HOOFSTUK 5

ONVOLTOOIDE OPERASIONELE DENKE AS OORSAAK VAN LEERPROBLEME IN WISKUNDE IN DIE PRIMÊRE SKOOL

HOOFSTUK 5

ONVOLTOOIDE OPERASIONELE DENKE AS OORSAAK VAN LEERPROBLEME IN WISKUNDE IN DIE PRIMÊRE SKOOL

5.1 Inleiding

In die vorige hoofstuk is Piaget se teorie van kognitiewe ontwikkeling be= spreek. Die stygende hiërargie van kognitiewe prosesse is veral belangrik vir die vorming van begrippe in wiskunde. Terwyl die kind begrippe van getal, ruimte, grootte en hoeveelheid vorm, gaan hy deur 'n reeks ontwikkelings= fases wat veral duidelik word uit die vermoë van die kind om te konserveer, te klassifiseer en reekse te vorm (vgl. par. 4.3.1). Getal ontstaan deur 'n sintese van klassifikasie (gebaseer op ooreenkoms) en kwantifikasie (ge= baseer op verskille) (Piaget, 1969, p. 243). 'n Konservasiebegrip vorm die grondslag vir die operasionele verloop van hierdie prosesse.

As gevolg van die parallelisme tussen denkontwikkeling en getalle-ontwikkeling is dit duidelik dat leerprobleme in wiskunde sal ontstaan indien die leer= stof wat aangebied word bokant die denkvermoë van die leerlinge is. Alle begrippe in wiskunde - die getallebegrip, die vier hoofbewerkings, opper= vlakte, volume, inhoud, tyd, ens. vereis operasionele denke. Indien die kind nog nie tot hierdie denkniveau gevorder het nie, is wiskundeonderrig vir die kind betekenisloos en leerprobleme sal noodwendig in hierdie vak ontstaan.

5.2 Onvermoë tot konservasie van getalle as 'n oorsaak van leerprobleme in wiskunde

'n Begrip van konservasie is 'n noodsaaklike vereiste vir alle rasionele han=

delinge en daarom ook 'n vereiste vir die vorming van 'n getallebegrip (Piaget, 1969, p. 3).

Kwantifisering ontwikkel uit die vergelyking en differensiëring van verskil= lende kwaliteite. Die vergelyking van simmetriese verbande druk ooreenkoms uit en eindig in klassifikasie, bv. glas a en b is ewe klein. Die vergely= king van asimmetriese verbande druk verskille uit, nl. meer as en minder as en is 'n aanduiding van die begin van kwantifisering, nl. A > B.

Ooreenkoms tussen kwaliteite sal eventueel eindig in klassifikasie, maar dit word slegs moontlik deur die uitbouing van opeenvolging van hiërargiese insluitings wat die hele logika van klasse en asimmetriese verbande insluit.

Verskille tussen kwaliteite gee aanleiding tot sistematiese kwantifisering, maar voor dit bereik word, moet aan twee vereistes voldoen word:

* additiewe en multiplikatiewe samestelling van die verbande;
* verdeling in gelyke eenhede.

'n Konservasiebegrip ontstaan dus uit 'n proses van progressiewe koördinasie tussen die verskillende verbande wat gedurende die intuïtiewe fase 'n aan= vang neem en operasioneel verloop gedurende die konkreet-operasionele fase wanneer die kind in staat is tot klassifikasie (begrip van ooreenkoms) en reeksvorming (begrip van verskille). Laastens word die konkreet-operasio= nele fase gekenmerk deur die samestelling van ekstensiewe hoeveelhede[1)]

1. Ekstensiewe hoeveelhede: 'n grootte wat opgetel kan word, bv. die massa van 'n voorwerp wat saamgestel is uit twee voorwerpe, is die som van die massas van die oorspronklike voorwerpe.

deur die gelykmaking van <u>intensiewe verskille</u>[2], d.w.s. deur die berekening van <u>logiese groeperings</u>.[3]

ŉ Begrip van konservasie is ŉ noodsaaklike vereiste vir die vorming van wis=kundige begrippe. Dit is ŉ soort funksionele a priori van denke.

Eers wanneer die kind die konkreet-operasionele fase bereik het, besef hy dat die aantal elemente in ŉ versameling nie verander slegs deur ŉ herrangskik=king van die elemente nie. Gedurende hierdie stadium besef die kind ook dat die hoeveelhede vloeistof in ŉ kontinue versameling (vgl. par 4.3.2) die=selfde bly as dit van een houer in een of meer ander houers gegooi word, on=geag die grootte of aantal houers waarin dit gegooi word.

Nadat die verband <u>groter as</u>, <u>kleiner as</u>, <u>gelyk aan</u> of <u>ewe veel</u> begryp word, word die kind gekonfronteer met die mate waarin die een versameling groter of kleiner as ŉ ander versameling is.

Uit die literatuur is daar veral drie aspekte in die ontwikkeling van die ge=tallebegrip wat implikasies inhou vir aanvangsrekene, nl. die invloed van ouderdom, geslagsverskille en kultuur- en omgewingsverskille.

---

2. <u>Intensiewe hoeveelhede</u>: ŉ grootte wat nie werklik opgetel kan word nie, bv. twee hoeveelhede water met ŉ temperatuur van 20° en 15° respektie=welik gee nie ŉ totale temperatuur van 40° nie.

3. <u>Logiese groeperings</u>: organisasie van eweredigheid sodat aan die volgende voorwaardes voldoen word:
   (i) Daar bestaan ŉ wet van komposisie.
   (ii) Hierdie wet is assosiatief.
   (iii) Daar bestaan ŉ inverse vir elke denkhandeling.
   (iv) Daar bestaan ŉ identiese denkhandeling.

5.2.1 <u>Ouderdomstoename en konservasie van hoeveelhede</u>

Volgens Piaget ontstaan 'n getallebegrip eers wanneer die kind se denke operasioneel verloop. Die kind moet nie slegs in staat wees tot die gelykmaking van elemente van twee versamelings deur middel van afparing nie, maar hy moet ook in staat wees om die ekwivalensie van twee versamelings in die denke te behou, al sou die digtheid van die elemente van enigeen van die twee rye versamelings gewysig word.

Voor die bereiking van die getallebegrip sal die responsies van die kind een van twee vorme aanneem:-

(a) Die kind is nie in staat tot afparing nie en sal onderaan 'n gegewe ry voorwerpe 'n tweede ry voorwerpe saamstel wat dieselfde lengte het as die gegewe ry, maar met 'n verskil in die aantal elemente, bv.

    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

(b) Die kind is wel in staat tot afparing, maar na 'n wysiging van die digtheid van die elemente deur bv. die elemente van enigeen van die twee rye digter of verder uitmekaar te plaas, gaan die ekwivalensie verlore en maak hy 'n beoordeling gegrond op sy waarneming - die ry wat vir hom die langste lyk, het dan ook vir hom die meeste elemente.

Omkeerbaarheid in die denke is 'n noodsaaklike vereiste vir 'n getallebegrip. Die kind moet in staat wees tot die besef dat die aantal elemente nie verander deur 'n blote verandering van die digtheid van een van die twee rye nie, omdat die gemanipuleerde ry weer na die oorspronklike posisie teruggeskuif kan word (omkeerbaarheid).

Piaget meen dat die konservasiebegrip eers tussen die ouderdomme $6\frac{1}{2}$ jaar en 7 jaar ontstaan (Piaget, 1969, p. 17). Williams het eksperimenteel bevind dat slegs agt kinders uit ses-en-negentig tussen die ouderdomme 5 jaar en 6 maande en 7 jaar en 1 maand genoemde probleem kan oplos (Williams, 1971, p. 394 - 396). Siegel en Goldstein het gevind dat die meeste kinders jonger as 5 jaar en 7 maande nog nie oor konservasie van getal beskik nie (Siegel en Goldstein, 1969, p. 128 - 129). Volgens laasgenoemde skrywers is 'n begrip van meer as, minder as en ewe veel noodsaaklik vir die konservasie van getal wat in elk geval ontbreek by kinders jonger as 4 jaar en 7 maande. Ook Za'rour en Hyde rapporteer 'n toenemende mate van sukses in hierdie take met ouderdomstoename (Za'rour, 1971, p. 165 - 172; Hyde, 1970, p. 199).

Omdat die meeste kinders in graad I vyf- en sesjariges is, kan die gevolgtrekking gemaak word dat baie kinders in die aanvangsklasse nog nie die konservasiebegrip bemeester het nie, terwyl hulle dikwels gekonfronteer word met 'n verskeidenheid van getallebewerkings. Leerprobleme in wiskunde gedurende die latere skooljare kan dikwels teruggevoer word na die oorsprong daarvan gedurende aanvangsonderwys, waar die kind 'n negatiewe houding teenoor die vak ontwikkel het omdat opgawes op hom afgedwing is en hy begrippe moes memoriseer waarvan hy geen begrip gehad het nie.

Die uitstel van formele onderrig in getallebewerking gedurende aanvangsonderwys, kan nie genoeg beklemtoon word nie. Voordat met aanvangsrekene begin word, behoort die kind baie geleentheid tot klassifikasie te kry. Die doelgerigte onderrig van klassifikasie behoort 'n belangrike bydrae te lewer tot die versnelling van die oorgang van voor-operasione=

le na konkreet-operasionele denke (Van Zyl, 1974, p. 283).

5.2.2 Geslagsverskille en die konservasiebegrip

Die meeste navorsers, o.a. Dodwell (Dodwell, 1962, p. 152 - 160), Pace (Pace, 1968, p. 183 - 189), Za'rour (Za'rour, 1971, p. 165 - 172) en Dreyer (Dreyer, 1973, p. 311), vind geen statistiese, beduidende verskil= le in prestasies tussen seuns en meisies nie.

Van Zyl het egter gevind dat dogters tot op agtjarige ouderdom beter as seuns van dieselfde ouderdom klassifiseer (Van Zyl, 1974, p. 277). In die aanvangsklasse van die primêre skool behoort laasgenoemde feit in ag ge= neem te word. Daar kan verwag word dat seuns meer leerprobleme as dog= ters sal hê. Dit is ook een van die hipoteses wat in hierdie ondersoek getoets sal word.

5.2.3 Kulturele en omgewingsverskille t.o.v. die konservasiebegrip

Een van die mees uitgebreide navorsings in hierdie verband is gedoen deur Greenfield wat o.a. groot verskille aangetoon het t.o.v. kultuur= invloede, omgewingsinvloede en die invloed van die skool op die konser= vasiebegrip (Furby, 1971, p. 242).

Die kinders in kulture en omgewings waar oorwegend handearbeid verrig word, het 'n groot voorsprong op hierdie gebied teenoor die kinders wat in 'n omgewing groot word waar outomatisasie 'n rol speel. Die skool het 'n positiewe invloed op die konservasiebegrip omdat die skool die kin= ders leer om logies te redeneer op grond van empiriese waarneming

(Furby, 1971, p. 248). Hyde het gepoog om vas te stel of Arabiese, Indiese, Somaliese en blanke kinders betekenisvolle verskille in die Piaget-eksperi= mente toon. Alhoewel die responsies van die verskillende bevolkingsgroepe kwalitatief baie eenders was, het die nie-blanke kinders van Aden beduidend swakker presteer as blanke kinders (Hyde, 1970, p. 199).

Ook Za'rour (Za'rour, 1971, p. 165 - 172) het gevind dat kultuur en omge= wing 'n invloed uitoefen op die vorming van die kind se konservasiebegrip.

'n Interessante studie in Suid-Afrika deur Dreyer het aangedui dat blankes ten opsigte van konservasie gemiddeld hoër as enigeen van die ander drie kultuurgroepe, nl. Kleurlinge, Indiërs en Bantoes presteer het (Dreyer, 1973, p. 293).

Die onderwyseres moet dus daarop ingestel wees dat kinders in dieselfde klas verskille kan toon as gevolg van omgewingsinvloede. Verder is dit noodsaaklik dat sy die waarde van praktiese take besef en die leerlinge voldoende geleenthede tot die uitvoering daarvan bied (vgl. Furby se navorsing).

5.3 'n Onvermoë tot reeksvorming as oorsaak van leerprobleme in wiskunde

Daar is 'n verband tussen reeksvorming en die kind se begrip van ordinale en kardinale getalle. Gedurende die eerste jare op skool vind daar a.g.v. veralgemening 'n belangrike oorgang in die denke van die kind plaas, nl. die oorgang van 'n vorm van kwantitatiewe ooreenkoms (intensiewe kwanti= teit) na 'n vorm van numeriese (ordinale) ooreenkoms (ekstensiewe kwantiteit)

Twee belangrike denkhandelinge wat aanleiding gee tot die vorming van kwalitatiewe ooreenkoms is additiewe reeksvorming en die vermenigvuldiging van additiewe reekse. Additiewe reekse bestaan daaruit dat die totale lengte van die reeks gevorm word deur die som van die tussenruimtes wat die een element van die ander skei. Vermenigvuldiging van additiewe reekse wat kwalitatiewe ooreenkoms moontlik maak, bestaan uit die konstruksie van 'n nuwe reeks elemente met ekwivalente lengte en dieselfde aantal tussenruimtes as die eerste reeks.

Die oorgang van kwalitatiewe ooreenkoms (reeksvorming) na numeriese (ordinale) ooreenkoms, word aangetoon deur die vermoë van die kind om ooreenkomste tussen twee reekse raak te sien ongeag die verskil in lengte en die groottes van die tussenruimtes tussen die elemente van die twee reekse. Die kriterium vir die oorgang van een arbitrêre kwalitatiewe reeks na die korresponderende numeriese reeks, is dus dat elke elementêre verband beskou moet word as ekwivalent aan die ander.

Om die ordinale reeks moontlik te maak, is dit logies noodsaaklik dat elke element gekies word as synde die kleinste van die oorblywende elemente en terselfdertyd groter as al die voriges. Dit impliseer dat elke element vergelyk moet word met al die ander elemente en ook dat 'n konstante rigting in die koördinasie gevolg moet word. Die kind moet dus deurdring na die verband tussen kardinale en ordinale getalle.

Die keuse van enige element N in 'n reeks A.......T noodsaak die verdeling van die reeks in twee dele (klasse) nl. A.....N en N.......T.

Die rekonstruksie van A.......N is nie moeilik nie en kan selfs deur middel van naasmekaarstelling op voor-operasionele vlak gedoen word. Die tweede deel, N........T, sluit egter die volgende komplekse verband in:

A .... < N >........... T

Dit vereis die additiewe en subtraktiewe koördinasie van twee inverse ver=bande:

N > .... A en N < .... T

Om die kardinaalgetal N te vind, vereis operasionele denke. Die kind moet met twee faktore redeneer, nl. > <, en dit vereis dat die kind deurdring na die verband tussen kardinale en ordinale getalle. Eers op operasionele vlak begryp die kind dat die eenhede N.........T gevind word deur die inver=se bewerking T - N of (A.........T) - (A .... N). Dit vereis die be=grip dat die element of eenheid voor N gelyk is aan N - 1 wat aantoon dat die nde posisie korrespondeer met die kardinale waarde N wat gelyktydig groter is as daardie elemente of eenhede A .... (N - 1), en minder as daardie elemente (N + 1 .... T).

Die kind wat op die oorgang na operasionele denke verkeer, vind sekere struikelblokke en beperkings in sy denke wat hom verhinder om tot die kor=rekte oplossing te kom. Die beperkings word vervolgens kortliks aangetoon:-

(i) Omdat die kind se denke nog semi-operasioneel is, is differen=siëring tussen kwalitatiewe ooreenkoms en kwantitatiewe (numeriese)ooreenkoms nog onvoltooid.

(ii) Die verbande tussen twee reekse word wel gekoördineer, maar so=dra die elemente van een reeks verskuif word, is daar 'n onver=moë tot abstrakte operasionele koördinasie. Daar is dus gedu=

rende hierdie stadium geen sistematisering en veralgemening van die koördinasie tussen ordinale en kardinale getalle nie, m.a.w. tussen die posisie van 'n element en die klas nie.

Daar is drie moontlike responsies van kinders op die oorgangstadium wat deur middel van die uitvoering van die volgende eksperiment aangedui kan word (Piaget, 1969, p. 97 - 99).

Tien poppies word van klein tot groot in 'n reeks gerangskik. 'n Tweede reeks word saamgestel bestaande uit wandelstokke gerangskik van kort tot lank sodat elke poppie in die eerste reeks 'n wandelstok het wat daarby pas.

Die probleem wat die kind moet oplos, is om vas te stel watter een van die wandelstokke behoort aan die 7de pop.

Die volgende responsies is moontlik:

1. Die kind maak gebruik van die kardinale getal 7, maar ignoreer die or= dinale getal: Hy tel van 10 terug tot by 7 en plaas 4 wandelstokke in ar= bitrêre volgorde (10, 8, 7, 9). Vervolgens kies hy stok 9 omdat dit laas= te kom.

2. Die kind maak gebruik van die ordinale getal, maar ignoreer die kardi= nale getal: Hy vorm 'n reeks van die wandelstokke (10, 9, 8, 7), maar plaas dit nie regoor die poppe nie. Die agtste wandelstok kom toevallig regoor die sewende pop en hy kies stok 8.

3. Die kind maak gelyktydig gebruik van ordinale en kardinale getalle, maar koördineer nie die posisie (ordinale getal) van die element waarna

gesoek word met die kardinale getal van die versameling nie. Om die wan=delstok te vind wat by pop 4 pas, sal die kind bv. van die tiende pop 7 terugtel en dan 'n reeks stokkies van 1 tot 7 vorm. Hy toon stok 7 aan wat by pop 4 pas.

Bogenoemde responsies toon dat die kind op die oorgangstadium 'n poging aan=wend om ordinale en kardinale getalle te koördineer maar nie in staat is om beide gelyktydig in berekening te bring nie. Daar bestaan 'n vorm van antagonisme tussen die twee prosesse.

Tydens die oorgangstadium is die kind slegs in staat tot kardinale evalu=ering d.m.v. een-tot-een afparing. Hierdie kwantitatiewe ooreenkoms is kortstondig omdat dit eerstens nie voldoende gedissosieer word van die kwa=litatiewe ooreenkoms nie, en tweedens omdat dit slegs bestaan solank dit as sulks waargeneem word. Sodra die kardinale getal ontbind word, bv. 8 = 5 + 3, verdwyn die geheel wat impliseer dat die posisie van elke element in die reeks (ordinale getal) nie onmiddellik in 'n kardinale waarde omge=sit kan word nie. Omgekeerd, vir 'n ooreenstemming van die kardinale getal met die ordinale getal, is dit noodsaaklik dat die n'de posisie beskou moet word as permanent komende na die (n - 1)'de element of eenheid en voor die (n + 1)'de element of eenheid. Hierdie twee beperkings, nl. eerstens onvoltooide differensiasie tussen kwaliteit en kwantiteit, en tweedens semi-operasionele prosesse wat op die perseptuele vlak fungeer, is 'n vol=doende verklaring vir die feit dat gedurende die oorgangstadium daar geen sistematisering en veralgemening t.o.v. die koördinasie van ordinale en kardinale getalle is nie.

Hierdie gebrekkige koördinasie van ordinale en kardinale getalle, het o.a. die volgende implikasies vir wiskunde in die aanvangsklasse:

(i) 'n Vraag wat dikwels in graad I gevra word, is: "Watter getal kom voor 5 (6, 7, ens.)?", of "Watter getal kom na 6 (5, 7, ens.)?"

Hierdie vraag verwys na die getalorde (posisie) in 'n reeks natuurlike getalle en vereis bv. in die eerste geval (watter getal kom voor 4) koördinasie tussen die ordinale getal (4de) en die kardinaalgetal (4). Die kind op die semi-operasionele vlak sal slegs die probleem kan oplos deur weer vanaf 1 tot 5 te tel en dan deur middel van die ouditiewe geheue onthou dat hy die 4 gesê het voor die 5. In die tweede geval (watter getal kom na 6) is 'n koördinasie tussen ordinaalgetal (7de) en kardinaalgetal (7) weereens noodsaaklik. Die kind wat nie kan antisipeer nie, sal weer soos in die eerste geval vanaf 1 tot 6 tel en dan die getal 7 sê of skryf.

Dit mag ook wees dat die kind voor beskou as die teenoorgestelde van agter en omdat hy in sy geheue 'n horisontale reeks natuurlike getalle voorstel, (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10) kan dit maklik gebeur dat hy a.g.v. die dominante waarde wat hy aan die term regs heg, aanneem dat die 5 voor, (d.w.s. regs) van 4 moet kom.

Een meer (of minder) as 4 stel die vraag duideliker.

(ii) Die ontbinding van getalle is dikwels bo die denkvermoë van baie kinders en daar is dikwels 'n onvermoë om die volgende probleme op te los:

* 8 = 5 + 3 (gr. i)

* 5 = 7 - 2 (gr. i)

* $6 = 3 + \square$ (gr. i)

* $7 = \square + 5$ (gr. i)

* $6 = 7 - \square$ (gr. i)

* $57 = 50 + \square$ (gr. ii)

* $9 + 3 = 9 + (1 + 2)$

$= (9 + 1) + 2$

$= 10 + 2 = \square$ (Gr. ii)

* Gert het 6 karretjies. Van hierdie karretjies is 4 nuwe karretjies. Hoeveel is ou karretjies? ($6 = 4 + \square$)

Soos vroeër in die paragraaf bespreek, verdwyn die geheel sodra die kar= dinaalgetal ontbind word. Dit impliseer dat die getalorde nie maklik in 'n kardinale waarde omgesit kan word nie.

5.4 'n Onvermoë tot klasinsluiting as oorsaak van leerprobleme in wiskunde

Die vermoë om optel- en aftrekbewerkings te doen, ontwikkel heelwat later as wat baie ouers en onderwysers besef. Memorisering van optel- en aftrek= kombinasies is dikwels papegaaiwerk en die werklike begrip daarvan ontbreek.

Die probleem $3 + 4 = 7$ of $7 = 3 + 4$ vereis operasionele denke en ontwikkel parallel met die meganisme van klasinsluiting (vgl. paragraaf 4.3.3.3).

Uit 'n versameling houtkrale (B) waarvan die meeste krale bruin is (A), maar twee daarvan wit is (A^1), vind kinders in die voor-operasionele fase dit moeilik om gelyktydig te dink aan die omvattende klas (B) en die subklasse (A en A^1). Hulle kan nie die hele klas sien as resultaat van die additiewe samestelling van die dele nie. In 'n vraag of daar meer houtkrale of meer bruin krale in die versameling is, sal die kind dikwels antwoord dat daar meer bruin krale is. Hy verstaan nog nie dat:

$$A + A^1 = B, \text{ daarom}$$

$$A = B - A^1 \quad \text{en}$$

$$A < B.$$ (Piaget, 1969, p. 163).

Hierdie klasinsluitingsprobleem verskaf ook dieselfde probleem in die numeriese veld waar die aritmetiese vereniging van die dele in 'n geheel een van die fundamentele denkhandelinge uitmaak wat aanleiding gee tot getal, nl. optel. Optel is 'n bewerking wat die verhouding van die dele tot die geheel aantoon of die geheel benoem in terme van sy dele, nl.

$$3 + 2 = 5 \quad \text{en} \quad 5 = 3 + 2$$

Kinders in die voor-operasionele fase vind dit moeilik om te begryp dat die geheel invariant bly ten spyte van die verandering in die distribusie van die elemente. Hulle sal bv. nie die onderstaande twee versamelings as ekwivalent beskou nie.

A = 0000 + 0000

B = 0 + 0000000

Hierdie kinders word nog mislei deur hul waarneming en sal reken dat versameling B meer elemente het, deur slegs die baie (7) in berekening te bring en die res te ignoreer.

Reeds gedurende die voor-operasionele fase is kinders in staat om kombinasies te leer soos 2 + 2 = 4; 1 + 7 = 8; 2 + 3 = 5; 2 + 4 = 6, ens. Daar is egter nie werklike assimilasie nie. Die optel van getalle word eers werk=

lik begryp as die kind in staat is om die 8 in 1 + 7 = 8 as totaliteit te sien met 1 en 7 as subklasse.

Optelkombinasies soos die volgende, het vir die kind gedurende die voor-operasionele fase geen betekenis nie:

$$1 + 7 = 8 \quad ; \quad 7 + 1 = 8$$

$$2 + 6 = 8 \quad ; \quad 6 + 2 = 8$$

$$3 + 5 = 8 \quad ; \quad 5 + 3 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

Daar is eers werklik sprake van operasionele denke as die vermeerdering van die een subklas gekompenseer word deur ʼn vermindering van die ander subklas, nl. (4 + 3) + (4 - 3) = 8. Dit is hierdie onderlinge afhanklikheid van direkte en inverse denkhandelinge wat vervolgens bespreek sal word:

Om twee versamelings A = 8 en B = 12 gelyk te maak deur optel en aftrek, sal die kind in die oorgangstadium na operasionele denke bv. die volgende probeer-en-fouteer metode toepas (Piaget, 1969, p. 193):

Stap 1

A = 0 0 0 0 0 0 0 0 B = 0 0 0 0 0 0 0 00 0 0 0

Versameling A het 12 elemente en versameling B net 8.

Stap 2

Hy herrangskik versameling B in ʼn reghoekige patroon en versameling A in ʼn vierkant:

A	0 0 0	B	0 0 0 0
	0 0		0 0 0 0
	0 0 0		0 0 0 0

Stap 3

Hy herrangskik nou albei versamelings in rye van twee's. Die vier elemente wat versameling B meer het, verdeel hy nou een vir een tussen die twee ver= samelings:

A	0 0	0 0
	0 0	0 0
	0 0	0 0
	0 0	0 0
		0 0
		0 0
		0 0

By die kind op die oorgangstadium, is daar dus wel 'n aanduiding van die aan= loop na additiewe samestelling, maar hy is nie in staat om die verband vooraf te koördineer nie.

Op operasionele vlak ondervind die kind geen probleem met die oplossing nie. As gevolg van die mobiliteit en stabiliteit van die geheel is sy denke in staat tot additiewe samestelling. Hy besef vooruit dat as die elemente van een versameling meer is as die ander, moet hy die verskil tussen die twee versamelings gelykop verdeel.

Omdat aftrek die inverse van optel is, sal kinders wat nog nie oor opera= sionele denke beskik nie, aftrek nog moeiliker vind as optel, veral as die aftrekprobleme soos volg gestel word:

* $5 + \square = 7$
* $7 + 2 = 5 + \square$
* $6 = \square + 4$
* $5 = 1 + \square$

* $\begin{array}{r} 32 \\ + \square \\ \hline 73 \end{array}$
* $\begin{array}{r} 73 \\ - \square \\ \hline 32 \end{array}$

* Jy het 5 albasters. Hoeveel moet jy nog koop om 9 te hê?

Bogenoemde probleme vereis omkeerbaarheid van die denke. Daar bestaan geen wiskundige grond vir hierdie tipe optellings as afsonderlike bewerkings nie. Die ontbrekende getal word deur aftrekking vasgestel. Slegs die same= voeging van twee of meer gegewe getalle om 'n onbekende getal te gee (bv. $2 + 2 = 4$) is 'n suiwer optelbewerking.

5.5 <u>'n Onvermoë tot een-tot-een afparing as oorsaak van leerprobleme in wiskunde</u>

Om te kan vermenigvuldig moet die kind die ekwivalensie van twee of meer ver= samelings verstaan. Additiewe en multiplikatiewe ekwivalensie verskil van mekaar slegs op grond van kriteria. Eersgenoemde sluit slegs een kriterium in (blou blomme en rooi blomme is ekwivalent omdat dit albei blomme is), terwyl lg. twee of meer kriteria insluit (nl. die feit dat dit blomme is en 'n sekere posisie in die reeks het).

Die ekwivalensie wat bereik word deur een-tot-een afparing is noodwendig mul= tiplikatief van aard en kan deur middel van die volgende eksperiment aange= toon word (Piaget, 1969, p. 203 - 219):

Tien blomme (X) moet in tien blompotte (Y) geplaas word sodat elke Y een X sal hê, sodat X = Y. Hierna word die blomme (X) uitgehaal en verspreid in 'n wye bak geplaas. Die prosedure word herhaal met 'n tweede versameling blomme (Z) in dieselfde blompotte (Y), sodat Y = Z. Die blomme (Z) word uit= gehaal en dig op mekaar in 'n nou bak geplaas.

Die vraag ontstaan nou of die kind se denke so ontwikkel is dat hy besef:

Omdat X = Y, en Y = Z,

Daarom X = Z.

Gedurende die eerste stadium (ongeveer vyf jaar) kan die kind die ekwivalensie nie koördineer nie en het geen konservasie van hoeveelheid nie. Hy meen dat die wye bak meer blomme het as die nou bak. Gedurende die tweede stadium (5 - 6 jaar) baseer die kind aanvanklik nog sy kwantifisering op die globale vorm, maar ontdek gou dat dit foutief is en stel die saak reg. Hierdie kin= ders is in staat tot een-tot-een afparing, maar daar is nie 'n blywende ekwi= valensie tussen die twee versamelings nie. Hulle kan ook slegs die ekwiva= lensie saamstel as die twee versamelings regoor mekaar geplaas word en die= selfde perseptuele eienskap besit. Hulle is derhalwe nie in staat om 'n ope= rasionele samestelling te maak nie, maar eerder 'n intuïtiewe skatting.

Gedurende die konkreet-operasionele fase kom die kind onmiddellik tot die noodsaaklike ekwivalensie. Hierdie ontwikkeling word bepaal deur omkeer= baarheid van die denke as sentrale faktor. Die handeling word omkeerbaar en die omkeerbaarheid gee aanleiding tot die konservasie van die sisteem: As X = Y, en Z = Y, dan is X = Z.

Die kind in hierdie fase is ook daartoe in staat om die ekwivalensie te <u>ver=</u>

algemeen t.o.v. probleme waar meer versamelings van tien blomme in bere= kening gebring word, o.a. 3 x N, 4 x N ens.

Omdat die kind op die oorgangstadium nog nie kan slaag in die samestelling van ekwivalente verbande nie, is dit ook duidelik dat hy nie in staat is tot vermenigvuldiging van klasse nie. Die belangrikste beperking in die denke van hierdie kinders is die gebrek aan veralgemening. Die oorgang van die voor-operasionele na die operasionele denkvlak word dan ook geken= merk deur die vermoë tot veralgemening van ekwivalensies.

Die vermenigvuldiging van klasse en die vermenigvuldiging van getal, ont= wikkel gelyktydig (Piaget, 1969, p. 220) en daarom sal probleme met die vermenigvuldiging van klasse noodwendig ook aanleiding gee tot probleme in die vermenigvuldiging van getal.

Omdat 'n gebrek aan konservasie en gevolglik die onomkeerbaarheid van denke, net soos in die geval van optel en aftrek van getalle, die belangrikste struikelblok blyk te wees in die kind se vordering na operasionele denke, sal ook die probleme in vermenigvuldiging wat die omkeerbaarheid van die denke vereis, nie gedurende die voor-operasionele fase begryp word nie. Slegs die volgende dien as voorbeelde:

* $\square \times 6 = 48$
* $7 \times \square = 56$
* $56 = 7 \times \square$
* $56 = \square \times 7$

Memorisering van die vermenigvuldigingstafels sal die kind moontlik wel tot die korrekte oplossing bring, maar dit impliseer nie dat die kind die probleme begryp nie.

5.6 Samevatting en hipoteses

In hierdie hoofstuk is aangetoon dat wiskundeleerstof in die aanvangsklasse van die primêre skool operasionele denke vereis (vgl. par. 5.1). Dit impliseer dat leerlinge wat nog nie hierdie denkniveau bereik het nie, dit moeilik sal vind om tred te hou met die eise wat die leerstof aan die denke stel (vgl. par. 5.3, 5.4 en 5.5).

Verder is dit ook bespreek dat heelwat navorsing al gedoen is om die invloed van ouderdomstoename (vgl. par. 5.2.1), geslag (vgl. par. 5.2.2), kultuur en omgewing (vgl. par. 5.2.3) op die verwerwing van die konservasiebegrip vas te stel. Die feit dat betekenisvolle verskille t.o.v. genoemde faktore gevind is, het besliste implikasies vir die onderrig in wiskunde gedurende die junior primêre fase.

Die grootste tekortkoming in die bestaande navorsing is dat daar nie voldoende aandag geskenk is aan die verband tussen genoemde faktore en leerprobleme nie. Daar bestaan dus 'n wesentlike behoefte aan 'n studie in hierdie verband. 'n Vergelyking tussen twee groepe leerlinge met gemiddelde en bo-gemiddelde intellektuele vermoë - die een groep sonder leerprobleme in wiskunde, en die ander groep met leerprobleme in hierdie vak, sal noodwendig die invloed van die denkontwikkeling, ouderdomstoename en geslag op die verwerwing van die getallebegrip blootlê.

Met die doelstelling van hierdie ondersoek voor oë, word vervolgens die volgende toetsbare hipoteses gestel:

(i) Hipotese 1

Leerlinge wat leerprobleme in wiskunde ondervind, is op 'n laer denkvlak as leerlinge wat nie leerprobleme in hierdie vak ondervind nie.

Rasionaal vir hipotese 1

In paragraaf 4.2.1 is die verskil aangedui t.o.v. die psigometriese bena= dering en Piaget se benadering oor intelligensie. Uit die oogpunt van verstandstoetsing, is intellektuele groei 'n statistiese konsep wat afgelei word van die korrelasies tussen toetstellings wat op verskillende ouder= domsvlakke vir dieselfde persone in die loop van longitudinale studies afgelei word. Vir Piaget behels verstandelike groei die vorming van nuwe strukture en gevolglik die verskyning van nuwe verstandelike vermoëns. Volgens hierdie siening is verstandelike groei nie 'n kwessie van kwanti= teit nie maar eerder van kwaliteit (vgl. par. 4.2.2).

Aangesien die twee groepe proefpersone in hierdie studie uit leerlinge be= staan met ekwivalente intellektuele vermoë soos gemeet deur 'n intelligen= sietoets, ontstaan die vraag of daar ten spyte van 'n kwantitatiewe ekwiva= lensie en intellektuele vermoë daar wel kwalitatiewe verskille in intelli= gensie tussen die twee groepe gevind kan word.

(ii) Hipotese 2

Bepaalde denkvlaktoetse toon 'n verband met bepaalde subtoetse in die ge= standaardiseerde wiskundetoets.

Rasionaal vir hipotese 2

Piaget (1969) het aangetoon dat die ontwikkeling van die getallebegrip ten nouste saamhang met die ontwikkeling van die korservasie-begrip van hoe= veelhede (vgl. par. 5.2) en die komplementêre logiese denkhandelinge van klassifikasie (vgl. par. 5.4) en reeksvorming (vgl. par. 5.3).

Replikatiewe navorsing deur o.a. Elkind en Wohlwill het Piaget se bevin= ding bevestig (Elkind, 1964, p. 275 - 296; Wohlwill, 1960, p. 345 - 377). Dodwell, weer, het deur die toetsing van die vermoë tot geprovokeerde en nie-geprovokeerde ooreenkoms, gevind dat logiese klassifikasie onafhank= lik ontwikkel van die begrip van koördinasie (Dodwell, 1962, p. 152 - 160).

Die vraag ontstaan watter voorwaardes en begeleidende kognitiewe denk= handelinge noodsaaklik is vir die getallebegrip.

(iii) Hipotese 3

Daar is 'n ontwikkeling in die denke van die kind vanaf graad II tot stan= derd I

Uit verskeie navorsingstudies (vgl. par. 5.2.1) blyk dat daar onteenseg= lik 'n verband tussen denkontwikkeling en ouderdomstoename is.

Hipotese 4

Dogters is op 'n hoër denkvlak as seuns van dieselfde ouderdom

Rasionaal vir hipotese 4

Verskeie navorsers kan geen verskille tussen die twee geslagte t.o.v. denk= ontwikkeling vind nie (vgl. par. 5.2.2). Van Zyl het egter gevind dat dog= ters tot op agtjarige ouderdom beter as seuns van dieselfde ouderdom klas= sifiseer. Hieruit kan dus afgelei word dat dogters tot op agtjarige ouder= dom kognitief verder as seuns van dieselfde ouderdom ontwikkel is (Van Zyl, 1974, p. 277).

Die verskillende stappe wat gevolg is om bogenoemde hipoteses te toets, word in die volgende hoofstuk bespreek.