

**'n Onderzoek na visualisering en metakognisie  
met betrekking tot die onderrig-leer van gewone  
breuke**

**R Pottas**

 **[orcid.org/0000-0003-1314-5885](https://orcid.org/0000-0003-1314-5885)**

Verhandeling voorgelê ter nakoming vir die graad *Magister  
Educationis in Wiskunde-Onderwys* aan die Noordwes-  
Universiteit

Studieleier: Prof M van der Walt

Gradeplegtigheid: Mei 2019

Studentenommer: 23473274

## VERKLARING

Ek, die ondergetekende, verklaar hiermee dat die werk vervat in hierdie verhandeling, my eie oorspronklike werk is en dat ek dit nie voorheen, in geheel of gedeeltelik, by enige universiteit ingedien het vir 'n graad nie.



---

Handtekening

25 Oktober 2018

Datum

Kopiereg©2019 Noordwes-Universiteit (Potchefstroomkampus)

Alle regte voorbehou

## ERKENNINGS

Alle eer, heerlikheid en danksegging aan my Hemelse Vader. Dit is net deur Sy voorsienigheid, genade, leiding en seën wat dit moontlik was om hierdie studie deur te voer.

Prof Marthie van der Walt – Baie dankie vir u bereidwilligheid, leiding, ondersteuning en waardevolle insette deur die verloop van hierdie studie. Dit het bygedra tot 'n beter studie. Ek waardeer dit opreg.

Graag wil ek ook die volgende persone/instansies bedank:

- Die vier deelnemers aan hierdie studie vir elkeen se bereidwilligheid, begrip, tegemoetkoming en vriendelikheid.
- Die twee skoolhoofde van albei laerskole vir hulle behulpsaamheid en vriendelikheid, asook die beheerliggame van hierdie skole.
- Prof. Casper Lessing vir die versorging van die bronnelys.
- Die Noordwes-Universiteit vir die nagraadse beurs.

Baie dankie aan elke vriend en familielid se hulp, bydraes en ondersteuning op watter manier ookal. 'n Opregte waardering aan elkeen, veral ook aan die wat my in hulle gebede gedra het.

## OPSOMMING

Gewone breuke en 'n goeie begrip daarvan vorm die grondslag van verskeie lewensareas, met inbegrip van wiskunde-onderwerpe (Dlamini, 2017:1; Gabriel, 2016:36), ander skoolvakke en later beroepe (Fennell & Karp, 2016:648; Bruce *et al.*, 2013). Navorsing toon egter dat die onderrig-leer van breuke vir baie onderwysers en leerders problematies is en dat leerders se begrip van breuke tekort skiet (Fennell & Karp, 2016:649). Dit geld ook vir die intermediêre fase (Le Roux, 2013:38).

Meer tradisionele metodes vir die onderrig-leer van breuke kan leerders se begrip belemmer (Mudaly & Rampersad, 2010:39). Hierdie studie fokus gevolglik op die implementering van visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. So 'n metode hou beter tred met meer moderne onderrig-leerbenaderings en word verbind met beter begrip.

Daar is weinig navorsing oor die verband tussen visualiserings, metakognisie en breuke (Rogness, 2011). Die literatuur moedig verdere navorsing oor die gebruik van visualiserings in wiskunde-onderwys aan en wys op die moontlike voordele (David & Tomaz, 2012:413). Metakognisie ondersteun die effektiwiteit van praktyke, en aangesien die gebruik van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke 'n komplekse en omvattende praktyk is, is metakognisie belangrik.

Die navorsing behels 'n ondersoekende en beskrywende kwalitatiewe studie om die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke te ondersoek om so tot beter onderrig-leerpraktyke en by 'n voldoende begrip van breuke onder leerders te kom. 'n Doelbewuste gerieflikheidsteekproef is geneem om vier wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase by een stedelike en een landelike skool in twee verskillende provinsies as deelnemers te nader. Data is ingesamel deur middel van semi-gestruktureerde individuele onderhoude, video-opnames, waarnemings en veldnotas. Die data is geanaliseer met behulp van 'n induktiewe benadering tot inhoudsanalise om ondersoek in te stel na hoe wiskunde-onderwysers visualiserings gebruik en watter visualiserings hulle identifiseer en gebruik. Daarna is die metakognitiewe strategieë wat die deelnemers tydens die proses gebruik het ondersoek om die verband tussen visualiserings, metakognisie en die onderrig-leer van breuke vas te stel.

Dit blyk dat die deelnemende wiskunde-onderwysers die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke belangrik ag. Die deelnemers het waardevolle inligting in die verband gedeel, onder andere oor die voordele, strategieë en struikelblokke verbonde aan die implementering van visualiserings. Hierdie studie kan dus bydra tot die beskikbare kennis

oor die gebruik van visualiserings en die meegaande metakognitiewe praktyke tydens die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase.

Die slotsom van die studie is dat die onderrig-leer van breuke gepaard moet gaan met die gebruik van beide visualiserings en metakognitiewe praktyke. Die onderwysers het beplanning, monitering en evaluering as metakognitiewe strategieë gebruik om hul implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke te reguleer. Visualiserings ondersteun leer en begrip deur abstrakte breuke-inhoud vir leerders meer konkreet en toeganklik te maak (Dlamini, 2017:1), terwyl metakognisie bydra tot verbeterde onderrig-leerpraktyke, meer effektiewe visualiserings en uiteindelik begrip by leerders (Jiang *et al.*, 2016). Afgesien van die struikelblokke verbonde aan die gebruik van visualiserings, kan effektiewe visualiserings waardevol wees. Onderwysers behoort te fokus op die ontginning van die voordele van visualiserings en die optimale implementering en fasilitering daarvan ten einde begrip van breuke by leerders te bevorder. Die blote gebruik van visualiserings is egter nie 'n waarborg dat leerders werklik geleer het en 'n goeie begrip gevorm het nie. Effektiewe onderrig-leer behels meer, wat metakognitiewe praktyke kardinaal belangrik maak as deel van die proses.

**Sleutelwoorde:** Visualiserings; visualiseringsproses; metakognisie; metakognitiewe strategieë; metakognitiewe regulering; metakognitiewe kennis; onderrig-leer; gewone breuke; intermediêre fase; wiskunde; wiskunde-onderwyser; implementering.

## ABSTRACT

Common fractions and a good understanding thereof are fundamental to various life areas, including many mathematical topics (Dlamini, 2017:1; Gabriel, 2016:36), other school subjects and occupations later on (Fennell & Karp, 2016:648; Bruce *et al.*, 2013). However, research indicates that many teachers and learners find the teaching-learning of fractions to be problematic and that learners' understanding of fractions is inadequate (Fennell & Karp, 2016:649). This is also true in the intermediate phase (Le Roux, 2013:38).

Traditional methods for teaching and learning fractions may hamper learners' sufficient understanding (Mudaly & Rampersad, 2010:39). Consequently, this study focuses on the implementation of visualisations and metacognition with respect to the teaching-learning of fractions. These strategies are associated with more modern teaching-learning approaches and result in better understanding.

Research on the links between visualisation, metacognition and fractions appears to be insufficient (Rogness, 2011). Literature encourages further research on the use of visualisation in mathematics education and points to the possible benefits (David & Tomaz, 2012:413). Metacognition supports the effectiveness of practices and is important due to the complex nature of the implementation of visualisations during the teaching-learning of fractions.

This research involved an investigative and descriptive qualitative study to examine the use of visualisations, with the ultimate goal of improving the teaching of fractions. This would lead to a better understanding of fractions among learners. The sample was selected by means of purposive convenience sampling and included four mathematics teachers who teach in the intermediate phase. The teachers teach at one urban and one rural school in two different provinces. Data were collected by means of semi-structured individual interviews, video recordings, observations and field notes. The data were analysed using an inductive approach to content analysis to uncover how the participating teachers use visualisations and what kind of visualisations they use. The participants were subsequently probed on which metacognitive strategies they employed during the teaching-learning of fractions to establish a link between visualisation, metacognition and the teaching-learning of fractions.

The findings show that the mathematics teachers regard the use of visualisations during the teaching-learning of fractions as important. They offered valuable information on the benefits, strategies and obstacles associated with the implementation of visualisations. The study, therefore, contributes to knowledge on the use of visualisations as it links with metacognitive practices during the teaching-learning of fractions in the intermediate phase.

In summary, the teaching-learning of fractions benefits from the use of visualisations and metacognitive practices. The teachers applied planning, monitoring and evaluation as metacognitive strategies to regulate their implementation of visualisations in the teaching-learning of fractions. Visualisations supports learning and understanding by making abstract fractions content more concrete and accessible to learners (Dlamini, 2017:1), while metacognition contributes to more effective teaching-learning practices, better visualisations and ultimately better understanding (Jiang *et al.*, 2016). Apart from certain barriers to the implementation of visualisations, effective visualisation can be valuable. Teachers should focus on exploiting the benefits of visualisations and on the most optimal implementation and facilitation practices to promote learners' understanding of fractions. However, the mere use of visualisations does not guarantee that learners learned and formed a good understanding. Effective teaching-learning involves more. Metacognition is therefore a crucial piece of this puzzle.

**Key words:** Visualisations; visualisation process; metacognition; metacognitive strategies; metacognitive regulation; metacognitive knowledge; teaching-learning; common fractions; intermediate phase; mathematics; mathematics teacher; implementation.

# INHOUDSOPGAWE

|   |          |
|---|----------|
| VERKLARING .....  | I        |
| ERKENNINGS .....  | II       |
| OPSOMMING .....   | III      |
| ABSTRACT .....  | V        |
| LYS VAN TABELLE .....   | XVI      |
| LYS VAN FIGURE .....  | XVIII    |
| <br>  |          |
| <b>HOOFSTUK 1: ORIËNTASIE, INLEIDING EN AGTERGROND VAN DIE STUDIE.....</b>          | <b>1</b> |
| <b>1.1 Begripsverklaring .....</b>  | <b>1</b> |
| 1.1.1 Visualiserings .....  | 1        |
| 1.1.2 Gewone breuke .....   | 2        |
| 1.1.3 Metakognisie .....  | 2        |
| 1.1.3.1 Metakognitiewe strategieë .....   | 3        |
| <b>1.2 Oriëntering en probleemstelling.....</b>                                     | <b>3</b> |
| <b>1.3 Metakognisie en visualiserings met betrekking tot wiskundeonderwys .....</b> | <b>4</b> |
| 1.3.1 Metakognisie in die onderrig-leer van wiskunde – insluitend breuke .....      | 4        |
| 1.3.2 Visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde – insluitend breuke .....    | 5        |
| <b>1.4 Motivering vir die onderhawige studie.....</b>                               | <b>6</b> |
| <b>1.5 Navorsingsvrae.....</b>  | <b>7</b> |
| 1.5.1 Primêre navorsingsvraag .....   | 7        |
| 1.5.2 Sekondêre navorsingsvrae .....  | 7        |
| <b>1.6 Navorsingsdoelwitte.....</b>   | <b>7</b> |
| 1.6.1 Primêre navorsingsdoelwit.....  | 7        |

|             |  |           |
|-------------|--|-----------|
| 1.6.2       | Sekondêre navorsingsdoelwitte .....                                    | 7         |
| <b>1.7</b>  | <b>Konseptuele raamwerk .....</b>                                      | <b>8</b>  |
| 1.7.1       | Onderrig van breuke in wiskunde in die intermediêre fase .....         | 8         |
| 1.7.2       | Leer van breuke in wiskunde in die intermediêre fase.....              | 9         |
| 1.7.3       | Breuke en visualiserings.....  | 9         |
| 1.7.4       | Wiskunde en metakognisie .....   | 11        |
| 1.7.4.1     | Onderrig <i>met</i> metakognisie.....                                  | 11        |
| 1.7.5       | Visualiserings en metakognisie.....                                    | 12        |
| <b>1.8</b>  | <b>Teoretiese raamwerk: sosiaal-konstruktivistiese beskouing .....</b> | <b>13</b> |
| <b>1.9</b>  | <b>Navorsingsontwerp .....</b>   | <b>14</b> |
| 1.9.1       | Interpretivistiese navorsingsparadigma.....                            | 14        |
| 1.9.2       | Navorsingsmetode.....  | 14        |
| 1.9.2.1     | Kwalitatiewe navorsingsontwerp .....                                   | 14        |
| 1.9.2.2     | 'n Ondersoekende en beskrywende kwalitatiewe studie .....              | 15        |
| 1.9.3       | Deelnemers .....   | 15        |
| 1.9.3.1     | Doelbewuste gerieflikheidsteekproefneming .....                        | 16        |
| 1.9.4       | Data-insameling.....   | 16        |
| 1.9.4.1     | Semi-gestruktureerde individuele onderhoude.....                       | 17        |
| 1.9.4.2     | Video-opnames .....  | 17        |
| 1.9.4.3     | Waarnemings en veldnotas .....   | 18        |
| 1.9.5       | Data-analise .....   | 18        |
| <b>1.10</b> | <b>Etiese oorwegings.....</b>  | <b>20</b> |
| 1.10.1      | Betroubaarheid.....  | 21        |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| 1.11 | <b>Moontlike bydraes van die studie.....</b>        | <b>22</b> |
| 1.12 | <b>Moontlike uitdagings van hierdie studie.....</b> | <b>22</b> |
| 1.13 | <b>Samevatting en hoofstukverdelings .....</b>      | <b>23</b> |

**HOOFSTUK 2: KONSEPTUELE RAAMWERK VIR VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE VERBONDE AAN DIE ONDERRIG-LEER VAN BREUKE IN DIE INTERMEDIËRE FASE..... 25**

|         |  |           |
|---------|--|-----------|
| 2.1     | <b>Inleiding.....</b>  | <b>25</b> |
| 2.2     | <b>Wiskunde .....</b>  | <b>25</b> |
| 2.2.1   | Breuke .....   | 25        |
| 2.2.1.1 | Struikelblokke en miskonsepte in breuke .....  | 26        |
| 2.2.2   | Onderrig van wiskunde – insluitend breuke .....  | 28        |
| 2.2.2.1 | Taal in die onderrig-leer van breuke en wiskunde.....  | 29        |
| 2.3     | <b>Visualiserings .....</b>  | <b>32</b> |
| 2.3.1   | Die visualiseringsproses .....   | 32        |
| 2.3.2   | Visualiserings in die onderrig van breuke in wiskunde .....                                      | 33        |
| 2.3.3   | Redes vir die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke in wiskunde..... | 35        |
| 2.3.3.1 | Visualiserings bevorder gesindhede (affektiewe aspek van leer) .....                             | 35        |
| 2.3.3.2 | Visualiserings fasiliteer wiskunde-probleemoplossing en -ontdekking.....                         | 36        |
| 2.3.3.3 | Visualiserings bevorder wiskundige denke .....   | 37        |
| 2.3.3.4 | Visualiserings is noodsaaklik in jong leerders se leer.....                                      | 38        |
| 2.3.3.5 | Visualiserings en speel – ’n belangrike aspek in die onderrig-leer van wiskunde .....            | 39        |
| 2.3.4   | Enkele afkeure ten opsigte van die implementering van visualiserings .....                       | 40        |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 2.3.5                                     | Riglyne vir die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke in wiskunde..... | 41        |
| 2.3.5.1                                   | Vrae in die gebruik van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....        | 44        |
| <b>2.4</b>                                | <b>Metakognisie.....</b>   | <b>45</b> |
| 2.4.1                                     | Refleksie.....   | 46        |
| 2.4.2                                     | Metakognitiewe kennis .....  | 47        |
| 2.4.3                                     | Metakognitiewe regulering.....   | 49        |
| 2.4.4                                     | Metakognisie en wiskunde-onderrig.....   | 50        |
| 2.4.5                                     | Metakognitiewe onderrig en onderwysermetakognisie.....   | 52        |
| <b>2.5</b>                                | <b>Visualiserings en metakognisie.....</b>   | <b>53</b> |
| 2.5.1                                     | Metakognisie en visualiserings met betrekking tot breuke in wiskunde .....                         | 53        |
| <b>2.6</b>                                | <b>Samevatting .....</b>   | <b>54</b> |
| <b>HOOFSTUK 3: NAVORSINGSONTWERP.....</b> |  | <b>55</b> |
| <b>3.1</b>                                | <b>Inleiding.....</b>  | <b>55</b> |
| <b>3.2</b>                                | <b>Navorsingsontwerp .....</b>   | <b>55</b> |
| 3.2.1                                     | Navorsingsparadigma of filosofiese raamwerk.....   | 55        |
| 3.2.2                                     | Navorsingsmetode.....  | 56        |
| 3.2.3                                     | Deelnemers aan die studie .....  | 56        |
| 3.2.4                                     | Data-insameling.....   | 60        |
| 3.2.4.1                                   | Inligting rondom lesse 1 en 2.....   | 67        |
| 3.2.4.2                                   | Inligting rondom die benaming van die verskillende datastelle.....                                 | 68        |
| 3.2.5                                     | Data-analise .....   | 69        |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>3.3</b> | <b>Betroubaarheid van die studie.....</b> | <b>70</b> |
| <b>3.4</b> | <b>Etiese oorwegings.....</b>             | <b>73</b> |
| 3.4.1      | Vrywillige deelname.....                  | 74        |
| 3.4.2      | Ingeligte toestemming.....                | 74        |
| 3.4.3      | Vertroulikheid .....                      | 74        |
| <b>3.5</b> | <b>Samevatting .....</b>                  | <b>74</b> |

**HOOFSTUK 4: ANALISE VAN DIE DATA EN BESPREKING VAN DIE BEVINDINGS  
– VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE MET BETREKKING TOT DIE ONDERRIG-  
LEER VAN BREUKE: DEEL 1.....**

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Inleiding.....</b>   | <b>75</b>  |
| <b>4.2</b> | <b>Die implementering van visualiserings met betrekking tot die<br/>onderrig-leer van breuke.....</b>             | <b>77</b>  |
| 4.2.1      | Bespreking van die implementering van visualiserings met betrekking tot<br>die onderrig-leer van breuke .....     | 80         |
| <b>4.3</b> | <b>Visualiserings en visualiseringsaktiwiteite wat met die onderrig-leer<br/>van breuke geassosieer word.....</b> | <b>83</b>  |
| 4.3.1      | Onderwyser J1 .....   | 84         |
| 4.3.2      | Onderwyser J2 .....   | 90         |
| 4.3.3      | Onderwyser J3 .....   | 95         |
| 4.3.4      | Onderwyser J4 .....   | 96         |
| <b>4.4</b> | <b>Beplanning ten opsigte van die visualiserings met betrekking tot die<br/>onderrig-leer van breuke.....</b>     | <b>98</b>  |
| 4.4.1      | Bespreking van die beplanning van visualiserings met betrekking tot die<br>onderrig-leer van breuke.....          | 101        |
| <b>4.5</b> | <b>Strategieë oor visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van<br/>breuke .....</b>                    | <b>103</b> |

|  |   |            |
|--|---|------------|
| 4.5.1  | Algemene strategieë rondom visualiserings.....  | 103        |
| 4.5.1.1  | Bespreking van die visualiseringstrategieë in die onderrig-leer van breuke ....   | 106        |
| 4.5.2  | Taal as 'n strategie verbonde aan visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....                     | 110        |
| 4.5.2.1  | Bespreking van taal as 'n strategie verbonde aan visualiserings in die onderrig-leer van breuke.....                      | 113        |
| <b>4.6</b>   | <b>Die waarde van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke .....</b>                                | <b>116</b> |
| 4.6.1  | Bespreking van die waarde van visualiserings in die onderrig-leer van breuke .....  | 119        |
| <b>4.7</b>   | <b>Struikelblokke verbonde aan visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....</b>                    | <b>123</b> |
| 4.7.1  | Bespreking van tyd as 'n struikelblok met die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke ..... | 125        |
| <b>4.8</b>   | <b>Taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke .....</b>   | <b>126</b> |
| 4.8.1  | Bespreking van onderwysers se persepsies oor taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....                    | 129        |
| <b>4.9</b>   | <b>Samevatting .....</b>  | <b>137</b> |
| <br>   |   |            |
| <b>HOOFSTUK 5: ANALISE VAN DIE DATA EN BESPREKING VAN DIE BEVINDINGS – VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE MET BETREKKING TOT DIE ONDERRIG-LEER VAN BREUKE: DEEL 2.....</b> |   |            |
| <b>139</b>   |   |            |
| <b>5.1</b>   | <b>Inleiding.....</b>   | <b>139</b> |
| <b>5.2</b>   | <b>Afdeling met betrekking tot sekondêre navorsingsvraag 2.....</b>   | <b>139</b> |
| <b>5.3</b>   | <b>Beplanning as metakognitiewe strategie.....</b>  | <b>141</b> |
| 5.3.1  | Onderwysers se eie beplanning met betrekking tot die onderrig-leer van breuke vir 'n bepaalde groep leerders .....        | 141        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| 5.3.1.1    | Leerders se verwysingsraamwerke, voorkennis, ouderdom en kognitiewe vlakke .....   | 142        |
| 5.3.1.2    | Taal met betrekking tot die leerders .....   | 143        |
| 5.3.2      | Beplanning met die inagneming van die onderwyser se ervarings en voorkennis (metakognitiewe kennis) vanuit vorige onderrig-leersituasies van breuke..... | 144        |
| 5.3.3      | Beplanning van take vir die onderrig-leer van breuke .....   | 145        |
| 5.3.3.1    | Aktiwiteite en die rolle van onderwysers en leerders met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....  | 145        |
| 5.3.3.2    | Taal (woordeskat) met betrekking tot breuke .....  | 146        |
| 5.3.4      | Beplanning van strategieë vir die onderrig-leer van breuke.....  | 147        |
| 5.3.4.1    | Beplanning van spesifieke visualiserings en die doel met elke visualisering ...  | 148        |
| 5.3.4.2    | Identifiseer die kern breuke-inhoude/idees van die les.....  | 149        |
| 5.3.5      | Beplanning met betrekking tot miskonsepte/struikelblokke in breuke.....  | 149        |
| <b>5.4</b> | <b>Monitering as metakognitiewe strategie .....</b>  | <b>150</b> |
| 5.4.1      | Monitering met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke vir 'n bepaalde groep leerders .....  | 150        |
| 5.4.2      | Monitering met betrekking tot strategieë wat verbType equation here.and hou met die onderrig-leer van breuke .....                                       | 152        |
| <b>5.5</b> | <b>Evaluering as metakognitiewe strategie .....</b>  | <b>152</b> |
| 5.5.1      | Evaluering met betrekking tot take: onderrig-leer van breuke met behulp van visualiserings .....   | 152        |
| 5.5.1.1    | Geïmplementeerde visualiserings en die visualiseringsaktiwiteite.....  | 153        |
| 5.5.2      | Evaluering van die onderrig-leerstrategieë vir die onderrig-leer van breuke ....   | 154        |
| 5.5.2.1    | Evaluering van die geïmplementeerde visualiserings .....   | 154        |

|  |  |            |
|--|--|------------|
| 5.5.3  | Evaluering ten opsigte van die onderrig-leer van breuke .....  | 156        |
| 5.5.4  | Taal-verwante aspekte .....  | 156        |
| <b>5.6</b>   | <b>Samevatting</b> .....   | <b>157</b> |
| <b>HOOFSTUK 6: SAMEVATTING EN AANBEVELINGS</b> ..... |  | <b>158</b> |
| <b>6.1</b>   | <b>Inleiding</b> .....   | <b>158</b> |
| <b>6.2</b>   | <b>Oorsig van die studie</b> .....   | <b>158</b> |
| 6.2.1  | Hoofstuk 1: Oriëntasie, inleiding en agtergrond van die studie.....  | 158        |
| 6.2.2  | Hoofstuk 2: Konseptuele raamwerk vir die visualiserings en metakognisie<br>verbonde aan die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase.....   | 158        |
| 6.2.3  | Hoofstuk 3: Navorsingsontwerp .....  | 159        |
| 6.2.4  | Hoofstuk 4: Analise van die data en bespreking van die bevindings –<br>visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van<br>breuke: Deel 1 .....                           | 159        |
| 6.2.5  | Hoofstuk 5: Analise van die data en bespreking van die bevindings –<br>visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van<br>breuke: Deel 2 .....                           | 159        |
| <b>6.3</b>   | <b>Bevindings van die studie</b> .....   | <b>160</b> |
| 6.3.1  | Sekondêre navorsingsvraag 1: Hoe en watter visualiserings (indien enige)<br>implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot<br>die onderrig-leer van gewone breuke?.....  | 160        |
| 6.3.2  | Navorsingsvraag 2: Watter metakognitiewe strategieë (indien enige)<br>implementeer wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase met<br>betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?..... | 164        |
| <b>6.4</b>   | <b>Beperkings van die studie</b> .....   | <b>167</b> |
| <b>6.5</b>   | <b>Aanbevelings vir verdere navorsing</b> .....  | <b>167</b> |
| <b>6.6</b>   | <b>Samevatting</b> .....   | <b>168</b> |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>6.7</b> | <b>Slotwoord.....</b>  | <b>169</b> |
| 6.7.1      | Laaste opmerkings deur die navorsers.....  | 170        |
|            | <b>BRONNELYS.....</b>  | <b>171</b> |
|            | <b>LYS VAN BYLAE.....</b>  | <b>189</b> |
|            | <b>BYLAAG 1: TOESTEMMING VAN DIE NOORDWES ONDERWYSDEPARTEMENT.....</b>   | <b>190</b> |
|            | <b>BYLAAG 2: TOESTEMMING VAN DIE NOORDKAAP ONDERWYSDEPARTEMENT.....</b>  | <b>191</b> |
|            | <b>BYLAAG 3: TOESTEMMING VAN DIE ETIEKKOMITEE.....</b>   | <b>192</b> |
|            | <b>BYLAAG 4A: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE<br/>SKOOLHOOFDE- AFRIKAANSE WEERGAWE.....</b>  | <b>193</b> |
|            | <b>BYLAAG 4B: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE<br/>SKOOLHOOFDE – ENGELSE WEERGAWE.....</b>  | <b>194</b> |
|            | <b>BYLAAG 5A: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE<br/>SKOOLBEHEERLIGGAME – AFRIKAANSE WEERGAWE.....</b>  | <b>195</b> |
|            | <b>BYLAAG 5B: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE<br/>SKOOLBEHEERLIGGAME – ENGELSE WEERGAWE.....</b>   | <b>196</b> |
|            | <b>BYLAAG 6: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE<br/>ONDERWYSERS (DEELNEMERS).....</b>   | <b>197</b> |
|            | <b>BYLAAG 7A: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN LEERDERS –<br/>AFRIKAANSE WEERGAWE.....</b>  | <b>198</b> |
|            | <b>BYLAAG 7B: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN LEERDERS –<br/>ENGELSE WEERGAWE.....</b>   | <b>199</b> |
|            | <b>BYLAAG 8A: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN DIE OUERS –<br/>AFRIKAANSE WEERGAWE.....</b>   | <b>200</b> |
|            | <b>BYLAAG 8B: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN DIE OUERS –<br/>ENGELSE WEERGAWE.....</b>  | <b>201</b> |
|            | <b>BYLAAG 9: SEMI-GESTRUKTUREERDE INDIVIDUELE ONDERHOUD-VRAE.....</b>  | <b>202</b> |
|            | <b>BYLAAG 10: VERKLARING: NASIEN VAN BRONNELYS.....</b>  | <b>203</b> |
|            | <b>BYLAAG 11: UITTREKSELS UIT DIE KABV MET BETREKKING TOT DIE “BEGRIPE<br/>EN VAARDIGHEDE” (DIE BREUKE-INHOUD) VIR DIE ONDERWERP “GEWONE<br/>BREUKE” – (KWARTAAL 2).....</b> | <b>204</b> |

## LYS VAN TABELLE

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| Tabel 2.1: | Enkele uittreksels uit die KABV met betrekking tot visualiserings in die onderrig van breuke ..... | 34  |
| Tabel 2.2: | Enkele voorgestelde riglyne rondom visualiserings in onderrig-leer .....                           | 42  |
| Tabel 2.3: | Enkele beskrywings van metakognisie .....  | 45  |
| Tabel 3.1: | Profiel van die deelnemers.....  | 57  |
| Tabel 3.2: | Profiel van die skole .....  | 59  |
| Tabel 3.3: | 'n Opsomming van die doel van elke data-insamelingsmetode .....                                    | 62  |
| Tabel 3.4: | Riglyne vir die maak van veldnotas tydens die leswaarnemings.....                                  | 65  |
| Tabel 3.5: | Inligting rondom die deelnemers se lesse 1 en 2.....   | 67  |
| Tabel 3.6: | Die verskillende onderhoude van die deelnemers met betrekking tot hulle lesse .....                | 68  |
| Tabel 3.7: | Benaming van die video-opnames en ooreenstemmende veldnotas.....                                   | 68  |
| Tabel 4.1: | Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke.....                         | 78  |
| Tabel 4.2: | Aktiwiteite met behulp van visualiserings – Les 1 (J1).....  | 86  |
| Tabel 4.3: | Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 2 (J1).....  | 88  |
| Tabel 4.4: | Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 1 (J2).....  | 91  |
| Tabel 4.5: | Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 2 (J2).....  | 94  |
| Tabel 4.6: | Beplanning van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....                 | 99  |
| Tabel 4.7: | Visualiseringstrategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke .....                      | 104 |
| Tabel 4.8: | Taal as 'n strategie in die ontwerp van visualiserings in die onderrig-leer van breuke .....       | 111 |
| Tabel 4.9: | Waarde van visualiserings in die onderrig-leer van breuke.....                                     | 117 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Tabel 4.10: | Tyd as 'n struikelblok met die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke ..... | 124 |
| Tabel 4.11: | Taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.....  | 127 |
| Tabel 6.1:  | Visualiserings wat die onderwysers tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer het .....            | 160 |

## LYS VAN FIGURE

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Figuur 1.1: | Voorstelling van die konseptuele raamwerk .....  | 8   |
| Figuur 1.2: | 'n Getallelyn visualisering (Bron: Bruce <i>et al.</i> , 2013) .....   | 10  |
| Figuur 1.3: | Visualiserings van breuke (Bron: Barmby <i>et al.</i> , (2013)).....   | 11  |
| Figuur 1.4: | 'n Visualisering van die breuk $\frac{6}{4}$ .....   | 11  |
| Figuur 1.5: | 'n Voorstelling van die uitgevoerde stappe in die data-analiseringsproses<br>(Saamgestel uit: Nieuwenhuis (2016a)).....  | 19  |
| Figuur 2.1: | Verskillende breukdeelgroottes van dieselfde grootte sirkels wat<br>verskillend opgedeel is.....   | 27  |
| Figuur 2.2: | 'n Voorstelling van die visualiseringsproses (Bron: saamgestel uit Mudaly<br>en Rampersad (2010:39)) .....   | 33  |
| Figuur 2.3: | Verskillende visualiserings wat dieselfde breukdeel voorstel (Bron:<br>Harries <i>et al.</i> (2011)) .....   | 37  |
| Figuur 2.4: | Breuke-stawe of <i>fraction tower cubes</i> (Bron:<br><a href="https://learningtools.co.za/shop/fraction-tower-cubes-2/">https://learningtools.co.za/shop/fraction-tower-cubes-2/</a> )..... | 39  |
| Figuur 3.1: | Die verloop van die data-insamelingsproses .....   | 64  |
| Figuur 4.1: | Uiteensetting van Hoofstuk 4 .....   | 76  |
| Figuur 5.1: | Uiteensetting van Hoofstuk 5 .....   | 140 |

# HOOFSTUK 1: ORIËNTASIE, INLEIDING EN AGTERGROND VAN DIE STUDIE

## 1.1 Begripsverklaring

Kern-begrippe van die onderhawige studie is verklaar voor die oriëntering en probleemstelling. Aangesien die kern-begrippe oor diverse konseptualiserings beskik, is die lesers só vroeg bekend gestel aan die kern-begrippe en elkeen se definisie soos dit in hierdie studie verstaan is. Wanneer die lesers vervolgens die oriëntering en probleemstelling lees, weet hulle reeds wat elke begrip behels.

### 1.1.1 Visualiserings

Verskeie sinonieme kom voor in die literatuur vir die term *visualiserings*, insluitend visuele voorstellings, visuele media, illustrasies of prente (Phillips *et al.*, 2010:19, 22). Hierdie studie gebruik die term *visualiserings*. In hierdie studie dui visualiserings op “enige tipe nie-verbale”, fisiese en waarneembare (eksterne) visualiserings wat gekonstrueer of toegepas word met die doel om breuke vir leerders makliker verstaanbaar te maak (Höffler, 2010:246). Tasbare voorwerpe, modelle, prente, sketse, animasies of video’s is voorbeelde van visualiserings (Rieber, 1995:45). Visualiserings stel ’n mens in staat om breuke te verstaan en te verken. Dit kan met óf sonder tegnologie geskep word (Zimmermann & Cunningham, 1991:3) en meer spesifiek met hulpmiddels/toerusting soos rekenaars, sagteware, pen en papier of kryte, swartborde, en konkrete voorwerpe (soos tellers) (Guzmán, 2002). In hierdie studie is daar dus nie gefokus op individue se interne, kognitiewe visualiserings nie, maar op visualiserings wat waarneembaar is, dus ekstern.

Hierdie studie se verstaan van die terme *visualiserings* en *visualiseer* is in ooreenstemming met die beskrywing van Bishop (1989:7), wat aanvoer dat die selfstandige naamwoord, visualiserings, die produk of die visuele voorstelling (bv. ’n skets, ’n grafiek of ’n prent) denoteer, terwyl visualiseer as ’n werkwoord op die proses of aktiwiteit dui (om visualiserings – modelle, grafieke of prente – te konstrueer/skep). Hierdie spesifieke beskouings van die terminologie het besondere betekenis vir die studie.

### 1.1.2 Gewone breuke

Gewone breuke (bv.  $\frac{16}{24}$  en  $\frac{2}{3}$ ) word beskryf as die verhouding of kwosiënt van twee heelgetalle,  $a$  en  $b$ , wat in die simboliese vorm  $\frac{a}{b}$  geskryf word, waar  $b \neq 0$  nie (Olanoff *et al.*, 2014:271). Dit beskryf dus die verband tussen twee hoeveelhede (Bruce *et al.*, 2013). 'n Gewone breuk verwys elkeen na 'n rasionale getal – enige telgetalle wat as 'n verhouding of breuk geskryf kan word (Tanton, 2005:205). Dit is getalle wat 'n hoeveelheid of grootte voorstel, en kan van klein na groot rangskik word (Jordan *et al.*, 2013:46). Om saam te vat: gewone breuke verteenwoordig dus 'n gedeelte(s) (breukdeel/breukdele) van 'n geheel en dit word voorgestel in die vorm van 'n teller ( $a$ ) wat gedeel word deur 'n noemer ( $b$ ): ( $\frac{a}{b}$ ). Gewone breuke – nie desimale breuke (bv. 5,25) nie – vorm 'n sentrale deel van hierdie studie waarin die term *breuke* dus verder gebruik is wanneer daar na gewone breuke verwys is.

### 1.1.3 Metakognisie

Metakognisie word op verskillende maniere in die literatuur beskryf (Schneider & Artelt, 2010:149; du Toit & Kotze, 2009:58; Brown & Palincsar, 1982:2) en is 'n multidimensionele konsep (Panaoura & Philippou, 2007:149).

'n Individu se kognisie oor kognisie (Papaleontiou-Louca, 2003:10) of denke oor denke (Belaginary, 2016:1) beskryf metakognisie breedweg, alhoewel dit veel meer kompleks en omvattend is. Papaleontiou-Louca (2003:12) beskryf metakognisie as alle kognitief-verwante prosesse, soos die bewustheid, monitering en regulering van individue se denke. Sindhwani en Sharma (2013:68) verwys na individue se bewustheid van hulle leer en beheer (regulering) van hulle denkprosesse as metakognisie.

Metakognisie vereis hoër-orde denke (Larkin, 2010:3) en sluit aan by *tweede-orde kognisies* soos Papaleontiou-Louca (2003:10) dit definieer. Denke en die oproep van kennis maak deel uit van kognisie. Metakognisie behels dus kennis oor kennis, denke oor denke en nadenke oor aksies (Papaleontiou-Louca, 2003:10). Individue wat metakognisie implementeer, is bewus van hulle denke (Larkin, 2010:4). Aktiewe deelname is gevolglik 'n belangrike deel van metakognisie (Jacobs & Paris, 1987:256). Refleksie of nadenke fasiliteer die verband van metakognitiewe kennis met die regulering (beplanning, monitering en evaluering) van kognisie. Metakognisie verwys dus na individue se bewustheid en bestuur van hulle eie denkprosesse.

In hierdie studie is metakognisie as 'n oorkoepelende term gebruik vir metakognitiewe strategieë (sien 1.1.3.1), metakognitiewe kennis (sien 2.4.2) en metakognitiewe regulering (sien 2.4.3).

### 1.1.3.1 Metakognitiewe strategieë

Soos met verskeie ander aspekte verwant aan metakognisie, bestaan daar diverse konseptualiserings rondom die term *metakognitiewe strategieë*. Metakognitiewe strategieë word deur sommige individue as metakognitiewe vaardighede beskou (Ozsoy *et al.*, 2017:155). In hierdie studie is metakognitiewe strategieë verstaan as dié strategieë wat nodig is om metakognitiewe regulering uit te voer (om bewus te wees van, en om beheer uit te oefen oor die onderrig-leerpraktyke en aktiwiteite) (sien 2.4.3). Om onderrig-leerpraktyke metakognitief te reguleer (om bewus te wees van, en beheer uit te oefen oor onderrig-leerpraktyke), word metakognitiewe strategieë, naamlik beplanning, monitering en evaluering met betrekking tot die onderrig-leerpraktyke toegepas. Beplanning, monitering en evaluering (metakognitiewe strategieë) is dus komponente van, en nodig om onderrig-leerpraktyke te reguleer en te beheer (metakognitiewe regulering) (Veenman *et al.*, 2014:99).

## 1.2 Oriëntering en probleemstelling

Wiskunde speel 'n onmisbare rol in die samelewing. Individue benodig en gebruik wiskunde daaglik in verskillende lewensareas (Wilson, 2009:636), aangesien verskeie aspekte (soos indiensneming en besluitneming) deur wiskunde ondersteun of beïnvloed word. Verder word wiskunde as 'n noodsaaklike lewensvaardigheid beskou (Sfard, 2012:6; Van der Walt *et al.*, 2006:177) waarvoor individue behoort te beskik. Die groot waarde van wiskunde benadruk gevolglik die doeltreffende onderrig-leer daarvan.

Onderrig-leer van 'n hoë gehalte wiskunde is noodsaaklik: leerders moet met verskeie vaardighede, kennis en ervarings toegerus word wat bydra tot meer onafhanklike, effektiewe leerders (selfgerigte leerders). Onderrig-leer van hierdie aard blyk egter in die algemeen in Suid-Afrika 'n probleem te wees. Die Globale Inligtingstegnologieverslag van 2016 wat die Wêreld Ekonomiese Forum (WEF) vrygestel het, het Suid-Afrika laaste op die lys geplaas van 139 lande ten opsigte van die gehalte van wiskunde- en wetenskaponderwys (Baller *et al.*, 2016). Die probleem van swak onderrig word verder beklemtoon deur die swak wiskundeprestasies wat Suid-Afrikaanse leerders behaal. Studies soos die TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) van 2015, 2011 en 2003 wys daarop dat Suid-Afrika telkens van die swakste wiskundeprestasies uit die internasionaal deelnemende lande behaal het (Mullis *et al.*, 2015; Mullis *et al.*, 2012; Mullis *et al.*, 2004).

Met die doel om onderrig-leer te verbeter, poog die Suid-Afrikaanse wiskundekurrikulum (en internasionale kurrikula) geruime tyd reeds om weg te beweeg van tradisionele onderrig-leer (Molefe & Brodie, 2010:3). Desnieteenstaande, vind die onderrig-leer van wiskunde in die

algemeen, en van breuke spesifiek, steeds soms op die tradisionele manier plaas waar definisies en prosedures meganies ingeoefen en gememoriseer word (Dlamini, 2017:1; Gabriel, 2016:39). Mudaly en Rampersad (2010:39) wys daarop dat hierdie “meganiese” manier van leer, swak konseptuele begrip tot gevolg het. Dit bring mee dat leerders kennis of prosedures vergeet, nie werklik verstaan wat en waarom hulle iets doen nie, en nie noodwendig verbande vorm tussen wiskundekennis of -idees nie. Fazio en Siegler (2011:7) wys voorts daarop dat ’n gebrekkige konseptuele begrip een van die grootste redes vir leerders se worsteling met breuke is. Onderrig-leer van hierdie aard kan dus moontlik lei tot ’n lae gehalte onderrig-leer met betrekking tot breuke.

Breuke is ’n fundamentele konsep en speel ’n kritieke en sentrale rol in wiskunde (Siegler *et al.*, 2013:13; Gabriel *et al.*, 2013:1). Voldoende kennis en begrip van breuke: i) dien as ’n grondslag vir verskeie ander (en meer gevorderde) wiskundekonsepte en -inhoude, soos algebra en meetkunde (Dlamini, 2017:1; Gabriel, 2016:36; Gupta & Wilkerson, 2015:27; Fazio & Siegler, 2011:6); ii) word gebruik in verskeie ander skoolvakke, soos biologie of wetenskappe; en iii) is noodsaaklik in alledaagse lewensituasies en vele beroepe, onder andere aptekerswese (Fennell & Karp, 2016:648; Bruce *et al.*, 2013). Navorsing meld egter dat breuke steeds ’n groot uitdaging en struikelblok is – vir onderwysers om dit deeglik te onderrig en vir leerders om dit te leer en te bemeester (Fennell & Karp, 2016:649; Gabriel, 2016:36; Bruce *et al.*, 2013). Die stand van sake geld ook vir die intermediêre fase (Le Roux, 2013:38). Boonop is breuke ’n moeilike onderwerp (Fazio & Siegler, 2011:6). Weens die belangrike rol wat breuke in die werklike lewe speel, is goeie begrip van breuke noodsaaklik. Dit vereis ’n beter gehalte onderrig-leer van breuke, wat ’n deurlopende uitdaging bly.

Metakognisie en visualiserings is albei belangrike aspekte in wiskunde-onderwys. Na aanleiding van wat die literatuur hieroor sê, naamlik dat die implementering daarvan ’n effektiewe rol kan speel ter verbetering van die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase, fokus hierdie studie op onderwysers se implementering van metakognisie en visualiserings, aangesien dit leerders se leergeleentheid en begrip van breuke sal bepaal.

### **1.3 Metakognisie en visualiserings met betrekking tot wiskundeonderwys**

#### **1.3.1 Metakognisie in die onderrig-leer van wiskunde – insluitend breuke**

Metakognisie speel ’n belangrike rol in onderrig-leer met betrekking tot opvoedkunde navorsing en praktyke (bv. onderrig, leer of onderwysersopleiding) (Jiang *et al.*, 2016:403). Verskeie outeurs (soos Okoza & Aluede, 2013; Van der Walt & Maree, 2007; Blakey & Spence, 1990) betoog die noodsaaklikheid van metakognisie en verskaf die voordele daarvan in die onderrig-

leer van wiskunde aan leerders en/of onderwysers. Carr (2010:176) noem dat die wiskundekurrikulum metakognisie en die onderrig-leer daarvan behoort in te sluit, aangesien dit die gehalte van leer en die tempo waarteen dit geskied, verbeter. Die doelbewuste implementering van metakognisie in onderrig maak leerders se leerproses meer betekenisvol ('n beter begrip) en nuttig (Van der Westhuizen, 2015:53). Met die veeleisende uitdagings van die 21ste eeu, word metakognitiewe strategieë as onontbeerlik beskou, aangesien metakognisie leerders se denke bevorder, hulle voorberei vir onbekende situasies (waartydens belangrike ingeligte besluite geneem word) en hulle as lewenslange leerders ontwikkel (Blakey & Spence, 1990:4). Wilson en Bai (2010) voeg by dat slegs kennis ontoereikend is en dat leerders gevolglik moet weet hóé om te leer, en dat hulle metakognitief bewus moet wees van hulle leerproses.

Ten spyte van hierdie bevestiging in die literatuur van die waarde van metakognisie, word melding gemaak daarvan dat i) metakognisie nie doelbewus in alle wiskundeklaskamers geïmplementeer word nie (Van der Walt & Maree, 2007:223), en ii) die implementering en toepassing van metakognisie in wiskundeklaskamers 'n komplekse taak en uitdaging bly (Van der Walt & Maree, 2007:238).

### **1.3.2 Visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde – insluitend breuke**

Die verskillende beskouings rondom visualiserings tree sterk na vore uit die uiteenlopende beskrywings daarvan in die literatuur (Clements, 2014:179). In hierdie studie verwys visualiserings na enige hulpmiddels of voorstellings (visualiserings) soos prente, video's, simulasies, modelle, grafieke, sketse of konkrete voorwerpe.

Visualiserings ondersteun die leerproses (Höffler, 2010:245) en maak 'n belangrike en onontbeerlike deel uit van wiskunde en wiskunde-onderwys (Fried, 2012:19; Mudaly & Rampersad, 2010:36). Alhoewel navorsing toenemend aandag skenk aan visualiserings, heers daar heelwat onsekerhede en bestaan daar steeds gapings oor visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde (Rogness, 2011:6); gevolglik word verdere navorsing hieroor aangemoedig (David & Tomaz, 2012:413). Meer navorsing hieroor sal meer kennis van die effektiwiteit van die implementering van visualiserings in onderrig-leer genereer (bv. hoe om taal effektief aan visualiserings te koppel, wat visualiserings meer of minder effektief maak; watter visualiserings effektief is vir watter konsepte of omstandighede) (Locatelli *et al.*, 2010:77). Rogness (2011:6) maak twee belangrike opmerkings in hierdie verband, wat ook deel van die motivering vir hierdie studie uitgemaak het. Hy wys daarop dat, i) die konstruering van [effektiewe] visualiserings 'n onvolmaakte praktyk sal bly, maar dat soveel moontlik daarvoor geleer moet

word omdat dit so belangrik is vir wiskunde; en ii) hoe meer inligting onderwysers het oor hoe leerders uit visuele stimuli leer, hoe meer effektief sal hulle in die klaskamer wees.

Visualiserings is by verskeie studies ingesluit, soos dié van Dlamini (2017); Way *et al.*, (2015); Shin en Bryant (2015); Fazio en Siegler (2011); Harries *et al.*, (2011); en Güçler *et al.*, (2009). In hierdie genoemde studies is ondersoek ingestel na die onderrig-leer van breuke. Dit blyk dat die onderrig-leer van breuke ontoereikend is sonder die implementering van visualiserings. Die verbinding van visualiserings met breuke is noodsaaklik vir leerders se konseptuele begrip van breuke (Shin & Bryant, 2015). Die implementering van visualiserings deur onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van breuke het dus op die voorgrond in hierdie studie gestaan.

#### **1.4 Motivering vir die onderhawige studie**

Gedurende verskeie werk-geïntegreerde leerervarings by verskillende skole in Suid-Afrika (in Gauteng, Noordwes en die Noordkaap) het die navorser opgelet dat onderrig-leer steeds op tradisioneel-verwante maniere plaasvind. Die navorser het gesien hoedat onderwysers rympies of reëls aan leerders leer, byvoorbeeld tydens bewerkings met breuke. Nadat dit aan leerders geleer is, moes hulle somme in hulle werkboek doen om dit in te oefen. Die navorser is van mening dat daardie leerders min konseptuele begrip van daardie inhoud het, en dat dit hulle leer van breuke en ander wiskunde-aspekte in die toekoms kan belemmer. Hierdie voorvalle het die onderrig-leer van breuke vir die navorser beklemtoon. Soos genoem in 1.3.2, is visualiserings ingesluit by al die studies wat op die onderrig-leer van breuke gefokus het. Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke was dus van belang vir hierdie studie.

Die literatuur dui daarop dat metakognisie 'n belangrike aspek in die onderrig-leer van wiskunde is, wat nie doelbewus in alle onderrig-leer situasies geïmplementeer word nie (Van der Walt & Maree, 2007:223). Gegrand op die literatuur en eie ervaring in die praktyk, is die outeur van die onderhawige studie van mening dat die onderrig-leer van wiskunde nie sonder 'n bewuste implementering van onderrig-leer met metakognisie kan plaasvind nie. Onderrig-leer met metakognisie (sien 1.7.4.1) kan die onderrig-leerpraktyke van onderwysers verbeter wat uiteindelik beter leergeleenthede vir leerders bied. Die implementering van metakognisie deur onderwysers kan hulle byvoorbeeld help om: i) gepaste visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke te identifiseer of te konstrueer; of ii) kan onderwysers ondersteun in die voorspelling van moontlike wanbegrippe wat leerders tydens die onderrig-leer van breuke moontlik kan vorm. Van der Walt en Maree (2007:238) wys daarop dat die bekendstelling en toepassing van metakognisie in wiskunde-klaskamers egter 'n komplekse uitdaging vir onderwysinstellings bly.

Laastens, navorsing wat handel oor visualiserings en metakognisie in wiskunde-onderwys in die algemeen en meer spesifiek in onderrig-leer, blyk skaars te wees (Rogness, 2011; Locatelli *et al.*, 2010). Hierdie studie kan moontlik hierdie beperkte kennisveld uitbrei.

## **1.5 Navorsingsvrae**

### **1.5.1 Primêre navorsingsvraag**

Hoe en watter visualiserings en watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

### **1.5.2 Sekondêre navorsingsvrae**

1. Hoe en watter visualiserings (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?
2. Watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

## **1.6 Navorsingsdoelwitte**

### **1.6.1 Primêre navorsingsdoelwit**

Daar is ondersoek ingestel na hoe en watter visualiserings en watter metakognitiewe strategieë intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke implementeer.

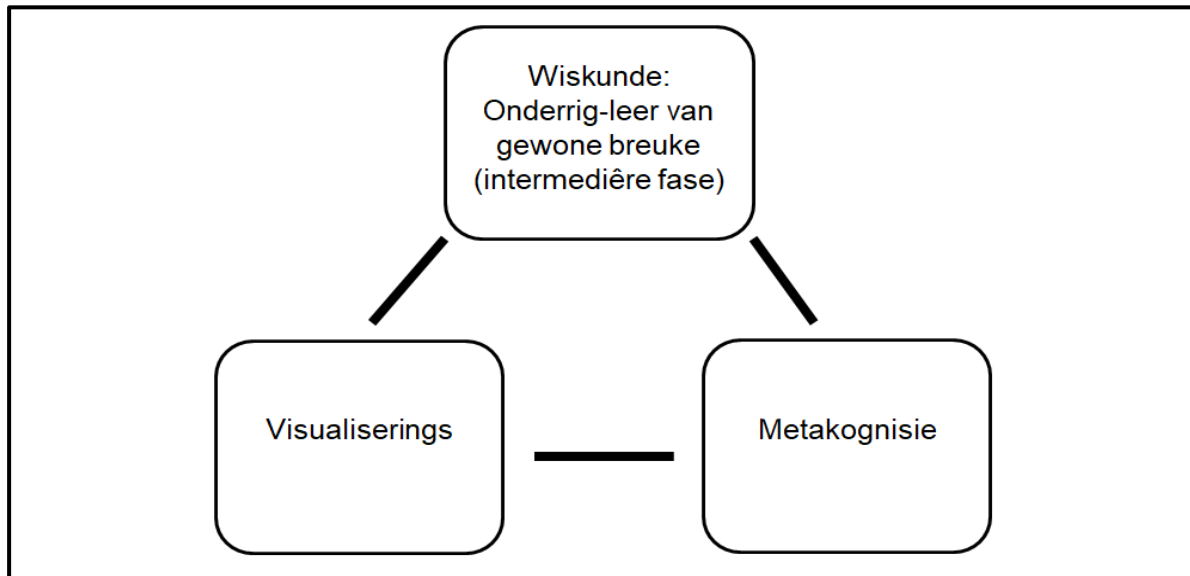
### **1.6.2 Sekondêre navorsingsdoelwitte**

Die sekondêre navorsingsdoelwitte van die studie ter bereiking van die hoofdoel was om ondersoek in te stel na:

1. hoe en watter visualiserings (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke implementeer; en
2. watter metakognitiewe strategieë (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers tydens die onderrig-leer van gewone breuke implementeer.

## 1.7 Konseptuele raamwerk

In die literatuurstudie is daar op hierdie konseptuele raamwerk (sien Figuur 1.1) uitgebrei:



**Figuur 1.1: Voorstelling van die konseptuele raamwerk**

Vervolgens word die i) onderrig van breuke in wiskunde in die intermediêre fase (1.7.1); ii) die leer van breuke in wiskunde in die intermediêre fase (1.7.2); iii) breuke en visualiserings (1.7.3); iv) wiskunde en metakognisie en v) visualiserings en metakognisie bespreek.

### 1.7.1 Onderrig van breuke in wiskunde in die intermediêre fase

Wiskunde-onderrig is 'n omvattende en komplekse proses (Baştürk, 2016:36). Dit vind plaas deur verskeie interaksies en kommunikasie tussen onderwysers en leerders oor wiskunde-inhoud ter fasilitering van leerders se leer en leerdoelwitte (Hiebert & Grouws, 2007:372). Aktiewe deelname en insette deur sowel die onderwysers as die leerders vorm deel van die onderrig van wiskunde – insluitend breuke. Onderwysers implementeer verskeie soorte kennis in onderrig – kennis oor byvoorbeeld wiskunde-inhoud en kennis van hoe om daardie inhoud effektief te onderrig (Pienaar, 2014:14).

Die onderrig van breuke vereis verskeie geleenthede of ervarings wat onderwysers aan leerders bied. Voorbeelde van sulke geleenthede is om konkrete voorwerpe gelykop tussen individue te verdeel of om simboliese breuke van groot na klein te rangskik. Leerders se aandag behoort gevestig te word op die voorkoms en belangrikheid van breuke in hulle werklike lewe asook op die verband tussen breuke met hulle werklike lewe (Alajmi, 2012:259). Die onderrig

van breuke behoort leerders toe te rus met vaardighede om prosedures uit te voer asook met die kennis van waarom daardie prosedures só uitgevoer kan word (Pienaar, 2014:9). Dit impliseer 'n dieper begrip (nie inoefening van prosedures nie), en dui daarop dat die onderrig van breuke 'n gebalanseerde fokus moet handhaaf op beide die konseptuele en prosedurele kennis van breuke.

### **1.7.2 Leer van breuke in wiskunde in die intermediêre fase**

Die navorser is van mening dat alhoewel onderrig en leer van mekaar onderskei kan word, dit nie in praktyk as onafhanklike prosesse plaasvind nie, maar eerder interafhanklik is. Om hierdie rede is die leeraspek in hierdie studie, wat hoofsaaklik op die onderrig van breuke in wiskunde fokus, ook kortliks bespreek.

Leer kan individueel of in 'n sosiale opset plaasvind (Siemon *et al.*, 2013:25) deur leerders se aktiewe deelname aan betekenisvolle aktiwiteite of kommunikasie (Copur Gencturk, 2012:1). Verandering ten opsigte van sekere aspekte (soos kennis, houdings of vaardighede) is by leer betrokke, soos dit duidelik is uit die onderstaande bespreking.

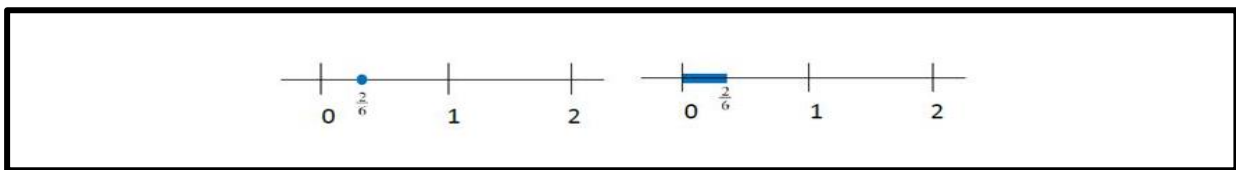
Die leer van breuke behels 'n herorganisering van numeriese kennis ('n organisering wat 'n dieper begrip van getalle vereis) (Siegler *et al.*, 2013:13). George (2017:13) wys daarop dat die leer van breuke 'n bewuswording vereis van die spesiale verband tussen getalle en hoeveelhede, en die uitdruk daarvan op verskeie maniere. Leer vind dus plaas wanneer individue nuwe kennisstrukture, denke, 'n gesindheid of vaardighede bekom ten opsigte van wiskunde- en breuke-inhoud (Verschaffel *et al.*, 2012; Siemon *et al.*, 2013:24). Alshahrany (2015) het strategieë voorgestel vir die leer van breuke. Die outeur het aangevoer dat verskillende visualiserings, soos konkrete voorwerpe, geïmplementeer word vir die leer van breuke en dat leerders hardop behoort te dink oor hulle denke, besluite, redenerings of bewerkings.

### **1.7.3 Breuke en visualiserings**

Statiese en dinamiese visualiserings wat gepaard gaan met tegnologie-verwante hulpmiddels kan in die onderrig-leer van breuke vir verskeie doeleindes geïmplementeer word. Schmitz en Eichler (2015:1269) het moontlike rolle van visualiserings in die onderrig-leer van breuke geïdentifiseer. Hierdie outeurs het opgesom dat visualiserings gebruik kan word om die begrip (verstaan) van konsepte te fasiliteer, om verduidelikings te gee (bv. tydens ingewikkelde inhoud soos deling met breuke) en vir regverdigings (bv. leerders gebruik visualiserings om ander te oortuig van hulle denke of idees, en om te staaf waarom hulle iets as waar aanvaar).

Visualiserings kan help om (nuwe) breuk-verwante beginsels, -idees, -konsepte of -verbande voor te stel (Nardi, 2012:216; Höffler, 2010:381) en ondersteun die kommunikasie van die voorafgenoemde elemente (Sullivan *et al.*, 2014:381; Rogness, 2011:6). Onderwysers kan visualiserings gebruik om vir leerders te verduidelik en te demonstreer waarom die noemers van breuke dieselfde moet wees tydens optelling of aftrekking met breuke. Die idee van gelyke of ewe groot gedeeltes van 'n hele kan gedemonstreer word, en konseptuele begrip by leerders bevorder word (in plaas daarvan dat leerders prosedurele stappe leer).

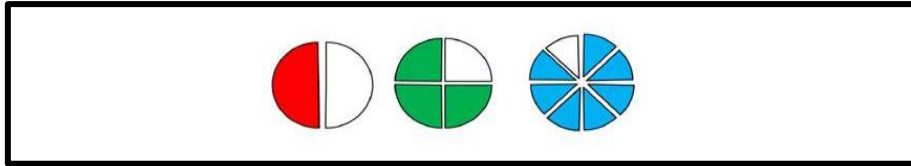
Die onderstaande figuur (Figuur 1.2) toon 'n voorbeeld van 'n visualisering ('n getallelyn) wat in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer is. Hierdie getallelyn toon aan hoe ver die breuk van 0 af is en waar die breuk met betrekking tot 1 voorkom (Bruce *et al.*, 2013). Hierdie visualisering kan vir vele ander doeleindes gebruik word. Byvoorbeeld, met die fasilitering deur 'n onderwyser kan leerders die getallelyn in sesdes verdeel en verder ondersoek, wat tot 'n ekwivalente breuk kan lei (wanneer hulle  $\frac{3}{6}$  invul en ontdek dat dit in die helfte van 0 en 1 is). Fazio en Siegler (2011:10) is van mening dat die gebruik van getallelyne 'n effektiewe manier is om klem daarop te lê by leerders dat breuke 'n getal is wat 'n hoeveelheid of grootte (*magnitude*) aandui.



**Figuur 1.2: 'n Getallelyn visualisering (Bron: Bruce *et al.*, 2013)**

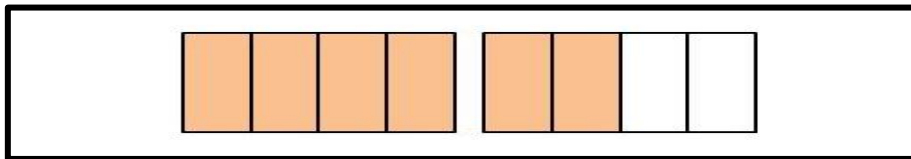
Visualiserings word ook in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer, sodat leerders breuke in simboolvorm aan visualiserings (wat sekere breuke voorstel) kan verbind (Schmitz & Eichler, 2015:1269). In Figuur 1.3 word hierdie konsep verduidelik – die drie visualiserings in die figuur wat verskillende breuke voorstel, word verbind aan die simboliese breuke, naamlik  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  en  $\frac{7}{8}$ . Die outeurs het gevind dat (verskeie) visualiserings en die verbinding daarmee met breuke, die idee van breuke as 'n gedeelte van 'n geheel help vestig.

Die gebruik van visualiserings waar leerders byvoorbeeld breuke benoem en vergelyk, vestig sekere idees, kennis of ervarings by leerders. Uit die visualiserings van verskillende breuke in Figuur 1.3, sien leerders dat hoe meer gelyke dele 'n geheel in verdeel is, hoe groter is die noemer van die breuk, en hoe kleiner is die verdeelde gedeeltes. Ervarings met visualiserings soos hierdie dra by tot die verstaan van breuke.



**Figuur 1.3: Visualiserings van breuke (Bron: Barmby et al., (2013))**

Wanbegrippe en foute (wat gebaseer is op onvolledige verstaan) kan deur visualiserings geïdentifiseer, voorkom of reggestel word (Budaloo, 2015:23). Visualiserings kan ook geïmplementeer word om leerders se kennis en begrip te toets of aan die lig te bring. 'n Onderwyser het die volgende visualisering in Figuur 1.4 aan leerders gegee om te benoem. 'n Leerder het die breuk in die visualisering geïdentifiseer as  $\frac{6}{8}$  in plaas van  $\frac{6}{4}$ . Hierdie is 'n voorbeeld van 'n situasie waarin die onderwyser visualiserings gebruik het om begrip of wanbegrippe te identifiseer, wat aan die onderwyser die geleentheid gegee het om dit by leerders reg te stel. (Dit is belangrik om in ag te neem dat gewone breuke egte- en onegte breuke sowel as gemengde getalle insluit.)



**Figuur 1.4: 'n Visualisering van die breuk  $\frac{6}{4}$**

#### 1.7.4 Wiskunde en metakognisie

Metakognisie behoort by die wiskundekurrikulum ingesluit te word (Carr, 2010:176). Die organisering van denke en prosesse word deur metakognisie gefasiliteer (Güss & Wiley, 2007:1) en bevorder die optimale gebruik van individue (onderwysers) se kognitiewe hulpbronne (Okoza & Aluede, 2013:66).

##### 1.7.4.1 Onderrig met metakognisie

Onderrig met metakognisie is 'n komponent van metakognitiewe onderrig (Rahman, 2016:10; Rahman et al., 2010:219). Leerders binne metakognitief-geïntegreerde onderrigomgewings met metakognitiewe onderwysers (onderwysers wat metakognisie gebruik en by leerders bevorder) lewer beter prestasies wat moontlik op beter begrip dui (Rahman et al., 2010:222).

Onderrig *met* metakognisie vereis dat onderwysers metakognitief vir die aanbieding van 'n wiskunde-onderwerp voorberei, hulle eie onderrig sowel as leerders se verstaan tydens die aanbieding van die les monitor, en dit ná die aanbieding van die les evalueer om sodoende aspekte van 'n les te verfyn of te verander (verbeter). Onderwysers dink dus ná oor hulle eie redenasies en praktyke en hul redes vir sekere optredes (Fransman, 2014:viii). Onderrig met metakognisie beteken ook dat onderwysers hulle denke tydens 'n les modelleer (verduidelik).

### 1.7.5 Visualiserings en metakognisie

Die konstruering, identifisering en implementering van visualiserings, en metakognisie is albei kernkognitiewe vaardighede in wiskunde (Stewart & Hadley, 2014:26) wat nodig is vir die uitvoer van verskeie kognitiewe praktyke (soos probleemoplossing). Die implementering van metakognisie kan dus die konstruering, identifisering en implementering of gebruik van visualiserings in die onderrig-leer van breuke ondersteun en verbeter.

Gilbert (2005:9) stel voor dat leerders “metakognitief ten opsigte van visualiserings” moet word. Dit kan ook op onderwysers van toepassing gemaak word – onderwysers behoort ook metakognitief ten opsigte van visualiserings te wees. Metakognisie word dus geïntegreer met en toegepas op visualiserings. Dit dui op hoe metakognisie individue se visualiserings (die voorstellings wat hulle konstrueer/skep) ondersteun en begrip (verstaan) verbeter (Gilbert, 2005:15).

Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke is kompleks en omvattend. Dit is nie 'n eenvoudige en vinnige taak waartydens onderwysers byvoorbeeld net meer visualiserings implementeer nie (Barmby *et al.*, 2013:37). Onderwysers wat visualiserings implementeer, behoort verskeie aspekte te oorweeg. Voorbeelde van oorwegings is: Op watter konsepte word gefokus wat betrekking het op breuke en watter visualiserings sal hierdie konsepte van breuke by leerders kan fasiliteer? Watter moontlike wanbegrippe kan leerders vorm met die gebruik van sekere visualiserings? Watter mondelinge verduidelikings behoort met die visualiserings gepaard te gaan? Gaan leerders visualiserings wat die onderwyser gebruik het, oorneem of gaan hulle visualiserings self konstrueer? Oorwegings soos hierdie vereis metakognisie van onderwysers – om oor aspekte met betrekking tot visualiserings na te dink (te reflekteer), dit te evalueer of tydens lesse te monitor (metakognitiewe strategieë).

'n Onderwyser het byvoorbeeld vir leerders ronde papierborde gegee waarmee die leerders  $\frac{2}{3}$  moes demonstreer. Deur monitering (tydens die les) en nadenke (ná die les) (metakognisie), het die onderwyser besef dat die leerders eerstens sukkel om die ronde papierborde (sirkel) te verdeel. Dit kan ook die idee van 'n geheel wat in gelyke dele verdeel moet word, belemmer. Die

meeste leerders het dus nie eens by die meer breuk-verwante inhoud uitgekom nie, aangesien hulle nie die sirkel in derdes kon verdeel nie. Deur die implementering van metakognisie deur die onderwyser, het die onderwyser besef dat daar 'n probleem is met die geïmplementeerde visualiserings en dat iets verander moes word.

### **1.8 Teoretiese raamwerk: sosiaal-konstruktivistiese beskouing**

Hierdie studie is onderneem vanuit 'n sosiaal-konstruktivistiese beskouing (sien 3.2.1). Die eienskappe van onderrig-leer volgens 'n sosiaal-konstruktivistiese beskouing bied 'n ruimte en raamwerk wat dit vir leerders en onderwysers moontlik maak om visualiserings in onderrig-leer te kan implementeer (met die nodige implementering van metakognisie deur onderwysers en leerders) soos in die literatuur aanbeveel word. Wanneer daar op onderrig (onderwysers) gefokus word, behoort leer (leerders) ook in ag geneem te word, aangesien dit interafhanklike prosesse is wat nie geskei kan word nie. Daarom is die oorwegings rondom leerders se leer ook belangrik in die studie wat fokus op onderrig deur onderwysers. Boonop is baie van die beskrywings van leer ook op onderwysers van toepassing en van waarde, aangesien onderwysers self ook lewenslange leerders is (Dhaliwal, 2015:259).

Volgens die sosiaal-konstruktivistiese beskouing word die leer van wiskunde as 'n sosiale aktiwiteit beskou (Bozkurt, 2017:211) waartydens leerders betekenis binne sosiale omgewings konstrueer deur middel van sosiale interaksie waarin hulle saamwerk en met mekaar kommunikeer (Bunyakarte, 2010:10). Dit beteken dat leerders byvoorbeeld met die konstruering van visualiserings met mekaar kan saamwerk, hulle idees daaroor of begrip daarvan aan eweknieë of onderwysers kan verduidelik of hulle standpunte oor idees kan verdedig – onderwysers behoort hierdie waardevolle geleentheid aan leerders bied. Dit sluit aan by dit wat Hauswirth (2012) beklemtoon, naamlik dat onderwysers nie alleen visualiserings moet konstrueer nie (visualiserings vir onderrig), maar dat leerders self ook visualiserings moet konstrueer (visualiserings vir leer). Deur hierdie aktiewe betrokkenheid van leerders by die konstruering van betekenis of kommunikasie, word die implementering van metakognisie verhoog deurdat leerders hulle metakognitiewe kennis en/of strategieë moet inspan.

Leerders is ook draers en skeppers van kennis terwyl wiskundekennis boonop nie 'n voltooide produk is wat bloot oorgedra word nie. Kennis word dus aktief gekonstrueer deur individue. Die aktiewe konstruksie van kennis word ondersteun wanneer onderwysers 'n meer aktiewe rol aan leerders toesê terwyl hulle (die onderwysers) as fasiliteerders optree. Onderwysers kan leerders byvoorbeeld wiskunde-inhoud aan die hand van hulle visualiserings laat verduidelik, hulle idees of denke oor wiskunde-inhoud met ander leerders laat deel, hulle gekonstrueerde visualiserings

met die onderliggende idees laat verduidelik of wiskundebeginsels met behulp van visualiserings laat demonstreer. Leerders, individuele prosesse en die interaksie met mekaar beïnvloed en vorm individue, mekaar se denke en kennis (Ernest, 2010:43). Wanneer leer só plaasvind, soos hierbo beskryf, koppel leerders die nuutgevonde inligting aan hulle bestaande kennis en verfyn hulle hul denke (verbeterde metakognisie) (Harkness, 2009:248).

## **1.9 Navorsingsontwerp**

Creswell (2009:5) beskryf 'n navorsingsontwerp as 'n plan of voorstel vir die uitvoer van navorsing. 'n Navorsingsontwerp behels die algehele navorsingsbeplanning met verskillende komponente en stappe wat tydens die navorsingsproses gevolg sal word (Klopper, 2008:68). Vervolgens is die elemente van die navorsingsontwerp van hierdie studie bespreek.

### **1.9.1 Interpretivistiese navorsingsparadigma**

Nieuwenhuis (2007b:47) beskryf 'n navorsingsparadigma as oortuigings of aannames oor die basiese aspekte van die realiteit wat 'n sekere wêreldsiening meebring. Verder beskik individue oor verskillende aannames, wat tot gevolg het dat elkeen deur verskillende lense na die wêreld kyk. Die interpretivistiese paradigma beoog om 'n begrip te vorm van die werk of leefwêreld van individue (Creswell, 2009). Vanuit die interpretivistiese paradigma word aanvaar dat individue hulle eie betekenis konstrueer (Nieuwenhuis, 2016b:60) terwyl elkeen se unieke ervarings, kennis en persepsies die konstruering van hulle betekenis en realiteit beïnvloed (Wahyuni, 2012:71). Navorsers se subjektiwiteit word beïnvloed deur hulle interpretasies binne 'n studie en word deel van die navorsing (Creswell, 2009:8) terwyl deelnemers asook navorsers bydra tot die vorming van kennis in 'n betrokke studie (Petty *et al.*, 2012:270).

'n Interpretivistiese paradigma het dit moontlik gemaak om die geïmplementeerde visualiserings en metakognisie deur wiskunde-onderwysers in die onderrig-leer van breuke te kon ondersoek en beskryf. Hierdeur kon gepoog word om moontlike patrone te identifiseer, betekenis te heg aan en potensiële verbande te identifiseer ten opsigte van visualiserings- en metakognitiewe praktyke met betrekking tot die onderrig-leer van breuke in wiskunde.

### **1.9.2 Navorsingsmetode**

#### **1.9.2.1 Kwalitatiewe navorsingsontwerp**

In hierdie studie is 'n kwalitatiewe navorsingsontwerp geïmplementeer (sien 3.2.2). Dit is 'n benadering vir die insameling van inligting binne 'n sekere konteks (intermediêre wiskundeklaskamers) deur die bestudering van individue of stelsels (onderrig-leer van breuke)

binne hulle natuurlike omgewing (Creswell, 2007:37; Nieuwenhuis, 2007b:51). Hierdeur kon begrip verkry word van hoe daardie individue (wiskunde-onderwysers) die wêreld verstaan en betekenis inwin oor hulle unieke ervarings (Nieuwenhuis, 2007b:50; Klopper, 2008:63). Prosedures en vrae binne hierdie metode kon deurlopend ontwikkel en verander (*emerging questions and procedures*) (Creswell, 2009:4).

### **1.9.2.2 'n Ondersoekende en beskrywende kwalitatiewe studie**

'n Kwalitatiewe ondersoekende en beskrywende benadering is in hierdie studie gevolg en gerig op die beantwoording van die navorsingsvrae (sien 3.2.2). 'n Ondersoekende studie ondersoek wat gebeur en stel verdere vrae oor 'n fenomeen, veral wanneer daar min inligting oor 'n onderwerp bestaan (Gray, 2004:32). Die ondersoekende deel van hierdie studie was van toepassing op die oopende vrae wat aan onderwysers gerig is tydens die semi-gestruktureerde individuele onderhoude oor die implementering van visualiserings asook die leswaarnemings van lesse oor breuke. Hedrick *et al.* (soos aangehaal deur Gray, 2004:32) verduidelik dat 'n beskrywende studie dit ten doel stel om 'n prentjie te verskaf van die fenomeen soos dit in natuurlike en lewenswerklike omstandighede aangetref word. Die onderhawige studie kan dus as 'n beskrywende studie beskou word, wat gefokus het op hoe en watter visualiserings en metakognitiewe praktyke deur wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase geïmplementeer word.

Die data-insameling van hierdie studie is tydens die tweede kwartaal van 2018 uitgevoer, en het gefokus op twee lesse oor breuke van elk van die vier intermediêre fase wiskunde-onderwysers. Dit het dus neergekom op agt lesse in totaal van vier verskillende onderwysers.

### **1.9.3 Deelnemers**

'n Populasie verwys na 'n verteenwoordigende groep individue wat oor dieselfde eienskappe beskik (Creswell, 2012:142) en voldoende en toepaslike inligting oor die studie-onderwerp kan voorsien. Die populasie in hierdie studie het bestaan uit laerskool (intermediêre fase) wiskunde-onderwysers. Die deelnemers (steekproef) van 'n studie behels spesifieke individue wat in 'n studie betrokke was (Maree, 2016:36) en is 'n subgroep van die populasie (Creswell, 2012:142).

Die deelnemers aan hierdie studie was vier intermediêre fase wiskunde-onderwysers by twee verskillende staatskole (laerskole) – een landelike en een stedelike skool (sien 3.2.3). Twee onderwysers is by die een skool en twee by die ander skool werksaam. Aangesien doelbewuste steekproefneming 'n navorser in staat stel om spesifieke deelnemers te nader, het die navorser aanvanklik die doelwit gehad om ewe veel manlike en vroulike onderwysers te nader. Dit het

egter nie gerealiseer nie, aangesien daar in die algemeen meer vroulike onderwysers in die intermediêre fase werksaam is. Al vier deelnemende onderwysers is dus vroulik. Verder was twee wiskunde-onderwysers meer ervare (tien jaar en meer ervaring) en die ander twee was minder ervare (een tot sewe jaar ervaring). Ervaring kan 'n rol speel by die onderwysers se onderrig-leerpraktyke ten opsigte van visualiserings en metakognisie, aangesien onderwysers se opleiding tans verskil van dié van 'n dekade of twee gelede. Afgesien hiervan was al vier onderwysers (dié met meer en minder ervaring) in klaskamers werksaam.

Geen onderwyser (deelnemer) het uit hierdie studie onttrek nie.

### **1.9.3.1 Doelbewuste gerieflikheidsteekproefneming**

Hierdie soort steekproefnemingsmetode word gebruik vir 'n spesifiek beoogde doelwit waarvoor deelnemers doelbewus geselekteer word (Maree & Pietersen, 2016:198; Denscombe, 2007:17). Tydens doelbewuste steekproefneming word sekere deelnemers spesifiek gekies wat moontlik die nuttigste data sal kan voorsien (Maree & Pietersen, 2016:198; Denscombe, 2007:17) volgens die navorsingsonderwerp en doel van die betrokke studie. Die deelnemers word dus geselekteer omdat hulle oor bepaalde eienskappe beskik wat hulle geskikte kandidate maak vir die data wat vir die studie benodig en ingesamel word, met die oog op die beantwoording van die navorsingsvrae en die bereiking van die navorsingsdoelwitte. Die deelnemers van skole in sekere provinsies (alhoewel dit twee verskillende provinsies is) was geselekteer, aangesien die navorser redelik bekend is met die areas in dié provinsies. Een van die skole is ook geleë in 'n area naby aan waar die navorser woonagtig is. 'n Gerieflikheidsteekproefneming was dus geïmplementeer (3.2.3).

Om die probleem van onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase te ondervang, moes daar op die intermediêre fase wiskunde-onderwysers gefokus word. Dít wat onderwysers met betrekking tot visualiserings en metakognisie implementeer, glo en doen, het 'n invloed op die leerders se leer en bepaal watter tipe onderrig-leer en geleenthede leerders ontvang.

### **1.9.4 Data-insameling**

Data-insameling behels die metodes vir die verkryging van data soos van die deelnemers bekom (Given, 2008:192). Hierdie studie het verskeie data-insamelingsmetodes geïmplementeer wat die vertrouenswaardigheid en gehalte van die studie verbeter het (Creswell, 2009:175) (sien 3.2.4). Met inagneming van aspekte soos die navorsingvrae en -doelwitte, was die volgende data-insamelingsinstrumente geïdentifiseer en word dit vervolgens bespreek.

#### **1.9.4.1 Semi-gestruktureerde individuele onderhoude**

Onderhoude is doelgerigte, wedersydse gesprekke waartydens die onderhoudvoerder vrae aan die deelnemers stel om sodoende data in te samel oor hulle gedrag, idees en oortuigings met betrekking tot 'n bepaalde onderwerp (Nieuwenhuis, 2016c:92; Nieuwenhuis & Smit, 2012:133). Semi-gestruktureerde individuele onderhoude behels voorafopgestelde vrae wat aan die deelnemers gestel word terwyl addisionele vrae ook gevra en verklarings verkry kan word (Doody & Noonan, 2013).

Semi-gestruktureerde individuele onderhoude is voor elk van die agt lesse met die betrokke onderwyser gevoer en is met behulp van 'n selfoon (*smart phone*) opgeneem (sien 3.2.4). Die navorser het elkeen van die deelnemende onderwysers gerus gestel dat daar nie 'n regte of verkeerde manier is vir die onderrig-leer van breuke nie. Die onderhoude is opgeneem, sodat dit getranskribeer en tydens data-analise gebruik kon word. Vanuit die onderhoude is inligting bekom oor die implementering van visualiserings en metakognitiewe praktyke, soos deur die onderwysers gerapporteer, wat die navorser in staat gestel het om die navorsingsvrae te kon beantwoord (sien Bylaag 9 vir die semi-gestruktureerde vrae wat tydens die individuele onderhoude gevra is).

Tydens die onderhoude wat ná die video-opnames plaasgevind het, is daar van elke onderwyser verwag om na te dink (te reflekteer) oor die les wat hy/sy aangebied het (bv. wat kan beter aangebied word).

#### **1.9.4.2 Video-opnames**

Video-opnames kan as 'n oudiovisuele databron beskou word (Creswell, 2012:224). In kwalitatiewe navorsing kan video-opnames as 'n data-insamelingsinstrument of inligtingsbron aangewend word (Given, 2008:348). Deur van video-opnames gebruik te maak, poog navorsers om die betrokke navorsingsonderwerp of -fenomeen beter te begryp (Creswell, 2012:224).

Video-opnames is 'n "kragtige en deursigtige" data-insamelingsmetode (Given, 2008:348). Binne lang en soms komplekse situasies, soos onderrig-leer situasies, kan video-opnames waardevol wees. Video-opnames lewer akkurate weergawes van werklike gebeure en navorsers kan herhaaldelik daarna kyk. Video-opnames was voordelig in die onderhawige studie omdat die navorser weer daarna kon kyk, aangesien die navorser moontlike verskynsels tydens die onderrig-leer situasies misgekyk het, en ook nie alles kon onthou soos dit in die onderrig-leersituasies voorgekom het nie. Die navorser kon en het die video-opnames verskeie kere oorgespeel tydens die analisering en interpretering van die data.

Die agt lesse is elkeen met 'n selfoon (*smart phone*) met 'n voldoende kamera opgeneem (sien 3.2.4). Die onderwysers en hulle praktyk was die fokus van die video-opnames – nie die leerders nie – en niemand se gesigte is afgeneem en/of verskyn op die opnames nie. Alhoewel die navorser aanvanklik beplan het om die kamera vooraf op 'n vasgestelde posisie in die klas te plaas, het die navorser daarteen besluit. Die navorser het eerder die “kamera” byderhand gehou wat dit moontlik gemaak het om die visualiserings meer effektief vas te vang (veral as onderwysers daarmee rondbeweeg het). Dit was steeds rustig en diskreet gedoen om nie onnodige steurings te veroorsaak nie.

#### **1.9.4.3 Waarnemings en veldnotas**

Data oor individue en/of prosesse kan deur middel van waarnemings bekom word (Kawulich, 2012:150) met opsionele kommunikasie met deelnemers deur die gebruik van intuïsie en die sintuie (Nieuwenhuis, 2016c:93). Waarnemings tydens die lesse het gelei tot insig rondom visualiserings en metakognitiewe praktyke, aangesien die navorser self in die navorsingsituasie teenwoordig en daarby betrokke was (sien 3.2.4). Tydens die onderhoude ná die lesse het die navorser aspekte/verskynsels rondom visualiserings en metakognisie geïdentifiseer wat sy waargeneem het terwyl die onderwyser die les aangebied het. Aspekte/verskynsels waarvan die onderwyser dalk onbewus was of waaraan hy/sy nie gedink het nie, kon die navorser dan aanteken. Waarnemings het dit ook moontlik gemaak vir die navorser om die situasie, interaksies en gebeurtenisse in die klaskamer beter te kon verstaan (Kawulich, 2012:152).

Die opteken van data is 'n essensiële deel van waarnemings (Nieuwenhuis, 2016c:91). Veldnotas – die rekordering van waarnemings (Kawulich, 2012:152; Ary *et al.*, 2010:435) – is geïmplementeer deur notas te maak tydens die lesse oor waargenome gebeurtenisse en praktyke wat met die navorsingsonderwerp verband gehou het. Veldnotas was gebaseer op dít wat die navorser gesien en gehoor het tydens die leswaarnemings. Veldnotas kan aanvanklik korter aantekeninge wees wat later uitgebrei kan word (Ary *et al.*, 2010:435). Nodige nadenke oor aspekte/verskynsels is moontlik en meer inligting kan sodoende na vore kom en is beskikbaar vir interpretasie. Veldnotas beskik dus oor 'n beskrywende en reflektiewe element wat kan bydra tot 'n geheelbeeld van die data (Ary *et al.*, 2010:435).

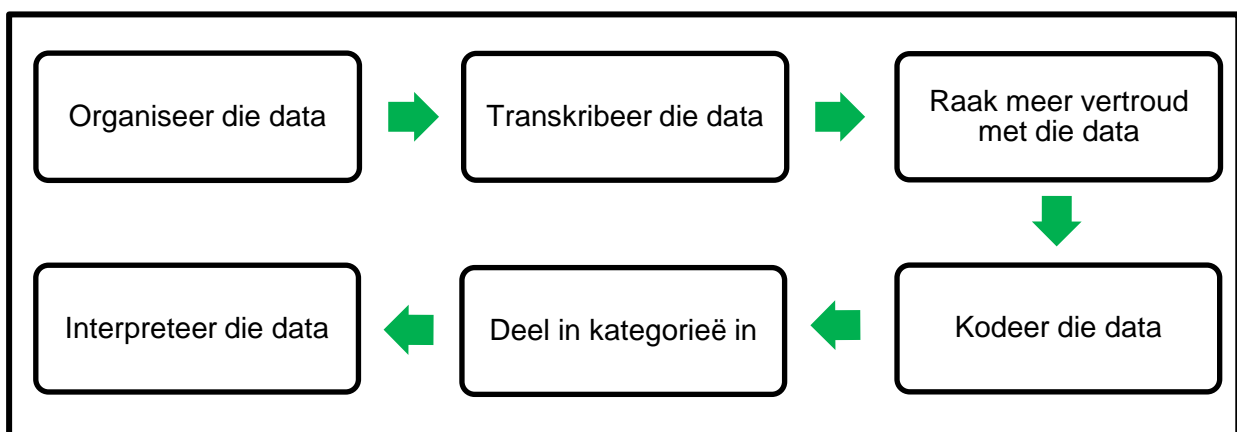
#### **1.9.5 Data-analise**

Data-analise vorm 'n “integrale deel van kwalitatiewe navorsing” (Given, 2008:186) en handel oor verskeie maniere waarop sin gemaak word van ingesamelde data (Kawulich & Holland, 2012:229) (sien 3.2.5). Die data-analiseringsproses het dus 'n deeglike ondersoek van die ingesamelde kwalitatiewe data (Nieuwenhuis, 2007a:99) behels en was 'n deurlopende en

sikliese proses wat nie noodwendig as opeenvolgend lineêre stappe uitgevoer kon word nie (Nieuwenhuis, 2016a:109).

Inhoudsanalise is in die studie geïmplementeer. 'n Inhoudsanalise kan beskryf word as 'n sistematiese kopieertegniek waardeur groot hoeveelhede tekste in kleiner kategorieë georganiseer word (Stemler, 2001:137) (sien 3.2.5). Verskeie aksies, verskynsels, kontekste of inhoude kon deur die toepassing van 'n inhoudsanalise ontdek en beskryf word (Nieuwenhuis, 2016a:112). 'n Inhoudsanalise is in die studie gebruik om die gegenereerde data voortspruitend uit die individuele onderhoude, die waarnemings en veldnotas asook die video-opnames te analiseer. Nieuwenhuis (2016a:111) het die afleiding gemaak dat 'n inhoudsanalise die kodering van teks sowel as die kodering van gebeure of aksies in video-opnames kan insluit.

Stappe tydens die data-analise wat in hierdie kwalitatiewe studie gevolg is, word in die onderstaande figuur getoon:



**Figuur 1.5: 'n Voorstelling van die uitgevoerde stappe in die data-analiseringsproses (Saamgestel uit: Nieuwenhuis (2016a))**

Tydens die organisering van die data is data van die verskillende insamelingsmetodes (individuele onderhoude, video-opnames, waarnemings en veldnotas) afsonderlik gehou en duidelik gemerk met die toepaslike inligting (bv. wanneer en hoe dit bekom is; waar dit gegenereer is). Met die transkribering, is *verbatim*-transkripsies (woord-vir-woord) van die video-opnames en individuele onderhoude gemaak. Die datastelle is verskeie kere oorgelees, aangesien dit belangrik was om volkome vertrouwd te wees met die data. Kodering is hierna uitgevoer, wat beskryf word as die proses waartydens die (getranskribeerde) tekste noukeurig, sin vir sin geles word om betekenisvolle gedeeltes te merk (Nieuwenhuis, 2016a:116).

Ontvouende kodering is gebruik, aangesien geen betekenis-eenhede vooraf opgestel was nie, maar geïdentifiseer is volgens wat uit die data na vore getree het teen die agtergrond van die literatuur wat reeds geraadpleeg is. Kodes in kwalitatiewe navorsing kan beskrywend of interpretivisties van aard wees (Fraenkel *et al.*, 2015:434). Die vorming van temas help met die sinmaak van die data en plaas die kodes bymekaar wat gemeenskaplike eienskappe verteenwoordig. Hierdie inligting word dan deeglik geïnterpreteer, sodat die hoofbevindings ten opsigte van die navorsing logies en gestruktureerd uiteengesit kan word. Hierdie interpretasies behels die soek na opkomende patrone, konsepte en verduidelikings vir bevindings om dit sodoende in die konteks van 'n studie en bestaande literatuur te plaas.

### **1.10 Etiese oorwegings**

Etiese oorwegings is 'n belangrike en integrale aspek van navorsing, en navorsers moet dit deurlopend tydens die navorsingsontwerp en implementeringsproses in ag neem (Fraenkel & Wallen, 2009:53; Ogletree & Kawulich, 2012:62). Die volgende etiese oorwegings, soos voorgestel deur Ogletree en Kawulich (2012), is ook in hierdie studie gehandhaaf.

Etiëklaring is van die etiëkkomitee van die Fakulteit Opvoedingswetenskappe (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit verkry (sien Bylaag 3 vir die Etiëklaring). Ingeligte toestemming, 'n essensiële etiese aspek van navorsing, is vooraf deur die navorser van die wiskunde-onderwysers (Bylaag 6), skoolhoofde (Bylae 4A en 4B) en beheerliggame (Bylae 5A en 5B) van die betrokke skole en die onderwysdepartemente (Bylae 1 en 2) verkry. Noodsaaklike, relevante inligting is aan die belanghebbendes bekendgemaak, en daar is seker gemaak dat elkeen dit verstaan het, dat hulle kennis gedra het van die navorsingsproses en daarvolgens 'n ingeligte besluit kon neem.

Aangesien die navorser saam met die deelnemers in die klas teenwoordig was, was die deelnemers se identiteit aan die navorser bekend gewees. Konfidensialiteit was dus 'n belangrike etiese aspek en relevant in die konteks van die onderhawige studie. Die identiteit van al die deelnemers is konfidensieel hanteer volgens die etiese riglyne omdat dit geensins nodig was om die deelnemers se identiteit te openbaar nie.

Verder het die navorser ook die volgende etiese aspekte eerbiedig:

Eerlikheid is 'n belangrike etiese aspek. Die navorser het eerlik teenoor die deelnemers opgetree oor die aard van die studie, wat van hulle verwag is en oor die prosedures wat gevolg is. Die data is op 'n eerlike manier ingesamel en weergegee.

Dit is navorsers se plig om deelnemers deurlopend te beskerm. Dit het dus optredes vereis van die navorser wat geen skade van enige aard vir die deelnemers meegebring het nie. Die navorser het die deelnemers met waardigheid behandel en 'n goeie, professionele verhouding met hulle gevestig.

### **1.10.1 Betroubaarheid**

Betroubaarheid is 'n essensiële deel van kwalitatiewe navorsing en is deeglik deur die navorser oorweeg.

- **Geloofwaardigheid**

Given (2008:138) definieer geloofwaardigheid as die geïmplementeerde prosedures om 'n akkurate ooreenkoms te vestig tussen deelnemers se insette en navorsers se interpretasies daarvan. Die navorser het die deelnemers se response en insette tydens die onderhoude met die deelnemers gekontroleer om te verseker dat die navorser hulle bedoelings of interpretasies wat deur die deelnemers verstrekkend is, verstaan het. Die navorser het vrae hiervoor gebruik, soos: *Verstaan ek reg dat Juffrou bedoel ...?; is dit wat Juffrou sê?* (sien 3.3, ii vir verdere voorbeelde/aanhalinge vanuit die onderhoude.) Geloofwaardigheid is verder verhoog deur gevestigde navorsingsmetodes te integreer en navorsingsontwerpe te gebruik wat in ooreenstemming was met die navorsingsvrae (Nieuwenhuis, 2016a:123). Verskeie lesse (agt) is waargeneem en opgeneem, sodat 'n sterker moontlikheid geskep kon word om 'n patroon te identifiseer en te vasstel of 'n verskynsel by al die lesse voorgekom het of nie.

- **Bevestigbaarheid**

Volgens Lincoln en Guba (1985) (soos aangehaal deur Nieuwenhuis, 2016a:125) is bevestigbaarheid die mate waartoe bevindings akkuraat weergegee word sonder die invloed van navorsers se eie belange of vooroordele. Direkte aanhalings van die getranskribeerde data word in die besprekings van die bevindings gebruik om die bevestigbaarheid van die bevindings te versterk. Die navorser het gelet op moontlike vooroordele tydens die uitvoering van die onderhoude en waarnemings, aangesien die subjektiwiteit van die navorser die waarnemings kon beïnvloed. Die studie het dus ook oor 'n subjektiewe aard beskik, aangesien die navorser self by die studie betrokke was om sin te maak van die navorsing wat uitgevoer is.

- **Oordraagbaarheid**

Die betrokke aspekte in 'n studie behoort deeglik beskryf te word sodat die lesers op grond daarvan self die oordraagbaarheid van 'n studie en bevindings kan bepaal (Nieuwenhuis, 2016a:124). Die konteks waarin die onderrig-leer plaasgevind het tydens die data-insameling, is in besonderheid gerapporteer. Verder is elemente en betrokke inligting, soos die rasionaal van die studie, die navorsingsontwerp en die deelnemers deeglik uiteengesit en bespreek. Hierdie inligting moet beskikbaar wees sodat lesers dit kan vergelyk met ander kontekste of situasies en self oor die oordraagbaarheid daarvan kan besluit.

### **1.11 Moontlike bydraes van die studie**

Hierdie studie het gepoog om by te dra tot die epistemologiese kennis oor die implementering van visualiserings en metakognitiewe praktyke tydens die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase. Daar is gehoop om meer kennis of 'n dieper verstaan teweeg te bring oor hóé metakognitiewe praktyke geïmplementeer kan word om die geïmplementeerde visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke te verbeter.

Moontlike swakpunte of leemtes asook aspekte wat goed werk (bv. verbind sekere metakognitiewe vrae aan visualiserings) rondom metakognitiewe praktyke en visualiserings in onderrig-leer is geïdentifiseer. Hierdie kennis kan onderwysers ondersteun ten opsigte van die implementering van metakognitiewe strategieë in onderrig-leer, vir beter fasilitering van meer selfgerigte leerders (aangesien die implementering van metakognisie, selfgerigte leer ondersteun (Havenga *et al.*, 2013:4) en ook konseptuele kennis van breuke by leerders ondersteun.

### **1.12 Moontlike uitdagings van hierdie studie**

Probleme of uitdagings is 'n algemene verskynsel by navorsingsprosesse. Enkele sodanige probleme wat in hierdie studie ervaar is, word vervolgens genoem:

- Die onderwysers kon moontlik hulle onderrig-leerpraktyk aangepas het (by dié soos in die studie aanbeveel word); hulle kon dus afgewyk het van hulle praktyk wat hulle normaalweg sou uitvoer.
- Die onderwysers kon hulle op enige tydstop aan die studie onttrek het.
- Die onderwysers kon dalk geensins visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïmplementeer het nie.

- Die navorser se teenwoordigheid tydens die lesse kon moontlik die normale, natuurlike interaksies en gebeure nadelig beïnvloed het.

### **1.13 Samevatting en hoofstukverdelings**

In hierdie hoofstuk (**Hoofstuk 1: Oriëntasie, inleiding en agtergrond van die studie**) is 'n algemene oorsig van die onderhawige studie aangebied. Hierin is die kern-begrippe omskryf en met betrekking tot die konteks en doel van die studie uitgelê en daarmee in verband gebring. Hoofstuk 1 bied dan ook die platform vir die volgende hoofstukke.

#### **Hoofstuk 2: Konseptuele raamwerk vir visualiserings en metakognisie verbonde aan die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase**

Hoofstuk 2 bevat 'n grondige literatuurstudie waarin daar gefokus word op visualiserings en metakognisie in die onderrig-leer van breuke (wiskunde) in die intermediêre fase.

#### **Hoofstuk 3: Navorsingsontwerp**

In Hoofstuk 3 word die navorsingsontwerp van die onderhawige studie uiteengesit en bespreek.

#### **Hoofstuk 4: Analise van die data en bespreking van die bevindings – visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke: Deel 1**

Hoofstuk 4 behels die uiteensetting en bespreking van die bevindings van die onderhawige studie oor die implementering van visualiserings.

#### **Hoofstuk 5: Analise van die data en bespreking van die bevindings – visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke: Deel 2**

Hoofstuk 5 behels die uiteensetting en bespreking van die bevindings van die onderhawige studie oor metakognitiewe strategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke, en die rol van metakognisie by die implementering van visualiserings.

#### **Hoofstuk 6: Samevatting en aanbevelings**

In Hoofstuk 6 word die samevatting van die onderhawige studie, en aanbevelings vir toekomstige navorsing bespreek.

## HOOFSTUK 2: KONSEPTUELE RAAMWERK VIR VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE VERBONDE AAN DIE ONDERRIG-LEER VAN BREUKE IN DIE INTERMEDIÛRE FASE

### 2.1 Inleiding

In Hoofstuk 1 word 'n inleidende agtergrond oor visualiserings en metakognisie gegee asook 'n bespreking van die probleemstelling, doelwitte en metodes van die onderhawige studie.

Visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase is verder ondersoek en word bespreek in hierdie hoofstuk (Hoofstuk 2). In hierdie hoofstuk word Figuur 1.1 (sien 1.7) in diepte bespreek.

### 2.2 Wiskunde

Wiskunde is 'n onontbeerlike deel van die samelewing en dien as hekwagter in vele ander lewensaspekte- en areas (Sfard, 2012:6,7). Die Merriam-Webster Dictionary (2018b) definieer wiskunde as "the science of numbers and their operations, interrelations, combinations, generalizations, and abstractions and of space configurations and their structure, measurement, transformations, and generalizations". Die Kurrikulum- en assesseringsbeleidverklaring (KABV) (DBO, 2011:8) dui aan dat,

*... [i]n Wiskunde word 'n eie, gespesialiseerde taal gebruik wat simbole en notasies behels om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. Wiskunde is 'n menslike aktiwiteit wat die volgende behels: Waarneming, voorstelling en ondersoek van patrone, en kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels, asook tussen wiskundige voorwerpe self.*

In hierdie studie is die DBO (2011) se definisie van toepassing.

#### 2.2.1 Breuke

Breuke is rasionale getalle en word geskryf in die vorm  $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$  (sien 1.1.2 vir 'n bespreking van breuke). Dit is 'n konsep wat 'n proporsionele verwantskap tussen die betrokke opgedeelde dele (teller) en die hele (noemer) aandui – twee getalle word dus gebruik om 'n enkele verwantskap en hoeveelheid voor te stel, byvoorbeeld die getalle 6 en 8 word gebruik om die breuk en hoeveelheid  $\frac{6}{8}$  te vorm (Onu *et al.*, 2012:317). Die noemer verteenwoordig die aantal gelyke dele waarin 'n geheel bestaan of opgedeel is terwyl die teller die aantal geïdentifiseerde/gekose gelyke dele aandui.

'n Onderskeid kan gemaak word tussen simboliese ( $\frac{2}{8} < \frac{1}{2}$ ) en nie-simboliese (daar is die helfte meer geel as blou lekkers) kennis van breuke (Siegler *et al.*, 2013:14). Met breuke kan groottes of hoeveelhede, wat nie telgetalle soos 8 of 20 is nie, voorgestel word (Mutsvangwa, 2016:39). Dit kan voorgestel word deur simbole, getallelyne, woorde, en verskeie diagramme. Tussen twee rasionale getalle (bv.  $\frac{2}{8}$  en  $\frac{3}{8}$ ), is daar 'n oneindige aantal ander rasionale getalle (Gabriel *et al.*, 2013:1), aangesien twee getalle altyd bymekaar getel en dan deur twee gedeel kan word om die breuk tussen die twee getalle te bepaal. Verder het alle breuke, ekwivalente breuke of voorstellings, wat dieselfde grootte of hoeveelheid voorstel.  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{8}{16}$ , en  $\frac{16}{32}$  is voorbeelde van ekwivalente breuke vir die breuk  $\frac{1}{2}$ . Eienskappe soos hierdie maak rasionale getalle uniek, en onderskei dit van natuurlike getalle. Dit is juis hierdie unieke eienskappe van rasionale getalle wat die miskonsepte en struikelblokke in die onderrig-leer van breuke veroorsaak.

Navorsing (Gabriel, 2016; Bruce *et al.*, 2013; Gabriel *et al.*, 2013) oor miskonsepte in die onderrig-leer van breuke het gevind dat dit 'n algemene verskynsel is en dat breuke verskeie uitdagings vir beide die onderrig en die leer van breuke stel. Alhoewel hierdie navorsing nie spesifiek op breuke in die Suid-Afrikaanse kurrikulum gefokus het nie, is dit relevant, aangesien die miskonsepte wat aangespreek is die breuke-inhoud vervat wat deur die KABV voorsien word (sien Bylaag 11 vir die breuke-inhoud vanuit die KABV). Vervolgens word enkele struikelblokke en miskonsepte in breuke bespreek.

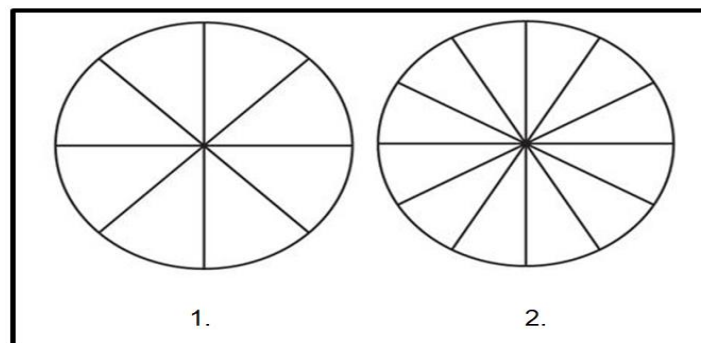
### **2.2.1.1 Struikelblokke en miskonsepte in breuke**

Enkele struikelblokke rondom breuke, volgens Gabriel (2016), kom voor by i) die bewerkings (aftrekking, optelling, deling en vermenigvuldiging) met breuke wat dieselfde en/of verskillende noemers het; ii) die vereenvoudiging van breuke; iii) ekwivalente breuke – leerders sukkel met die herkenning, beskrywing en produsering daarvan; iv) en by die vergelyking en ordening van breuke volgens hulle groottes. Soms sukkel leerders ook om breuke op 'n getallelyn te identifiseer (Gabriel *et al.*, 2013:8). Hierdie is egter nie die enigste probleme of probleemareas nie (die KABV-inhoud van breuke vir Graad 4 en 5, word in Bylaag 11 aangebied).

Vorige kennis oor en ervaring met telgetalle kan bydra tot miskonsepte en struikelblokke in breuke/rasionale getalle. Leerders pas die prosedures, afleidings en redenerings (wiskundige denke) oor die eienskappe van telgetalle op rasionale getalle toe (Siegler *et al.*, 2013:14; Gabriel *et al.*, 2013:1). Só 'n voorbeeld word gevind wanneer breuke vermenigvuldig word, aangesien vermenigvuldiging van natuurlike getalle (wat ook as gewone breuke geskryf kan word, byvoorbeeld  $4 = \frac{4}{1}$ ) groter getalle lewer terwyl dit nie altyd die geval met rasionale getalle

is nie, byvoorbeeld  $6 \times \frac{1}{3} = 2$  (Dlamini, 2017:4; Gabriel *et al.*, 2013:2). Sommige leerders dink verkeerdelik dat  $\frac{8}{16}$  groter is as  $\frac{3}{4}$  omdat die getalle (teller en noemer) in die eerste breuk groter is (PDST, 2014:14; Bruce *et al.*, 2013). Dit hou verband met en kan gebeur as leerders die teller en noemer van breuke (verkeerdelik) as twee aparte getalle beskou (Dlamini, 2017:21).

Verder verstaan leerders nie die basiese beginsels van breuke nie en verstaan nie dat hoe meer gelyke dele 'n geheel in opgedeel is, hoe kleiner die opgedeelde dele van die hele. In die onderstaande figuur is die twee sirkels ewe groot – sirkel 1 is in agt gelyke dele verdeel en sirkel 2 is in twaalf gelyke dele verdeel. Sirkel twee het 'n groter noemer (12) en is in meer gelyke dele verdeel, maar een individuele deel van sirkel 2 is kleiner as een individuele deel van die agt dele in sirkel 1.



**Figuur 2.1: Verskillende breukdeelgroottes van dieselfde grootte sirkels wat verskillend opgedeel is**

Sommige leerders dink verkeerdelik dat i)  $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$  en ii)  $\frac{1}{8} > \frac{1}{2}$  – hulle verstaan nie (hulle het 'n miskonsept) dat 'n groter noemer 'n kleiner breukdeel tot gevolg net nie (Gabriel, 2016:37; Gabriel *et al.*, 2013:1). Ander leerders glo weer dat breuke net getalle kleiner as een is (Gabriel, 2016:37). Hulle verstaan nie dat daar gemengde getalle bestaan en dat daar 'n oneindige hoeveelheid breuke tussen elke twee telgetalle is nie. Sommige leerders sukkel ook om aan breuke, soos  $\frac{3}{5}$  byvoorbeeld, te dink as drie keer een vyfdes ( $\frac{1}{5}$ ) [ $3 \times \frac{1}{5}$ ] (Hackenberg & Lee, 2012). Dit kan tot verdere miskonsepte lei en dui op onvoldoende konseptuele kennis oor breuke.

'n Oorbeklemtoning van prosedurele kennis tydens onderrig, wat geassosieer word met herhaling en die inoefening van stappe en somme, is 'n bydraende faktor tot probleme in breuke (Gabriel *et al.*, 2013:3). Gevolglik weet leerders byvoorbeeld nie waarom die noemers tydens die optelling en aftrekking van breuke dieselfde moet wees nie, maar hulle ken wel die stappe om die somme uit te voer. Lukhele *et al.*, (1999:88) wys daarop dat i) die abstrakte maniere

(wiskundige notasies of simboliese vorms alleen) waarop breuke voorgestel word, ii) die leer van bewerkings, alvorens die konsepte deeglik verstaan word; en iii) breuke wat in isolasie van die omgewing en werklike lewe geleer word, van die struikelblokke met breuke veroorsaak.

Dit kom helder na vore uit die bespreking hierbo dat baie hindernisse wat leerders met breuke ervaar, uiteindelik neerkom op 'n onvoldoende konseptuele begrip. Die onderrig wat leerders ontvang, speel dus 'n kritieke rol in hulle leer en konseptuele begrip van breuke.

### **2.2.2 Onderrig van wiskunde – insluitend breuke**

Wiskunde-onderrig is 'n komplekse proses en vervat verskeie komponente (sien 1.7.1). Spesifieke benaderings en metodes wat onderwysers in die klaskamer implementeer om wiskunde-inhoud (soos breuke) en idees te ontwikkel, is deel van onderrigpraktyke (Molefe & Brodie, 2010:3). Daar bestaan nie 'n enkele beste praktyk vir die onderrig van wiskunde of breuke nie. Boonop behoort onderwysers i) te streef na die implementering van 'n onderrigpraktyk wat leer met voldoende begrip by leerders bevorder (Dlamini, 2017:3;) en ii) deurlopend na “die beste moontlike onderrig” te streef en te poog om onderrig te verbeter (Ediger, 2012:235). Onderwysers moet daarteen waak om te dink dat hulle onderrigpraktyke ná jare se ervaring goed genoeg is, en hulle dan daarom stagneer. Juis daarom is refleksie (deel van metakognisie) en deurlopende pogings tot verbetering, fundamenteel tot effektiewe onderrig (NCTM, 2000:17).

Effektiewe onderrig impliseer 'n doelwit (Siemon *et al.*, 2013:55) en realiseer as leerders se konseptuele begrip en leerderprestasies verbeter (Siemon *et al.*, 2013:56). Effektiewe onderrig word geassosieer met onder andere: i) leerders wat aktief betrokke is in die doen van wiskunde; ii) leerders wat met mekaar en die onderwyser kommunikeer; iii) onderrig wat wiskunde as 'n stel interverwante idees bevorder waar verbande tussen inhoude gekonstrueer word; iv) die betekenisvolle ervarings wat onderrig leerders bied; v) wiskunde wat in bekende kontekste aangebied word (onderwysers behoort die verband tussen lewenswerklike kontekste en breuke te beklemtoon) (Fazio & Siegler, 2011:18; Huinker, 2010:1); en vi) die implementering van visualiserings (NCTM, 2000). Hierdie aspekte word met meer moderne onderrigmetodes geassosieer. Die implementering van meer moderne metodes en tegnieke maak leerders meer nuuskierig oor wiskunde en ondersteun beter konseptuele begrip (Podolak *et al.*, n.d.:3).

Bovermelde punt “v” wat beklemtoon dat effektiewe onderrig geassosieer word met wiskunde wat in bekende kontekste aangebied word (onderwysers behoort die verband tussen lewenswerklike kontekste en breuke te beklemtoon) (Fazio & Siegler, 2011:18; Huinker, 2010:1), kan bereik word deur leerders se lewenswerklike ervarings, situasies of probleme te

verbind aan wiskunde-idees, en ook visualiserings – dit maak (abstrakte) wiskunde-idees meer bekend, meer betekenisvol en dus meer toeganklik aan leerders (Dlamini, 2017:14). “Kontekstuele probleme” of “ervaringgebaseerde metafore” is ander konsepte wat hierdie idee omvat. Met die implementering van hierdie benaderings in onderrig-leer, word die verband tussen lewenswerklike aspekte en wiskunde-idees belangrik, en onderwysers behoort dit te beklemtoon. Met betrekking tot bovermelde punt “vi” wat benadruk dat effektiewe onderrig geassosieer word met die implementering van visualiserings (NCTM, 2000), voer Dlamini (2017:5) aan dat onderwysers oor kennis rondom visualiserings behoort te beskik om breuke effektief te kan onderrig.

Onderwysers behoort 'n onderrigpraktyk te identifiseer en implementeer wat leerders toerus met voldoende konseptuele begrip of verstaan van breuke (Dlamini, 2017:1). Indien 'n onderrigpraktyk poog om 'n beter konseptuele begrip van breuke by leerders te fasiliteer, is kennis deur die onderwyser (deel van metakognisie) oor miskonsepte en struikelblokke wat leerders daarmee ervaar noodsaaklik. Hierdie kennis kan help om visualiserings en metakognisie meer effektief aan te pas en te implementeer ten opsigte van konseptuele probleme tydens die onderrig van breuke.

Taal is 'n onontbeerlike deel van onderrig-leer en behoort in ag geneem te word met die onderrig-leer van breuke. Volgende word taal en verwante aspekte met betrekking tot die onderrig-leer van breuke in wiskunde bespreek.

### **2.2.2.1 Taal in die onderrig-leer van breuke en wiskunde**

Taal speel vandag 'n meer erkende en sentrale rol in die onderrig-leer van breuke in wiskunde, en vergemaklik kommunikasie (Dlamini, 2017:16; Morgan *et al.*, 2014:843). Kommunikasie is onlosmaaklik deel van wiskunde, wiskunde-onderwys (NCTM, 2000:60) en begrip (Boulet, 2007:1). Alhoewel wiskunde baie visueel kan wees en syfers en simbole behels, word wiskunde ook uitgedruk en gekommunikeer deur gesproke en geskrewe taal (Kovarik, 2010:2). Taal in die onderrig-leer van wiskunde kan as 'n kombinasie van wiskundige taal en alledaagse of natuurlike taal (bv. Afrikaans of Engels) beskryf word (Ilany & Margolin, 2010). Die leer en bemeestering van 'n wiskundige taal is sentraal tot die verstaan van wiskunde (Monroe & Orme, 2002:140).

In die onderrig-leer van wiskunde word taal vir verskeie belangrike aspekte en redes geïmplementeer. Woorde (woordeskate) behoort geïmplementeer te word (deur onderwysers en leerders) vir verduidelikings, die maak van regverdigings en algemene kommunikasie, soos leerders wat hulle idees met mekaar of 'n onderwyser deel (Riccomini *et al.*, 2015:236). Deur

kommunikasie met taal, kan begrippe en idees verhelder word en individue kan idees met mekaar deel, daaroor praat, daaroor reflekteer, dit verfyn, uitbrei, aanpas of dieper betekenis van idees duideliker maak (NCTM, 2000:60). Taal word ook in onderrig-leer geïmplementeer vir assesserings, algemene instruksies, vraagstellings, probleemoplossingsaktiwiteite en ondersoeke. Hierdie aktiwiteite is belangrik vir die algemene ontwikkeling van veral leerders se bekwaamheid in wiskunde.

Goeie kennis en begrip van wiskunde, buigbaarheid en bekwaamheid met getalle, simbole, woorde en voorstellings is noodsaaklik vir die effektiewe kommunikasie (die uitstuur en ontvangs van inligting) in 'n wiskunde taal (Riccomini *et al.*, 2015:237). Dié outeurs noem dat kommunikasie in wiskunde egter vir enige individu uitdagend kan wees, en dat hierdie vermoë veral by jong leerders 'n belangrike aspek van wiskunde-onderrig uitmaak.

'n Wiskundewoordeskata is 'n kernfaktor in effektiewe onderrig (Kovarik, 2010:2) sowel as bekwaamheid in wiskunde (*math proficiency*), en beide faktore dra by tot 'n bekwaamheid en algehele sukses in wiskunde (Riccomini *et al.*, 2015:237; Kovarik, 2010:4). Die woordeskata verbonde aan breuke is omvattend, en kom meestal net voor in omgewings waar breuke spesifiek behandel word (Grove, 2017:5). Om hierdie redes is dit belangrik dat wiskunde-onderwysers 'n kernwoordeskata doelbewus onderrig en fasiliteer (Riccomini *et al.*, 2015:237). Verskeie oorwegings behoort oorweeg te word, en aksies moet uitgevoer word om 'n wiskundewoordeskata te onderrig.

'n Kern wiskundewoordeskata behoort deur onderwysers geïdentifiseer te word (Kovarik, 2010:4; Riccomini *et al.*, 2015:237) met die inagneming van aspekte soos leerders se unieke behoeftes en hulle voorkennis (Kovarik, 2010:4). In die geval van breuke in die intermediêre fase, is onegte breuke, tellers, noemers en ekwivalente breuke enkele voorbeelde van belangrike wiskundewoordeskata wat spesiale en doelbewuste aandag verg. Die herhaling van (nuwe) woordeskata is noodsaaklik vir die internalisering daarvan en dié woordeskata behoort verskeie keer ten tyde van 'n les geïmplementeer te word (Kovarik, 2010:4). Leerders behoort ook (die uitspraak van) wiskundewoordeskata te hoor (Flanagan, 2009:23), wat beteken dat onderwysers dit hardop en duidelik tydens onderrig-leer behoort te sê en te herhaal. Ooreenstemmend meld Naidoo (2011:235) en Dlamini (2017:17) dat onderwysers se praat tydens onderrig-leersituasies – ook met betrekking tot visualiserings, juis leerders aan breuke-woordeskata en 'n wiskundige taal blootstel.

Rubenstein en Thompson (2002) het enkele kategorieë geïdentifiseer wat 'n wiskundige taal bemoeilik en struikelblokke of miskonsepte kan veroorsaak. Enkele voorbeelde hiervan sluit in:

- Taal is konteksafhanklik: “meter” word as die eenheid gebruik om afstand te meet of 'n “meter” wat die watergebruik by huise meet.
- Wiskundige betekenis is meer spesifiek: die “produk” is die antwoord van getalle wat vermenigvuldig word, of “produkte” is items wat verbruikers in winkels koop.
- Homonieme van alledaagse woorde: “pi” ( $\pi = 3.14\dots$ ) en “pie” (’n pastei).
- Sekere konsepte of idees kan op verskeie korrekte maniere geuit word: vyftien minute voor drie-uur of kwart voor drie.
- Onderwysers en leerders gebruik informele terme in plaas van wiskundige terme: diamant in plaas van 'n ruit.

Weens aspekte soos hierdie behoort wiskunde-onderwysers die implementering, onderrig en fasilitering van korrekte taal en woordeskat as hoogs belangrik te ag, sodat miskonsepte nie as gevolg van verkeerde taalgebruik by leerders ontstaan nie (Roux, 2009:66). Ook in die onderrig van breuke moet onderwysers se taalgebruik uitstekend én gefokus wees. Die KABV (DBO, 2011:164) wys daarop dat onderwysers terminologie soos “5 oor 8” behoort te vermy, aangesien dit die verkeerde denke van tellers en noemers as twee afsonderlike getalle fasiliteer, eerder as om leerders te help om daaraan te dink as getalle kleiner as 1, maar groter as halwes.

Baie leerders ontvang tans onderrig in hulle tweede of derde taal (’n taal wat nie hulle huistaal/moedertaal is nie). Dlamini (2017:16) voer aan dat taal juis 'n belangrike rol in wiskunde speel wanneer die onderrigmedium leerders se tweede of derde taal is. Onderwysers behoort daarom ag te slaan op hulle taalgebruik en bereid wees om aanpassings te maak ten opsigte van leerders se taal-agtergrond en -voorkeure in hulle onderrig-leer van wiskunde, breuke ingesluit. Onderrig in sulke veeltalige klasse, wat veral die situasie in 'n Suid-Afrikaanse konteks is, kan vir onderwysers uitdagend wees (Anthony & Walshaw, 2009:153). Leerders met ander taalvoorkeure as die onderrigmedium kan veral sukkel met 'n akademiese taal, soos wiskunde, wat kan bydra tot hindernisse met betrekking tot voldoende begrip in klasaktiwiteite en leeswerk tydens probleemoplossing (Haag *et al.*, 2013:25). Ekwivalente terme vir sekere wiskundewoordeskat (begrippe) in leerders se moedertaal bestaan dikwels nie (Anthony & Walshaw, 2009:153). Dit is dus duidelik waarom taal 'n belangrike rol in die onderrig-leer van

wiskunde – ook breuke – speel, en waarom doelbewuste taal-onderrig 'n belangrike deel daarvan uitmaak. Woordeskatkonsepte ten opsigte van breuke is somtyds abstrak en leerders kan daarom sukkel om sulke konsepte te verstaan (Little, 2009:5). In situasies waar leerders taal in wiskunde (breuke) problematies ervaar, kan visualiserings die leerders ondersteun deur die taal én wiskunde-idees meer toeganklik te maak en dit dus beter te verstaan (Naidoo, 2011:52). Hierdie outeur wys voorts daarop dat leerders juis aan woordeskat en taalgebruik in die konteks van breuke en wiskunde blootgestel moet word met betrekking tot visualiserings. Visualiserings kan dus 'n manier wees waarop makliker toegang tot hierdie abstrakte wiskundekonsepte verkry kan word.

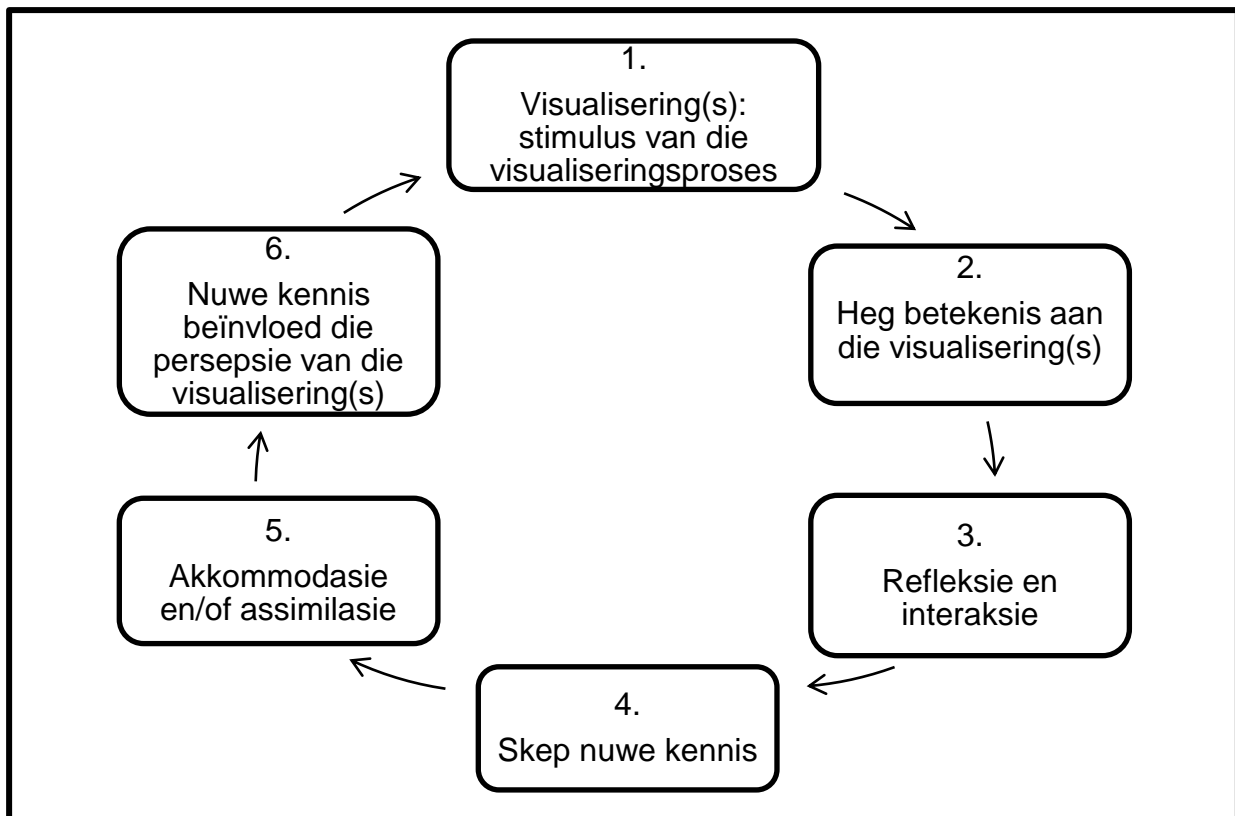
## **2.3 Visualiserings**

Visualiserings is regdeur die geskiedenis deur “gewone” individue, bekende wiskundiges, wetenskaplikes, ontdekkers en kundiges geïmplementeer. Dié individue het visualiserings in hulle verskeie velde geïmplementeer vir die oplos van daaglikse probleme en vir die voorstelling van wiskundekonsepte om eers konkreet te werk voordat hulle abstrak kon werk (Rösken & Rolka, 2006:457; Guzmán, 2002; Rieber, 1995).

Visualiserings in die ontwikkeling van wiskundige denke en die onderrig-leer van wiskunde is deur Mudaly en Rampersad (2010:36) in 2010 as 'n “huidige tendens” geïdentifiseer. Mayer (2011:440) wys daarop dat visualiserings ten opsigte van onderwys in baie vakke geïmplementeer kan word, maar veral ook in wiskunde. Visualiserings word geïmplementeer om wiskunde-idees op verskeie maniere voor te stel om dit sodoende vir leerders meer toeganklik te maak (Dlamini, 2017:1).

### **2.3.1 Die visualiseringsproses**

Die visualiseringsproses word in die onderstaande figuur uiteengesit en verwys na stappe en prosesse wat plaasvind wanneer individue visualiserings gebruik (daarmee werk) of konstrueer.



**Figuur 2.2: 'n Voorstelling van die visualiseringsproses (Bron: saamgestel uit Mudaly en Rampersad (2010:39))**

Eerstens sien individue 'n visualisering(s) of konstrueer dit self. Dit kan as die stimulus of oorsaak dien waarna Bishop (1989) verwys, wat nodig is om die visualiseringsproses te begin. Daar word met die visualisering(s) gewerk. Hierna kry die visualisering(s) betekenis, met voorkennis wat 'n invloed het en 'n rol speel. Volgende vind refleksie en interaksie met voorkennis, nuwe stimuli of ander inligting plaas. Betekenis of begrip word gevorm en nuwe kennis word geskep. Kennis word aangepas of aangeneem (akkommodasie en/of assimilasië). Laastens beïnvloed die aangeneemde of aangepasde kennis die manier waarop daar na dieselfde visualisering(s) gekyk word.

### **2.3.2 Visualiserings in die onderrig van breuke in wiskunde**

Alhoewel die KABV nie spesifiek aanvoer hoe wiskunde-inhoud onderrig moet word nie, word verskeie notas en riglyne aan wiskunde-onderwysers oor die onderwerp van gewone breuke verskaf.

**Tabel 2.1: Enkele uittreksels uit die KABV met betrekking tot visualiserings in die onderrig van breuke**

| <b>Die “verduidelikende notas of onderriglyne” vir die onderwerp “breuke” uit die KABV (intermediêre fase):</b> |  |
|---|--|
| a.  | Leerders behoort nie slegs met een soort model te werk nie omdat dit hulle begrip van breuke kan beperk. Breuke in diagramvorm behoort byvoorbeeld streekmodelle (sirkels en ander meetkundige vorms wat in breukdele gedeel is), breukemodelle (insluitend getallelyne) en vasgestelde modelle (wat versamelings voorwerpe aandui) in te sluit (DBO, 2011:74).  |
| b.  | Vergelyking en ordening van breuke:<br>Leerders behoort breuke te vergelyk en te orden met behulp van diagramme (breuke as vorms of getallelyne) of deur 'n konteks te voorsien of deur albei saam te gebruik (DBO, 2011:93).  |
| c.  | Leerders moet ook met apparaat en diagramme werk. Verskillende diagramme of apparaat ontwikkel verskillende maniere waarop daar oor breuke gedink word.<br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Streek- of areamodelle ontwikkel die begrip van breuke as 'n geheel. Indien dit op sekere maniere gebruik word, kan die begrip dat breuke ook 'n hoeveelheid is, ontwikkel word. Voorbeelde van areamodelle sluit in sirkels wat in breukdele uitgeknipt is of sirkeldiagramme; reghoeke of ander meetkundige vorms wat in breukdele verdeel is (papier vou); breuke deur die gebruik van grafiekpapier of grafiekpapier met kolletjies; Geoborde.</li> <li>• Lengte- of metingsmodelle kan gebruik word om die begrip van breuke as deel van 'n geheel te ontwikkel en indien dit op 'n sekere manier gebruik word ook van breuke as 'n mate. Voorbeelde van lengtemodelle sluit in breukstroke, Cuisenaire stafies, en getallelyne (DBO, 2011:163).</li> </ul> |

*Representations [visualisations] should be treated as essential elements in supporting students' understanding of mathematical concepts and relationships; in communicating mathematical approaches, arguments, and understandings to one's self and to others; in recognizing connections among related mathematical concepts; and in applying mathematics to realistic problem situations through modeling. (NCTM, 2000:67).*

Die bogenoemde aanhaling was fundamenteel tot hierdie studie. Nie alleen is die implementering van visualiserings belangrik nie, maar ook *hoe* (die manier waarop) dit geïmplementeer word. Daarom was dit ook ingesluit as 'n navorsingsvraag in hierdie studie. Benaderings en metodes wat onderwysers implementeer om wiskunde-inhoud en vaardighede by leerders te fasiliteer en te ontwikkel, is immers deel van wiskunde-onderrig (Molefe & Brodie, 2010:3) en vereis deeglike beplanning en oorwegings (metakognisie) (sien Figuur 1.1). Leerders se wiskundebegrip, -idees en -verbande wat hulle vorm, word uiteindelik deur die genoemde faktore beïnvloed en bepaal.

Die bogenoemde aanhaling en uittreksels uit die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en KABV (sien Tabel 2.1) wys dat belangrike dokumente soos die KABV en die NCTM, net soos die onderhawige studie, die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde – insluitend breuke – bepleit. [Die NCTM is die grootste organisasie vir wiskunde-onderwysers ter wêreld, en is reeds in 1920 gestig (<https://www.nctm.org/About/>)].

### **2.3.3 Redes vir die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke in wiskunde**

Verskeie doelwitte van die onderrig-leer van breuke en wiskunde kan deur die implementering van visualiserings ondersteun word (sien ook 1.7.3). Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke in wiskunde, kan verskeie voordele inhou. Enkele aspekte word vervolgens bespreek.

#### **2.3.3.1 Visualiserings bevorder gesindhede (affektiewe aspek van leer)**

Die miskonsepte en struikelblokke wat leerders met breuke in die intermediêre fase (Le Roux, 2013:38) en in die werklike lewe ervaar (Fazio & Siegler, 2011:23) kan veroorsaak dat leerders 'n mismoedige ingesteldheid of gesindheid (min selfvertroue) teenoor breuke ontwikkel. Só 'n ingesteldheid teenoor breuke kan leerders bybly en gevolglik hulle toekoms in wiskunde benadeel. 'n Goeie konseptuele begrip van en sukses met breuke kan hierdie ongewenste situasie verbeter. Die effektiewe implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke kan die gesindheid van leerders verbeter.

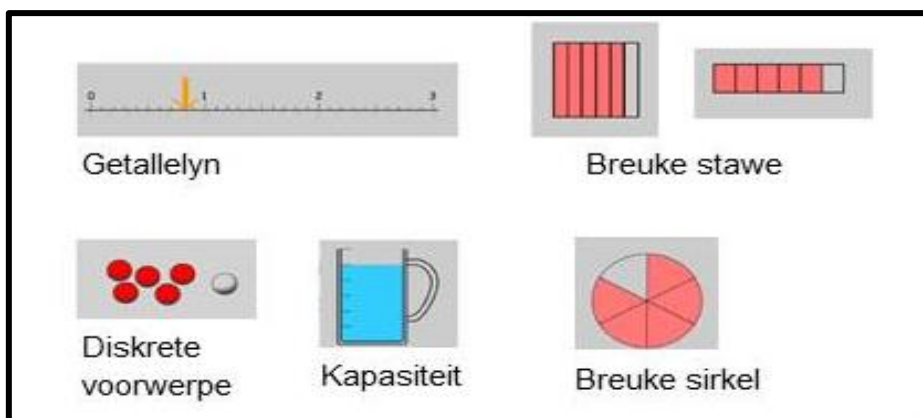
Die gebruik van visualiserings kan wiskunde en breuke meer genotvol (Furner & Worrell, 2017:16; Rogness, 2011:6), verstaanbaar en interessant maak. Effektief geïmplementeerde visualiserings i) behoort binne leerders se verwysingsraamwerk te wees (Phillips *et al.*, 2010:31) en plaas wiskunde in 'n bekende en betekenisvolle (lewenswerklike) konteks waarmee leerders assosieer; ii) maak die inhoud en idees minder abstrak; iii) verhoog leerderbetrokkenheid en aktiewe deelname (bv. leerders wat visualiserings konstrueer en kommunikeer oor die visualiserings met hulle onderliggende idees vanuit die visualiserings); en iv) help onderwysers om leerders in staat te stel om die breuke-inhoud en -probleme te internaliseer (Fazio & Siegler, 2011:18). Hierdie bogenoemde punte kan leerders laat voel dat hulle met breuke kan (die vermoë het) en wil werk, wat die problematiese aard van breuke vir onderwysers en leerders kan verbeter.

### 2.3.3.2 Visualiserings fasiliteer wiskunde-probleemoplossing en -ontdekking

Probleemoplossing en ontdekking vorm beide 'n integrale deel van die meer moderne onderrig-leer van wiskunde (NCTM, 2000:57). Probleemoplossing ondersteun leerders se begrip van wiskunde-idees en -konsepte (NCTM, 2000:256): probleme word beter verstaan omdat dit inligting ekstern (konkreet) voorstel, wat andersins kognitief uitdagend sou wees vanweë die abstrakte aard daarvan. Visualiserings in probleemoplossing kan unieke, spontane oplossings by leerders motiveer en ondersteun, wat prosedurele prestasies alleen (wat met memorisering en inoefening gepaardgaan) kan verbystek en leerders na dieper kennis neem (Arcavi, 2003:225).

Visualiserings is 'n belangrike deel van die ontdekking van wiskunde (Rogness, 2011:6), en kan leerders help om patrone te vind en te ondersoek of om wiskunde-idees of verbande deur dinamiese visualiserings te ondersoek. Visuele redenerings ondersteun en bewys ook ontdekkings (Arcavi, 2003:227) terwyl visualiserings die visuele denkvaardighede van leerders ontwikkel (Rogness, 2011:6). Visuele denke behels die gebruik van visualiserings (soos grafieke, simulaties of sketse) vir/in die uitvoer van aktiwiteite wat gevorderde denke vereis (bv. ontdekking of probleemoplossing) (Natsheh & Karsenty, 2014:110). Gevorderde denke, wat metakognisie insluit, kan geassosieer word met "kritiese denke, kreatiewe denke of meer komplekse denkprosesse" wat byvoorbeeld kan lei tot die weergee van verskeie oorspronklike probleemoplossings (Sophocleous & Pitta-Pantazi, 2015). Dit is duidelik dat die voorafgenoemde meer komplekse denkprosesse is, soos die analisering en evaluering van inligting of om 'n verband tussen verskillende idees en inligting te identifiseer (en nie eenvoudig net memorisering nie). Visualiserings moedig kritiese denke aan, wat 'n beter begrip bevorder (Makina, 2010:24) en bydra tot meer selfgerigte leerders.

Harries *et al.* (2011) stel dat die ondersoek (*exploration*) van die visualiserings in die onderstaande figuur asook die verbande tussen hulle, leerders motiveer en ondersteun om 'n taal/woordeskat te bou. Verder is gemeld dat hierdie taal/woordeskat besprekings oor die aard en eienskappe van breuke kan fasiliteer. In die onderstaande figuur word dieselfde breuk deur verskillende prente (statiese visualiserings) aangetoon:



**Figuur 2.3: Verskillende visualiserings wat dieselfde breukdeel voorstel (Bron: Harries *et al.* (2011))**

### 2.3.3.3 Visualiserings bevorder wiskundige denke

Konstruering of die gebruik van visualiserings, vereis van individue om hulle wiskundige denke (konsepte, idees of verbande) te implementeer. Denke, ook wiskundige denke, is 'n komplekse vaardigheid (Baysal *et al.*, 2010:4251). Visualiserings fasiliteer dus denke (Wang & Jacobson, 2011:1) deur individue te help om bewus te wees van hulle denke en kennis, dit te organiseer en te kommunikeer, aangesien dit soms moeilik is om denke te verwoord of te verduidelik. Toeganklikheid, die memorisering en prosessering van inligting word verder deur visualiserings vergemaklik en ondersteun, wat ook weereens denke vergemaklik (Ntuen *et al.*, 2010:192).

Die gebruik van visualiserings (bv. konkrete voorwerpe) kan leerders soms motiveer en in staat stel om na regverdigings/bewyse te soek, veralgemenings te vorm en beter te verstaan (Malaty, 2008:2). Hierdie aksies kan die aanleer van die gewoonte om verder te gaan en redes te soek en nie slegs feite te aanvaar en te leer nie – ondersteun (Malaty, 2008:4). Die fasilitering van hierdie gewenste gesindheid by leerders bemagtig hulle om meer selfgerigte leerders te wees. Gevolglik kan leerders meer onafhanklik werk en funksioneer met die ingesteldheid dat hulle self besluite kan neem, werk, hulle eie ondersoek kan uitvoer en hulle werk kan staaf.

Visualiserings wat deur leerders self gekonstrueer word oor konsepte, idees, verwantskappe of prosedures van breuke kan die gapings en miskonsepte wat leerders oor breuke kan hê, en ook leerders se kennis en denke hieroor, aan onderwyser openbaar (Bruce *et al.*, 2013).

Schmitz en Eichler (2015:1269) het bevind dat bewerkings met breuke wat 'n gemene noemer moet hê nie noodwendig sin maak nie, totdat visualiserings van die breuke gemaak word, wat dit duideliker maak en leerders se denke fasiliteer. Visualiserings kan ook help om die brug

tussen simboliese ( $\frac{2}{8} < \frac{1}{2}$ ) en nie-simboliese (daar is die helfte meer geel as blou lekkers) kennis van breuke te bou, en om die verband daartussen te ondersteun.

#### **2.3.3.4 Visualiserings is noodsaaklik in jong leerders se leer**

Visualiserings speel 'n belangrike rol in wiskunde-onderrig aan jong leerders (D'Angelo & Iliev, 2012). In dié verband meld Dlamini (2017:11) dat visualiserings 'n onontbeerlike rol veral in die laerskool speel. Dlamini (2017) se studie het op Graad 4 en 6 met betrekking tot visualiserings gefokus. Dit blyk dat jonger leerders veral kan baat vind by visualiserings (Neesam, s.a.:3). D'Angelo en Iliev (2012) sluit hierby aan: hoe vroeër onderwysers visualiserings in wiskunde-onderrig aan jong leerders implementeer, hoe voordeliger is dit vir leerders en hoe beter sal hulle kennisbasis en begrip van wiskundekonsepte wees. Bruner (1960) voer aan dat i) leerders se vroeë interaksies, aktiwiteite en ervarings met visualiserings bydra tot latere, meer abstrakte leer; ii) die implementering van visualiserings fasiliteer die aanvang van lewenslange wiskunde-leer by jong leerders; iii) jong leerders behoort blootgestel te word aan diverse wiskundige visualiserings en gevolglik wiskundige ervarings; iv) waardevolle geleenthede word aan leerders gebied met visualiserings wanneer hulle dit fisies kan aanraak, skuif, optel, draai, beweeg, uit mekaar haal en weer saamvoeg. Visualiserings in wiskunde-onderrig ontgin leerders se sintuie en aktiveer hulle ruimtelike en kinestetiese intelligensie, wat leerders help om inligting beter te verstaan en te onthou (D'Angelo & Iliev, 2012).

Die implementering van visualiserings in onderrig-leersituasies word ook deur sekere leerteorieë, soos dié van Jean Piaget (1976), ondersteun. Volgens Piaget se kognitiewe leerteorie sukkel kinders tussen die ouderdom van 7 tot 11 of 12 jaar, in die konkrete operasionele stadium (die derde van vier stadiums van kognitiewe ontwikkeling), om abstrak te dink en abstrakte idees en konsepte te verstaan. Leerders in hierdie stadium vaar dus beter as hulle probleme oplos of take/aktiwiteite uitvoer met konkrete voorwerpe. Piaget ondersteun onderrig wat vanaf die konkrete na die abstrakte beweeg omdat dit jong leerders se leer ondersteun.

Met die toepassing van hierdie idees op die onderrig-leer van breuke, kan dit byvoorbeeld beteken dat onderwysers nie in die laer grade, soos Graad 4, kan verwag dat leerders slegs met breuke in simboolvorm werk nie. Wiskunde-onderwysers behoort eerder visualiserings, soos breuke-stawe (sien onderstaande Figuur 2.4), in hulle onderrig aan jong leerders te implementeer, sodat leerders die ervarings en geleenthede kry om die breuke konkreet te vergelyk en teen mekaar te pas en daardeur self die resultate van die vergelykings van breuke kan sien.



**Figuur 2.4: Breuke-stawe of *fraction tower cubes* (Bron: <https://learningtools.co.za/shop/fraction-tower-cubes-2/>)**

### **2.3.3.5 Visualiserings en speel – ’n belangrike aspek in die onderrig-leer van wiskunde**

Bergen (2009:413) meld dat speel in ’n groot deel van mense se lewens teenwoordig is. Hierdie outeur beskryf speel as ’n voertuig of medium vir leer. Leer deur te speel word as sentraal tot die ontwikkeling van individue beskou (Offenholley, 2012:79). Speel in ’n opvoedkundige konteks is egter kompleks en omvattend (Dockett & Perry, 2010:717).

Speel in die leer van wiskunde behels egter nie enige speletjies nie. Dit moet betekenisvol wees en aan sekere vereistes voldoen. ’n Speletjie behoort egter genotvol ook te wees (Bergen, 2009:414). Verdere vereistes vir ’n opvoedkundige spel is dat i) die spelers/leerders (twee of meer) keuses moet kan uitoefen wat die progressie van die spel en die “opponente” beïnvloed; ii) interaksie tussen spelers plaasvind; en iii) daar van leerders vereis word om dieper denke in te span om iets te bereik (die uitkoms van die spel moet beïnvloed kan word) (Gough, 2015:10). Binne die onderrig-leer van wiskunde deur spel kan wiskundige kennis en idees saam gekonstrueer en met mekaar gedeel word (Gyöngyösi, 2012:23).

Opvoedkundige spel kan verskeie voordele vir leerders se leer inhou. Speel dra by tot sosiale interaksies, wat die gesamentlike konstruering van kennis en wiskundige denke kan ondersteun (Dockett & Perry, 2010:717). Só hou opvoedkundige spel ook verband met die sosiaal-konstruktivistiese beskouing van onderrig-leer wat in die onderhawige studie aangeneem is (sien 1.8). Leerders/kinders hou van speletjies; daarom kan die leer van wiskunde meer genotvol gemaak word deur te speel (Way, 2011).

Visualiserings is teenwoordig in verskillende speletjies. Wanneer daar gekyk word na die verskillende speletjies wat Way (2011) aanraak, kom visualiserings voor in die vorm van patrone, vorms, prente en konkrete voorwerpe soos 'n dobbelsteen. Albasters of selfs klippies kan in speletjies voorkom.

#### **2.3.4 Enkele afkeure ten opsigte van die implementering van visualiserings**

Daar bestaan sekere onsekerhede oor die implementering en bevordering van visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde. Sommige navorsers, soos Malaty (2008) en Höffler (2010), is skepties oor die rol en gevolge daarvan op onderrig-leer, en glo dat visualiserings nadelige gevolge vir leerders se leer kan inhou en moontlik onnodige hindernisse kan skep. Rieber (1995:53) verwys na 'n paar voorbeelde waar visualiserings individue koers kan laat verloor of tot verkeerde samevattinge kan lei. Individue se unieke voorkennis en bestaande ervarings kan elkeen se interpretasies en begrip op 'n diverse manier beïnvloed. Individue se gekonstrueerde visualiserings is dus nie altyd korrek of akkuraat nie. Indien hierdie onakkurate visualiserings verder gebruik word, kan individue (leerders) miskonsepte vestig. Malaty (2008:1) voer aan dat visualiserings daartoe kan bydra dat leerders gevolgtrekkings maak sonder dat dit geregtig kan word. Verder meld dié outeur dat visualiserings leerders nie altyd motiveer om na redes vir verwantskappe te soek nie. Dit is moontlik dat leerders net inhoud aanvaar sodra hulle visualiserings bestudeer het waarin iets gegeld het, en dan nie verder bykomende gevalle ondersoek nie.

Verdere twyfel bestaan, aangesien gapings en onbeantwoorde vrae oor visualiserings in 'n onderwyskonteks bemoelik. Voorbeelde van sulke vrae is of alle leerders ewe veel baat by visualiserings (Höffler, 2010:245). Hierby sluit die saak van leerders se unieke kognitiewe styl aan. Word visuele leerders bo oudiovisuele leerders deur visualiserings bevoordeel of nie? In verband met dié spesifieke vraag het Mayer (2011:434) bevind dat dit blyk dat individue se eie unieke kognitiewe styl nie 'n drastiese invloed op onderrig-leer met visualiserings het nie. In teenstelling voer Pitsi (2016:38) aan dat onderwysers verskeie visualiserings behoort te implementeer om sodoende die diverse leerders se unieke leerstyle te akkommodeer. Daar is egter baie vrae met diverse menings daaroor. Wanneer daar na spesifieke visualiserings gekyk word, wys Dlamini (2017:18) daarop dat alle visualiserings oor sterk- sowel as swakpunte beskik. Hierdie studie is aangepak vanuit die standpunt dat alhoewel daar sekere swakpunte en struikelblokke met die implementering van visualiserings in onderrig-leer voorkom, daar eerder gefokus moes word op hoe i) die voordelige aspekte ontgin en benut kan word, en ii) dat die epistemologiese kennis vermeerder moet word. Sodoende kan die onsekerhede, swakpunte en

leemtes oor visualiserings in onderwys, veral ten opsigte van breuke in wiskunde, aangespreek en/of verminder word.

### **2.3.5 Riglyne vir die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke in wiskunde**

Net soos met die onderrig van wiskunde, is daar nie 'n beste praktyk vir die implementering van visualiserings in die onderrig van breuke nie. Volgens Rogness (2011:5) en Phillips *et al.* (2010:34) ontbreek vasgestelde stappe of reëls vir die effektiewe gebruik van visualiserings in onderrig-leersituasies. Die navorser is van mening dat enkele vasgestelde stappe of reëls wel as riglyne kan dien. Die maniere waarop wiskunde-idees voorgestel word, is van kardinale belang in hoe individue (leerders) daardie idees verstaan en gebruik (NCTM, 2000:67). Vanuit die literatuur het die idee van beste praktyk ten opsigte van visualiserings na vore gekom. Dit beteken nie dat leerders definitief 'n voldoende en akkurate begrip en gevolgtrekkings sal vorm indien hulle visualiserings gebruik en daarmee werk nie (Furner & Worrell, 2017:21). Makina (2010:24) asook Zimmermann en Cunningham (1991:3) meld dat wiskundige visualiserings juis die effektiewe gebruik van visualiserings behels. Dit impliseer dus dat die konstruering en gebruik of implementering van visualiserings (soos modelle, prente en sketse) in onderrig-leer nie net 'n eenvoudige, spontane uitkies en gebruik van enige visualiserings verwys wat op 'n manier verband hou met die onderwerp nie – dit behels meer.

Deeglike en voortdurende beplanning en oorwegings (metakognisie) ten opsigte van verskeie elemente word aangeraai. Die identifisering en keuse van gepaste visualiserings deur onderwysers is belangrik (Dlamini, 2017:18). Boonop word visualiserings in onderrig-leer as 'n belangrike deel van onderwysers se kennis beskou (Ball *et al.*, 2008; Shulman, 1986). Met die inagneming van die beste onderrig-leerpraktyke (sien 2.2.2), kan aanvaar word dat visualiserings effektief is, indien dit daartoe lei dat leerders breuke beter verstaan (leerders moet hulle kennis van breuke in ander kontekste kan toepas). Beginsels of riglyne rondom/vir visualiserings word voorgestel vanuit bestaande literatuur, wat onderwysers op eie oordeel behoort te oorweeg; daarom is vasgestelde reëls en stappe nie 'n vereiste nie. Enkele van hierdie beginsels of riglyne word vervolgens aangebied.

Enkele riglyne vir visualiserings word in die onderstaande tabel saamgevat vanuit Mayer (2011), Phillips *et al.* (2010) en Vekiri (2002):

**Tabel 2.2: Enkele voorgestelde riglyne rondom visualiserings in onderrig-leer**

|    |   |
|----|---|
| a. | Ten opsigte van skriftelike visualiserings:<br>Vermyn oordadige of irrelevante inligting of bykomende visualiserings tot die eintlike visualisering.<br>Kernwoorde in die visualiserings behoort beklemtoon te word deur dit byvoorbeeld te verlig of vet te druk, en dit kan ook met die stem beklemtoon word.<br>Kerninligting in visualiserings moet duidelik sigbaar wees. (Dit moet byvoorbeeld i) maklik leesbaar wees, en ii) nie onnodig en oordadig ingekleur wees nie.) |
| b. | Visualiserings behoort relevant te wees tot die lesinhoud en lesdoelwitte, dit te ondersteun en ook betekenisvol te wees vir leerders.  |
| c. | Voldoende begrip en leer word beter ondersteun indien die visualiserings saam met taalryke-onderrig plaasvind. Visualiserings behoort nie as die enigste hulpmiddel geïmplementeer te word om breuke voor te stel nie. Wiskundenotasië (simbole) en taal moet korrek en geïntegreerd geïmplementeer word om betekenis aan visualiserings (en die wiskunde-idees en -inhoud wat dit voorstel) te gee.  |
| d. | Inligting oor leerders se agtergrondkennis moet die struktuur en werking van die visualiserings inlig.  |
| e. | Verseker dat die gekonstrueerde of gekose visualiserings op 'n gepaste vlak vir die betrokke leerders is.   |
| f. | Soms is voorbereidingswerk met die leerders nodig voor 'n visualiseringsaktiwiteit aangebied word.  |
| g. | Monitor en assesser leerders se visualiseringsaktiwiteite om te verseker dat die vorige bogenoemde twee punte effektief en genoegsaam was.  |
| h. | Waak daarteen om visualiserings te implementeer net om aandag te trek (vir sensasionele redes). Dit sluit aan by Dlamini (2017:1) wat meld dat visualiserings somtyds vir die verkeerde redes geïmplementeer word.  |

**Saamgestel uit:** Mayer (2011), Phillips *et al.* (2010) en Vekiri (2002)

Verder behoort visualiserings in die onderrig-leer van breuke 'n tweerigtingpraktyk te wees, en dus deur beide onderwysers en leerders benut en geïmplementeer word (Barnby, *et al.*, 2013:6; Hauswirth, 2012:1). In ooreenstemming meld Arcavi (2003:237) “... *being not just consumers, but also users, creators, critics, learners develop meta-representational expertise*”. Leerders moenie net beskikbare en gegewe visualiserings gebruik nie, maar behoort self ook visualiserings te konstrueer. Die onderstaande beskrywing deur Hauswirth (wat die stappe en prosesse wat onderwysers/individue ervaar en uitvoer tydens die konstruering van visualiserings asook die visualiseringsproses aandui en beskryf (sien 2.3.1), maak dit duidelik waarom leerders ook visualiserings moet konstrueer en nie net gebruik nie:

Volgens Hauswirth (2012) gaan onderwysers/individue deur 'n intense proses van refleksie en ontwerp wanneer hulle opvoedkundige visualiserings ter ondersteuning van die onderrig van konsepte konstrueer. Onderwysers moet eerstens 'n volledige begrip van die konsep, alle ander relevante aspekte en die konteks rondom die konsep hê. Tweedens word die fundamentele betekenis en eienskappe van die konsep geïdentifiseer en verhelder, en alle irrelevante aspekte word dan uitgeskakel. Onderwysers moet ag slaan op die leerders se agtergrondkennis. Met inagneming van hulle agtergrondkennis, moet algemene miskonsepte en struikelblokke geïdentifiseer word asook die kern idees en -insigte wat leerders sal benodig om die onderliggende idees van die konsep te verstaan. Hierna identifiseer onderwysers gepaste visualiserings wat die aanbieding van die regte leergeleenthede aan die leerders moontlik maak. Hierdie ontwikkelingsproses van opvoedkundige visualiserings is werklik lonend. Gedurende hierdie proses leer onderwysers dikwels nuwe aspekte oor konsepte of vorm hulle 'n meer diepgaande, volledige begrip. Kortom: onderwysers leer. So, waarom word hierdie waardevolle leergeleenthede vir onderwysers alleen gereserveer? (vanuit Hauswirth (2012) in Afrikaans vertaal.)

Leerders wat self visualiserings konstrueer, kan die voorafgenoemde (waardevolle) fundamentele aksies en prosesse ervaar. Hulle kan 'n beter verstaan van die konsepte verkry, hulle bestaande kennisstrukture aanpas, miskonsepte ontdek of/en korrigeer, en daaroor reflekteer.

Barmby *et al.* (2013:29) raai aan dat die doel nie is om so veel moontlik visualiserings tydens onderrig-leer te implementeer nie. Onderwysers behoort eerder te fokus op hoe hulle 'n betekenisvolle verband tussen die geïmplementeerde visualiserings en abstrakte wiskunde kan maak en dit by leerders fasiliteer. Bykomend behoort verskeie visualiserings geïmplementeer te word vir die fasilitering van wiskundige idees of konsepte, sodat leerders voldoende ondersteun word om hulle begrip te verbeter (DBO, 2011:74; NCTM, 2000:206; Ball, 1990). Die implementering van verskeie visualiserings stel leerders bloot aan verskillende maniere waarop wiskundige idees voorgestel kan word (Dlamini, 2017:21). Dit is dus belangrik om 'n voldoende hoeveelheid visualiserings te bepaal en te implementeer, wat moontlik leerders se begrip van breuke kan bevorder. Met die inagneming van aspekte soos leerders se voorkennis en verwysingsraamwerke deur onderwysers, kan die relevantheid en betekenisvolheid (van visualiserings) vir leerders verhoog word. (Hierdie soort aksies verg die toepassing van metakognisie deur onderwysers.)

Aspekte soos die progressie van visualiserings – in watter volgorde watter visualiserings gebruik word – is ook belangrik (Malaty, 2008). Geleentheid (bv. samewerking tussen leerders; take/aktiwiteite; vrae wat leerders stel; kommunisering en verdediging van idees) wat onderwysers vir leerders bied in terme van visualiserings moet versigtig beplan word.

Visualiserings alleen is nie noodwendig effektief nie, maar kan wees wanneer dit gepaardgaan met toepaslike verskynsels (soos taal) (Malaty, 2008; Ball, 1990). Phillips *et al.* (2010:87) voer aan dat visualiserings, wat 'n beter begrip ondersteun, saam met taal-ryke-onderrig geïmplementeer behoort te word. In ooreenstemming hiermee meld Arcavi (2003:227) dat daar oorweeg moet word hoe verbale inligting en visualiserings mekaar kan ondersteun. Mayer (2011:431) benadruk die twee voorafgaande outeurs se stelling deur te beklemtoon dat verbale inligting juis soms beter verstaan word wanneer dit met visualiserings gepaard gaan. Visualiserings behoort verbale inhoud aan te vul en nie te vervang nie. Verskeie bronne, soos wiskundehandboeke of -webtuistes, verduidelik konsepte in woorde en kombineer soms interaktiewe of dinamiese visualiserings daarby omdat dit konsepte verhelder en ondersteun.

Visualiserings is 'n bekende manier waarmee idees of produkte daaglik voorgestel word terwyl leerders se onderrig-leer en werklike lewe geïntegreerd en interafhanklik is. Die deurlopend tegnologiese ontwikkelings van die 21ste eeu asook die groot hoeveelheid “konstante visuele stimulasie” wat leerders ervaar vanaf rekenaars, televisie of speletjies (Rogness, 2011:1) vereis die geïntegreerde gebruik van visualiserings ook in onderrig-leer.

### **2.3.5.1 Vrae in die gebruik van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Vrae (deel van taal) is 'n belangrike aspek in onderrig-leer (sien 2.2.2.1). Enkele voorbeelde van vrae wat met visualiserings gekombineer kan word tydens die onderrig-leer van breuke sluit in (die vrae is aangepas uit Harries *et al.* (2011)):

- Wat merk jy op oor die visualiserings?
- Kan jy verduidelik hoe hierdie visualiserings vir ons wys dat ...?
- Hoekom wys hierdie visualiserings op dieselfde wiskundige idee?
- Wat is dieselfde in die verskeie visualiserings?
- Wat is verskillend in die verskeie visualiserings?

- Watter spesifieke eienskappe van die wiskundige idee kom na vore uit die visualiserings?
- Kan jy verduidelik hoe daar van die een visualisering na die volgende visualisering beweeg word?
- Watter aspekte van die struktuur van breuke word beklemtoon deur die visualiserings?

Die volgende afdeling, metakognisie, hou verband met die voorafgaande besprekings wat die idee van 'n "effektiewe praktyk" bevorder, aangesien metakognisie ook as noodsaaklik geag word vir die verbetering van, of meer effektiewe onderrig-leerpraktyke.

## 2.4 Metakognisie

Weens die diverse konseptualiserings en interpretasies van metakognisie, word enkele beskrywings in die onderstaande tabel weergegee, ter verheldering van hierdie konsep (sien 1.1.3 en 1.3.1).

**Tabel 2.3: Enkele beskrywings van metakognisie**

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Flavell (1979)                 | Die regulering en beheer van eie denke en kognitiewe prosesse.  |
| Baker en Brown (1984:4)        | Die bewustheid en beheer van individue se eie leer.   |
| Wilson (1998:694)              | Individue se bewustheid van hulle eie denke, en hulle vermoë om hulle eie denke te evalueer en te reguleer.   |
| Livingston (2003)              | Gevorderde denke wat aktiewe beheer oor die kognitiewe prosesse behels wat teenwoordig is tydens aktiwiteite soos leer.   |
| Papaleontiou-Louca (2003:12)   | Metakognisie behels alle kognitief-verwante prosesse, soos die bewustheid van individue se eie denke, en die monitering en regulering van denke.  |
| Schneider en Artelt (2010:149) | Metakognisie behels individue se kennis oor hulle eie inligtingsverwerkingsvaardighede, kennis van kognitiewe take en kennis oor strategieë in die hantering van kognitiewe take. Metakognisie verwys ook na vaardighede wat gebruik word vir die selfregulering en monitering van individue se eie kognitiewe aktiwiteite. |
| Mahdavi (2014:529, 530)        | Individue se vermoë om te weet wat hulle weet en wat hulle nie weet nie, en hoe om hierdie denke te reguleer en te beheer; die bewustheid van individue se eie leer.  |
| Millis (2016)                  | 'n Deurlopende proses van refleksie en die neem van aksies.   |

|                     |  |
|---------------------|--|
| Belaginary (2016:1) | Metakognisie behels ook die vermoë om voorkennis te gebruik vir die beplanning van 'n benadering om inligting voor te bring, gepaste metodes te identifiseer tydens probleemoplossing en refleksie van die kwaliteit van individue se denke oor 'n saak. |
|---------------------|--|

Metakognisie is kompleks en omvattend, en is nie eenvoudig en direk waarneembaar (Lai, 2011:2) of meetbaar nie. Gevolglik is dit ingewikkeld om individue (soos onderwysers) se denke te evalueer en om te bepaal tot watter mate hulle metakognitief funksioneer of tot watter mate hulle metakognisie in hulle praktyke (bv. onderrig) implementeer (Duffy *et al.*, 2009:244).

Metakognitiewe ervarings of metakognisie sal moontlik plaasvind waar individue op 'n bewuste manier dink (*conscious thinking*) (Mahdavi, 2014:530). Metakognisie kan verder deur die volgende vrae verhelder word: Hoekom het ek só gedink of hoekom het ek dít gedoen?; Hoe sal dit wees as dié aspek verander?; Watter kennis sal ek nodig hê vir hierdie taak?; Is daar 'n ander dalk beter manier hoe ek die oplossing kon kry?; Is ek nog op koers met my doelwit, het ek nie afgedwaal nie?

Metakognisie kan verder deur twee komponente van metakognisie verstaan en uitgebrei word – metakognitiewe kennis en metakognitiewe regulering. Alvorens hierdie twee komponente in die studie aangeraak is, het die navorser refleksie bestudeer, aangesien (deurlopende) refleksie 'n belangrike deel van metakognisie en elke metakognitiewe komponent is. Refleksie verbind metakognitiewe kennis en regulering asook die meegaande prosesse van elkeen (Fransman, 2014:51).

#### 2.4.1 Refleksie

Refleksie is 'n metakognitiewe vaardigheid (Colbert *et al.*, 2014:320) en kan beskou word as wanneer die prosesse en produkte van onderrig-leer in oënskou geneem word om die effektiwiteit daarvan te bepaal (White *et al.*, 2009:191). Dit behels dieper, doelbewuste denke oor ervarings en praktyke binne 'n konteks van onderrig-leer, wat ook ten doel het om die onderrig-leer te verbeter (Quintana *et al.*, 2005:238). Refleksie is boonop 'n vereiste vir effektiewe onderrig (NCTM, 2000:17). Dit bied individue, soos onderwysers, die geleentheid om te leer van en meer ingelig te wees oor onderrig-leerpraktyke, en om dit te kan verander (Seel, 2011:2792).

## 2.4.2 Metakognitiewe kennis

Metakognitiewe kennis behels verklarende kennis, prosedurele kennis en voorwaardelike kennis (Lewis, 2016:29). Hierdie kennis kan bygevoeg, hersien, aangepas of uitgewis word deur metakognitiewe ervarings (Mahdavi, 2014:530). Daar is interaksie tussen die soorte kennis en kom voor in kombinasies van dié drie (Flavell, 1979:907).

Verklarende kennis verwys na wat individue weet oor 'n onderwerp (Jacobs & Paris, 1987:259) of kennis oor kognitiewe prosesse (McCormick *et al.*, 2013:70), soos watter faktore individue se prestasies beïnvloed (Schraw, 1998:114). Prosedurele kennis behels die wete van “hoe” om 'n prosedure uit te voer of hoe om iets te doen (Jacobs & Paris, 1987:259). Voorwaardelike kennis is die begrip en bewustheid oor voorwaardes van wanneer, watter strategieë gepas is om te implementeer (Lewis, 2016:29; Jacobs & Paris, 1987:259; Schraw, 1998:114). Elk van hierdie drie metakognitiewe kenniselemente kan ook verder onderskei word volgens kennis van take, kennis van strategieë en kennis van individue (Jiang *et al.*, 2016:404).

- **Kennis van individue**

Kennis van individue se kognisie vervat alle beskouings of kennis oor hulself of van ander individue, oor hoe hulle leer of sin maak van inligting (Flavell, 1979:907). Sterkpunte en swakpunte van individue is voorbeelde hiervan (Jiang *et al.*, 2016:404). Hierdie tipe kennis speel 'n belangrike rol vir onderwysers in/vir hulle onderrig.

Onderwysers se metakognitiewe kennis oor die leerders se kennis (bv. hulle voorkennis en hoe hulle leer) speel 'n beduidende rol in die take en strategieë wat onderwysers implementeer (wat byvoorbeeld op leerders se voorkennis moet voortbou), en die maniere waarop die take aangebied en uitgevoer word. Kennis oor die leerders is nodig om take te implementeer wat vir leerders uitdagend is, maar ook nie te moeilik is dat dit vir hulle as onmoontlik voorkom nie. Kennis oor die leerders beïnvloed ook die visualiserings en -aktiwiteite wat onderwysers identifiseer en implementeer en speel 'n rol in die breuke-inhoud en idees wat onderwysers (met die inagneming van leerders se kennis) identifiseer.

Uit die bogenoemde word die interafhanklike verband tussen kennis van individue, take en strategieë ook aangedui.

- **Kennis van take**

Kennis van take of aktiwiteite is die inligting wat beskikbaar is tydens 'n kognitiewe aktiwiteit (Flavell, 1979:907). Dit sluit in kennis oor die aard van die taak en kognitiewe eise wat 'n taak stel (Livingston, 2003; Flavell, 1979:907), en lei byvoorbeeld tot kennis oor hoeveel tyd dit omtrent sal neem om 'n taak uit te voer. Hierdie kennis ondersteun individue in die bestuur en uitvoer van take.

Onderwysers se kennis of begrip oor die kognitiewe eise van take is belangrik, weereens sodat dit op 'n gepaste vlak kan wees vir die leerders wat dit sal uitvoer (met die inagneming van kennis van individue), terwyl hierdie kennis ook 'n invloed gaan hê in die (tyds)beplanning vir die les. Indien onderwysers byvoorbeeld weet dat leerders probleemoplossing met breuke as moeilik ervaar (kennis van take), maak dit hulle bewus dat hulle hiertydens versigtige fasilitering aan leerders sal moet lewer. Kennis oor take lig onderwysers ook in oor watter inligting en hulpbronne nodig sal wees om die take uit te voer, wat dit vir die onderwyser moontlik maak om beter te beplan, sodat onderrig-leerpraktyke meer effektief kan verloop.

- **Kennis van strategieë**

Kennis van strategieë behels kennis oor gepaste, beskikbare spesifieke en algemene strategieë asook watter strategieë beter werk vir sekere kognitiewe eise/take (Flavell, 1979:907). Kennis van metakognitiewe strategieë kan deur die volgende uitgebeeld word (wat ook weer die interafhanklike verband tussen kennis van individue, take en strategieë aandui):

Onderwysers weet dat breuke vir leerders reeds moeilik is, en dat hulle veral sukkel om die breuke volgens hulle groottes te vergelyk (kennis van individue en take). Daarom, en weens die feit dat die abstrakte aard daarvan die breuke-vergelykings vir leerders verder bemoeilik, implementeer die onderwysers visualiserings om die vergelykings te doen, om dit vir leerders meer konkreet te maak, wat hulle begrip dalk beter ondersteun.

Metakognitiewe kennis van strategieë kan dus verder beskryf word as die kennis en bewustheid van hoe om die kennis van individue en take aan te spreek deur gepaste aanpassings of implementerings te maak (Livingston, 2003) – soos om visualiserings (strategie) te implementeer met die vergelykings van breuke (take) wat leerders, veral in simboolvorm alleen, as moeilik ervaar.

### 2.4.3 Metakognitiewe regulering

Metakognitiewe regulering (beheer) behels beplannings-, moniterings- en evalueringsaktiwiteite (Braund, 2016:11; Jacobs & Paris, 1987:259) wat bekend staan as metakognitiewe strategieë. Refleksie verbind beplannings-, moniterings- en evalueringsaktiwiteite in 'n reguleringsproses (Fransman, 2014:51). Hierdie drie genoemde aktiwiteite is belangrik vir leerders en hulle leer, maar veral ook vir onderwysers en hulle eie onderrigpraktyke (Lewis, 2016:35).

Beplanning behels die oorwegings rondom 'n les voor die uitvoer daarvan. Dit handel oor die keuse van 'n geskikte strategie vir die spesifieke taak op hande of watter hulpmiddels gebruik gaan word, die verkryging daarvan asook die doelstelling, tydsbeplanning en die aktivering van voorkennis (Mahdavi, 2014:531). Dit kan ook vereis dat onderwysers hulle voorkennis inspan (Lai, 2011:9), moontlike struikelblokke en miskonsepte van breuke identifiseer (Dlamini, 2017:4) en onderrig daarvolgens beplan. Beplanning word gevolg deur 'n moniteringsproses (Lancaster, 2018:28) wanneer die praktyk waarvoor beplan was, uitgevoer word.

Monitering verwys na die deurlopende bewustheid van begrip en prestasies wat bereik word (Schraw, 1998:115). Onderwysers toets verskeie elemente van onderrig-leerpraktyke tydens onderrig-leer. Hulle toets onder andere i) hulself tydens die uitvoer/verloop van aktiwiteite; ii) strategieë, aktiwiteite of visualiserings wat geïmplementeer word; iii) en aksies wat uitgevoer word om te bepaal of dit effektief is en of verdere aanpassings dalk nodig is (Mahdavi, 2014:531). Deurlopende vraagstelling deur onderwysers aan hulself kan monitering ondersteun. Sulke vrae kan insluit: Verstaan die leerders die aktiwiteit?; Is die visualiserings op die bord duidelik genoeg, selfs vir leerders agter in die klas?; Is die vrae in hierdie werkskaart nie dalk dubbelsinnig en dus onduidelik vir die leerders nie?; Is hierdie term wat in die werkskaart gebruik word dalk onbekend aan sekere leerders? Hierdie soort vrae tydens onderrig-leer help onderwysers met die monitering tydens 'n les, wat hulle dan in staat stel om lesaanpassings te maak. As onderwysers byvoorbeeld besef dat 'n woord wat in 'n werkskaart gebruik word dalk vir leerders onbekend kan wees, kan hulle dadelik daaraan aandag gee om te verhoed dat leerders se verstaan en uitvoer van die werkskaart belemmer word. Die waarde van monitering word verder beklemtoon wanneer onderwysers leerders se vordering en begrip monitor tydens 'n les, en bewus word van miskonsepte wat sommige leerders handhaaf. Onderwysers behoort miskonsepte dadelik aan te spreek, sodat dit nie ophoop en groter probleme veroorsaak nie (Dlamini, 2017:4). Die bewuswording van sulke aspekte, maak dit vir onderwysers moontlik om probleme aan te spreek en te korrigeer.

Evaluering behels die beoordeling van die effektiwiteit van individue en onderrig-leerpraktyke, aktiwiteite of leerprosesse (Schraw, 1998:115; Fransman, 2014:54), die progressie/vordering van die voltooiing van take (Livingston, 2003) of beoordeling van eie begrip (Jacobs & Paris, 1987:259). Evaluering is 'n belangrike aspek in onderrig-leer wat onderwysers behoort te onderneem, sodat minder effektiewe elemente geïdentifiseer kan word en aangespreek en verbeter kan word. Vraagstelling kan weereens 'n ondersteunende rol speel in evaluering. Voorbeelde van hierdie soort vrae sluit in: Was die geïmplementeerde visualiserings of strategieë effektief?; Het die leerders hierdie aktiwiteit effektief individueel uitgevoer of sou dit meer effektief kon plaasvind in groepsverband? Hierdie vrae stel onderwysers in staat om doelwitte te optimaliseer, gevolgtrekkings te maak, beter aanpassings te implementeer vir toekomstige lesse en om nuttige inligting te versamel.

#### **2.4.4 Metakognisie en wiskunde-onderrig**

Metakognisie kan 'n beduidende rol in verskillende aspekte van wiskunde-onderrig speel – in die kwaliteit van wiskunde-onderrig en die uitdagings wat dit bied. Onderwysers neem gereeld besluite, voer diverse take en aksies uit, en maak verskeie oorwegings rondom wiskunde-onderrig. Metakognisie help onderwysers om hulle onderrigpraktyke te beheer, dit te belyn met die onderrigdoelwitte en ondersteun die beplanning, monitering en evaluering van onderwysers se denke, onderrigpraktyke en aksies (sien Figuur 1.1) (Rahman *et al.*, 2010:219).

Onderwysers wat metakognisie optimaal in wiskunde-onderrig implementeer, trek voordeel daaruit vir hulle leerders. Die doelbewuste implementering van metakognitiewe strategieë in die wiskundekurrikulum kan daartoe lei dat leerders verbande vestig, inhoud dieper ondersoek, inhoud met hulle werklike lewenservarings verbind, hulle begrip van inhoud evalueer en hulle vordering deurlopend monitor en aanpas (Okoza & Aluede, 2013:66).

Metakognisie (die bewustheid, regulering en kennis aangaande kognitiewe praktyke) is noodsaaklik vir die beplanning, evaluering en hersiening van onderwysers se eie onderrig of vir die regulering van hulle eie leer (Lewis, 2016:81). Hieruit kan verstaan word dat metakognisie tydens verskillende fases van onderrig (voor, tydens en ná onderrig) betrokke is. Lee *et al.*, (2010:297) noem dat lesbeplanning 'n belangrike komponent van wiskunde-onderrig is wat deur onderwysermetakognisie beïnvloed word. Verder word dit vanuit die literatuur voorgestel dat effektiewe onderwysers hulle denke reguleer soos hulle onderrig (Duffy *et al.*, 2009:247).

Die laasgenoemde outeurs het saamgevat uit 'n studie van Seth Arthur Parsons wat in 2008 gedoen is, dat onderwysers se metakognitiewe denke moontlik verwant is aan die soort onderrig wat hulle implementeer. Hulle noem verder dat wanneer onderwysers uitdagende take implementeer, hulle hul onderrig aanpas op meer doeltreffende maniere as wanneer hulle eenvoudig net geslote take implementeer. Die gevolgtrekking is dus gemaak dat gewone onderrig verskil van metakognitiewe onderrig.

Die onderstaande punte is enkele aspekte van onderrig wat tydens verskillende fases van onderrig teenwoordig kan wees waartydens onderwysers se metakognisie 'n rol kan speel. Die punte is saamgestel uit Lewis (2016), Price (2016), Lester (2013) en Duffy *et al.* (2009):

- Onderwysers behoort leerders se individuele behoeftes en verskille te akkommodeer (Duffy *et al.*, 2009:241). Spesiale oorwegings en aanpassings deur onderwysers en hulle onderrig word hiervoor vereis.
- Metakognisie is betrokke vir oorwegings wat onderwysers moet maak aangaande strategieë soos watter, hoe, wanneer en hoekom sekere strategieë tydens onderrig-leer geïmplementeer moet word (Price, 2016; Lewis, 2016:81).
- Onderwysers behoort metakognisie te implementeer en metakognitief op te tree tydens steierwerk waartydens onderwysers opvolgvrae vra, verduidelik, verder uitbrei en sekere leidrade verskaf om die verskillende leerders effektief te ondersteun (*scaffolding* is wanneer onderwysers hulle ondersteuning aan leerders geleidelik verminder soos hulle dit gepas vind) (Duffy *et al.*, 2009:246). Daar word aanvaar dat steierwerk 'n metakognitiewe praktyk is omdat dit van onderwysers vereis om hulle kennis te reguleer en te beheer om te besluit wanneer en hoe om dit uit te voer.
- Met die voorafbeplanning van, en monitoring tydens lesse behoort onderwysers bewus te wees van wanneer leerders take as té kompleks ervaar en die prosedures wat leerders moontlik sal kan implementeer wanneer só 'n situasie ontstaan (Lewis, 2016:79). Om bewus te wees van, en om refleksie toe te pas tydens die evaluering van lesse, ondersteun onderwysers die aanpassing en ontwikkeling van metodes, inhoud en aktiwiteite, sodat dit verbeter kan word vir toekomstige lesse (Lewis, 2016:79).
- Onderwysers identifiseer of ontwerp en bied betekenisvolle, gepaste aktiwiteite wat op 'n voldoende uitdagende vlak is (beplanning); hulle monitor leerders – hulle begrip, wat hulle bedoel, sê en doen en neem daarvolgens die nodige stappe en maak sekere aanpassings; onderwysers observeer, monitor en is bewus van die metodes wat

leerders toepas tydens aktiwiteite soos probleemoplossing; en onderwysers sê of vra vrae, wanneer en soos nodig (Lester, 2013:262).

Die bespreking hierbo dui aan dat metakognisie 'n noodsaaklike deel van wiskunde-onderrig uitmaak. Gevolglik is onderwysers se metakognisie en hulle metakognitiewe praktyke in wiskunde-onderrig van belang, en word volgende bespreek.

#### **2.4.5 Metakognitiewe onderrig en onderwysermetakognisie**

Metakognitiewe onderrig (om met metakognisie te onderrig) kan i) die doeltreffendheid van onderrig optimaliseer en tot meer effektiewe resultate lei (Jiang *et al.*, 2016:404); ii) die wiskundepraktyk en die onderrig-leer van wiskunde ontwikkel en verbeter (Lewis, 2016:81); en iii) tot beter wiskundeprestasies bydra (Baten *et al.*, 2017:615) (sien 1.7.4.1). Onderwysers se bewustheid van en beheer oor hulle eie kognitiewe aktiwiteite is noodsaaklik vir metakognitiewe onderrig om te geskied (Crossland, 2015:14).

Onderwysers wat metakognitief funksioneer en metakognisie in en op hulle onderrig implementeer, kan beide hulle onderrig en hulle leerders se leer bevoordeel. Onderwysers se metakognisie word as 'n beduidende faktor erken in die kwaliteit van die onderrig wat hulle lewer (Jiang *et al.*, 2016:411). Bykomend blyk dit dat studies oor effektiewe onderwysers voorstel dat hulle metakognitief funksioneer (Duffy *et al.*, 2009:244).

Onderwysers se metakognisie (onderwysermetakognisie) is verwant aan die vlak van selfbewustheid oor hulle eie denke, aksies en praktyke en die regulering daarvan in hulle onderrigpraktyke (Jiang *et al.*, 2016:411). Onderwysermetakognisie behels 'n bewuste besef oor die bestaan van dieper denke wat onderwysers motiveer en beïnvloed om hulle eie of ander se leer binne sekere omgewings te reguleer (Prytula, 2012:118). Mahdavi (2014:530) verduidelik om *metakognitief* te wees, as individue wat self terugstaan en kyk wat hulle self doen asof hulle iemand anders is wat die aksies en optredes waarneem.

Metakognitiewe funksionering en metakognitiewe onderrig deur onderwysers vind nie natuurlik plaas nie (Mahdavi, 2014:530). Metakognitiewe funksionering en metakognitiewe onderrig kan deur bewustelike en doelbewuste besluitneming en eksplisiete insette, oefening of onderrig ontwikkel word (Desoete & Ozsoy, 2009:2; Duffy *et al.*, 2009:240). Onderwysers sal dus die besluit moet neem om metakognitief te funksioneer en te onderrig, metakognisie doelbewus in hulle praktyke implementeer en hulle kognitiewe aktiwiteite daarvolgens beheer. Duffy *et al.* (2009:243) noem verder dat onderwysers se metakognitiewe praktyke of funksionering situasie-afhanklik is en word beïnvloed deur, of hang af van aspekte soos onderwysers se unieke

beroepsvlak, die betrokke leerders en diverse kontekste en omgewings. Aspekte soos hierdie sal dus 'n invloed hê op die mate waartoe metakognisie deur onderwysers geïmplementeer word.

Fundamenteel tot die aard van metakognisie is dat dit 'n deurlopende siklus of proses is (Millis, 2016). Indien onderwysers besluit om doelbewus metakognitief te funksioneer, gaan hulle nie net eenmalig oor hulle kennis nadink of reflekteer op hulle aksies en praktyk nie. Hierdie is eerder 'n deurlopende proses waarin onderwysers (bv. deur die loop van 'n dag of voor, tydens en ná elke les) 'n hoë vlak van bewustheid behoort te handhaaf oor hulle denke, kennis, aksies en praktyk, en reflektief daaroor te wees.

## **2.5 Visualiserings en metakognisie**

Navorsing oor visualiserings en metakognisie as 'n kombinasie blyk skaars te wees, en meer navorsing hieroor word aangemoedig (sien Figuur 1.1) (Locatelli *et al.*, 2010:75, Gilbert, 2005:9). Metakognisie en die konstruering en/of implementering van effektiewe visualiserings is albei kernkognitiewe vaardighede in die onderrig-leer van wiskunde (Stewart & Hadley, 2014:26), wat nodig is vir die optimale uitvoer van verskeie kognitiewe praktyke.

Metakognisie is in die visualiseringsproses betrokke en beide metakognisie en visualiserings het 'n invloed op mekaar (2.3.1). Metakognisie word toegepas om visualiserings oor 'n konsep te konstrueer en daarmee te werk terwyl die konstruering van visualiserings ook individuele metakognisie beïnvloed.

### **2.5.1 Metakognisie en visualiserings met betrekking tot breuke in wiskunde**

Visualiserings behoort deurlopend gemonitor en gereguleer (deel van metakognisie) te word (Locatelli *et al.*, 2010:80) om die vorming van meer akkurate idees en kennisstrukture te ondersteun (Locatelli *et al.*, 2010:81). Soortgelyk stel Gilbert (2005:9) voor dat leerders “metakognitief moet word ten opsigte van visualisering[s]”. Hierdie stelling kan ook toegepas word op onderwysers veral omdat onderwysers self lewenslange leerders behoort te wees (Dhaliwal, 2015:259). Metakognisie word dus geïntegreer met en toegepas tydens die visualiseringsproses. Die beskrywing dui aan hoe metakognisie visualiserings ondersteun en verbeter. Dié verband kan verwys na *metavisualisering* (Gilbert, 2005:15). Die ontwikkeling van metavisualisering kan lei tot die bewuste monitering van watter visualiserings betrokke is, watter visualiserings geleer word en hoe om die visualiserings te vestig en weer te ontsluit (Gilbert, 2005:15). In hierdie studie verwys metavisualisering na metakognisie wat toegepas word op visualiserings ten gunste van die bevordering van beter visualiserings.

Visualiserings kan dus ook individue se metakognisie beïnvloed. Dit beteken dat visualiserings 'n rol speel in aspekte van metakognisie, soos metakognitiewe kennis of metakognitiewe regulering. Visualiserings is al in onderrig-leersituasies gebruik om metakognisie en denke te ondersteun en om kognisie aan te vul (Wang & Jacobson, 2011:1). Individue se bewustheid oor hulle eie kognitiewe voorstellings (metakognisie) kan bevorder word wanneer hulle visualiserings konstrueer (visualiseer) (Wang & Jacobson, 2011:1). Wanneer individue visualiserings konstrueer, kan hulle besef oor watter kennis hulle beskik en watter kennis hulle ontbreek (metakognisie).

Dit is verseker 'n uitdaging om in die 21ste eeu die toenemende hoeveelheid kennis in te neem, te verwerk, sin te maak daaruit en te verbind aan ander idees. Visualiserings ondersteun die akkommodasie- en assimilasieprosesse waar bestaande kennis aangepas of nuwe kennis by bestaande kennis gevoeg word (Wang & Jacobson, 2011:1).

## **2.6 Samevatting**

In Hoofstuk 2 is wiskunde, breuke, visualiserings en metakognisie met die meegaande elemente bespreek. Vanuit hierdie hoofstuk is dit duidelik dat visualiserings en metakognisie beide 'n belangrike rol in die onderrig-leer van wiskunde speel, breuke ingesluit. In Hoofstuk 3 word die navorsingsontwerp beskryf wat in die studie gebruik is.

## **HOOFSTUK 3: NAVORSINGSONTWERP**

### **3.1 Inleiding**

In Hoofstuk 2 word visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van wiskunde en meegaande elemente aan die hand van literatuur bespreek.

In Hoofstuk 3 word die navorsingsontwerp wat in die studie gebruik is – 'n plan vir die uitvoer van navorsing (Creswell, 2009:5) – uiteengesit. Die navorsingsontwerp sluit in: die navorsingsparadigma of filosofiese raamwerk; die navorsingsmetode; die deelnemers aan die studie; data-insameling; die data-analise; etiese oorwegings; en die betroubaarheid van die studie.

### **3.2 Navorsingsontwerp**

#### **3.2.1 Navorsingsparadigma of filosofiese raamwerk**

'n Navorsingsparadigma is 'n wêreldsiening wat gevorm word deur sekere aannames en oortuigings met betrekking tot basiese aspekte van die werklikheid (Nieuwenhuis, 2016b:52). 'n Navorsingsparadigma verduidelik hoe of waarvolgens navorsers na die werklikheid kyk en hoe hulle sin maak daaruit. Hierdie studie is vanuit 'n interpretivistiese navorsingsparadigma (sien 1.9.1) benader en is ook sosiaal-konstruktivisties van aard (sien 1.8).

Volgens 'n sosiaal-konstruktivistiese beskouing konstrueer individue self betekenis vanuit hulle werklikheid met sosiale faktore (soos die sosiale omgewings en sosiale interaksies) wat 'n invloed daarop het. Die werklikheid is dus nie objektief nie, maar word subjektief gekonstrueer (Nieuwenhuis, 2016b:60). Die navorser was persoonlik betrokke in die navorsingsproses in 'n poging om uiteindelik die twee navorsingsvrae te kon beantwoord en die navorsingsdoelwitte te bereik, wat 'n subjektiewe aard tot die studie gevoeg het. Daar is sin gemaak van die ingesamelde data deur die interpretering daarvan. Dít wat die navorser ervaar, gesien en gehoor het tydens die leswaarnemings, die data verkry vanuit die video-opnames en semi-gestruktureerde onderhoude, vorige ervarings en kennis, het hierdie interpretasies beïnvloed. In die onderhawige studie het die navorser eerstens gepoog om die metakognisie en visualiserings te beskryf wat wiskunde-onderwysers tydens die onderrig-leer van breuke implementeer. Die navorser wou tweedens verder sin maak van die rol wat metakognisie in die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke speel.

### 3.2.2 Navorsingsmetode

Hierdie studie is vanuit 'n kwalitatiewe navorsingsbenadering onderneem (sien 1.9.2). Kwalitatiewe navorsing maak gebruik van linguistieke en visuele data (bv. prente, modelle en foto's) eerder as net numeriese data (syfers), en fokus op situasies of verskynsels in 'n natuurlike konteks (Nieuwenhuis, 2016b:53). In kwalitatiewe navorsing word gepoog om 'n geheelbeeld te skep van 'n situasie of verskynsel wat ondersoek word deur die verstaan en aanbod van die ervarings en aksies wat in 'n konteks plaasvind en deur individue ondervind word (Nieuwenhuis & Smit, 2012:126).

'n Kwalitatiewe navorsingsbenadering het die navorser in staat gestel om i) te beskryf hoe en watter visualiserings en metakognisie die wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïmplementeer het, en ii) die rol van metakognisie in die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke te kon beskryf en te probeer verstaan (binne 'n natuurlike konteks). Kwalitatiewe navorsingsbenaderings poog om te beskryf en te verstaan, eerder as om te verduidelik (Fouché & Schurink, 2011:308).

### 3.2.3 Deelnemers aan die studie

Al die laerskool wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase in twee provinsies van Suid-Afrika het die populasie van hierdie studie verteenwoordig. 'n Steekproef (deelnemers aan 'n studie) is 'n subgroep van 'n populasie (Creswell, 2012:142; sien 1.9.3). 'n Doelbewuste steekproefneming (sien 1.9.3.1) is geïmplementeer om 'n hanteerbare hoeveelheid deelnemers (N=4; wiskunde-onderwysers) te identifiseer, wat moontlik geskikte data sou lewer ooreenkomstig die navorsingsdoelwitte en -vrae van hierdie studie, en wat 'n dieper ondersoek van die navorsingsonderwerp moontlik kon maak. Aangesien die navorser redelik bekend is met die areas waarin albei skole geleë is, is 'n gerieflikheidssteekproef ook geïmplementeer (sien 1.9.3.1).

Vier wiskunde-onderwysers by twee staatskole (Skool A en Skool B) het aan hierdie studie deelgeneem. Die navorser het besluit om op laerskool wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase te fokus, aangesien daar in die literatuur melding gemaak word dat die onderrig van breuke in hierdie fase 'n struikelblok is (Le Roux, 2013:38). 'n Meer omvattende ondersoek is na visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke uitgevoer omdat die steekproef uit 'n klein groepie wiskunde-onderwysers bestaan het.

In die onderstaande tabel word die inligting oor die deelnemers aangebied:

Tabel 3.1: Profiel van die deelnemers

| Deelnemer  | Jare ervaring | Opleiding   | Graad waarin onderwyser onderrig | Geslag  | Taal en ras demo-grafie |
|--|---------------|---|----------------------------------|---------|-------------------------|
| <b><u>Skool A:</u></b><br><b>Onderwyser 1 (J1)</b> | 7 jaar        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Noordwes-Universiteit (Potchefstroom): BEd Grondslagfase, 2007-2011</li> </ul>   | Graad 4                          | Vroulik | Afrikaans, blank        |
| <b><u>Skool A:</u></b><br><b>Onderwyser 2 (J2)</b> | 18 jaar       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys (Potchefstroom): Hoër Onderwysdiploma (HOD), 1990-1994</li> </ul>   | Graad 4                          | Vroulik | Afrikaans, blank        |
| <b><u>Skool B:</u></b><br><b>Onderwyser 3 (J3)</b> | 20 jaar       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Perseverance Teachers College (Kimberley, Noordkaap): drie jaar Hoër Onderwysdiploma, 1995-1997</li> <li>Amalgamated Onderwyskollege (Kimberley): Hoër Onderwysdiploma (HOD), 1999</li> <li>Noordwes-Universiteit (Potchefstroom): BedHons, 2000-2002</li> </ul> | Graad 4                          | Vroulik | Afrikaans, bruin        |
| <b><u>Skool B:</u></b><br><b>Onderwyser 4 (J4)</b> | 5 jaar        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Noordwes-Universiteit (Potchefstroom): BA Kommunikasie, 2009-2012</li> <li>Noordwes-Universiteit (Potchefstroom): NGOS, 2013-2014</li> <li>UNISA: HONS (Bedryfsielkunde), 2017-2018</li> </ul>   | Graad 5                          | Vroulik | Afrikaans, blank        |

Die onderwysers het die bogenoemde inligting met betrekking tot hulle jare ervaring, hulle opleiding en kulturele agtergrond aan die navorser verskaf.

Twee van die deelnemers (J1 en J2) is werksaam by 'n stedelike skool in Noordwes (Skool A), en die ander twee deelnemers (J3 en J4) werk by 'n landelike skool in die Noordkaap (Skool B). Dit was elke keer die geval dat een van die twee onderwysers by 'n skool meer ervare (tien jaar en meer ervaring) (Skool A: J2; Skool B: J3) was, en die ander onderwyser minder ervare was (een tot sewe jaar ervaring) (Skool A: J1; Skool B: J4). Daar is oorspronklik beplan dat twee manlike en twee vroulike deelnemers in die studie betrek sou word, maar dit het nie só gerealiseer nie. Al vier deelnemers was vroulik, aangesien i) hulle die wiskunde-onderwysers by die skool is wat wiskunde in die intermediêre fase onderrig (onderwysers werksaam in hierdie fase is oorwegend vroulik); ii) daar toestemming verleen is om hierdie wiskunde-onderwysers te nader; en iii) hierdie wiskunde-onderwysers bereid was om vrywillig aan die studie deel te neem. Die grade waarin die data ingesamel is waar Onderwysers J1, J2 en J3 onderrig, is Graad 4, en Onderwyser J4 is betrokke by Graad 5. Beide Grade 4 en 5 vorm deel van die intermediêre fase. Onderwysers J1, J2 en J3 se opleiding is gesentreer rondom onderwys terwyl Onderwyser J4 eers BA Kommunikasie gestudeer het waarna sy NGOS gedoen het. Alhoewel Onderwyser J1 tans wiskunde in die intermediêre fase onderrig, was haar opleiding vir die Grondslagfase. In vergelyking met Onderwysers J2 en J3 – wat albei opleiding ontvang het in die 1990s – is Onderwyser J1 se opleiding (2007-2011) meer onlangs. Onderwyser J4 se NGOS (2013-2014) was die mees onlangse opleiding ten opsigte van onderwys.

Albei die skole (Skool A en Skool B) en die wiskunde-onderwysers by hierdie skole was bereid om deel te neem aan hierdie studie. Hierdie studie fokus op wiskunde-onderwysers en hulle praktyke rondom metakognisie en visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Elke wiskunde-onderwyser is uniek; daarom beskik elkeen oor bepaalde kennis, oortuigings en onderrigbenaderings wat hulle aangeneem het en implementeer. Die skole se finansiële status en ligging, soos die onderwysers of leerders se kulturele agtergrond, was nie bepalende faktore vir die visualiserings en metakognisie wat onderwysers implementeer nie. 'n Wiskunde-onderwyser by 'n welgestelde skool kan, byvoorbeeld, meer tradisionele onderrigpraktyke implementeer waar net somme aan leerders gegee word om te oefen en formules gevolg word terwyl 'n ander wiskunde-onderwyser in 'n ekonomies swakker skool dalk eenvoudige hulpmiddels soos leë houers wat hulle buite optel integreer in die onderrig van breuke of andersom.

Die navorser het ter wille van diversiteit, skole ingesluit in beide 'n landelike en stedelike gebied in twee verskillende provinsies (Noordwes en Noordkaap) met verskillende onderrig-

leermediums (Noordwes, Skool A – Afrikaans; Noordkaap, Skool B – Engels). Die twee Afrikaanse onderwysers (J1 en J2) in die Noordwes onderrig Afrikaanse leerders in Afrikaans. Onderwyser J3 en J4 is albei Afrikaanssprekend wat oorwegend vir Tswanasprekende leerders in Engels onderrig. Die vier onderwysers bied dus diversiteit ten opsigte van hulle kultuur, ervaring en opleiding. Vervolgens word 'n kort beskrywing van die twee skole in tabelvorm aangebied om meer agtergrond te bied oor die onderrig-leeromgewings van die twee skole waarin die wiskunde-onderwysers onderrig, en waar die data ingesamel is.

**Tabel 3.2: Profiel van die skole**

| <b>Skool</b>   | <b>Landelike of stedelike skool</b>  | <b>Provinsie</b> | <b>Onderrigtaal van die skool</b> | <b>Totale aantal leerders in die skool</b> |
|----------------|--|------------------|-----------------------------------|--|
| <b>Skool A</b> | Stedelik   | Noordwes         | Afrikaans                         | 798  |
| <b>Skool B</b> | Landelik<br><br>As gevolg van die ligging, word dié skool as 'n plaasskool beskou (die skool is buite die dorp geleë). Die skool is egter in 'n meer landelike area geleë. | Noordkaap        | Engels                            | 686  |

Beide skole (Skool A en Skool B) is staatskole. Dié twee skole se taalbeleid verskil van mekaar. Die taal van onderrig in Skool A is Afrikaans terwyl dit Engels in Skool B is. Die leerders in Skool A is oorwegend Afrikaanse blanke leerders, en in Skool B oorwegend Tswanasprekende nie-blanke leerders. Die meeste leerders, indien nie almal nie, bly in dieselfde dorp waarin Skool A geleë is. Dit is nie die geval by Skool B nie. Van die leerders in Skool B bly in ander gebiede as die skool, wat oorwegend ver van die skool af is. Sommige leerders bly tussen 20 km en 30 km van die skool af. Dit beteken dat hulle langer neem om na die skool te reis. Volgens die getalle wat deur die twee skole verskaf is, is daar in totaal 112 leerders meer in Skool A (798 leerders) as in Skool B (686 leerders).

### 3.2.4 Data-insameling

'n Ondersoekende en beskrywende kwalitatiewe benadering is in hierdie studie geïmplementeer (sien 1.9.2.2) waarin vier intermediêre fase wiskunde-onderwysers betrek is. In kwalitatiewe navorsing word verskeie data-insamelingsmetodes geïmplementeer vir ryk data, beter begrip en 'n beter geheelbeeld van die navorsingsonderwerp of -fenomeen (Nieuwenhuis & Smit, 2012:126) (sien 1.9.4).

Waarnemings en veldnotas, semi-gestruktureerde onderhoude en video-opnames is as data-insamelingsmetodes in die onderhawige studie geïmplementeer (sien 1.9.4.1-1.9.4.3). Binne hierdie ondersoekende en beskrywende kwalitatiewe studie was dit dus moontlik om data tydens werklike lesaanbiedings van breuke in die intermediêre fase op verskeie maniere in te samel. Tydens die identifisering van die data-insamelingsmetodes vir hierdie studie, het die navorser die navorsingsvrae en -doelwitte in ag geneem. Die oorhoofse doel van die implementering van die verskeie data-insamelingsmetodes was om die navorser in staat te stel om ryk, beskrywende data te verkry, om uiteindelik die implementering van visualiserings en metakognisie beter te kon beskryf, 'n beter geheelbeeld daaroor te kon kry, en om die rol van metakognisie op die implementering van visualiserings beter te kon verstaan en beskryf.

In die volgende onderstaande tabel word die doel van die verskeie data-insamelingsmetodes van die onderhawige studie bespreek:

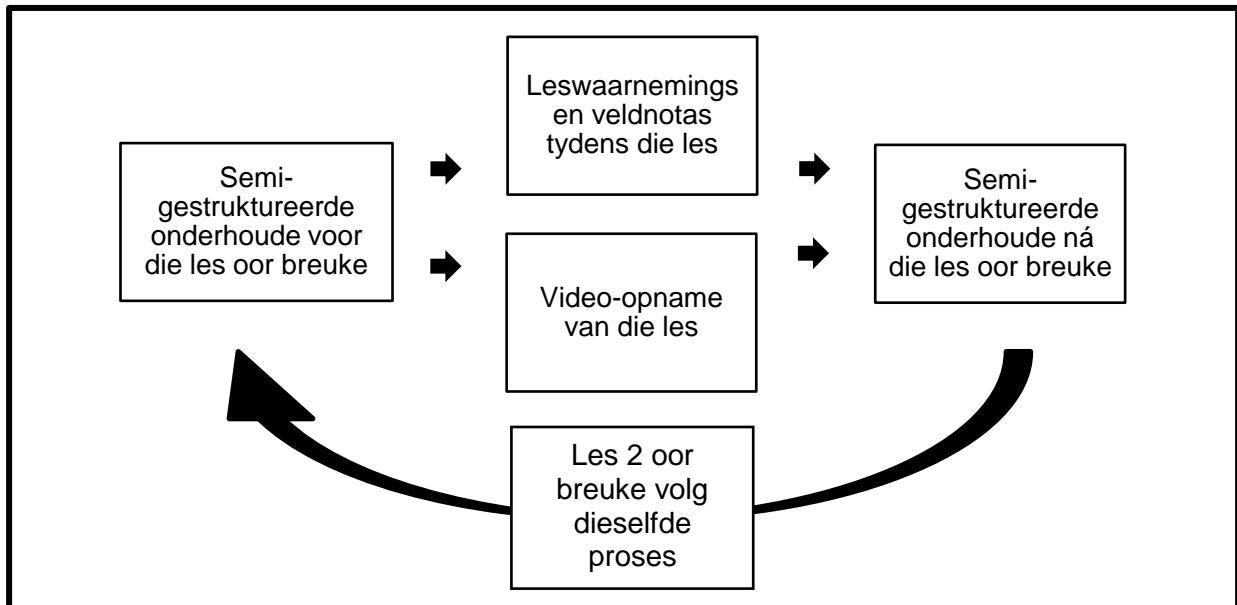
**Tabel 3.3: 'n Opsomming van die doel van elke data-insamelingsmetode**

| <b>Data-insamelings-<br/>metode</b>                        | <b>Die doel van die data-insamelingsmetode</b>   |
|--|--|
| Semi-gestruktureerde individuele onderhoude (sien 1.9.4.1) | Die semi-gestruktureerde onderhoude met die wiskunde-onderwysers het plaasgevind om meer inligting te verkry oor aspekte rondom die implementering van visualiserings en hulle metakognisie verbonde aan die onderrig van breuke. Hierdie onderhoude was nuttig, aangesien die navorser vooraf enkele spesifieke aspekte/vrae ten opsigte van die onderhawige studie kon identifiseer, wat die insamelingsproses meer kon fokus (Rabionet, 2011:564). Dit help ook dat daar nie afgedwaal is na irrelevante areas tydens die data-insamelingmetode nie. Antwoorde op die vrae kon ook die metakognisie wat betrokke was moontlik reflekteer. Semi-gestruktureerde onderhoude maak een-tot-een interaksies moontlik, wat beteken het dat die navorser bykomende ontluikende vrae kon vra indien nodig (Doody & Noonan, 2013). Só kon die navorser meer te wete kom oor die hoe en watter visualiserings en metakognisie wiskunde-onderwysers implementeer tydens die onderrig-leer van breuke.                            |
| Video-opnames van die lesse (sien 1.9.4.2)                 | Die navorser het gepoog om die navorsingsonderwerp van die onderhawige studie beter te begryp deur video-opnames van die agt lesse te maak (Creswell, 2012:224). Die doel van die video-opnames was om akkurate weergawes van die lesse oor breuke te bekom, sodat die navorser na die data kon teruggaan en soveel keer nodig weer daarna kyk. Onderrig-leer soos dit gewoonlik en natuurlik tydens die lesse plaasvind, kon uitgevoer en vasgevang word sonder oordadige inmenging deur die navorser. Die data is ingesamel; binne konteks ondersoek en verstaan (Jewitt, 2012:2, 8). Die werklike verloop van die les kon dalk te vinnig gewees het, wat kon beteken dat die navorser aspekte miskyk en/of vergeet. Video-opnames kan soms veldnotas aanvul en dra dus by tot 'n akkurate interpretasie van die data. Deur die data deeglik te bestudeer, kon die navorser meer te wete kom oor die rol wat visualiserings in die implementering van metakognisie, en andersom, tydens die onderrig van breuke speel. |

|  |   |
|--|---|
| Leswaarnemings en veldnotas (sien 1.9.4.3) | Veldnotas kan i) aanvullend wees tot ander data, byvoorbeeld data vanuit semi-gestruktureerde onderhoude, dit kan data moontlik ondersteun of dalk weerspreek, en ii) kan help om later sin te maak van navorsingsomgewings en gebeure (Ary <i>et al.</i> , 2010:435). Hierdie data-insamelingsmetode het die navorser toegelaat om die lesse by te woon en dit waar te neem tydens die werklike lesaanbiedings. Die werklike gebeure en interaksies tydens die lesse kon die navorser van nuwe, unieke of waardevolle idees en aspekte bewus maak, wat dalk nie andersins sonder hierdie gebeure/interaksies by die navorser sou ontstaan het nie. Dit is ook veral só, aangesien die navorser hierdie lesse waargeneem het teen die agtergrond van die literatuurstudie wat gedoen is. Die dadelike neerskryf (maak van veldnotas) van sulke idees/aspekte in verband met die implementering van visualiserings en metakognisie, het help voorkom dat moontlike waardevolle inligting verlore gaan omdat die navorser dalk inligting kon vergeet. |
|--|---|

Die data-insamelingsproses by albei skole het in die tweede kwartaal van 2018 plaasgevind.

In die onderstaande figuur word 'n uiteensetting van die verloop van die data-insamelingsproses wat in die studie gevolg is aangebied:



**Figuur 3.1: Die verloop van die data-insamelingsproses**

Die data-insamelingsproses het begin met die een-tot-een semi-gestruktureerde onderhoude, wat voor die les plaasgevind het (sien Bylaag 9). Die vrae wat voor die les gevra is, was belangrik, aangesien dit die beplanning vir die les deur die onderwyser kon openbaar (beplanning as metakognitiewe strategie, sien 5.3). Hierdie een-tot-een semi-gestruktureerde onderhoude is gevoer voor elke les op 'n tyd en plek wat vir elke onderwyser gerieflik was. Met die nodige toestemming, is al die semi-gestruktureerde onderhoude elektronies opgeneem, wat tyd gespaar het en akkurate transkripsies moontlik gemaak het. Aangesien dit 'n onderhoud was, en nie byvoorbeeld 'n vraelys waar onderwysers dit op hulle eie kon beantwoord nie, het die navorser elke onderwyser gerus gestel dat hulle hul tyd kon neem en eers kon nadink voordat hulle antwoord. Die navorser het elke onderwyser verder gerus gestel dat daar nie 'n regte of verkeerde antwoord was nie en dat hulle op hulle gemak kon wees.

Die semi-gestruktureerde onderhoudsvrae verskyn in Bylaag 9. Hierdie vrae het gehandel oor die onderwysers se persepsies en beplanning oor visualiserings wat hulle in lesse sou implementeer.

Ná die eerste onderhoude, is daar video-opnames gemaak van die eerste les oor breuke van elke onderwyser terwyl die navorser ook hierdie lesse waargeneem en veldnotas gemaak het. Die leswaarnemings en veldnotas is uitgevoer deur die loop van die lesse volgens die riglyne verskaf in Tabel 3.4. Hierdie tabel was 'n nuttige riglyn vir die navorser met die skep van die veldnotas. Hierdie riglyne het die navorser gehelp om gefokus te bly op relevante inligting en gebeure tydens die les, sodat die navorser nie afgedwaal en gefokus het op ander irrelevante inligting nie. Die uiteensetting van die tabel het ook bygedra dat die data op 'n meer georganiseerde manier ingesamel kon word, wat weer later die analisering van die data vergemaklik het. Die video-opnames van die lesse was waardevol omdat dit vir die navorser moontlik was om later weer na die lesse te kon kyk. Hierdie proses het dit vir die navorser moontlik gemaak om nie van waardevolle inligting te vergeet nie en die video-opnames het gelei tot 'n beter verstaan van die veldnotas.

Tabel 3.4 is slegs 'n voorstelling en verteenwoordig nie die werklike grootte van die tabel nie. Hierdie tabel was vir die data-insamelingsproses op 'n A4-grootte bladsy gedruk, sodat daar voldoende spasie was vir die veldnotas. Daar was genoeg kopieë van hierdie tabel saamgeneem vir die data-insameling tydens elke les. Genoeg spasie is belangrik, aangesien veldnotas genoeg detail moet bevat, sodat navorsers later hierdie inligting kan verstaan en die gebeure akkuraat kan weergee (Hatch, 2002:82). Laasgenoemde was 'n belangrike aspek wat die navorser voor en tydens die data-insamelingsproses in gedagte gehou het. Die veldnotas in tabelvorm is later in dokumentformaat oorgetik sodat elke reël genommer kon word en verwysings daarna vir Hoofstuk 4 en 5 meer presies kon wees.

**Tabel 3.4: Riglyne vir die maak van veldnotas tydens die leswaarnemings**

| Visualiserings en toerusting en/of materiale/hulpbronne | Visualiseringsaktiwiteite en beskrywings of verduidelikings van die visualiseringsaktiwiteite | Verdere kommentaar/opmerkings |
|---|---|-------------------------------|
|---|---|-------------------------------|

Daar is so gou moontlik ná elke onderwyser se eerste les (dieselfde dag of die volgende dag) 'n opvolg een-tot-een semi-gestruktureerde individuele onderhoud met elke onderwyser gevoer (sien Bylaag 9). Hierdie vrae het van die wiskunde-onderwysers vereis om te reflekteer oor die les ten opsigte van visualiserings, metakognisie en meegaande aspekte. Die vrae ná die les het inligting oor die onderwysers se geïmplementeerde metakognisie openbaar. Dit was nodig dat die semi-gestruktureerde onderhoude spoedig na elke les plaasvind, aangesien gebeure en praktyke wat in die les uitgevoer is of plaasgevind het, nog vars in elke onderwyser se geheue was. Dit het ook tot gevolg gehad dat die wiskunde-onderwysers beter sou kon verduidelik of

uitbrei indien dit nodig sou wees en bevestig dat die navorser se weergawe en interpretasies 'n korrekte weergawe van die gebeure was.

Hierna is die bogenoemde proses weer herhaal met die tweede les. Voor die tweede les is 'n semi-gestruktureerde individuele onderhoud weer met elk van die onderwysers gevoer waartydens dieselfde vrae as voor die les weer gevra is (sien Bylaag 9). Daarna is daar weer 'n video-opname van die tweede les oor breuke van elke onderwyser gemaak terwyl die navorser ook elk van hierdie lesse waargeneem en veldnotas gemaak het waarna daar weer so gou moontlik ná hierdie les, 'n een-tot-een semi-gestruktureerde onderhoud met elk van die onderwysers gevoer is. Dieselfde onderhoudsvrae is elke keer gebruik.

Die semi-gestruktureerde vrae het soms verduidelikings of uitbreidings van die wiskunde-onderwysers vereis. Meer inligting is dus ingewin oor die visualiserings en metakognisie wat tydens die onderrig van breuke geïmplementeer is. Hierdie uiteengesette vrae vir die semi-gestruktureerde onderhoude was ook 'n riglyn vir die navorser om te verseker dat die wiskunde-onderwysers se response relevant gebly het tot die huidige studie se navorsingsdoelwitte en -vrae. Die navorser kon ook i) meer uitbreidingsvrae (*emerging questions*) vra, wat kon ontstaan op grond van die wiskunde-onderwyser se antwoorde op die vooropgestelde vrae van die semi-gestruktureerde onderhoude; en ii) bevestigende vrae is gevra, sodat die navorser die strekking van die onderwysers se response reg kon verstaan.

Die navorser het lesse in twee verskillende fisiese klasse in Skool A waargeneem en video-opnames daarvan gemaak. Beide onderwysers in elk van hierdie klasse in Skool A maak gebruik van 'n skootrekenaar, 'n dataprojektor en 'n witbord waarop die data vanaf die skootrekenaar vir die klas vertoon word. Die navorser het nie dieselfde waargeneem by Skool B nie. Skool B het aangedui dat hulle afhanklik is van hulle skoolfonds, dat hulle oor die nodige hulpbronne beskik, maar 'n tekort aan klaskamers het. Tydens die data-insameling het die navorser opgelet dat een van die klaskamers waarin lesse waargeneem is (in Skool B), nie ligte het nie, en dat die klas soms donker was. Dit was wel net in hierdie spesifieke klas die situasie en nie in die ander klasse nie. Onderwyser J4 se lesse is waargeneem en opgeneem tydens intervensie klasse aan enkele Graad 5-leerders en het ná skool plaasgevind. Dit was nie normale klasse tydens skoolure nie. Weens die min leerders teenwoordig in die klas (soms net twee leerders), en die onderwyser wat om hierdie rede somtyds by die leerders by hulle tafel gesit het, kon en moes die navorser in die klas rondbeweeg om soms die inligting op die bord af te neem as die onderwyser daar werk, en soms weer terug na die tafel toe waar die onderwyser by die leerders sit en "werk".

Die feit dat die data-insamelingsproses met elke onderwyser twee keer plaasgevind (twee lesse) het, was tydrowend, maar was voordelig in dié opsig dat die onderwysers meer op hulle gemak gevoel het tydens die tweede onderhoud en moontlik meer waardevolle data kon lewer. Meer data is natuurlik ook verkry.

Al die ingesamelde data is dadelik soos dit versamel is, duidelik benoem en/of beskryf met toepaslike inligting. Voor 'n bespreking oor die data-insameling plaasvind, word die inligting oor die lesse en die benaming van die datastelle in tabelvorms aangebied:

### 3.2.4.1 Inligting rondom lesse 1 en 2

Die navorser het op twee lesse oor breuke van elk van die vier onderwysers gefokus. Inligting oor elkeen van hierdie lesse word in die onderstaande tabel uiteengesit:

**Tabel 3.5: Inligting rondom die deelnemers se lesse 1 en 2**

| Les          | Deelnemer | Graad | Lesonderwerp (sien Bylaag 11 vir toepaslike uittreksels vanuit die KABV)     | Tyd                         | Aantal leerders |
|--------------|-----------|-------|--|-----------------------------|-----------------|
| <b>Les 1</b> | J1        | 4     | Inleiding tot breuke   | 9:00 - ±9:25                | 27              |
|              | J2        | 4     | Inleiding tot breuke   | 10:25 - 11:00               | 29              |
|              | J3        | 4     | Inleiding tot breuke   | 8:15 - 9:15                 | 28              |
|              | J4        | 5     | Inleiding tot breuke   | 14:30 - 15:20<br>(na skool) | 3               |
| <b>Les 2</b> | J1        | 4     | Ekwivalente breuke en optelling en aftrekking van breuke (dieselfde noemers) | 8:20 - 8:45                 | 29              |
|              | J2        | 4     | Optel en aftrek van breuke (dieselfde noemers)                               | 8:55 - 9:35                 | 29              |
|              | J3        | 4     | Optelling van gewone breuke  | 10:35 - 11:00               | 30              |
|              | J4        | 5     | Optelling van gewone breuke  | 14:30 - 15:05<br>(na skool) | 4               |

Al vier van die onderwysers (J1, J2, J3 en J4) se eerste les wat waargeneem is, was telkens 'n inleidende les tot breuke. Die onderwerpe van die tweede les het gewissel van optelling en/of aftrekking van breuke tot ekwivalente breuke. Beide lesse (les 1 en les 2) van Onderwyser J4 was nie normale wiskundelesse tydens skoolure nie. Dit was intervensielesse wat Onderwyser J4 ná skool vir enkele Graad 5-leerders aangebied het (nie haar hele Graad 5-klas nie).

### 3.2.4.2 Inligting rondom die benaming van die verskillende datastelle

'n Kort uiteensetting volg oor die benaming van elke datastel en die betrokke onderwyser en/of die les waarop dit van toepassing was.

- **Die semi-gestruktureerde onderhoude**

'n Semi-gestruktureerde onderhoud is met elk van die vier onderwysers gevoer voor en ná elk van hulle twee lesse wat waargeneem is. Elke onderhoud is benoem: O1, O2, O3, ensovoorts, en strek tot en met O16 (Onderhoud 16). Let op dat die onderhoude volgens die volgorde waarin die verskillende onderhoude se transkripsies voltooi is, benoem is. Die onderstaande tabel toon 'n uiteensetting van wanneer watter onderhoud van elke deelnemer met betrekking tot watter les plaasgevind het.

**Tabel 3.6: Die verskillende onderhoude van die deelnemers met betrekking tot hulle lesse**

| Deelnemer | Onderhoude voor les 1 | Onderhoude ná les 1 | Onderhoude voor les 2 | Onderhoude ná les 2 |
|-----------|-----------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|
| J1        | O2                    | O4                  | O8                    | O7                  |
| J2        | O1                    | O3                  | O6                    | O5                  |
| J3        | O9                    | O11                 | O13                   | O15                 |
| J4        | O10                   | O12                 | O14                   | O16                 |

- **Die video-opnames van die lesse en ooreenkomstige veldnotas**

Video-opnames is van albei lesaanbiedings deur elk van die vier deelnemers gemaak, waartydens die navorser elke les waargeneem en veldnotas gemaak het. 'n Uiteensetting van die benaming van elk van die lesse word in Tabel 3.7 uiteengesit:

**Tabel 3.7: Benaming van die video-opnames en ooreenstemmende veldnotas**

| Deelnemer | Les 1 | Ooreenstemmende veldnotas | Les 2 | Ooreenstemmende veldnotas |
|-----------|-------|---------------------------|-------|---------------------------|
| J1        | V1    | W1                        | V3    | W3                        |
| J2        | V2    | W2                        | V4    | W4                        |
| J3        | V5    | W5                        | V7    | W7                        |
| J4        | V6    | W6                        | V8    | W8                        |

### 3.2.5 Data-analise

Inhoudsanalise is in die onderhawige studie gebruik vir die analisering van al die transkripsies – om sin te maak van die data en dit te interpreteer (sien 1.9.5). Die doel van 'n inhoudsanalise is die ontdekking van onderliggende betekenis en boodskappe vanuit die tekste (Atkinson, 2017:84). 'n Induktiewe, interpreterende proses is tydens die inhoudsanalise geïmplementeer waartydens die navorser kodes geïdentifiseer het wat later die temas gevorm het. Ontvouende (*emergent*) kodes en temas wat uit die data geïdentifiseer is, impliseer 'n induktiewe benadering tot inhoudsanalise. Kodes word uit data geïdentifiseer en nie vooraf opgestel of geïdentifiseer nie (Kawulich & Holland, 2012:229).

In navorsing is ingesamelde data van geen nut indien dit nie deeglik geanaliseer en sin daaruit gemaak kan word nie. Daarom vorm data-analisering 'n “integrale deel van kwalitatiewe navorsing” soos reeds vermeld is (Given, 2008:186). 'n Data-analise behels die sistematiese soek en organisering van ingesamelde data om 'n goeie begrip van die data te kry (Ary *et al.*, 2010:480). Navorsers behoort 'n deeglike plan en begrip te hê van die metodes en stappe wat gebruik word om sin te maak van die data, sodat die navorsingsvrae uiteindelik voldoende beantwoord kan word (Creswell, 2012:236).

Die data-analise van die onderhawige studie is tydens en ná die data-insamelingsproses uitgevoer. Figuur 1.5 bied 'n bondige voorstelling van die stappe wat in die analiseringsproses van die studie gevolg is (sien 1.9.5). Die data-analiseringsproses word vervolgens beskryf en bied 'n oorsig van die analiseringsproses wat in die onderhawige studie plaasgevind het.

*Verbatim*-transkripsies is gemaak van al die video-opnames, die lesse en die semi-gestruktureerde individuele onderhoude met die wiskunde-onderwysers. Duplikate is van al die datastelle gemaak. Die duplikate is vir die data-analise gebruik terwyl die oorspronklike data gestoor is. Alle datastelle, wat in 'n teks-vorm was, is gesorteer volgens die verskillende soorte insamelingsmetodes. Die maak van die transkripsies en die organisering van die data, het die navorser gehelp om vertrouwd te raak met die inhoud van die data. Die navorser het die data deurgelees om 'n algemene oorsig en indruk van die data te verkry, en om eenhede te oormerk wat uit die data na vore gekom het. Notas is gemaak tydens die aanvanklike deurlees van en refleksie oor die data, aangesien dit die aanvanklike verkenningsproses van die data ondersteun het (Creswell, 2012:243).

Die ingesamelde data is daarna in kleiner, meer hanteerbare dele georganiseer om uiteindelik betekenis daaraan te kon heg (kodering). Die navorser het eers deeglik en aandagtig deur die getranskribeerde data gelees en opgelet na spesifieke eienskappe of aspekte (ooreenkomstig die navorsingsvrae en -doelwitte van hierdie studie). Daarna is kodes geskep deur die kern idees van elke sin of paragraaf te identifiseer (Fraenkel *et al.*, 2015:434) met behulp van die neerskryf van die verskillende beskrywende woorde en/of kort kommentaar. Die ooreenstemmende kodes het die navorser daarna ondersteun in die vorming van temas, wat breër inligtings- of betekenseenhede voorgestel het, en later gekategoriseer is. Die kennis en idees wat die navorser opgedoen het vanuit die literatuurstudie, het 'n rol tydens die konstruering van kodes, temas en kategorieë gespeel asook in die interpretering van die data. Beskrywings van hoe die bevindings vanuit die data voorgestel en aangebied kon word, is uitgevoer. Die navorser het die inligting geïnterpreteer om sin te maak uit die data (Hoofstuk 4 en 5).

Triangulering is tydens die interpretasieproses geïmplementeer deurdat die navorser probeer vasstel het of die gevolgtrekkings deur verskeie data-insamelingsmetodes ondersteun is. In die tabelle waar die verskillende temas en toepaslike aanhalings aangebied word (Hoofstuk 4 en 5), is bykomende aanhalings (vanuit ander datastelle) wat dieselfde tema(s) ondersteun, ingesit waar dit van toepassing was.

In die laaste stap van hierdie proses word 'n finale samevatting gelewer en aanbevelings vir toekomstige navorsing word gemaak (Hoofstuk 6).

### **3.3 Betroubaarheid van die studie**

Nieuwenhuis (2016a:123) meld dat betroubaarheid van die uiterste belang is in kwalitatiewe navorsing (sien 1.10.1). Die betroubaarheid van navorsing kan aangespreek word deur die elemente van bevestigbaarheid, geloofwaardigheid en oordraagbaarheid. Vervolgens word aspekte bespreek wat in die onderhawige studie geïmplementeer is ter oorweging van die betroubaarheid in die studie:

- i. Direkte aanhalings van die getranskribeerde data is in die besprekings in Hoofstuk 4 en 5 geïmplementeer om sodoende die bevestigbaarheid daarvan te verbeter (sien 1.10.1, kolpunt 2: Bevestigbaarheid).
- ii. Tydens die uitvoer van die onderhoude, het die navorser deurentyd die deelnemers se response en bydraes met die deelnemers gekontroleer om te verseker dat die navorser hulle werklike insette en bedoelings verstaan het. Dit is gedoen deur sekere vrae aan die

deelnemers te vra (sien 1.10.1, kolpunt 1: Geloofwaardigheid). Voorbeelde hiervan sluit in:

- Navorsers: *So verstaan ek dan reg as Juffrou sê ... leerder[s] op hierdie vlak van Graad 4, vir hulle is dit beter ... dat hulle die simboolvorm sien, maar ook, (O1:52-53) dat dit gekombineer [word] met visualiserings ...? (O1:55)*

J2: *Ja. (O1:56)*

- Navorsers: *... so ... sê Juffrou eintlik dan, ... Juffrou het gepraat oor groepwerk, dat Juffrou visualiserings en die aktiwiteite daaromtrent ook kombineer met groepwerk? (O1:108-109)*

J2: *Ja, ja, ja, soms ja. (O1:110)*

- Navorsers: *... daarmee sê Juffrou eintlik vir my, verstaan ek reg, laat Juffrou hulle, voorkennis, ... in ag gaan neem? (O1:122-123) ... en ondersoek? (O1:125)*
- Navorsers: *Goed. So Juffrou sê basies vir my, dit kan gebruik word om die wiskunde, en daardie idees, konsepte, inhoude, te verbind deur visualiserings, te verbind aan die ... alledaagse lewe? (O4:48-49)*

J1: *Ja. (O4:51)*

- Navorsers: *Is dit wat Juffrou sê? (O4:107)*
- Navorsers: *Ja so verstaan ek reg, Juffrou sê basies vir my dat terminologie is 'n baie belangrike en 'n begin, 'n basis-stap in die onderrig-leer van breuke ...? (O9:27-28)*
- Navorsers: *... so bedoel Juffrou daarmee dat Juffrou goed vat wat bekend is aan die leerder? (O9:44)*
- Navorsers: *So Juffrou sê ... Juffrou sou meer visualiserings wou gebruik in hierdie inleidingsles? (O11:13)*
- Navorsers: *Goed, dankie. So basies wat Juffrou gesê, wat Juffrou sê is dat die simboolvorm met visualiserings gekombineer is? (O12:36-37)*

J4: *Ja, presies so ja. (O12:39)*

- iii. Die navorsing en meegaande aspekte is uitgevoer met die inagneming van die deelnemers se gerieflikheid (bv. watter tyd en plek elke deelnemer die beste gepas het).
- iv. Respek vir al die deelnemers was 'n oorhoofse beginsel wat die navorser van die begin af toegepas het, wat ook die samewerking van deelnemers kon verbeter (Fraenkel *et al.*, 2015:436). Verder het die navorser die deelnemers (wiskunde-onderwysers) van die begin af gerus gestel dat die navorser hulle nie wou kritiseer nie, maar eerder by hulle wou leer; dat daar nie 'n enkele regte manier was om iets te doen nie en dat almal lewenslange leerders is; en dat alle data en inligting konfidensieel hanteer is. Hierdie gerusstellings het meer natuurlike en eerlike optredes van die deelnemers tot gevolg gehad.
- v. Nadat die data van die semi-gestruktureerde individuele onderhoude getranskribeer en geïnterpreteer is, het die navorser met die deelnemers gekontroleer om te verseker dat die deelnemers se werklike response/insette in die interpretasies weerspieël is (sien 1.10.1, kolpunt 1: Geloofwaardigheid).
- vi. Verskeie (drie) data-insamelingsmetodes is in hierdie studie geïmplementeer om te verseker dat die gevolgtrekkings uit die verskillende data-insamelingsmetodes met mekaar verbind kon word en mekaar ondersteun het (sien 1.10.1, kolpunt 1: Geloofwaardigheid). Wanneer 'n gevolgtrekking deur verskeie bronne ondersteun word, verbeter die geldigheid – kontrole van hierdie aard verwys na triangulering (Fraenkel *et al.*, 2015:456; sien 3.2.5, 2de laaste paragraaf) (sien 1.10.1, kolpunt 2: Bevestigbaarheid).
- vii. Alle relevante inligting oor die navorsing is van die begin af eerlik geopenbaar in die proses om toestemming te verkry vir die navorsing vanaf die betrokke partye (sien 1.10.1, kolpunt 1: Geloofwaardigheid). Die wiskunde-onderwysers is mondelings en skriftelik verseker dat hulle deelname vrywillig was, dat hulle op enige tydstop kon onttrek sonder enige nagevolge en dat alle inligting konfidensieel hanteer is.
- viii. 'n Beskrywing van die konteks waarin data ingesamel is, kan die betroubaarheid van 'n studie verbeter (Fraenkel *et al.*, 2015:457). Die navorser het 'n deeglike beskrywing van die deelnemers, die navorsingsontwerp en die konteks van hierdie studie aangebied (Hoofstuk 1 en 3). 'n Konteksanalise is uitgevoer tydens die data-insamelingsproses ter ondersteuning van die oordraagbaarheid van die navorsing. Volledige beskrywings van hierdie inligting is belangrik, sodat ander navorsers hierdie inligting het om self die

oordraagbaarheid van 'n studie te bepaal (sien 1.10.1, kolpunt 3: Oordraagbaarheid) (Nieuwenhuis, 2016a:124).

- ix. In navorsing het alle navorsers sekere voorafopgestelde idees (*biases*) (Fraenkel *et al.*, 2015:456). Die navorser het haarself voor en tydens die proses daaraan herinner om bewus te wees van haar eie moontlike vooroordele tydens die data-insamelingsproses, -analise en die beskrywing van die bevindings. Genoegsame direkte aanhalings vanuit die data is gelewer om die bevestigbaarheid van die navorsing te ondersteun en om genoeg inligting aan die lesers te verskaf om self te kan besluit wat die data oordra. Motiverings vir die gebruik van die spesifieke direkte aanhalings is ook gegee om die moontlikheid van die navorser se eie vooroordele daarin te probeer verminder/voorkom (sien 1.10.1, kolpunt 2: Bevestigbaarheid).
- x. Induktiewe kodes is vanuit die data geïdentifiseer en nie vooraf opgestel nie. Hierdie benadering kan bydra tot die voorkoming van navorsers se eie voorafopgestelde idees en ondersteun eerder die eintlike boodskappe wat uit data na vore kom (sien 1.10.1, kolpunt 2: Bevestigbaarheid en kolpunt 1: Geloofwaardigheid).
- xi. Agt lesse is gebruik om data in te samel, wat die moontlikheid van die identifisering en bevestiging van moontlike patrone verhoog het (sien 1.10.1, kolpunt 1: Geloofwaardigheid).

### **3.4 Etiese oorwegings**

Etiek handel oor morele pligte, en wat reg en verkeerd is (Merriam-Webster Dictionary, 2018a). Etiese oorwegings (sien 1.10) behoort deurlopend oorweeg te word (Ogletree & Kawulich, 2012:62) en dien as riglyne vir navorsers tydens elke navorsingsproses en -stap. Sekere etiese oorwegings is in hierdie studie gevolg om aan etiese standaarde te voldoen.

Die navorser het regdeur die navorsing gepoog om eerlik te wees oor die studie (bv. wat die navorsing behels het; wat van die deelnemers verwag is; hoe, waar en wanneer die beoogde stappe/prosesse uitgevoer is). Die deelnemers is ook geraadpleeg oor aspekte soos 'n plek en tyd vir die onderhoude om plaas te vind. Die navorser het ook gepoog om nie die deelnemers op enige manier te benadeel nie.

### **3.4.1 Vrywillige deelname**

- Al die deelnemers is van die begin van die proses af (mondelings en op ingeligte toestemmingsbriewe, sien Bylaag 6) bewus gemaak dat hulle deelname vrywillig was en dat hulle op enige stadium aan die navorsing kon onttrek sonder enige nagevolge.

### **3.4.2 Ingeligte toestemming**

- Die navorser het eerstens goedkeuring van die Etiekkomitee van die Noordwes-Universiteit verkry voordat die navorsing 'n aanvang kon neem (sien Bylaag 3). Daarna is ingeligte toestemming van die Onderwysdepartemente van elke provinsie (sien Bylaag 1 en 2), die skoolhoofde (sien Bylae 4A en 4B), die skoolbeheerliggame (sien Bylae 5A en 5B) en die wiskunde-onderwysers (sien Bylaag 6) van elke skool verkry. Die skoolhoofde en skoolbeheerliggame moes eers toestemming verleen het alvorens die navorser die wiskunde-onderwysers kon nader. Alle relevante inligting oor die studie was volledig en eerlik in die verskillende ingeligte toestemmingsbriewe aan die voorafgenoemde partye geopenbaar, sodat hulle 'n ingeligte besluit kon maak oor hulle toestemming en deelname.
- Alle ouers/voogde van die kinders in die klasse waar die navorsing uitgevoer is, was in kennis gestel van die navorsing (sien Bylae 8A en 8B). Kennisgewingsbriewe aan leerders is ook gebruik, sodat die leerders bewus was van die "vreemde" gebeure in hulle klasse (sien Bylae 7A en 7B). Geen data van die leerders is gebruik nie, hulle is nie genader op enige manier nie en verskyn op nie een van die video-opnames nie.

### **3.4.3 Vertroulikheid**

- Aangesien die navorser die deelnemers se identiteite geken het, is elkeen se identiteit konfidensieel gehou en geensins bekend gemaak nie. Alle privaat inligting asook die ingesamelde data is vertroulik hanteer. In 'n verdere poging om konfidensialiteit te verseker, is die kodes J1, J2, J3 en J4 aan elk van die vier wiskunde-onderwysers toegeken.

## **3.5 Samevatting**

In Hoofstuk 3 is die navorsingsontwerp aangebied en bespreek, wat die navorsingsparadigma, -benadering, die deelnemers, die data-analise en data-insameling van die onderhawige studie insluit. Verder is aspekte rondom die betroubaarheid van die studie asook etiese oorwegings van die navorsing ook in hierdie hoofstuk bespreek.

In Hoofstuk 4 en 5 word die bevindings van die navorsing uiteengesit.

# **HOOFSTUK 4: ANALISE VAN DIE DATA EN BESPREKING VAN DIE BEVINDINGS – VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE MET BETREKKING TOT DIE ONDERRIG-LEER VAN BREUKE: DEEL 1**

## **4.1 Inleiding**

In Hoofstuk 3 word die navorsingsontwerp vir die onderhawige studie aangebied. In hierdie hoofstuk word die bevindings van die kwalitatiewe ondersoek uiteengesit en bespreek om sekondêre navorsingsvraag 1 te kon beantwoord. Hierdie hoofstuk fokus net op sekondêre navorsingsvraag 1. Sekondêre navorsingsvraag 2 word in Hoofstuk 5 aangespreek.

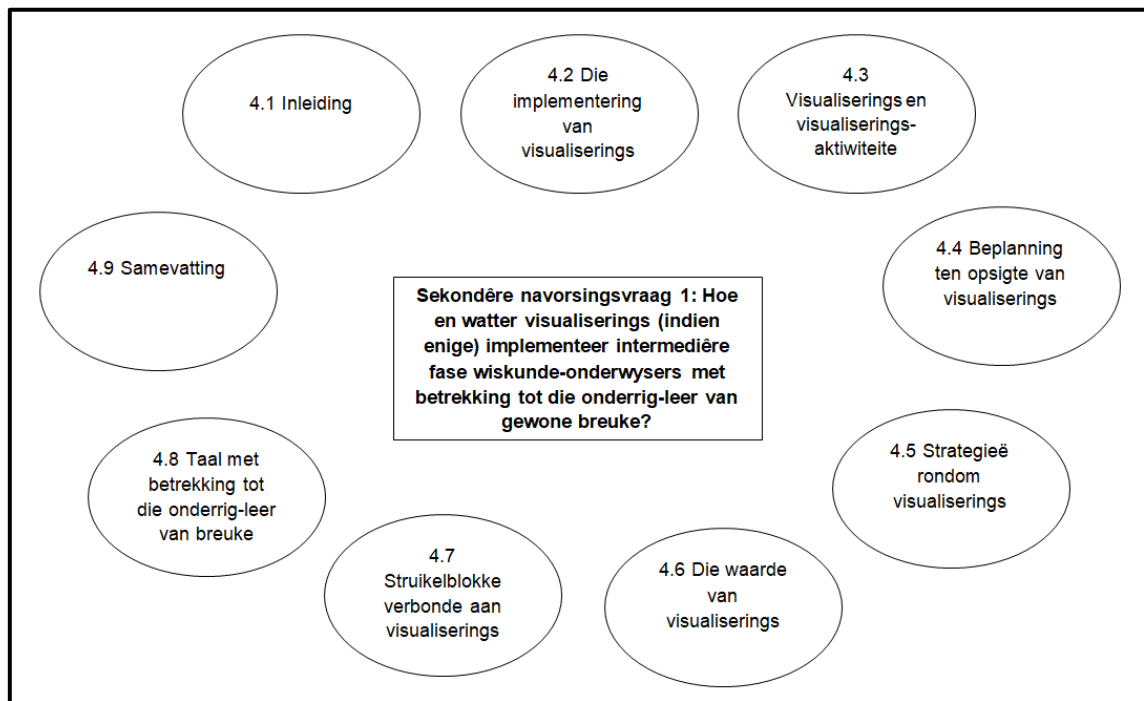
### **Primêre navorsingsvraag**

Hoe en watter visualiserings en watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers tydens die onderrig-leer van gewone breuke?

### **Sekondêre navorsingsvraag 1**

Hoe en watter visualiserings (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

Figuur 4.1 bied 'n uiteensetting van Hoofstuk 4:



**Figuur 4.1: Uiteensetting van Hoofstuk 4**

Dit is duidelik dat Afdelings 4.2 tot 4.6 (Figuur 4.1) 'n antwoord bied op die vraag van hoe en watter visualiserings wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van breuke implementeer. Afdelings 4.7 en 4.8 (Figuur 4.1) van hierdie hoofstuk is egter ook relevant, aangesien hierdie aspekte 'n bepalende rol speel in hoe en watter visualiserings deur onderwysers geïmplementeer word.

Algemene notas vir hierdie afdeling:

- Waar van toepassing, word die spesifieke vraag wat tydens die semi-gestruktureerde onderhoude gevra is en wat tot 'n betrokke respons gelei het in hakies [Vraag: ...] in die "Tema-kolom" onder die tema in die tabelle verskaf.
- Die onderwysers/deelnemers se direkte aanhalings word deurgaans *skuinsgedruk* aangedui. Die navorser se direkte aanhalings vanuit die veldnotas word ook *skuinsgedruk* aangedui.
- Die verwysings in hierdie studie (bv. V1:8) is in die formaat: die naam van die betrokke datastel (bv. V1) (sien Tabel 3.5 en 3.6 vir die benaming van die video-opnames en

veldnotas, asook die onderhoude), en dan die lynnommer waarin die gedeelte/teks in die datastel voorkom.

- Waar net na syfers verwys word (bv. (4)) verwys dit na die spesifieke tema in die betrokke tabel wat bespreek word.

#### **4.2 Die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Aanduidings deur die onderwysers oor die frekwensie waarop, hoeveel, wanneer en waar hulle visualiserings in hulle lesse implementeer, is grootliks tydens die semi-gestruktureerde individuele onderhoude verkry. 'n Uiteensetting hiervan word in die onderstaande tabel (Tabel 4.1) aangebied en daarna bespreek.

**Tabel 4.1: Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>   |
|--|
| <p>Tema 1: Die gereeldheid waarmee visualiserings geïmplementeer word<br/> [Vraag: <i>Gebruik u gewoonlik geen, min of redelik baie visualiserings vir/tydens die onderrig-leer van breuke?</i>]</p>   |
| <p>J3: ... <i>ek [maak] maar meeste van die tyd gebruik van visualisering[s].</i> (O9:4)<br/> J1: <i>Ek gebruik ... redelik baie ...</i> (O8:11)<br/> J2: <i>Ja, nee ons gebruik nogal baie ...</i> (O1:4)<br/> J4: ... <i>ek gebruik baie visualiserings.</i> (O14:5)</p>   |
| <p>Tema 2: Te veel teenoor te min visualiserings<br/> [Vraag: <i>Dink u die hoeveelheid visualiserings wat u in die les geïmplementeer het, was voldoende?</i>]</p>  |
| <p>’n Voldoende hoeveelheid visualiserings:<br/> J2: ... <i>ek dink dit was.</i> (O3:5) ... <i>mens hoef ... ook nie te veel nie ...</i> (O3:5-6); ... <i>mens hoef dit (visualiserings) nie altyd te gebruik nie.</i> (O3:122)<br/> J4: ... <i>ek dink vir ... die inleiding van breuke was dit voldoende gewees ...</i> (O12:5)</p> <p>’n Onvoldoende hoeveelheid visualiserings:<br/> J3: <i>Nee, ek glo nie dit was voldoende nie.</i> (O11:4)<br/> J2: <i>Ek dink ons kon (O5:10-11) bietjie ekstra by gesit het.</i> (O5:15)</p> |
| <p>Verdere aanhalings: Voldoende hoeveelheid visualiserings: O4:5 (J1); Onvoldoende visualiserings: O15:4 (J3); O16:5 (J4)</p>   |
| <p>Tema 3: Implementeer visualiserings veral met die onderwerp van breuke</p>  |
| <p>J2: ... <i>veral met breuke, gebruik ons nogal visualisering baie.</i> (O1:4)<br/> J1: ... <i>byvoorbeeld, sê nou maar jy het lang maal aan, wat ’n ander konsep is as breuke. Breuke kan jy meer visualisering gebruik, want dis lekker. Jy kan speel met ’n pizza en ’n appel en ’n Kit Kat, maar lang maal, hoe, kan jy dalk ’n storie gebruik ...</i> (O4:110-112)</p>  |
| <p>Tema 4: Implementeer visualiserings veral in die inleidingsles van breuke en minder in opvolglesse (ná die inleidingsles)</p>   |
| <p>Implementeer veral visualiserings in die inleidingsles:<br/> J4: ... <i>ek gebruik visualiserings veral in die inleiding van die onderrig van breuke.</i> (O10:4)</p>   |

Minder visualiserings in latere/opvolglesse (ná die inleidingsles):

J2: ... *ek dink dit is nie so baie soos in die begin (die inleidingsles) nie, maar daar is tog wel ...* (O6:15) (onderhoud met betrekking tot les 2)

J3: *Nie so baie nie ...* (O13:4) (onderhoud met betrekking tot les 2)

Tema 5: Meer visualiserings in latere lesse as in die inleidingsles van breuke

Min visualiserings in die inleidingsles van breuke:

J2: ... *mens hoef nie, omdat dit net die basis, die begin is, hoef jy ook nie te veel nie ...* (O3:5)

J4: ... *ek dink vir die inleiding van breuke was dit voldoende gewees ...* (O12:5)

Meer visualiserings in latere lesse:

J4: ... *ek gebruik baie visualiserings daar ...* (O14:5) (Hierdie respons was met betrekking tot les 2.)

Tema 6: Implementeer visualiserings veral in laer grade met jonger leerders

J2: ... *veral omdat dit nog klein kindertjies is, is dit makliker vir hulle ... dan sal ek soveel moontlik visualisering gebruik.* (O3:108-109)

J3: *Omdat dit 'n Graad 4-klas is nè, maak ek maar meeste van die tyd gebruik van visualisering.* (O9:4)

J4: *Veral 'n lae vlak van Graad 5 ...* (O10:10) *So dit is belangrik om visualiserings weer in te bring daar.* (O10:14) N: *Veral vir laer grade?* (O10:15)

J4: *Veral vir laer grade ja.* (O10:16).

#### **4.2.1 Bespreking van die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke kan aan effektiewe onderrig verbind word, aangesien effektiewe onderrig met die implementering van visualiserings geassosieer word (NCTM, 2000). Onderwysers wat visualiserings in onderrig-leer implementeer, sien die noodsaaklike verband tussen visualiserings en breuke (Shin & Bryant, 2015) en benut die moontlike voordele van visualiserings. Boonop word die implementering van visualiserings in die onderrig van wiskunde, ook breuke, deur belangrike liggame/dokumente soos die KABV (DBO:2011) en NCTM (2000) bepleit (sien 2.3.2).

- **Tema 1: Die gereeldheid waarmee visualiserings geïmplementeer word**

Vanuit die onderwysers se melding het die tema van frekwensie (aantal keer) ontstaan waarop visualiserings geïmplementeer word. Al vier die onderwysers het gemeld dat hulle visualiserings verskeie keer in hulle lesse implementeer (1; O8:11; O1:4). Hierdie kan egter 'n aanduiding van onderwysers se persepsie oor die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke wees, aangesien Onderwysers J3 en J4 in vergelyking met Onderwysers J1 en J2 visualiserings heelwat minder kere geïmplementeer het (sien 4.3 vir 'n aanduiding van die kere waarop die onderwysers visualiserings geïmplementeer het). Dit kan wees dat die onderwysers normaalweg sonder visualiserings onderrig of dat hulle dalk weens sekere redes nie hierdie keer visualiserings geïmplementeer het nie, maar wel die gereelde implementering van visualiserings waardevol ag.

Die “baie of min keer” (frekwensie) waarop visualiserings geïmplementeer word, is 'n relatiewe term, aangesien elke onderrig-leersituasie verskil en 'n beste praktyk rondom opvoedkundige visualiserings ontbreek – ook rondom die frekwensie van die implementering daarvan (Rogness, 2011:5; Phillips *et al.*, 2010:34). Daar word egter riglyne voorgestel. Ball (1990) wys daarop dat visualiserings soms sekere kern breuke en/of wiskundige idees kan bevorder terwyl dit ander kern idees kan belemmer. Verder ondersteun literatuur die implementering van verskeie visualiserings, aangesien leerders blootstelling behoort te kry aan verskillende visualiserings (DBO, 2011:74; NCTM, 2000:206; Ball, 1990) (dit hou ook verband met Tema 2). Met die inagneming van die voorafgenoemde outeurs se melding, kan geïnterpreteer word dat onderwysers vir elke unieke onderrig-leergeleentheid behoort te beplan en te oorweeg wanneer visualiserings geïmplementeer behoort te word om uiteindelik die idees oor breuke effektief by leerders te fasiliteer – dit sal die (voldoende) frekwensie bepaal.

- **Tema 2: Te veel teenoor te min visualiserings**

Onderwysers J1, J2 en J4 het met tye aangedui dat hulle tevrede was met die hoeveelheid visualiserings wat hulle in die lesse geïmplementeer het (2; O3:5-6; O3:122; O12:5; O4:5) terwyl Onderwysers J2, J3 en J4 soms gemeld het dat dit onvoldoende was, en hulle meer visualiserings moes implementeer (2; O11:4; O5:11, 15 en O16:5). Hierdie terugvoer deur die onderwysers oor (on)voldoende hoeveelheid visualiserings, het daarop gewys dat i) dit onnodig kan wees om visualiserings in elke situasie te implementeer (2, O3:122), en ii) dat 'n sekere hoeveelheid visualiserings voldoende kan wees in die onderrig-leer van breuke (2; O12:5; O4:5). Ter ondersteuning, adviseer Barmby *et al.* (2013:29) dat die doel nie is om so veel moontlik visualiserings tydens onderrig-leer te implementeer nie. Hierdie advies saam met die voorstel dat verskeie visualiserings in die onderrig-leer van wiskunde, breuke ingesluit, geïmplementeer behoort te word (DBO, 2011:74; NCTM, 2000:206), het verder daarop gedui dat die vasstelling van 'n sekere hoeveelheid visualiserings onbenullig is. Wat wel belangrik is, is om die nodige visualiserings te implementeer, wat die kern inhoud van breuke en 'n begrip daarvan effektief by leerders sal bevorder (afgesien van hoeveel visualiserings gebruik word).

Vanuit die onderwysers se opmerkings en verduidelikings rondom die voldoende of onvoldoende hoeveelheid visualiserings wat hulle geïmplementeer het (sien onderstaande aanhalings), het dit voorgekom asof dit die bogenoemde idee bevestig – 'n spesifieke hoeveelheid visualiserings is onbenullig en dat die “hoeveelheid” net van belang is wanneer dit betrekking het op die leerders se begrip:

*J2: ... ek dink hulle het die konsep onder die knie gekry. Laat dit genoeg was wat hulle gesien het om dit hopelik te verstaan. (O3:6-7)*

*J4: Ek dink ... as ek bietjie meer visualiserings ... kon gebruik het (O16:13-14) ... sou hulle dit beter verstaan het. So, ek dink ons kan meer visualiserings inbring. (O16:18)*

Verdere aanhalings: J1: O4:5, 8; J3:O11:4.

- **Tema 3: Implementeer visualiserings veral met die onderwerp van breuke**

Onderwysers J1 en J2 het visualiserings veral by die onderrig-leer van breuke geïmplementeer. Onderwyser J2 het dit spesifiek gemeld (3; O1:4) en Onderwyser J1 het genoem dat in ander klasonderwerpe stories gebruik kan word, maar dat visualiserings in breuke goed werk (3; O4:110-112). Die afleiding is dus gemaak dat die verbinding van visualiserings met breuke noodsaaklik is vir leerders se konseptuele begrip van breuke (Shin & Bryant, 2015) en dat die onderrig-leer van breuke ontoereikend is sonder die implementering van visualiserings. Die

navorser is nie van mening dat visualiserings minder effektief in ander wiskunde-onderwerpe is nie, maar wel dat visualiserings 'n waardevolle rol met betrekking tot die onderrig-leer van breuke kan speel. Boonop sluit die studies van Dlamini (2017), Way *et al.* (2015), Shin en Bryant (2015), Fazio en Siegler (2011), Harries *et al.* (2011), Güçler *et al.* (2009) en Ball (1990), wat op visualiserings gefokus het, die onderwerp van breuke in. Dit kan 'n bykomende aanduiding wees van die noodsaaklikheid van die implementering van visualiserings veral in die onderrig-leer van breuke, i) aangesien breuke 'n struikelblok vir baie onderwysers en leerders is (Fennell & Karp, 2016:649; Gabriel, 2016:36; Bruce *et al.*, 2013; Le Roux, 2013:38; Fazio & Siegler, 2011:6); en ii) omdat visualiserings heelwat voordele inhou (sien 2.3.3) (bv. abstrakte idees oor breuke word meer konkreet en toeganklik gemaak (Fazio & Siegler, 2011:18)).

- **Tema 4: Implementeer visualiserings veral in die inleidingsles van breuke en minder in opvolglesse (ná die inleidingsles)**

Onderwyser J4 het spesifiek melding gemaak dat sy visualiserings *veral in die inleiding* (die eerste les) van breuke implementeer (4; O10:4). Onderwysers J2 en J3 het dié stelling bevestig deur aan te voer dat visualiserings (in les twee/latere lesse) nie so baie soos in die inleidingsles nodig is nie (4; O6:15; O13:4). Baştürk (2016:39) het bevind dat 94% van studente-onderwysers visualiserings veral in 'n inleidingsles van breuke implementeer (die deelnemers was Graad 3 studente-onderwysers). Die voorafgaande impliseer dat visualiserings minder gebruik word in tweede of latere lesse as in die inleidingsles van breuke.

- **Tema 5: Meer visualiserings in latere lesse as in die inleidingsles van breuke**

'n Teenstellende idee ten opsigte van die vorige tema het ook na vore gekom waar minder visualiserings in 'n inleidingsles en meer visualiserings in latere lesse geïmplementeer is (5). Sekere teenstellings is opgemerk in die Onderwysers J2 en J4 se opmerkings. In die onderhoud ná les 1 het Onderwyser J2 die volgende gemeld:

*... mens hoef nie, omdat dit ... die begin is, hoef jy ook nie te veel nie (O3:5).*

Dié stelling stem ooreen met dit wat Tema 5 voorstel. In die onderhoud met Onderwyser J2 voor les 2 het die deelnemer egter die volgende gedeel:

*... ek dink dit is nie so baie soos in die begin (die inleidingsles) nie, maar daar is tog wel [visualiserings wat in die tweede les gebruik word]. (O6:15)*

Die deelnemer was van mening dat sy baie visualiserings in les 1 geïmplementeer het. Haar mening het ooreengestem met die idee wat in die vorige paragraaf bespreek word, maar is in

teenstelling met Tema 5. Nog 'n moontlike teenstelling is opgemerk vanuit 'n stelling deur Onderwyser J4:

*... ek gebruik visualiserings veral in die inleiding van die onderrig van breuke (O10:4) en meld dan ... ek gebruik baie visualiserings daar (met betrekking tot les 2) ... (O14:5)*

- **Tema 6: Implementeer visualiserings veral in laer grade met jonger leerders**

Hierdie tema handel oor waar/wanneer onderwysers visualiserings implementeer en of jonger leerders in laer grade baat sou vind. Hierdie tema word omvattend in 4.6.1, Tema 7 bespreek waar die fokus val op die waarde van visualiserings – waarom dit voordelig is om visualiserings te implementeer in lesse aan jonger leerders in laer grade. Daar is dus 'n nou verband tussen hierdie twee aspekte en word só aangebied ter wille van 'n organiseerde uiteensetting van die kategorieë en temas in hierdie hoofstuk.

Onderwysers J2, J3 en J4 het aangevoer dat hulle visualiserings veral in laer grade met jonger leerders implementeer (6, O3:108-109; O9:4; O10:10-12, 14-16). Die implementering van visualiserings by jong leerders word in besonder deur Piaget ondersteun in sy kognitiewe leerteorie (sien 2.3.3.4, par. 2), Bruner (1960) en ook ander literatuur (bv. D'Angelo & Iliiev, 2012; Neesam, s.a.:3) (sien 2.3.3.4 en 4.6.1, Tema 7).

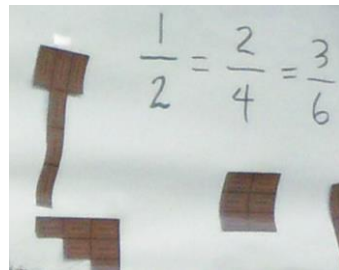
#### **4.3 Visualiserings en visualiseringsaktiwiteite wat met die onderrig-leer van breuke geassosieer word**

In hierdie afdeling word die verskillende visualiserings en -aktiwiteite wat deur die onderwysers geassosieer is met die onderrig-leer van breuke (Sekondêre navorsingsvraag 1) per deelnemer bespreek.

Die uiteensetting in tabelvorm oor enkele visualiserings en –aktiwiteite fokus op visualiserings wat met meer omvattende aktiwiteite gepaard gegaan het. Met die uiteensetting in die tabelle is daar gepoog om 'n goeie idee te skep van watter, en hoe die geïmplementeerde visualiserings geïmplementeer is. Vervolgens word enkele toepaslike uittreksels, beskrywings en/of verduidelikings oor visualiserings en meegaande aspekte aangebied soos die aktiwiteite en vrae waarmee die visualiserings gekombineer was. Tabelle is gebruik vir slegs sommige van die deelnemers, aangesien net enkele visualiserings gekombineer het met meer omvattende aktiwiteite of vrae.

Onderwysers behoort met versigtige oorweging besluite te neem oor die visualiserings wat hulle in die onderrig-leer van breuke wil implementeer, aangesien die gepastheid van visualiserings 'n belangrike rol speel in die implementering daarvan (Dlamini, 2017:18).

Onderwysers J1 en J2 het werklike sjokolades gebruik (tydens data-insameling in kwartaal 2). Onderwysers moet die visualiserings wat hulle gebruik versigtig uitsoek. Sekere (kos-verwante) visualiserings is soms ongepas en word dan eerder 'n hindernis (sien 4.6.1, Tema 3, par. 3). Indien sjokolades as visualiserings geïmplementeer word, kan dit natuurlik smelt in die somer, en selfs as daar baie daarmee gewerk word in die winter. Dit kan dan morsig en dus onprakties raak. Daar kan eerder oorweeg word om papiermodelsjokolades te gebruik, soos in die studie van Wilkerson *et al.* (2012).



'n Skerm prent (*screenshot*) uit die studie van Wilkerson *et al.* (2012).

#### 4.3.1 Onderwyser J1

Onderwyser J1 (les 1) het die volgende opgemerk:

*... die visualisering[s] wat ek beplan het, ... is 'n PowerPoint-aanbieding ... en dan ... gaan ek gebruik maak van 'n Kit Kat sjokolade. (O2:20-21); ... [ek] gebruik ... verskillende kleurkartonne ... in verskillende vorm[s], vierkante en sirkels (O8:30-31) (met betrekking tot les 2).*

Onderwyser J1 het werklik hierdie voorafgenoemde voorbeelde as visualiserings in beide haar lesse geïmplementeer (les 1: W1:49; 22; V1:17; les 2: W3:3; V3:27). Dit kan hierdie onderwyser se melding van vooraf-beplanning rondom visualiserings ondersteun (W1:53; sien Tabel 4.6, 1; O2:59).

Onderwyser J1 het lemoene, appels en kartonne/papiere as voorbeelde geïdentifiseer wat in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer kan word (O4:148-149; 153-154) en verder werklik 'n breuke-muur en prente in haar les ingebring (V3:95,129).



Hierdie onderwyser het van denkbeeldige visualiserings in haar les gebruik gemaak wat leerders in hulle gedagtes moes voorstel:

*As ons 'n hele pizza in die helfte deel, het mamma net 'n kwart en pappa 'n driekwart? (V1:7-8; W1:10-13).*

Die kos-verwante visualiserings (konkreet en denkbeeldig) waarna Onderwyser J1 verwys en geïmplementeer het (in die bostaande bespreking en onderstaande tabelle) is nuttige visualiserings in die onderrig-leer van breuke waarmee lewenswerklike kontekste geskep kan word waarmee leerders kan assosieer (Fazio & Siegler, 2011:18; sien 4.5.1.1, Tema 5).

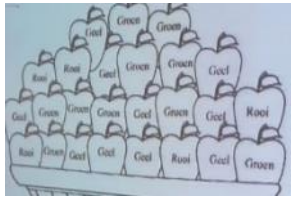
In die volgende tabel word meer uitgebrei oor konkrete visualiserings en meegaande aktiwiteite wat geïmplementeer was.

Tabel 4.2: Aktiwiteite met behulp van visualiserings – Les 1 (J1)

| 1. 'n Groot konkrete Kit Kat-sjokolade  |   |
|---|---|
|    | <p>Sy het eers die sjokolade aan die klas gewys en beklemtoon dat dit 'n hele een voorstel. <i>In hoeveel, gelyke dele, is my hele sjokolade, gedeel?</i> Hierdie vraag het die leerders die geleentheid gebied om self te tel en om dan saam met die onderwyser te tel. (V1:22-23) J1 het gebruik gemaak van 'n storie van 'n mamma wat sê die sjokolade moet met sussie gedeel word waarna sy vra hoe die sjokolade in die helfte gedeel kan word. Die leerder het geantwoord en sy het die demonstrasie fisies voor die klas uitgevoer. Die oplossing is vanaf die leerders verkry. Hierna het J1 gesê: <i>[e]k en sussie, het nou presies altwee dieselfde</i> (V1:34-35) Daarna het J1 gevra: <i>Hoeveel het ek en sussie nou elkeen gekry? en daarna die antwoord hardop beklemtoon: Elkeen van ons het nou vyf en 'n half van hierdie hele ... sjokolade gekry.</i> (V1:36-37) Die onderwyser het die gemengde breuk met die verbinding van 'n sjokolade aangedui.</p>   |
| 2. Kleiner konkrete Kit Kat-sjokolades  |   |
|  | <p>J1 het die leerders laat groepies (van omtrent drie leerders) vorm. Elke groep het 'n sjokolade ontvang en J1 het instruksies verskaf met die uitdeel daarvan (bv. dat die leerders dit nog nie moet oopmaak nie.) Aktiwiteite/instruksies/vrae oor die sjokolade en breuke het ingesluit:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Wat het elke groepie nou gekry? ... Tel ... met die maatjie ... langs jou ... hoeveel stafies voel jy daar?</i> (V1:50-53)</li> <li>• <i>Hoeveel deeltjies het jou sjokolade? ... Hoekom skryf ek daardie vier as 'n noemer?</i> (V1:57-58) Leerders moes dan hulle sjokolade in die helfte deel (V1:66-68) en J1 het gevra: <i>Wat[ter] breuk is elke gedeeltetjie nou in jou hand?</i> (V1:70) ... <i>Ek het nou twee van die vier blokkies in my hand, maar ek het ook 'n helfte van die hele blokkie in my hand.</i> (V1:70-72).</li> <li>• <i>... breek hom nou vir my in kwarte</i> (V1:72-73) <i>Hoeveel stafies het elke maatjie nou in sy hand? ... So wat is die breukdeel van daardie sjokolade wat jy nou in jou hand het? En wat noem ons daai breuk?</i> (V1:75-77)</li> <li>• <i>C eet toe een stafie, hoeveel stafies het daai groepie nou oor? ... so hulle het nou drie stafies van hul vier stafies oor. ... Drie kwart van die hele ... sjokolade oor</i> (V1:82-84). J4 het nog sulke soortgelyke aktiwiteite</li> </ul> |

rondom 'n half gedoen. (V1:87-91)

### 3. Prent van diskrete voorwerpe (appels) in 'n mandjie saam wat 'n geheel vorm.



- *Hoeveel appels sien jy in daardie mandjie? ... So sê gou vir my daardie 25, gaan dit ons teller of ons noemer wees? Ons noemer, want daar is 25 appels in daardie mandjie. (V1:101-104).*
- *Hoeveel van daardie appels is geel? Watter breukdeel is geel? (V1:104-105).*

Tabel 4.3: Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 2 (J1)

|  |   |
|--|---|
| <p>1. Elke groep het 'n stel van verskillende kleurkartonne ontvang (wat die vorm van 'n sirkel kon maak), waar elke kleur 'n ander breuk verteenwoordig het (bv. die vol oranje sirkel is 'n hele; die wit kartonne verteenwoordig derdes; die geel kartonne sesdes).</p>  | <p>(Ekwivalente breuke.)</p> <p>Leerders het weer groepies gevorm. Praktyke tydens hierdie aktiwiteite hier ingesluit:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Hou vir my die sirkel wat heel is, in jou hand. (V3:32-33)</i></li> <li>• <i>Pak gou die kartonnetjies wat in derdes gedeel is, bo-op die hele. (V3:34-35)</i></li> <li>• <i>Hoeveel derdes het ek op die hele gepak? ... (So ek het drie van drie op die hele gepak. So daai een hele is ook gelyk aan, drie op drie. (V3:36-37)</i></li> <li>• <i>Nou het jy ... [g]eel kartonne. Tel gou vir my in hoeveel is hulle gedeel. Los jou ... derdes op die hele. (V3:38-39). Jy't ses. ... Pak gou vir my op ... twee van die derdes, van die geles. (V3:40-41) ... hoeveel geles het julle gepak? (kind antwoord). Vier op, ses. Wat is die breuk van die wittes? (V3: 44)</i></li> <li>• <i>So wat kan julle sien? (V3:49) ... Dis 'n ekwivalente breuk! ... Vier op ses ... is ook dieselfde as, twee op drie. So twee derdes, is ook, vier sesdes. (V3:50-52)</i></li> <li>• <i>Wat is 'n derde se ekwivalente breuk?(V3:58)</i></li> </ul> <p>(Hulle het nog soortgelyke aktiwiteite gedoen.)</p> |
|--|---|

2. Elke groep het 'n stel van verskillende kleurkartonne ontvang (wat die vorm van 'n vierkant kon maak), waar elke kleur 'n ander breuk verteenwoordig (bv. die vol rooi vierkant is 'n hele; die groen kartonne verteenwoordig 'n halwes; die geel kartonne, kwarte; en die blou kartonne, agstes).



Soortgelyke aktiwiteite/vrae is uitgevoer met reghoekige kleurkartonne wat uitgeknipt is en wat reghoeke vorm as dit saamgesit word. Aangesien dit bykans dieselfde was as die vorige aktiwiteit, word net enkele uittreksels uitgelig vir die doeleinde van hierdie studie – leerders moet aan verskillende breuke blootgestel word:

- *Sit vir my een halwe op [die hele]. (V3:62)*
- *Soek nou die kleur, wat in kwarte gedeel is. Hoeveel stukkies moet jy dan hê? (V3:62-63)*
- *... hoeveel van daai geel stukkies, hoeveel van die kwarte, gaan op daai halwe ene pas? . Nou pak hulle vir my. A sê daar gaan twee pas. Kyk gou of dit werk. (V3:65-67)*
- *Hoeveel ... bloues het ons toe op die kwarte gepak? ... Vier, en wat het ons gesê, hoeveel bloues het ons? ... so dis , vier op agt. En wat is sy naam? (V3:75-77).*

Om ekwivalente breuke te leer deur visualiserings met mekaar te vergelyk soos hierbo en by nommer 1, is eenvoudiger as die leer daarvan met simboolvorms – wat dit moontlik ook vir leerders makliker kan maak (Dlamini, 2017:13).

3. 'n Prent van diskrete voorwerpe (appels) in 'n mandjie saam wat 'n geheel vorm, is aan die leerders getoon. Verskillende breuke in simboolvorm verskyn op die appels.




Die onderwyser het 'n hele paar leerders gevra watter breuk hulle oog vang. Die leerders het hardop geantwoord en die onderwyser het dit hardop herhaal en sy het na die spesifieke breuk op die bord gewys (bv. V3:83-84). (Voorbeelde hiervan strek van V3:83-95.)


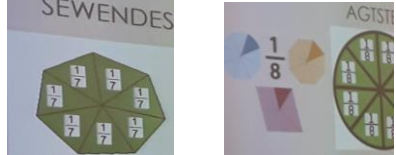
Die egte, onegte en gemengde breuke is ook hier met die verskillende breuke gekoppel wat die leerders geïdentifiseer het. Bv. *een en 'n agtste ... En wat[ter] tipe breuk is dit? (V3:94)*

### 4.3.2 Onderwyser J2

Onderwyser J2 het ook verskeie keer gebruik gemaak van denkbeeldige visualiserings soos 'n horlosie (V2:4), 'n koek (V2:8; V4:140) wat gebak word met bestanddele soos 'n halwe koppie suiker en 'n halwe koppie melk (V2:9), 'n pizza (V2:15; V4:140) en 'n sjokolade (V2:34; V4:140). Leerders moes sekere situasies met betrekking tot denkbeeldige visualiserings, denkbeeldig voorstel. Hierdeur het die onderwyser reeds mondelings voorbeelde aangedui van waar breuke in die alledaagse lewe voorkom. In ooreenstemming hiermee meld Fazio en Siegler (2011:18) juis dat kos-verwante visualiserings, soos pizza en koek, asook metingsvoorwerpe soos 'n horlosie handige bronne is vir die skep van lewenswerklike kontekste waarmee leerders kan assosieer.

Onderwyser J2 het verskillende statiese visualiserings geïmplementeer. Sketse bv. , is aangewend om die idee van gelyke dele aan te spreek (W2:22-23). Kleurprente van verskillende bekende karakters soos Batman is op die witbord vertoon met verskillende breuke pizzas wat elkeen "eet" (V4:52-56; W4:19-25). Mondelingse vrae is hieroor gevra, soos *[hoeveel het] Wonder Woman ... geëet? Drie agstes, en dan het Batman hoeveel geëet? hoeveel [het] hulle altesaam geëet?* (V4:55-56). Vier papierborde is langs mekaar op die bord vertoon, wat verskillende breuke voorstel (n hele, halwes, kwarte en agstes) (W2:32). Geen aktiwiteite het plaasgevind nie. Die onderwyser het net aan die leerders genoem dat 'n hele in verskillende breuke opgedeel kan word terwyl hulle daarna gekyk het, en daar is na 'n volgende aktiwiteit aanbeweeg: *So ons het, 'n hele, ons kan hom in 'n half deel, ons kan hom in 'n kwart deel en ons kan hom in 'n agtste deel* (V4:67-68). Die leerders het elkeen 'n papier met 'n breuke-muur op ontvang (V2:111-112). Die enigste dinamiese visualiserings wat deur Onderwyser J2 geïmplementeer is, was die vertoning van 'n video (V2:11-12).

**Tabel 4.4: Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 1 (J2)**

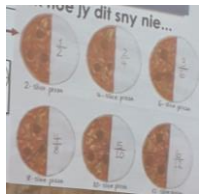
|   |   |
|---|---|
| <p><b>1. 'n Werklike konkrete blok sjokolade</b> (Foto: die werklike sjokolade wat in blokkies verdeel is)</p>  |  |
| <p>J2 het scenario's geskep waarin leerders in groepies van twee of drie maats saamgewerk het. Die groepies leerders is verbind met die verskillende dele waarin die sjokolade dan verdeel kon word en die noemers is dus ook beklemtoon. Sy het hierdie verdelings met die sjokolade aan die leerders gedemonstreer. Sy het beklemtoon dat meer maats in 'n groep sou beteken dat die sjokolade in meer stukke verdeel moes word wat 'n kleiner noemer tot gevolg sou hê:</p> <p><i>So as ons drie maatjies is, dan word my noemer drie. As ons vier maatjies is, dan word hy vier. As ons vyf is dan word my ... noemer vyf ... dan gaan ons sê, dis 'n derde, dis 'n kwart, dis 'n vyfde, dis 'n sesde, dis 'n sewende, dis 'n agste. (V2:75-77)</i></p>   |   |
| <p><b>2. Statiese visualiserings (prente) - verskillende vorms is een vir een op die bord vertoon (bv. 'n sirkel, parallelogram, vierkant, pentagoon, heksagoon) (V2:93, 98-99, 106; W2:52-53)</b></p>  |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Die onderwyser het hier die “ewe groot dele” beklemtoon wat leerders kan identifiseer. (Byvoorbeeld: V2:94)</li> <li>Nadat hulle 'n hele paar vorms geïdentifiseer het, het die onderwyser by die sewendes die idee beklemtoon van: hoe meer dele die hele in verdeel word, hoe kleiner is die gedeeltes en hoe groter word die noemer:<br/><i>Sal jy so 'n sewende stukkjie, of 'n halwe stuk wil vat? ... watter stuk lyk vir jou die grootste om te eet? Hierdie halwe stuk van my of daai sewende stuk van hulle? Die helfte nè? ... Sy sê die half stuk is groter as die sewende stuk wat kom jy agter? Ja. ... Hoe kleiner die noemer is, hoe groter stuk kan ek kry, hoe minder mense het ek om voor te deel. (V2:100-105)</i></li> <li>Die onderwyser het die volgende gevra met verwysing na die oktagoon wat op die bord vertoon is: Dit is dan in agt stukkies wat hy verdeel is ... Nou hoeveel stukkies, moet ek daar eet, om die helfte te eet? (V2:106-108) ... So as ek vir jou klein boetie sê hy kan maar vier van die agt stukke kry, ek sal die helfte kry, wie eet die meeste? Al twee eet [ewe veel] (V2:108-110)</li> <li>Verskillende vorms is met die leerders behandel. Die onderwyser het vir die leerders gevra in hoeveel dele die heel verdeel is (noemer), hoeveel ingekleur is (teller) en wat die breuk dan is. Die onderwyser het laat die leerders die breuke hardop herhaal. (Voorbeelde: V2:122-</li> </ul> |   |

129).

### 3. Bykomende statiese visualiserings (prente) en enkele aanhalings wat aandui op die “mondelingse” aktiwiteite daarmee



*Twee van vyf mooi. So mens sê twee vyfdes. Sê dit saam. (V2:129) 'n Derde, een derde is ingekleur. Hoekom het hy gesê dis 'n derde? (V2:136-137)*



*So nou is hoeveel stukke ... weg? ... So ... twee kwarte, is weg. (V4:25-26)  
Vier agstes, hierdie pizza is in agt stukke gedeel. Ons het vier geëet, ... maar sien julle hy bly nog steeds dieselfde grootte as daai een ... (V4:31-32)*



*... in hoeveel stukkies is hierdie pizza gedeel? (V2:141-142) ... Wat gaan my noemer wees aan die onderkant? ... (V2:142-143) ... hoeveel het spek op? Een. So hoe gaan ons dit sê in 'n breuk? (V2:146-147)*

#### 4. Kleurkartonne (V2:152)



- Leerders in ry 1 het 'n A4-karton in die helfte gedeel, ry 2 in kwarte, ry 3 in agstes en ry 4 in derdes. Daarna het die leerders die verdeelde dele uitgeknip en die betrokke breuk in simboolvorm op die gedeelte neergeskryf. (V2:153-196; W2:70-87)
- Vrae hieroor is deur die onderwyser gevra: *is hulle ewe groot?; is daar nog 'n ander manier om die karton in 'n half te verdeel?* (V2:168-169); *Kwarte. Hoeveel stukkies het jy?* (V2:171); *As jy hulle almal bou langs mekaar, wat word hulle dan weer? Een ... hele ... dan bly hy presies ewe groot. ... En hoe skryf ons, 'n kwart?* (V2:172-175)
- Die onderwyser het een van die leerders s'n wat haar karton op 'n ander manier in agstes verdeel het vir die ander leerders beklemtoon. (V2:178-180)
- *vat jou een agtste ... Gaan sit hom daar by A se half ... Nou kyk nou. Wie se stuk is die grootste? A s'n of joune? A s'n is groter stuk, nè? So wat kom jy agter? As ek vir jou sê ... Is 'n agtste, of 'n half, groter? ... So ... 'n half is groter as 'n agtste.* (V2:189-193) Die onderwyser het enkele leerders verskillende breuke (verskillende verdeelde kartonne) met mekaar laat vergelyk. Só kon hulle sien watter breuk groter was.

Way (2011:531) ondersteun die knip en/of vou van visualiserings, soos papiere, in die onderrig-leer van breuke wat Onderwyser J2 in haar aktiwiteite geïmplementeer het.

**Tabel 4.5: Aktiwiteite wat visualiserings betrek – Les 2 (J2)**

**1. Verskillende A4-kleurkartonne (V4:68; W4:32)**

Aktiwiteite en meegaande vrae of instruksies hieromtrent, het ingesluit:

- *Vou hom vir my in die helfte (V4:71) Pas die een helfte presies op die ander helfte? Ja. So, wat kan ons sê? Een helfte plus nog 'n helfte maak 'n ... Ons kon hom so plat gevou het ook ... Want ek en my maatjie sou nogsteeds presies dieselfde gekry het. (V4:72-75)*
- *Vou hom vir my nou in kwarte. Wat is kwarte? Hoe lyk 'n kwart? Hoeveel stukkies ... is kwarte? (V4:75-76)*
- *[Nou] wil ek hê jy moet vir my jou rooi karton vat, en in twee stukkies vou en, knip, dan wys jy vir my hoe lyk 'n half ... (V4:81-82) Nou sit vir my een van jou rooies op jou bloue neer. Pas hy daarop? (V4:83) Nou sit jou ander een op. So, hoeveel halwes maak 'n hele? Twee halwes maak 'n hele. (V4:85-86)*
- *As ek nou, een van R s'n geëet het, hoeveel het hy nou oor? Drie van die vier, so hoe sê mens dit? so ons sê dit 'n drie kwart. So ons het weggevat, ons het geminus. (V4:89-91)*
- *Dan, ry drie. Maak jou stukkies vir my in agt stukke. In agt ewe groot stukke. Hoe't jy dit reggekry? (V4:91-92) ... Pak hulle gou-gou vir my op jou bloue [hele] uit. (V4:93)*

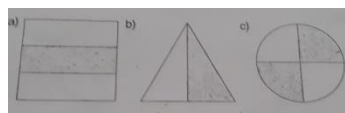
Die onderwyser het werklike kontekste gebruik waarin breuke voorkom met behulp van denkbeeldige visualiserings. Verder het die onderwyser leerders toegelaat om breuke fisiek met mekaar te vergelyk. Die leerders het opgetel en afgetrek met kartonne (die visualiserings wat hulle self gevou/geknip het). Die geleentheid is aan die leerders gebied om konkrete visualiserings self te verdeel of 'n papier in breuke te vou (soos J2, les 1 en 2; Tabel 4.4, nr.3; Tabel 4.5). Geleentheid soos hierdie bevorder begrip by leerders van die simboolvorm (bv.  $\frac{4}{6}$ ), as gevolg van assosiasies wat gevorm word tussen die breuk en die betrokke simboolvorm (Dlamini, 2017:11). Onderwyser J2 het ook toepaslike vrae met die visualiserings gekombineer om 'n beter verband met die breuke-inhoud te probeer skep. Deur die vrae en die hardop herhalings kon leerders ook meer gereeld die woordeskat van breuke hoor (bv. die praat, verduidelikings en vrae deur die onderwyser soos in Tabel 4.4, nr. 2). Wanneer die leerders oorgegaan het na simboliese somme met breuke wat hulle in hulle werkboeke gedoen het, is hulle aangeraai om steeds hulle kartonne te gebruik met die optel- en aftreksomme:

*... in jou boek gaan jy vir my die sommetjie sit. Jy kan jou kaarte, by jou hou, om jou te help.*  
(V4:114-115)

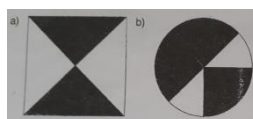
### 4.3.3 Onderwyser J3

Hierdie onderwyser het enkele sketse (statische visualiserings), soos 'n reghoek, op die bord geteken en gebruik vir verduidelikings en vrae rondom die teller, noemer en die simboolvorm van breuke (W5:4). Verder het nog vorms soos vierkante, sirkels, reghoeke en driehoeke (V5:82-84) voorgekom op werkkaarte wat die leerders moes voltooi (W5:8, 20-21). Voorbeelde van hierdie vorms verskyn onderaan hierdie paragraaf, ná die beskrywings van die vrae/opdragte wat aan die leerders in die werkkaart gegee is. Die opdragte het vereis dat:

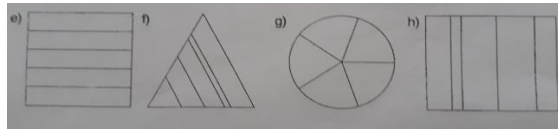
- i) leerders die noemer van die verskillende breuke, wat deur die sketse aangedui was, moes invul om die betrokke breuk te vorm;



- ii) leerders die breuk moes neerskryf wat voorgestel is deur die geskakeerde dele van die vorm;



iii) leerders vanuit verskillende vorms (sommige vorms was in akkurate gelyke dele verdeel, en ander nie) moes aandui watter van daardie vorms sekere breuke aangedui het;



iv) leerders die breuke wat in woorde aangedui was, in simboolvorm moes skryf.

In hierdie werkkaart was daar skriftelik en denkbeeldig na 'n pizza en 'n koek verwys, waar leerders die breuke moes gee wat vanuit sekere scenario's voorgestel is (W5:16-17; V5:60), byvoorbeeld: *You eat four of eight equal pieces of pizza*. Onderwyser J3 het later sketse wat breuke voorstel op die bord geteken. Enkele leerders het die geleentheid gekry om gegewe optelsomme met breuke, aan die hand van die sketse, op die bord te doen. (V7:31-33). In nog 'n opdrag moes leerders meegaande sketse teken vir die gegewe breuke wat die betrokke optelsom voorgestel het (V7:38-39, 41). 'n Volgende opdrag het breuke-stawe in kleur voorgestel, en vereis dat leerders die breukdele moes optel en die antwoord neerskryf (V7:57-58).

Onderwyser J3 het geen konkrete visualiserings waarmee daar aktiwiteite uitgevoer kon word, geïmplementeer nie. Die navorser se interpretasie (vanuit die leswaarnemings) was:

*Die onderwyser implementeer baie min visualiserings. Sy gebruik net sketse wat sy op die swartbord teken, en dan kom daar vorms op die leerderopdragte voor. Daar is plakkate oor breuke agter in die klas op, wat sy nie van gebruik maak nie. (W5:27-29)*

#### 4.3.4 Onderwyser J4

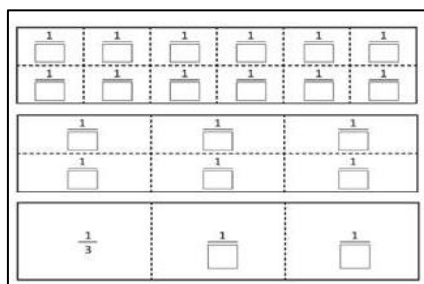
Onderwyser J4 het enkele sketse (vorms, soos 'n sirkel) op die bord geteken en gebruik vir verduidelikings en demonstrasies aan leerders (W8:5-6, 21). Die onderwyser het ook 'n breuke-muur (W6:4-6, 25-26) vir demonstrasies en verduidelikings gebruik. Die verduidelikings oor ekwivalente breuke met die breuke-muur, was veral met behulp van 'n liniaal uitgevoer (W6:17-19). Elke leerder het ook 'n breuke-muur gekry om self te gebruik tydens die opdragte. Hierdie onderwyser het verder beplan dat die leerders *vormpies soos sirkels en vierkante wat op papier is* (O10:19-20) kry waar hulle *die breuk soos 'n ... driekwart, dan moet hulle drie blokkies van die vier inkleur*. *En dan moet hulle dit ook andersom doen waar ek vir hulle die blokkie gee wat klaar ingekleur is en dan moet hulle die breuk vir my skryf* (O10:22-24). Hierdie onderwyser het werkkaarte gegee waarop verskeie vorms voorgekom het. Hierop moes leerders die opgedeelde dele van die vorms inkleur, wat die gegewe breuke in simboolvorm korrek

voorgestel het (O14:8-10). Leerders moes dit ook andersom doen waar hulle breuke in simboolvorm moes skryf vir die gegewe vorms wat verskillende breuke voorstel (O10:22-24). Die onderwyser het soms vorms op papier, byvoorbeeld 'n sirkel, gebruik en dit mondelings en denkbeeldig voorgestel as 'n koek (V6:12; W6:10). Die leerders moes dan hierdie denkbeeldige visualisering self indink en voorstel.

Verder het die onderwyser papiere uitgedeel wat die leerders moes uitknip, dit in verskillende dele verdeel en vou, en dan die verskillende dele (wat verskillende breukdele verteenwoordig) vergelyk (O10:25-26) (sien volgende onderstaande prent). Aktiwiteite waar leerders visualiserings, soos papiere self verdeel, kan ondersteunend wees tot die vorming van begrip van die simboolvorms van breuke deurdat dit bydra tot beter assosiasies tussen die visualiserings en die simboolvorm van die breuk (Dlamini, 2017:11). Met die implementering van hierdie visualiserings wou die onderwyser die volgende doelwitte bereik:

*dat [leerders] kan verstaan, hulle het die papiertjies gevat en dieselfde grootte papiertjie in verskillende breuke ingevou. ... [D]ie drie papiertjies met dieselfde grootte is in [derdes], dan in [sesdes] en dan in [twaalfdes verdeel], sodat hulle kan besef [dat] een derde ( $\frac{1}{3}$ ) ... papiertjiegrootte ... presies dieselfde [is] as die twee ses[des].*

Die onderwyser het gepoog om ekwivalente breuke simbolies en visueel (konkreet) te benader, en het daarom visualiserings geïmplementeer wat leerders self kon vergelyk. Hierdie benadering stem ooreen met Dlamini (2017:13) wat meld dat die leer van ekwivalente breuke, deur visualiserings te vergelyk, makliker kan wees as om dit met simboolvorms alleen te leer. Die papiere was die enigste konkrete visualiserings wat in die les geïmplementeer was.



Onderwyser J4 het aangevoer dat *boontjies deel of die koek sny* moontlike aktiwiteite is wat tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer kan word (O12:109). Hierdie stelling stem ooreen met Dlamini (2017:11) wat voorstel dat leerders self visualiserings moet verdeel, soos om vir leerders vorms te gee wat hulle self in verskillende breuke kan opverdeel en uitknip (O12:116). Die vou van papiere (soos Onderwyser J4 dit werklik geïmplementeer het), die

verdeling van visualiserings (soos kartonne) en die uitknip daarvan , stem ooreen met aktiwiteite wat voorgestel word deur Way (2011:153).

Die navorser se interpretasie (vanuit die leswaarnemings) oor Onderwyser J4 se lesse was:

*Alhoewel die enkele uitgevoerde aktiwiteite soos bo genoem is, 'n moontlike effektiewe manier kon wees om breuke-inhoude te onderrig, glo ek nie dat die leerders voldoende begrip oor die inhoude opgedoen het nie. Die onderwyser het meestal gepraat, antwoorde gegee [en] hulle aktiwiteite [voorgepraat]. (W8:30-33)*

#### **4.4 Beplanning ten opsigte van die visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Soos reeds genoem, is die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke 'n komplekse taak (sien 2.3.5). Dit vereis doelbewuste oorwegings en beplanning (metakognisie). Vervolgens word aspekte oor die onderwysers se beplanning ten opsigte van die visualiserings verbonde aan hulle lesse in die onderstaande Tabel 4.6 uiteengesit. In sommige gevalle het die onderwysers aspekte oor beplanning opgehaal wat hulle nie noodwendig uitgevoer het nie, maar met die implementering van visualiserings assosieer.

**Tabel 4.6: Beplanning van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>  |
|---|
| Tema 1: Wanneer die onderwysers vir die visualiserings beplan   |
| J2: ... <i>ek het maar voor die tyd beplan</i> (O1:65) en ... <i>ek versamel voor die tyd, ja.</i> (O1:70)<br>J1: ... <i>ek het maar net vooraf beplan watter visualisering ek gaan konstrueer.</i> (O2:59)   |
| Verdere aanhalings: O10:34 (J4); O9:63 (J3)   |
| Tema 2: Beplan spesifieke visualiserings vir 'n bepaalde konteks en hoe dit geïmplementeer gaan word  |
| J2: ... <i>ek het ... beplan</i> (O1:65) <i>wat ek het en ... wat gaan ek gebruik in daai spesifieke les.</i> (O1:67)<br>J1: ... <i>ek het ... beplan watter visualisering ek gaan konstrueer.</i> (O2:60)<br>J3: ... <i>[ek] sal ... vir hulle (die leerders) vra ... bring vir ons dit, of ons gebruik sommer dit wat in die onmiddellike omgewing beskikbaar is.</i> (O9:68-71)<br>J1: <i>Die sirkel gaan gebruik word as derdes en sesdes</i> (O8:44); ... <i>ons gaan weer vier-vier in 'n groepie, en dan gaan ... hulle die verskillende ... breuke kry in die formaat van die karton en dan gaan hulle self dit moet pak.</i> (O8:49-50)  |
| Bykomende aanhalings: O4:37-38 (J1); O9:36, 49, 61 (J3); O8:64 (J1); O14:39-40 (J4); O10:22-23, 34-36 (J4); O8:45 (J1)  |
| Tema 3: Spesifieke leerders word in ag geneem – hulle agtergrond, voorkennis, wat hulle in vorige grade gedoen het, hulle ouderdom en die vlak waarop hulle is  |
| J1: ... <i>ek ... beplan ... visualisering ... maar wat op die kinders se vlak is.</i> (O2:60-61) ... <i>ek weet ... min of meer wat ... in die</i> (O2:69) ... <i>vorige grade gebeur. So dan werk ons maar op daardie voorkennis van hulle.</i> (O2:73)<br>J4: ... <i>baie van ons leerders kom uit 'n baie klein verwysingsraamwerk uit, as ek byvoorbeeld van 'n vliegtuig praat of 'n lictoring praat, gaan hulle nie weet wat dit is nie. So as ek vir hulle vormpies gee en sê vir hulle ... die lyf van 'n vliegtuig is langwerpig, soos 'n reghoek. Die vlerke is driehoekig soos die vormpie, maak dit dat daai vormpies meer tuisgebring word en hulle verstaan dit beter.</i> (O12:84-88) |
| Bykomende aanhalings: O1:121-126 (J2); O3:125-139 (J2); O9:68-71 (J3)   |
| Tema 4: Onderwysers se rol in 'n les  |
| J4: <i>Ek sal dan in die klas 'n, een of twee vir hulle op die bord doen om te verduidelik en van daar af gaan hulle, werk hulle op hulle werkskaarte.</i> (O10:35-36)<br>J2: ... <i>ek het maar voor die tyd beplan</i> (O1:65) ... ; ... <i>wat ek het en wat gaan ek doen ...</i> (O1:67)<br>J1: ... <i>ek gaan saam met hulle met die karton werk.</i> (O8:60)  |

Tema 5: Leerders se rol in 'n les

J2: ... *hierdie ry, wil ek hê jy moet vir my jou rooi karton vat en in twee stukkies vou en knip, dan wys jy vir my hoe lyk 'n half nou weer.* (V4:81-82)

J1: ... *[leerders gaan] weer vier-vier in 'n groepie[s] [werk], en dan gaan ... hulle die verskillende ... breuke kry in die formaat van die karton en dan gaan hulle [dit] self moet pak.* (O8:49-50)

Bykomende aanhalings: O9:70 (J3); O10:22-24 en O14:39-40 (J4)

#### 4.4.1 Bespreking van die beplanning van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke

Die verskeie temas rondom die beplanning van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke, soos uiteengesit in Tabel 4.6, word vervolgens bespreek.

- **Tema 1: Wanneer die onderwysers vir die visualiserings beplan, en Tema 2: Beplan spesifieke visualiserings vir 'n bepaalde konteks en hoe dit geïmplementeer gaan word**

Maniere waarop wiskunde-idees voorgestel word, speel 'n belangrike rol in hoe leerders daardie idees verstaan en gebruik (NCTM, 2000:67). Die visualiserings wat onderwysers implementeer verg daarom versigtige beplanning. Al vier die onderwysers het aangedui dat hulle vooraf hulle visualiserings vir hulle lesse oor breuke beplan het (1, O1:70; O2:60; O9:61-63; O10:34). Dié beplanning het ingesluit: i) watter spesifieke visualiserings die onderwysers gaan implementeer (bv. konkrete voorwerpe of video's) (J1 en J2, 2; O1:67; O2:60) – dit is 'n belangrike deel van opvoedkundige visualiserings (Dlamini, 2017:18) en ii) hoe die visualiserings bekom gaan word – gaan hulle dit self vooraf of tydens die les konstrueer (2; O2:59; O9:69), vooraf versamel of gaan leerders visualiserings klas toe bring. Onderwyser J3 noem dat die leerders betrek kan word deur hulle te vra om visualiserings van die huis af te bring (O9:70). Die beplanning vir visualiserings kan ook sekere oorwegings rondom beskikbare hulpmiddels in die omgewing insluit (2; O9:70-71).

Verder het die onderwysers beplan hoe en waarvoor die geïdentifiseerde visualiserings geïmplementeer sou word (2; O8:44-45) en wat die visualiseringsaktiwiteite sou wees. Enkele voorbeelde hiervan het ingesluit: i) beplanning dat leerders kartonne self sou vou (O2:7) en dit in sekere breuke opverdeel (O3:60-61); ii) dat leerders kartonne self bo-op mekaar moes pak en vergelyk; en iii) watter aktiwiteite leerders in groepsverband sou doen (2; O8:49-50). Onderwyser J1 het gemeld dat *[d]ie sirkel gaan [gebruik word] as derdes en sesdes ... die vierkante ... as ... 'n halwe, ... kwarte en agstes* (O8:44-45); en is 'n voorbeeld van die spesifieke beplanning wat deur die onderwyser behartig is.

- **Tema 3: Spesifieke leerders moet in ag geneem word – hulle agtergrond, voorkennis, wat hulle in vorige grade gedoen het, hulle ouderdom en die vlak waarop hulle is**

Aspekte wat onderskeidelik deur die verskillende onderwysers oorweeg was tydens lesbeplanning vir breuke, is die leerders se voorkennis en wat hulle in vorige grade behandel het (3; O2:73), hulle kognitiewe vlak (3; O2:60-61), hulle ouderdom (O3:125-128) en individuele leerders se unieke agtergrond om sodoende visualiserings te implementeer wat binne hulle verwysingsraamwerke val (J3 en J4, 3; O9:68-71; O12:84-88) (sien 4.5.1.1, Tema 5). Die onderwysers het die implementering van visualiserings wat binne die leerders se verwysingsraamwerke geval het as 'n strategie aangedui (sien 4.5.1.1, Tema 5).

Wat leerders se voorkennis betref, meld Phillips *et al.* (2010:87) dat inligting daarvoor die struktuur en werking van visualiserings benadruk (Tabel 2.2, nr. d). Hierdie is belangrike aspekte wat onderwysers in ag behoort te neem wanneer hulle beplan watter visualiserings hulle gaan implementeer. Die inagneming van aspekte soos die vlak waarop leerders is en hulle voorkennis, stem ooreen met die riglyne wat Phillips *et al.* (2010:87) aan onderwysers verskaf oor opvoedkundige visualiserings (sien Tabel 2.2, nr. d en e).

- **Tema 4 en 5: Onderwysers en leerders se rol in 'n les**

Die ontwerp van visualiserings en die beplanning van visualiseringsaktiwiteite (Tema 1 en 2) sluit aan by die rol van onderwysers en leerders in 'n betrokke les (Tema 4 en 5). Onderwysers beplan onder andere wat hulle in 'n les gaan doen, asook hoe en wanneer hulle dit gaan doen, byvoorbeeld:

J4: *Ek sal dan in die klas 'n, een of twee [voorbeelde] vir hulle op die bord doen om te verduidelik ...* (4, O10:35-36)

Spesifieke demonstrasies en modellering is nog 'n voorbeeld van die onderwyser se rol tydens onderrig-leersituasies. Die beplanning rondom die leerders se rol in onderrig-leersituasies is ook van belang. Voorbeelde van leerders se rolle sluit in dat leerders kartonne moet vou om sekere breuke voor te stel en hulle werk dan aan die klas voordra. 'n Voorbeeld van leerders se rol tydens die onderrig-leer van breuke sluit in:

J1: *... [leerders gaan] weer vier-vier in 'n groepie[s] [werk], en dan gaan ... hulle die verskillende ... breuke kry in die formaat van die karton en dan gaan hulle [dit] self moet pak.* (O8:49-50)

#### **4.5 Strategieë oor visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

In hierdie afdeling word gekyk na hoe die visualiserings in die onderrig-leer van breuke deur die wiskunde-onderwysers geïmplementeer is – waarmee die visualiserings gekombineer is. Strategieë oor visualiserings is belangrik, aangesien visualiserings effektief behoort te wees – dit moet 'n goeie begrip ondersteun. Visualiserings moet daarom met sekere aspekte, byvoorbeeld taal-ryke onderrig (Phillips *et al.*, 2010:87) op 'n sekere manier gekombineer word. 'n Samevatting van enkele strategieë met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke word in die onderstaande tabelle, Tabel 4.7 en Tabel 4.8, weergegee en daarna bespreek. Taal as 'n strategie met betrekking tot visualiserings word apart in die tweede deel van hierdie afdeling bespreek (sien 4.5.2).

Die vraag wat tydens die semi-gestruktureerde individuele onderhoud gevra was, is:

*Indien u spesifiek beplan het vir sekere visualiserings tydens die les, het u enige spesifieke strategieë rondom die gebruik van visualiserings? Met ander woorde, beplan u dat leerders ook visualiserings gaan konstrueer en kombineer u die visualiserings met taal?*

##### **4.5.1 Algemene strategieë rondom visualiserings**

Hierdie afdeling bespreek algemene visualiseringstrategieë, soos groepwerk, wat in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer word en wat nie spesifiek op taal fokus nie. Tabel 4.7 is deur die navorser georganiseer en saamgestel op grond van die strategieë waarna die deelnemers verwys het.

**Tabel 4.7: Visualiseringstrategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>  |
|---|
| <b>Tema 1: Groepwerk</b>  |
| J2: ... dan doen ons dit groepwerk ook, laat hulle twee-twee maatjies of drie-drie dit saam doen ... (O1:96)<br>J1: Ons doen groepwerk met hierdie visualisering met die kartonne. (O8:70)  |
| Bykomende aanhalings: V1:44-45 (J1); O6:79-85 (J2); O1:108-110 (J2); O9:93-96 (J3)  |
| <b>Tema 2: Speel</b>  |
| J2: Dan ... is dit vir hulle interessant en lekker en hulle onthou dit makliker ook dan die werk en so aan as jy dalk 'n speletjie inbring met visualisering[s]. (O3:152-153)<br>J3: ... veral Graad 4-leerders ... hulle is geneig om makliker goed te onthou as hulle dit speel-speel leer. (O9:145-146)  |
| Verdere aanhalings: O4:148-149 (J1)   |
| <b>Tema 3: Demonstrasies</b>  |
| J2: En dan fisies self een wys en doen ... (O6:79) ... demonstrasies, en kinders gebruik ook as voorbeelde, een-een, en dan moet die hele klas kyk. (O6:83)<br>J1: ... ek dink ek kon vir myself ook 'n stelletjie geknip het om dit vir hulle te demonstreer. (O7:5-6)   |
| Bykomende aanhalings: V1:27-35 (J1)   |
| <b>Tema 4: Aktiewe deelname – leerders gebruik visualiserings om aktiwiteite te doen</b>  |
| J1: So vir hulle om dit self te doen ... kom deel vir juffrou die lemoen ... of kom sny vir my die appel (O4:148-149) ... Of ... vat 'n karton en vou hom in die helfte of in kwarte. (O4:153)<br>J2: ... kartonne ... wat hulle knip en kyk en pas op mekaar om te sien watter een is groter. (O6:21-22) En ... dit optel ook. (O6:26) So ek gaan laat hulle ... sê twee kwarte op, neersit, en dan nog enetjie by, hoeveel kwarte het jy nou en dan met die minus gaan ek nou weer wegvat, jy't nou 'n stukkie geëet, hoeveel bly nou oor. (O6:39-40) |
| Bykomende aanhalings: V1:44-45 (J1); O8:89; O8:49-50 (J1); O8:108-109 (J1); O13:53 (J3); O16:66-67 (J4)   |
| <b>Tema 5: Visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerk/alledaagse lewe</b>  |

J1: ... die sjokolade het almal se aandag onmiddellik getrek, want dis iets wat in hulle ... onmiddellike omgewing, vir, omtrent almal beskikbaar is. (O4:38-39)  
J3: ... konkrete goedjies uit sy eie omgewing uit (O9:19-20) ... 'n kind veral Graad 4, dis maklik as hy hom kan assosieer met iets ... (O9:36) ... veral as goed uit sy ... eie omgewing kom ... iets waar hy aan gewoon is ... dan bly die ... konsep ... by hom. (O9:146-147)

Bykomende aanhalings: O9:70-71 (J3); O12:84-88 (J4)

#### Tema 6: Spesifieke eienskappe van visualiserings

J1: Ek dink ... dit is belangrik. (O4:80) ... tydens daardie aktiwiteit kon ek dalk die rooi appels rooi gemaak het. (O4: 81) ... in plaas net van om ... die woord daar te skryf. (O4:85) ... as jy iets ook nie visueel ... goed voorstel nie, dan gaan hulle in elk geval niks daarby baat vind nie. (O4:93-94)  
J2: Mens kon vir hulle ... stippel lyntjies ge[gee] het waarop hulle kon vou, of iets wat dit meer akkuraat kon gewees het. (O3:66-67)

Bykomende aanhalings: O4:94-95 (J1); O16:65-66 (J4)

#### Tema 7: Implementeer veelvuldige visualiserings

Uittreksels wat die implementering van verskillende visualiserings deur onderwysers J1 en J2 aandui:

Onderwyser J1:

... hierdie sjokolade. (V1:17); ... hoeveel appels sien jy in daardie mandjie? (prent op 'n PowerPoint-skyfie). (V1:101; W1:49); Breuke-muur (V3:95); ... verskillende kleurkartonne ... in verskillende vorm[s], vierkante en sirkels. (O8:30-31)

Onderwyser J2:

... papierbord of 'n karton ... wat hulle self knip. (O1:80); PowerPoint-aanbiedings met prente daarop (W2:69); ... Kit Kat sjokolade. (O2:21); ... verskillende kleurkartonne ... in verskillende vorm[s], [soos] vierkante en sirkels. (O8:30-31); ... ek [gaan] nou eers vir jou hierdie videotjie speel. (V2:12)

(Sien 4.3.1 en 4.3.2 vir 'n volledige verwysing na al die verskillende visualiserings wat onderwysers J1 en J2 geïmplementeer het.)

#### 4.5.1.1 Bespreking van die visualiseringstrategieë in die onderrig-leer van breuke

Tabel 4.7 dui aan dat die onderwysers sekere visualiseringstrategieë geassosieer het met die onderrig-leer van breuke, naamlik: groepwerk, speel, demonstrasies, aktiewe deelname/leerderbetrokkenheid, visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerke, die implementering van veelvuldige visualiserings en die ag slaan op spesifieke eienskappe van visualiserings.

- **Tema 1: Groepwerk**

Onderwysers J1, J2 en J3 het groepwerk as 'n visualiseringstrategie geïdentifiseer, wat met die onderrig-leer van breuke geïntegreer kan word (1, O1:108-110; O8:70; O9:93-96) (Tabel 4.7). Leerders funksioneer dus in groepsverband en visualiseringsaktiwiteit word op hierdie manier uitgevoer. Hierdie strategie bied leerders die geleentheid om in meer sosiale leeromgewings interaksie te bewerkstellig tussen visualiserings en wiskunde-idees, en só betekenis te konstrueer deur samewerking en kommunikasie tussen leerders (Bunyakarte, 2010:10).

- **Tema 2: Speel**

Speel is as 'n visualiseringstrategie deur onderwysers J1, J2 en J3 geïmplementeer (2, O3:146-148, 152-153; O9:145-146; O4:148-149). Alhoewel Onderwyser J2 nie spesifiek die onderwerp "breuke" aangespreek het nie deur 'n voorbeeld van afronding te gebruik, het sy wel gemeld dat visualiserings en speel gekombineer kan word (2; O3: 147-148, 152-153). Sy het aangevoer dat dit leer vir leerders (wiskunde) lekkerder (Way, 2011) en meer interessant maak, en leerders help dat hulle beter onthou. Visualiserings (soos grafieke, prente, vorms, figure, en konkrete voorwerpe soos albasters en blokkies) kom juis in opvoedkundige, wiskundige speletjies voor (sien 2.3.3.5).

- **Tema 3: Demonstrasies**

Onderwysers J1 en J2 het melding gemaak van die rol van demonstrasies wanneer visualiserings geïmplementeer word (3, O6:79, 83; O7:5-6). Hierdie onderwysers het aangevoer dat hulle op sekere tye demonstrasies wou uitvoer met die visualiserings, voordat die leerders daarmee kennis gemaak het. Dit kan moontlik 'n manier wees waarop die onderwysers leerders voorberei vir komende visualiseringsaktiwiteit. Om leerders voor te berei vir visualiseringsaktiwiteit, dien as 'n riglyn vir onderwysers met die implementering van visualiserings (sien Tabel 2.2, nr. f ; Phillips *et al.* (2010:87)).

- **Tema 4: Aktiewe deelname – leerders gebruik visualiserings om aktiwiteite uit te voer**

’n Belangrike visualiseringstrategie in die onderrig-leer van breuke, wat deur Onderwysers J1, J2 en J4 beklemtoon is, was aktiewe deelname ten opsigte van visualiseringsaktiwiteite – leerders wat self visualiserings gekry en aktiwiteite daarmee uitgevoer het (4). In ooreenstemming met Dlamini (2017:11) voer Onderwyser J1 aan dat leerders self visualiserings soos appels behoort te verdeel (4; O4:148-149,153; O8:108-109). Onderwyser J2 het gemeld dat leerders self kartonne wat verskillende breuke voorstel, verdeel, knip, op mekaar pas, groottes vergelyk en ook optelling en aftrekking van breuke daarmee doen (O6:21-22, 26, 39-40; Dlamini, 2017:11, 13). Beide hierdie twee onderwysers het aktiewe deelname in hulle lesse bevorder. In die geval van Onderwyser J4 het sy genoem dat sy dit wou doen, maar nie geïmplementeer het nie. Sy wou die leerders die geleentheid bied om self vorms te knip, uitmekaar te haal en weer saam te voeg (O16:66-67).

- **Tema 5: Visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerk**

In ooreenstemming met Phillips *et al.* (2010:31) met betrekking tot effektiewe visualiserings, het Onderwysers J1, J3 en J4 gemeld dat visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerk moet geskied – visualiserings moet in hulle omgewing voorkom, hulle moet toegang daartoe hê en dit moet aan hulle bekend wees (5; O4:39-40; O9:19-20, 44-45, 48-49, 146-147; O12:84-88). Op hierdie manier kan onderwysers die verband tussen breuke en ’n lewenswerklike konteks of ervaring beklemtoon (Fazio & Siegler, 2011:18; Huinker, 2010:1). Visualiserings wat aan leerders bekend is, dra by tot ’n meer bekende en lewenswerklike konteks en ervarings waarmee leerders kan assosieer, en skep ’n meer konkrete konteks wat wiskunde minder abstrak maak, en dus leerders ondersteun in die sin-maak en verstaan van wiskundige terme en woorde (Dlamini, 2017:14; Mayer, 2011:432).

Onderwyser J4 het veral uitgebrei op die volgende (sien 5; O12:84-88):

*Baie van ons leerders kom uit ’n baie klein verwysingsraamwerk uit, as ek byvoorbeeld van ’n vliegtuig ... of ’n ligtoring praat, gaan hulle nie weet wat dit is nie. So as ek vir hulle vormpies gee en sê vir hulle, okay ... die lyf van ’n vliegtuig is langwerpig, soos ’n reghoek. Die vlerke is driehoekig soos die vormpie, maak dit dat daai vormpies meer tuisgebring word en hulle verstaan dit beter. (O12:84-88).*

Hierdie aanhaling ondersteun spesifiek die identifisering en implementering van visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerke (deel van onderwysers se beplanning ten opsigte van

visualiserings, 4.4.1, Tema 3) en verskaf ook 'n manier om (onbekende) visualiserings (as dit om een of ander rede betrokke is) meer bekend te maak – die onbekende word vir leerders verbind aan, en verduidelik met aspekte wat meer bekend is aan hulle.

Visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerke maak dan ook deel uit van die beplanning deur onderwysers. Die onderwysers het ook hierdie aspek met betrekking tot die beplanning van visualiserings aangeraak (sien 4.4.1, Tema 3).

- **Tema 6: Spesifieke eienskappe van visualiserings**

Volgens Onderwysers J1 en J4, is die spesifieke eienskappe van visualiserings wat geïmplementeer word, 'n belangrike faktor om te oorweeg (6; O4:80-81, 85; O16:65-66). Soos Onderwyser J1 dit gestel het:

*... ek dink dis belangrik ... [A]s jy iets ook nie visueel ... goed voorstel nie, dan gaan hulle in elk geval niks daarby baat vind nie (O4:93-94).*

Kleur is een spesifieke eienskap van visualiserings wat deur Onderwyser J1 opgehaal is (6; O4:80-81, 85, 94-95). Phillips *et al.* (2010:34) beklemtoon dat die inhoud van visualiserings belangriker is as sekere ander aspekte van visualiserings, soos byvoorbeeld die teenwoordigheid of afwesigheid van kleur. Dit blyk dus dat onderwysers hulle eie oordeel moet gebruik in onderrig-leer situasies om sodoende die beste moontlike visualiserings te identifiseer, aangesien vasgestelde riglyne vir [effektiewe] visualiserings ontbreek (Rogness, 2011:5; Phillips *et al.*, 2010:34).

Die belangrikheid van die gebruik van akkurate visualiserings is deur Onderwysers J2 en J4 aangeraak (6; O4:93-94; O3:66-67; O16:65-66). Bruce *et al.* (2013) verduidelik dat sirkels moeilik kan wees om in ewe groot dele te verdeel, veral in breuke wat nie halwes of kwarte is nie. Wanneer die (ongelyke) verdeelde dele dan deur leerders gebruik word, kan dit leerders se idee oor kongruente verdeelde dele van heles belemmer. Hierdie outeur meld verder dat genoegsame bewyse bestaan dat leerders misluk om sirkels in ewe groot of kongruente dele te verdeel. Onderwyser J2 het 'n soortgelyke stelling gemaak:

*Ek dink die enetjie wat ek gebruik het van die kinders wat hulle 'n derde moes geknip het, was vir hulle moeilik om 'n reghoek in drie gelyke dele te deel. Ek dink nie hulle het daardie vermoë gehad om te meet en dan nog te deel nie. So, dit was vir hulle dalk bietjie moeilik gewees, die derdes (O3:60-62).*

Vanuit die bogenoemde blyk dit dat die spesifieke eienskappe van visualiserings (bv. kleur en akkuraatheid), sowel as die keuse van visualiserings en die doel daarmee belangrik is en 'n invloed het op leerders se begrip van breuke.

- **Tema 7: Die implementering van veelvuldige visualiserings**

In vergelyking met Onderwysers J3 en J4, het Onderwysers J1 en J2 heelwat meer visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer (sien 4.3). Onderwyser J1 het onder andere gebruik gemaak van sketse, kartonne, statiese visualiserings wat verskillende prente en vorms ingesluit het, sowel as konkrete voorwerpe, soos sjokolades (sien 4.3.1). Boonop het dié onderwyser beide sirkelvormige en reghoekige kartonne geïmplementeer. Onderwyser J2 het van kartonne, sketse, 'n dinamiese visualisering ('n video) en prente (statische visualiserings) gebruik gemaak (sien 4.3.2 en Tabel 6.1). Die implementering van diverse visualiserings is 'n belangrike strategie met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke. Dit is ook in ooreenstemming met die DBO (2011:74) wat aanvoer dat leerders met verskeie soorte visualiserings behoort te werk, sodat hulle begrip van breuke nie beperk word nie. Die implementering van veelvuldige visualiserings word verder deur heelwat literatuur (Barmby *et al.*, 2013; NCTM, 2000:206; Ball, 1990; Dlamini, 2017:21; Pitsi, 2016:38) ondersteun. Dlamini (2017) voer aan dat die gebruik van veelvuldige visualiserings leerders kan blootstel aan, en laat besef dat 'n enkele breuke-idee op verskillende maniere aangedui of voorgestel kan word.

- **Tekortkomings in onderwysers se visualiseringspraktyke**

Leerders wat self visualiserings konstrueer is 'n waardevolle en belangrike strategie wat gebruik kan word tydens die gebruik van visualiserings in die onderrig-leer van breuke. Byna geen van die onderwysers het hierdie strategie werklik geïmplementeer tydens die onderrig-leer van breuke nie (sien 2.3.1 en 2.3.5, par. 3-5). Dit word as onontbeerlik beskou dat visualiserings in die onderrig-leer van breuke, 'n tweerigtingpraktyk behoort te wees (Barmby, *et al.*, 2013:6; Hauswirth, 2012:1; Arcavi, 2003:237). Leerders behoort nie slegs gegewe visualiserings te gebruik nie, maar moet ook hulle eie visualiserings konstrueer (Arcavi, 2003:237). Wanneer leerders self visualiserings konstrueer, kan die ervarings en voorkoms van waardevolle en betekenisvolle leerprosesse (bv. refleksie en interaksie met voorkennis en wiskunde-idees) verbeter word (sien Figuur 2.2).

#### **4.5.2 Taal as 'n strategie verbonde aan visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Taal as 'n kommunikasiehoelpmiddel in die onderrig-leer van breuke word later as 'n afsonderlike tema bespreek (sien 4.8). Hierdie afdeling handel oor die rol van taal en meegaande komponente, soos verduidelikings en instruksies, verbonde aan geïmplementeerde visualiserings in die onderrig-leer van breuke.

**Tabel 4.8: Taal as 'n strategie in die ontwerp van visualiserings in die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>  |
|---|
| <b>Tema 1: Verduidelikings rakende visualiserings</b>   |
| J1: <i>Ek glo [dat visualiserings en verduidelikings mekaar ondersteun] ... want as jy net [n] voorwerpie gaan neersit, ... gaan hulle nie weet wat om met hom te maak nie.</i> (O2: 112-113)   |
| J3: <i>... ek [sal] iets [op die bord] skryf en 'n tekening maak</i> (O9:101) <i>... dis baie belangrik ... jy moet eers verduidelik.</i> (O9:105) <i>... dit werk makliker as jy ... verduidelik en jy teken dan ...</i> (O13:39)  |
| J2: <i>Hoe kleiner hy [die opgedeelde deel van die geheel] word, hoe kleiner stukkies eet ons, nè? Hoe kleiner die noemer is, hoe groter stuk kan ek kry, hoe minder mense het ek om voor te deel ...</i> (V2:103-105)  |
| Bykomende aanhalings: V2:75-76, 103-105 (J2); O6:71, 75 (J2); V8:3-5 (J4)   |
| <b>Tema 2: Vrae met betrekking tot die visualiserings</b>   |
| J1: <i>Wat is die breukdeel van daardie sjokolade wat jy nou in jou hand het? ... En wat noem ons daai breuk? (V1:76-77); Wat is 'n derde se ekwivalente breuk?</i> (V3:58)   |
| J2: <i>So, hoeveel halwes maak 'n hele?</i> (V4:85)   |
| Bykomende aanhalings: V1:22-23 (J1); O6:39-40 (J2); V1:70, 104-105 (J1); V2:150 (J2); V3:83-84 (J1); V4:13 (J2); O13:55-57 (J3); V6:184 (J4) (sien ook Tabel 4.4, nr. 2.ii vir verdere vrae met/oor die visualiserings en breuke)   |
| <b>Tema 3: Stories/vertellings of vergelykings oor visualiserings</b>   |
| J2: <i>... breuke kom in 'n horlosie voor, breuke kom in die kombuis voor. Het jy al gekyk as ma vir jou 'n koek bak vir jou verjaarsdag en sy sê sy't 'n halwe koppie suiker nodig in hierdie resep, of ek kort nog 'n koppie meel en 'n halwe koppie melk.</i> (V2:7-9) |
| J1: <i>... [M]amma [sê] vir my ... [j]y mag nie hierdie sjokolade alleen eet nie ... [j]y moet met sussie deel [en] ... die helfte vir [haar] gee.</i> (V1:19-21)   |
| Bykomende aanhalings: O1:16-18 (J2); O12:85-87 (J4); V2:2-5 (J2)  |
| <b>Tema 4: Instruksies met betrekking tot visualiserings</b>  |
| J1: <i>Nee jy mag hom nog nie oopmaak ... nie.</i> (V1:46-47); <i>... breek hom nou vir my in kwarte.</i> (V1:72-73); <i>... jul gaan weer vier-vier saam met mekaar werk.</i> (V3:28-29); <i>Pak gou die kartonnetjies wat in derdes gedeel is, bo-op die hele.</i>      |

J2: ... vat jou een agtste, en gaan sit hom daar by R se half. (V2:189-190) Is 'n agtste, of 'n half, groter? (V2:192)

J4: Now on each sum I want you to first draw me an illustration. (V8:21)

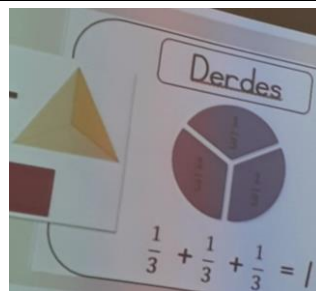
Bykomende aanhalings: V2:153-154 (J2); V1:28; V3:34-35 (J1)

Tema 5: Die verbinding van visualiserings met (uitgeskrewe) woordeskat

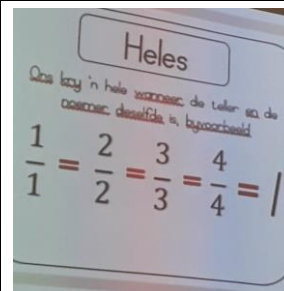
J2:



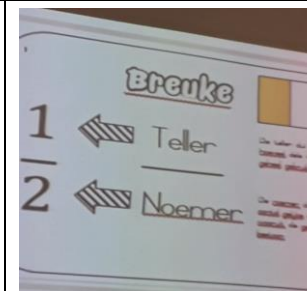
(V4)



(V2)



(V2)



(V2)

J4: Om die vormpie, soos die 3D-vormpie, en [sy] naampie van die 3D-vormpie daar by te kry. (O12:50-51) ... dan help dit ook om te sê dis eerste rotasie, tweede rotasie. ... so as hulle praat en hulle dit doen, glo ek daai termpies word by hulle vasgelê. (O12:56-57)

#### 4.5.2.1 Bespreking van taal as 'n strategie verbonde aan visualiserings in die onderrig-leer van breuke

Die onderwysers het taal as 'n strategie rondom visualiserings in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer. Aspekte van taal wat voorgekom het (Tabel 4.8), sluit in: i) verduidelikings oor visualiserings; ii) vrae oor visualiserings; iii) stories/vertellings oor, of vergelykings met visualiserings; iv) instruksies oor visualiserings en v) die verbinding van visualiserings met geskrewe woordeskat. Elk van hierdie aspekte word gebruik om uiteindelik 'n toepaslike wiskunde-inhoud by leerders te probeer fasiliteer en te bevorder, en word vervolgens bespreek. Visualiserings wat in isolasie gebruik word, kan oneffektief wees (Malaty, 2008). Visualiserings moet daarom met taal gekombineer word, aangesien taal visualiserings ondersteun (Mayer, 2011:431) en dit effektief kan maak (Phillips *et al.* (2010:87); Ball, 1990).

- **Tema 1: Verduidelikings rakende visualiserings**

Taal as 'n verduideliking, is deur al vier onderwysers geïmplementeer en gekombineer met visualiserings in die onderrig-leer van breuke (1; V8:3-5; O2:108, 112-113; O6:71, 75; O9:104-105; O9:101; O13:39). Hierdie bevinding stem ooreen met Riccomini *et al.* (2015:236) wat aanvoer dat woordeskat/taal vir verduidelikings geïmplementeer moet word. Die onderwysers het visualiserings (bv. 'n skets op die bord) wat breuke-inhoud of -idees voorstel, getoon of gekonstrueer en die inhoud dan verduidelik met behulp van woordeskat. Visualiserings kan nie sonder taal funksioneer nie (Malaty, 2008; Ball, 1990). Ondersteunend hiertoe het Onderwyser J1 gemeld: *Ek glo [dat visualiserings en verduidelikings mekaar ondersteun], want as jy net [’n] voorwerp gaan neersit, dan gaan hulle nie weet wat om met hom te maak nie* (O2:112-113). In verdere ooreenstemming beklemtoon Phillips *et al.* (2010:84) dat visualiserings nie selfverduidelikend is nie. Verduidelikings kan wissel van eenvoudig tot meer kompleks, en kan om verskeie redes geïmplementeer word.

In die volgende onderstaande uittreksel uit 'n les, het Onderwyser J2 'n waarneming (oor 'n breuke-idee) hardop verduidelik nadat die leerder dit hardop in die klas gesê het. Die herhaling van kern inligting ten opsigte van visualiserings is 'n belangrike konsep in die onderrig-leer van breuke. Hierdie verduideliking kan leerders help om die idee te begryp indien hulle nie die waarneming of idee die eerste keer gehoor en/of verstaan het nie. Die navorser is van mening dat verduidelikings soos hierdie waardevol kan wees deurdat dit leerders kan help met die dele wat hulle nodig het om 'n kennisstruktuur te voltooi en uiteindelik 'n idee te begryp (soos legkaartstukkies wat nodig is om 'n legkaart te voltooi).

J2: *Hoe kleiner ... [die opgedeelde deel van die geheel] word, hoe kleiner stukkie eet ons, nè? Hoe kleiner die noemer is, hoe groter stuk kan ek kry, hoe minder mense het ek om voor te deel ...* (V2:103-105) (hierdie breuke-idee is ook in 2.2.1.1, par. 3 aangeraak).

Die volgende voorbeelde van verduidelikings in die eerste les van breuke kan dalk as “eenvoudige” verduidelikings beskou word, maar kan vir sommige leerders op sommige oomblikke van groot waarde wees:

J1: *Hoekom skryf ek daardie vier as 'n noemer? Ja M? Want dit is hoeveel stafies in my hele sjokolade is, nè?* (V1:58-59)

J2: *So as ons drie maatjies is, dan word my noemer drie. As ons vier maatjies is, dan word hy vier. As ons vyf is dan word my ... noemer 'n vyf.* (V2:75-76)

Die onderstaande uittreksel van Onderwyser J4 se les dui op verduidelikings oor visualiserings en die betrokke breuke-inhoud. Deur verduidelikings soos hierdie word kern-idees, soos dele van 'n heel wat dieselfde grootte moet wees, beklemtoon:

J4: *I cut my rectangle out into four different pieces, each piece will be the same size, and I will call it, this is a quarter of my big part.* (V8:4-5)

- **Tema 2: Vrae met betrekking tot visualiserings**

Vrae speel 'n belangrike rol in die onderrig-leer van breuke (Harries *et al.*, 2011) en hierdie belangrikheid ten opsigte van visualiserings en breuke-inhoud is deur die deelnemers beklemtoon (2; V1:76-77; O6:39-40; O13:55-57; V1:22-23; V3:58; V4:15-16; V6:183). Enkele voorbeelde van vrae wat die onderwysers geïmplementeer het, is: *[W]at kom jy ... dan agter?* (V2:102-103; Harries *et al.* (2011)); *Hoeveel van daai vyfdes is ingekleur?* (V4:15-16) en *Hoeveel halwes maak 'n hele?* (V4:85) (sien Tabel 4.4, nr. 3. vir nog voorbeelde van vrae). Hierdie soort vrae stem ooreen met dié wat Harries *et al.* (2011) voorstel (sien 2.3.5.1).

- **Tema 3: Stories/vertellings met visualiserings**

'n Bekende lewenswerklike konteks of 'n ervaring waarmee leerders in die onderrig-leer van breuke kan assosieer, is belangrik (Dlamini, 2017:14). Visualiserings, soos horlosies in die konteks van tyd, is bronne waarmee 'n bekende konteks geskep kan word (Fazio & Siegler, 2011:18), maar visualiserings kan nie in isolasie effektief funksioneer nie (Malaty, 2008; Ball, 1990). Met die gebruik van taal (bv. in die vorm van vertellings) saam met visualiserings, kan 'n

bekende konteks geskep word. Vergelykings ondersteun ook die vorming van 'n verband tussen idees en begrip (Ball, 1990).

Onderwysers J1, J2 en J4 het mondelingse taal (stories, vergelykings en/of scenario's) met visualiserings gekombineer om 'n bekende konteks of ervaring te skep waarin breuke voorkom (3; V2:7-9; V1:19-21; O12:85-87; V2:2-5). Onderwysers wat visualiserings op hierdie manier implementeer, kan leerders in staat stel om die breuke-inhoud meer te verpersoonlik (Fazio & Siegler, 2011:18) en daardeur die verband tussen breuke en die leerders se werklike lewe verbeter.

- **Tema 4: Instruksies met betrekking tot visualiserings**

Instruksies is geïdentifiseer as 'n kern aspek van visualiserings in die onderrig-leer van breuke (4; V1:28, 46-47; 72-73; V3:28-29, 34-35; V2:153-154, 189-190, 192; V8:21). Dit speel 'n belangrike rol in die beheer en funksionering van visualiseringsaktiwiteite. Onderwyser J2 het instruksies aan die een groep leerders gegee om hulle kartonne in halwes te deel (V2:153-154) en dit met ander leerders (wat kartonne het wat in ander breuke opverdeel is) te vergelyk. Onderwyser J4 het die leerders gevra om 'n illustrasie by elk van die breuke te teken (4; V8:21).

Instruksies kan ook 'n rol speel met die implementering van visualiserings. Onderwyser J1 het instruksies aan die leerders verskaf toe hulle werklike sjokolades ontvang het (aktiwiteit in Tabel 4.2, nr. 2). Orde was hier belangrik, aangesien die sjokolades dalk kon smelt as die leerders van die begin af met hulle vingers daaraan geraak het. Instruksies, soos "*moenie die sjokolades nou al oopmaak nie*" was belangrik in die les, en die onderwyser kon eers inhoud bespreek (bv. oor 'n geheel) voordat sy na die volgende besprekingspunt beweeg het.

- **Tema 5: Die verbinding van visualiserings met geskrewe woordeskat**

Onderwyser J2 het breuk-verwante (uitgeskryfde) woordeskat saam met bypassende visualiserings op die bord vertoon (5). Hierdie woordeskat is ook vir verduidelikings van betrokke breuke-inhoud gebruik. Onderwyser J4 was van mening dat die verbinding van woordeskat met (konkrete) visualiserings, wat die leerders moontlik self geskep en/of gemanipuleer het, leerders kan help om die woordeskat beter vas te lê. Die verbinding van visualiserings met taal/woordeskat word deur Mayer (2011) aangeraai en ondersteun. Hierdie outeur noem verder dat individue beter leer deur visualiserings gekombineer met woordeskat as wanneer visualiserings of woordeskat alleen aangewend word.

Enige van die bogenoemde aspekte van taal kan met visualiserings gekombineer word, soos in hierdie geval waar instruksies en 'n vraag saam gebruik is: *[N]ou sit vir my een van jou rooies op jou bloue neer. Pas hy daarop?* (V4:83)

Uit die bogenoemde besprekings word dit duidelik dat taal 'n belangrike en definitiewe rol met betrekking tot visualiserings, ook in die onderrig-leer van breuke, speel.

#### **4.6 Die waarde van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Die onderwysers het verskeie voordele of rolle geïdentifiseer, wat die implementering van visualisering met betrekking tot die onderrig-leer van breuke betref. Die verskeie ooreenstemmende voordele is in temas saamgevat en word in Tabel 4.9 uiteengesit. 'n Meer uitgebreide bespreking van die waarde van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke volg daarna.

**Tabel 4.9: Waarde van visualiserings in die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>  |
|---|
| <b>Tema 1: 'n Beter begrip en onthou van breuke-inhoud, idees en/of terminologie</b>  |
| <i>J4: As hulle twee assosiasies kan maak, met (O16:40) ... die simbool en die visualisering (O16:44) ... dan gaan hulle <u>beter verstaan</u>. (O16:48); ... sodra kinders ... doen plus sien, en hoor, ... <u>onthou hulle makliker</u>. (O12:31-33); ... dit help ook baie om prakties te sien, in pleks van waar hulle hulle gedagtes moet gebruik of 'n prentjie moet insien in hulle geheue. (O12: 57-58)</i> |
| Bykomende aanhalings: O4:6-8; O8:19-21 (J1); O1:4-5, 40, 42; O3:18-19, 117-118; O5:27-28, 32, 91-93; O6:51, 131-132 (J2); O9:4-6, 19-20, 39-40, 98, 146-147; O11:27-29; O15: 5-6, 29-32 (J3)  |
| <b>Tema 2: Visualiserings help leerders om breuke inhoud of idees te sien</b>   |
| <i>J4: ... dit help ook baie om prakties te sien, in pleks van waar hulle hulle gedagtes moet gebruik of 'n prentjie moet insien in hulle geheue (O12:57-58)</i>  |
| Bykomende aanhalings: O1:9, 10, 14, 24 (J2); O8:30-34 (J1); O16:9, 11-14, 18 (J4); O6:45-47, 49 (J2); O15:15-17, 22-24 (J3); O14:19-20 (J4); O7:17-18, 23-24 (J1); O12:21-22 (J4); O15:42-44 (J3); O3:36 (J1)   |
| <b>Tema 3: Verhoogde aktiewe leerderdeelname, leerervarings, motivering en aandag – meer genotvolle en interessante wiskunde</b>  |
| <i>J1: ... ek dink vir leerderbetrokkenheid gaan jy meer leerders se aandag (O4:33) ... vasvang, want almal se ogies wil tog sien wat op die bord gebeur en wat juffrou in haar hand het. (O4:37)</i>   |
| <i>J2: ... verskillende grootte breuke ... dan ... moet hulle nou kyk hoe groot is die stukkie ... Dan moet hulle nou gaan pas bymekaar en kyk watter breuk maak hy. So dit is ook interessant vir hulle om dit te doen. (O3: 174-176)</i>  |
| Bykomende aanhalings: O1:15-16, 77-78, 80, 82; O3:20-21, 117, 169-170 (J2); O9:122-123, 125 (J3)  |
| <b>Tema 4: Voorkom/verminder miskonsepte van breuke</b>   |
| <i>J2: ... ek dink as hulle dit fisies sien (O5:87) ... gaan dit dalk minder wees, die miskonsepte ... (O5:91); Minder wees ja definitief. (O5:97)</i>  |
| Bykomende aanhalings: O7:49-52, 56-57, 59-61 (J1)   |
| <b>Tema 5: Openbaar inligting aan die onderwyser oor die leerders se begrip/vaardighede</b>   |
| <i>J2: ... ek sien dan duidelik, kinders hoe kan hulle, knip byvoorbeeld, hulle vaardighede en dan as daar individue is wat sukkel, kan jy met hulle een op een werk en help. (O1:94-95)</i>  |

Tema 6: Visuele teenoor ouditiewe leerders

J1: ... die PowerPoint les is maar net ... vir die leerders wat visueel (O2:38) ... meer leer as wat ek net vir hulle ouditief dit voorstel. (O2:42); ... baie kinders ... gaan sukkel omdat baie kinders visuele leerders is en nie net ouditief kan funksioneer nie. (O8:107-108)

J3: Visualisering ... dit help hom [die leerder] eintlik vir my beter dat hy sien die wat hy hoor en dat hy dit self ervaar... (O9:122-123)

Tema 7: Jonger leerders

J2: ... veral omdat dit nog klein kindertjies is sal ek soveel moontlik visualisering gebruik. ... dit help hulle met die konsepte van die werk. (O3:108-109)

J3: Omdat dit 'n Graad 4-klas is nè, maak ek maar meeste van die tyd gebruik van visualisering omdat ... as die kind die prentjie ... sien .... dan is jou, jou fondasie baie beter. (O9:4-6) ... dis maklik as hy hom kan assosieer met iets nè ... (O9:36)

Tema 8: Sensoriese/motoriese bewegings

J2: ... as ... hulle dit self doen, is dit vir hulle makliker ook, en dan ... leer hulle bietjie ander konsepte by ook om ietsie self te doen, om te luister, hoe om sê nou maar die kartonne in kwarte te vou, en goeters, so dit help dan nou weer bietjie met hulle motoriese (O6:104-106); ... vaardigheid. (O6:118)

J4: ... sodra kinders die ... goedjies kan vou en self kan sien hoe hy die vormpie groter ..., kleiner .... en dieselfde grootte maak ... As jy twee sensoriese bewegings bysit, byvoorbeeld doen plus sien, en hoor, dan gou, onthou hulle makliker. (O12:31-33)

#### 4.6.1 Bespreking van die waarde van visualiserings in die onderrig-leer van breuke

Die onderwysers het heelwat voordele van visualiserings met betrekking die onderrig-leer van breuke geïdentifiseer (sien Tema 1 tot 8 in Tabel 4.9). Hieruit blyk dit dat die onderwysers glo dat die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke belangrik is en voordelig kan wees. Die geïdentifiseerde voordele verbonde aan die gebruik van visualiserings word vervolgens bespreek.

- **Tema 1: 'n Beter begrip en onthou van breuke-inhoud, idees en/of terminologie**

Al vier die onderwysers het aangevoer dat visualiserings kan bydra tot 'n beter verstaan en begrip van breuke (Shin & Bryant, 2015; Duval, 1999; 1; O3:18-19; O16:40, 44, 48). Beter konseptuele begrip van breuke kan die problematiese aard daarvan verbeter, aangesien 'n gebrekkige begrip bydra tot 'n worsteling met breuke (Fazio & Siegler, 2011:7). Visualiserings kan ook die meer effektiewe onthou van breuke-inhoude en idees ondersteun (Ntuen *et al.*, 2010:192). Hierdie stelling is deur Onderwysers J2, J3 en J4 beklemtoon (O9:146-147; O12:31-33). Die onderwysers was van mening dat wanneer leerders self met visualiserings werk (aktiwiteite uitvoer of manipuleer) en sien, hulle beter onthou:

*J2: ... as die kind dit fisies kan sien en kan vat en doen, dan is dit makliker om te verstaan, en dan te onthou ook (O3:18-19); ... as hulle fisies self besig is ... dan onthou hulle definitief beter het ek al gevind (O6:131-132)*

Visualiserings in die onderrig-leer van breuke ondersteun nie net die onthou en begrip van breuke nie, maar kan ook bydra tot 'n beter vaslegging van breuk-verwante woordeskat, wat 'n belangrike deel van breuke uitmaak (sien Tabel 4.8, Tema 5 – J2 vir voorbeelde). Onderwyser J4 het die volgende benadruk:

*So as hy dit self kan doen, met 'n vormpie, help dit, so as hulle praat en hulle dit doen, glo ek daa[rdie] termpies word by hulle vasgelê. (O12:56-57).*

Woordeskat help leerders dus om beter te kan onthou. Visualiserings se impak is groter as dit gepaardgaan met konkrete visualiserings eerder as visualiserings wat hulle self in hulle gedagtes moet voorstel. In ooreenstemming meld Mayer (2011:432) dat visualiserings 'n meer konkrete konteks bied vir die sin-maak van woordeskat.

- **Tema 2: Visualiserings help leerders om wiskundige inhoud of idees te sien**

Al vier die onderwysers het aangevoer dat visualiserings dit vir leerders moontlik maak om wiskunde-inhoud, idees, konsepte of verbande te **sien** (2; O8:11-13; O7:17-18; O15:22-24). Wiskunde kan abstrak wees en gevolglik as ontoereikend voorkom. Boonop is wiskundewoordeskate en -taal ook abstrak en kan leerders se verstaan daarvan belemmer (Little, 2009:5). Die abstrakte manier (wiskundige notasies of simboliese vorms) waarop breuke tans onderrig en aangebied word, kan 'n struikelblok met breuke veroorsaak (Lukhele *et al.*, 1999:88). Dit sluit aan by Duval (1999) wat meld dat visualiserings noodsaaklik en 'n waardevolle manier is om toegang tot wiskunde voorwerpe en idees te verkry. Visualiserings kan leerders help om breuke beter te verstaan, aangesien effektiewe visualiserings die inhoud meer konkreet maak (Fazio & Siegler, 2011:18), en toeganklikheid daartoe vergemaklik en ondersteun (Ntuen *et al.*, 2010:192).

- **Tema 3: Verhoogde aktiewe leerderdeelname, leerervarings, motivering en aandag – 'n meer genotvolle en interessante wiskunde**

Die implementering van visualiserings kan leerders waardevolle en diverse leergeleenthede en -ervarings bied (3; O4:33) omdat leerders self die visualiseringsaktiwiteite uitvoer, byvoorbeeld hulle knip en vou self die kartonne en kan die breuke met mekaar vergelyk (3; O1:80, 82; O3:36, 40-42). Só word leerders ook meer betrek en aktiewe leerderdeelname word verhoog (3; O9:125). In ooreenstemming hiermee meld D'Angelo en Iliev (2012) dat die implementering van visualiserings nuttige geleenthede aan leerders bied om visualiserings fisiek te kan aanraak, uit mekaar te haal, weer saam te voeg, te vergelyk, te draai en skuif (manipuleer). Dlamini (2017:13) meld dat hierdie soort aktiwiteite, soos die fisieke verdeling van of vergelykings met visualiserings ten opsigte van ekwivalente breuke, belangrik en waardevol is vir die leer van breuke omdat dit makliker is as om net met simboolvorms te leer.

Met die implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke kan leerders se aandag langer gevestig word op belangrike inhoud (3; O4:33, 37). Onderwyser J1 het verduidelik dat visualiserings leerders meer nuuskierig maak (Podolak *et al.*, n.d.:3) – hulle wil graag sien wat gebruik word, hoe dit lyk, en wat daarmee gedoen gaan word (3; O4:33, 37). Visualiserings kan ook 'n meer genotvolle en interessante onderrig-leeromgewings skep (3; O3:174-177) (Rogness, 2011:6). Aangesien leerders van die visualiserings hou (O1:15), byvoorbeeld 'n sjokolade, voel hulle meer op hulle gemak daarmee (O1:15-16). Dit skep ook sekere afwagtings by leerders (O3:169-170) omdat dit meer opwindend en interessant is as net simboolvorms op die bord (meer tradisionele benaderings). Wanneer genotvolle en interessante

visualiserings geïmplementeer word, kan dit ook leerders se motivering beïnvloed (3; O3:111-113, 117; Malaty, 2008:2). Onderwyser J2 het genoem dat dit leerders kan motiveer om te luister en om deel te neem aan 'n les (3; O3:117).

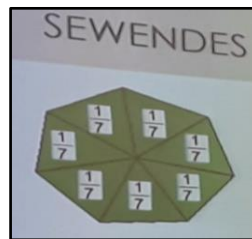
Dit is belangrik om in ag te neem dat sekere visualiserings, soos kos (bogenoemde sjokolade), 'n nadelige uitwerking op sekere leerders (bv. leerders vanuit swak sosio-ekonomiese omstandighede) kan hê. Indien leerders dalk ondervoed is, kan hierdie soort visualiserings moontlik hulle aandag van die inhoud aftrek. Dit is duidelik dat visualiserings in een konteks waardevol en nuttig kan wees, maar nadelig in 'n ander konteks. Onderwysers behoort dus unieke onderrig-leersituasies en leerders in ag te neem en moet daarvolgens toepaslike aanpassings maak.

- **Tema 4: Voorkom/verminder miskonsepte van breuke**

Miskonsepte is volop wat breuke betref (sien 2.2.1 en 2.2.1.1). Navorsing het bevind dat daar algemene miskonsepte in breuke voorkom (Gabriel, 2016; Bruce *et al.*, 2013; Gabriel *et al.*, 2013). Onderwyser J1 het spesifiek aangevoer dat leerders deurmekaar raak met die noemers wat dieselfde bly wanneer breuke opgetel word (O7:49-52, 56-57). Onu *et al.* (2012:317) meld dat verwarring kan ontstaan weens die unieke eienskappe van rasionale getalle – dat twee getalle gebruik word om 'n enkele hoeveelheid voor te stel, byvoorbeeld die getal 3 en 4 word gebruik om die breuk en hoeveelheid  $\frac{3}{4}$  te vorm. Fazio en Siegler (2011:12) meen dat visualiserings kan help om die idee van dieselfde noemers tydens die optel en aftrek van breuke by leerders te verhelder en te fasiliteer. Hieruit kan afgelei word dat visualiserings met behulp van 'n beter fasilitering van breuke-idees, moontlike miskonsepte met breuke kan verminder of voorkom. In ooreenstemming hiermee het Onderwysers J1 en J2 (O5:91, 97; O7:49-52, 56-57, 59-61, 63) asook Budaloo (2015:23) aangedui dat die implementering van visualiserings moontlik die miskonsepte wat leerders vorm, kan voorkom of verminder.

Soms vorm leerders ook misverstande rondom  $\frac{1}{8} > \frac{1}{2}$ . Sommige leerders verstaan verkeerdelik dat 'n groter noemer, 'n groter breuk en grootte tot gevolg het (Gabriel, 2016:37; Gabriel *et al.*, 2013:1). Onderwyser J2 het spesifiek die (korrekte) idee hieroor – dat groter noemers kleiner breukdele beteken – aangespreek en beklemtoon deur die implementering van visualiserings in haar les (W2:54-61; V2:99-105). Een van die visualiserings wat geïmplementeer was, word hieronder aangedui. Die visualisering het dit vir die leerders moontlik gemaak om die grootte van 'n sewende en 'n half, en ook die noemers van die twee verskillende breuke te sien en te

vergelyk en self hierdie idee te sien. Dit kon dalk vir sommige leerders ontoereikbaar gewees het indien net simboolvorms, soos  $\frac{1}{2}$  en  $\frac{1}{7}$ , getoon was.



(Uit: V2)

- **Tema 5: Openbaar inligting aan onderwysers oor leerders se begrip/vaardighede**

Onderwyser J2 het daarop gewys dat die implementering van visualiserings inligting oor die leerders aan onderwysers kan openbaar (5; O1:94-95). Sy het genoem dat sy meer oor die leerders se vaardighede leer wanneer hulle voorwerpe knip, en kan ook 'n geheelbeeld vorm van waarmee die leerders sukkel. Visualiserings kan dus bydra tot onderwysers se repertoire van kennis waaroor hulle behoort te beskik.

- **Tema 6: Visuele teenoor ouditiewe leerders**

Onderwyser J1 het gemeld dat visualiserings leerders ondersteun wat visueel meer inneem as net ouditief. (6; O2: 38-42, 41). Onderwyser J3 het beklemtoon dat dit beter is as leerders ook kan sien dit wat hulle hoor (6; O9:122-123). Sommige onderwysers glo dat party leerders beter leer op 'n visuele manier, ander weer op 'n ouditiewe manier terwyl ander leerders meer baat vind wanneer beide maniere geïmplementeer word. Pitsi (2016:38) stem saam dat onderwysers verskeie visualiserings behoort te implementeer om diverse leerders se unieke leerstyl te akkommodeer. In teenstelling met Pitsi (2016) en die onderwysers, het Mayer (2011:434) bevind dat individue se eie unieke kognitiewe styl (visueel, ouditief of kinesteties) nie 'n drastiese invloed op die onderrig-leer met behulp van visualiserings het nie. Dit was duidelik dat teenstellende idees daarvoor bestaan.

- **Tema 7: Jonger leerders**

Onderwysers J2 en J3 het beklemtoon dat visualiserings veral vir jonger leerders voordelig kan wees (7; O3:108-109; O9:4-6, 36). Hierdie stelling stem ooreen met D'Angelo en Iliev (2012) wat benadruk dat visualiserings 'n belangrike rol in die wiskunde-onderrig van jong leerders speel en die outeurs ondersteun Neesam (s.a.:3) wat tot die gevolgtrekking gekom het dat jonger leerders veral kan baat vind by die implementering van visualiserings. Onderwyser J3 het

verduidelik dat dit voordelig is omdat leerders met die visualiserings kan assosieer (O9:36) – dit is bekend aan hulle en hulle weet waarna verwys word, en ook omdat dit leerders in staat stel om die visualiserings werklik te sien, en dit dus minder abstrak is (O9:4-6).

Volgens Piaget se leerteorie is dit vir leerders tussen die ouderdom van 7 tot 12 jaar beter om met konkrete visualiserings te werk omdat hulle in daardie stadium kan sukkel om abstrak te dink en te werk (Piaget, 1976). Die deelnemers aan hierdie studie onderrig juis Graad 4- en 5-leerders tussen die ouderdom van 10 tot 12 jaar. Piaget het aangevoer dat leerders in die konkrete operasionele stadium funksioneer tussen die ouderdom van 7 en 12 jaar.

Onderwysers J1 en J2 het verskillende konkrete visualiserings in hulle lesse geïmplementeer (sien die Tabele in 4.3.1 en 4.3.2). Dit is in ooreenstemming met Alshahrany (2015) wat aanvoer dat verskillende visualiserings en konkrete voorwerpe geïmplementeer moet word vir leerders om breuke te leer.

- **Tema 8: Sensoriese/motoriese bewegings**

D'Angelo en Iliev (2012) wys verder daarop dat visualiserings in wiskunde-onderrig met leerders se sintuie verbind word en ontlok hulle ruimtelike en kinestetiese intelligensie, wat leerders help om inligting beter te verstaan en te onthou. Onderwyser J2 en J4 het die voordele wat visualiserings vir leerders kan inhou (8; O6:104-106, 118; O12:31-33) uitgelig. Onderwyser J4 het aangevoer dat dit meer voordelig vir leerders se leer is as hulle met visualiserings kan werk, dit kan sien en inligting daarvoor kan hoor (8; O12:31-33).

#### **4.7 Struikelblokke verbonde aan visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Moontlike struikelblokke of nadele verbonde aan die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke en wiskunde is onvermydelik. Sommige outeurs betwyfel die waarde van visualiserings en beskou dit eerder as 'n hindernis (Höffler, 2010; Malaty, 2008; Rieber, 1995:53). Selfs ten opsigte van spesifieke visualiserings, meld Dlamini (2017:18) dat elke visualisering oor voordele en nadele beskik.

Onderwysers J1, J2 en J4 het tyd as 'n struikelblok geïdentifiseer met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke. Vanuit die geïdentifiseerde temas in Tabel 4.10 is dit duidelik dat tyd verskillende aspekte van visualiserings beïnvloed. Alhoewel die onderwysers net tyd as struikelblok tot visualiserings geïdentifiseer het, kan hulle voel dat daar nog ander hindernisse hiertoe bestaan.

**Tabel 4.10: Tyd as 'n struikelblok met die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>  |
|---|
| Tema 1: Die doelbewuste implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke   |
| J1: ... die spoed waarteen mens werk, dink ek ... visualisering ... kan ... 'n struikelblok raak, jou tyd 'n struikelblok raak, om [te] visualiseer. ... om ... visualisering te laat plaasvind, ... omdat daar nie ... genoegsame tyd [is] om voor te berei nie. (O4:126-129)  |
| Tema 2: Geleenthede aan leerders om self met visualiserings te werk   |
| J2: Gewoonlik as daar tyd is, dan doen ek ... hom alleen dat hulle maar vir my kyk en dan sal ek vir hulle byvoorbeeld ietsie uitdeel ook. (O1:77-78)   |
| Tema 3: Aktiwiteite ten opsigte van visualiserings  |
| J4: Ek dink as daar tyd was, sou ek graag meer laat hulle wou uitknip. ... As ... ek vir hulle kon sirkels gee, en dan knip die kwarte uit, knip die derde uit, dat hulle kan sien dit is nogsteeds deel van 'n groter heel. ... [Ek] [s]ou ... dit graag wou doen. Maar ongelukkig knyp tyd maar baie keer ... (O12:115-118) |
| J2: Ons plak ... sê nou maar verskillende grootte breuke. As mens bietjie tyd het dan ... moet hulle nou kyk hoe groot ... die stukkie [is]. ... Dan moet hulle nou gaan pas bymekaar en kyk watter breuk hy [maak]. (O3:174-176)   |

#### **4.7.1 Bespreking van tyd as 'n struikelblok met die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke**

Rakende die kwessie van tyd (Tabel 4.10), het Onderwysers J1, J2 en J4 gemeld dat die implementering van visualiserings tydwend kan wees (Nardi, 2012:217). Gaetano (2014:8) sê eweneens dat onderwysers beswaar maak teen die implementering van visualiserings omdat dit té veel tyd vereis. Tyd kan dus as 'n hindernis beskou word in die ontwikkeling en implementering van visualiserings tydens onderrig-leersituasies (Naps *et al.*, 2003).

Vanuit Tabel 4.10 is die volgende interpretasies gemaak met betrekking tot tyd as 'n struikelblok in die gebruik van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke:

- **Tema 1: Die doelbewuste implementering van visualiserings in die onderrig-leer van breuke**

Die vinnige pas wat in klaskamers gehandhaaf word kan lei tot onvoldoende tyd vir die voorbereiding van visualiserings, wat gevolglik 'n bepalende faktor is wanneer onderwysers moet besluit of hulle enigsins van visualiserings in hulle onderrig gebruik sal maak (1; O4:126-129).

- **Tema 2: Ontvang leerders elkeen hulle eie visualiserings?**

Onvoldoende tyd kan bepaal of leerders elkeen 'n visualisering kry om self mee te werk of nie, en of hulle net na die visualisering van die onderwyser kan kyk (2; O1:77-78).

- **Tema 3: Aktiwiteite ten opsigte van visualiserings**

Vanuit die aanhalings in Tema 3, word dit duidelik dat tyd die hoeveelheid en soort visualiseringsaktiwiteite wat in die onderrig-leer van breuke geïmplementeer sal word, beïnvloed.

Onderwyser J4 het aangedui dat sy graag wou gehad het dat leerders verskillende breuke moes uitknip uit kartonne. As gevolg van te min tyd, kon sy dit nie implementeer nie. (3; O12:115-118). In dié les het die leerders net breuke met papiere gevou en dit vergelyk terwyl hulle beide hierdie aktiwiteite sou kon doen in plaas van net die een.

Indien Onderwyser J2 meer tyd tot haar beskikking gehad het, sou sy dat die leerders meer fisieke vergelykende aktiwiteite met die verskillende kartonne (wat verkillende breuke voorstel) gedoen het (O3:174-177). Genoegsame tyd kan dus tot meer uitgebreide en/of interessante

aktiwiteite met betrekking tot visualiserings in breuke lei, en meer leerders kan betrek en leerderbetrokkenheid verhoog word.

In 'n onderhoud ná les 2, het Onderwyser J2 aangevoer dat indien daar meer tyd beskikbaar was, sy graag vir elke leerder 'n visualisering sou wou voorberei. Dit sou beteken dat elke leerder die verskillende aktiwiteite met die visualisering oor verskillende breuke sou kon doen – nie die een groep leerders wat een breuk (bv. derdes) behandel terwyl die ander leerders net kyk nie. Elke individuele leerder sou die geleentheid en ervaring gehad het om 'n aktiwiteite met elke breuk uit te voer en daarmee te werk.

Dit was dus duidelik dat tyd 'n beduidende invloed het op, en 'n rol speel in die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke.

#### **4.8 Taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Taal is reeds as 'n tema geïdentifiseer – 'n strategie wat die verband van visualiserings met taal aangespreek het (sien 4.5.2). Taal is met betrekking tot die onderrig-leer van breuke in die algemeen beskou en bespreek, aangesien i) dit as 'n beduidende aspek vanuit die data na vore gekom het en ii) visualiserings nie geïmplementeer kan word en funksioneer sonder taal nie. Taal is onontbeerlik vir kommunikasie tydens enige onderrig-leersituasie. Volgens die NCTM (2000:60) is kommunikasie onlosmaaklik deel van wiskunde en wiskunde-onderwys.

Vervolgens word die temas rondom taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke aangebied en daarna bespreek (sien 2.2.2.1):

**Tabel 4.11: Taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

| <b>Temas met toepaslike aanhalings</b>   |
|--|
| Tema 1: Belangrikheid van taal in wiskunde   |
| J4: ... taal in wiskunde is ook baie belangrik. (O10:48); ... dit is baie belangrik dat [leerders] wiskunde taal leer, dat hulle ... dit hoor ... (O10:55)<br>J1: So jy sal moet die regte terme en woordeskat gebruik. (O2:117)   |
| Tema 2: Spelling en woordeskat   |
| (Sien ook onderaan die tabel: Tema 2 vervolg)  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• In die algemeen:</li> </ul>   |
| J1: ... woordeskat is weereens belangrik. (O8:70-71); Spelling is maar oor die algemeen belangrik. (O4:23-24)<br>J2: Ek sal gewoonlik die naam op die bord skryf en 'n paar keer na dit [verwys] ... (O1:58); Noemer. Sê hom saam met my, noemer. (V2:23)  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Woordeskat is belangrik in 'n inleidende les:</li> </ul>  |
| J3: Omdat die eerste les, leer ek vir hom ... die terminologie aan van breuke. (O9:17)   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Woordeskat is belangrik in opeenvolgende lesse:</li> </ul>  |
| J4: ... dan gebruik ons weer daa[r]die woordjies soos denominator en numerator. (O14:68) (onderhoud met betrekking tot les 2)<br>J4: ... dit is belangrik om daai konsepte ... weer te herroep en weer vas te lê ... (O10:12)  |
| Bykomende aanhalings: O1:58 (J2); O8:71, 88-92 (J1); O9:18 (J3); O13:5-6 (J3)  |
| Tema 3: Engels as 'n onderrig-leertaal teenoor leerders se huistaal/moedertaal   |
| J2: ... nuwe terme, is vir [leerders] soms vreemd, so as hulle in hulle eie taal met mekaar kommunikeer ... dan verstaan hulle baie keer makliker. (O1:115-116, 118, 120)<br>J4: . Nog 'n ding met groepwerk wat by hulle nogals belangrik is, hulle kommunikeer in hulle eie moedertaal. (O12:138-139) En dan verstaan hulle beter, waar ek in Engels kommunikeer, en dis nie hulle moedertaal nie. (O12:143); Ek kan nie hulle moedertaal praat nie. (O14:61)<br>J3: ... hulle luister mos en verduidelik aan mekaar en hy sien en miskien het hy net 'n gedeelte verstaan wat ek verduidelik het maar omdat hy dit nou van sy maatjie af hoor, hulle is op dieselfde .... taalgebruik-groep, so hulle verstaan dan beter as hulle leer van mekaar ook. (O9:135-137) |
| Tema 4: Riskante en/of verkeerde taalgebruik, onakkurate wiskunde deur onderwysers aangebied en miskonsepte wat ontstaan   |

J4: ... twee op twee gelyk is aan twee ... (O10:6); Ek wil hê hulle moet sien dat drie ses ook die helfte van die vormpie is wat hulle ingekleur het. (O16: 12-13)

J3: ... dat ons is net besig om met die noemers te werk, ons gebruik geen, gladi ons tellers nie. (O13:29-30)

J4: ... twee op twee (O10:6); twaalf op twaalf (O14:20); Hulle sukkel partykeer om te verstaan dat sestien op sestien nogsteeds gelyk is aan een. (O16:32)

Tema 5: Verbetering van 'n wiskundige taal in die toekoms

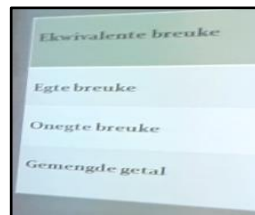
J1: En dalk bietjie meer woordeskat, van hierdie is 'n half, hierdie is 'n kwart, ... hierdie is 'n derde ... omdat ... hulle ... hulle het woordeskat gebruik dis een van vier ... nie dis 'n derde of dis twee vierdes, of dis twee derdes, twee kwarte ... So ek dink ek sal bietjie meer, my woordeskat uitgebrei het, ten opsigte van verskillende egte breuke, ja ... (O4:65-68)

Tema 2 (vervolg): Spelling en woordeskat

J1:



i. (V1)



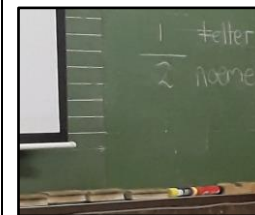
ii. (V3)



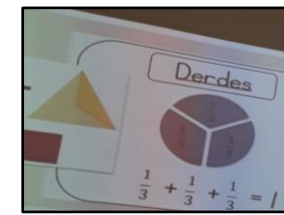
iii. (V1)

J2:

(sien ook Tabel 4.8, Tema 5 – J2)

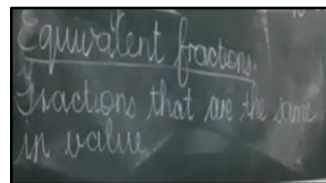


i. (V2, Deel 2)

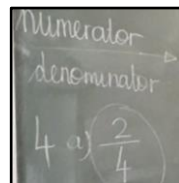


ii. (V2, Deel 2)

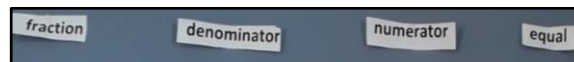
J3:



i. (V7)

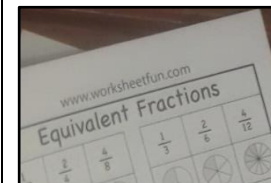


ii. (V12, Deel 1)

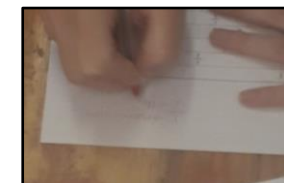


iii. (V12, Deel 2)

J4:



i. (V8, Deel 1)



ii. (V8, Deel 1)

[Onderwyser skryf 'n  $\frac{1}{2}$ , en dui die teller en noemer aan deur dit vir die leerders uit te skryf.]

#### 4.8.1 Bespreking van onderwysers se persepsies oor taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke

Die verskillende geïdentifiseerde aspekte oor taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke (sien Temas 1 tot 5 in Tabel 4.11) word in die bostaande tabel uiteengesit en word vervolgens bespreek.

- **Tema 1: Belangrikheid van taal in wiskunde**

Onderwyser J4 het gemeld dat dit *belangrik is dat [leerders] wiskunde taal leer* (1; O10:55; Riccomini *et al.*, 2015:235). Die stelling kan daarop dui dat sommige onderwysers 'n onderskeid tref tussen 'n algemene en 'n wiskundige taal, en moontlik hulle onderrig daarvolgens beplan, aanpas en uitvoer. Ilany en Margolin (2010) voer aan dat die onderrig-leer van wiskunde uit 'n kombinasie van 'n wiskundige taal en alledaagse of natuurlike taal bestaan.

Boulet (2007:2) noem dat die verband tussen wiskunde en taal onontbeerlik is. Die vier onderwysers het ook taal as 'n belangrike komponent in die onderrig-leer van breuke en wiskunde geïdentifiseer (Morgan *et al.*, 2014:843). Sommige onderwysers het eksplisiet daarvan melding gemaak, byvoorbeeld *taal in wiskunde is ook baie belangrik* (1; O10:48). Andersins was dit sigbaar vanuit die verskeie kere wat die onderwysers taal of verwante aspekte aanspreek tydens die onderhoude, in hulle lesse geïmplementeer het of daaroor gedink en in ag geneem het vóór of ná hulle lesse (sien Tabel 4.11).

Onderwyser J1 het die volgende gesê: *... jy sal ... die regte terme en woordeskat [moet] gebruik* (O2:117). Hierdie stelling kan moontlik verwys na die belangrikheid van 'n akkurate wiskundige taalgebruik. Vae of verkeerde taalgebruik in die onderrig-leer van wiskunde kan leerders se toekomstige begrip van en vordering in breuke en ander areas in wiskunde belemmer (Riccomini *et al.*, 2015:236; Kovarik, 2010:2) deurdat miskonsepte by leerders ontstaan (Roux, 2009:66). Akkurate taalgebruik is daarom uiters belangrik (Bruce *et al.* 2013; Roux, 2009:66).

Hierdie tema hou dus verband met en is die teenstellende idee van Tema 4 wat handel oor onakkurate wiskundige taal.

- **Tema 2: Spelling en woordeskat, en die herhaling daarvan**

Woordeskat (en die spelling daarvan) is deur al die onderwysers op een of ander tydstip as 'n belangrike komponent in die onderrig-leer van breuke beklemtoon (2; O8:70-71; O4:23-24; Flanagan, 2009:2). Larson (2007:11) meld dat woordeskat 'n ondersteunende of belemmerende invloed op leerders se verstaan van wiskunde het.

Onderwyser J3 het beklemtoon dat woordeskat veral in 'n inleidingsles van breuke belangrik is (2; O9:17, 27-29). Sy was van mening dat as die leerders van die begin af 'n goeie vaslegging van die woordeskat en hulle betekenis het, dit leerders se verdere verstaan van breuke kan ondersteun. Die belangrikheid van woordeskat, ook in opeenvolgende lesse was verder deur Onderwysers J1, J2 en J3 aangedui (2; O13:5-6; O14:68). In die verband het Onderwyser J1 gemeld: ... *woordeskat is weereens belangrik* (2; O8:70-71). Die herhaling van kernwoordeskat vanuit vorige lesse sluit aan by Kovarik (2010:4) wat voorstel dat onderwysers ag moet slaan op wat in vorige lesse met leerders behandel is.

Vanuit die bogenoemde het die aspek van herhalings na vore gekom. Die herhaling van kernwoordeskat is noodsaaklik in wiskunde, en is deur Kovarik (2010) en al vier onderwysers beklemtoon (2; O1:58; O13:5-6; O8:90; O14:68). Kovarik (2010:4) bepleit die herhaling van kernwoordeskat, aangesien dit bydra tot die internalisering daarvan by leerders. 'n Beter verstaan en vaslegging van woordeskat kan daartoe lei dat leerders in staat is om die taal wiskundig reg te gebruik (Flanagan, 2009:8) en wiskunde beter verstaan (Riccomini *et al.*, 2015:235; Kovarik, 2010:2; Flanagan, 2009:14).

Onderwysers J1 en J2 het woordeskat hardop tydens hulle klasse herhaal (2; O8:88-92; V2:23). Hierdie praktyk is in ooreenstemming met Onderwyser J4 (O10:55) en Flanagan (2009:23) wat aanvoer dat leerders die wiskundewoordeskat en –taal moet hoor. Dit word verder ondersteun. Die beklemtoning en herhaling van 'n wiskundewoordeskat veroorsaak dat leerders dit meer gereeld hoor, wat daartoe bydra dat hulle dit ook beter onthou (Kovarik, 2010:4). Onderwysers J1 het die herhaling van moeiliker woordeskat aangespreek. Sy laat die leerders “ekwivalente breuke” hardop sê (2; O8:71, 79-81, 88-92).

Uitgeskryfde woordeskat oor breuke was duidelik op die bord in van die onderwysers se klaskamers vertoon (sien Tema 2 (vervolg) vir enkele voorbeelde) en. Onderwyser J2 het genoem dat sy die uitgeskryfde woordeskat op die bord skryf/vertoon en herhaaldelik daarna verwys (2; O1:58-60; sien Tema 2 (vervolg)). Leerders kan dus ook die spelling van die woordeskat op die bord waarneem. Hierdie stelling deur die onderwysers oor taal is ook in hulle lesse uitgevoer.

Dit was duidelik tydens die leswaarnemings dat die onderwysers spesifieke opinies het oor taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Onderwyser J2 was van mening dat sommige leerders se leesvermoë nog nie op 'n voldoende vlak is nie, en dat hulle as gevolg daarvan met wiskunde sukkel (O1:44, 48-49). Verskeie taalverwante aspekte, soos die vermoë om woordeskat te kan gebruik, kan 'n invloed op die algehele wiskundige ontwikkeling of

bekwaamheid van leerders hê (Riccomini *et al.*, 2015:237). Die navorser is dus van mening dat onderwysers die taal, en die onderrig daarvan in wiskunde as belangrik moet ag.

- **Tema 3: Engels as die onderrig-leertaal teenoor leerders se huis- of moedertaal**

Die onderwysers het nie slegs op die leerders se taalgebruik gefokus nie, maar ook hulle taalagtergrond in ag geneem. Onderwysers J2, J3 en J4 het spesifieke verwysings na leerders se eie taal of hulle moedertaal gemaak (sien ook 2.2.2.1, par. 8). Dié onderwysers het gemeld dat as leerders met mekaar in hulle eie taal in die klaskamer kan kommunikeer, dit vir hulle meer betekenisvol kan wees, en tot 'n beter begrip kan bydra (3; O12:138-139, 143; O14:46-48, 52, 61; O1:115-116, 118, 120; O9:135-137). Onderwyser J4 het verduidelik dat dit kan wees omdat i) leerders nie so vlot in Engels is nie, want dit is nie al die leerders se moedertaal nie, alhoewel die onderrig-leertaal Engels is en sy in Engels onderrig; en ii) leerders moontlik dieselfde vlak van taalgebruik het (Onderwysers J3 en J4) (O9:135-137; O14:47-48). Indien leerders met mekaar kommunikeer, geskied hierdie gesprekke in hulle moedertaal (3; O12:139). Die kwessie rondom leerders wat 'n ander voorkeertaal het as die onderrig-leertaal, word ook deur Haag *et al.* (2013:25) opgehaal. Hierdie outeurs voer aan dat leerders met 'n ander taalvoorkeur moontlik meer kan sukkel met 'n akademiese taal, soos wiskunde, wat weer kan bydra tot hindernisse, soos 'n onvoldoende begrip oor klasaktiwiteite en leeswerk. Dit is dus goed dat die onderwysers 'n bewustheid getoon het oor hierdie kwessie – veral onderwysers J2 in wie se klas die leerders nie veeltalig is nie. Dit is egter die geval in onderwysers J3 en J4 se klas, alhoewel hierdie kwessie net deur Onderwyser J4 aangeraak was. Ten spyte van haar melding en bewustheid daarvoor, was daar nie enige spesiale, doelbewuste inagnemings en aanpassings ten opsigte van wiskunde taal-onderrig vir die leerders sigbaar nie.

- **Tema 4: Riskante en/of verkeerde taalgebruik, onakkurate wiskunde deur onderwysers aangebied en miskonsepte wat ontstaan**

Akkurate wiskundetaalgebruik is van groot waarde (Bruce *et al.* 2013; Roux, 2009:66), aangesien onakkurate wiskunde-taalgebruik tot miskonsepte kan lei en leerders se begrip in breuke en ander wiskunde kan belemmer (Riccomini *et al.*, 2015:236; Kovarik, 2010:2; Roux, 2009:66) (sien 4.8.1, Tema 1, par. 3).

Taalgebruik wat tot moontlike miskonsepte by leerders kan lei, het wel in die onderhoude en lesse voorgekom. Onderwyser J4 het taal soos *twalf op twalf* gebruik tydens haar lesse (4.a; O10:6; O14:20; O16:32). Literatuur bepleit dat onderwysers terminologie soos “5 oor 8” of soortgelyk “5 op 8”, of “5 uit 8” vermy (Bruce *et al.*, 2013; Way, 2011; DBO, 2011:164; Boulet, 2007:5). Hierdie soort taalgebruik fasiliteer verkeerde denke van die teller en noemer as twee

afsonderlike getalle wat nie 'n verband het nie, eerder as om leerders te help om daarvoor te dink as 'n getal kleiner as 1, maar groter as 'n half. Boulet (2007:5) verduidelik dat hierdie soort taalgebruik leerders kan verhinder om aan breuke te dink as 'n sekere hoeveelheid (*quantity*) wat 'n breuk voorstel. Bruce *et al.* (2013) verhelder die problematiese aard van riskante taalgebruik deur te noem dat leerders nie die betekenis en begrip van “6 uit 8” kan oordra en toepas op onegte breuke nie, aangesien daar nie 8 uit 6 geneem kan word nie. Onderwyser J4 het verder genoem: ... *hulle moet sien dat drie ses ook die helfte van die vormpie is ...* (in plaas van drie sesdes) (O16:12-13). Vanuit Flanagan (2009:23) en Kovarik (2010:4) se aanbevelings, kan afgelei word dat as leerders hierdie onakkurate soort taalgebruik rondom breuke hoor, hulle dit moontlik kan internaliseer, onthou en ook gebruik. Dit word daarom aanbeveel dat onderwysers eerder terminologie soos “vyf agstes” moet gebruik (Way, 2011:155).

Onakkurate of foutiewe taalgebruik het ook vanuit die lesse na vore gekom. Onderwyser J4 het van *twee op twee gelyk is aan twee* gebruik gemaak (4 O10:6). Dié onderwyser het moontlik net onwetend verkeerd gepraat, maar dit kan ongelukkig i) leerders wat reeds 'n goeie begrip begin vorm het, laat twyfel en hulle deurmekaar maak; en ii) die leerders wat nog probeer sin maak van breuke se verstaan belemmer of miskonsepte laat ontstaan. Verder het Onderwyser J4 gemeld: *die lyf van 'n vliegtuig is langwerpig, soos 'n reghoek* (O12:86-87). Hierdie spesifieke voorbeeld en taalgebruik van Onderwyser J4 kan leerders se begripvorming moontlik benadeel, aangesien 'n vliegtuig se lyf drie dimensioneel (3D) is, en die reghoek twee dimensioneel (2D) is. Onderwysers moet dus daarom deurlopend hulle taalgebruik monitor ('n metakognitiewe strategie) en ag slaan op taal in onderrig-leersituasies, sodat dit akkuraat en bevorderend tot leerders se begrip is.

Enkele voorbeelde van onakkurate wiskundetaalgebruik deur Onderwyser 3:

- i) ... *[ons is] net besig om met die noemers te werk ons gebruik ... glad [nie] ons tellers nie* (O13:30). Behalwe dat die onderwyser dit dalk andersom bedoel het, is dit steeds nie die beste praktyk nie en haar stelling kan moontlik verbind word met meer tradisionele idees waar leerders breuke geleer is deur reëls of rympies. Haar stelling kan eerstens die idee by leerders laat ontstaan dat tellers en noemers aparte getalle is in isolasie van mekaar. Tweedens, kan dit aandui op 'n onvoldoende begrip oor tellers en noemers, en uiteindelik breuke.
- ii) *wanneer ons ... gewone breuke optel, ... is hulle gewoonlik ... breuke wat die dieselfde lyk ... dit wil sê ... is hulle ... denominators dieselfde* (O15:13-15). Dit is dalk onakkuraat en kan leerders verwar deur te sê dat breuke dieselfde lyk. Daar behoort

eerder beklemtoon te word dat breuke se noemers dieselfde moet wees, dit wil sê dat breuke opgetel kan word as die heles in ewe groot dele verdeel is.

- iii) ... *the whole was also divided into four equal parts. That is [what] we mean that ... in Grade 4, we only add fractions that are the same image of the other. Or a mirror reflection of the other* (V7:7-9). Hierdie stelling is onakkuraat en kan leerders weereens verwar. Die onderwyser het bedoel dat die noemers dieselfde moet wees, maar dit is in teenstelling met wat sy werklik gesê het. 'n "Mirror reflection" is nie die beste term om met breuke te verbind in hierdie opsig nie. Dit is dus duidelik dat onderwysers hulle taalgebruik deeglik vooraf behoort te beplan en te deurdink, en ook tydens lesse te monitor.

Met die inagneming van die werklike lesgebeure, het dit geblyk dat Onderwysers J3 en J4 moontlik 'n wiskundetaal en woordeskat as belangrik ag, maar dat hulle opmerkings ten opsigte van taal (soos dit in Tabel 4.11 voorkom) nie werklik in hulle lesse gereflekteer het nie (sien onderstaande uiteensetting daaroor). Dit kon om verskeie redes gewees het – die onderwysers se tyd vir beplanning vir die lesse was dalk beperk. Hierdie onderwysers se bydraes in die bogenoemde besprekings toon egter nog steeds hulle persepsies oor taal, en was nuttig om te vergelyk met literatuur en is van toepassing op die onderrig-leer van breuke. Aanhalings deur Onderwyser J3 en dan Onderwyser J4 oor taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke word vervolgens aangebied waarna teenstrydige opmerkings deur die navorser verskaf word:

- **Aanhalings deur Onderwyser J3**

**Les 1:**

- *Omdat die eerste les, leer ek vir hom die, die terminologie aan van breuke* (O9:17)  
N: ... *so verstaan ek reg juffrou sê basies vir my dat terminologie is 'n baie belangrike en 'n ... basis-stap in die onderrig-leer van breuke ...* (O9:27-28) J3: *Baie belangrik ja.* (O9:29)

**Les 2:**

- ... *maar elke keer sal ek terug gaan na die vorige les toe, veral soos die terme denominator, jou division line en jou numerator ...* (O13:5-6)

- **Teenstrydige aanmerkings vanuit die navorser se veldnotas – Onderwyser J3 se lesse**

**Les 1 (W5:29-34):**

- *Ek dink nie die onderwyser leer regtig vir die leerders die woordeskat van beuke aan, soos wat sy in die onderhoud aangedui oor die eerste les van breuke nie, of soos sy behoort nie. Onderrig nie wiskunde woordeskat doelbewus en spesifiek nie, net die breuke inhoud, waar taal dan gebruik word. Geen doelbewuste fokus op die spelling van die woordeskat in hierdie eerste les van breuke nie. “Teller” en “noemer”, en wat hulle voorstel/betekenis word 'n paar keer deur die les (oppervlakkig herhaal, vir breuk-verwante doeleindes, nie ter wille van taal nie.*

**Les 2 (W7:24-35):**

- *Geen doelbewuste fokus en beklemtoning van kern woordeskat van hierdie (bv. adding/addition) of die vorige les (bv. numerator; denominator; equal parts) nie.*
- *Kernwoordeskat word net vlugtig en oppervlakkig genoem deur J3 wanneer oor die optelling van breuke (die wiskunde) gepraat word, soos wat sal my noemers hier wees – wanneer sy verwys na 'n optelsom met breuke of vrae vra oor die som. Hierdie is al wanneer die leerders hierdie woordeskat hoor.*
- *Leerders kry nie geleentheid om self die woordeskat hardop te sê nie.*
- *Uitgeskryfde woordeskat (fractions, equivalent fractions, numerator, denominator) vertoon net op die swartbord – leerders moet van hierdie as opskrifte in hulle boeke skryf (sien Tabel 4.11, Tema 2 vervolg, J3 i-ii). Sekere woordeskat van breuke verskyn op 'n muur agter in die klas (sien Tabel 4.11, Tema 2 vervolg, J3 2.iii), maar die onderwyser rig geensins die leerders se aandag hierop nie.*
- *Die hoof fokus in die les is op die wiskunde inhoude, en nie op die wiskunde taal/woordeskat nie. Wiskunde taal/woordeskat word net gebruik wanneer van breuke/wiskunde gepraat word.*

- **Aanhalings deur Onderwyser J4**

**Les 1:**

- *dit is baie belangrik dat hulle (leerders) wiskunde taal leer, dat hulle ... dit hoor ... (O10:55)*
- *dit is belangrik om daai konsepte ... weer te herroep en weer vas te lê ... (O10:12)*
- *as jy dit van jou maatjie af hoor, maak dit partykeer meer sin as van die juffrou af. Nog 'n ding met groepwerk wat by hulle nogals belangrik is, hulle kommunikeer in hulle eie moedertaal. (O12:138-139). En dan verstaan hulle beter, waar ek in Engels kommunikeer, en dis nie hulle moedertaal nie. (O12:143)*

**Les 2:**

- *in intervensie-verband word hulle aangemoedig, uhm, met mekaar te werk, veral twee kinders wat op dieselfde vlak is en mekaar in hulle taal kan verduidelik kan ek amper sê. (O14:46-48) ... in hulle moedertaal. Dit help nogals baie. (O14:52); daar help hulle mekaar. Ek kan nie hulle moedertaal praat nie. (O14:61)*
- *dan gebruik ons weer daai woordjies soos denominator en numerator (O14:68) (onderhoud met betrekking tot les 2).*
- **Teenstrydige aanmerkings vanuit die navorser se veldnotas – Onderwyser J4 se lesse**

**Les 1:**

- *Onderwyser skryf 'n breuk op die papier, trek pyltjies vanaf die teller en noemer en skryf hierdie terme uit by elkeen – hierdie is die enigste keer waar die uitgeskryfde woordeskat aangebied word. (W6:7-8)*
- *Doelbewuste beklemtoning en onderrig van wiskunde taal/woordeskat is omtrent heeltemal afwesig alhoewel die onderwyser in die onderhoude met betrekking tot les 1 aangevoer het dat wiskunde taal/woordeskat belangrik is, dat dit herhaal moet word en dat haar leerders se moedertaal nie noodwendig Engels is nie. Geen spesiale aktiwiteite ten opsigte hiervan is gedoen nie. Onderwyser laat die leerders met die eerste aktiwiteit begin, terwyl daar nog geensins op wiskunde woordeskat/taal gefokus is nie. Die woordeskat is nie herhaal, of hardop gesê deur die leerders nie. Leerders hoor net die*

*woordeskat nou en dan wanneer die onderwyser dit gebruik ten opsigte van breuke – wiskunde-georiënteerd, nie taal-georiënteerd nie. (W6:56-63)*

- *Na die eerste aktiwiteit, begin die leerders met 'n volgende aktiwiteit oor ekwivalente breuke – hier is weereens geen stilstaan/fokus/beklemtoning van hierdie woord nie. Die onderwyser sê net vinnig die definisie van hierdie woord. (W6:64-66)*
- *“Equivalent fractions” verskyn geskryf op die papier/opdrag wat leerders doen – hulle aandag word nie daarop gevestig nie. (W6:67-68)*
- *Leerders word nie regtig aangemoedig om met mekaar te kommunikeer oor die wiskunde inhoude nie – om werklik daarvoor te praat en idees met mekaar te deel nie. (W6:69-70)*
- *Onderwyser gebruik taal (ten opsigte van breuke-inhoude) soos one third is equal to two sixths, sy sê die name van die breuke – so kan leerders hierdie tipe taal hoor. (W6:71-72)*

## **Les 2:**

- Die onderwyser onderrig nie doelbewus wiskunde taal nie, veral nie hier waar Engels dalk nie leerders se huistaal is nie. Sy moedig ook nie die leerders aan om met mekaar te kommunikeer nie. – Dis in teenstelling met wat sy in haar onderhoud genoem het. (W8:27-29)

- **Tema 5: Verbetering van 'n wiskundige taal in die toekoms**

Vanuit die navorsing was dit duidelik dat sommige onderwysers dit moontlik belangrik geag het om taal in toekomstige lesse/onderrig-leer te verbeter. Onderwyser J1 het in 'n onderhoud ná haar les aangedui dat sy meer woordeskat in haar les sou wou gebruik en haar woordeskat sou wou uitbrei. Sy het ook gemeld dat sy meer woordeskat soos 'n half, 'n kwart, en 'n derde wou gebruik, aangesien sy agtergekom het dat leerders se gebruik van hierdie terme nie korrek is nie (5; O4:65).

Taal en meegaande elemente daarvan speel 'n belangrike rol in die onderrig-leer van breuke. Daar is verskeie aspekte om te oorweeg deur onderwysers tydens die onderrig-leer daarvan, en dit is dus noodsaaklik dat onderwysers 'n wiskundige taal en 'n breukewoordeskat doelbewus onderrig. 'n Beter begrip van 'n breukewoordeskat kan bydra tot 'n beter begrip van breuke.

## 4.9 Samevatting

In Hoofstuk 4 is gefokus op sekondêre navorsingsvraag 1, naamlik: *Hoe en watter visualiserings (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?* Die elemente wat uit die data na vore gekom het oor hoe en watter visualiserings onderwysers implementeer met betrekking tot die onderrig-leer van breuke, is geïdentifiseer, uiteengesit en geïnterpreteer.

Verwante kategorieë is aangebied en bespreek. Heelwat kategorieë is geïdentifiseer ten opsigte van sekondêre navorsingsvraag 1. Die kategorieë het die i) implementering; ii) visualiserings en -aktiwiteite, iii) beplanning; iv) strategieë; v) waarde of voordele; vi) en struikelblokke ten opsigte van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke ingesluit. vii) Taal in die algemeen met betrekking tot die onderrig-leer van breuke is ook geïdentifiseer.

Dit het voorgekom asof die onderwysers 'n algemeen gunstige persepsie van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke handhaaf, en glo dat dit waardevol is. Dit het egter soms voorgekom asof daar 'n gaping is tussen dít wat die onderwysers in die onderhoude aangevoer het en wat werklik in hulle lesse gebeur het. Die onderwysers se ware persepsies en idees oor visualiserings is vasgevang, maar kon dalk nie realiseer nie weens verskeie redes, byvoorbeeld beperkte tyd vir voorbereiding. Die navorser is van mening dat nuttige data steeds bekom is waarop ag geslaan kan word. Inligting is versamel oor visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke: i) wat die onderwysers werklik geïmplementeer/gedoen het (bv. hierdie visualiserings is só gebruik vir hierdie doeleindes) (sien 4.3), en ii) ook wat moontlik gedoen kan word (bv. daardie visualiserings kan só gebruik word om dit te bereik) (sien 4.3.4, par. 5: Onderwyser J4 voer aan dat leerders moontlik boontjies kan deel (O12:109)).

Die huidige gebruik van visualiserings en die kognitiewe leerstyl, kan 'n aanduiding wees van die huidige stand van opvoedkundige visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Bykomende navorsing in meer areas van visualiserings in breuke en wiskunde is nodig of dui onvoldoende riglyne aan oor visualiserings.

Uit hierdie hoofstuk wil dit blyk asof onderwyser J1 dalk oor die algemeen groter bydraes as onderwyser J4 gelewer het. Die rede hiervoor mag wees dat J4 minder onderwyserervaring as J1 het. 'n Verdere rede mag voort vloei uit die feit dat J4 eers BA Kommunikasie studeer het en daarna 'n NGOS gedoen het, terwyl J1 oor 'n B.Ed-graad beskik.

Soms is teenstellende inligting oor 'n spesifieke tema binne 'n kategorie bekom. Nie al vier onderwysers het dieselfde hoeveelheid visualiserings geïmplementeer nie. Diverse menings oor

verskillende aspekte (temas) oor visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke is gehandhaaf en kan daarop dui dat onderwysers eerder elke unieke onderrig-leersituasie self moet analiseer en dan sekere oorwegings en aanpassings moet maak om uiteindelik die effektiwste visualiserings vir 'n bepaalde situasie te ontwerp. Laasgenoemde stelling sluit aan by metakognitiewe strategieë, wat in die volgende hoofstuk bespreek is. In Hoofstuk 5 word sekondêre navorsingsvraag 2 (metakognitiewe strategieë) beantwoord.

## **HOOFSTUK 5: ANALISE VAN DIE DATA EN BESPREKING VAN DIE BEVINDINGS – VISUALISERINGS EN METAKOGNISIE MET BETREKKING TOT DIE ONDERRIG-LEER VAN BREUKE: DEEL 2**

### **5.1 Inleiding**

Hoofstuk 4 het sekondêre navorsingsvraag 1 beantwoord. Die beantwoording van sekondêre navorsingsvraag 2 is die fokus van hierdie hoofstuk.

#### **Primêre navorsingsvraag**

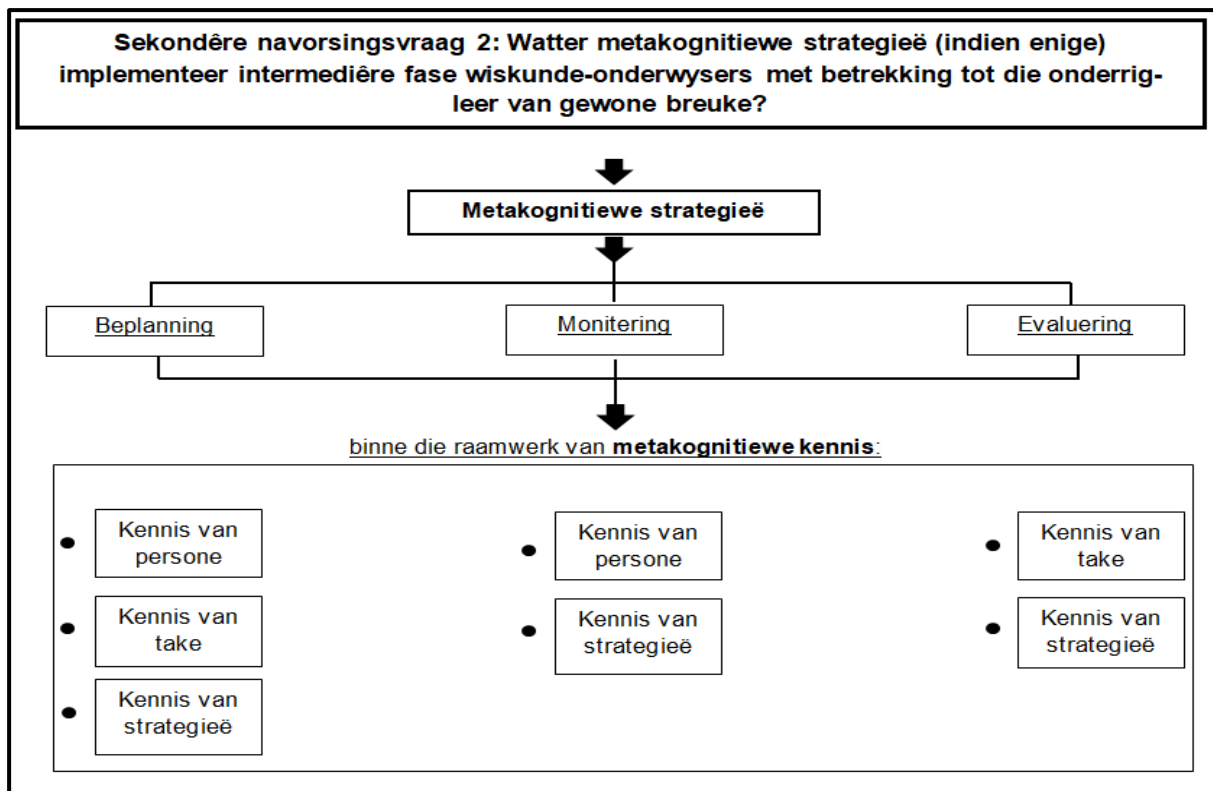
Hoe en watter visualiserings en watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

#### **Sekondêre navorsingsvraag 2**

Watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer intermediêre fase-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

### **5.2 Afdeling met betrekking tot sekondêre navorsingsvraag 2**

Die onderstaande figuur (Figuur 5.1) bied 'n uiteensetting van hierdie hoofstuk.



**Figuur 5.1: Uiteensetting van Hoofstuk 5**

Metakognitiewe onderrig (om met metakognisie te onderrig) is noodsaaklik vir die doeltreffende onderrig-leer (Jiang *et al.*, 2016:404) van breuke en vir die bevordering van die onderrig-leer van wiskunde en verbandhoudende praktyke (Lewis, 2016:81) (sien 1.7.4.1 – onderrig met metakognisie). Onderwysers se bewustheid van, en beheer oor hulle eie kognitiewe aktiwiteite (metakognitiewe regulering, sien 2.4.2) is onontbeerlik vir doeltreffende metakognitiewe onderrig (Crossland, 2015:14). Metakognitiewe regulering vereis beplannings-, moniterings- en evalueringsaktiwiteite of -prosesse (Braund, 2016:11; Jacobs & Paris, 1987:259), met ander woorde metakognitiewe strategieë (sien 1.1.3.1). Metakognitiewe strategieë kan onderwysers help om te bepaal of die visualiserings of ander onderrig-leerpraktyke relevant en effektief was of nie. Die uitvoering van metakognitiewe strategieë vereis metakognitiewe kennis, wat insluit kennis van i) individue (leerders of onderwysers); ii) take (onderrig-take of leerderaktiwiteite/take; en iii) strategieë (beskikbare en toepaslike onderrig-leer strategieë) (sien 2.4.2).

Al vier onderwysers (J1, J2, J3 en J4) het metakognitiewe strategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïmplementeer en/of geïdentifiseer. Alhoewel verskeie van die aspekte wat in Hoofstuk 4 genoem is verband kan hou met die inhoud van hierdie hoofstuk,

word net die metakognitiewe strategieë wat die **onderwysers geïdentifiseer en/of geassosieer het**, in hierdie hoofstuk uiteengesit en bespreek. Verder kan sommige onderafdelings in hierdie hoofstuk ook met meer as een idee verband hou.

Alhoewel hierdie hoofstuk oor metakognitiewe strategieë handel, is daar enkele verwysings na metakognitiewe kennis aangesien daar voortdurend interaksie tussen die twee plaasvind en die twee konsepte interafhanklik is. Die hoofstuk bespreek die metakognitiewe strategieë van beplanning, monitering en evaluering binne die raamwerk van metakognitiewe kennis (individue, take en strategieë) waar toepaslik. Onder beplanning word daar byvoorbeeld verwys na hoe metakognitiewe kennis van die i) leerders of onderwysers self, die ii) taak (onderrig-leer van gewone breuke), en die iii) beskikbare en toepaslike onderrig-leerstrategieë die onderwyser in lesbeplanning gelei het.

### **5.3 Beplanning as metakognitiewe strategie**

Tabel 4.6 (Tema 1) toon dat al vier onderwysers aangedui het dat hulle vooraf beplan het. Dit blyk dat die vier onderwysers die metakognitiewe strategie van beplanning ten opsigte van visualiserings en verskeie ander aspekte van onderrig-leer in hulle lesse toegepas het. Tydens die beplanningsproses vir onderrig-leer behoort onderwysers verskeie onderrig-leerverwante aspekte in ag te neem, daaroor te reflekteer en sekere kennis op te roep. Die aspekte wat met die onderwysers se vooraf-beplanning gepaard gaan, word vervolgens bespreek.

#### **5.3.1 Onderwysers se eie beplanning met betrekking tot die onderrig-leer van breuke vir 'n bepaalde groep leerders**

Soos in Hoofstuk 4 aangedui is, behoort onderwysers die individuele leerders in ag te neem met betrekking tot hulle agtergrond, voorkennis en die vlak waarop hulle is, en die onderrig-leer daarvolgens te beplan, in te rig en aan te pas. Die betrokke metakognitiewe strategieë (bv. beplanning) wat die onderwyser wil gebruik, sluit dus ook metakognitiewe kennis van die leerders in. Byvoorbeeld, indien die onderwyser weet dat sommige leerders kos van die skool af ontvang en baie keer honger is, sal die onderwyser eerder kos-verwante visualiserings vermy. Onderwysers se kennis oor leerders se voorkennis is belangrik aangesien dit 'n kern rol speel in die identifisering of konstruering van gepaste visualiserings. Hierdie afdeling (5.3.1) verwys dus na beplanning (metakognitiewe strategie) met betrekking tot kennis van individue (metakognitiewe kennis).

Die onderwysers (deelnemers) het verskillende beplanningsaspekte ten opsigte van die leerders aangeraak. Alhoewel sommige aanhalings uit onderhoude kom wat na die lesse

plaasgevind het, is dit steeds nuttig, aangesien hierdie aspekte tydens die beplanning van die onderrig-leer in ag geneem behoort te word en dit aspekte is waaraan die onderwysers moontlik gedink het tydens die beplanning. Dit is moontlik dat hulle dit net nie aangeraak het in die onderhoude voor die lesse nie.

### **5.3.1.1 Leerders se verwysingsraamwerke, voorkennis, ouderdom en kognitiewe vlakke**

Onderwyser J3 en J4 (O12:84-88) beklemtoon visualiserings waarmee leerders bekend is en wat binne hulle verwysingsraamwerke is:

*J3: so ek gebruik iets uit sy (die leerder(s) se) omgewing uit, byvoorbeeld 'n appel of so iets (O9:17-18)*

In ooreenstemming met Phillips *et al.* (2010:31) en Mayer (2011:432), behoort onderwysers hierdie aspek tydens die beplanning van die spesifieke visualiserings in ag te neem om sodoende “effektiewe visualiserings” te implementeer wat binne leerders se verwysingsraamwerke is (sien Tabel 4.6 en 4.4.1, Tema 3 by beide). Onderwyser J3 verduidelik dat bekende visualiserings belangrik is, sodat die visualiserings nie vir leerders vreemd is nie en leerders makliker daarmee kan assosieer (O9:36,49). Onderwysers J3 en J4 het geen visualiserings buite die leerders se verwysingsraamwerke geïmplementeer nie. Onderwyser J4 het byvoorbeeld papiere gebruik – eenvoudige visualiserings waarmee die leerders bekend is. Dit is opmerklik dat hierdie twee onderwysers wat hierdie aspek opgehaal het, werkzaam is by Skool B, wat in 'n landelike gebied geleë is. Individue by die skool het aangevoer dat die skool soms as 'n plaasskool beskou word weens die skool se ligging. Dit kan dus bydra tot wat die onderwysers in ag neem en aanneem oor leerders se verwysingsraamwerke.

Die aktivering van leerders se voorkennis is deel van beplanning as 'n metakognitiewe reguleringsproses tydens onderrig-leer (Mahdavi, 2014:531). Dit blyk dat Onderwysers J1 en J2 (O1:126) die werk wat leerders in vorige grade behandel het en hulle verdere voorkennis in ag neem (ten opsigte van visualiserings) tydens die beplanning van hulle lesse:

*J1: ek het ... vooraf beplan watter visualisering[s] ek gaan konstrueer ... maar wat op die kinders se vlak is. (O2:60-61) ... ons weet maar min of meer wat ... in die vorige grade gebeur. So dan werk ons maar op daardie voorkennis van hulle. (O2:69-73)*

Leerders se voorkennis behoort juis tydens die beplanningsfase van lesse oorweeg te word, aangesien visualiserings op 'n gepaste vlak moet wees ten opsigte van leerders se voorkennis (Phillips *et al.*, 2010:87). Dit is belangrik om die onderrig so in te rig dat die inhoude op mekaar volg en dat daar nie gapings ontstaan nie (sodat leerders die inhoude voldoende kan bou en

verbind). Die vlak waarop leerders is behoort ook in ag geneem te word sodat die aktiwiteite, of te wel visualiserings/aktiwiteite met visualiserings, uitdagend genoeg sal wees (Lester, 2013:262), maar ook nie te moeilik is dat dit ondoenbaar is en leerders ontmoedig nie.

Onderwysers J3 (O9:145-146) en J4 (O10:10, 12) wys op die inagneming van die grade van die leerders. Hulle hou tydens beplanning in gedagte dat dit nog jonger leerders is en hulle maak aanpassings ten opsigte van sekere aspekte (bv. groepwerk of speel). Onderwyser J4 dui aan dat konsepte byvoorbeeld herhaal word en Onderwyser J3 voer aan dat (opvoedkundige) spel (speel) by die onderrig ingesluit kan word omdat jonger leerders makliker onthou deur te speel:

*J3: ... veral Graad 4-leerders ... hulle is geneig om makliker goed te onthou as hulle dit speel-speel leer. (O9:145-146)*

Kennis oor leerders se verwysingsraamwerke, voorkennis, ouderdom en kognitiewe vlakke is voorbeelde van metakognitiewe kennis van individue.

### **5.3.1.2 Taal met betrekking tot die leerders**

Beplanning rakende aspekte van leerders se taal kan ook verband hou met die beplanning van onderrig-leer aktiwiteite/take (sien 5.3.3.2). Die onderwysers het skynbaar verskeie taalverwante aspekte in ag geneem, spesifiek ten opsigte van die leerders. Een voorbeeld is byvoorbeeld die leerders se leesvermoë en hulle moedertaal teenoor die onderrig-leertaal.

Onderwyser J2 het aangedui dat sommige leerders se (moontlik onvoldoende) leesvermoë 'n struikelblok kan wees en dat sy daarom konkrete dinge (met behulp van visualiserings) implementeer om die leerders te ondersteun:

*J2: ... hulle leesvermoë is nog nie op daa[r]die vlak, veral met wiskunde, laat hulle dit self kan lees en verstaan nie. Dis hoekom ons dit maar konkreet doen. (O1:48-49)*

Mayer (2011:432) dui aan dat visualiserings 'n meer konkrete konteks vir die verstaan van woordeskate of taal bied. Dit kan moontlik nodige ondersteuning in die verband bied.

Onderwysers J3 en J4 het die leerders se moedertaal en die onderrig-leer taal opgehaal (sien 2.2.2.1; 4.8.1 en Tabel 4.11 – Tema 3 by beide):

*J4: Nog 'n ding met groepwerk wat by hulle nogal belangrik is, hulle kommunikeer in hulle eie moedertaal (O12:138-139). En dan verstaan hulle beter, waar ek in Engels kommunikeer, en dis nie hulle moedertaal nie. So dit help baie met groepwerk met hulle. (O12:143-144)*

Alhoewel die onderwyser hierdie aspek aangespreek het, het sy nie spesiale aanpassings aan haar les gemaak nie. Daar kan verskeie redes daarvoor wees (bv. onvoldoende opleiding of tyd), maar daar is wel 'n aanduiding dat sy bewus is hiervan. Hierdie is ook 'n aspek wat beslis in ag geneem behoort te word met die beplanning van die onderrig-leer van breuke in klasse waar daar 'n moedertaal en 'n onderrig-leer taal teenwoordig is.

### **5.3.2 Beplanning met die inagneming van die onderwyser se ervarings en voorkennis (metakognitiewe kennis) vanuit vorige onderrig-leersituasies van breuke**

Beplanning met betrekking tot onderwysers se voorkennis en ervarings vanuit vorige onderrig-leersituasies van breuke sal 'n invloed hê en daarom 'n rol speel in elke afdeling van 5.3.1. tot 5.3.5 (beplanning rakende i) visualiserings, ii) die onderrig-leer van breuke, iii) die leerders, en iv) breuke. Onderwysers doen ervaring op en win kennis in oor die onderrig-leer van breuke uit vorige kere wat hulle breuke onderrig het. Hulle kom agter wat effektief en wat minder effektief is, en hulle kan hierdie kennis gebruik om aanpassings te maak vir die volgende onderriggeleenthede. Onderwyser J2 noem so 'n voorbeeld:

*... veral met breuke, gebruik ons nogal visualisering baie. Ek het gevind dit help die kinders nogal om dit makliker te verstaan dan. (O1:4-5)*

Hierdie aanhaling kan verwys na die onderwyser se metakognitiewe kennis van individue (sien 2.4.2). Die onderwyser het moontlik kennis opgedoen oor die feit dat leerders wiskunde-inhoude beter begryp wanneer visualiserings in die onderrig-leer geïmplementeer word. Vorige ervarings en kennis kan ook bydra daartoe om geïmplementeerde visualiserings vir toekomstige kere te verbeter. In hierdie verband meld Onderwyser J2 verder:

*... ek het al in die verlede gesien as mens byvoorbeeld vir hulle papierbordjies uitdeel, wat nou 'n sirkel is, is dit nou weer moeilik om te knip. (O3:94-95) So dis hoekom ek nou maar ... tot my beskikking gehad het, die kartonne, en gedink dit gaan makliker knip vir hulle, om te gebruik, maar mens kan dalk dan nou maar in die toekoms eerder 'n sirkel op 'n karton maak en om vooraf uitknip, met die beplanning en dan gaan dit makliker dalk werk. (O3:96-99)*

Die bogenoemde toon dat sekere aspekte van onderrig-leer verbeter kan word na aanleiding van die kennis en ervarings wat opgedoen is deur middel van monitering en/of evaluering (metakognitiewe strategieë) van vorige onderrig-leersituasies. In die bogenoemde geval het die onderwyser besef dat die materiaal van die visualisering ('n papierbord) vir sommige leerders moeilik is om te knip. Deur 'n aanpassing te maak en kleurkartonne te implementeer (wat jonger leerders makliker kan knip), kan die onderrig-leer tyd moontlik meer effektief gebruik word. Dit

verminder ook die risiko dat die leerders se aandag wegdraal van breuke af omdat hulle sukkel om te knip.

Die vier onderwysers het verskeie aspekte wat onderwysers met die beplanning van die onderrig-leer van breuke behoort te oorweeg, geïdentifiseer. Deeglike beplanning rondom hierdie aspekte kan moontlik bydra tot meer effektiewe onderrig-leer van breuke. Alle besluite wat die onderwysers tydens die beplanningsfase geneem het (bv. oor watter visualiserings hulle wanneer, en vir watter doel sal implementeer; en of leerders die aktiwiteite individueel of in groepsverband gaan uitvoer), is deel van en ontwikkel metakognitiewe onderrig (Desoete & Ozsoy, 2009:2; Duffy *et al.*, 2009:240), wat weer bydra tot die effektiwiteit van die onderrig-leer van breuke (Jiang *et al.*, 2016:404; Lewis, 2016:81; Baten *et al.*, 2017:615).

### **5.3.3 Beplanning van take vir die onderrig-leer van breuke**

Die beplanning van toepaslike aktiwiteite/take vir die onderrig-leer van breuke, hou ook verband met onderrig-leerstrategieë aangesien dit 'n rol speel in leerders se leer. Hierdie afdeling verwys dus na beplanning (metakognitiewe strategie) met insluiting of betrekking van kennis van take (metakognitiewe kennis).

#### **5.3.3.1 Aktiwiteite en die rolle van onderwysers en leerders met betrekking tot die onderrig-leer van breuke**

Sodra die onderwyser die breuke-inhoud en -idees wat onderrig moet word geïdentifiseer het, behoort hulle te beplan hoe hulle daardie inhoud en idees effektief kan fasiliteer met behulp van die visualiserings. Die konstruering of identifisering van gepaste aktiwiteite of take en die oorwegings daaromtrent is deel van (metakognitiewe) beplanning (Lester, 2013:262).

Die onderwysers het bewyse van hierdie soort beplanning gelewer ten opsigte van:

- Waarvoor spesifieke geïdentifiseerde visualiserings gebruik word:

*J1: Die sirkel gaan gebruik word as derdes en sesdes ... en dan die vierkante gaan gebruik word as 'n hele en 'n halwe en kwarte en agstes. (O8:44-45)*

- Watter aktiwiteite met die visualiserings uitgevoer gaan word (leerders vergelyk die grootte van die verskillende kartonne wat verskillende breuke voorstel):

*J2: ek het weer kartonne wat ek gebruik, wat [leerders] knip en kyk en pas op mekaar om te sien watter een is groter (O6:21-22);*

J1: *ek ... maak gebruik van verskillende kleurkartonne ... in verskillende vorm[s], vierkante en sirkels ... en die doel daarmee is sodat hulle kan sien met die ekwivalente breuke dat 'n breuk ook dieselfde is as 'n ander breuk wanneer ek dit op mekaar sit ...* (O8:30-33)

Verdere aanhaling: J4: (O10:22-24)

- Hoe die visualiseringsaktiwiteite uitgevoer gaan word, bv. in groepe van vier:

J1: *... ons gaan weer vier-vier in 'n groepie, en dan gaan ... hulle, die verskillende, ... breuke kry in die formaat van die karton en dan gaan hulle self dit moet pak.* (O8:49-50)

Die beplanning en vasstelling van die lesaktiwiteite gaan gepaard met die oorwegings rakende die rolle van die onderwysers en leerders – wat, wie (die onderwyser of leerders) gaan doen tydens die lesaktiwiteite. Vanuit die bogenoemde aanhalings kan byvoorbeeld aangevoer word dat die leerders se rol gaan wees om die gegewe taak oor breuke uit te voer, terwyl die onderwyser dalk in die klas sal rondgaan en fasiliteer. Dit is belangrik dat onderwysers vooraf beplan en aspekte soos lesaktiwiteite vaspen sodat die les optimaal kan verloop.

Onderwysers se metakognitiewe kennis van die leerders (individue), take en strategieë (ook strategieë verbonde aan visualiserings, sien 4.5.1), beïnvloed watter visualiserings op watter wyse geïmplementeer gaan word (beplanning as metakognitiewe strategie). Byvoorbeeld, indien onderwysers weet dat leerders ekwivalente breuke makliker leer deur fisiese voorwerpe te vergelyk (eerder as simboolvorm alleen) [kennis van individue], gaan hulle visualiserings implementeer [kennis van strategieë] en leerders die geleentheid gee om visualiserings wat verskillende breuke voorstel self te vergelyk [kennis van take]. 'n Voorbeeld hiervan is wanneer leerders byvoorbeeld kartonne vergelyk en die onderwyser besluit om die leerders in klein groepe te laat werk sodat die leerders die breuke-inhoud, -idees en woordeskat met mekaar kan kommunikeer en dit gebruik.

### **5.3.3.2 Taal (woordeskat) met betrekking tot breuke**

Beplanning vir taalverwante aktiwiteite hou ook verband met metakognitiewe kennis, aangesien dit tydens die beplanning oorweeg behoort te word. Die onderwysers het aangedui dat hulle aktiwiteite rondom taal beplan.

Melding deur Onderwysers J1 (O8:71, 88-92) en J3 (O9:17) tydens die onderhoude dui op vooraf-beplanning rondom woordeskat, byvoorbeeld:

J1: *Ekwivalent is maar 'n groot woord (O8:71). Ek het eers net die woord op die PowerPoint self gesit, met sy betekenis, vir 'n verduideliking ... en dan is dit nou die prakties wat hulle gaan doen met die kartonne saam met my ... om dit in te skerp, en dan ... om die woord self aan te leer en uit te spreek, ... is dit maar net herhaling en dan ... deel in lettergrepe om die woord, as 'n geheel dan nou ... op te deel en ... as geheel weer saam te sê, sodat dit maar vasgelê kan word. (O8:88-92)*

Onderwyser J1 het kern wiskundewoordeskate (ekwivalent) geïdentifiseer (Kovarik, 2010:4; Riccomini *et al.*, 2015:237) en beplan hoe om dit by leerders te fasiliteer. Hierdie onderwyser se oorwegings stem ooreen met Kovarik (2010:4), wat die belangrikheid van herhaling beklemtoon en met Flanagan (2009:23), wat dit belangrik ag dat woordeskat hardop uitgespreek word. Sulke beplanning is belangrik sodat hierdie praktyke nie tydens onderrig-leer afwesig is nie, maar dat dit doelbewus tydens onderrig-leer geïnkorporeer word. Dit is duidelik dat beplanning rondom taal met betrekking tot die onderrig-leer van breuke versigtige beplanning verg.

#### **5.3.4 Beplanning van strategieë vir die onderrig-leer van breuke**

Een bykomende onderrig-leerstrategie is wanneer die onderwyser aan leerders geleentheid gee om self visualiserings te konstrueer/skep. Soos duidelik blyk uit Hoofstuk 4, is die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke 'n omvattende en ingewikkelde proses. Daarom is deeglike beplanning ten opsigte van verskeie aspekte/komponente rakende visualiserings en onderrig-leer noodsaaklik vir die effektiwiteit daarvan. Beplanning (metakognitiewe strategie) van visualiserings behels egter ook metakognitiewe kennis.

Indien onderwysers opvoedkundige visualiserings konstrueer (beplanning), voer hulle die visualiseringsproses uit (sien 2.3.1 en 2.3.5, par. 4). Die skep van effektiewe visualiserings vir onderrig-leersituasies vereis van hulle om onder andere ook hulle kennis te aktiveer, daaroor te reflekteer en dit moontlik aan te pas om sodoende irrelevante aspekte uit te skakel en te identifiseer watter kern idees leerders sal moet begryp om die doelwitte te bereik (metakognitiewe kennis).

Die onderwysers se algemene opmerkings en daadwerklike aksies rondom die beplanning van visualiserings dra by tot inligting en riglyne vir die beplanning van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Die onderwysers het verskeie aspekte ten opsigte van die beplanning van visualiserings aangeraak.

#### 5.3.4.1 Beplanning van spesifieke visualiserings en die doel met elke visualisering

Alhoewel al vier onderwysers aangedui het dat hulle die visualiserings vooraf beplan het (sien Tabel 4.6 en 4.4.1 – Tema 1 by beide), het Onderwyser J1 spesifiek die beplanning van watter visualiserings tydens onderrig-leer gebruik gaan word, beklemtoon:

*J1: ek het maar net vooraf beplan watter visualisering ek gaan konstrueer (O2:60)*

Dlamini (2017:18) meld dat onderwysers die visualiserings vir gebruik in die onderrig-leer van breuke, versigtig moet oorweeg. Om gepaste visualiserings vir onderrig-leer te identifiseer is omvattend en vereis dat verskeie ander meegaande aspekte oorweeg word. Een so 'n aspek vir oorweging word opgehaal deur Onderwyser J2 (O1:65, 67) en J3 (O9:17-18). Hulle dui aan dat beplanning rondom die identifisering van visualiserings oorweging van die hulpbronne/hulpmiddels waarvoor onderwysers reeds beskik en wat in hulle of die leerders se omgewing beskikbaar is, insluit:

*J3: so ek gebruik iets uit sy (die leerder(s) se) omgewing uit, byvoorbeeld 'n appel of so iets (O9:17-18)*

Oorwegings rakende die hulpbronne/hulpmiddels wat in die omgewing beskikbaar is en oorweging van watter om in die onderrig-leer te gebruik, is deel van die beplanningstrategie (metakognitiewe reguleringsproses) (Mahdavi, 2014:531).

Beplanning van watter spesifieke visualiserings geïmplementeer gaan word, behoort hand aan hand te gaan met die vasstelling van die doel met die visualiserings. Die bepaling van doelstellings is deel van beplanning (metakognitiewe reguleringsproses) (Mahdavi, 2014:531). Die identifisering van doelstellings is noodsaaklik, aangesien effektiewe visualiserings in lyn moet wees met die lesdoelwitte (Vekiri, 2002:275; Phillips *et al.*, 2010:34) en dus die relevante lesinhoud. Die voorafgenoemde idee word deur Onderwyser J4 ondersteun:

*J4: ... die visualisering[s] wat ek gebruik moet van toepassing wees op die werk wat hulle (leerders) op daardie oomblik doen (O12:104-105)*

Onderwysers J1 (O8:30-34), J2 (O5:46-49) en J4 (O14:16, 19-20) het melding gemaak van die doel van die geïmplementeerde visualiserings. Dit blyk uit die volgende aanhalings:

*J1: ... ek ... maak gebruik van verskillende kleur kartonne ... in verskillende vorm, vierkante en sirkels ... en die doel daarmee is sodat hulle kan sien met die ekwivalente breuke dat 'n breuk ook dieselfde is as 'n ander breuk wanneer ek dit op mekaar sit of en dan met die optelling en*

*aftrekking te sien dat wanneer my noemer dieselfde is, ... hy dieselfde bly omdat die stukkie dieselfde, die gedeeltes van die geheel dieselfde is. (O8:30-34)*

#### **5.3.4.2 Identifiseer die kern breuke-inhoude/idees van die les**

Om die doel met elke visualisering te bepaal, behoort onderwysers vooraf die kern idees van breuke wat hulle by leerders wil fasiliteer te identifiseer sodat die visualiserings in lyn is met hierdie kern idees. Dit is 'n belangrike taak vir 'n onderwyser. Die volgende drie aanhalings in Onderwysers J1, J2 en J4, wys op enkele idees rondom breuke wat die onderwysers geïdentifiseer of oordink het. In hierdie drie gevalle was die idees:

- J2 – dat wanneer 'n geheel in meer dele verdeel word, en die noemer dus groter word, die geheel dieselfde grootte bly;
- J1 – die noemer bly dieselfde (of moet dieselfde wees), omdat die dele ewe groot is (moet wees); en hoe verskillende breuke, bv.  $\frac{6}{8}$  en  $\frac{3}{4}$  dieselfde grootte voorstel en daarom ekwivalent is; en
- J4 – die geheel word verdeel in kleiner, ewe groot dele, so as al die dele opgetel word en die teller en noemer dieselfde is, maak dit een hele.

#### **5.3.5 Beplanning met betrekking tot miskonsepte/struikelblokke in breuke**

Effektiewe voorbereiding vir die onderrig-leer van breuke vereis dat onderwysers bewus is van die miskonsepte en struikelblokke wat leerders met breuke ervaar. Kennis oor miskonsepte en struikelblokke wat leerders kan ervaar (metakognitiewe kennis van individue, sien 2.4.2), is boonop deel van die kennis waarvoor onderwysers behoort te beskik (Shulman, 1986). Visualiserings vir die onderrig-leer van breuke behoort geskep of geïdentifiseer en geïmplementeer te word met die inagneming van die struikelblokke en miskonsepte wat met breuke kan voorkom. Onderwysers behoort visualiserings hiervolgens te konstrueer of te identifiseer sodat dit van so 'n aard is dat die visualiserings die miskonsepte kan help voorkom, verminder of korrigeer. Kennis oor moontlike struikelblokke en miskonsepte met breuke kan ook daartoe lei dat onderwysers meer voldoende verduidelikings op nodige tye met die visualiserings kombineer, wat begrip by leerders kan ondersteun.

Onderwyser J1 het verskeie opmerkings gemaak wat kan wys op die onderwyser se bewustheid van die hindernisse wat leerders met breuke kan ervaar (O4:138; O7:49; O8:19-20). Die volgende aanhalings deur J1 is voorbeelde van die onderwysers se bewustheid hiervan:

i) ... *kyk breuke is vir sommige kinders [n] moeilike konsep* (O4:138); ii) *omdat breuke vir leerders ... net op simboolvorm baie verskillend lyk, is dit vir hulle moeilik om te verstaan dat ... drie sesdes ook 'n half kan wees.* (O8:19-20)

Die moontlike probleemareas (verwys na bogenoemde aanhaling ii) waarvan die onderwyser bewus is, beklemtoon, in ooreenstemming met Dlamini (2017:13), dat ekwivalente breuke makliker geleer kan word deur fisiese vergelykings met visualiserings, as deur simboolvorm. Oorweging om breuke eerder op maniere te onderrig (wat ook verband hou met beplanning rondom lesaktiwiteite), kan bydra tot beter fasilitering van begrip by leerders, aangesien die onderwysers moontlik aanpassings sal maak in die onderrig-leer weens hulle bewustheid oor die genoemde aspekte.

Alhoewel die ander onderwysers nie direkte opmerkings gemaak het in hierdie verband nie, beteken dit nie dat hulle heeltemal onbewus daarvan is nie. Die onderwysers kon dit moontlik nie aangespreek het nie omdat dit hulle dalk tydens die onderhoude ontgaan het en hulle op ander aspekte gefokus het.

Metakognitiewe kennis (bv. kennis oor die take en breuke-inhoud en –idees), asook monitering tydens die les (metakognitiewe regulering), kan die onderwyser in staat stel om op effektiewe tye, te demonstreer, te modelleer en steierwerk toe te pas ten opsigte van breuke, waar nodig. Dit kan dus ook 'n rol speel in effektiewe vraagstelling aan leerders (sien 2.3.5.1, 4.5.2.1 en Tabel 4.8, Tema 2 vir sulke vrae), wat leerders se begrip oor breuke kan bevorder.

#### **5.4 Monitering as metakognitiewe strategie**

Monitering behels 'n deurlopende bewustheid daarvan om die uitvoer of verloop van aksies/aktiwiteite te toets/te monitor om die effektiwiteit en behoefte van aanpassings vas te stel (Mahdavi, 2014:531). Refleksie en deurlopende pogings tot verbetering (monitering, metakognitiewe reguleringsproses), is fundamenteel tot effektiewe onderrig (NCTM, 2000:17).

##### **5.4.1 Monitering met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke vir 'n bepaalde groep leerders**

Die volgende drie aanhalings dui op monitering ten opsigte van leerders se begrip en vordering. Gevolglik bespreek die afdeling (5.4.1) monitering (metakognitiewe strategie) met betrekking tot kennis van individue (metakognitiewe kennis). Onderwysers behoort juis bewus te wees van wat leerders doen (aksies wat hulle tydens onderrig-leer uitvoer) en die metodes wat hulle implementeer (Lester, 2013:262). In lyn hiermee, dui Onderwysers J2 (O1:94-95; V2:178-180)

en J3 (O11:9-10) se aanhalings op monitering (’n deurlopende bewustheid) van verskeie aspekte met betrekking tot die leerders tydens die lesse:

J2: ... as ek sien daar’s twee, drie, vier in die klas wat nog sukkel, dan kom ek weer terug en dan herhaal ek dit weer vir die hele groep om seker te maak almal verstaan dit, ja. (O1:105-107)

J2: Kyk wat het D gedoen. Is haar stukkies nog reg? Is dit agt stukkies? Ja, dis nogsteeds agt stukkies. Mooi D, nou, so almal kry nog steeds, agt stukkies. (V2:178-180)

J3: ... as ek ... rondtes gedoen het tussen hulle, kon ek sien hulle verwar die, die twee met mekaar. (O11:9-10)

Die bogenoemde aanhalings beklemtoon onderwysers se oplet na en bewustheid (monitering) van leerders se (onvoldoende) begrip of vaardighede, die metodes wat hulle implementeer, die aksies wat hulle uitvoer, en die struikelblokke of algemene probleme tydens die lesse/lesaktiwiteite oor breuke wat hulle begrip en vordering met breuke kan belemmer. Onderwyser J2 (aanhaling iii) se monitering het haar bewus gemaak van ’n leerder wat haar kanton op ’n ander manier in agstes verdeel het. Dit het die onderwyser in staat gestel om erkenning aan die leerder te gee hiervoor, wat belangrik is (dit verhoog moontlik die leerder se motivering en houding oor breuke – affektiewe aspek van leer (sien 2.3.3.1)). Deur die verskillende maniere waarop leerders ’n aktiwiteit oor breuke kan uitvoer te beklemtoon (’n leerder het haar kanton op ’n ander manier in agstes verdeel as die ander leerders), word ander leerders in die klas ook hieraan blootgestel.

Wanneer onderwysers deur middel van monitering bewus word van dinge soos dat leerders iets verkeerd kan verstaan, maak hulle aanpassings om dit aan te spreek en te verbeter (O1:105-107). Monitering tydens lesse kan dus ook vir onderwysers ’n aanduiding gee of visualiserings byvoorbeeld op ’n gepaste vlak vir die leerders is of nie (wat ook deel van monitering is) (Phillips *et al.*, 2010:87). Die bewusraking van aspekte rondom die visualiserings-aktiwiteite is belangrik (Phillips *et al.*, 2010:87) en dit vorm ook deel van monitering (Mahdavi, 2014:531).

Monitering van leerders se begrip/verstaan en prestasies (*performances*) tydens lesse is ’n belangrike metakognitiewe strategie (Lester, 2013:262). Dit kan onderwysers laat besef dat hulle op hul onderrigmetodes of -praktyke moet reflekteer om moontlike leemtes te identifiseer en reg te stel.

#### **5.4.2 Monitering met betrekking tot strategieë wat verbType equation here.and hou met die onderrig-leer van breuke**

Hierdie afdeling verwys na monitering (metakognitiewe strategie) ten opsigte van kennis van strategieë (metakognitiewe kennis)

Onderwyser J1 het tydens les 1 gevra wat die teller en noemer genoem word terwyl sy na die simboolvorm van 'n breuk op die PowerPoint-skyfie gewys het:

*... sê gou-gou vir my, kan julle onthou wat noem ons hierdie? (verwys na teller van  $\frac{1}{2}$  op die bord). Okay, ek moes dit nie nou daar geskryf het nie, nè? (V1:10-12)*

Dit het voorgekom asof sy wou vasstel of die leerders die woordeskat/terme kon onthou, maar die skyfie het reeds die woorde vertoon. Haar opmerking toe sy dit besef het laat dit blyk dat sy dit nie so wou gehad het nie en dat sy dit moontlik sal aanpas volgende keer. Die aanbieding of terughouding van sekere inligting/voorwerpe op sekere tye kan 'n belangrike rol in die onderrig-leer van breuke speel. Die onderwyser het in hierdie geval monitering ten opsigte van visualiserings en haar eie aktiwiteite/prestasies toegepas.

#### **5.5 Evaluering as metakognitiewe strategie**

Die resultate en effektiwiteit van verskillende aspekte en aktiwiteite van die onderrig-leer proses word tydens evaluering oorweeg (Fransman, 2014:54). Refleksie speel 'n kern rol in evaluering, aangesien onderwysers moet terugdink aan die gebeure tydens die les om te bepaal of dit effektief was of nie en watter aanpassing gemaak kan word om dit vir toekomstige onderrig-leersituasies te verbeter.

Die meerderheid evalueringe wat onderwysers genoem het was ten opsigte van die effektiwiteit en doeltreffendheid van visualiserings en verskillende aspekte daarvan. Soos in 5.3.4 gemeld, kan visualiserings as 'n onderrig-leer strategie beskou word. Hierdie evalueringe deur die onderwysers word vervolgens aangebied en bespreek.

##### **5.5.1 Evaluering met betrekking tot take: onderrig-leer van breuke met behulp van visualiserings**

Die onderwysers het evalueringe (metakognitiewe strategie) ten opsigte van die geïmplementeerde visualiseringsaktiwiteite uitgevoer. Hierdie bespreking behels dus ook die kennis oor take (metakognitiewe kennis).

### 5.5.1.1 Geïmplementeerde visualiserings en die visualiseringsaktiwiteite

Die vier onderwysers het heelwat terugvoer gegee ten opsigte van die aktiwiteite met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Onderwyser J1 en J4 (met betrekking tot les 1: O12:5, 7) meen dat die geïmplementeerde visualiserings voldoende en/of effektief was en die gestelde doelwitte bereik het:

*J1: ek dink dit (visualiserings) het verseker die doel bereik veral hier na die einde toe waar hulle kon sien dat ... byvoorbeeld die agstes ook 'n half is. (O7:17-18)*

Tydens evaluering ná die lesse het Onderwyser J3 en J4 (met betrekking tot les 2) die lesaktiwiteite en geïmplementeerde visualiserings as onvoldoende beskou:

*J3: Ek ... moes ... aanpassings maak om die stadige leerder ook te akkommodeer. (O11:14)*

*J4: ... ek sou ook graag wou gehad het ... hulle moet eerder goedjies uitknip, en die vormpies uitmekaar uit haal en weer terug inmekaar sit. (O16:66-67)*

Onderwyser J2, J3 en J4 het genoem dat hulle meer konkrete visualiserings sou wou implementeer (J2: O5:5, 10-11, 15; J3: O11:4; O15:4-6, J4: O16:5, 9, 13-14, 18) sodat leerders self fisiese aktiwiteite kan uitvoer (J3: O11:13; O15:40-41; J2: O5:15-20; J4: O16:66-74). Onderwysers J3 (O15:4-6) en J4 het gevoel dat as hulle meer visualiserings geïmplementeer het, leerders dalk beter begrip sou vorm. Dit blyk dat Onderwyser J2 gevoel het dat te min visualiserings geïmplementeer is omdat leerders te min aktief betrokke was. Onderwyser J4 het besef dat sy haar toekomstige lesse sal moet aanpas, veral omdat dit intervensieklasse is en daarom meer konkrete en aktiewe leergeleenthede aan hierdie leerders sal moet bied om leerders beter te probeer ondersteun:

*J4: ... Ek dink dit (prakties self met konkrete voorwerpe werk) sou beter gewerk het, ... veral met die ... intervensie kinders, wat veral sukkel om die konsep van breuke te verstaan ... dis iets wat ek in die toekoms moet doen. (O16:72-74)*

Onderwyser J2 se evaluering van 'n uitgevoerde lesaktiwiteit het gemaak dat die onderwyser anders begin dink het oor die aktiwiteit, wat tot moontlike aanpassings en verbeterings kan lei. Hierdie veranderings behels dat elke leerder dieselfde aktiwiteit uitvoer in plaas daarvan dat net sekere leerders sekere dele van die aktiwiteit doen. Onderwyser J2 meen dat dit leerders meer blootstelling aan breuke sal gee, en dat dit sal bydra tot beter begrip en vaslegging van breuke

by leerders. Dit blyk dat hierdie onderwyser nagedink het oor die invloed daarvan op leerders se begrip en tot die volgende gevolgtrekking gekom het:

*J2: ... ek dink as mens meer tyd het dan kan mens, vir elke leerder (O5:58) 'n breuke blok maak (O5:62) en ... laat hulle nie net in ... rye net die een doen, dan kan hulle almal doen en dan kan mens ... ekwivalente beter in bring as hulle die hele breuke blok by hulleself het ... Nou't hulle net een deeltjie gesien, so dit vat 'n bietjie langer dan om vas te lê dink ek (O5:66-68)*

Dit word duidelik dat die evaluering van onderrig-leerpraktyke en aktiwiteite 'n onontbeerlike deel van die onderrig-leer van breuke is. Evaluering ondersteun die identifisering van effektiewe en/of ondoeltreffende praktyke en leemtes. Dit kan die onderwyser help om aanpassings te maak om sodoende die effektiwiteit van die onderrig-leer (van breuke) te verbeter. Hierdie refleksie wat lei tot moontlike bewuswording en aanpassings in die onderrig-leer van breuke, kan beteken dat leerders meer leergeleenthede ontvang en dat die onderrig-leer meer effektief is.

## **5.5.2 Evaluering van die onderrig-leerstrategieë vir die onderrig-leer van breuke**

Soos reeds genoem, word die implementering van visualiserings as 'n onderrig-leerstrategie beskou. Vervolgens word die onderwysers se evaluering van visualiserings bespreek.

### **5.5.2.1 Evaluering van die geïmplementeerde visualiserings**

Tydens refleksie op les 2, meld Onderwyser J1 dat sy vir haarself ook 'n stel van die kartonne waarmee leerders gewerk het sou wou kry:

*... ek dink ek kon vir myself ook 'n stelletjie geknip het om dit vir hulle te demonstreer. (O7:5-6)  
... ek sou dit net ekstra gedoen het. (O7:12)*

Moontlik het die onderwyser na aanleiding van refleksie tydens die les (monitering) 'n behoefte gehad om demonstrasies te lewer en dit na die les deur evaluering, besef. Hierdie gevolgtrekking na evaluering van die lesgebeure en praktyke kan moontlik beteken dat sy hierdie aspek in ag sal neem tydens die beplanning van volgende lesse en die toepaslike aanpassing sal maak.

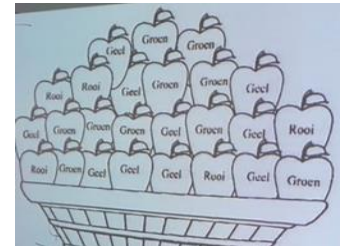
Hierdie onderwyser meld verder dat sy tevrede was met die sjokolade wat sy as visualisering geïmplementeer het, omdat dit byvoorbeeld die leerders se aandag effektief getrek het en sy daarvan hou om dit te doen. Die onderwyser sal waarskynlik hierdie visualisering in toekomstige lesse oor breuke implementeer.

J1: ... die sjokolade het almal se aandag onmiddellik getrek, want dis iets wat in hulle ... onmiddellike omgewing, vir, omtrent almal beskikbaar is, so, en dis ietsie wat ek van hou (O4:38-39)

Volgende het die onderwysers die spesifieke eienskappe (bv. grootte van of kleur) van die visualiserings wat hulle geïmplementeer het, aangespreek.

Onderwysers J1 het aangedui dat sy 'n visualisering (sien die onderstaande prent) wat tydens die les gebruik is, sou wou verbeter ten opsigte van kleur:

J1: ... ek dink tydens daardie aktiwiteit kon ek dalk die rooi appels rooi gemaak het (O4:80-81) [e]n die groen appels groen gemaak het ... in plaas net van om ... die woord daar te skryf. Dit ... kon verbeter wees, maar anders dink ek ... het hulle dit geniet, en dit ... verstaan. (O4:85-86)



Dit sou moontlik makliker en vinniger (meer effektief) gewees het vir die leerders om die vrae oor breuke tydens die aktiwiteit te beantwoord as die kleur anders was. Belangrike inligting (in hierdie geval die woorde op die appels wat hulle kleure aandui) behoort duidelik sigbaar te wees (Phillips *et al.*, 2010:34). Die prent kon dalk vir sommige leerders moeilik sigbaar gewees het en dit kon sommige leerders dalk langer gevat het om 'n antwoord te vorm omdat hulle eers die woord moes opspoor, dan lees, dan moes tel voordat hulle kon antwoord. As die appels ingekleur was, sou die fokus dalk meer gewees het op breuke (met die uitskakeling van ekstra kognitiewe aktiwiteite, soos soek en lees).

Onderwyser J4 het aangedui dat sy eerder sommige van die visualiserings vooraf sal wil opstel omdat sketse op die bord byvoorbeeld, onakkuraat kan wees:

J4: En om [dit] op die bord te teken ... is ... nie altyd baie akkuraat nie (O16:60) veral my handtekeninge is baie lelik. So ... om die visualiserings op papier te hê, waar dit voor die tyd akkuraat gedoen is, maak ... meer sin ... (O16:64-67)

Onakkurate visualiserings kan moontlik miskonsepte oor breuke by leerders laat ontstaan. Byvoorbeeld, as vorms wat in onewe groottes verdeel is op die bord gebruik word vir verduidelikings, kan dit dalk maak dat leerders nie die belangrikheid van "heles wat in ewe groot dele verdeel moet wees" begryp en aanneem nie.

Die volgende aanhaling dui aan dat die vorm van visualiserings ook belangrik kan wees:

J2: *Ek dink die enetjie wat ek gebruik het ... [waar] hulle (leerders) 'n derde moes geknip het, was vir hulle moeilik om 'n reghoek in drie gelyke dele te deel. Ek dink nie hulle het daardie vermoë gehad om te meet en dan nog te deel nie. (O3:60-62)*

Onderwyser J2 sal moontlik volgende keer hierdie aspek tydens haar beplanning oorweeg en 'n gepaste aanpassing maak. Dit kan beteken dat die onderwyser moontlik die doelwitte, aktiwiteite en visualiserings meer deeglik sal bedink, sodat elkeen van hierdie aspekte meer in lyn en effektief sal wees.

### **5.5.3 Evaluering ten opsigte van die onderrig-leer van breuke**

Onderwyser J1 voel dat die voorbeelde van ander breuke of waar breuke in die leerder se werklike lewe voorkom, onvoldoende was. Vir toekomstige lesse sal sy dus die aanpassing wil maak en meer voorbeelde in die les inkorporeer.

J1: *... ek dink aan die begin van my les, sou ek dalk bietjie meer voorbeelde gesit het van nog ... ander breuke ook (O4:60-61)*

Hierdie evaluering kan as waardevol geag word, aangesien dit baie belangrik is dat die breuke-inhoude aan die leerders se werklike lewe verbind word en nie in isolasie aangebied word nie (Fazio & Siegler, 2011:18; Huinker, 2010:1; Dlamini, 2017:14; sien ook 2.2.2, par. 2 en 3).

### **5.5.4 Taal-verwante aspekte**

Die onderstaande aanhaling dui aan dat Onderwyser J1 deur evaluering besef dat haar taalgebruik ietwat oneffektief was. Sy voer aan dat die leerders se taalgebruik dit gereflekteer het (dus, monitoring tydens die les). Gevolglik kan die onderwyser meer ag slaan op haar eie taalgebruik en woordeskat ten opsigte van breuke en dit aanpas vir toekomstige lesse sodat 'n verbetering in hierdie opsig kan plaasvind.

J1: *... dalk bietjie meer woordeskat, van hierdie is 'n half, hierdie is 'n kwart ... hierdie is 'n derde, ... omdat ... hulle woordeskat gebruik [het, soos] dis een van vier ... nie dis 'n derde of dis ... twee derdes, twee kwarte ... So ek dink ek sal bietjie meer, my woordeskat uitgebrei het, ten opsigte van verskillende ... breuke ... (O4:65-68)*

'n Bewuswording soos hierdie is waardevol in die onderrig-leer van breuke, aangesien leerders blootgestel word aan die taal wat onderwysers in onderrig-leer gebruik, en dit 'n invloed op leerders se taalgebruik en begrip van breuke kan hê (Dlamini, 2017:17; Naidoo, 2011:235).

## 5.6 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die metakognitiewe strategieë van beplanning, monitering en evaluering wat die onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïdentifiseer en/of geïmplementeer het, geïdentifiseer en bespreek. Al drie metakognitiewe strategieë het na vore gekom in die oorweging van verskillende aspekte van die onderrig-leer van breuke in die algemeen, en ook ten opsigte van visualiserings (wat 'n groot deel van die studie uitmaak). Dit word duidelik dat metakognitiewe strategieë 'n belangrike rol speel ten opsigte van verskeie aspekte van die onderrig-leer van breuke. Aangesien geen onderrig-leer praktyk perfek is nie en metakognitiewe strategieë verband hou met die verbetering van praktyke, behoort onderrig-leer nie plaas te vind sonder die implementering daarvan deur onderwysers nie.

Die hoofstuk wys dat heelwat meer aspekte rondom die metakognitiewe strategie van beplanning aangespreek is as oor evaluering en monitering. Dit kan dalk wees dat onderwysers i) nie bewustelik moniteer tydens lesse nie, en dat hulle dit daarom nie baie aanspreek nie, ii) onbekend is met die metakognitiewe strategie van monitering, of iii) monitering as onbelangrik ag en dit gevolglik nie implementeer nie. Die weinige evalueringspraktyke kan moontlik toegeskryf word daaraan dat onderwysers i) onvoldoende tyd het om onderrig-leerpraktyke te evalueer, ii) onbewus is van die noodsaaklikheid van evaluering en die voordele wat dit vir die onderrig-leerpraktyke inhou of iii) dalk dink dat die huidige praktyke goed genoeg is en die onderwysers nie belangstel om dit te verander en te verbeter nie.

Die bespreking van metakognitiewe strategieë het enkele verwysings na metakognitiewe kennis ingesluit aangesien die twee komponente van metakognisie interafhanklik funksioneer. Deur metakognitiewe strategieë (en -kennis) te bevorder, kan onderwysers 'n repertoire met betrekking tot die onderrig-leer van breuke (en ook visualiserings) opbou.

## **HOOFSTUK 6: SAMEVATTING EN AANBEVELINGS**

### **6.1 Inleiding**

Hierdie hoofstuk bied 'n samevatting van die studie en maak aanbevelings vir toekomstige navorsing in die veld.

### **6.2 Oorsig van die studie**

#### **6.2.1 Hoofstuk 1: Oriëntasie, inleiding en agtergrond van die studie**

Hoofstuk 1 het die algemene agtergrond bespreek en 'n oriëntering vir hierdie ondersoekende en besprekende kwalitatiewe studie verskaf. Kern-begrippe van die studie (insluitend visualiserings; metakognisie; metakognitiewe strategieë; gewone breuke; onderrig-leer van breuke in wiskunde) is gedefinieer en bespreek. Die hoofstuk het daarna die probleemstelling en motivering gestel en die navorsingsvrae en -doelwitte vir die studie geformuleer. Dit is gevolg deur 'n inleidende konseptuele raamwerk en die teoretiese raamwerk vir die studie. Die navorsingsontwerp is kortliks verduidelik, met insluiting van aspekte soos data-insameling en -analise. Die hoofstuk het laastens oorweging geskenk aan etiese kwessies en 'n uiteensetting van die studie weergegee.

#### **6.2.2 Hoofstuk 2: Konseptuele raamwerk vir die visualiserings en metakognisie verbonde aan die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase**

Hoofstuk 2 het 'n meer omvattende bespreking van die konseptuele raamwerk vir hierdie studie oor visualiserings en metakognisie tydens die onderrig-leer van breuke in die intermediêre fase aangebied. Die bespreking het oorweging geskenk aan wiskunde, breuke en die onderrig van beide; visualiserings en die kombinering daarvan met die onderrig van breuke; en metakognisie en meegaande aspekte wat verbind met visualiserings en die onderrig-leer van breuke. Die hoofstuk wys op die noodsaaklikheid van visualiserings en metakognisie, en die rol wat albei speel tydens die onderrig-leer van breuke. Die bestaande literatuur in die veld en belangrike dokumente uit die onderwyssektor, soos die KABV (DOE, 2011) en die NCTM (2000), was van groot waarde vir hierdie bespreking.

### **6.2.3 Hoofstuk 3: Navorsingsontwerp**

Die navorsingsontwerp wat gebruik is om die navorsing te doen, is in Hoofstuk 3 uiteengesit. Aspekte soos 'n beskrywing van die deelnemers, die data-insamelingsproses, die data-analisering en die etiese kwessies is in die hoofstuk bespreek. Algemene oriënterende inligting (bv. die benaming van die verskillende datastelle) is ook aangebied, waarna die konteks van die deelnemers bespreek is.

### **6.2.4 Hoofstuk 4: Analise van die data en bespreking van die bevindings – visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke: Deel 1**

Hoofstuk 4 beantwoord sekondêre navorsingsvraag 1: Hoe en watter visualiserings (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

Die hoofstuk gee 'n uiteensetting van die resultate van die data-analise en formuleer die bevindings op grond daarvan. Die bevindings word vergelyk met die beskikbare literatuur en bespreek op grond van ontvouende (*emergent*) kodes en temas wat uit die data geïdentifiseer is en aanhalings uit die transkripsies. 'n Induktiewe benadering tot inhoudsanalise is dus gevolg.

Die temas wat Navorsingsvraag 1 beantwoord verwys na die implementering en beplanning van visualiserings; die spesifieke visualiserings en -aktiwiteite wat gebruik word; strategieë; en die waarde en struikelblokke verbonde aan die implementering van visualiserings. Laastens word die aspek van taal in onderrig-leer kortliks aangeraak.

### **6.2.5 Hoofstuk 5: Analise van die data en bespreking van die bevindings – visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke: Deel 2**

Hoofstuk 5 beantwoord Navorsingsvraag 2: Watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

Die deelnemers het drie metakognitiewe strategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïdentifiseer, naamlik beplanning, monitering en evaluering. Die bespreking van hierdie strategieë aan die hand van die transkripsies van die onderhoud, toon duidelik dat metakognisie 'n rol speel in die onderrig-leer van breuke en in die implementering van visualiserings tydens

die onderrig-leer van breuke. Vervolgens is elk van die metakognitiewe strategieë binne die raamwerk van metakognitiewe kennis bespreek.

### 6.3 Bevindings van die studie

In hierdie afdeling word die bevindings afsonderlik aan die hand van elke navorsingsvraag bespreek.

#### 6.3.1 Sekondêre navorsingsvraag 1: Hoe en watter visualiserings (indien enige) implementeer intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?

Hierdie navorsingsvraag het 'n tweeledige antwoord wat bespreek is as twee afsonderlike dele.

##### A. Watter visualiserings (indien enige) het wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïmplementeer?

Dit blyk dat die onderwysers i) die implementering van visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke belangrik en waardevol ag, ii) oor kennis beskik en idees het vir visualiserings en die gebruik daarvan, iii) moontlik nie visualiserings implementeer soos hulle eintlik wil of soos hulle glo dit behoort geïmplementeer te word nie.

Die onderstaande tabel gee 'n uiteensetting van die visualiserings wat die onderwysers tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer het.

**Tabel 6.1: Visualiserings wat die onderwysers tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer het**

| J1  | J2   | J3                            | J4   |
|---|--|-------------------------------|--|
| <u>Konkrete visualiserings:</u>   |  |                               |  |
| Kit Kat sjokolades; verskillende kleure kartonne in verskillende vorms                                | Kit Kat sjokolades; verskillende kleure kartonne; wit papierborde  | Geen                          | Wit papiere  |
| <u>Statiese visualiserings:</u>   |  |                               |  |
| 'n Breuke-muur; prentjies van diskrete voorwerpe en ander breuk-verwante prente op PowerPoint-skyfies | 'n Breuke-muur; sketse; kleur prente van karakters soos Batman en Superman; pizza; verskillende vorms wat verskillende | Sketse en vorms in werkkaarte | Sketse en vorms op die bord en in werkkaarte; 'n breuke-muur |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  | breuke voorstel en ander breuk-verwante prente op PowerPoint-skyfies                  |  |  |
| <b>J1</b>                                  | <b>J2</b>   | <b>J3</b>  | <b>J4</b>  |
| <u>Denkbeeldige visualiserings:</u>        |   |  |  |
| Verwys byvoorbeeld na pizzas en sjokolades | Verwys byvoorbeeld na 'n horlosie, koek, 'n halwe koppie suiker, pizzas en sjokolades | Verwysings na 'n pizza en koek in die werkkaarte | Vorms soos 'n sirkel word mondelings voorgestel as 'n koek |
| <u>Dinamiese visualiserings:</u>           |   |  |  |
| Geen                                       | 'n Video oor breuke   | Geen   | Geen   |

Al die genoemde visualiserings is dus eksterne visualiserings, behalwe die verwysings na denkbeeldige visualiserings wat leerders self moet voorstel in hulle gedagtes.

Onderwysers J1 en J2 het albei van kleurkartonne en sjokolades as konkrete voorwerpe gebruik gemaak. Soortgelyk aan die kleurkartonne, alhoewel die aktiwiteite verskil het, het Onderwyser J4 wit papiere geïmplementeer. Onderwysers J1, J2 en J4 het 'n breuke-muur in hulle les ingesluit. Die enigste dinamiese visualisering ('n video oor breuke) het by Onderwyser J2 voorgekom. Onderwysers J1 en J2 het PowerPoint-skyfies met verskeie statiese prente aangebied. Net dié twee onderwysers van die stedelike skool het tegnologiese visualiserings geïmplementeer. Die landelike skool het toegang tot elektrisiteit, so dit is moontlik dat Onderwysers J3 en J4 doelbewus nie tegnologiese visualiserings wou implementeer nie. Onderwysers J2, J3 en J4 het elkeen verder sketse gekonstrueer en vorms (op werkkaarte en/of op PowerPoint-skyfies) in hulle lesse gebruik. Al vier onderwysers het in hulle lesse na denkbeeldige visualiserings verwys wat leerders vir hulleself moes voorstel. Kos-verwante visualiserings soos pizzas, sjokolades en koeke was populêr in hierdie verband.

**B. Hoe het die wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase visualiserings (indien enige) tydens die onderrig-leer van breuke geïmplementeer?**

Die verskillende bevindings wat die tweede deel van die antwoord op die eerste navorsingsvraag vorm, word elkeen apart bespreek.

### **Bevinding 1: Die implementering van visualiserings deur die onderwysers**

- Sommige onderwysers in hierdie studie het tegnologie betrek en ander het nie. Visualiserings tydens die onderrig-leer van breuke kan dus nie-tegnologiese visualiserings en tegnologie kombineer. Albei gaan met meer gevorderde en eenvoudiger hulpmiddels en/of toerusting gepaard. Voorbeelde van hulpmiddels/toerusting sluit in: rekenaars, sagteware, data-projektors, swartborde, bordkryt, witborde, 'n liniaal, 'n skêr en penne/potlode.
- Sekere onderwysers het 'n verskeidenheid visualiserings gebruik (konkreet, denkbeeldig, dinamies en staties, en nog verskillende visualiserings binne elk van hierdie kategorieë), wat 'n groter blootstelling aan leerders verleen het.
- Dit blyk dat onderwysers die gebruik van visualiserings by jonger leerders as belangrik ag. Dit stem ooreen met die literatuur, wat aandui dat die onderrig-leer van breuke by jonger leerders gepaard behoort te gaan met die doelbewuste implementering van visualiserings. Jonger leerders handhaaf konkrete denke, terwyl breuke abstrak is.

### **Bevinding 2: Sienings oor die implementering van visualiserings**

- Verskillende, soms teenstrydige sienings oor sekere aspekte van visualiserings (soos die hoeveelheid en frekwensie waarmee visualiserings gebruik behoort te word) het vanuit die data na vore gekom.
- Die verskillende sienings oor visualiserings kan wys op i) die komplekse en omvattende aard van die implementering van visualiserings en visualiseringspraktyke; en ii) die noodsaaklikheid dat elke onderwyser self-effektiewe visualiserings (beste praktyke) vir elke unieke onderrig-leersituasie bepaal met inagneming van voorgestelde riglyne. Dit impliseer die afgradering van vasgestelde standarde of reëls rakende visualiserings en die implementering daarvan, aangesien elke onderrig-leersituasie verskil en dit nie in elke situasie gepas en effektief sal wees nie.

### **Bevinding 3: Deurlopende strewe na effektiewe visualiserings**

- Geen visualisering is perfek nie en daar behoort deurlopend gestreef te word na effektiewe visualiserings en verbetering, veral ook omdat dit 'n komplekse en omvattende praktyk is.

- Die implementering van visualiserings hou voordele en nadele in, en verskillende visualiserings beskik ook elk oor sterk- en swakpunte. Afgesien van die moontlike nadele en swakpunte, kan visualiserings steeds effektief geïmplementeer word om leerders se begrip te ondersteun.
- Die onderwysers wat deelgeneem het aan hierdie studie het meestal dat leerders visualiserings gebruik, maar hulle nie aanmoediging of geleentheid gegee om self visualiserings te konstrueer nie.
- Die blote implementering van visualiserings in 'n les waarborg nie dat leerders daaruit baat vind, leer en/of goeie begrip vorm nie. Visualiserings moet effektief gebruik word met voldoende fasilitering deur die onderwysers. Metakognisie speel 'n belangrike rol in hierdie verband. Hierdie bevinding hou ook verband met Bevinding 2, kolpunt 2.

#### **Bevinding 4: Strategieë verbode aan visualiserings en -praktyke**

- Die onderwysers identifiseer verskeie strategieë wat met visualiserings gepaard gaan, insluitend: i) groepwerk; ii) speel; iii) demonstrasies; iv) aktiewe leerderdeelname; v) visualiserings binne leerders se verwysingsraamwerke; vi) veelvuldige visualiserings en vii) taal met betrekking tot verduidelikings, vrae, instruksies, stories rakende visualiserings en die kombinerings van uitgeskrewe woordeskat met visualiserings.

Die onderwysers het onderskeidelik demonstrasies met die visualiserings uitgevoer; die leerders individueel en in groepsverband aktief laat deel in die visualiseringsaktiwiteit; en veelvuldige visualiserings binne die leerders se verwysingsraamwerke geïmplementeer. Kommunikasie tydens visualiseringsaktiwiteit, veral in groepsverband, was waardevol. Leerders behoort aangemoedig te word om met mekaar te kommunikeer oor die breukverwante inhoud en taal sodat hulle hulle idees met ander deel. Hierdie tipe kommunikasie was egter nie aangemoedig nie.

- Taal speel 'n onontbeerlike rol in die manier waarop die onderwysers die visualiserings geïmplementeer het. Elke visualisering het gepaard gegaan met taal in een of ander vorm (soos verduidelikings, instruksies of vrae). Die implementering van effektiewe visualiserings moet met taal gekombineer word en kan nie daarsonder funksioneer nie.

**Bevinding 5: Die belangrike rol van metakognisie met betrekking tot visualiserings in die onderrig-leer van breuke: metakognitiewe strategieë (beplanning, monitering en evaluering) binne die raamwerk van metakognitiewe kennis (individue, take en strategieë)**

- Die onderwysers het hierdie strategieë ten opsigte van visualiserings in die onderrig-leer van breuke toegepas.
- Elkeen van hierdie strategieë is belangrik in die implementering van effektiewe visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Vooraf-beplanning speel 'n kritiese rol in watter, en hoe visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke geïmplementeer word. Dit gaan gepaard met aspekte soos die inagneming van individuele leerders se unieke agtergronde, verwysingsraamwerke, hulle voorkennis en kognitiewe vlak, en wat die onderwyser en leerders se rol in die les gaan wees.

**6.3.2 Navorsingsvraag 2: Watter metakognitiewe strategieë (indien enige) implementeer wiskunde-onderwysers in die intermediêre fase met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke?**

Hierdie afdeling hou verband met Hoofstuk 5.

Beplanning, monitering en evaluering (metakognitiewe strategieë) is komponente van, en nodig om onderrig-leerpraktyke te reguleer en te beheer (Veenman *et al.*, 2014:99) om die effektiwiteit daarvan te ondersteun. Vervolgens word die bevindings oor metakognitiewe strategieë wat die onderwysers geïmplementeer het binne die raamwerk van metakognitiewe kennis (individue, take, strategieë) aangebied.

**Bevinding 1: Die interafhanklikheid en wedersydse invloed van metakognitiewe strategieë en metakognitiewe kennis**

- Metakognitiewe kennis van individue, take en strategieë speel 'n rol in beplanning, monitering en evaluering (metakognitiewe strategieë). Metakognitiewe strategieë en metakognitiewe kennis het ook 'n wedersydse verband en invloed op mekaar. Die volgende voorbeeld dien as illustrasie:
  - i) Die onderwysers se kennis oor leerders se kognitiewe vermoë speel 'n rol in die take/aktiwiteite wat onderwysers vir leerders beplan. Onderwysers se metakognitiewe kennis beïnvloed dus die metakognitiewe strategie (beplanning).
  - ii) Deur monitering tydens lesse kom onderwysers agter dat die geïmplementeerde taak vir leerders te ingewikkeld is en nie op 'n gepaste vlak is nie, en verkry kennis oor die leerders se

kognitiewe vermoë. Die onderwysers sal die taak volgende keer aanpas. Die metakognitiewe strategie, monitering, beïnvloed die onderwysers se kennis van die leerders en die taak (metakognitiewe kennis), wat weer die metakognitiewe strategieë soos beplanning beïnvloed.

### **Bevinding 2: Beplanning as metakognitiewe strategie**

- Al vier onderwysers het beplanning aangeraak in hulle onderhoude. Beplanning speel 'n kritiese rol in die onderrig-leer van breuke, asook in die implementering van visualiserings.
- Die onderwysers het beplan vir die onderrig-leer van breuke en visualiserings, met die implementering van kennis van individue. Hulle het hulle eie kennis oor die leerders se verwysingsraamwerke, voorkennis, ouderdom, kognitiewe vlakke en taal gebruik. Die onderwyser se kennis oor die leerders en hulle eie kennis, beïnvloed die aspekte wat tydens beplanning betrokke is, soos watter visualiserings geïmplementeer sal word, vir watter doel, of leerders individueel gaan saamwerk en watter take en strategieë geïmplementeer sal word. Kennis van individue speel 'n rol in die kennis van take/aktiwiteite en strategieë tydens beplanning.
- Die onderwysers het ook kennis van take en strategieë tydens beplanning geïmplementeer, wat ingesluit het die i) kennis van en besluit om visualiserings (ook 'n onderrig-leerstrategie) te implementeer en ii) beplanning oor hoe en watter visualiseringsaktiwiteite en taalverwante aktiwiteite uitgevoer gaan word om die breuke-inhoud, idees en woordeskat te ondersteun. Beplanning oor taalverwante aktiwiteite vereis byvoorbeeld kennis oor die woordeskat van breuke waarmee leerders moontlik kan sukkel.
- Dit blyk dat die onderrig-leer van breuke en die implementering van visualiserings daarin, behoort te geskied met die nodige voorafgaande (metakognitiewe) beplanning, met die insluiting van toepaslike metakognitiewe kennis.

### **Bevinding 3: Monitering as metakognitiewe strategie**

- Vergeleke met beplanning, het die onderwysers minder bewys van monitering gelewer. Dit kan beteken dat onderwysers dalk onbewus is van die bestaan en noodsaaklikheid van monitering tydens lesse, en dus onbewus is van wat hulle en die leerders tydens die

lesse doen. Dit sal beteken dat onderwysers onbewus kan wees van moontlike leemtes of effektiwiteit met betrekking tot visualiserings en ander onderrig-leerpraktyke.

Dit blyk dat die versuim om monitering uit te voer, dus ook die onderwyser se inwin van waardevolle kennis van individue, take en strategieë belemmer. Hierdie kennis is nodig vir evaluering en toekomstige beplanning en verhoed dalk nodige aanpassings tydens die les omdat die onderwysers onbewus bly van leemtes.

- Waar die onderwysers wel monitering uitgevoer het, het dit kennis ten opsigte van individue en strategieë behels. Monitering van leerders se begrip, vaardighede, vordering en aksies tydens die verloop van die lesse dra waardevol by tot die onderwyser se kennis van die leerders, en dus ook latere evaluering en beplanning.
- Onderwysers wat die leerders se vordering deurlopend gemonitor het, is in staat gestel om hulle les aan te pas omdat hulle deur monitering kon vasstel waar leemtes en struikelblokke vir leerders bestaan.

#### **Bevinding 4: Evaluering as metakognitiewe strategie**

- Die onderwysers het verskeie bewyse van evaluering van hulle onderrig-leer van breuke gelewer. Kennis van take en strategieë het na vore gekom tydens hierdie evalueringsprosesse.
- Dit blyk uit hierdie studie dat die evaluering van alle onderrig-leerverwante praktyke wat onderwysers ná die les uitvoer, i) grootliks bepaal word deur monitering tydens die lesse, en ii) weer die beplanning vir toekomstige lesse beïnvloed.
- In hierdie studie het evaluering bygedra tot metakognitiewe kennis van individue, take en strategieë met betrekking tot die onderrig-leer van breuke, en dit beïnvloed. 'n Voorbeeld hiervan is dat onderwysers tydens evaluering ná die les besef dat hulle te veel inhoud in die een les ingesluit het en dat leerders gevolglik onvoldoende tyd gehad het om alles in te neem/begrip te vorm, wat hulle begripvorming kon belemmer.
- Onderwysers se evaluering ten opsigte van visualiserings as strategie het die spesifieke eienskappe van visualiserings soos kleur en akkuraatheid aangespreek.
- Die onderwysers het ook evaluering uitgevoer ten opsigte van die effektiwiteit van breuke en taal. Rakende taal het hierdie evaluering onderwysers laat besef dat hulle

volgende keer hulle eie taalgebruik oor breuke sal moet verbeter, aangesien dit leerders se taal beïnvloed.

#### **6.4 Beperkings van die studie**

Beperkings van die studie word vervolgens kortliks bespreek:

- Deelnemers se ingeligtheid oor die studie en die teenwoordigheid van die navorser in die klasse kon moontlik veroorsaak het dat die deelnemers hulle normale optredes en praktyke aangepas het ooreenkomstig hierdie studie.
- Die navorser is van mening dat die onderhoude moontlik meer effektief sou gewees het as sy meer ervaring in onderhoudvoering gehad het. Die navorser het byvoorbeeld ná sekere onderhoude besef dat sy enkele vrae anders kon gevra het.
- Hierdie studie het vier onderwysers as deelnemers betrek. Alhoewel dit moontlik was om die deelnemers se insette te vergelyk, kan die klein steekproefgrootte die veralgemening van die bevindings van die studie belemmer.
- Dit kon dalk nuttig gewees het om in te gaan op die betrokke onderwysers se oortuigings oor die aard van wiskunde en oor die aard van die onderrig-leer daarvan (instrumentalistiese-, probleemoplossingsgebaseerde- of platonistiese siening), en dit in die studie ingesluit het.

#### **6.5 Aanbevelings vir verdere navorsing**

Weens die teenstrydige bevindings uit die data en literatuur (bv. 4.2.1, Tema 5; 4.6.1, Tema 6; 2.3.4, par. 2), en die komplekse en omvattende aard van die implementering van visualiserings, word verdere navorsing aangemoedig, wat i) meer kennis hiertoe kan bydra; en ii) goeie riglyne hieroor aan onderwysers kan bied. Dit kan moontlik bydra tot meer effektiewe implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke, wat moontlik beter begrip van breuke by leerders kan fasiliteer. Die volgende aanbevelings vir verdere navorsing word voorgestel:

- 'n Longitudinale studie wat oor tyd ondersoek instel na die onderrig-leer van breuke en moontlik ander wiskunde-onderwerpe, met en sonder die implementering van visualiserings.

- Meer ondersoek rondom watter spesifieke visualiserings effektief kan werk vir watter idees en inhoud; en watter visualiserings dalk minder effektief is en eerder vermy behoort te word.
- Dieper navorsing oor onderwysers se fasilitering van begrip van breuke met die implementering van visualiserings.
- Professionele ontwikkeling van onderwysers se kennis van en oor visualiserings en die rol wat metakognisie tydens visualiserings speel.

## 6.6 Samevatting

Hierdie hoofstuk het 'n oorsig van die voorafgaande hoofstukke gebied, waarna die bevindings van die studie volgens elke navorsingsvraag kortliks uiteengesit is. Navorsingsvraag 1 is in meer detail aangeraak in Hoofstuk 4, en Navorsingsvraag 2 in Hoofstuk 5. Beperkings van die studie en aanbevelings vir verdere navorsing is ook bespreek.

Die bevindings van hierdie studie toon dat visualiserings en metakognisie uiters belangrike rolle met betrekking tot die onderrig-leer van breuke speel, en dat daar 'n verband tussen visualiserings en metakognisie is. Dit is noodsaaklik dat leerders nie net vooraf gekonstrueerde visualiserings gebruik nie, maar dat hulle aktief deelneem aan die visualiseringsaktiwiteite en ook self visualiserings konstrueer met betrekking tot die onderrig-leer van breuke. Leerders betree dan die visualiseringsproses en kan daardeur aan waardevolle leerprosesse blootgestel word (sien 2.3.1 en 2.3.5 – paragraaf onder Tabel 2.2).

Alhoewel die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke hindernisse kan inhou, blyk dit ook voordelig te wees vir onderrig-leer, en gevolglik vir leerders se begrip van breuke. Baie van die voordele wat die onderwysers en die literatuur geïdentifiseer het, hou verband daarmee dat visualiserings abstrakte idees en inhoud van breuke meer konkreet en toeganklik kan maak vir leerders. Daarom gaan die studie van die standpunt af uit dat onderwysers, afgesien van die moontlike hindernisse, eerder behoort te fokus op die voordele wat geassosieer word met visualiserings in breuke, en te bepaal hoe dit bevorder en benut kan word om leerders te ondersteun. Breuke is 'n moeilike onderwerp en baie onderwysers sukkel om dit te onderrig terwyl leerders sukkel om dit te leer. As die implementering van visualiserings enigins vir hulle tot voordeel kan wees, behoort dit benut te word.

Die implementering van visualiserings met betrekking tot die onderrig-leer van breuke is egter kompleks en omvattend, dit is geen eenvoudige proses nie. Boonop beteken die blote implementering van visualiserings nie noodwendig dat leerders effektief leer en goeie begrip vorm nie. Onderwysers behoort daarom effektiewe visualiserings te implementeer. Metakognisie speel hier 'n belangrike rol, aangesien dit onderwysers se onderrig-leerpraktyke, hulle denke en aksies ondersteun en help om dit te beheer (Rahman *et al.*, 2010:219). Die navorser is ook van mening dat visualiserings meer effektief sal wees en meer effektief geïmplementeer sal word as die onderwysers metakognisie ten opsigte van visualiserings implementeer. Boonop is die bevordering van metakognisie ook vir/by leerders baie voordelig (Okoza & Aluede, 2013:66). Die slotsom van die studie is dus dat die onderrig-leer met betrekking tot breuke die implementering van visualiserings moet insluit, en die implementering van visualiserings die doelbewuste implementering van metakognisie moet insluit.

## **6.7 Slotwoord**

Alhoewel hierdie studie nie leerders betrek het om vas te stel of die implementering van visualiserings werklik leerders se begrip van breuke beïnvloed en verbeter nie, is die navorser van mening dat hierdie studie waardevol is en dien as die nodige voorkennis wat na so 'n studie kan lei.

Hierdie studie beskou die implementering van beide visualiserings en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van breuke as onontbeerlik.

Gevolgtrek is die hoop dat hierdie studie:

- onderwysers se belangstelling in die implementering van visualiserings kan prikkel en hulle dalk kan laat oorweeg om dit doelbewus met betrekking tot die onderrig-leer van breuke te implementeer, en om metakognisie met betrekking tot visualiserings en die onderrig-leer van breuke te implementeer;
- 'n bydrae lewer tot 'n verfyning van onderrig-leer van breuke, wat meer diepgaande begrip by leerders fasiliteer;
- 'n bewustheid sal skep by onderwysers en by ander rolspelers in die onderwys, en dat hulle weer metakognitiewe bewustheid skep by ander kollegas oor die implementering van visualiserings.

### 6.7.1 Laaste opmerkings deur die navorser

Na die afloop van die studie is die navorser meer oortuig van die noodsaaklikheid van die implementering van **effektiewe** visualiserings met die onderrig-leer van breuke. Die blote implementering van visualiserings waarborg nie goeie begrip by leerders nie. Daarom, om effektiewe visualiserings en -praktyke te implementeer en te fasiliteer, is die implementering van metakognitiewe kennis en -strategieë noodsaaklik.

Die beweegrede agter die navorser se ondersteuning vir visualiserings en metakognisie, is dat dit werklik kan bydra tot beter begrip van breuke by leerders. Dit is belangrik, aangesien breuke 'n belangrik rol in die werklike lewe speel. Daar is baie volwassenes wie se breuk-begrippe steeds onvoldoende is. Dit is problematies. Die navorser is dus van mening dat 'n basis van goeie begrip van breuke-inhoud en idees by jong leerders gevestig moet word, sodat hulle goeie begrip daarvan in die toekoms kan hê. Swak begrip van breuke kan 'n kettingreaksie tot gevolg hê waar daar onvoldoende begrip en leemtes in ander wiskunde- en lewensareas ontstaan.

## BRONNELYS

Alajmi, A.H. 2012. How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational studies in mathematics*, 79(2):239-261.

Alshahrany, A. 2015. Effective strategies for teaching middle school students fractions: a handbook for teachers. California State University. (Dissertation - MA.)

Anthony, G. & Walshaw, M. 2009. Characteristics of effective teaching of mathematics: a view from the West. *Journal of mathematics education*, 2(2):147-164.

Arcavi, A. 2003. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 52(3):215-241.

Ary, D., Jacobs, L.C., Sorensen, C. & Razavieh, A. 2010. Introduction to research in education. 8th ed. Belmont, Wadsworth: Cengage Learning.

Atkinson, J.D. 2017. Journey into social activism: qualitative approaches. New York: Fordham University.

Baker, L. & Brown, A.L. 1984. Metacognitive skills and reading. Urbana, Ill.: Illinois University. (Technical report no. 188.)

Ball, D.L. 1990. Halves, pieces, and twos: constructing representational contexts in teaching fractions. East Lansing, Mich.: National Center for Research on Teacher Education. (Craft Paper 90-2.)

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. 2008. Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5):389-407.

Baller, S., Dutta, S. & Lanvin, B. 2016. The global information technology report 2016: innovating in digital economy. Montreal, QC, Canada.: World Economic Forum.

Barmby, P., Bolden, D., Raine, S. & Thompson, L. 2013. Developing the use of visual representations in the primary classroom. Durham, UK: University of Durham.

- Bastürk, S. 2016. Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *Acta didactica napocensia*, 9(1):35-44.
- Baten, E., Praet, M. & Desoete, A. 2017. The relevance and efficacy of metacognition for instructional design in the domain of mathematics. *ZDM*, 49(4):613-623.
- Baysal, Z.N., Arkan, K. & Yıldırım, A. 2010. Preservice elementary teachers' perceptions of their self-efficacy in teaching thinking skills. *Procedia-social and behavioral sciences*, 2(2):4250-4254.
- Belaginary, S. 2016. Analysis of the second semester mathematics students' metacognitive skill in solving mathematics problems at State University of Medan. Medan: UNIMED. (Thesis - PhD.)
- Bergen, D. 2009. Play as the learning medium for future scientists, mathematicians, and engineers. *American journal of play*, 1(4):413-428.
- Bishop, A.J. 1989. A review of research on visualisation in mathematics education. *Focus on learning problems in mathematics*, 11(1):7-16.
- Blakey, E. & Spence, S. 1990. Developing metacognition. Washington, D.C.: Educational Resource Information Center.
- Boulet, G. 2007. How does language impact the learning of mathematics? Let me count the ways. *Journal of teaching and learning*, 5(1):1-12.
- Bozkurt, G. 2017. Social constructivism: does it succeed in reconciling individual cognition with social teaching and learning practices in mathematics? *Journal of education and practice*, 8(3):210-218.
- Braund, H.L. 2016. Supporting metacognitive development in early science education: exploring elementary teachers' beliefs and practices in metacognition. Kingston, Ontario, Canada: Queen's University. (Thesis - PhD.)
- Brown, A.L. & Palincsar, A.S. 1982. Inducing strategic learning from texts by means of informed, self-control training. Champaign, Ill.: University of Illinois at Urbana-Champaign. (Technical report no. 262.)

Bruce, C., Chang, D., Flynn, T. & Yearley, S. 2013. Foundations to learning and teaching fractions: addition and subtraction. Ontario, CA.: Ontario Ministry of Education. Curriculum and Assessment Branch.

Bruner, J.S. 1960. On learning mathematics. *The mathematics teacher*, 53(8):610-619.

Budaloo, V.R. 2015. The use of visual reasoning by successful mathematics teachers: a case study. Ashwood: University of KwaZulu-Natal. Edgewood Campus. (Thesis - PhD.)

Bunyakarte, T.J. 2010. Learning in the social constructivist perspective. *Galaxy: the IELE journal*, 2(1):10-15

Carr, M. 2010. The importance of metacognition for conceptual change and strategy use in mathematics. (In Salatas Waters, H. & Schneider, W., eds. Metacognition, strategy use & instruction. New York: Guilford Press. p. 176-197.)

Clements, M.A. 2014. Fifty years of thinking about visualization and visualizing in mathematics education: a historical overview. (In Fried, M.N. & Dreyfus, T., eds. Mathematics & mathematics education: searching for common ground. Dordrecht: Springer. p. 177-192.)

Colbert, C.Y., Graham, L., West, C., White, B.A., Arroliga, A.C., Myers, J.D., Ogden, M.D., Archer, J., Mohammad, Z.T.A. & Clark, J. 2014. Teaching metacognitive skills: helping your physician trainees in the quest to “know what they don’t know.” *American journal of medicine*, 128(3):318-324.

Copur Gencturk, Y. 2012. Teachers' mathematical knowledge for teaching, instructional practices, and student outcomes. Urbana-Champaign, Ill.: University of Illinois. (Thesis - PhD.)

Creswell, J.W. 2009. Research design: qualitative, quantitative and mixed method approaches. 3rd ed. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Creswell, J.W. 2012. Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research. 4th ed. Boston, Mass.: Pearson.

Crossland, J. 2015. Thinking about metacognition. *Primary science*, 138:14-16.

D'Angelo, F. & Iliev, N. 2012. Teaching mathematics to young children through the use of concrete and virtual manipulatives. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED534228.pdf> Datum van gebruik: 11 Oktober 2017.

David, M.M. & Tomaz, V.S. 2012. The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational studies in mathematics*, 80(3):413-431.

Denscombe, M. 2007. The good research guide for small-scale social research projects. 3rd ed. Maidenhead, Berkshire: McGraw-Hill Higher Education.

Desoete, A. & Ozsoy, G. 2009. Introduction: metacognition, more than the lognes monster? *International electronic journal of elementary education*, 2(1):1-6.

Dhaliwal, M.K. 2015. Teachers becoming lifelong learners. *The business & management review*, 5(4):259-264.

Dlamini, T.S.P. 2017. An investigation of the use of multiple representations in teaching fractions at primary school level in Swaziland. KwaZulu-Natal: University of KwaZulu-Natal. (Dissertation - MEd).

Dockett, S. & Perry, B. 2010. What makes mathematics play? (In Sparrow, L., Kissane, B. & Hurst, C., eds. Shaping the future of mathematics education. Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Fremantle: MERGA. p. 715-718.)

Doody, O. & Noonan, M. 2013. Preparing and conducting interviews to collect data. *Nurse researcher*, 20(5):28-32.

Du Toit, S. & Kotze, G. 2009. Metacognitive strategies in the teaching and learning of mathematics. *Pythagoras*, 70(1):57-67.

Duffy, G.G., Miller, S., Parsons, S. & Meloth, M. 2009. Teachers as metacognitive professionals. (In Hacker, D.J. Dunlosky, J. & Graesser, A.C., eds. Handbook of metacognition in education. New York: Routledge. p. 240-256.)

Duval, R. 1999. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. (In Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 21st Cuernavaca, Morelos, Mexico, 23-26 October.)

Ediger, M. 2012. Quality teaching in mathematics. *Education*, 133(2):235-239.

Ernest, P. 2010. Reflections on theories of learning. (In Sriraman, B. & English, L., eds. Theories of mathematics education. seeking new frontiers. Heidelberg: Springer. p. 39-47.)

Fazio, L. & Siegler, R.S. 2011. Teaching fractions. Genève: International Academy of Education.

Fennell, F. & Karp, K. 2016. Fraction sense: foundational understandings. *Journal of learning disabilities*, 50(6):648-650.

Flanagan, S. 2009. Teaching mathematical vocabulary: is it worth teachers' time? Rochester, N.Y.: St John Fisher College. School of Arts and Sciences. (Dissertation - MSc.)

Flavell, J.H. 1979. Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10):906-911.

Fouché, C.B. & Schurink, W. 2011. Qualitative research designs. (In De Vos, A.S., Strydom, H., Fouché, C.B. & Delport, C.S.L., eds. Research at grass roots: for the social sciences and human service profession. 4th ed. Pretoria: Van Schaick. p. 307-327.)

Fraenkel, J.R. & Wallen, N.E. 2009. How to design and evaluate research in education. 7th ed. Boston, Mass.: McGraw-Hill Higher Education.

Fraenkel, J.R., Wallen, N.E. & Hyun, H.H. 2015. How to design and evaluate research in education. 9th ed. New York: McGraw-Hill.

Fransman, J.S. 2014. Mathematics teachers' metacognitive skills and mathematical language in the teaching-learning of trigonometric functions in township schools. Potchefstroom: North-West University. (Thesis - PhD.)

Fried, M.N. 2012. Mathematics & mathematics education: searching for common ground. (In Fried, M.N. & Dreyfus, T., eds. Mathematics & mathematics education: searching for common ground. Dordrecht: Springer. p. 3-22.)

Furner, J.M. & Worrell, N.L. 2017. The importance of using manipulatives in teaching math today. *Transformations*, 3(1):2-25.

Gabriel, F. 2016. Understanding magnitudes to understand fractions. *Australian primary mathematics classroom*, 21(2):36-40.

Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B. & Content, A. 2013. A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in psychology*, 4(715):1-12.

Gaetano, J. 2014. The effectiveness of using manipulatives to teach fractions. Glassboro, N.J.: Rowan University. (Dissertation - MA.)

George, L. 2017. Children's learning of the partitive quotient fraction sub-construct and the elaboration of the don't need boundary feature of the Pirie-Kieren theory. Southampton: University of Southampton. (Thesis - PhD.)

Gilbert, J.K. 2005. Visualization: a metacognitive skill in science and science education. (In Gilbert, J.K., ed. Visualization in science education. Dordrecht: Springer. p. 9-27.)

Given, L.M. 2008. The Sage encyclopedia of qualitative research methods, v. 1 & 2. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Gough, J. 2015. Learning mathematics through games. *Australian mathematics teacher*, 71(4):10-12.

Gray, D.E. 2004. Doing research in the real world. London: Sage.

Grove, E. 2017. Mathematics vocabulary: teaching tier 3 language of math fractions to English learners. Saint Paul, Minn.: Hamline University. (Dissertation - MA.)

Güçler, B., Park, J. & McCrory, R. 2009. Affordances of visual representations: the case of fraction multiplication. (*In Proceedings of the 31st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 5. p. 1116-1124.*)

Gupta, D. & Wilkerson, T.L. 2015. Teaching and learning of fractions in elementary grades: let the dialogue begin!. *Curriculum and teaching dialogue, 17(1&2):27-44.*

Güss, C.D. & Wiley, B. 2007. Metacognition of problem-solving strategies in Brazil, India, and the United States. *Journal of cognition and culture, 7(1):1-25.*

Guzmán, M. 2002. The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. (*In Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level. Hersonissos, Greece, July 1-6.)*)

Gyöngyösi, E.W. 2012. Teaching and learning mathematics through games and activities. *Acta electrotechnica et informatica, 12(3):23-26.*

Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Pant, H.A. 2013. Second language learners' performance in mathematics: disentangling the effects of academic language features. *Learning and instruction, 28:24-34.*

Hackenberg, A. & Lee, M. 2012. Pre-fractional middle school students' algebraic reasoning. (*In Van Zoest, L.R., Lo, J.-J. & Kratky, J.L., eds. Proceedings of the 34th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics education. Kalamazoo, Mich.: Western Michigan University. p. 943-950.*)

Harkness, S.S. 2009. Social constructivism and the believing game: a mathematics teacher's practice and its implications. *Educational studies in mathematics, 70(3):243-258.*

Harries, T. Bolden, D. & Barmby, P. 2011. The importance of using representations to help primary pupils give meaning to numerical concepts. <http://directorymathsed.net/download/Harris.pdf> Datum van gebruik: 25 September 2017.

Hatch, J.A. 2002. Doing qualitative research in education settings. Albany, N.Y.: Suny Press.

Hauswirth, M. 2012. Moving from visualization for teaching to visualization for learning: position paper. <http://sape.inf.usi.ch/sites/default/files/publication/cserc-vis12.pdf> Datum van gebruik: 6 Mei 2017.

Havenga, M., Breed, B., Mentz, E., Govender, D., Govender, I., Dignum, F. & Dignum, V. 2013. Metacognitive and problem-solving skills to promote self-directed learning in computer programming: teachers' experiences. *SA-eDUC*, 10(2):1-14.

Hiebert, J. & Grouws, D.A. 2007. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. (In Lester, F.K., ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: Information Age. p. 371-404.)

Höffler, T.N. 2010. Spatial ability: its influence on learning with visualizations: a meta-analytic review. *Educational psychology review*, 22(3):245-269.

Huinker, D. 2010. Fractions: a problem-solving approach. [https://www4.uwm.edu/Org/mmp/PDFs/Yr7\\_PDFs/Fractions\\_WTM\\_mar2010.pdf](https://www4.uwm.edu/Org/mmp/PDFs/Yr7_PDFs/Fractions_WTM_mar2010.pdf) Datum van gebruik: 25 September 2017.

Ilany, B.S. & Margolin, B. 2010. Language and mathematics: bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative education*, 1(3):138-148.

Jacobs, J.E. & Paris, S.G. 1987. Children's metacognition about reading: issues in definition, measurement, and instruction. *Educational psychologist*, 22(3-4):255-278.

Jewitt, C. 2012. An introduction to using video for research. London: MODE node. Institute of Education. (National Centre for Research Methods Working Paper 03/12.)

Jiang, Y., Ma, L. & Gao, L. 2016. Assessing teachers' metacognition in teaching: the teacher metacognition inventory. *Teaching and teacher education*, 59:403-413.

Jordan, N.C., Hansen, N., Fuchs, L.S., Siegler, R.S., Gersten, R. & Micklos, D. 2013. Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Journal of experimental child psychology*, 116(1):45-58.

Kawulich, B.B. 2012. Collecting data through observation. (In Wagner, C., Kawulich, B.B. & Garner, M., eds. Doing social research: a global context. London: McGraw-Hill Higher Education. p. 150-160.)

Kawulich, B.B. & Holland, L. 2012. Qualitative data analysis. (In Wagner, C., Kawulich, B.B. & Garner, M., eds. Doing social research: a global context. London: McGraw-Hill Higher Education. p. 228-245.)

Klopper, H.C. 2008. The qualitative research proposal. *Curationis*, 31(4):62-72.

Kovarik, M. 2010. Building mathematics vocabulary. *International journal for mathematics teaching & learning*: 1-20.

Lai, E.R. 2011. Metacognition: a literature review. Pearson assessments research reports. *Psychology*, 8(12). [https://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/Metacognition\\_Literature\\_Review\\_Final.pdf](https://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/Metacognition_Literature_Review_Final.pdf) Datum van gebruik: 1 Mei 2017.

Lancaster, J.M. 2018. Teaching comprehension monitoring strategies within a metacognitive framework: an analysis of the effects on fourth graders' reading achievement and calibration. Raleigh, N.C.: North Carolina State University. (Thesis - DPhil.)

Larkin, S. 2010. Metacognition in young children. London: Routledge.

Larson, C. 2007. The importance of vocabulary instruction in everyday mathematics. Scottsbluff, Nebr.: University of Nebraska-Lincoln. (Dissertation - MAT.)

Le Roux, A. 2013. Designing a trajectory to develop the fraction concept in the intermediate phase. <http://www.amesa.org.za/AMESA2013/Files/W18.pdf> Datum van gebruik: 14 Oktober 2017.

Lee, C.B., Teo, T. & Chai, C.S. 2010. Profiling pre-service teachers' awareness and regulation of their own thinking: evidence from an Asian country. *Teacher development*, 14(3):295-306.

Lester Jr, F.K. 2013. Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The mathematics enthusiast*, 10(1):245-278.

- Lewis, R.L. 2016. Predictors of US teachers' use of metacognition in mathematics instruction. Minneapolis, Minn.: Walden University. (Thesis - PhD.)
- Little, M.E. 2009. Teaching mathematics: issues and solutions. *Teaching exceptional children plus*, 6(1):1-15.
- Livingston, J.A. 2003. Metacognition: an overview. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED474273.pdf> Datum van gebruik: 1 Mei 2017.
- Locatelli, S., Ferreira, C. & Arroio, A. 2010. Metavisualization: an important skill in the learning chemistry. *Problems of education in the 21st century*, 24(1):75-83.
- Lukhele, R.B., Murray, H. & Olivier, A. 1999. Learners' understanding of the addition of fractions. (In 5th Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA). Port Elizabeth. p. 88-97.)
- Mahdavi, M. 2014. An overview: metacognition in education. *International journal of multidisciplinary and current research*, 2:529-535.
- Makina, A. 2010. The role of visualisation in developing critical thinking in mathematics. *Perspectives in education*, 28(1):24-33.
- Malaty, G. 2008. The role of visualization in mathematics education: can visualization promote the causal thinking. (In ICME-11, Mexico. 11th International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Mexico, July. p. 1-33.)
- Maree, K. 2016. Planning a research proposal. (In Maree, K., ed. First steps in research. Pretoria: Van Schaik. p. 25-47.)
- Maree, K. & Pietersen, J. 2016. Sampling. (In Maree, K., ed. First steps in research. Pretoria: Van Schaik. p. 191-202.)
- Mayer, R.E. 2011. Instruction based on visualizations. (In Mayer, R.E. & Alexander, P.A., eds. Handbook of research on learning and instruction. New York: Routledge. p. 427-445.)

McCormick, C.B., Dimmitt, C. & Sullivan, F.R. 2013. Metacognition, learning, and instruction. (In Weiner, I.B., Reynolds, W.M. & Miller, G.E., eds. Handbook of psychology, v. 7. Educational psychology. 2nd ed. Hoboken, N.J.: Wiley. p. 69-97.)

Merriam-Webster's online dictionary. 2018a. Ethics. Springfield, Mass.: Merriam-Webster Inc. <https://www.merriam-webster.com/dictionary/mathematics> Datum van gebruik: 12 April 2017.

Merriam-Webster's online dictionary. 2018b. Mathematics. Springfield, Mass.: Merriam-Webster Inc. <https://www.merriam-webster.com/dictionary/mathematics> Datum van gebruik: 25 September 2017.

Millis, B.J. 2016. Using metacognition to promote learning. Manhattan: IDEA Center, Inc. (IDEA paper # 63.)

Molefe, N. & Brodie, K. 2010. Teaching mathematics in the context of curriculum change. *Pythagoras*, 71:3-12.

Monroe, E.E. & Orme, M.P. 2002. Developing mathematical vocabulary. *Preventing school failure: alternative education for children and youth*, 46(3):139-142.

Morgan, C., Craig, T., Schuette, M. & Wagner, D. 2014. Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM*, 46(6):843-853.

Mudaly, V. & Rampersad, R. 2010. The role of visualisation in learners' conceptual understanding of graphical functional relationships. *African journal of research in mathematics, science and technology education*, 14(1):36-48.

Mullis, I.V., Martin, M.O., Foy, P. & Arora, A. 2012. TIMSS 2011 international results in mathematics. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

Mullis, I.V., Martin, M.O., Foy, P. & Hooper, M. 2015. TIMSS 2015 international results in mathematics. Chestnut Hil, Mass.: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Mullis, I.V., Martin, M.O., Gonzalez, E.J. & Chrostowski, S.J. 2004. TIMSS 2003 International Mathematics report: findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades. Chesnut Hill, Mass.: Boston College. International Study Center, Lynch School of Education.

Mutsvangwa, S.B. 2016. The influence of using a scientific calculator in learning fractions: a case study of one school in Gauteng province. Pretoria: University of South Africa. (Thesis - PhD.)

Naidoo, J. 2011. *Exploring master teachers' use of visuals as tools in mathematical classrooms*. Kwa-Zulu Natal: University of Kwa-Zulu Natal. (Thesis - DEd.)

Naps, T., Cooper, S., Koldehofe, B., Leska, C., Rößling, G., Dann, W., Korhonen, A., Malmi, L., Rantakokko, J., Ross, R.J. & Anderson, J. 2003. Evaluating the educational impact of visualization. *ACM Sigcse bulletin*, 35(4):124-136.

Nardi, E. 2012. Reflections on visualization in mathematics and in mathematics education. (In Fried, M.N. & Dreyfus, T., eds. *Mathematics & mathematics education: searching for common ground*. Dordrecht: Springer. p. 193-220.)

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. *Principles and standards for school mathematics*, v. 1. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Natsheh, I. & Karsenty, R. 2014. Exploring the potential role of visual reasoning tasks among inexperienced solvers. *ZDM*, 46(1):109-122.

Neesam, C. s.a. Case study 1: An evidence-based practice review report theme: school based interventions for learning are concrete manipulatives effective in improving the mathematics skills of children with mathematics difficulties. (Thesis - PhD.)

Nieuwenhuis, J. 2007a. Analysing qualitative data. (In Maree, K., ed. *First steps in research*. Pretoria: Van Schaik. p. 98-117.)

Nieuwenhuis, J. 2007b. Introducing qualitative research. (In Maree, K., ed. *First steps in research*. Pretoria: Van Schaik. p. 46-66.)

- Nieuwenhuis, J. 2016a. Analysing qualitative data. (In Maree, K., ed. First steps in research. Pretoria: Van Schaik. p. 103-131.)
- Nieuwenhuis, J. 2016b. Introducing qualitative research. (In Maree, K., ed. First steps in research. Pretoria: Van Schaik. p. 49-70.)
- Nieuwenhuis, J. 2016c. Qualitative research designs and data-gathering techniques. (In Maree, K., ed. First steps in research. Pretoria: Van Schaik. p. 71-102.)
- Nieuwenhuis, J. & Smit, B. 2012. Qualitative research. (In Wagner, C., Kawulich, B.B. & Garner, M., eds. Doing social research: a global context. London: McGraw-Hill Higher Education. p. 124-139.)
- Ntuen, C.A., Park, E.H. & Gwang-Myung, K. 2010. Designing an information visualization tool for sensemaking. *International journal of human-computer interaction*, 26(2-3):189-205.
- Offenholley, K.H. 2012. Gaming your mathematics course: the theory and practice of games for learning. *Journal of humanistic mathematics*, 2(2):79-92.
- Ogletree, T. & Kawulich, B.B. 2012. Ethical considerations in conducting research. (In Wagner, C., Kawulich, B.B. & Garner, M., eds. Doing social research: a global context. London: McGraw-Hill Higher Education. p. 62-72.)
- Okoza, J. & Aluede, O. 2013. Understanding metacognitive awareness among teachers in the school system: issues and benefits. *Inkanyiso: journal of humanities and social sciences*, 5(1):64-71.
- Olanoff, D., Lo, J.J. & Tobias, J.M. 2014. Mathematical content knowledge for teaching elementary mathematics: a focus on fractions. *The mathematics enthusiast*, 11(2):267-310.
- Onu, V.C., Eskay, M., Igbo, J.N., Obiyo, N. & Agbo, O. 2012. Effect of training in math metacognitive strategy on fractional achievement of Nigerian schoolchildren. *US-China education review*, B3:316-325.
- Ozsoy, G., Memiş, A. & Temur, T. 2017. Metacognition, study habits and attitudes. *International electronic journal of elementary education*, 2(1):154-166.

Panaoura, A. & Philippou, G. 2007. The developmental change of young pupils' metacognitive ability in mathematics in relation to their cognitive abilities. *Cognitive development*, 22(2):149-164.

Papaleontiou-Louca, E. 2003. The concept and instruction of metacognition. *Teacher development*, 7(1):9-30.

Petty, N.J., Thomson, O.P. & Stew, G. 2012. Ready for a paradigm shift? Part 1: Introducing the philosophy of qualitative research. *Manual therapy*, 17(4):267-274.

Phillips, L.M., Norris, S.P. & Macnab, J.S. 2010. Visualization in mathematics, reading and science education. Dordrecht: Springer.

Piaget, J. 1976. Piaget's theory. (*In Piaget and his school*. Berlin: Springer. p. 11-23.)

Pienaar, E. 2014. Learning about and understanding fractions and their role in the high school curriculum. Stellenbosch: Stellenbosch University. (Dissertation - MEd.)

Pitsi, M.E. 2016. Identifying common misconceptions and associated errors the grade 9 learners make when adding and subtracting common fractions. Johannesburg: University of Johannesburg. (Dissertation - MEd.)

Podolak, M., Młynarska, M., Kawalek, A., Śnieżek, W. & Napiórkowska, G. n.d. Modern methods of teaching-learning mathematics and related subjects. Erasmus: Podkarpacie Centre of Teacher Education in Rzeszów.

Price, C.S. 2016. Connecting metacognition and mathematical proficiency: a case study of South African matriculants. Johannesburg: University of the Witwatersrand. (Dissertation - PhD.)

Professional Development Service for Teachers (PDST). 2014. Fractions manual: a guide to teaching fractions in Irish primary schools. Baile Atha Cliath. <http://www.pdst.ie/sites/default/files/Fractions%20Teacher%20Manual.pdf> Datum van gebruik: 6 Maart 2017.

Prytula, M.P. 2012. Teacher metacognition within the professional learning community. *International education studies*, 5(4):112-121.

- Quintana, C., Zhang, M. & Krajcik, J. 2005. A framework for supporting metacognitive aspects of online inquiry through software-based scaffolding. *Educational psychologist*, 40(4):235-244.
- Rabionet, S.E. 2011. How I learned to design and conduct semi-structured interviews: an ongoing and continuous journey. *The qualitative report*, 16(2):563-566.
- Rahman, F. 2016. Metacognitive differences among secondary school teachers. *Asian journal of management sciences & education*, 5(1):10-17.
- Rahman, F., Jumani, N.B., Satti, M.G. & Malik, M.I. 2010. Do metacognitively aware teachers make any difference in students' metacognition? *International journal of academic research*, 2(6):219-223.
- Riccomini, P.J., Smith, G.W., Hughes, E.M. & Fries, K.M. 2015. The language of mathematics: the importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & writing quarterly*, 31(3):235-252.
- Rieber, L. 1995. A historical review of visualization in human cognition. *Educational technology research and development*, 43(1):45-56.
- Rogness, J. 2011. Mathematical visualization. *Journal of mathematics education at teachers college*, 2(2):1-7.
- Rösken, B. & Rolka, K. 2006. A picture is worth a 1000 words: the role of visualization in mathematics learning. (In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N., eds. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 4. Prague, Czech Republic, July 16-21. p. 457-464.)
- Roux, A. 2009. 'n Model vir die konseptuele leer van wiskunde in 'n dinamiese tegnologie-verrykte omgewing by voorgraadse wiskunde-onderwysstudente. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif - PhD.)
- Rubenstein, R.N. & Thompson, D.R. 2002. Understanding and support children's mathematical vocabulary development. *Teaching children mathematics*, 9(2):107-112.

- Schmitz, A. & Eichler, A. 2015. Teachers' individual beliefs about the roles of visualization in classroom. (In Krainer, K. & Vondrová, N., eds. CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Prague: Routledge. p. 1266-1272.)
- Schneider, W. & Artelt, C. 2010. Metacognition and mathematics education. *ZDM*, 42(2):149-161.
- Schraw, G. 1998. Promoting general metacognitive awareness. *Instructional science*, 26(1-2):113-125.
- Seel, N.M. 2011. Encyclopedia of the sciences of learning. New York: Springer.
- Sfard, A. 2012. Guest editorial? Why mathematics? What mathematics? *The mathematics educator*, 22(1):3-16.
- Shin, M. & Bryant, D.P. 2015. Fraction interventions for students struggling to learn mathematics: a research synthesis. *Remedial and special education*, 36(6):374-387.
- Shulman, L.S. 1986. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2):4-14.
- Siegler, R.S., Fazio, L.K., Bailey, D.H. & Zhou, X. 2013. Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in cognitive sciences*, 17(1):13-19.
- Siemon, D., Adendorff, S., Austin, P., Fransman, J., Hobden, S., Kaino, L., Luneta, K., Makonye, J., Van der Walt, M., Van Putten, S., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R. & Warren, E. 2013. Teaching mathematics: foundation and intermediate phase. Cape Town: Oxford University Press.
- Sindhvani, A. & Sharma, M.K. 2013. Metacognitive learning skills. *Educationia confab*, 2(4):68-79.
- Sophocleous, P. & Pitta-Pantazi, D. 2015. Higher order thinking in mathematics. (In Singer, F.M., Toader, F. & Voica, C., eds. The 9th Mathematical Creativity and Giftedness. International conference proceedings. Sinaia: The International Group for Mathematical Creativity and Giftedness. p. 160-165.)

Stemler, S. 2001. An overview of content analysis. *Practical assessment, research and evaluation*, 7(17):137-146.

Stewart, P.W. & Hadley, K. 2014. Investigating the relationship between visual imagery, metacognition and mathematics pedagogical content knowledge. *Journal of the international society for teacher education*, 18(1):26-35.

Suid-Afrika. Departement van Basiese Onderwys. 2011. Kurrikulum- en assesseringsbeleidsverklaring (KABV) graad 4-6 Wiskunde. Pretoria: Departement van Basiese Onderwys.

Sullivan, J.M., Pinkall, U. & Polthier, K. 2014. F3 Mathematical visualization. <https://www.mi.fu-berlin.de/en/math/groups/ag-geom/publications/db/F3-Mathematical-Visualization.pdf> Datum van gebruik: 6 Maart 2017.

Tanton, J. 2005. Encyclopedia of mathematics. New York: Facts On File.

Van der Walt, M.S. & Maree, K. 2007. Do mathematics learning facilitators implement metacognitive strategies? *South African journal of education*, 27(2):223-241.

Van der Walt, M.S., Maree, J.G., Ellis, S.M. 2006. Ondersoek na metakognisie in wiskundeleer in die senior fase. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskap en tegnologie*, 25(3):177-194.

Van der Westhuizen, L. 2015. The development of the conceptual understanding of first-year chemistry university students in stoichiometry using thinking skills, visualization and metacognitive strategies. Potchefstroom: North-West University. (Thesis - PhD.)

Veenman, M.V., Hesselink, R.D., Sleenwaegen, S., Liem, S.I. & Van Haaren, M.G. 2014. Assessing developmental differences in metacognitive skills with computer logfiles: gender by age interactions. *Psihologieske teme*, 23(1):99-113.

Vekiri, I. 2002. What is the value of graphical displays in learning? *Educational psychology review*, 14(3):261-312.

Verschaffel, L., Van Dooren, W. & De Smedt, B. 2012. Mathematical learning. (In Seel, N.M., ed. Encyclopedia of the sciences of learning. New York: Springer. p. 2107-2110.)

- Wahyuni, D. 2012. The research design maze: understanding paradigms, cases, methods and methodologies. *Journal of applied management accounting research*, 10(1):69-80.
- Wang, M. & Jacobson, M.J. 2011. Guest editorial. Knowledge visualization for learning and knowledge management. *Educational technology & society*, 14(3):1-3.
- Way, J. 2011. Developing fraction sense using digital learning objects. *Fractions: teaching for understanding*: 153-166.
- Way, J., Bobis, J. & Anderson, J. 2015. Teacher representations of fractions as a key to developing their conceptual understanding. (In Proceedings of 39th Psychology of Mathematics Education Conference, v. 4. p. 281-288.)
- White, B., Frederiksen, J. & Collins, A. 2009. The interplay of scientific inquiry and metacognition More than a marriage of convenience. (In Hacker, D.J., Dunlosky, J. & Graesser, A.C., eds. Handbook of metacognition in education. New York: Routledge. p. 175-205.)
- Wilkerson, T.L., Bryan, T. & Curry, J. 2012. An appetite for fractions. *Teaching children's mathematics*, 19(2):90-99.
- Wilson, D.P. 2009. Mathematics is applied by everyone except applied mathematicians. *Applied mathematics letters*, 22(5):636-637.
- Wilson, J. 1998. Metacognition within mathematics: a new and practical multi-method approach. (In Teaching mathematics in new times: Proceedings of the 21st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, v. 2. p. 693-700.)
- Wilson, N.S. & Bai, H. 2010. The relationships and impact of teachers' metacognitive knowledge and pedagogical understandings of metacognition. *Metacognition and learning*, 5(3):269-288.
- Zimmermann, W. & Cunningham, S. 1991. Visualization in teaching and learning mathematics. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

## **LYS VAN BYLAE**

- Bylaag 1: Toestemming van die Noordwes onderwysdepartement**
- Bylaag 2: Toestemming van die Noordkaap onderwysdepartement**
- Bylaag 3: Toestemming van die etiekkomitee**
- Bylaag 4A: Voorbeeld van die toestemmingsbrief aan die skoolhoofde – Afrikaanse weergawe**
- Bylaag 4B: Voorbeeld van die toestemmingsbrief aan die skoolhoofde – Engelse weergawe**
- Bylaag 5A: Voorbeeld van die toestemmingsbrief aan die skoolbeheerliggame – Afrikaanse weergawe**
- Bylaag 5B: Voorbeeld van die toestemmingsbrief aan die skoolbeheerliggame – Engelse weergawe**
- Bylaag 6: Voorbeeld van die toestemmingsbrief aan die onderwysers (deelnemers)**
- Bylaag 7A: Voorbeeld van die kennisgewingsbriewe aan leerders – Afrikaanse weergawe**
- Bylaag 7B: Voorbeeld van die kennisgewingsbriewe aan leerders – Engelse weergawe**
- Bylaag 8A: Voorbeeld van die kennisgewingsbriewe aan die ouers – Afrikaanse weergawe**
- Bylaag 8B: Voorbeeld van die kennisgewingsbriewe aan die ouers – Engelse weergawe**
- Bylaag 9: Semi-gestruktureerde individuele onderhoud-vrae**
- Bylaag 10: Verklaring: nasien van bronnelys**
- Bylaag 11: Uittreksels uit die KABV met betrekking tot die “begrippe en vaardighede” (die breuke-inhoud) vir die onderwerp “gewone breuke” – (kwartaal 2)**

# BYLAAG 1: TOESTEMMING VAN DIE NOORDWES ONDERWYSDEPARTEMENT



## Education and Sport Development

Department of Education and Sport Development  
Departement van Onderwys en Sportontwikkeling  
Lefapha la Thuto le Tihabololo ya Metshameko  
**NORTH WEST PROVINCE**

Garona Building, Mmabatho  
1st Floor, East Wing,  
Private Bag X2044,  
Mmabatho 2735  
Tel.: (018) 388-3433  
Fax.: 086-514-0126  
e-mail: molhabanej@nwpg.gov.za

### OFFICE OF THE SUPERINTENDENT-GENERAL

Enquiries : Dr TA Phorabatho  
Telephone: 018 388 3429/3433/3071

To: Prof MS van der Walt  
Faculty of Mathematics, Science and Technology Education  
**University of North West: Potchefstroom Campus**

From : Mrs SM Semaswe  
**Superintendent-General**

Date : 17 April 2018

#### PERMISSION TO CONDUCT RESEARCH: MS R POTTAS

Permission is hereby granted to MS R Pottas to conduct a research in the department as requested in your application letter dated, 27 March, subject to the conditions that,

- She contacts the Principals of her sampled schools with this permission letter.
- The research process will not hinder the general functionality of the concerned schools.
- The participation in her project will be voluntary.
- The principles of informed consent and confidentiality will be observed in strictest terms, and
- The findings of her research should be made available to the North West Department of Education and Sport Development upon request.

The department reserves the right to withdraw this permission should any ethical consideration be breached.

Best wishes,

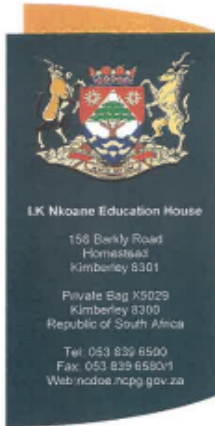
  
\_\_\_\_\_  
Mrs SM Semaswe  
**Superintendent-General**

Cc: Ms PK Rasetshwane – Director: Strategic Planning Services



“Towards Excellence in Education and Sport Development”

## BYLAAG 2: TOESTEMMING VAN DIE NOORDKAAP ONDERWYSDEPARTEMENT



### DEPARTMENT OF EDUCATION

Enquiries : G.D. SIBIYA  
Contact No : 053 839 6703  
Reference :  
Date : 18 April 2018

**TO: Ms. ROCHELLE POTAS**

#### **GRANTING OF PERMISSION TO CONDUCT RESEARCH IN A PRIMARY SCHOOL IN THE NORTHERN CAPE: FRANCES BAARD DISTRICT**

The Northern Cape Department of Education has noted your request to conduct a research that involves the investigation into visualization and metacognition during the teaching and learning of common fractions in the Intermediate Phase.

We regard this research as central to providing the department with data on the innovative approaches and methodologies that can be used to enhance the teaching of fractions and therefore trust that your research findings will be shared with the department in the near future.

We further trust that the selected school for this research will give you all the necessary support to complete this task.

Permission to your request is therefore granted and we take this opportunity to wish you all the best in your studies.

Thank you

  
**MR. G.T. PHARASI**  
**SUPERINTENDENT-GENERAL**



## BYLAAG 3: TOESTEMMING VAN DIE ETIEKKOMITEE



Private Bag X6001, Potchefstroom,  
South Africa, 2520

Tel: (018) 299-4900

Faks: (018) 299-4910

Web: <http://www.nwu.ac.za>

**Research Ethics Regulatory Committee**

Tel: +27 18 299 4849

Email: [Ethics@nwu.ac.za](mailto:Ethics@nwu.ac.za)

### ETHICAL CLEARANCE LETTER OF STUDY

Based on approval by the **Ethics Committee of the Faculty of Education Sciences (ESREC)** on **12/04/2018**, the North-West University Research Ethics Regulatory Committee (NWU-RERC) hereby **approves** your study as indicated below. This implies that the NWU-RERC grants its permission that, provided the special conditions specified below are met and pending any other authorisation that may be necessary, the study may be initiated, using the ethics number below.

|  |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--------------------------------|--|--------------|---|---|---|---|------|---|---|--------|---|---|---|---|-------------|--|--|--------------|--|--|--|--|------|--|--|--------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Study title:</b> n Ondersoek na visualisering en metakognisie tydens die onderrig-leer van gewone breuke.   |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Study Leader/Supervisor:</b> Prof M van der Walt  |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Student:</b> R Pottas   |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Ethics number:</b> <table border="1"><tr><td>N</td><td>W</td><td>U</td><td>-</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>5</td><td>-</td><td>1</td><td>8</td><td>-</td><td>A</td><td>2</td></tr><tr><td colspan="3">Institution</td><td colspan="5">Study Number</td><td colspan="3">Year</td><td colspan="3">Status</td></tr><tr><td colspan="15"><small>Status: S = Submission; R = Re-Submission; P = Provisional Authorisation; A = Authorisation</small></td></tr></table> | N                              | W  | U            | - | 0 | 0 | 2 | 0    | 5 | - | 1      | 8 | - | A | 2 | Institution |  |  | Study Number |  |  |  |  | Year |  |  | Status |  |  | <small>Status: S = Submission; R = Re-Submission; P = Provisional Authorisation; A = Authorisation</small> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| N  | W                              | U  | -            | 0 | 0 | 2 | 0 | 5    | - | 1 | 8      | - | A | 2 |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Institution  |                                |  | Study Number |   |   |   |   | Year |   |   | Status |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>Status: S = Submission; R = Re-Submission; P = Provisional Authorisation; A = Authorisation</small>   |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Application Type:</b> N/A   |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Commencement date:</b> 2018/03/01   | <b>Expiry date:</b> 2019-09-31 | <b>Risk:</b> <table border="1"><tr><td>Low</td></tr></table> | Low          |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Low  |                                |  |              |   |   |   |   |      |   |   |        |   |   |   |   |             |  |  |              |  |  |  |  |      |  |  |        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

#### Special conditions of the approval (if applicable):

- Translation of the informed consent document to the languages applicable to the study participants should be submitted to the ESREC (if applicable).
- Any research at governmental or private institutions, permission must still be obtained from relevant authorities and provided to the ESREC. Ethics approval is required BEFORE approval can be obtained from these authorities.

#### General conditions:

While this ethics approval is subject to all declarations, undertakings and agreements incorporated and signed in the application form, please note the following:

- The study leader (principle investigator) must report in the prescribed format to the NWU-RERC via ESREC:
  - annually (or as otherwise requested) on the progress of the study, and upon completion of the project
  - without any delay in case of any adverse event (or any matter that interrupts sound ethical principles) during the course of the project.
  - Annually a number of projects may be randomly selected for an external audit.
- The approval applies strictly to the proposal as stipulated in the application form. Would any changes to the proposal be deemed necessary during the course of the study, the study leader must apply for approval of these changes at the ESREC. Would there be deviated from the study proposal without the necessary approval of such changes, the ethics approval is immediately and automatically forfeited.
- The date of approval indicates the first date that the project may be started. Would the project have to continue after the expiry date, a new application must be made to the NWU-RERC via ESREC and new approval received before or on the expiry date.
- In the interest of ethical responsibility the NWU-RERC and ESREC retains the right to:
  - request access to any information or data at any time during the course or after completion of the study;
  - to ask further questions, seek additional information, require further modification or monitor the conduct of your research or the informed consent process.
  - withdraw or postpone approval if:
    - any unethical principles or practices of the project are revealed or suspected,
    - it becomes apparent that any relevant information was withheld from the ESREC or that information has been false or misrepresented,
    - the required annual report and reporting of adverse events was not done timely and accurately,
    - new institutional rules, national legislation or international conventions deem it necessary.
- ESREC can be contacted for further information or any report templates via [Erna.Greyling@nwu.ac.za](mailto:Erna.Greyling@nwu.ac.za) or 018 299 4656

The RERC would like to remain at your service as scientist and researcher, and wishes you well with your project. Please do not hesitate to contact the RERC or ESREC for any further enquiries or requests for assistance.

Yours sincerely

Prof Jako Olivier  
Chair NWU Education Sciences Research Ethics Committee

# BYLAAG 4A: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE SKOOLHOOFDE– AFRIKAANSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Privaat Sak X6001, Potchefstroom  
Suid-Afrika 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

**Skool vir Wiskunde, Wetenskap en Tegnologie vir Onderwys**

Tel: 018 299 1906  
E-pos: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

Die Skoolhoof  
Laerskool XXX  
X Mei 2018

## Toestemming vir die uitvoer van navorsing by Laerskool XXX

Geagte Skoolhoof

Ek is tans besig met my MEd-graad (wiskunde-onderwys) aan die Noordwes-Universiteit en wil graag hiermee u toestemming vra om my navorsing by Laerskool XXX te mag uitvoer (in die tweede kwartaal 2018). My studie behels 'n ondersoek na visualisering en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke in die intermediêre fase. (Metakognisie verwys na individue se bewustheid en bestuur van hul eie denkprosesse.)

Hierdie studie het reeds etiekklaring van die etiekkomitee van die Fakulteit Opvoedkunde (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit verkry, en sal ooreenkomstig die etiese riglyne van genoemde komitee uitgevoer word. Toestemming vir die uitvoer van hierdie navorsing is ook van die Onderwys Departement verkry.

Die sekondêre navorsingsdoelwitte van die studie is om ondersoek in te stel na:

- watter visualisering(s) (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrigleer van gewone breuke implementeer; en
- watter metakognitiewe strategieë (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers tydens die onderrigleer van gewone breuke implementeer.

Vir my navorsing wil ek graag twee intermediêrefase-wiskundeonderwysers betrek. Ek beoog om i) 'n video-opname te maak van twee van elke onderwyser se lesse oor gewone breuke, terwyl ek ook die lesse persoonlik waarneem (observeer) en veldnotas maak; en ii) met elk van die twee onderwysers 'n individuele onderhoud voor en ook ná elk van die twee lesse van die twee onderwysers te voer. Hierdeur kan inligting rakende die onderwyser se metakognisie weerspieël en aspekte rakende visualisering duidelik gemaak word. Dit is nodig om video-opnames van die lesse te maak, omdat die visualisering en metakognisie sodoende binne konteks ondersoek kan word en 'n meer akkurate geheelbeeld daarvan verkry kan word.

Indien u enige vrae het, kan u gerus met my in verbinding tree vir meer inligting.

Indien u toestemming aan my verleen, sal alle ingesamelde data vertroulik hanteer word, terwyl die betrokke onderwysers en leerders, asook die skool se identiteit konfidensieel hanteer word. Daar sal geen persoonlike inligting van enige aard bekendgemaak of gepubliseer word nie. Dit sal opreg waardeer word indien u my asseblief spoedig van u besluit kan verwittig.

By voorbaat dank

Vriendelike groete

Rachéle Pottas  
Sel: XXX  
E-pos: XXX

Studieleier: Prof. MS van der Walt  
018 299 1854  
E-pos: XXX

# BYLAAG 4B: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE SKOOLHOOFDE – ENGELSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

**School of Mathematics, Science and Technology  
Education**

Tel: 018 299 1906  
Email: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

The Principal  
XXX Primary School  
X May 2018

## Permission to conduct research at XXX Primary School

Dear Principal

I am currently enrolled for my MEd degree in Mathematics Education at North-West University. I hereby request permission to conduct my research at XXX Primary School (during the second semester 2018). My study involves the investigation of visualisation and metacognition implemented by mathematics teachers in the intermediate phase during the teaching-learning of common fractions. (Metacognition refers to one's awareness and control of one's own thinking.)

This study has already been approved by the Research Ethics Committee of the Faculty of Education (EduREC) of North-West University and will be conducted in accordance with the ethical guidelines of the mentioned committee. The Department of Education has also granted permission for this study.

The secondary research aims of this study are to investigate:

- what visualisation(s) mathematics teachers implement (if any) during the teaching-learning of common fractions.
- what metacognitive strategies mathematics teachers implement (if any) during the teaching-learning of common fractions.

For my research, I wish to include two intermediate phase mathematics teachers. I would like to i) make video recordings of two lessons on fractions from each of the two teachers, while I also personally observe the lessons and make field notes; ii) conduct a one-on-one semi-structured interview with each of the two teachers before and after each lesson. This may reflect the teacher's metacognition and clarify aspects regarding visualisation. The video recordings of the lessons make it possible to investigate visualisation and metacognition in context, and support the formation of an accurate overall picture and/or understanding.

You are welcome to contact me should you have any additional concerns or questions.

If you grant permission for this study, the gathered data and all other information will be dealt with confidentially. No personal information will be published or used for other purposes. I would appreciate it if you could inform me of your decision as soon as possible.

Thank you for your consideration in this matter.

Kind regards

Rachéle Pottas  
Tel: XXX  
Email: XXX

Study leader: Prof MS van der Walt  
018 299 1854  
Email: XXX

# BYLAAG 5A: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE SKOOLBEHEERLIGGAME – AFRIKAANSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Privaat Sak X6001, Potchefstroom  
Suid-Afrika 2520

Tel: 018 299-1111/2222

Web: <http://www.nwu.ac.za>

**Skool vir Wiskunde, Wetenskap en Tegnologie vir  
Onderwys**

Tel: 018 299 1906

E-pos: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

Voorsitter van die Skoolbeheerliggaam  
Laerskool XXX  
XXX Provinsie  
X Mei 2018

## Toestemming vir die uitvoer van navorsing by Laerskool XXX

Geagte Voorsitter

Ek is tans besig met my MEd-graad (wiskunde-onderwys) aan die Noordwes-Universiteit en wil graag hiermee u toestemming vra om my navorsing by Laerskool XXX te mag uitvoer (in die tweede kwartaal 2018). My studie behels 'n ondersoek na visualisering(s) en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke in die intermediêre fase. (Metakognisie verwys na individue se bewustheid en bestuur van hul eie denkprosesse.)

Hierdie studie het reeds etiekklaring van die etiekkomitee van die Fakulteit Opvoedkunde (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit verkry, en sal ooreenkomstig die etiese riglyne van genoemde komitee uitgevoer word. Toestemming vir die uitvoer van hierdie navorsing is ook van die Onderwys Departement verkry.

Die sekondêre navorsingsdoelwitte van die studie is om ondersoek in te stel na:

- watter visualisering(s) (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrigleer van gewone breuke implementeer; en
- watter metakognitiewe strategieë (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers tydens die onderrigleer van gewone breuke implementeer.

Vir my navorsing, wil ek graag twee intermediêrefase-wiskundeonderwysers betrek. Ek beoog om i) 'n video-opname te maak van twee van elke onderwyser se lesse oor gewone breuke, terwyl ek ook die lesse persoonlik waameem (observeer) en veldnotas maak; en ii) met elk van die twee onderwysers 'n individuele onderhoud voor en ná elk van die twee lesse van die twee onderwysers te voer. Hierdeur kan inligting rakende die onderwyser se metakognisie weerspieël en aspekte rakende visualisering duidelik gemaak word. Dit is nodig om video-opnames van die lesse te maak omdat die visualisering en metakognisie sodoende binne konteks te kan ondersoek kan word en 'n meer akkurate geheelbeeld daarvan verkry kan word.

Indien u enige vrae het, kan u gerus met my in verbinding tree vir meer inligting.

Indien u toestemming aan my verleen, sal alle ingesamelde data vertroulik hanteer word, terwyl die betrokke onderwysers en leerders, asook die skool se identiteit konfidensieel hanteer word. Daar sal geen persoonlike inligting van enige aard bekendgemaak of gepubliseer word nie. Dit sal opreg waardeur word indien u my asseblief spoedig van u besluit kan verwittig.

By voorbaat dank

Vriendelike groete

Rachelle Pottas  
Sel: XXX  
E-pos: XXX

Studieleier: Prof. MS van der Walt  
018 299 1854  
E-pos: XXX

# BYLAAG 5B: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE SKOOLBEHEERLIGGAME – ENGELSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

**School of Mathematics, Science and Technology  
Education**

Tel: 018 299 1906  
Email: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

The Head of the School Governing Body  
XXX Primary School  
XXX Province  
X May 2018

## Permission to conduct research at XXX Primary School

Dear Mr/Mrs X

I am currently enrolled for my MEd degree, in Mathematics Education at North-West University. I hereby request permission to conduct my research at XXX Primary School (during the second semester 2018). My study involves the investigation of visualisation and metacognition implemented by mathematics teachers in the intermediate phase during the teaching-learning of common fractions. (Metacognition refers to one's awareness and control of one's own thinking.)

This study has already been approved by the Research Ethics Committee of the Faculty of Education (EduREC) of the North-West University and will be conducted in accordance with the ethical guidelines of the mentioned committee. The Department of Education has also granted permission for this study.

The secondary research aims of this study are to investigate:

- what visualisation(s) mathematics teachers implement (if any) during the teaching-learning of common fractions.
- what metacognitive strategies mathematics teachers implement (if any) during the teaching-learning of common fractions.

For my research, I wish to include two intermediate phase mathematics teachers. I would like to i) make video recordings of two lessons on fractions from each of the two teachers, while I also personally observe the lessons and make field notes; ii) conduct a one-on-one semi-structured interview with each of the two teachers before and after every lesson. This may reflect the teacher's metacognition and clarify aspects regarding visualisation. The video recordings of the lessons make it possible to investigate visualisation and metacognition in context, and supports the formation of an accurate overall picture and/or understanding.

You are welcome to contact me should you have any additional concerns or questions.

If you grant permission for this study, the gathered data and all other information will be dealt with confidentially. No personal information will be published or used for other purposes. I would appreciate it if you could inform me of your decision as soon as possible.

Thank you for your consideration in this matter.

Kind regards

Rachéle Pottas  
Tel: XXX  
Email: XXX

Study leader: Prof MS van der Walt  
018 299 1854  
Email: XXX

# BYLAAG 6: VOORBEELD VAN DIE TOESTEMMINGSBRIEF AAN DIE ONDERWYSERS (DEELNEMERS)



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Privaat Sak X6001, Potchefstroom  
Suid-Afrika 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

**Skool vir Wiskunde, Wetenskap en Tegnologie vir  
Onderwys**

Tel: 018 299 1906  
E-pos: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

X Mei 2018

## Toestemming vir die uitvoer van navorsing

Geagte Onderwyser

Ek is tans besig met my MEd-graad (wiskunde-onderwys) aan die Noordwes-Universiteit en wil graag hiermee u toestemming vra om met u, en in u wiskundeklas, my navorsing te mag uitvoer (in die tweede kwartaal 2018). My studie behels 'n ondersoek na visualisering en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke in die intermediêre fase. (Metakognisie verwys na individue se bewustheid en bestuur van hul eie denkprosesse.)

Hierdie studie het reeds etiekklaring van die etiekkomitee van die Fakulteit Opvoedkunde (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit verkry, en sal ooreenkomstig die etiese riglyne van genoemde komitee uitgevoer word. Toestemming vir die uitvoer van hierdie navorsing is ook van die Onderwys Departement verkry.

Die sekondêre navorsingsdoelwitte van die studie is om ondersoek in te stel na:

- watter visualisering(s) (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers met betrekking tot die onderrigleer van gewone breuke implementeer, en
- watter metakognitiewe strategieë (indien enige) intermediêre fase wiskunde-onderwysers tydens die onderrigleer van gewone breuke implementeer.

Vir my navorsing beoog ek om i) 'n video-opname te maak van twee van u lesse oor gewone breuke, terwyl ek ook die lesse persoonlik waarneem (observeer) en veldnotas maak; en ii) 'n individuele semi-gestruktureerde onderhoud voor en ook ná elk van u twee lesse met u te voer. Hierdeur kan inligting rondom geïmplementeerde metakognisie weerspieël en aspekte rakende visualisering duidelik gemaak word. Dit is nodig om video-opnames van die lesse te maak, om die visualisering en metakognisie binne konteks te kan ondersoek en 'n meer akkurate geheelbeeld daarvan te probeer verkry. Ek sal ook die onderhoude elektronies wil opneem vir die maak van meer akkurate transkripsies en om tyd te spaar. Die studie kan bydra tot die onderrig van gewone breuke en u kan die proses verrykend vind. Die proses kan ook dalk as ontwrigtend of tydrowend ervaar word. Daarom sal ek vooraf met u in verbinding tree sodat reëlins getref kan word wat vir u gerieflik sou wees. Verder herinner ek u daaraan dat u deelname vrywillig is, en dat u op enige tyd u aan die verrigtinge kan onttrek, sonder enige nadelige gevolge. U ontvang geen vergoeding vir u deelname aan hierdie studie nie.

Indien u enige vrae het, kan gerus met my in verbinding tree vir meer inligting.

Indien u toestemming verleen, sal alle ingesamelde data vertroulik hanteer word, terwyl u identiteit konfidensieel hanteer sal word. Daar sal geen persoonlike inligting van enige aard bekendgemaak of gepubliseer word nie. Dit sal opreg waardeur word indien u my asseblief spoedig van u besluit kan verwittig. Indien u toestem, word u vriendelik versoek om die meegaande vorm te onderteken.

By voorbaat dank

Vriendelike groete

Rachéle Pottas

Sel: XXX

E-pos: XXX

Studieleier: Prof. MS van der Walt

018 299 1854

E-pos: XXX

## BYLAAG 7A: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN LEERDERS – AFRIKAANSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Privaat Sak X6001, Potchefstroom  
Suid-Afrika 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

Skool vir Wiskunde, Wetenskap en Tegnologie vir  
Onderwys

Tel: 018 299 1906  
E-pos: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

### Kennisgewing van die uitvoer van navorsing in u klas

Geagte Leerder

Ek, Rachéle Pottas, is tans besig met my MEd-graad aan die Noordwes-Universiteit en die data-insameling vir my navorsing gaan in u klas plaasvind. My studie behels 'n ondersoek na visualisering en metakognisie tydens die onderrig-leer van gewone breuke in die intermediêre fase. (Metakognisie verwys na individue se bewustheid en bestuur van hulle eie denkprosesse.) Ek wil graag beklemtoon dat die onderwyser die fokus van die proses is. Daar sal dus geensins op u gefokus word nie en geen inligting van u geneem/gebruik word nie.

Die proses sal in die tweede kwartaal 2018 plaasvind tydens twee wiskunde lesse oor gewone breuke. U gaan niks buite die normale hoof te doen nie en hierdie proses hou geen risiko vir u in nie. Ek gaan video-opnames van beide lesse maak, terwyl ek ook albei lesse gaan waarneem (observeer) en notas maak oor aspekte rakende visualisering en metakognisie. Alhoewel ek op die onderwyser gaan fokus, gaan die kamera so opgestel word dat niemand se gesigte afgeneem word nie.

Alle nodige toestemming vir hierdie studie is reeds vooraf verkry. Die onderhawige studie sal ooreenkomstig die etiese riglyne van die etiekomitee van die Fakulteit Opvoedkunde (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit uitgevoer word.

Vriendelike groete  
Rachéle Pottas

Studieleier: Prof. MS van der Walt  
018 299 1854  
E-pos: XXX

Rachéle Pottas  
E-pos: XXX

## BYLAAG 7B: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN LEERDERS – ENGELSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

**School of Mathematics, Science and  
Technology Education**  
Tel: 018 299 1906  
Email: [Neal.Petersen@nwu.ac.za](mailto:Neal.Petersen@nwu.ac.za)

### Notice of conducting research in your classroom

Dear Learner

I, Rachéle Pottas, am currently enrolled for my MEd degree at North-West University and will be conducting a research study in your classroom. My study involves the investigation of visualisation and metacognition during the teaching-learning of common fractions in the intermediate phase. (Metacognition refers to one's awareness and control of one's own thinking.) I wish to emphasize that the teacher is the focus in this process. Therefore no focus will be centred on you and no information of yours will be solicited/used.

This process will take place in the second semester 2018 during two mathematic lessons about common fractions. You will not have to do anything outside of the normal and there is no risk to you in any way. I will make video recordings of both lessons, while I will also observe both lessons and make notes regarding aspects about visualisation and metacognition. Although I will focus on the teacher, the camera will be set up in a manner that no person's face appears on the recordings.

All necessary permission for this study has already been obtained. This study will be conducted in accordance with the ethical guidelines of the Research Ethics Committee of the Faculty of Education Sciences (EduREC) of North-West University.

Kind regards  
Rachéle Pottas

Study leader: Prof MS van der Walt  
018 299 1854  
Email: XXX

Rachéle Pottas  
Email: XXX

## BYLAAG 8A: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN DIE OUERS – AFRIKAANSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Privaat Sak X6001, Potchefstroom  
Suid-Afrika 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

Skool vir Wiskunde, Wetenskap en Tegnologie vir  
Onderwys  
Tel: 018 299 1906  
E-pos: Neal.Petersen@nwu.ac.za

### Kennisgewing van die uitvoer van navorsing in u kind se klas

Geagte Ouers(s)/Voog(de)

Ek, Rachéle Pottas, is tans besig met my MEd-graad aan die Noordwes-Universiteit en die data-insameling vir my navorsing gaan in u kind se klas plaasvind. My studie behels 'n ondersoek na visualisering en metakognisie tydens die onderrig-leer van gewone breuke in die intermediêre fase. (Metakognisie verwys na individue se bewustheid en bestuur van hul eie denkprosesse.) Ek wil graag beklemtoon dat die onderwyser die fokus van die proses is. Daar sal dus geensins op u kind gefokus word nie en geen inligting sal van u kind geneem/gebruik word nie.

Die proses gaan in die tweede kwartaal 2018 plaasvind tydens twee wiskundelesse oor gewone breuke. U kind gaan niks buite die normale hoof te doen nie en hierdie proses hou geen risiko vir u kind in nie. Ek gaan video-opnames van beide lesse maak, terwyl ek ook albei lesse gaan waameem (observeer) en notas maak oor aspekte rakende visualisering en metakognisie. Alhoewel ek op die onderwyser fokus, gaan die kamera so opgestel word dat niemand se gesigte afgeneem word nie.

Alle nodige toestemming vir hierdie studie is reeds vooraf verkry. Die onderhawige studie sal ooreenkomstig die etiese riglyne van die etiekomitee van die Fakulteit Opvoedkunde (EduREC) aan die Noordwes-Universiteit uitgevoer word.

Vriendelike groete  
Rachéle Pottas

Studieleier: Prof. MS van der Walt  
018 299 1854  
E-pos: XXX

Rachéle Pottas  
E-pos: XXX

## BYLAAG 8B: VOORBEELD VAN DIE KENNISGEWINGSBRIEWE AAN DIE OUERS – ENGELSE WEERGAWE



NORTH-WEST UNIVERSITY  
YUNIBESITHI YA BOKONE-BOPHIRIMA  
NOORDWES-UNIVERSITEIT

Private Bag X6001, Potchefstroom  
South Africa 2520

Tel: 018 299-1111/2222  
Web: <http://www.nwu.ac.za>

School of Mathematics, Science and  
Technology Education  
Tel: 018 299 1906  
Email: Neal.Petersen@nwu.ac.za

### Notice of conducting research in your child's class

Dear Parent(s)/Guardian(s)

I, Rachéle Pottas, am currently enrolled for my MEd degree at North-West University and will be conducting a research study in your child's class. My study involves the investigation of visualisation and metacognition during the teaching-learning of common fractions in the intermediate phase. (Metacognition refers to one's awareness and control of one's own thinking.) I wish to emphasize that the teacher is the focus in this process. Therefore no focus will be centred on your child, and no information of your child will be solicited/used.

This process will take place in the second semester 2018 during two mathematic lessons on common fractions. Your child will not do anything outside of the normal and there is no risk to your child. I will make video recordings of both lessons, while I will also observe both lessons and make notes regarding aspects about visualisation and metacognition. Although I will focus on the teacher, the camera will be set up in a manner that no person's face will be recorded.

All necessary permission for this study has already been obtained. This study will be conducted in accordance with the ethical guidelines of the Research Ethics Committee of the Faculty of Education (EduREC) of North-West University.

Kind regards  
Rachéle Pottas

Study leader: Prof MS van der Walt  
018 299 1854  
Email: XXX

Rachéle Pottas  
Email: XXX

## **BYLAAG 9: SEMI-GESTRUKTUREERDE INDIVIDUELE ONDERHOUD- VRAE**

Die onderstaande vrae was aan die wiskunde-onderwysers gestel. Verdere ontluikende vrae was gevra op grond van die inligting/response wat die deelnemer(s) lewer het.

### **1. Vrae voor die les:**

- 1.1 Gebruik u gewoonlik geen, min of redelik baie visualiserings vir/tydens die onderrig-leer van breuke?
- 1.2 Watter visualiserings (bv. 'n werklike model, 'n simulاسie, 'n skets) het u beplan om te gebruik tydens die onderrig-leer van breuke, en waarom? Wat was die doel met hierdie visualiserings?
- 1.3 Hoe het u beplan om die betrokke visualiserings in u les oor breuke te implementeer?:
  - 1.3.1 Het u die visualiserings reeds voor die les gekonstrueer, of geïdentifiseer en versamel, of het u voor die les net beplan watter visualiserings u tydens die les gaan konstrueer?
  - 1.3.2 Indien u spesifiek beplan het vir sekere visualiserings tydens die les, het u enige spesifieke strategieë rondom die gebruik van visualiserings? (Met ander woorde, bv. beplan u dat leerders ook 'n visualiserings gaan konstrueer?; kombineer u die visualiserings met taal?)

### **2. Vrae ná die les:**

- 2.1 Dink u die hoeveelheid visualiserings wat u in die les geïmplementeer het, was voldoende? Waarom sê u so?
- 2.2 Wat dink u is die rol van visualiserings in die onderrig-leer van gewone breuke/wiskunde? (Watter aspekte van die onderrig-leer van breuke/wiskunde kan visualiserings bevorder?)
- 2.3 Indien u enige van die visualiserings van breuke in die les sou wou verbeter, hoe en watter sou u wou verbeter?

## BYLAAG 10: VERKLARING: NASIEN VAN BRONNELYS

Gerrit Dekkerstraat 1  
POTCHEFSTROOM  
2531  
10 Oktober 2018

Me Rachéle Pottas  
Noordwes-Universiteit  
POTCHEFSTROOM

### VERKLARING: NASIEN VAN BRONNELYS

Hiermee verklaar die ondergetekende dat hy die Bronnelys vir die studie van me. Rachéle Pottas, *'n Ondersoek na visualisering en metakognisie met betrekking tot die onderrig-leer van gewone breuke*, volgens die nuutste voorskrifte van die Senaat van die Noordwes-Universiteit tegnies nagesien en versorg het.

Die uwe



**Prof CJH LESSING**

# BYLAAG 11: UITTREKSELS UIT DIE KABV MET BETREKKING TOT DIE “BEGRIPE EN VAARDIGHED” (DIE BREUKE- INHOUD) VIR DIE ONDERWERP “GEWONE BREUKE” – (KWARTAAL 2)

## **Graad 4**

Beskrywing en ordening van breuke:

- Vergelyk en orden gewone breuke met verskillende noemers (halwes, derdes, kwarte, vyfdes, sesdes, sewendes en agtstes).
- Beskryf en vergelyk gewone breuke in diagramvorm.

Berekeninge met breuke:

- Optelling van gewone breuke met dieselfde noemers.
- Herken, beskryf en gebruik die ekwivalente vorms van deling en breuke.

Ekwivalente vorms:

- Herken en gebruik ekwivalente vorms van gewone breuke (breuke waarvan een noemer 'n veelvoud is van die ander).

## **Graad 5**

Begrippe, vaardighede en getalgebied:

- Beskrywing en ordening van breuke.
- Tel aan en terug in breuke.
- Vergelyk en orden gewone breuke tot minstens twaalfdes.

Berekeninge met breuke:

- Optelling van gewone breuke met dieselfde noemer.
- Herken, beskryf en gebruik die ekwivalente vorms van verdeling en breuke.

Ekwivalente vorms:

- Herken en gebruik ekwivalente vorms van gewone breuke (breuke waarvan een noemer 'n veelvoud is van die ander).

Saamgestel uit: **DBO (2011:73, 163)**