WETENSKAPLIKE BYDRAES VAN DIE PU VIR CHO
Reeks H: Inougureleredes Nr. 66

KUNDIGES, ONKUNDIGES EN WISKUNDIGES

D.J. van Wyk

Rede uitgespreek by die aanvaarding van die amp as hoogleraar in die Departement Wiskunde en Toegepaste Wiskunde aan die Potchefstroomse Universiteit vir CHO op 18 April 1980.

Potchefstroomse Universiteit vir CHO
1980

KUNDIGES, ONKUNDIGES EN WISKUNDIGES

Geagte Meneer die Vise-Rektor, Meneer die Dekaan, dames en here

Die rede waarom u vanaand hier sit, is die tradisie dat 'n nuwe professor kort na sy benoeming aan 'n toets onderwerp word om te bepaal of hy wel die benoeming waardig is. Hierdie toets neem die vorm aan van 'n voordrag soos hierdie, wat dikwels (soos vanaand) 'n groter toets vir die geduld van die toehoorders is. Bertrand Russell het gesê dat een van die moeilikste dinge in die wêreld vir 'n man om te doen is om voor 'n gehoor te staan en hom te weerhou om meer te sê as wat hy weet.

Wat gebeur indien die nuwe professor nie in hierdie toets slaag nie, is onseker, aangesien dit nog nooit gebeur het nie. Na vanaand behoort daar egter oor hierdie vraag duidelikheid verkry te word.

Die bogemelde tradisie bepaal verder dat die voordrag gevoer moet word oor die vak waarin die professor benoem is. Hierdie opdrag maak 'n reeds moeilike taak vir iemand met twyfelagtige vermoëns in hierdie geval des te ingewikkelder. Die rede daarvoor is eenvoudig die wyd uiteenlopende opvattings wat daar in 'n gemengde gehoor soos hierdie oor die wiskunde (en die toegepaste wiskunde) bestaan.

Ek dink ek is redelik veilig as ek beweer dat u, die gehoor, se idee omtrent die wiskunde wissel van 'n naarheid op die maag aan die een kant en 'n ongeduldige verdraagsaamheid in die middel tot 'n dikwels ekstatiese belewenis aan die ander kant. Indien wel, is hierdie gehoor tiperend van 'n willekeurige versameling intelligente mense wat onder andere (wiskundig gesproke) drie nie-disjunkte deelversamelings omvat.

Die eerste deelversameling sal hoofsaaklik bestaan uit diegene wat nog die klaskamerlyding van die hoërskooldae se algebra onthou en geredelik by die volgende anonieme aanhaling uit die jaar 1570 sal inval:

> "Multiplication is Vexation
> Division is as bad,
> The Rule of Three doth puzzle me
> And Practice makes me mad".

Vir hierdie mense bly dit 'n bron van verwondering dat die wiskunde so 'n buitengewone bekoring vir sy entoesiaste kan inhou – om dit sag te stel. Hulle sal hulle hande saamslaan as hulle voor 'n rak vol wiskundeboeke in 'n biblioteek verbystap en die volgende titels opmerk: "The enjoyment of mathematics" (H. Rademacher & O. Taeplitz, 1957), "The spell of mathematics" (W.J. Reichmann, 1967), "The divine proportion – a study in mathematical beauty" (H.E. Huntley, 1970) of selfs "Mathematics makes sense" (W.D. Lewis, 1960). "Fallacies in mathematics" (E.A. Maxwell, 1961) sal nader aan die werklikheid klink, terwyl hulle met 'n meewarige gevoel van "Ek dag so!" sal verneem dat een van die jongste ontwikkelings in die wiskunde as katastrofieteorie bekend staan.

Die ontmoeting tussen een van hierdie nie-wiskundiges en 'n wiskundige op 'n partytjie laat laasgenoemde gewoonlik met gemengde gevoelens. Die aanvanklike byna eerbiedige reaksie laat die wiskundige valslik vooruitsien na 'n aangename sosiale aand. Sonder uitsondering word die eerbied in die nie-wiskundige se oë egter verdring deur 'n glans wat onmiskenbaar daarop dui dat jou geestelike gesondheid sterk onder verdenking is, en jy bevind jou skielik sonder geselskap.

Die meeste mense wat moeilikheid met wiskunde het of gehad het, glo dat hulle dit eenvoudig nie kan of kon doen nie – en dit is merkwaardig hoe andersins trotse mense bereid is om op hierdie punt openlik te erken dat hulle "te dom" is. Vir hierdie "eerlike" mense wil ek die volgende troos bring. Dit word vandag deur sielkundiges in Amerika aanvaar dat die meerderheid van hierdie mense nie aan 'n ernstige graad van chroniese onnoselheid lei nie maar aan iets wat hulle "math anxiety" noem. In die April 1979-uitgawe van "SIAM News" (p. 1) verskyn 'n artikel van dr. Stanley Kogelman, 'n wiskundige wat voorheen aan die New York University verbonde was. Tans is hy direkteur van 'n instituut wat hy "Mind over Math" noem, waarin "workshops" aangebied word om mense te help om oor hulle vrees vir wiskunde te kom. Hy noem sy proses "Demystification of mathematics", en daardeur breek hy die twaalf mites af wat volgens hom die oorsprong is van die negatiewe gevoelens wat mense oor die sogenaamde koue, logiese, onbuigsame eienskappe van die wiskunde het.

Hierdie mites (sommige waarvan miskien minder mitologies as ander) is volgens dr. Kogelman: Mans is beter as vroue; wiskunde vereis logika, nie intuïsie nie; jy moet altyd weet hoe jy die antwoord gekry het; wiskunde is nie skeppend nie; daar is 'n beste manier om 'n wiskundeprobleem te doen;

dis altyd belangrik om die antwoord presies reg te kry; dis sleg om op jou vingers te tel; wiskundiges doen probleme vinnig, uit hulle kop uit; wiskunde vereis 'n goeie geheue; wiskunde word gedoen deur intens te werk tot die probleem opgelos is; sommige mense het 'n wiskundebrein en ander nie; daar is 'n towersleutel tot die doen van wiskunde.

Oor hierdie "mites" kan lank gesels word. Ek volstaan met opmerkings oor slegs enkeles van hulle. Wiskundiges self is dikwels die primêre oorsprong van die mites. Min nie-wiskundiges is byvoorbeeld bewus daarvan dat intuïsie die hoeksteen van die bedryf van wiskunde vorm. Tradisioneel gooi wiskundiges hulle kladwerkpapier weg en vertoon slegs die verfynde oplossing. Die student wat aanskou hoe sy dosent oënskynlik met gemak 'n probleem oplos, is onbewus daarvan dat die resultaat van ure se inspanning of jare se oefening voor sy oë afspeel.

Betreffende die mite dat 'n wiskundige 'n goeie geheue moet hê, die volgende: Dit is bekend dat een van die huidige eeu se groot wiskundiges, John von Neumann (1903-1957), so totaal in sy probleme verdiep kon raak dat hy dikwels wanneer hy op reis was, moes terugbel huis toe om te verneem waarheen hy op pad was.

As gewone, sondige mense pas dit wiskundiges dikwels om die mites oor en gevolglike eerbied en vrees vir hulle vak te skep, aan die gang te hou en selfs uit te buit. Die volgende verhaal omtrent die beroemde Leonhard Euler (1707-1783) illustreer hierdie punt (Hogben, 1945, p. 13). Die materialis, Diderot, wat in die intellektuele ontwaking net voor die Franse Revolusie 'n leidende rol gespeel het, het per geleentheid aan die Russiese hof vertoef en met sy elegante ligsinnigheid groot indruk op die adelstand gemaak. Uit vrees vir haar volgelinge se geloof het die tsarina vir Euler, die voortreflikste wiskundige in daardie dae, ontbied om in die openbaar met Diderot te debatteer. Laasgenoemde is ingelig dat 'n wiskundige 'n bewys van die bestaan van God opgestel het. Voor die hof het Euler hom met gepaste gewigtigheid gekonfronteer met die sin, „$\frac{a+b^n}{n} = x$, dus God bestaan tog!" Diderot, vir wie algebra Grieks was, is so met verhoogvrees oorval dat hy terstond die hof verlaat het en terug is Frankryk toe.

As Diderot egter besef het dat algebra maar net 'n taal is waarmee die grootte van dinge beskryf word in teenstelling met die gewone tale wat die *soorte* dinge in die wêreld beskryf, sou hy Euler gevra het om die eerste deel van die sin in Frans te vertaal. Euler se stelling sou dan min of meer soos volg klink: "'n Getal x kan gevind word deur eers 'n getal b 'n paar keer met homself te vermenigvuldig, dan by 'n getal a te tel en die resultaat te deel deur die aantal keer wat b met homself vermenigvuldig is. Dus God bestaan tog." As Diderot hom dan sou vra om die eerste deel van die sin vir die Russiese hof te illustreer, sou Euler kon antwoord dat as a die getal 1 is, b die getal 2 en n is 3, dan is x die getal 3. Euler se probleme sou dan begin het as die hof wou weet hoe die tweede deel van die sin uit die eerste volg!

'n Slotwoord van troos aan die nie-wiskundiges Dr. Kogelman beweer: "I have yet to encounter anyone who could not attain his or her goals in math once the anxiety was overcome".

Suiwer wiskundiges

Die tweede deelversameling van die gehoor wat ek kortliks wil bespreek, is die wiskunde-entoesiaste of, in akademiese taal, die suiwer wiskundiges. Dit is die mense wat wiskunde bedryf om die wiskunde self, en nie bekommerd is of die resultate praktiese toepassings het nie. 'n Goeie voorbeeld is 'n vooraanstaande wiskundige van hierdie eeu, G.H. Hardy, wat van mening is: "Very little of mathematics is useful practically and that little is comparatively dull".

Hierin moet egter geen afkeur van wiskunde by Hardy gelees word nie. Hy beweer ook: "A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas. The mathematician's patterns, like the painter's or poet's, must be beautiful; the ideas, like the colours or the words, must fit together in a harmonious way ..." (Huntley, 1970, p. 84).

En as iemand verslae sou vra om so 'n wanbegrip soos wiskundige skoonheid te verduidelik, het Hardy ook 'n antwoord: "It may be hard to define mathematical beauty, but that is true of beauty of any kind" (Huntley, 1970, p. 75).

Hierdie suiwer wiskundiges en hulle opvattings omtrent hulle vak kan vir 'n buitestaander soms merkwaardig, soms amusant, soms selfs absurd wees — veral as eers begryp word dat die wese van die wiskunde is soos E.T. Bell dit uitdruk, "... deductive reasoning from explicitly stated assumptions called postulates". En as hierdie deduktiewe redenering dikwels maar dieselfde patroon volg as dié van die advokaat of prokureur in die hof, kan niemand seker die regsgeleerde kwalik neem as hy tong in die kies luister wanneer Kronecker sê: "Music is the finest of all the fine arts, with the possible exception of mathematics, which is superb poetry". Ek verwys hier na die indirekte bewysmetode wat by baie wiskundestellings gevolg word, waar een of ander aanname voorlopig aanvaar word, waarna dit dan weer afgebreek word deur aan te toon dat dit tot 'n teenstrydigheid lei. Vergelyk hiermee die geslepenheid van die advokaat wat oënskynlik 'n stelling van die beskuldigde aanvaar en hom dan op grond daarvan kalm tot sy eie vernietiging lei. Sodra die beskuldigde 'n verdere stelling maak wat onverenigbaar met die eerste is, sê die geleerde vriend: "A, maar jy het dan gesê ...".

Ek wil tog kortliks poog om u 'n begrip te probeer gee vir die soms digterlike uitsprake van suiwer wiskundiges oor hulle vak en die ekstatiese belewenis wat hulle by die bestudering daarvan ondervind, soos deur Bertrand Russell uitgedruk: "This was one of the great events of my life, as dazzling as first love. I had not imagined there was anything so delicious in the world ... Until ... I was thirty eight, mathematics was my chief interest and my chief source of happiness" (Huntley, 1970, p. 8).

Soos Reichmann (1967, p. 12) wil ek die kollig op drie aspekte laat val. Die eerste is die verrassingsaspek van die wiskunde. Soos elke ander liefhebber van Shakespeare kan 'n wiskundige ook die digterlike geladenheid van hierdie groot gees se werke waardeer. Soos in "A midsummer night's dream", as koning Oberon sy gunstelingraadgewer, Puck, opdrag gee om haastig die blommetjie, "love-in-idleness", wat deur 'n pyl van Kupido getref is, te gaan soek:

> "It fell upon a little western flower, –
> Before, milk-white, now purple with love's wound, –
> And maidens called it love-in-idleness.
> Fetch me that flower; the herb I showed thee once:
> The juice of it on sleeping eyelids laid
> Will make or man or woman madly dote
> Upon the next live creature that it sees.
> Fetch me this herb: and be thou here again
> Ere the leviathan can swim a league".

Wat die wiskundige egter in besonder sal tref, is Puck se antwoord:

> "I'll put a girdle round about the earth in forty minutes".

Hierdie antwoord laat die deur oop vir allerhande spekulasies, soos bv. hoe lank so 'n gordel sal wees en teen watter snelheid Puck te werk sal moet gaan. As in gedagte gehou word dat die ewenaar byna 40 000 km (25 000 myl) lank is, sal 'n eenvoudige berekening 'n betreklik astronomiese snelheid aantoon, soos mens sou verwag. 'n Ander interessante vraag is die volgende: Gestel die ewenaar vorm 'n volmaakte sirkel (wat nie so is nie) en word as 'n gordel beskou. Hoeveel kilometer sal hierdie gordel langer moet wees as dit oral 'n afstand van 1 meter van die aarde af moet wees? In die antwoord kom die verrassingsaspek van die wiskunde na vore. Die gordel moet naamlik slegs ongeveer $6\frac{1}{4}$ meter langer wees, en, meer nog, 'n gordel om die antarktiese sirkel (wat heelwat korter is) moet met presies dieselfde hoeveelheid verleng word om ook oral 1 m weg te staan!

Die berekenings behels kortweg die volgende: As die ewenaarsirkel straal r m het, is sy omtrek (lengte) $2\pi r$ m. 'n Sirkel van straal $(r+1)$m het omtrek $2\pi\,(r+1)$ m. Die verskil is dus 2π meter of 6,2832 m en is onafhanklik van r.

'n Aspek wat nou saamhang met en eweveel bydra tot die bekoring van die wiskunde, is dié van ontdekking – o.a., die ontdekking van die wiskundige wetmatighede wat God in die natuur geskep het. Die wiskundige sal saam met die digter Wordsworth sing (Huntley, 1970, p. 152):

> "My heart leaps up when I behold
> A rainbow in the sky ...",

maar sy hart se sprong is heelwat verder as hy die eenvoudige reëls van weerkaatsing en breking van lig en die pragtige meetkunde van die reëndruppels se sferiese vorm ontdek. As Wordsworth in 'n ander gedig sê (Huntley, 1970, p. 152):

> "Sweet is the lore which Nature brings;
> Our meddling intellect
> Mis-shapes the beauteous forms of things:—
> We murder to dissect",

sal dit skouerophalend as wetenskaplike ongeletterdheid afgemaak word.

Hoewel mens vandag handboeke oor wiskunde kan kry waarin die enigste getalle die bladsynommers is, is dit 'n feit dat die getal en manipulasies daarmee die grondslag van talle wiskundige ontdekkings en toepassings vorm. Een interessante groep of ry getalle waarna ek hier wil verwys, is die sogenaamde Fibonacci-getalle.

Die Italiaanse dorpie, Pisa, is daarvoor bekend dat hy twee eienaardige verskynsels voortgebring het, naamlik 'n skewe toring en 'n wiskundige. Seker die grootste wiskundige van die Middeleeue, Leonard Fibonacci, is in Pisa gebore. In die jaar 1202 het hy die volgende probleem gestel: 'n Paar maandoue konyne is te jonk om voort te plant, maar gestel in hulle tweede maand en elke daaropvolgende maand bring hulle 'n nuwe paar voort. As elke nuwe paar dieselfde doen, en geen konyne vrek nie, hoeveel pare sal daar wees aan die begin van elke maand? Die getalle wat die probleem oplos, $\{1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; \ldots\}$, is die sg. Fibonaccigetallery en het die kenmerk dat elke getal die som van die voorafgaande twee is.

Toegegee, bostaande is miskien 'n onrealistiese voorbeeld wat swaarder op wiskundige dienstigheid as konynsielkunde rus en wat hierdie oulike, harige diertjies se berugte gewoontes en potensiaal grootliks onderskat. Maar nou lê die bekoring vir die wiskundiges in die ontdekking van die voorkoms van die Fibonaccigetalle op talle ander uiteenlopende terreine. As 'n ligstraal op twee glasplate val wat teenmekaar lê, word 'n deel van die lig deurgelaat, 'n deel geabsorbeer en 'n deel weerkaats. Die aantal verskillende paaie wat die straal in die glas volg voordat dit weer uitkom, hang af van die aantal weerkaatsings, wat weer van die invalshoek afhang. Die aantal uitkomende strale is egter altyd 'n Fibonaccigetal.

Op die klawerbord van 'n klavier kom Fibonaccigetalle voor. 'n Oktaaf in die chromatiese skaal bestaan uit 13 sleutels. Die aantal wit sleutels in 'n oktaaf (die note van 'n majeurskaal), is 8, die Fibonaccigetal voor 13. Die vorige Fibonaccigetal, 5, is presies die aantal swart sleutels in 'n oktaaf.

Heuningbye is vir wiskundiges van die interessantste kreature. Dit is 'n meetkundige feit dat daar slegs drie verskillende reëlmatige gelyksydige figure is wat soos 'n mosaïek op 'n vlak gepak kan word sonder enige oop gapings. Dit is die driehoek, die vierkant en die seshoek. In die konstruksie van hulle heuningkoeke gebruik die bye die mees ekonomiese van die drie, die een met die meeste hoeke. Nou beweer ek nie die bye maak so omdat die wiskunde sê dat dit die beste manier is nie, maar die illustrasie deur die wiskunde dat dit werklik die beste manier is, dra tog iets by tot ons kennis van die heuningbye. Verder, 'n manlike by broei uit 'n eier wat nie bevrug is nie. Die bevrugte eier bring slegs vroulike bye voort — koninginne of werkers. Gebruik ons hierdie lewensfeit om die geslagsboom van 'n manlike by op te stel, kry ons 'n Fibonacci-ry vir elk van die aantal vroulike bye en die manlike bye in die opeenvolgende geslagte asook vir die totale aantal nakomelinge van geslag tot geslag.

Diegene wat die werk van die kunstenaar Phidias bestudeer het, beweer dat die Fibonaccigetalle in sy beeldhouwerke voorkom. By 'n tipiese beeld wat 34 eenhede hoog is, sal die volgende mate gevind word: voet tot naeltjie: 21 eenhede: naeltjie tot kop: 13; kop tot borslyn: 8; borslyn tot naeltjie: 5.

Voeg hierby dat Fibonaccigetalle opduik in die atome van 'n hoeveelheid waterstofgas, in die blaarrangskikking en kroonblaarstruktuur van plante, ens., en mens verkry 'n mate van begrip vir James Jeans se stelling: "God is a mathematician" (Huntley, 1970, p. 154). En onthou, ek het hier maar een voorbeeld uit 'n ryke skatkis uitgelig!

'n Derde aspek van die wiskunde wat ek wil beklemtoon, is dat dit jou ten diepste intellektueel uitdaag. Wiskunde kan nie sonder persoonlike inspanning geniet word nie. Dis 'n goue reël dat mens altyd belangrike dinge self moet doen — pas op vir die ywerige heer wat aanbied om jou fortuin vir jou te maak!

Hoewel maar 'n klein groepie manne die voorreg van triomfantlike ekstase van oorspronklike wiskundige ontdekking mag smaak, doen dit geen afbreuk aan die genoegdoening van ander by die geslaagde deurvorsing van 'n stuk wiskunde nie. Wat maak dit aan die atleet saak as hy nie die eerste is wat 'n vier-minutemyl aflê nie? Sy eie poging is nie minder werklik en sy genoegdoening nie minder belangrik nie.

Mense vra dikwels hoe nog in wiskunde navorsing gedoen kan word. Dit is 'n onderwerp vir 'n afsonderlike lesing. Ek wil hier volstaan deur te sê dat dit dikwels verrassend is om te ontdek hoeveel uiteenlopende metodes daar is om 'n sekere stelling te bewys (vir Pythagoras se stelling bestaan reeds bykans 350!) of 'n probleem op te los. Aan die ander kant kan 'n enkele beginsel of stelling talle verskillende gebruike en toepassings hê, en merkwaardige verbande bestaan tussen die verskillende prosesse. Hierdie verskeidenheid in die verskillende aard van die besondere prosesse en hulle dikwels onverwagte raakpunte gee aanleiding tot 'n egte estetiese bevrediging.

Dit is natuurlik so dat wiskunde, soos enigiets, oordryf kan word. Party mense sien niks anders as hoogtehoeke as hulle na 'n grasieuse Griekse tempel kyk nie. Daar is die verhaal deur ene Stephen Leacock oor die bittere ontnugtering van die man wat eers na sy huwelik ontdek het dat sy vrou nie kwadratiese vergelykings kon oplos nie. En onlangs het 'n artikel in die *American Mathematical Monthly* verskyn onder die titel "Is there life after mathematics?"

Dit is geskiedenis dat daar selfs godsdienstige sektes uit die verabsolutering van wiskundige entiteite ontstaan het. Pythagoras was aan die hoof van so 'n groep wat deur die ontdekking van reëlmatige getalleverhoudings in musikale intervalle en lengtes van musiekinstrumente se snare by dieselfde spanning daartoe gelei is om te verkondig dat getalle die elemente van alle dinge is en dat alles in die heelal deur middel van getalle verklaar kan word.

Die wiskundegebruikers

Laastens wil ek die kollig laat val op daardie deelversameling van die gehoor wat uit die gebruikers van wiskunde bestaan. Hierdie groep wil ek in twee verdeel, naamlik die verbruikers van wiskunde en die toegepaste wiskundiges.

Eersgenoemde vorm die teenpool teenoor suiwer wiskundiges soos Hardy, wat vroeër aangehaal is. Vir hulle is die wiskunde, of altans dele daarvan, slegs handige gereedskap wat gebruik kan word om praktiese probleme of probleme in hulle eie vak op te los. In die voorwoord tot hulle boek oor verstrooiingsteorie stel Goldberger en Watson (1964, p.v.) dit soos volg: "Since it is our purpose to talk about problems of real physical interest, we make no pretense of strict mathematical rigor. Instead we have substituted mathematical reasonableness and physical rigor. Mathematics is an interesting intellectual sport, but it should not be allowed to stand in the way of obtaining sensible information about physical processes".

Vir mense wat hierdie standpunt handhaaf, kom dit ook as geen verrassing nie dat Lewis Carroll, die skrywer van "Alice in Wonderland", 'n dosent in die suiwer wiskunde aan Oxford-Universiteit was! Tog sal die suiwer wiskundige sover dit Goldberger en Watson se opmerkings betref, die laaste lag, want hulle sê self 'n entjie verderaan: "The topics we have included (in this book) are ... the ones we feel competent to write about".

Mens kan hierdie wetenskaplikes se ongeduld met die streng formele aard van die suiwer wiskunde egter begryp. Die skepping van byvoorbeeld die infinitesimaalrekene deur Newton het hom in staat gestel om dadelik met die formulering van sy dinamika voort te gaan. Dit was weliswaar nodig om hierdie skepping agterna met groter strengheid te formaliseer om te verseker dat daar geen teenstrydighede in voorkom nie. Die fisikus kan egter nie hiervoor wag voordat hy met sy fisika voortgaan nie.

Onder die toegepaste wiskundiges tel vandag onder andere statistici, operasionele navorsers, teoretiese fisici, ingenieurs, chemici, verteenwoordigers van feitlik elke ander natuurwetenskap (in mindere en meerdere mate), ekonome, selfs mense uit die sosiale wetenskappe en natuurlik diegene wat die vak Toegepaste Wiskunde bestudeer het.

Dit klink ontsagwekkend, maar miskien sal u daarmee saamstem as ek stel wat vandag onder 'n toegepaste wiskundige verstaan word. Dit is iemand wat 'n praktiese probleem of verskynsel neem, 'n wiskundige model daarvoor maak, die resulterende wiskundeprobleem oplos en dan die resultate in terme van die oorspronklike probleem interpreteer. Die doel van die *vak* Toegepaste Wiskunde is om wetenskaplike konsepte te verhelder, om verskynsels in wiskundige terme te beskryf (waar hulle ook al voorkom) en om die ontwikkeling van nuwe wiskunde deur sulke studies te stimuleer.

'n Tipiese toegepaste wiskundige kan soms die indruk laat dat hy nie in staat is om anders as in terme van wiskundige modelle te dink nie. Dis egter nie so snaaks nie, want as mens mooi daaroor nadink, is die menslike brein in elk geval nie in staat om anders as in terme van modelle te dink nie.

Tot so onlangs as twintig jaar gelede is die vak Toegepaste Wiskunde aan Suid-Afrikaanse universiteite feitlik uitsluitlik aan die studie van meganika gewy; 'n onderwerp wat ook in die Fisikadepartemente fundamenteel is. 'n Toutrekkery (dikwels ongesond) tussen die departemente van Toegepaste Wiskunde en Fisika was dus niks vreemds nie en kom selfs vandag nog voor. Dit is ook heeltemaal begryplik, veral as 'n fisikus soos dr. C.A. Engelbrecht van Stellenbosch self erken, "In sy diepste wese is die hele moderne fisika niks anders nie as 'n wiskundige model van die natuur". (Sien Engelbrecht, 1979, p. 10).

Die rede waarom die departemente van Toegepaste Wiskunde so jaloers bly op die meganika, is eenvoudig dat dit die terrein is waarin die bereiking van die doelstellings van die vak Toegepaste Wiskunde die mooiste en op die mees afgeronde manier geillustreer kan word. Die probleme is goed gedefinieer, die modelle eenvoudig en sonder uitsondering uniek, die krag van die wiskundige beredenering en metodologie ooglopend en die wiskunde wat gebruik word, beperk tot toegepaste analise met 'n bietjie differensiaalmeetkunde en lineêre algebra.

Daar is myns insiens ook geen rede waarom meganika nie in beide Fisika- en Toegepaste Wiskundedepartemente aangebied kan word nie. Die verskillende benaderings kan slegs tot die verryking van die student bydra. Om praktiese redes van ekonomie, verveeldheid by die student, ens., sal oorvleueling tot 'n minimum beperk moet word. 'n Mate van oorvleueling is egter geen groot sonde nie, solank die toegepaste wiskunde-dosent sy boodskap duidelik oorbring, naamlik dat meganika 'n goed gedefinieerde gebied is waarin jy wiskundige modelle kan bou.

Aan die PU vir CHO word die vakke Wiskunde en Toegepaste Wiskunde in een departement gehuisves. Dit kan myns insiens eintlik ook nie anders nie, gesien die doelstellings van toegepaste wiskunde soos vroeër geformuleer en die feit dat die skeiding tussen die twee vakke dikwels maar kunsmatig is. Die studie van die beweging van vloeistowwe, hidrodinamika, raak byvoorbeeld in sommige aspekte so abstrak dat baie ingenieurs dit as suiwer wiskunde beskou.

Prakties onderstreep die samevoeging van die twee vakke die feit dat toegepaste wiskundiges se benadering van 'n onderwerp, hulle denkpatroon en hulle hele werkwyse soos dié van 'n wiskundige sal wees. Fisiese waarnemings of eksperimentele resultate, hoe deeglik ook al bereik, kan vir hulle nooit die status van die bewys van wiskundige teorie dra nie. Die oergrotman wat sit en kyk hoe 'n pot water op sy vuurtjie kook en filosofeer: "Water boils down to nothing, snow boils down to nothing, ice boils down to nothing — everything boils down to nothing", het nog nie die reg om te aanvaar dat enige getal gelyk is aan nul nie.

In die gedagtegang van die meeste wiskundiges word daar 'n werklike onderskeid getref tussen wiskunde en toegepaste wiskunde (kyk Van Rensburg, 1968, p. 11). Een van die "suiwerste" afdelings van die wiskunde is meetkunde. Vandag sien wiskundiges dit as een van baie meetkundes, en dan 'n taamlike oninteressante meetkunde. Hierdie meetkundes handel almal met interrelasies van abstrakte begrippe (gerieflikheidshalwe) genoem punte, lyne en oppervlakke. Soms gebeur dit dat iemand soos Einstein hierdie meetkundes gebruik om 'n model van die wêreld om ons en anderkant die sterre te maak. Indien so 'n poging slaag, verkry die abstrakte meetkunde van die suiwer wiskundige 'n andersoortige belangrikheid en kan as deel van toegepaste wiskunde gereken word. Alle meetkundes is egter steeds ewe waar of ewe vals, al is daar 'n nouer verband tussen sommige en die struktuur van ruimte en tyd. Waar hierdie verband vir die suiwer wiskundige nie ter sake is nie, maak dit vir die toegepaste wiskundige meer saak as enigiets anders.

Die sukses wat die studie van wiskundige modelle op die fisiese en ingenieursterrein behaal het, het daartoe gelei dat in die jongste twee dekades die toegepaste wiskundiges hulle ook al hoe meer tot ander terreine van die natuurwetenskap asook sosiale en ekonomiese wetenskappe gewend het. Daar was 'n tyd toe gereken is dat slegs statistiek in hierdie vakke 'n rol te speel het.

In teenstelling met, sê, algebra het ons mos almal 'n voorliefde vir statistiek en beskou ons ons as bevoeg om lustig in sy taal saam te gesels, sinvol ofte nie. As die temperatuur op 'n sekere dag om 12h00 op Potchefstroom bv. 26½ ° C is en op Stutterheim 4½ ° C, is dit tog korrek om te beweer dat Potchefstroom dié dag omtrent ses keer warmer is – behalwe dat vyftien jaar gelede dieselfde temperature as (ongeveer) 80°F en 40°F aangeteken sou wees!

Die blad *Mathematical digest* van die Universiteit Kaapstad het die volgende berig uit 'n dagblad aangehaal kort na die eerste instelling van snelheidsbeperkings vir brandstofbesparing: "Die ongeluksyfer het met 600% gedaal op De Waalrylaan en met 400% op die Swartrivierparkweg". Dit wil voorgee dat die dodesyfer negatief geword het. Die enigste manier om 'n negatiewe dodesyfer te interpreteer is as 'n geboortesyfer. Dit blyk dus dat die brandstofbeperkings motoriste so stadig laat ry dat dit veilig is vir babas om op die snelweë gebore te word!

Statistiek bly nog steeds belangrik by die bou van wiskundige modelle op terreine waar dit, anders as in die meganika, moeilik is om die konsepte te kwantifiseer. Stogastiese modelle, wat waarskynlikheidsgedrag inkorporeer, is geensins van minder belang as sogenaamde deterministiese modelle nie, hoewel voorspellings met behulp van laasgenoemde meer absolute krag het.

Modelle met ander uiteenlopende wiskundige strukture neem egter nog steeds in belangrikheid toe. Die weg hiervoor is waarskynlik in 'n groot mate deur Hodgkin en Huxley gebaan toe hulle in 1963 die Nobelprys gewen het vir hulle werk in die biologie, waar hulle 'n stelsel parsiële differensiaalvergelykings opgestel het om die voortplanting (geleiding) van 'n spanningsimpuls langs 'n senu-uitloper te beskryf.

Vandag het wiskundige modellering so 'n veelvoud van terreine betree dat die publikasie van die verrigtinge van die eerste internasionale konferensie oor wiskundige modelle in 1977 nie minder as 2 646 bladsye beloop nie. 'n Faktor wat grootliks tot hierdie opbloei bygedra het, is die rekenaar, wat die verkryging van reële oplossings of goeie benaderde oplossings vir die modelle 'n praktiese moontlikheid gemaak het.

Die betree van hierdie nuwe terreine stel natuurlik groot en nuwe eise aan die toegepaste wiskundige en sy opleiding. Hy moet naamlik eerstens genoeg kennis hê van die terrein waarin hy wil modelleer om die probleemstelling te begryp. Werklik intensiewe kennis is hier gewoonlik darem nie nodig nie — 'n mens hoef nie te weet presies *hoe* 'n spesie voortplant om die *tempo* daarvan te beskryf nie.

In die tweede plek moet hy 'n deeglike kennis van die wiskunde hê — die digter wat 'n intense emosie beskryf, moet tog bedrewe wees in die taal waarin hy dit doen.

Derdens moet hy deeglik geoefen wees in die kuns om 'n wiskundige model te bou, te manipuleer en te evalueer. By die konfrontasie met die probleem word gewoonlik sekere idealiserings en benaderings gemaak. 'n Belangrike aspek van hierdie stap is die identifisering van die konsepte in die probleem wat wesenlik is en die eliminering van onnodige inligting. By 'n sielkundigese studie van rotte in 'n doolhof kan byvoorbeeld besluit word dat die kleur van die rotte en die aantal kompartemente in die doolhof van minder belang is, maar dat dit wesenlik is dat een deel van die doolhof verlig is en die ander nie. Verder kan die werklikheid in hierdie voorbeeld benader of geïdealiseer word deur die aanname dat 'n rot altyd in presies een kompartement is (dit wil sê, dat hy oombliklik van kompartement na kompartement beweeg), of dat die rotte se beweging reëlmatig met betrekking tot die tyd is.

Die volgende stap is dat hierdie geïdealiseerde model in 'n simboliese vorm in wiskundige terme uitgedruk word. Die waarde van die hele studie hang hier van die vaardigheid van die toegepaste wiskundige af, want 'n ongepaste identifikasie tussen die werklikheidswêreld en die wiskundige wêreld sal selde tot bruikbare resultate lei. Verdere aannames is by hierdie stap moontlik, sodat dit duidelik is dat die uiteindelike wiskundige model ver van uniek is.

Voordat nou ingespring word om die oplossing deur 'n uitgebreide reeks berekenings te vind, sal die goeie toegepaste wiskundige eers die model manipuleer en desnoods vereenvoudig deur bv. die aantal vergelykings te verminder.

By die oplos van die model deur middel van die rekenaar moet die toegepaste wiskundige onder andere oor 'n deeglike kennis van die numeriese analise beskik, en genoeg van die rekenaar self om hom te kan gebruik.

Die uiteindelike evaluering van die model geskied by wyse van interpretasie van die wiskundige oplossing in terme van die oorspronklike probleem. Ook dit verg minstens 'n oop gemoed van die toegepaste wiskundige. Die volgende aanhaling kom uit Aris (1978, p. 104): "Models are undeniably beautiful, and a man may justly be proud to be seen in their company. But they may have their hidden vices. The question is, after all, not only whether they are good to look at, but whether we can live happily with them".

Die toegepaste wiskundige moet dus 'n deeglike kennis hê van minstens die wiskunde, statistiek en numeriese analise, 'n "working knowledge" van die rekenaar en die terrein(e) waarop hy wil modelleer, en dan moet hy kan dink ook.

Ten slotte enkele gedagtes oor die waarde van 'n toegepaste wiskundige vir die praktyk en ander dissiplines op universiteit en, wat hiermee saamhang, sy opleiding. Miskien moet tans nog eerder van sy potensiële waarde gepraat word en dat daar probleme in die weg van die ontwikkeling van hierdie potensiaal lê. Seker die grootste struikelblok is die miskenning van behoefte en, wat hiermee saamhang, gebrek aan kommunikasie (kyk Wang. 1979, p. 499). As byvoorbeeld in 'n goed gevestigde biomediese laboratorium sulke goeie navorsing gedoen word dat gereeld navorsingstoekennings van duisende rande verower word, wie het wiskundiges nodig? Aan die ander kant, as toegepaste wiskundiges denkbeeldige probleme oplos en in tydskrifte publiseer, wat maak dit saak of bioloë of ekonome ooit hierdie tydskrifte lees?

’n Tweede probleem is dat die eerste pogings om modelle op ander terreine as die fisiese te bou nie altyd dieselfde welslae behaal het as byvoorbeeld in die meganika nie. Op byvoorbeeld die biologiese terrein is onder andere die volgende beperkende faktore teëgekom:

a) Die basiese wette van die lewensproses word nog swak verstaan – die meganismes van spiersametrekking kan byvoorbeeld nie heeltemal deur bestaande fisiese wette verklaar word nie.
b) Die teorie is moeilik te toets – variasies kom van spesie tot spesie voor en selfs van monster tot monster.
c) Die foute in biologiese metings is so groot dat dit belaglik is om verfynde wiskundige metodes daarop toe te pas.
d) Die biologiese stelsels het dikwels soveel netwerke, terugvoerlusse en veiligheidsmeganismes dat die modelle geweldig ingewikkeld raak.

Nogtans is die potensiaal daar, en die genoemde probleme kan myns insiens op twee maniere oorbrug word. Eerstens kan interdissiplinêre samewerking en kommunikasie tussen universiteitsdepartemente opgeknap word. Ons hele opleidingstelsel sover dit die natuurwetenskappe betref, rebelleer natuurlik hierteen – ’n skolier wat wiskunde haat, word na plant- en dierkunde, fisiologie en medisyne gelei, en een wat van wiskunde hou, na wiskunde, fisika, chemie en ingenieurswese. ’n Verpligte kursus in wiskunde vir soveel moontlik natuurwetenskapstudente sal hier seker ’n stap in die regte rigting wees.

Ten tweede sal Toegepaste Wiskundedepartemente in hulle opleidings- sowel as navorsingsaktiwiteite meer en meer aandag aan sinvolle projekte rakende werklikheidsprobleme moet gee. Daardeur sal hulle hulleself kan verkoop, ook wat studentewerwing en verbetering van werkgeleenthede in die praktyk vir afgestudeerdes betref.

BIBLIOGRAFIE

ARIS, R. 1978. Mathematical modelling techniques. Londen, Pitman.

ENGELBRECHT, C.A. 1979. Wiskundige modelle in die natuurwetenskap. *Technikon*, 27(2):10-12.

GOLDBERGER, M.L. & WATSON, K.M. 1964. Collision theory. New York, Wiley.

HOGBEN, L. 1945. Mathematics for the million. Londen, Allen & Unwin.

HUNTLEY, H.E. 1970. The divine proportion. New York, Dover.

JACOBS, H.R. 1970. Mathematics; a human endeavour. San Francisco, Freeman.

LEWIS, W.D. 1966. Mathematics makes sense. Londen, Heineman.

MAKI, D.P. & THOMPSON, M. 1973. Mathematical models and applications. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.

MAXWELL, E.A. 1961. Fallacies in mathematics. Cambridge, University Press.

RADEMACHER, H. & TAEPLITZ, O. 1957. The enjoyment of mathematics. Princeton, N.J., University Press.

REICHMANN, W.J. 1967. The spell of mathematics. Londen, Methuen.

VAN RENSBURG, G.J.J. 1968. The modern aspects of mathematics and its applications in science. Alice, Fort Hare University Press.

WANG, C.Y. 1979. Mathematics in biomedicine. *The American mathematical monthly*, 86(6) : 498-502.