6. WISKUNDIGE MODELLE

6.1 WISKUNDIGE MODELLE IN DIE GEESTESWETENSKAPPE

6.1.1 Wat wiskundige modelle is

Enige wiskundige formule wat voorgee om 'n realiteit te beskryf, kan beskou word as 'n (eenvoudige) wiskundige model van daardie realiteit. As 'n aantal wiskundige uitdrukkings of vergelykings nodig is om 'n bepaalde realiteit of situasie te beskryf, is die model meer gesofistikeerd.

Die matematisering van situasies of prosesse hou besliste voordele in. Die blote poging om een of ander aspek van die werklikheid wiskundig te beskryf, kan 'n mens se begrip daarvan verbeter. Dit geld veral vir ingewikkelde prosesse wat stuksgewys ondersoek word. Lewensituasies is veelal baie komplekser as byvoorbeeld gekontroleerde natuurwetenskaplike proefnemings, selfs al word 'n baie kleiner aantal entiteite ondersoek. Nogtans was tientalle jare van navorsing deur wiskundiges en fisici nodig voordat sekere natuurwetenskappe so vér ontwikkel het dat wiskundige formulerings as vanselfsprekend en noodsaaklik beskou is. Wat die geesteswetenskappe betref, was daar slegs sporadiese pogings in dié rigting voor die derde dekade van hierdie eeu, toe statistiese denke in die sielkunde begin indring het (vergelyk M2, bl. 152).

Wiskundige modelle as sodanig het eers in die vyftigerjare hul verskyning in die psigologie gemaak met K. Lewin se <u>Field Theory in Social Science</u> (1951) en <u>Stochastic Models for Learning</u> deur Bush en Mosteller (1955). Wat die onderwysstelsel betref, het dit eers in 1963 in gebruik begin kom, soos uit die literatuur blyk (vergelyk ook 5.2.2 en 5.5.2).

Die natuurwetenskappe het voortgegaan van die beskrywing van natuurprosesse, deur die verstaan daarvan, tot die beheer daarvan. Die wiskundige formulerings (modelle) het aanvanklik slegs die kwalitatiewe aspekte van die fisiese wêreld beskryf, maar het gaandeweg so ontwikkel dat die werklike verskynsels baie noukeurig weergegee kan word. Daar kan beweer word dat met die werklikheid kontak gemaak is (vergelyk O1.3, bl. 277).

In teenstelling hiermee is die teorie en konstruksie van wiskundige modelle in die geesteswetenskappe nog in die aanvanklike beskrywende stadium. "Can we ever hope to attain the accuracy of prediction by model and theory which the physical sciences have achieved?" vra P.L. Dressel (loc. cit.).

Kemeny beweer: " ... most problems in the social sciences are too difficult for present-day mathematics" (K2, bl. 64).

Op 'n vergadering van onderwysbeplanners in Parys, Maart 1966, is nogtans gekonkludeer dat komprehensiewe kwantitatiewe benaderings tot onderwysbeplanningsprobleme (d.w.s. wiskundige modelle) aansienlike belofte inhou vir betroubaarder vooruitskattings en doeltreffender inligtingsvloei vir beplanning (vergelyk 01.3, bl. 5, en 5.7.1 hierbo).

Die samewerking en onderlinge bevrugting tussen Wiskunde en die geesteswetenskappe groei vinnig (vergelyk K2, bl. 25). Dit is egter raadsaam om tans slegs dié geesteswetenskaplike probleme wiskundig aan te pak waar 'n mens 'n redelike verwagting van sukses het: "So let us be cautioned, and look for modest, simple laws which seem to work well within a limited framework" (K2, bl. 24).

Wiskundige modelle van die onderwysstelsel val in hierdie kategorie.

Wanneer die (dinamiese) struktuur van een of ander gebeurtenis, proses, stelsel of situasie met behulp van die logiese taal van die Wiskunde beskryf word, word verskillende formulerings vir die verskillende aspekte gebruik onderhewig aan sekere aannames betreffende die betrokke veranderlikes of begrippe. Die belangrikste voordele hiervan is:

(a) Wiskundige bewerkings kan op die gepostuleerde relasies toegepas word.

(b) Logiese afleidings kan volgens die reëls van wiskundige denke gemaak word, wat andersins verborge kon gebly het weens die ingewikkeldheid van die situasie of onder 'n oorvloed van woorde.

Die konstruksie van 'n wiskundige model is in die eerste plek op relevante gegewens of waarnemings gebaseer, en in die tweede plek op sekere aannames. Daarna volg 'n teoretiese ondersoek na die implikasies, en uiteindelik moet die model aan die werklikheid getoets word - die realiteit wat 'n mens wou beskryf. As dit die toetse deurstaan, kan dit vir voorspellings gebruik word (vergelyk T3).

6.1.2 Die nut van wiskundige modelle

(a) Besparing

Teoretiese navorsing is veelal baie goedkoper as empiriese ondersoeke. Dit geld vir sowel die natuur- as die geesteswetenskappe. G. Gerntholtz gee 'n treffende voorbeeld van sodanige besparing (G2, bl. 2):

Die Gemeenskaplike Matrikulasieraad wou die minimum aantal vakke bepaal wat in 'n eksamen ekstern gemodereer moet word. Uit vorige ondersoeke was bekend dat die korrelasie tussen die eksamenpunte in enige twee matriekvakke minstens 0.4 is. Hieruit volg teoreties dat die korrelasie tussen die totale punt in drie vakke en die groottotaal meer as 0.9 is. Hierdie afleiding het 'n grootskaalse verwerkingstaak onnodig gemaak.

Wat werklike (veral fisiese) beplanning betref, is simulasiestudies (met behulp van 'n komper) onvergelykbaar goedkoper as grootskaalse proefnemings. Een metode om byvoorbeeld 'n brugontwerp te toets, is om die brug te bou en te kyk of dit al die spanninge deurstaan. Maar 'n uiterste prys sal vir 'n fout betaal word. Met kompernabootsings kan verskillende ontwerpe onder verskillende omstandighede in 'n kort tydjie getoets word, en die doeltreffendste ontwerp kan teen 'n minimale koste geselekteer word.

Dieselfde geld vir (grootskaalse) onderwysbeplanning. As taamlik betroubare wiskundige modelle beskikbaar is, kan die gevolge van veranderde beleidsbeslissings en ander veranderinge met behulp van komperverwerkings bestudeer word. Dit is natuurlik onmoontlik en ontoelaatbaar om met die onderwysstelsel te eksperimenteer, sodat beleidmakers in 'n groot mate op sulke studies kan staatmaak. Ook as doelwitte gestel is, kan 'n model waardevol wees om huidige tekortkominge uit te wys. Waar beslissings in die verlede waarskynlik grootliks op subjektiewe oordele berus het, is daar nou die moontlikheid om gebruik te maak van die nuttige tegniek van wiskundige modelle, en die onderwysowerhede behoort daarvan kennis te neem.

In hierdie hoofstuk word onder meer voorbeelde daarvan gegee.

(b) Verbeterde insig

Wiskundige ontleding en beskrywing van 'n reële situasie dra by tot 'n beter begrip daarvan. Die gedagtes word verhelder selfs net deur pogings tot formulering, en die logiese taal van die Wiskunde dwing teoretici in verskeie wetenskappe om hul hipoteses noukeurig en ondubbelsinnig te formuleer. Dit lei ook tot die afstroping van toevallighede (vergelyk K2, bl. 63). Talle voorbeelde kan aangehaal word, maar hier word volstaan deur te beklemtoon dat dit ook vir die geesteswetenskappe geld, en in die besonder vir die onderwysstelsel (vergelyk veral 5.2 en 5.7).

(c) Meer verantwoordbare beplanning

Wat onderwysbeplanning betref, kan modelle van die onderwysstelsel allerlei kenmerke openbaar wat andersins verborge sou bly:

" ... features of the system which can be controlled only within limits or cannot be controlled at all with the means of control that are considered acceptable ... In real life, models, aims and controls interact, and, where-ever we begin our investigation, we must recognize that at the outset our knowledge of the other steps will be incomplete ... We must begin to specify aims without being sure initially that they are attainable or even, ... desirable ... What is important, is that we should keep all these aspects of the problem in mind and gradually develop an analytical tool for educational decisions which can make systematic use of all relevant data ..." (O1.3, bl. 9).

Onderwysbeplanning is ondenkbaar sonder 'n oorvloed van gegewens (vergelyk I1, bl. 8).

Slegs ge-ordende gegewens wat sistematies voorgelê word, kan tot doeltreffende beplanning lei. As die gegewens dus in die gesofistikeerde raamwerk van 'n model aangebied word, kan verwag word dat beter beplanning uitgevoer kan word (vergelyk 4.1).

Waar daar tekortkominge in die statistieke is, kan betekenisvolle inter- en ekstrapolasies met behulp van modelle gemaak word om die gapings te vul.

Soos reeds onder (a) gesê, kan die kwantitatiewe gevolge van beleidsveranderinge met behulp van modelle bestudeer word. Dit is 'n eenvoudige taak om die invloed van veranderinge in verskeie parameters per komper te ondersoek.

(d) Beter vooruitskattings

Die wiskundige help ander wetenskaplikes om hul hipoteses te toets en selfs om prakties belangrike voorspellings te maak. As 'n wiskundige model voorgee om 'n realiteit te beskryf, moet dit betekenisvolle vooruitskattings kan lewer. Hoe meer aspekte van die situasie in aanmerking geneem word, hoe betroubaarder sal die voorspellings wees.

Die tegniek van ekstrapolasie van tendense met behulp van die passing van krommes is 'n wiskundige model. Die grondliggende aanname in dié geval is dat toekomstige ontwikkelinge min of meer volgens dieselfde patroon as in die verlede sal geskied, en dat bestaande tendense dus 'n praktiese grondslag van vooruitskatting bied.

Die gebruik van matriksmodelle vir vooruitskattings berus ook op hierdie aanname, maar omdat 'n hele aantal parameters en onderlinge verwantskappe in ag geneem word, kan betroubaarder voorspellings verwag word. Dit kom daarop neer dat 'n aantal onderwysaktiwiteite gelyktydig ondersoek word en dat onderlinge invloede in berekening gebring word.

Daar kan nog nie met sekerheid gesê word dat betroubaarder vooruitskattings wel verkry word nie, maar uit die jongste literatuur blyk dat hoë verwagtings steeds gekoester word (kyk byvoorbeeld A1 en T3; vergelyk 5.7.1 hierbo), en dat modelle op uitgebreide skaal vir beplanning gebruik word, met inagneming van die beperkings waaraan dit onderworpe is.

6.1.3 Beperkings van wiskundige modelle

Uit die vorige hoofstuk blyk duidelik dat die meeste outeurs deeglik bewus is van die beperkings van wiskundige modelle. Daar word ook besef dat die formulerings slegs by benadering daarin slaag om werklike situasies te beskryf, en dat die betrokke wetenskap nog maar in 'n rudimentêre stadium van ontwikkeling is. Veral twee inherente tegniese gebreke bestaan (vergelyk O1.3, bl. 276):

(a) Dit is uiters moeilik om 'n model te ontwikkel wat 'n bevredigende balans tussen wiskundige hanteerbaarheid en 'n realistiese voorstelling van 'n komplekse sisteem bied. Dit is teoreties moontlik om 'n groot aantal veranderlikes te akkommodeer, maar die stel formulerings kan heeltemal onhanteerbaar wees; dan is niks bereik nie.

(b) Die volume gegewens wat 'n model benodig, kan so groot wees dat die moeite om statistieke te verkry, die moontlike voordele heeltemal oorskadu.

As gevolg van (a) en (b) verkies modelbouers om met enige of geen gegewens te werk, gapings met "raaimings" ("guesstimates") te vul, of selfs om gegewens uit die duim te suig, totdat dit wel beskikbaar word (vergelyk 01.3, bl. 169).

'n Derde tekortkoming word deur (a) geïmpliseer:

(c) Gewoonlik is die werklikheid so kompleks dat dit uitermate vereenvoudig moet word om deur 'n hanteerbare wiskundige model voorgestel te word. Juis hierdie vereenvoudiging kan die bruikbaarheid van die model beperk of tot niet maak (vergelyk 01.3, bl. 277).

(d) 'n Vierde beperking is geleë in die natuurlike (?) neiging van niewiskundig geskooldes om enigiets wat na 'n formule lyk, te vermy. Dressel stel dit soos volg:

"Matrices ... are useful in input-output analysis. However, the educator who may know the extent and significance of the losses in students from one educational level to another, but who does not know any mathematics, may very well feel that an essentially simple idea has been made unreasonably complicated by the mathematical formulation" (01.3, bl. 279).

Daar word vertrou dat hierdie werkstuk sal bydra tot 'n beter begrip van die nut en belangrikheid van wiskundige modelle van die onderwysstelsel.

6.1.4 Doelstellings

G. Svanfeldt se uiteensetting van die doelstellings vir die Sweedse modelboupogings soos in 5.2.2 weergegee, is 'n goeie opsomming van die oogmerke van die meeste betrokke outeurs. Hier word dus nie verder daaroor uitgewei nie, en dit word ook voorgehou as oogmerke met die Suid-Afrikaanse modelle wat hieronder volg (en waarop later uitgebou mag word).

6.2 'N GPS-MODEL

6.2.1 Beskikbare statistieke

Soos reeds by herhaling genoem, is die jongste beskikbare, omvattende onderwysstatistieke tans (1970) dié vir 1963. Minder volledige gegewens is vir 1964, 1967 en 1968 beskikbaar. Gelukkig gaan die gepubliseerde statistieke vér terug, en is onder andere getalle leerlinge per standerd vir die verskillende volksgroepe vir 'n hele aantal jare bekend (kyk byvoorbeeld Z1.5 en Z2.1). Feitlik geen gegewens oor skoolverlating en herhalings is egter gepubliseer nie, en die uitsakkingstabelle gee slegs 'n benaderde aanduiding van die werklike toedrag van sake. Die gegewens oor druiping en verlating wat wel beskikbaar is, is nie geskik vir gebruik in vooruitskattingsmodelle nie, want druiping en herhaling is nie dieselfde nie. Dit is bekend dat 'n aansienlike persentasie druipelinge nie weer die skool besoek nie. 'n Breukdeel van hulle herhaal wel die betrokke standerd; vir verpligte onderwys is hierdie breuk natuurlik gelyk aan één. Ook van diegene wat wel suksesvol is, sal 'n sekere breukdeel in die daaropvolgende jaar nie weer skooltoe kom nie. Hierdie breuk is één vir die suksesvolle finaliste in die laaste jaar van 'n onderwyssektor.

In Suid-Afrika is geen gegewens beskikbaar insake die bewegings van persone in, tussen en uit verskillende "selle" van die onderwysstelsel nie. Dit is dus nodig om ter aanvang 'n tegniek te ontwerp waarvolgens die nodige transisiefaktore uit die statistieke wat wel beskikbaar is, herlei kan word. Die aangewese weg is om dit per komper te doen. Die GPS-model (getalle per standerd) wat vervolgens beskryf word, verteenwoordig 'n poging om in een komperprogram bevorderings-, herhalings- en verlatingsfaktore uit bestandgegewens te beraam en dan vooruitskattings met behulp daarvan te maak.

6.2.2 Die probleem

Aangesien slegs bestandgegewens beskikbaar is (wel vir 'n hele aantal jare), kan die probleem om transisiefaktore te vind, slegs teoreties opgelos word. Anders gestel, die vergelykings wat die onderlinge relasies tussen bestandgetalle weergee, is welbekend, maar die waardes van die parameters moet geskat, afgelei, geraai of uit die duim gesuig word.

Daar is in essensie drie stelle vektorvergelykings. Vir 'n gegewe datum in basisjaar t het ons die volgende vergelykings, waar j = 1, 2, ..., n standerds (of studiejare) 1 tot n aandui:

$$S_{t+1,j+1} = p_j S_{t,j} + r_{j+1} S_{t,j+1} + E_{t+1,j+1} \qquad (1)$$

$$L_{t,j} = d_j S_{t,j} \qquad (2)$$

$$1 = p_j + r_j + d_j \qquad (3)$$

Hier word klein letters vir transisiefaktore gebruik, en hoofletters vir vektore van getalle studente/leerlinge:

$S_{t,j}$ is die aantal studente* in standerd/studiejaar j en die jaar t (op 'n gegewe datum);

$E_{t+1,j+1}$ is die aantal nuwelinge (immigrante en toetredendes) in standerd j+1 op die ooreenstemmende datum in die volgende jaar, t+1;

$L_{t,j}$ is die aantal verlaters uit standerd j tussen die twee tydstipte t en t+1;

p_j is die bevorderingsfaktor vir standerd j, d.w.s. die proporsie studente wat in die volgende jaar, t+1, in die volgende standerd, j+1, is;

r_j is die repetisiefaktor vir standerd j, en

d_j is die ooreenstemmende verlatingsfaktor.

"In jaar t" of "tydstip t" beteken "op 'n jaarlikse 'sensusdatum'."

---

* Voortaan sluit "studente" ook leerlinge in, en "standerd" ook naskoolse studiejare en omgekeerd.

Vergelyking (1) gee die verband tussen die aantal studente in twee opeenvolgende jare in twee opeenvolgende standerds. Die term aan die linkerkant dui die aantal studente in standerd j+1 in die jaar t+1 aan, en die eerste term aan die regterkant is die produk van die toepaslike bevorderingsfaktor met die aantal studente. Die tweede term regs is die produk van die herhalingsfaktor vir standerd j+1 met die aantal studente wat in jaar t in dié standerd is. Die derde term dui die aantal nuwelinge aan.

Vergelyking (2) is 'n uitdrukking vir die aantal verlaters uit standerd j tussen tydstipte t en t+1. As aanvaar word dat tydstipte t, t+1, t+2, ... aan die begin of einde van die studiejaar is, is vergelykings (1) en (2) regstreeks interpreteerbaar en toepasbaar. Ongelukkig is landswye gegewens slegs beskikbaar soos op die eerste Dinsdag in Junie van elke jaar - die tradisionele 'sensusdatum.' Dit beteken dat iemand wat sy studies tussen twee opeenvolgende sensusdatums staak, òf in studiejaar t òf in t+1 kon gewees het. Om presiese gevolgtrekkings in verband met die hoogste kwalifikasie van verlaters te kan maak, sou dus meer volledige statistieke en/of 'n meer gesofistikeerde model vereis. In die onderhawige geval moet aanvaar word dat die hoogste kwalifikasie van iemand wat op tydstip t in standerd j was en op tydstip t+1 nie meer in 'n onderwyssel is nie, òf standerd j-1 òf standerd j is.

In vergelyking (3) word die voorwaarde weergegee wat verseker dat van alle studente wat op tydstip t in standerd j is, rekenskap gegee word. Die drie transisiefaktore moet 'n som van één hê, want elke student wat op 'n gegewe tydstip in standerd j is, sal een jaar later òf in standerd j+1 wees òf weer in standerd j, òf buite die betrokke onderwyssektor.

Aangesien slegs die S'e in vergelykings (1) en (2) bekend is, is daar meer onbekendes as vergelykings. Om oplossings te kry, moet dus indirek te werk gegaan word. Eerste benaderings kan vir p en r verkry word deur beraamde waardes vir die verlatingsfaktore d_j en die aantal toetredendes per standerd (E) te gebruik.

Deur iterasieprosedures waarvolgens klein verstellings in die waardes van al die interafhanklike parameters agtereenvolgens gemaak word, is daarin geslaag om realistiese waardes te verkry. Dit is natuurlik 'n kompertaak (kyk 6.2.4).

6.2.3 Matriksvoorstelling

Vergelykings (1), (2) en (3) kan in matriksvorm gekombineer word. Deur $n = 4$ te stel, kan die verloop van enige vierjaarkursus deur die volgende transisiematriks voorgestel word:

$$
\begin{array}{c|cccc|cc}
\text{Tydstip } t+1: \longrightarrow & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & F & L \\
\text{Tydstip } t \downarrow & & & & & & \\
\hline
S_1 & r_1 & p_1 & 0 & 0 & 0 & d_1 \\
S_2 & 0 & r_2 & p_2 & 0 & 0 & d_2 \\
S_3 & 0 & 0 & r_3 & p_3 & 0 & d_3 \\
S_4 & 0 & 0 & 0 & r_4 & p_4 & d_4 \\
\hline
E & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & 0 & 0
\end{array}
$$

Die F bo-aan die vyfde kolom dui finaliste aan, en E links onder het betrekking op die aantal nuwelinge wat tussen tydstipte t en t+1 tot die betrokke kursus toegelaat word.

Hierdie voorstelling word soos volg gelees:

Byvoorbeeld die repetisiefaktor r_2 in die tweede ry (teenoor S_2), wat onder S_2 (t+1) staan, is dié proporsie van $S_{t,2}$ wat op tydstip t+1 weer in S_2 is, met ander woorde, dié wat die tweede studiejaar herhaal. Die bevorderingsfaktor p_2 staan onder $S_{t+1,3}$, en die verlatingsfaktor d_2 onder L. Die bestemming van die t-generasies word dus per ry verantwoord, terwyl in die kolomme van die herkoms van die studente op tydstip t+1 in die verskillende studiejare rekenskap gegee word. Byvoorbeeld die vierde kolom:

$$S_{t+1,4} = p_3 S_{t,3} + r_4 S_{t,4} + e_4 E(t).$$

Dit is 'n besondere geval van vergelyking (1) hierbo. Hier word E bloot as 'n funksie van t aangedui aangesien met middeljaarstatistieke gewerk moet word, en aangesien die aantal nuwelinge tog maar skattings verteenwoordig.

Vergelyking (2) word in die laaste kolom gevind, en vergelyking (3) in elke ry. Ook in die laaste ry is $e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = 1$. Dié ry dui die verspreiding van nuwelinge oor die vier studiejare aan. In die praktyk is e_1 benaderd = 1, en die ander weglaatbaar klein of nul.

Die nulle dui aan dat transisies nie moontlik of sinvol is nie. Dit is byvoorbeeld nie moontlik om regstreeks van S_1 na S_3 of van S_3 na F te vorder nie, en dit maak nie sin om van S_4 na S_1 terug te spring nie.

As die waardes van die non-zero elemente van die transisiematriks (T) bekend is, kan T voorvermenigvuldig word met die ryvektor A_t (wat as elemente het die aantal studente in standerds 1 tot 4 plus nuwelinge). Dit lewer die ryvektor A_{t+1} wat die standerdverspreiding vir die volgende jaar gee, sowel as die aantal afstuderendes en verlaters:

$$A_{t+1} = A_t \cdot T \qquad (4).$$

Die proses kan herhaal word. Sodoende word vooruitskattings verkry, met die veronderstelling dat die transisiefaktore konstant bly. In die praktyk is dié faktore natuurlik nie konstant nie. Slegs in 'n gevestigde stelsel van verpligte onderwys bly hulle benaderd konstant, maar selfs dan is hulle onderhewig aan fluktuasies as gevolg van beleidsbeslissings. As bepaalde tendense in die waardes van die transisiefaktore gevind word, kan dié tendense ook in die model geïnkorporeer word.

6.2.4 Berekening van transisiefaktore

Hiermee is 'n GPS-model teoreties voltooi. Vir praktiese toepassing moet die waardes van al die betrokke transisiefaktore bekend wees. Soos reeds genoem, word sommige beraam en die ander deur herhaalde benaderingsmetodes bereken. Die ideaal sou wees om, deur blote bestandgetalle in berekening te bring, 'n komper met al die nodige transisiefaktore vorendag te laat kom. Met proefnemings is egter vasgestel dat onrealistiese waardes, wat wel by die gegewens pas, soms verskyn. Dit het byvoorbeeld by regressie-analises gebeur dat bevorderingsfaktore groter as één of negatiewe herhalingsfaktore voorkom. Om onrealistiese verhoudings uit te skakel, word min of meer realistiese ramings van sommige van die faktore by voorbaat saam met die bestandgegewens in die komper "gevoer". Die waardes daarvan word dan herhaaldelik verstel totdat faktore, wat tot 'n bepaalde noukeurigheidsgraad by al die gegewens pas, verkry word. Dié getalle is dan ook realisties.

As eerste benadering word die volgende verlatingsfunksie ingevoer:

$$\left.\begin{aligned} d_j &= 0 \text{ vir } j = 1, 2, \ldots g \\ \text{en} \quad d_j &= 1 - h.k^j \text{ vir } j > g \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Hier is g die standerd tot waar bywoning verpligtend is. Daar word dus aanvaar dat die verlatingsfaktore nul is vir verpligte onderwys, en dat één 'n limietwaarde is vir vrywillige onderwys. Nog twee parameters, h en k, moet beraam of bereken word. Hoewel bloot hipoteties, is empiries gevind dat dié funksie aan sy doel beantwoord. Onthou moet word dat 'n bruikbare model, wat geskik is vir die beskikbare gegewens, ontwikkel word. Die invoering van 'n hipotetiese funksie soos (5) is dus regverdigbaar.

'n Ander kunsgreep wat nodig geblyk het, is die berekening van eerste benaderings vir p_j van bestandgegewens, naamlik uit die verhoudings

$$(S_{t+1,j+1} - E_{t+1,j+1}) / S_{t,j}.$$

Met ander woorde eerste benaderings word verkry deur $r_{j+1} = 0$ te stel in vergelyking (1). Vervolgens word eerste benaderings vir r_j uit vergelykings (3) en (5) bereken. Dan neem 'n iterasieproses oor. Na elke herhaling word die noukeurigheid verhoog deur die toelaatbare fout volgens 'n formule van die tipe

$$c/(x^2 + d)$$

te verklein. Hier gee x die aantal iterasies, en c en d word so gekies dat 'n bepaalde noukeurigheidsgraad bereik kan word.

Sodoende is realistiese, bruikbare transisiefaktore vir verskillende standerds verkry, wat as grondslag vir verdere berekeninge kan dien (kyk 6.2.6 en 6.3.2).

Vir vooruitskattingsdoeleindes is dit vervolgens nodig om tendense in die waardes van die transisiefaktore te bepaal. Vir hierdie doel is krommes van die tipe

$$y = 1 - a.b^{x} \qquad (6)$$

gebruik. Ook hier is 1 'n limietwaarde.

Die waarde van a gee 'n aanduiding van die "wydheid" van die tendens. Klein waardes van a dui op klein fluktuasies en/of feitlike konstantheid. Empiries is gevind dat, as a kleiner as ongeveer 0.1 is, dit voldoende is om bloot die gemiddelde van die betrokke reeks transisiefaktore te bereken en te gebruik. Daar is ook gevind dat, as b merkbaar van 1 verskil, dit tot onrealistiese tendense in die waardes van die transisiefaktore lei. 'n Empiriese grens van 1.025 is vir b se waarde gestel. As dié grens oorskry word, word ook op gemiddeldes teruggeval.

Voorts is dit nodig gevind om die meganies berekende eerste benadering vir p_j vir die eerste sekondêre standerd, waar die druipsyfers skielik vermeerder, te vervang met 'n vooraf beraamde faktor.

Die komperprogram wat ontwikkel is, benodig bestandgegewens vir minstens drie opeenvolgende jare, insluitende getalle afstuderendes. Wanneer gegewens vir m jare ingevoer word, word m - 1 stelle transisiefaktore bereken, asook die waardes van a en b in vergelyking (6). Vervolgens word die nodige faktore ge-ekstrapoleer, en word toekomstige getalle studente in die verskillende studiejare bereken deur herhaaldelik vergelykings (1) en (2) te gebruik.

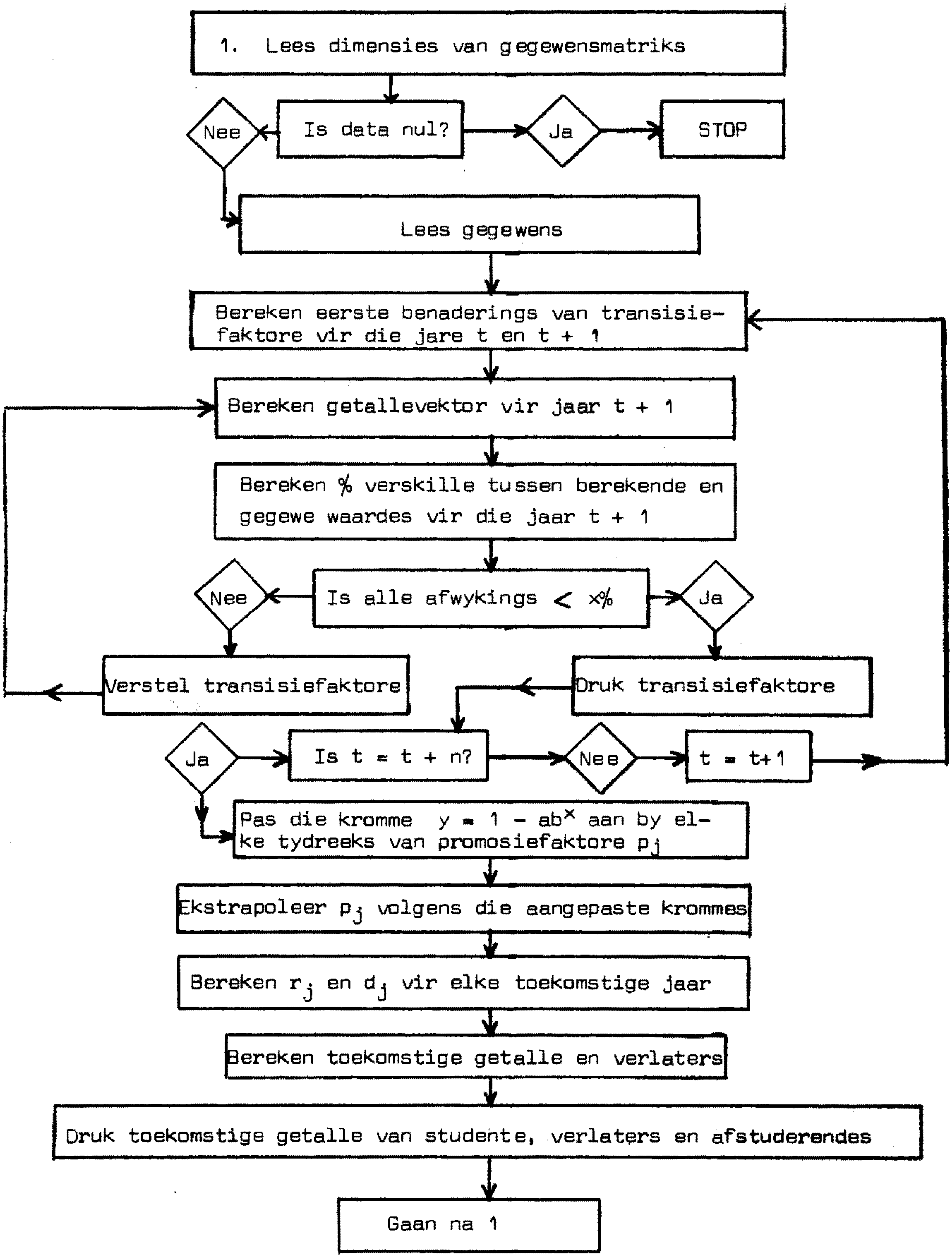
In figuur 6.1 verskyn 'n vereenvoudigde blokdiagram van die komperprogram.

6.2.5 Toepassing

Daar moet op gelet word dat die GPS-model op enige "eenrigting" onderwysstelsel of -sektor toepasbaar is. Primêre onderwys is, wat kronologiese vordering betref, 'n "eenrigtingstraat," afgesien van klein aftakkings na spesiale skole en klasse. Weens 'n gebrek aan gegewens is dié aftakking buite rekening gelaat, maar slegs klein veranderinge aan die model sou nodig wees om die bewegings van leerlinge na en van spesiale klasse en skole ook te inkorporeer.

FIGUUR 6.1

VEREENVOUDIGDE VLOEIDIAGRAM VAN DIE GPS-PROGRAM



As alle gewone en beroepskole saamgegroepeer word, kan voltydse sekondêre onderwys ook as 'n "eenrigtingsproses" beskou word, met eindpunt die slaag van standerd 10. In werklikheid kan alle voltydse sekondêre en tersiêre onderwys as afsonderlike eenrigtingsprosesse beskou word, deur onderlinge bewegings as verlating of toelating onderskeidelik te behandel.

Daar is ook geen beperking op die grootte van die onderwyssektor waarop die GPS-model toegepas kan word nie; dit kan een enkele skool of universiteitsfakulteit wees, of al die onderwysinrigtings in een provinsie, of die hele sekondêre sektor, ens. Die enigste beperking is die beskikbaarheid van gegewens. As een of ander onderwysinstansie byvoorbeeld sy fisiese fasiliteite wil beplan, moet die jaarlikse aantal geboortes en immigrantewins in die betrokke streek vir 'n aantal jare (minstens drie) bepaal word, en die GPS-model sal vooruitskattings lewer.

Dit geld ook vir kolleges en universiteite, behalwe dat die matrikulantetoevoer bepaal moet word, in plaas van geboortes. Dit sal ook raadsaam wees om drie-, vier- en vyfjaarkursusse (ensovoorts) afsonderlik te behandel.

6.2.6 Enige resultate

Die GPS-model is op getalle primêre en sekondêre leerlinge toegepas. Die landstotale vir elke standerd vir die tydperk 1955 - 1967 is in berekening gebring, private skole ingesluit. Gegewens vir 1965 en 1966 is nie beskikbaar nie. Vir dié twee jare is beraamde getalle gebruik en vooruitskattings tot 1990 is gemaak. Hierdie projeksies lê veelal tussen die hoë en lae ekstrapolasies wat met krommepassing verkry is.

In tabelle 6.1 en 6.2 verskyn vooruitskattings vir Blanke leerlinge vir 1970, 1975, 1980, 1985 en 1990 (Junie van elke jaar).

Die transisiefaktore vir primêre standerds bly ongeveer konstant, en in sekondêre standerds is daar merkbare verskille tussen seuns en meisies.

Daar moet andermaal beklemtoon word dat al die betrokke faktore berekende waardes verteenwoordig, weens die gebrek aan gegewens. Die getalle in tabelle 6.1 en 6.2 is dus slegs by benadering 'n weergawe van die werklikheid. Die aangegewe parameters is in elk geval van die regte grootte-orde, sovér vasgestel kan word.

Dit sou ook wenslik wees om die hele sekondêre skoolbevolking te betrek, maar slegs die nie-beroepskole se gegewens is geredelik bekombaar. Tot onlangs het heelwat beroepskole onder tegniese kolleges geressorteer, en in statistieke van laasgenoemde is voorheen nie tussen volksgroepe onderskei nie. Daar is in die verlede ook nie tussen voltydse en deeltydse matrikulante onderskei nie.

Met individuele vloeigegewens beskikbaar (kyk 8.2), sal realistiese ramings met veel groter sekerheid gemaak kan word.

Die getalle verlaters in tabelle 6.1 en 6.2 (teenoor b) verteenwoordig blote meganiese berekeninge, en gee 'n aanduiding van die omvang van skoolverlating. Baie van dié persone vind wel hul weg na beroepskole – geen gegewens is egter beskikbaar nie.

Soortgelyke berekeninge is vir nie-Blankes gemaak, maar met gegewens in die meeste gevalle slegs tot 1964 beskikbaar, is die vooruitskattings des te onsekerder en dit word nie hier weergegee nie. Die relatief groot stygings in skoolbywoning op alle vlakke is egter noemenswaardig.

6.2.7 Gevolgtrekkings

Die konstruksie van die GPS-model het sekere leemtes in die beskikbare statistieke beklemtoon. Die belangrikste is die gebrek aan vloeigegewens. Presiese gegewens insake vordering, druiping, herhaling en verlating op alle vlakke en in alle sektore is nodig. Die argumente van onder meer 4.3.2 en 4.4 hoef nie herhaal te word nie. Dit behoort duidelik te wees dat indringende en betekenisvolle ontledings, vooruitskattings en beplannings op landswye sowel as op plaaslike skaal met behulp van vloeigegewens en wiskundige modelle moontlik is.

Vervolgens word 'n Thonstad-Markov-model, wat veral vir generasiestudies geskik is, ontwikkel.

TABEL 6.1

VOORUITSKATTING VAN BLANKE LEERLINGE VOLGENS STANDERD, SEUNS (NIE-BEROEPSKOLE)

Standerd	A	B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totaal	St. 10 geslaagdes
1970 a	40440	38830	38800	38660	38720	39830	37480	38630	37830	30350	21900	15320	416800	12450
b	0	0	0	0	0	0	0	1220	4870	5410	3330	1030		
c	0.952	0.981	0.971	0.971	0.960	0.931	0.973	0.880	0.724	0.701	0.765	0.906		
d	0.048	0.019	0.029	0.029	0.040	0.069	0.027	0.087	0.145	0.114	0.065	0.019		
1975 a	43070	41380	41370	40950	40959	41780	39540	41750	42440	34030	27730	20390	455400	17790
b	0	0	0	0	0	0	0	1370	5310	4990	4930	1470		
c	0.952	0.981	0.971	0.971	0.960	0.931	0.973	0.880	0.734	0.762	0.745	0.906		
d	0.048	0.019	0.029	0.029	0.040	0.069	0.027	0.087	0.140	0.091	0.070	0.019		
1980 a	45700	43930	43950	43530	43570	44470	42110	44400	44620	35440	30810	22320	484800	20030
b	0	0	0	0	0	0	0	1450	5370	4130	6040	1660		
c	0.952	0.981	0.971	0.971	0.960	0.931	0.973	0.880	0.744	0.810	0.723	0.906		
d	0.048	0.019	0.029	0.029	0.040	0.069	0.027	0.087	0.135	0.072	0.076	0.019		
1985 a	48300	46500	46500	46100	46200	47200	44700	47100	47100	37300	34200	24000	515000	21600
b	0	0	0	0	0	0	0	1500	5500	3500	7300	1800		
c	0.952	0.981	0.971	0.971	0.960	0.931	0.973	0.880	0.753	0.848	0.700	0.906		
d	0.048	0.019	0.029	0.029	0.040	0.069	0.027	0.087	0.130	0.058	0.083	0.019		
1990 a	51000	49000	49100	48700	48700	49900	47300	49900	49700	39300	37600	25500	546000	22900
b	0	0	0	0	0	0	0	1600	5600	2900	8700	1900		
c	0.952	0.981	0.971	0.971	0.960	0.931	0.973	0.880	0.762	0.879	0.674	0.906		
d	0.048	0.019	0.029	0.029	0.040	0.069	0.027	0.087	0.125	0.046	0.090	0.019		

a: Aantal leerlinge (Junie)

b: Aantal verlaters (kyk teks)

c: Vorderingsfaktore

d: Herhalingsfaktore

TABEL 6.2

VOORUITSKATTING VAN BLANKE LEERLINGE VOLGENS STANDERD, MEISIES (NIE-BEROEPSKOLE)

Standerd	A	B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totaal	St. 10 geslaagdes
1970 a	42800	40770	41430	40900	41360	42070	38000	38420	35590	32400	25250	17600	436600	14230
b	0	0	0	0	0	0	0	920	2320	4070	4520	1780		
c	0.941	0.978	0.953	0.959	0.946	0.917	0.981	0.908	0.860	0.781	0.732	0.864		
d	0.059	0.022	0.047	0.041	0.054	0.083	0.019	0.067	0.074	0.083	0.074	0.027		
1975 a	45400	43280	43990	43280	43440	44350	41040	42360	41140	39220	33050	24530	486000	20200
b	0	0	0	0	0	0	0	930	2100	4270	6300	2540		
c	0.941	0.978	0.953	0.959	0.946	0.917	0.981	0.919	0.892	0.821	0.732	0.864		
d	0.059	0.022	0.047	0.041	0.054	0.083	0.019	0.058	0.057	0.068	0.074	0.027		
1980 a	48000	45780	46560	45840	46030	47020	43530	44570	42970	41370	37700	27930	517300	23790
b	0	0	0	0	0	0	0	860	1690	3710	7170	2990		
c	0.941	0.978	0.953	0.959	0.946	0.917	0.981	0.929	0.917	0.853	0.732	0.864		
d	0.059	0.022	0.047	0.041	0.054	0.083	0.019	0.051	0.044	0.056	0.074	0.027		
1985 a	50600	48300	49100	43400	48600	49700	46000	46800	45100	43900	41300	30600	549000	26100
b	0	0	0	0	0	0	0	700	1400	3200	7900	3300		
c	0.941	0.978	0.953	0.959	0.946	0.917	0.981	0.938	0.936	0.880	0.732	0.846		
d	0.059	0.022	0.047	0.041	0.054	0.083	0.019	0.045	0.034	0.046	0.074	0.027		
1990 a	53200	50800	51700	50900	51200	52400	48500	49100	47300	46400	44700	33300	580000	28400
b	0	0	0	0	0	0	0	700	1100	2800	8500	3600		
c	0.941	0.978	0.953	0.959	0.946	0.917	0.981	0.946	0.951	0.902	0.732	0.864		
d	0.059	0.022	0.047	0.041	0.054	0.083	0.019	0.039	0.026	0.037	0.074	0.027		

a: Aantal leerlinge (Junie)

b: Aantal verlaters (kyk teks)

c: Vorderingsfaktore

d: Herhalingsfaktore

6.3 'N THONSTAD-MARKOV-MODEL

6.3.1 Teorie

Die modelle wat Thonstad in O1.3 (bl. 126 - 135) en T3 (bl. 26 en verder) beskryf, is gebaseer op die teorie van eindige, absorberende Markov-kettings (kyk D3 en K3). Die transisiematriks wat in 6.2.3 bespreek word, is ook soortgelyk aan die basiese Markov-matriks met r absorberende en s nie-absorberende toestande.

Die standaardvorm van laasgenoemde is

$$T = \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & Q \end{array}\right] \qquad (7)$$

Hierin is I 'n rxr eenheidsmatriks:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(r rye en r kolomme)}$$

0 in (7) is 'n r x s nulmatiks en Q is 'n s x s vierkantmatriks wat al die oorgange tussen die s nie-absorberende toestande bevat. Die elemente van R is die transisiewaarskynlikhede van die s nie-absorberende na die r absorberende toestande. Soos die naam aandui, is 'n absorberende toestand 'n toestand waar die waarskynlikheid om dit te verlaat, nul is. In die geval van 'n onderwysstelsel is afstudering vanuit die finale jaar 'n absorberende toestand vanwaar daar geen terugkeer na 'n laer standerd is nie. Verlating sonder 'n eindsertifikaat is ook by benadering 'n absorberende toestand; die waarskynlikheid van terugkeer is prakties nul. Nie-absorberende toestande kan skoolaktiwiteite, -sektore of -selle genoem word.

Daar kan bewys word dat T^2 van die vorm

$$T^2 = \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline S & Q^2 \end{array}\right]$$

is. Dit gee die waarskynlikheid om in die verskillende toestande na twee transisies (d.w.s. na die verloop van twee periodes) te wees. Met ander woorde, as matriks T vir 'n tweede keer op die aanvanklike vektor van bestandgetalle inwerk, word die verspreiding van die oorspronklike studentegenerasie na twee jaar verkry.

In die algemeen geld dat

$$T^n = \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline U & Q^n \end{array}\right] \qquad (8)$$

Dit is nou nodig om matrikse R, Q en Q^n van nader te beskou.

Die elemente van R en Q is transisiewaarskynlikhede; hulle is nie-negatief en kleiner as 1. (Hierbo is van transisiefaktore gepraat; dit is 'n statistiese uitdrukking wat geldig is as met groot getalle individue gewerk word. Daarenteë het transisiewaarskynlikhede betrekking op die waarskynlike toekoms van individue.) Verder neig elke element van Q^n na nul as n groot word. Vir $-1 < x < 1$ bestaan die bekende algebraïese identiteit:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = (1 - x)^{-1}.$$

'n Soortgelyke identiteit geld vir matrikse:

$$I + Q + Q^2 + \ldots = (I - Q)^{-1} .$$

(a) Die matriks

$$W = (I - Q)^{-1} \qquad (9)$$

word die fundamentele matriks vir hierdie Markov-ketting genoem. In die geval van 'n onderwyssektor gee die elemente w_{ij} van W die gemiddelde tyd wat in elke skoolaktiwiteit j deurgebring sal word deur diegene wat aanvanklik in skoolaktiwiteit i is (kyk 01.3, bl. 130 - 133).

(b) 'n Ander eienskap van W is dat sy rysomme die gemiddelde oorblywende "skoollewensverwagting" gee vir persone wat nou in skoolaktiwiteit i is.

Drie verdere nuttige resultate kan van R en Q verkry word (loc. cit.):

(c) Die proporsie van die leerlinge wat aanvanklik aan die begin van skoolaktiwiteit i is, en wat <u>presies t jaar later</u> op vlak f sal afstudeer, is element (i,f) van die produkmatriks $Q^{t-1}R$.

(d) Die proporsie van die leerlinge wat aanvanklik aan die begin van skoolaktiwiteit i is, en wat <u>binne n jaar</u> op vlak f sal afstudeer, word gevind deur elemente (i,f) in (c) vir t = 1,2,3, ...,n te sommeer.

(e) Die proporsie van die leerlinge wat aanvanklik aan die begin van skoolaktiwiteit i is, en wat <u>uiteindelik</u> op vlak f sal afstudeer, word gegee deur elemente (i,f) van die produkmatriks WR.

Al die voorafgaande beteken dat die verskillende "paaie" van die lede van een generasie studente deur die sektor nagegaan kan word, as aangeneem word dat die transisiewaarskynlikhede konstant bly. Slegs in die geval van verpligte onderwys is die oorgangsfaktore by benadering konstant. Dit is egter 'n eenvoudige saak om byvoorbeeld additiewe of multiplikatiewe inkremente in die waardes van die transisies in berekening te bring, as sulke inkremente bepaal kan word.

Bostaande Thonstad-Markov-model is 'n nuttige instrument vir bestudering van die gevolge van die voortsetting of wysiging (deur beleidsbeslissings) van aanvanklike waardes van die transisiefaktore.

Daarbenewens kan getalle studente vooruitgeskat word deur enige van bogenoemde matrikse ((7) tot (e)) met die bestandgegewens in 'n aanvangsjaar te vermenigvuldig. Voorbeelde word in 6.3.3 gegee.

6.3.2 <u>Berekening</u>

In gevalle waar die GPS-model taamlik konstante transisiefaktore lewer, kan gemiddeldes vir generasie-vooruitskattings gebruik word. 'n Komperprogram is ontwikkel om magte van die transisiematriks Q te bereken; ook produkte van hierdie magte en R; die fundamentele matriks W, en die produk WR. Sommige insiggewende resultate is vir die eerste keer vir die Suid-Afrikaanse onderwysstelsel verkry. Hier is dus 'n nuttige en kragtige hulpmiddel vir onderwysbeplanning en -navorsing. Die langtermyn gevolge van veranderinge in sekere parameters kan geredelik bestudeer word.

Die aangepaste Thonstad-Markov-model lewer waarskynlikheidsmatrikse van verwagte afstudering of verlating van studente in enige studiejaar in die betrokke onderwyssektor. Daarbenewens kan die vordering van enige generasie studente deur enige onderwyssektor bestudeer word, mits 'n sekere minimum gegewens insake die nodige oorgangswaarskynlikhede beskikbaar is. Die voortgang na uiteindelike afstudering of verlating op enige stadium, kan nagegaan word.

In figuur 6.2 verskyn 'n vereenvoudigde blokdiagram van die komperprogram wat ontwikkel is.

6.3.3 'n Paar resultate

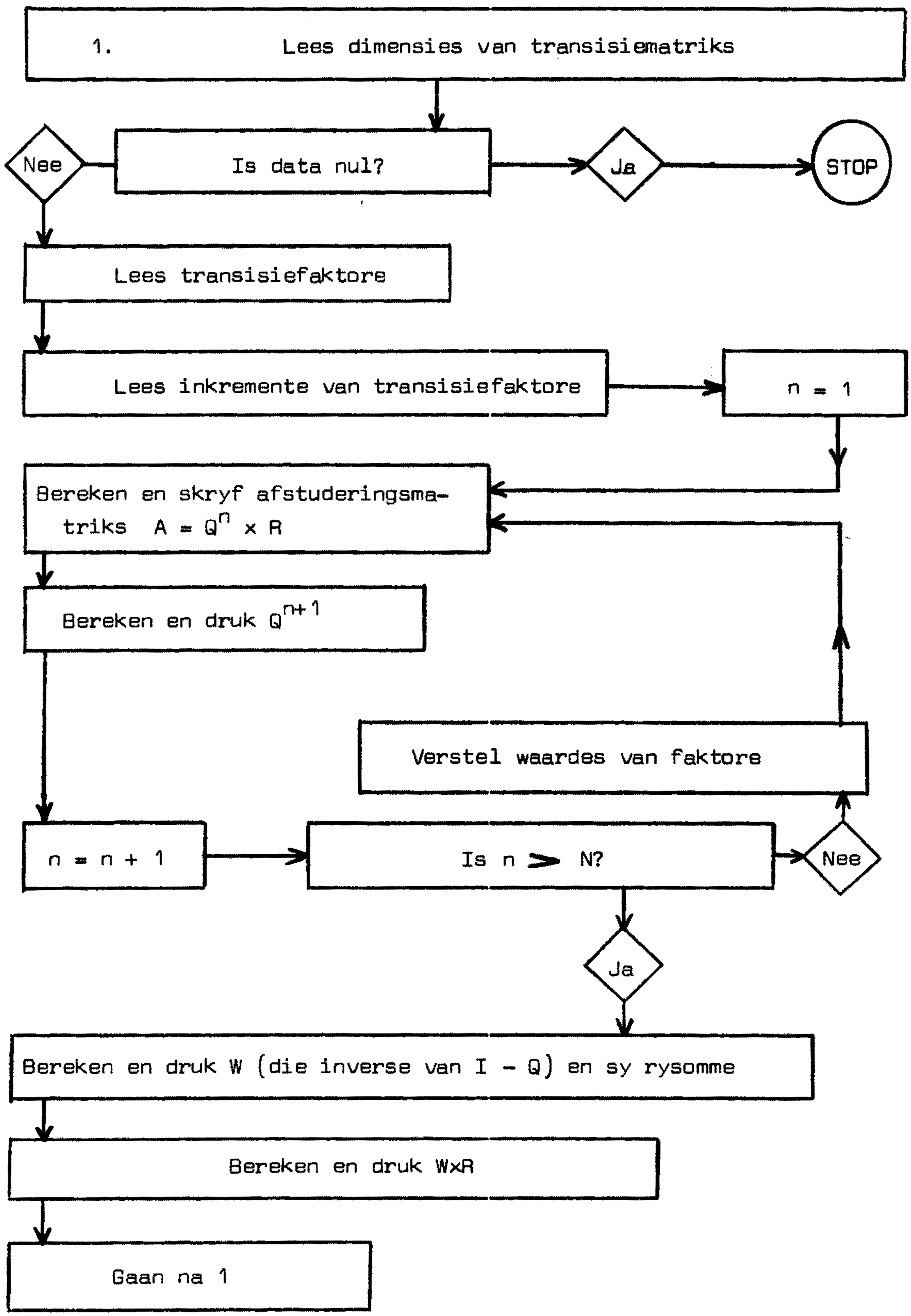
Die transisiefaktore wat die GPS-program vir 1967/68 bereken het, is volgens die Thonstad-Markov-model verwerk, vir Blanke seuns en meisies in nie-beroepskole. Die aanvangsmatrikse verskyn in tabel 6.3. Elk is 'n 12 x 15 matriks wat die 12 skooljare en drie "absorberende toestande" bevat, naamlik matrikulasie (vrystelling), 'n gewone skooleindsertifikaat, en verlating sonder een van voorgenoemde twee. Die verkreë waardes is realisties, maar nie noodwendig korrek nie, vanweë die metode van berekening en gebrek aan gegewens.

Die groot aantal nulle in die twee matrikse dui ontoelaatbare oorgange aan, byvoorbeeld van die sewende skooljaar (links) na die vierde (bo). Die non-zero elemente verteenwoordig natuurlik werklike oorgange van 1967 (links) na 1968 (bo). Let op dat die som van die faktore in elke ry 1 is. Verlating vanuit primêre standerds is gelyk aan nul gestel, want spesiale klasse en skole word nie in aanmerking geneem nie.

Daar word ook geen voorsiening gemaak vir nuwelinge of terugkeer van die "buitewêreld" nie, want die bedoeling is om die waarskynlike toekomstige verspreiding van 'n enkele jaargenerasie van leerlinge te bepaal, naamlik die 1967-generasie.

FIGUUR 6.2

VEREENVOUDIGDE BLOKDIAGRAM VAN DIE TM-PROGRAM



TABEL 6.3

TRANSISIEMATRIKSE VIR NIE-BEROEPSKOLE

SEUNS

Skooljaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Matrikulasie	Skooleind	Verlating
1	0.058	0.942	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.029	0.971	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.039	0.961	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.039	0.961	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.050	0.950	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.065	0.935	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.018	0.982	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.084	0.884	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.032
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.140	0.733	0.0	0.0	0.0	0.0	0.127
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.127	0.666	0.0	0.0	0.0	0.207
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.065	0.765	0.0	0.0	0.170
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.030	0.356	0.470	0.144

MEISIES

1	0.069	0.931	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.032	0.968	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.057	0.943	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.051	0.949	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.064	0.936	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.088	0.912	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.019	0.981	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.069	0.905	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.026
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.076	0.856	0.0	0.0	0.0	0.0	0.069
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.094	0.754	0.0	0.0	0.0	0.153
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.076	0.725	0.0	0.0	0.199
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.040	0.260	0.510	0.190

Die vierkantige 12x12 gedeeltes van die matrikse stem ooreen met Q soos in die teorie hierbo bespreek, en die 12x3 deelmatrikse (heel regs) is absorpsiematrikse R.

Magte van Q en hul produkte met R is bereken, asook die fundamentele matriks W en die produk WR. Sommige van hierdie produkte word vervolgens bespreek.

TABEL 6.4

AFSTUDERINGSMATRIKS QR NA TWEE JAAR, SEUNS

Skooljaar	M (matrikulasie)	S (skooleind)	V (verlating)
1-6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.031
8	0.0	0.0	0.115
9	0.0	0.0	0.169
10	0.0	0.0	0.140
11	0.272	0.360	0.121
12	0.011	0.014	0.004

Die breuk 0.272 wat teenoor skooljaar 11 staan (kolom M), beteken dat 27.2% van die seuns wat in 1967 in st. 9 was, teen die einde van 1968 (of begin 1969) waarskynlik st. 10 met vrystelling sou slaag. Die 0.360 daarnaas (kolom S), beteken dat 36% van hulle waarskynlik 'n gewone skooleindsertifikaat sou behaal, en die 0.121 in kolom V beteken dat 12.1% van hulle waarskynlik die skool sou verlaat sonder om st. 10 te slaag. Die som van hierdie faktore is nie 1 nie, want hierdie matriks weerspieël die waarskynlike afstudering na presies twee jaar. Met ander woorde, slegs diegene wat presies twee jaar later die skool verlaat, word verantwoord.

Die breuke teenoor skooljaar 12 het betrekking op die seuns wat in 1967 in st. 10 was, en einde van 1968 eers slaag of die skool verlaat.

Volgens die getalle in die V-kolom, is die waarskynlikheid om na presies twee jaar die skool te verlaat, in standerd 7 (neënde skooljaar) die grootste. Die 0.169 in die V-kolom beteken dat 16.9% van die leerlinge wat in 1967 in st. 7 was, waarskynlik in 1968 die skool sou verlaat, òf uit st. 7, òf uit st. 8 (vergelyk wat in 6.2.2 oor verlating gesê word).

TABEL 6.6

TRANSISIEMATRIKS Q TOT DIE MAG 2

SEUNS

Skooljaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.003	0.082	0.914	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.001	0.067	0.933	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.002	0.075	0.923	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.002	0.086	0.913	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.002	0.109	0.889	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.004	0.078	0.918	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0003	0.101	0.868	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.007	0.198	0.648	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.019	0.194	0.491	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.014	0.119	0.521
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.005	0.076
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.001

MEISIES

Skooljaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.005	0.094	0.902	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.001	0.086	0.913	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.003	0.102	0.985	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.003	0.109	0.889	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.004	0.143	0.853	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.008	0.098	0.894	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0004	0.087	0.887	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.005	0.130	0.776	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.005	0.139	0.651	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.008	0.122	0.553
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.006	0.084
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.002

Matriks QR vir meisies verskyn in tabel 6.5. Soortgelyke opmerkings soos vir seuns kan gemaak word.

TABEL 6.5

AFSTUDERINGSMATRIKS QR NA TWEE JAAR, MEISIES

Skooljaar	M (matrikulasie)	S (skooleind)	V (verlating)
1-6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.026
8	0.0	0.0	0.064
9	0.0	0.0	0.136
10	0.0	0.0	0.165
11	0.188	0.370	0.153
12	0.010	0.020	0.008

Die matriks Q^2 (tabel 6.6) weerspieël die waarskynlike verspreiding van die 1967-generasie in 1969, net soos Q (tabel 6.3) die verspreiding in 1968 aandui. Met ander woorde, die skooljare wat links in tabel 6.6 aangedui word, het betrekking op 1967, die dié bo-aan die tabel, op 1969. As gevolg van die moontlikheid van dubbele herhaling, is die oorspronklike generasie nou oor drie skooljare versprei, met die meerderheid in die hoogste standerd. Die dubbele herhalingsfaktore (die getalle in die hoofdiagonaal) is weglaatbaar klein, veral in die primêre standerds, en deur beleidsbepalings kan dit wel nul wees.

Aangesien geen skoolverlating voor st. 5 verwag word nie, is die som van die eerste ses rye elk 1.

In tabel 6.6 is die meeste van die herhalingsfaktore vir meisies groter as dié vir seuns, soos ook in tabel 6.3. Dit is waarskynlik nie realisties nie, en moet toegeskryf word aan gebrekkige gegewens in die eerste plek; die klein aanvanklike verskille word deur magsverheffing vergroot.

Dit is nie nodig om al die magte van Q en produkte met R hier weer te gee nie. Die elfde mag en die afstuderingsmatriks na twaalf jaar is egter belangrik. Dan bereik diegene wat in 1967 vir die eerste keer skooltoe is, die laaste skooljaar. In tabel 6.7 word die waarskynlike verspreding van die 1967-generasie in 1978 gegee, slegs vir dié wat dan nog op skool sal wees. Dit is opmerklik dat die non-zero elemente slegs in die regterkantse boonste hoek van Q^{11} verskyn; hoe hoër die mag, hoe meer elemente word nul. Dit is natuurlik te verwagte, want al hoe minder persone van die oorspronklike generasie is dan nog op skool.

TABEL 6.7

TRANSISIEMATRIKS Q TOT DIE MAG ELF

Skooljaar	1-7	8	9	10	11	12
SEUNS						
1	0	0.001	0.023	0.112	0.222	0.252
2	0	0	0.003	0.025	0.076	0.174
3	0	0	0	0.005	0.018	0.059
4	0	0	0	0	0.003	0.013
5	0	0	0	0	0	0.002
6-12	0	0	0	0	0	0
MEISIES						
1	0	0.002	0.020	0.107	0.267	0.296
2	0	0	0.002	0.020	0.084	0.197
3	0	0	0	0.003	0.018	0.062
4	0	0	0	0	0.002	0.011
5	0	0	0	0	0	0.001
6-12	0	0	0	0	0	0

Volgens tabel 6.7 sal een kwart van die seuns wat in 1967 met hul skoolloopbaan begin het, in 1978 waarskynlik in st. 10 wees, 22% van hulle sal in st. 9 wees, 11% in st. 8, en 2% in st. 7. Vir die meisies is die ooreenstemmende getalle 30%, 27%, 11% en 2%. Die getalle teenoor die tweede skooljaar gee die waarskynlike verspreiding in 1978 van diegene wat in 1967 in substanderd B of graad II was, net so vir die ander rye.

Daar moet beklemtoon word dat bostaande tabelle blote statistiese waarskynlikhede weergee, wiskundig afgelei van die berekende 1967/68-transisies. Dié waarskynlikhede is slegs realisties as die 1967/68-transisies realisties is en as geen noemenswaardige beleidsveranderinge intussen van krag word nie. Die onderhawige vooruitskattingsmetode is egter kragtig en insiggewend, en dit kan met vertroue op enige onderwyssektor toegepas word, mits voldoende gegewens beskikbaar is.

TABEL 6.8

AFSTUDERINGSMATRIKS NA TWAALF JAAR

Skooljaar	SEUNS			MEISIES		
	Vrystelling	Skooleind	Verlating	Vrystelling	Skooleind	Verlating
1	0.090	0.118	0.100	0.077	0.151	0.127
2	0.062	0.082	0.044	0.051	0.101	0.057
3	0.021	0.028	0.013	0.016	0.032	0.016
4	0.005	0.006	0.003	0.003	0.006	0.003
5	0	0.001	0	0	0.001	0
6-12	0	0	0	0	0	0

Die matrikse in tabel 6.8 gee die afstudering aan die einde van 1978 in die drie kategorieë: met Matrikulasie-vrystelling, met 'n skooleindsertifikaat, en verlating sonder een van die twee. Volgens tabel 6.8 sal 9% van die seuns wat in 1967 met hul skoolloopbaan begin het, waarskynlik in 1978 matrikuleer, 12% van hulle sal dan 'n gewone skooleindsertifikaat behaal, en 10% van hulle sal in 1978 die skool verlaat, vanuit enige standerd. Die ooreenstemmende getalle in die tweede ry dui op diegene wat een skooljaar herhaal en ook in 1978 afstudeer of die skool verlaat. Die getalle in die derde ry is die waarskynlike afstudering in 1978 van diegene wat in 1967 in st. 1 was, ensovoorts. Daar is geen gegewens beskikbaar om vas te stel of dié berekende faktore realisties is of nie. Vir beplanningsdoeleindes is dit egter nodig om die werklike omvang van herhaling van skooljare te weet, want dit het 'n besliste invloed op die grootte van die skoolpopulasie, en op die "produksie" van die skoolstelsel.

Die fundamentele matriks,

$$W = (I - Q)^{-1}$$

vir seuns word in tabel 6.9 gegee, en vir meisies in tabel 6.10. Die elemente van W is die gemiddelde aantal jare wat diegene wat in 1967 in die links-aangeduide standerds was, kan verwag om in elke standerd deur te bring. Die getalle in die totaalkolom is die totale "skoollewensverwagting".

TABEL 6.9

DIE FUNDAMENTELE MATRIKS **W** EN SY RYSOMME, SEUNS

Skooljaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Totaal
1	1.062	1.030	1.041	1.041	1.052	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	11.514
2	0.0	1.030	1.041	1.041	1.052	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	10.452
3	0.0	0.0	1.041	1.041	1.052	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	9.422
4	0.0	0.0	0.0	1.041	1.052	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	8.381
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1.052	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	7.340
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.070	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	6.288
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.018	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	5.218
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.081	1.019	0.695	0.838	0.567	4.200
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.056	0.719	0.868	0.588	3.231
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.830	1.002	0.678	2.510
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.209	0.819	2.028
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.031	1.031

TABEL 6.10

DIE FUNDAMENTELE MATRIKS **W** EN SY RYSOMME, MEISIES

Skooljaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Totaal
1	1.074	1.033	1.061	1.053	1.069	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	11.634
2	0.0	1.033	1.061	1.053	1.069	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	10.560
3	0.0	0.0	1.061	1.053	1.069	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	9.527
4	0.0	0.0	0.0	1.053	1.069	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	8.466
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1.069	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	7.413
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.097	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	6.344
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.020	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	5.247
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.026	0.883	0.823	0.852	0.643	4.227
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.908	0.846	0.875	0.661	3.290
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.902	0.933	0.705	2.540
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.082	0.817	1.899
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.042	1.042

Byvoorbeeld, 'n seun wat aan die begin van 1967 in st. 6 was, kan verwag om nog 4.2 jaar op skool te bly, insluitende die st. 6-jaar (die totaal teenoor die agste skooljaar). Hy kan verwag om 1.08 jaar in st. 6 deur te bring, 1.02 jaar in st. 7, 0.70 jaar in st. 8, 0.84 jaar in st. 9, en 0.57 jaar in st. 10. Dié getalle verteenwoordig natuurlik gemiddeldes vir die hele betrokke populasie, en gee 'n aanduiding van die waarskynlikhede van herhaling en verlating.

Die algehele "skoollewensverwagting" van die beginnerseun is 11.5 jaar, en vir die beginnermeisie 11.6 jaar (die boonste getalle in die onderskeidelike totaalkolomme).

Ten slotte word die uiteindelike afstuderingsmatrikse in tabel 6.11 gegee. Die elemente van die produkmatriks WR is die waarskynlikhede dat persone wat in 1967 in die links-aangeduide skooljare was, uiteindelik, vroeër of later, met of sonder 'n matrikulasie- of skooleindsertifikaat die skool sal verlaat. Volgens tabel 6.11 sal 20% van die seuns wat in 1967 in enige van die eerste agt skooljare was, waarskynlik uiteindelik met vrystelling matrikuleer, en 17% van die meisies. 'n Gewone skooleindsertifikaat sal waarskynlik deur 27% van die seuns en 33% van die meisies behaal word, en meer as die helfte van hulle sal nie st. 10 slaag nie. Hierdie waarskynlikhede het natuurlik net op voltydse onderwys in nie-beroepskole betrekking. Die getalle in die verlatingkolomme neem af van bo na onder, en die ander neem toe. Met ander woorde, as iemand reeds in 'n sekondêre standerd is, neem die kans toe dat hy wel st. 10 sal slaag. Dit stem ooreen met die praktiese verwagting.

TABEL 6.11

DIE UITEINDELIKE AFSTUDERINGSMATRIKS, WR

Skooljaar	SEUNS			MEISIES		
	Vrystelling	Skooleind	Verlating	Vrystelling	Skooleind	Verlating
1-8	0.202	0.267	0.531	0.167	0.328	0.505
9	0.209	0.276	0.515	0.172	0.337	0.491
10	0.241	0.319	0.440	0.183	0.360	0.457
11	0.291	0.385	0.324	0.212	0.417	0.371
12	0.367	0.485	0.148	0.271	0.531	0.198

Vir seuns is die waarskynlikhede van matrikulasie met vrystelling volgens tabel 6.11 groter as vir dogters, terwyl relatief meer van laasgenoemde weer 'n gewone skooleindsertifikaat kan behaal. Dit kom ook ooreen met waargenome tendense.

Die rytotale in tabel 6.22 is 1, want alle leerlinge word verantwoord.

6.3.4 Gevolgtrekkings

Met behulp van die Thonstad-Markov-model kan die waarskynlike verspreiding van bepaalde studentegenerasies in toekomstige jare bereken word. Dit is dus 'n nuttige beplanningshulpmiddel. Die gevolge van beleidsbeslissings insake herhaling en verlating byvoorbeeld, kan ook bestudeer word. Dit behoort duidelik te wees dat dié model op talle maniere gebruik kan word. Volledige eksploitasie van die moontlikhede sou 'n span navorsers en beplanners lank kan besig hou. Veral in die geval van die snel groeiende onderwysstelsels vir nie-Blankes sal beplanners moontlike toekomstige ontwikkelinge op insiggewende wyse kan bestudeer.

6.4 'N OMVATTENDE MODEL

6.4.1 Beperkings

In 'n poging om 'n oorsigtelike model van die Suid-Afrikaanse onderwysstelsel soortgelyk aan die Britse model (kyk 5.5) te konstrueer, is teen 'n groot tekort aan gegewens gestuit. Geen vloeidata is beskikbaar nie, en vir sommige sektore is die jongste gegewens dié van die 1960-sensus. Wat voorgraadse en diplomastudente betref, word in die amptelike statistieke nie volgens geslag en studiejaar gedifferensieer nie, maar slegs volgens studierigting. Vir die oorsigtelike model word dus slegs tussen voor- en nagraadse studente en studentonderwysers onderskei. Ook kan onderwysers en dosente nie volgens geslag onderskei word nie.

Aangesien daar aansienlike verskille tussen die twee geslagte is wat onderwys- en mannekragbewegings betref, beteken dit dat die onderhawige komprehensiewe model slegs 'n gemiddelde beeld kan gee. Die model is nogtans ontwikkel, juis om die leemtes te ontbloot, en met die oog op die moontlikheid dat voldoende gegewens mettertyd beskikbaar sal wees.

Om al die nodige transisiefaktore te beraam of te raai, is 'n groot taak. Een moontlike wyse vir die aanpakking van die taak is om die waarskynlike "roete" van persone van sel tot sel na te gaan en dan die GPS-model op elke afsonderlike roete toe te pas. Andersins kan met "raaimings" volstaan word.

Die beste waarvoor in hierdie stadium gehoop kan word, is dat 'n nie te onnoukeurige beskrywing van die werklike toedrag van sake verkry word. Die verkreë resultate word hieronder aangebied as 'n eerste poging in die rigting van 'n werklik komprehensiewe model, en om aan te dui hoe hierdie beplanningshulpmiddel wel ontwikkel kan word.

6.4.2 Beskrywing

Dertig verskillende aktiwiteite, sektore of selle kon uit die 1960-gegewens onderskei word, hoewel sommige nogtans op ramings berus (veral sektore 3, 18 tot 23 en 29; kyk tabel 6.12). Slegs voltydse aktiwiteite is in aanmerking geneem. In tabel 6.12 verskyn ook bestammingslyste. Dié lyste dui die moontlike bewegings vanuit elke sektor aan.

Teoreties moet altesaam 900 (= 30 x 30) transisiefaktore bepaal word, maar gelukkig is meer as die helfte daarvan nul. Ander is weer so klein dat hulle prakties as nul geneem kan word. Daar bly dan nog meer as 250 faktore oor wat gevind of beraam moet word.

Soos voorheen, word oorgange tussen twee opeenvolgende, jaarlikse "sensusdatums" beskou.

Weens ontoereikende gegewens word ouderdomme nie in berekening gebring nie, soos wel in die Britse model die geval is (kyk 5.5). Waar laasgenoemde van oorspronglyste gebruik maak, is hier gevind dat bestemmingslyste 'n korter maksimum lengte het, en dus die beskikbare komperkapasiteit meer ekonomies benut.

Nadat al die transisiefaktore beraam is, is die volgende stap om die 30 x 30 transisiematriks met die bestandvektor (30 getalle) vir die basisjaar te vermenigvuldig. Dit lewer 'n bestandvektor vir die volgende jaar. Deur die prosedure te herhaal, word vooruitskattings per jaar verkry.

TABEL 6.12

DERTIG BEVOLKINGSEKTORE

Nommer	Sektor	Bestemmingslys; d.w.s. oorgange is moontlik van hierdie sektor na die volgende:
1	Geboorte	3,30
2	Immigrasie	3-5, 8-10, 13, 14, 20-23, 28-30
3	Voorskoolse kinders	3-7, 30
4	Openbare primêre skole	4-10, 18, 19, 30
5	Private primêre skole	4-10, 18, 19, 30
6	Spesiale skole	4-6, 8-11, 18, 19, 29, 30
7	Spesiale klasse	4-11, 18, 19, 29, 30
8	Openbare sekondêre skole	6-14, 16, 19-21, 29, 30
9	Private sekondêre skole	6-14, 16, 19-21, 29, 30
10	Beroepskole	7-14, 20, 21, 29, 30
11	Tegniese kolleges	11-14, 20-22, 29, 30
12	Onderwyskolleges	11-14, 16, 21, 22, 24, 27, 29, 30
13	Universiteite: diplomakursusse	11-14, 16, 21, 22, 24, 29, 30
14	Universiteite: voorgraads	11-17, 23, 25, 29, 30
15	Universiteite: nagraads	15, 17, 23, 25-30
16	Universiteite: onderwysersopleiding (nie-graad)	11-14, 16, 22, 24, 29, 30
17	Universiteite: nagraadse onderwysers-opleiding	15, 17, 23, 25, 27-30
18	Ongeskoolde werkers	6, 10, 18, 29, 30
19	Halfgeskoolde werkers	10, 19, 29, 30
20	Geskoolde werkers	10-14, 16, 20, 29, 30
21	Hoogsgeskoolde werkers	11-14, 16, 21, 29, 30
22	Hoëvlakmannekrag, nie gegradueerd, onderwysers uitgesluit	12, 14, 16, 22, 24, 26, 29, 30
23	Gegradueerdes, onderwysers uitgesluit	15, 17, 23, 25, 26, 28, 29, 30
24	Nie-gegradueerde onderwysers	12-14, 22, 24, 27, 29, 30
25	Gegradueerde onderwysers	17, 23, 25, 27, 28, 29, 30
26	Dosente, tegniese kolleges	22, 23, 25, 26, 28-30
27	Dosente, onderwyskolleges	27-30
28	Dosente, universiteite	23, 28-30
29	Nie-ekonomies-bedrywige volwassenes	18-25, 29, 30
30	Emigrasie, dood	30

Hierdie transisiematriks kan ook volgens die Thonstad-Markov-prosedure verwerk word. Sektor 30 is dan 'n absorberende toestand, en daar is 29 nie-absorberende toestande, insluitende twee bronne, geboorte en immigrasie.

Die beraamde transisiefaktore vir 1960/61 word in tabel 6.13 gegee. Let daarop dat die som van die elemente van elke ry 1 is, want elke persoon wat in 'n gegewe jaar in 'n sekere sektor is, moet die volgende jaar verantwoord word. Daar word andermaal beklemtoon dat baie van die transisiefaktore se waardes geraai is. Dit lewer in elk geval 'n prakties bruikbare skema, wat, soos meer inligting beskikbaar word, uiteindelik 'n juister model van die werklikheid kan wees.

6.4.3 Enkele resultate: Blanke bevolking van Suid-Afrika

Die vooruitskattings van die Blanke bevolking wat in tabel 6.14 verskyn, is van die ramings in tabel 6.13 verkry met 1960 as basisjaar. Die getalle 1 tot 30 verwys na die 30 sektore in tabel 6.12. Die getalle in sektore 1 en 2 is afsonderlik beraam, synde die "toevoer" na die ander sektore.

By gebrek aan gegewens word die transisiefaktore konstant gehou, sodat sommige van die vooruitskattings klaarblyklik te groot is en ander weer onrealisties klein. Maar, soos reeds gesê, dit word aangebied as 'n eerste poging om 'n oorsigtelike beeld van mannekragbewegings tussen ekonomiese en onderwyssektore daar te stel. Dit sal hopelik eendag moontlik wees om noukeuriger te werk te gaan. Dit skeel nie aan die teorie nie, maar aan gegewens.

TABEL 6.13

TRANSISIEMATRIKS VIR DIE BLANKE BEVOLKING, 1960/61

Sektore	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1. Geboorte	.970	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.030
2. Immigrasie	.130	.126	.012	0	0	.060	.008	.011	0	0	.001	.003	0	0	0	0	0	.280	.050	.056	.006	0	0	0	0	.002	.251	.004
3. Voorskoolse kinders	.825	.158	.0077	.0003	.002	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.007
4. Openbare primêre skole	0	.846	.0046	.0004	.002	.140	.0015	.0015	0	0	0	0	0	0	0	.001	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.002
5. Private primêre skole	0	.049	.8472	.0003	.003	.029	.0655	.002	0	0	0	0	0	0	0	.001	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.002
6. Spesiale skole	0	.086	.063	.680	0	.015	.014	.022	.004	0	0	0	0	0	0	.010	.030	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.073	.003
7. Spesiale klasse	0	.072	.040	.001	.673	.024	.026	.016	.002	0	0	0	0	0	0	.016	.100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.027	.003
8. Openbare sekondêre skole	0	0	0	.0006	.020	.706	.020	.040	.013	.011	.003	.045	0	.0006	0	0	.046	.047	.011	0	0	0	0	0	0	0	.0338	.003
9. Private sekondêre skole	0	0	0	.0005	.007	.031	.674	.033	.009	.008	.002	.082	0	.0005	0	0	.046	.046	.012	0	0	0	0	0	0	0	.046	.003
10. Beroepskole	0	0	0	0	.001	.004	.001	.468	.018	.002	.002	.010	0	0	0	0	0	.196	.239	0	0	0	0	0	0	0	.056	.003
11. Tegniese kolleges	0	0	0	0	0	0	0	0	.450	.001	.001	.008	0	0	0	0	0	.005	.240	.252	0	0	0	0	0	0	.040	.003
12. Onderwyskolleges	0	0	0	0	0	0	0	0	.0005	.668	.002	.009	0	.001	0	0	0	0	.001	.0042	0	.250	0	0	.0013	0	.060	.003
UNIVERSITEITE:																												
13. Diplomakursusse	0	0	0	0	0	0	0	0	.020	.003	.643	.006	0	.0003	0	0	0	0	.001	.2634	0	.0003	0	0	0	0	.060	.003
14. Voorgraads	0	0	0	0	0	0	0	0	.025	.004	.0015	.615	.078	.0002	.038	0	0	0	0	0	.197	0	.001	0	0	0	.0373	.003
15. Nagraads	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.669	0	.0095	0	0	0	0	0	.257	0	.010	.0007	.0013	.0175	.030	.005
16. Onderwysersopleiding (nie-graad)	0	0	0	0	0	0	0	0	.003	.007	.005	.022	0	.630	0	0	0	0	0	.006	0	.227	0	0	0	0	.096	.004
17. Nagraadse onderwysersopleiding	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.003	0	.105	0	0	0	0	0	.046	0	.750	0	.006	.006	.078	.006
18. Ongeskoolde werkers	0	0	0	.0005	0	0	0	.0015	0	0	0	0	0	0	0	.941	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.050	.007
19. Halfgeskoolde werkers	0	0	0	0	0	0	0	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	.972	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.020	.007
20. Geskoolde werkers	0	0	0	0	0	0	0	.0015	.002	.0015	.0015	.0015	0	.0005	0	0	0	.960	0	0	0	0	0	0	0	0	.024	.0075
21. Hoogsgeskoolde werkers	0	0	0	0	0	0	0	0	.001	.002	.001	.001	0	.001	0	0	0	0	.955	0	0	0	0	0	0	0	.032	.007
22. Hoëvlakmannekrag, nie gegradueerd, onderwysers uitgesluit	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.0006	0	.001	0	.001	0	0	0	0	0	.970	0	.0001	0	.001	0	0	.020	.0063
23. Gegradueerdes, onderwysers uitgesluit	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.0007	0	.0002	0	0	0	0	0	.950	0	.0003	.0003	0	.004	.036	.0085
24. Nie-gegradueerde onderwysers	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.001	.0005	.0015	0	0	0	0	0	0	0	.005	0	.892	0	0	.005	0	.085	.010
25. Gegradueerde onderwysers	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.0005	0	0	0	0	0	.004	0	.896	0	.0015	.002	.085	.011
26. Dosente, tegniese kolleges	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.007	.0015	0	.0005	.880	0	.005	.094	.012
27. Dosente, onderwyskolleges	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.940	.003	.047	.010
28. Dosente, universiteite	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.0003	0	0	0	0	.970	.0187	.011
29. Nie-ekonomies-bedrywige volwassenes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.003	.006	.006	.002	.004	.0002	.0006	.0002	0	0	0	.948	.030
30. Emigrasie, dood	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0

TABEL 6.14

VOORUITSKATTING VAN DIE BLANKE BEVOLKING VOLGENS SEKTOR

	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Totaal, Kolomme 3-29
1970	83950	40000	466720	492020	44100	1626	20420	238880	27260	24350	10590	12290	5060	36430	8130	
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	1960	1620	36230	507260	481260	231270	134530	100150	28870	11460	1000	1540	8090	898780	45490	3831900
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1975	87600	40000	490600	524000	46730	1750	22100	256600	29300	26350	11640	13640	5650	39760	9130	
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	2250	1790	43280	539200	552670	255000	164500	123750	33600	13200	1260	2060	10310	997300	50270	4217500
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1980	91000	40000	510000	551200	49200	1860	23500	271600	31060	28040	12580	14840	6200	42650	9940	
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	2520	1930	50100	574800	618000	278800	193900	146000	38030	14830	1550	2580	12760	1101500	55230	4591000
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1985	94000	40000	530000	575800	51600	1960	24800	285000	32700	29600	13400	15900	6700	45200	10600	
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	2780	2050	56800	613000	680500	302400	223400	166700	42200	16300	1850	3080	15400	1211000	60300	4960600
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1990	96700	40000	547700	598400	53800	2050	25900	297100	34200	31000	14200	16900	7190	47500	11300	
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	3040	2200	63400	653100	740300	325700	252700	186000	46200	17700	2140	3560	18100	1323400	65400	5324600

* Die nommers verwys na die sektore in tabel 6.12