellings aan te leer. Die oproep, dikwels ook uit die geledere van die ingenieurs, is vandag: Meer fundamenteel, meer prakties en minder tegnies. In die voorwoord van 'n handboek met die titel "Introduction to Discrete Mathematics" vind ek die volgende opmerking:

"The computer scientist's understanding of mathematics must not be superficial, but rather a deep comprehension of mathematical thinking itself. In order to create new and valuable products in computer science, one must be able to think abstractly, just like — or almost like — a pure mathematician".

Wiskunde is dié vak waarin studente in aanraking kan kom met 'n formele hipoteties-deduktiewe stelsel en begrip kan ontwikkel vir die rol van hipotese, deduksie en teëvoorbeeld in die wetenskaplike metode. Daarmee bepleit ek egter nie 'n verabsolutering van wiskundige strengheid nie — veral nie in 'n kursus wat deur baie gebruikers (soos ingenieurstudente) gevolg word nie! Tog is dit ook nodig dat die gebruikers van Wiskunde hoor wat die teoretiese fisikus, Tim Poston, te sê het: "If the habit of understanding is lost at an elementary level, or never learned, it will not reappear when the problems become more complicated". Iemand het by geleentheid opgemerk dat: "Abstrakte (konsepsionele) denke is die sout van die Wiskunde. As dit souteloos raak, waarmee gaan die toepassings dan gesout word?". Die goeie wetenskaplike, ekonoom of ingenieur is bewus van die beloning wat wiskundige begrip en insig bring.

Onderrig deur voorbeelde is *nodig*, maar nie *voldoende* nie. Gereelde *teoretiese begronding* van belangrike tegnieke het nie alleen beter begrip en wiskundige insig tot gevolg nie, maar dit dra ook by tot 'n kritiese wetenskaplike ingesteldheid — iets wat ek as motoris graag by die ingenieur wat 'n padtonnel ontwerp, wil sien!

'n Amerikaanse wiskundige, J.P. King, pleit dat ten spyte van die moderne eise en neigings aan universiteite, ons ten minste in ons analisekursusse so vroeg moontlik die vak ook as *kunswerk* aan studente moet bekendstel. Hy sê: "I shall write it carefully .....They will see pure mathematics. And they will never care for anything half as much." Die meeste wiskundiges het waarskynlik in hul beroep beland juis omdat iemand die kunswerk aan hulle getoon het!

3. NAVORSING IN WISKUNDE

In 'n outomatografie (dit is die outobiografie van 'n wiskundige) skryf Paul Halmos: "What does it take to be a mathematician? I think I know the answer: you have to be born right, you must continually strive to become perfect, you must love mathematics more than anything else (family, religion, money, comfort, pleasure and glory), you must work at it hard and without stop, and you must never give up". As ek hierdie woorde 21 jaar gelede (as eerstejaar-student) gelees het, sou ek geweet het wat om te doen — of nie te doen nie!

Vermoede en *bewys* is die twee baie belangrike komponente van navorsing in Wiskunde. In sy navorsing ontwikkel die wiskundige vermoedens in verband met wiskundige gedrag en probeer dit dan bewys. As die eksperimentele werk afgehandel is, word met behulp van logiese argumente 'n bepaalde vermoede as synde *waar* of *vals* geëtiketteer. Die fisikus kan slaag met oorweldigende getuienis om 'n bepaalde teorie te ondersteun. 'n Pragtige wiskundige vermoede word gekelder as daar maar een enkele teëvoorbeeld gevind kan word. Om hierdie rede is oneindig veel bevestigings van 'n vermoede deur middel van eksperimente met 'n rekenaar nog nie genoeg om die "waar-etiket" daarop te plaas nie. Maar dat die rekenaar 'n belangrike rol kan speel om 'n vermoede te versterk of nuttig gebruik kan word in die soeke na teëvoorbeelde, is gewis.

Navorsing in Wiskunde het sy tragiese verhale. Vir baie topoloë sou dit die verwesenliking van 'n ideaal wees om *Poincaré se vermoede* as waar of vals te bewys — die vermoede is ruweg dat enige geslote driedimensionele oppervlak (waarin daar nie gate voorkom nie) kontinu vervorm kan word tot 'n driedimensionele sfeer. In 1986 het 'n Britse wiskundige, Colin Rourke, en 'n student van hom agt maande lank op die wolke gesweef omdat hulle hierdie vermoede bewys het! Maar nadat hy 'n weeklange seminaar voor 'n kritiese gehoor bestaande uit van die wêreld se beste topoloë gehou het en waarin hierdie beyws stap vir stap deurgegaan is, het Rourke se kaartehuis inmekaargetuimel! Daar was uiteindelik geen bewys nie! Hierdie verhaal speel hom gereeld in die lewe van 'n wiskundige af — daarvan kan hul huwelikmaats gewoonlik met smaak getuig.

Nog twee van die bekende oop probleme van hierdie eeu is die "invariante deelruimte-probleem" en die "Bieberbach-vermoede". Twee wiskundiges, L. de Branges en Rovnyak, het in 1964 die aankondiging gedoen dat hulle die invariante deelruimte-probleem opgelos het: "Elke begrensde lineêre operator op 'n komplekse Hilbertruimte met 'n dimensie groter as 1 het 'n nie-triviale geslote invariante deelruimte". Maar helaas — ook in hierdie geval is daar onoorbrugbare gapings in hulle baie lang en moeilike artikel ontdek! Van sover dit Hilbertruimtes betref, is die probleem nog steeds nie opgelos nie. Maar hierdie verhaal het 'n gelukkiger einde. De Branges het nie moed opgegee nie. Sy naam is in 1984 in die Wiskundewêreld verewig deurdat hy die man geword het wat die Bieberbach-vermoede bewys het. Sedert 1916 het baie bekende wiskundiges aan hierdie probleem gewerk. Uiteindelik is De Branges die man wat kon bewys dat onder billike voorwaardes die koëffisiente van die magreeksvoorstelling van 'n analitiese funksie 'n begrensde ry is.

Groot deurbrake word vandag nog gemaak. Antwoorde op vrae wat dekades en selfs eeue gelede gevra is, word byna jaarliks beantwoord. As Cantor, Riemann en Poincaré vandag weer kon lewe, sou hulle met groot opgewondenheid die dinge wat hulle graag wou weet, te wete kon kom!

Eksterne invloede (soos die ekonomie en sosiale en politieke omstandighede) beïnvloed navorsingsbeleid en benadering aan universiteite. Hierdie verskynsel kan teruggevoer word tot 'n onderliggende idee dat universiteite meer relevant met betrekking tot die direkte eise wat die eksterne invloede stel, moet wees; kortom, die universiteit moet aan die samelewing 'n aanvaarbare vergoeding vir sy belegging in universiteitswese gee. Daarom behoort die navorsingsgebied "relevant" te wees. Navorsers oor die hele spektrum van die wetenskap word by herhaling vandag opgeroep en aangemoedig tot sogenaamde "toegepaste navorsing". Ek aanvaar dat hiermee bedoel word navorsing wat verband hou met die oplossing van probleme uit die reële wêreld. Dat hierdie navorsing baie belangrik is en hoë prioriteit behoort te geniet, is gewis — *mits dit ook die basiese toets van wetenskaplike bydrae tot kennis, insig en bevordering van die vak deurstaan.*

Navorsing is die basis vir beide die bestaan van die universiteit en die handhawing van hoë akademiese standaarde. Die universiteit moet beslis nuwe en bestaande kennisbronne ontgin met die oog op dienslewering aan die gemeenskap. Die instelling van 'n departement Tegnologie en Ontwikkeling aan die PU vir CHO vir skakeling met die industrie en die bemarking van kundigheid laat hierdie diensaspek in 'n groot mate tot sy reg kom. Redelik onlangs is daar aan die Universiteit van Pretoria 'n Skool vir Inligtingstegnologie gestig, saamgestel uit ses verskillende departemente (waarvan Wiskunde en Toegepaste Wiskunde een is) ten einde nuwe geleenthede ten opsigte van navorsing en interdissiplinêre opleiding te skep. Die skool stel hom ten doel om in die Nuwe Suid-Afrika aktief deel te neem aan die oplossing van probleme wat met die inligtingstegnologie te make het. Hierdie betrokkenheid van universiteite in die samelewing (ook op navorsingsgebied) is baie belangrik, maar *invloede en eise van buite moet egter deurentyd met sorg gemonitor word, ten einde die akademiese vryheid te bewaar.*

Ek het met die voorbeelde van die gebruik van abstrakte wiskunde in die biologiese wetenskappe probeer aantoon dat basiese navorsing vandag nog net so aktueel is. Navorsing in Wiskunde behoort op die ontwikkeling van die vak self gerig te wees. Die geskiedenis het bewys dat goed gefundeerde teorieë in Wiskunde nie net vir die vak self nie maar uiteindelik ook (soms verrassend!) vir ander vakgebiede waarde het. Ek hoop dat dieselfde voorbeelde ook die volgende standpunte illustreer:

(a) Dit is belangrik vir navorsers in verskillende vakgebiede om na raakpunte in hul navorsingsgebiede te soek. Kollegas in ons departement is byvoorbeeld betrokke by projekte saam met bodemkundiges, ingenieurs, rekenaarwetenskaplikes, biochemici en selfs opvoedkundiges.

(b) Basiese navorsing moet aangemoedig word. Diegene wat by die basiese en "abstrakte" navorsing betrokke is, behoort hulle met ywer daarop toe te spits. Die uitbouing van die vak is noodsaaklik. Wiskunde, as deel van God se skepping, het beide die element van kuns en wetenskap — as sodanig moet dit ontgin word.

Die begripsomskrywing van navorsing word in die wetenskapsbeleid van die PU vir CHO soos volg gestel: "Navorsing word aan die PU vir CHO beskou as die oopdekking van nuwe kennis en/of die oorspronklike interpretasie en/of sistematisering van bestaande kennis op 'n bepaalde navorsingsgebied in die lig van die Woord van God". Ek vereenselwig my graag met hierdie omskrywing ten opsigte van my eie navorsing.

Dit is vir my 'n voorreg om deel te kan wees van 'n span wat byeen gebring is in 'n departement met die naam "Departement Wiskunde en Toegepaste Wiskunde van die Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys". My gedagte in verband met die onderlinge harmonie tussen Wiskunde en Toegepaste Wiskunde vind noue aansluiting by die woorde van prof. Wesley Kotzé van die Universiteit Rhodes by geleentheid van sy intreerede (in 1984): "Whether mathematics is pursued for its own sake or for the sake of its applications to science, the problems it generates and the structures required to solve them, share a common logical basis. They differ primarily in the form in which they are expressed". Daar is diegene wat essensieel belangstelling het in die wyse waarop Wiskunde in die "reële lewe" gebruik word, en daar is diegene wat hulle verlustig en verdiep in die ontwikkeling van die vak — wedersydse beïnvloeding is "lewensbelangrik". Ek wil vanaand die vertroue uitspreek dat die verskeidenheid van belangstelling ten opsigte van "toegepaste" en "basiese" navorsing ook in 'n veranderende en dalk uiteindelik nuwe Suid-Afrika deur ons owerhede erken en aangemoedig sal word, sodat hierdie Universiteit op die pad vorentoe universiteit sal bly.

Meneer die Rektor, ek wil graag teenoor u en die Raad van die PU vir CHO my dank en waardering uitspreek dat ek waardig geag is om die pos van professor aan hierdie Universiteit te beklee. Ek vertrou dat ek onder u inspirerende leiding en deur die genade van my Skepper my arbeid in sy lig sal verrig. Naas my dank aan God vir die gawes wat ek daagliks uit sy Vaderhand ontvang, wil ek my erkentlikheid en dank uitspreek teenoor my ouers, my vrou en kinders vir hulle liefde en onderskraging.

Dames en here, ek dank u vir u teenwoordigheid en vriendelike aandag.

BIBLIOGRAFIE

ALTHOEN, S.C. & BUMCROT, R.J. (1988). Introduction to Discrete Mathematics. PWS-KENT Publ. Co.

BEAUZAMY, B. (1988). Introduction to Operator Theory and Invariant Subspaces. North-Holland.

GOLDSTEIN, L.J.; SCHNEIDER, D.I.; SIEGEL, M.J. (1991). Finite Mathematics and Its Applications (Fourth Edition). Prentice Hall.

HALMOS, P.R. (1981). *Applied Mathematics Is Bad Mathematics.* Mathematics Tomorrow (9 – 20). Edited by L.A. Steen. Springer-Verlag.

HALMOS, P.R. (1985). I want to be a Mathematician. An Automathography. Springer-Verlag.

HELEMSKII, A. (1989). The Homology of Banach and Topological Algebras. Mathematics and Its Applications. Kluwer Academic Publishers.

JONES, V.F.R. (1985). A polynomial invariant for knots via von Neumann Algebras. Bull. Am.Math. Soc. *12*, 103 – 111.

KING, J.P. (1981). *The Unexpected Art of Mathematics.* Mathematics Tomorrow (29 – 38). Edited by L.A. Steen. Springer-Verlag.

KOTZÉ, W.J. (1984). The Mathematical Experience. Inaugural Lecture at Rhodes University.

PETERSON, I. (1988). The Mathematical Tourist. Snapshots of Modern Mathematics. W.H. Freeman & Co.

POSTON, T. (1981). *Purity in Applications.* Mathematics Tomorrow (49 – 54). Edited by L.A. Steen. Springer-Verlag.

RALSTON, A. (1981). *The Decline of Calculus — The Rise of Discrete Mathematics.* Mathematics Tomorrow (213 – 220). Edited by L.A. Steen. Springer-Verlag.

SKORA, R.K. (1991). Knot and link projections in 3-manifolds. Math. Z. *206*, 345 – 350.

VAN WYK, D.J. (1980). Kundiges, Onkundiges en Wiskundiges. Potchefstroomse Universiteit vir CHO. (Reeks H: Inougureleredes Nr. 66).

ZEEMAN, C. (1981). *Topology in the Scientist's Toolkit.* Seven years of Manifold (52 – 58). Edited by I. Stewart & J. Jaworski. Shiva Publ. Ltd.