Die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van Graad 8 – wiskundeleerders teenoor probleemoplossing en op hul prestasie in wiskunde

SARITA VAN DER LITH

20360754

Verhandeling voorgelê vir die graad Magister Educationis in Wiskunde-onderwys in die Fakulteit Opvoedingswetenskappe aan die Potchefstroom kampus van die Noordwes-Universiteit

Studieleier: **Dr SM Nieuwoudt**

Potchefstroom Mei 2015

It all starts here ™

NORTH-WEST UNIVERSITY
YUNIBESITI YA BOKONE-BOPHIRIMA
NOORDWES-UNIVERSITEIT

ERKENNINGS

My opregte dank word betuig teenoor die volgende persone:

- Allereers my dank aan my Hemelse Vader sonder wie se hulp, krag en genade ek tot niks in staat is nie.
- Doktor Susan Nieuwoudt, my studieleier vir haar inspirerende, doelgerigte, bekwame en praktiese leiding en aanmoediging.
- Mevrou Hettie Sieberhagen vir die taalkundige versorging.
- Professor Faans Steyn, ten tye van die ondersoek verbonde aan die Statistiese Konsultasiediens van die Noordwes-Universitiet se Potchefstroomkampus (PUK), vir sy onmisbare hulp met die verwerking en interpretasie van die data.
- Professor Casper Lessing vir sy hulp ten opsigte van die bronvermelding.
- My kêrel, Leonardus van Niel vir sy aanmoediging, liefde, geduld, jarelange opoffering en ondersteuning.
- My ouers, Sarel en Henriette van der Lith en susters, Cisca en Thania van der Lith. Dankie vir julle aanmoediging, liefde en ondersteuning gedurende my studie. Dankie vir die waardevolle gesprekke met Pa oor die navorsing en vir alles wat ek by Pa geleer het. Dankie vir Ma se emosionele bystand gedurende my studies.
- Ander familielede en vriende vir hulle volgehoue belangstelling, liefde en aansporing.
- Doktor David Makhando van die Gautengse Onderwysdepartement -vir die toestemming tot die ondersoek.
- Die betrokke skoolhoof vir haar toestemming tot die ondersoek, asook die betrokke onderwysers en leerders, wat ongeag hulle besige programme, tyd afgestaan het om aan die ondersoek deel te neem.

H C Sieberhagen — *Translator and Editor*

SATI no 1001489 — *082 3359846*

Hettie.Sieberhagen@nwu.ac.za — *018 29945545*

SERTIFIKAAT VAN TAALVERSORGING

Uitgereik op 08 Desember 2014

Ek verklaar hiermee dat ek die verhandeling

Die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van Graad 8 – wiskundeleerders teenoor probleemoplossing en op hul prestasie in wiskunde

SARITA VAN DER LITH

20360754

Hons BEd

Verhandeling voorgelê vir die graad

MAGISTER EDUCATIONIS

in

Wiskunde-onderwys in die Fakulteit Opvoedingswetenskappe aan die Potchefstroom kampus van die Noordwes-Universiteit

H. Sieberhagen

H C Sieberhagen

1001489 South African Translators' Institute/Suid Afrikaanse Vertalersinstituut

NORTH-WEST UNIVERSITY
YUNIBESITI YA BOKONE-BOPHIRIMA
NOORDWES-UNIVERSITEIT
POTCHEFSTROOMKAMPUS

Privaatsak X6001 Potchefstroom 2520
Tel (018) 299 1111 Faks (018) 299 2799
http://www.puk.ac.za

Statistiese Konsultasiediens
Tel: (018) 299 2017

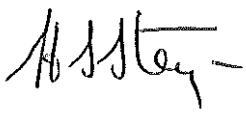
Faks: (018) 299 2557

8 Desember 2014

Re: Verhandeling: Me S. van der Lith, Studentenommer 20360754

Hiermee word bevestig dat Statistiese Konsultasiediens die data verwerk het en ook betrokke was by die interpretasie van die resultate. Enige opinie, bevinding of aanbeveling uitgespreek in die dokument is egter die van die outeur en Statistiese Konsultasiediens van NWU (Potchefstroomkampus) neem nie verantwoordelikheid vir die statisties korrektheid van die gerapporteerde data nie.

Vriendelike groete



Prof. H.S.Steyn (Pr. Sci. Nat.)
Statistiese Konsultant

Gerrit Dekkerstraat 1

POTCHEFSTROOM

2531

5 Desember 2014

Me S van der Lith

Noordwes-Universiteit

Potchefstroom

VERKLARING: NASIEN VAN BRONNELYS

Hiermee verklaar die ondergetekende dat hy die Bronnelys vir die M-studie van me S van der Lith volgens die nuutste voorskrifte van die Senaat van die Noordwes-Universiteit tegnies nagesien en versorg het.

Die uwe

Prof CJH LESSING

OPSOMMING

Die navorsing is onderneem om die invloed van koöperatiewe leer as ‘n onderrigstrategie op Graad 8 wiskundeleerders se houding teenoor probleemoplossing en hul prestasie in wiskunde te bepaal. Die doelstellings van die empiriese ondersoek was:

- om die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek;
- om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van graad 8 wiskunde-leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek; en
- om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek.

Deur middel van ‘n literatuurstudie as onderrig-leerraamwerk, is die aard van skoolwiskunde; benaderings ten opsigte van die leer van skoolwiskunde, naamlik die behavioristiese-, die kognitiewe- en die konstruktiwistiese leerbenaderings; die rol van probleemoplossing in die onderrig en leer van skoolwiskunde; asook die houding van leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, bespreek. Na aanleiding van die gebruik van direkte- en indirekte onderrigstrategieë, is die volgende elemente van koöperatiewe leer (indirekte onderrigstrategie) beklemtoon: individuele verantwoordelikheid, interpersoonlike sosiale vaardighede, positiewe persoonlike interaksie, groepvordering en positiewe interafhanklikheid. Koöperatiewe leermetodes en die implementering van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer is vervolgens bespreek, asook leerders se houding teenoor koöperatiewe leer.

Vir die empiriese ondersoek is ‘n opeenvolgende verklarende gekombineerde navorsingsmetode-ontwerp gebruik, wat bestaan het uit die insameling en ontleding van kwantitatiewe- en kwalitatiewe data in opeenvolgende fases. ‘n Voor-eksperimentele evaluering (voortoets) is gedoen om die eksperimentele en kontrolegroepe te vergelyk ten opsigte van hul houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde deur die gebruik van ‘n aangepaste houdingsvraelys (ATMI), asook ten opsigte van leerders se wiskundeprestasie. Die intervensie (koöperatiewe leer as onderrigstrategie) is vervolgens vir ‘n tydperk van sestien weke op die eksperimentele groep toegepas. Die aangepaste

houdingsvraelys (ATMI) is ook tydens ‘n na-eksperimentele evaluering (natoets) vir beide (kontrole- en eksperimentele) groepe gebruik, asook vir die vergelyking van genoemde groepe se wiskundeprestasie. Die kwalitatiewe ondersoek is uitgevoer deur individuele gestruktureerde taakgebaseerde onderhoude met geselekteerde deelnemers van die eksperimentele groep te voer. Inligting oor leerders se houding en ervaring ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde, hul houding teenoor koöperatiewe leer, asook hul probleemoplossingsvaardighede, is met behulp van die onderhoude bekom.

Uit die resultate van die empiriese navorsing is bevind dat koöperatiewe leer as onderrigstrategie geen beduidende invloed op Graad 8 leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde gehad het nie. Die gebruik van koöperatiewe leer as onderrigstrategie daarenteen, het ‘n beduidende toename in Graad 8 leerders se prestasie in wiskunde tot gevolg gehad.

Sleutelwoorde vir indeksering: Seniorfase wiskunde; Houding teenoor wiskunde; Houding teenoor probleemoplossing; Probleemoplossing in wiskunde; Onderrig en leer van wiskunde; Leer en onderrig deur middel van probleemoplossing; Probleemoplossingsmodelle; Onderrigstrategieë; Koöperatiewe leer; Prestasie in wiskunde.

SUMMARY

The influence of co-operative learning as teaching strategy on the attitudes of Grade 8 mathematics learners towards problem solving in mathematics and towards their achievement in mathematics

This study was undertaken to determine the influence of cooperative learning as a teaching strategy on Grade 8 mathematics learners' attitude towards problem solving and their performance in mathematics. The objectives of the empirical study were:

- to investigate the attitude of Grade 8 learners towards mathematics and problem solving in mathematics;
- to investigate the influence of cooperative learning as a teaching strategy on the attitude of Grade 8 mathematics learners towards mathematics and problem solving in mathematics; and
- to investigate the influence of cooperative learning as a teaching strategy on the academic performance of Grade 8 learners in mathematics.

Through a review of literature as teaching-learning framework, the nature of school mathematics; approaches to the study of school mathematics, namely the behaviourist-, the cognitive- and constructivist learning approaches; the role of problem solving in the teaching and learning of school mathematics; as well as the attitude of learners towards mathematics and towards problem solving in mathematics, are discussed. Using the description of indirect- and direct teaching strategies, the following elements of cooperative learning (indirect instruction strategy) is emphasised, namely individual responsibility, interpersonal social skills, positive personal interaction, group progress and positive interdependence. Cooperative learning methodology and the implementation of cooperative learning in the classroom are explained and finally, learners' attitude toward cooperative learning is described.

For the empirical study, a sequential declarative combined research method design was used, which consisted of the collection and analysis of quantitative and qualitative data in sequential phases. A pre-experimental evaluation (pre-test) was performed to compare the experimental and control groups in terms of their attitudes towards mathematics, and towards problem solving in mathematics, through the use of an adjusted attitude

questionnaire (ATMI), as well as pertaining to learners' achievement in mathematics. The intervention (cooperative learning as a teaching strategy) was then applied to the experimental group for a period of sixteen weeks. The adjusted attitude questionnaire (ATMI) was also used in a post-experimental evaluation (post-test) for both (control and experimental) groups, as well as for the comparison of both groups' mathematical performances. The qualitative research was carried out by individual, structured, task-based interviews with selected participants in the experimental group. Information about learners' attitudes and experiences regarding problem solving in mathematics, their attitudes toward cooperative learning, as well as their problem-solving skills was acquired during the interviews.

From the results of the empirical research it was found that cooperative learning as a teaching strategy had no significant influence on Grade 8 learners' attitudes towards mathematics, and towards problem solving in mathematics. The use of cooperative learning as a teaching strategy on the other hand, showed a significant increase in Grade 8 learners' achievement in mathematics.

Keywords for indexing: Senior Phase mathematics; Attitude towards mathematics; Attitude towards problem solving; Problem solving in mathematics; Teaching and learning of mathematics; Learning and teaching through problem solving; Problem solving models; Teaching strategies; Cooperative learning; Achievement in mathematics.

INHOUDSOPGAWE

OPSOMMING ... v

SUMMARY ... vii

LYS VAN FIGURE ... xviii

LYS VAN TABELLE ... xxiii

HOOFSTUK EEN
ORIËNTERING EN ONDERSOEKPROGRAM

1.1 **PROBLEEMSTELLING EN MOTIVERING** ... 1

1.2 **DOEL VAN DIE STUDIE** ... 4

1.3 **EMPIRIESE ONDERSOEK** ... 4

1.3.1 Navorsingsontwerp ... 4

1.3.2 Kwantitatiewe metode ... 5

1.3.2.1 Studiepopulasie ... 6

1.3.2.2 Meetinstrumente en data-insameling ... 6

1.3.2.3 Data-analise ... 6

1.3.3 Kwalitatiewe navorsingsmetode ... 7

1.3.3.1 Deelnemers en data-insameling ... 8

1.3.3.2 Data-analise ... 8

1.4 DIE VERLOOP VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK ... 9

1.5 ETIESE ASPEKTE ... 10

1.6 SAMEVATTING, VOORUITSKOUING EN HOOFSTUKINDELING ... 11

HOOFSTUK TWEE
PROBLEEMOPLOSSING EN DIE LEER VAN WISKUNDE

2.1 INLEIDING ... 13

2.2 DIE AARD VAN SKOOLWISKUNDE ... 13

2.2.1 Wat is wiskunde ... 13

2.2.2 Die seniorfase skoolwiskundekurrikulum ... 15

2.3 BENADERINGS TOT DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE ... 19

2.3.1 Die behavioristiese leerbenadering ... 19

2.3.2 Die kognitiewe leerbenadering ... 21

2.3.3 Die konstruktiwistiese leerbenadering ... 24

2.4 DIE ROL VAN PROBLEEMOPLOSSING IN DIE LEER VAN WISKUNDE ... 25

2.4.1 Probleemoplossing in wiskunde ... 27

2.4.2	Leer deur probleemoplossing in wiskunde	...	**30**
2.4.2.1	Modelle vir probleemoplossing	...	**32**
2.4.2.1.1	Die probleem verstaan	...	**35**
2.4.2.1.2	Ontwerp ‘n plan	...	**36**
2.4.2.1.3	Voer die plan uit	...	**36**
2.4.2.1.4	Kyk terug en toets die oplossing nadat die probleem opgelos is	...	**37**
2.4.3	Onderrig vir probleemoplossing in wiskunde	...	**42**
2.5	**HOUDING**	...	**51**
2.5.1	Wat is houding	...	**51**
2.5.2	Leerders se houding teenoor wiskunde	...	**53**
2.5.3	Die leerder se houding en prestasie in wiskunde	...	**58**
2.5.4	Onderwyser se houding teenoor wiskunde	...	**59**
2.5.5	Leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde	...	**60**
2.6	**SAMEVATTING**	...	**62**

HOOFSTUK DRIE
KOÖPERATIEWE LEER AS ONDERRIGSTRATEGIE

3.1	**INLEIDING**	**... 64**
3.2	**ONDERRIGSTRATEGIEË**	**... 64**
3.2.1	Oriëntering	**... 64**
3.2.2	Direkte onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer	**... 65**
3.2.2.1	Implementering van direkte onderrigstrategieë in die klaskamer	**... 66**
3.2.2.2	Voordele van direkte onderrigstrategieë	**... 67**
3.2.2.3	Nadele van direkte onderrigstrategieë	**... 67**
3.2.3	Indirekte onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer	**... 68**
3.2.3.1	Implementering van indirekte onderrigstrategieë in die klaskamer	**... 68**
3.2.3.2	Voordele van indirekte onderrigstrategieë	**... 69**
3.2.3.3	Nadele van indirekte onderrigstrategieë	**... 70**
3.2.4	Samevatting	**... 71**
3.3	**DIE AARD VAN KOŐPERATIEWE LEER**	**... 73**
3.3.1	Koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer	**... 73**

3.3.2	Model (vyf elemente) van koöperatiewe leer	**... 75**
3.3.2.1	Positiewe interafhanklikheid	**... 76**
3.3.2.2	Individuele verantwoordelikheid	**... 76**
3.3.2.3	Interpersoonlike sosiale vaardighede	**... 77**
3.3.2.4	Bevorderlike persoonlike interaksie	**... 77**
3.3.2.5	Groepvordering	**... 78**
3.3.2.6	Samevatting	**... 78**
3.4	**KOÖPERATIEWE LEERMETODES**	**... 78**
3.4.1	Legkaart (*Jigsaw*)	**... 79**
3.4.2	Groepondersoek (*Group investigation*)	**... 81**
3.4.3	Drie-Minute-Oorsig (*Three-Minute Review*)	**... 83**
3.4.4	Genommerde Groeplede (*Numbered Heads Together*)	**... 83**
3.4.5	Samevatting	**... 83**
3.5	**IMPLEMENTERING VAN KOÖPERATIEWE LEER IN DIE KLASKAMER**	**... 84**
3.5.1	Groepindelings	**... 85**
3.5.2	Die rol van die onderwyser	**... 86**
3.5.3	Die rol van die leerders	**... 87**
3.5.4	Voordele van koöperatiewe leer in wiskunde	**... 88**
3.5.5	Nadele van koöperatiewe leer	**... 89**

3.6 LEERDERS SE HOUDING TEENOOR KOÖPERATIEWE LEER ... 90

3.7 SAMEVATTING ... 90

HOOFSTUK VIER
EMPIRIESE ONDERSOEK

4.1 INLEIDING ... 92

4.2 DOELWITTE EN DIE BETEKENIS VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK ... 92

4.2.1 Die primêre doelwit **... 92**

4.2.2 Die sekondêre doelwitte **... 92**

4.3 NAVORSINGSONTWERP ... 93

4.3.1 Oriëntering **... 93**

4.3.2 Navorsingsparadigma en –benadering **... 93**

4.3.3 Navorsingsmetode **... 94**

4.4 NAVORSINGSMETODE ... 95

4.4.1 Kwantitatiewe ondersoek **... 95**

4.4.1.1 Eksperimentele ontwerp **... 95**

4.4.1.2 Studiepopulasie en steekproef **... 96**

4.4.1.3	Data-insameling en veranderlikes	**... 96**
4.4.1.4	Data-insamelingsinstrumente	**... 97**
4.4.1.4.1	Aangepaste houdingsvraelys (ATMI)	**... 97**
4.4.1.4.2	Assesseringsinstrumente	**... 99**
4.4.1.5	Geldigheid en betroubaarheid van data-insamelingsinstrumente	**... 99**
4.4.1.6	Data-insamelingsproses	**... 103**
4.4.1.7	Resultate van die kwantitatiewe ondersoek	**... 104**
4.4.1.7.1	Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde	**... 104**
4.4.1.7.2	Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde	**... 105**
4.4.1.7.3	Die invloed van koöperatiewe leer op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde	**... 111**
4.4.1.7.4	Samevatting	**... 112**
4.4.2	Kwalitatiewe ondersoek	**... 113**
4.4.2.1	Doel en motivering	**... 113**
4.4.2.2	Deelnemers	**... 113**
4.4.2.3	Data-genereringsinstrumente en ontleding	**... 113**

4.4.2.4	Vertrouenswaardigheid	**... 116**
4.4.2.5	Kwalitatiewe resultate	**... 118**
4.4.2.5.1	Ontleding van taakgebaseerde onderhoude	**... 118**
4.4.2.5.2	Bespreking van die resultate van die taakgebaseerde onderhoude	**... 119**
4.4.2.5.3	Leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde uit die oop-einde-vrae	**... 142**
4.4.2.5.4	Samevatting van die resultate uit die taakgebaseerde onderhoude	**... 148**
4.5	**SAMEVATTING**	**... 149**

HOOFSTUK VYF
SAMEVATTING, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

5.1	**INLEIDING**	**... 151**
5.2	**OORSIG VAN DIE VERLOOP VAN DIE ONDERSOEK**	**... 151**
5.3	**BEVINDINGS EN GEVOLGTREKKINGS VAN DIE ONDERSOEK**	**... 153**
5.3.1	Teoretiese bevindings	**... 153**

5.3.1.1 Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 153**

5.3.1.2 Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 154**

5.3.2 Empiriese bevindings **... 154**

5.3.2.1 Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 155**

5.3.2.2 Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 155**

5.3.2.3 Die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde **... 156**

5.4 GEVOLGTREKKINGS ... 157

5.5 TEKORTKOMINGE/LEEMTES VAN DIE ONDERSOEK ... 157

5.6 AANBEVELINGS ... 158

5.7 SLOTWOORD ... 159

BIBLIOGRAFIE ... 160

BYLAAG A TOESTEMMING: DEPARTEMENT ... 203

BYLAAG B	**TOESTEMMING: OUERS**	**... 206**
BYLAAG C	**HOUDINGSVRAELYSTE**	**... 208**
BYLAAG D	**TAAKGEBASEERDE ONDERHOUDE**	**... 215**
BYLAAG E	**OOP-EINDE-VRAE**	**... 225**
BYLAAG F	**KOÖPERATIEWE LEER LESBEPLANNING**	**... 227**
BYLAAG G	**ROLLE VAN DIE LEERDERS TYDENS KOÖPERATIEWE LEER**	**... 234**

LYS VAN DIE FIGURE

Figuur 1.1	Diagrammatiese voorstelling van die verloop van die praktiese uitvoering van die studie	**... 9**
Figuur 2.1	Diagrammatiese voorstelling van die gedragseenheidskomponente model	**... 20**
Figuur 2.2	Diagrammatiese voorstelling van die behavioristiese leerbenadering	**... 20**
Figuur 2.3	Diagrammatiese voorstelling van die inligtingverwerkingsteorie tydens kognitiewe leerbenadering	**... 22**
Figuur 2.4	Diagrammatiese voorstelling van die komponente in sosiaal-kognitiewe leerbenaderings	**... 23**
Figuur 2.5	Diagrammatiese voorstelling van die lineêre model van Polya	**... 34**
Figuur 2.6	Diagrammatiese voorstelling van die sikliese model van Schoenfeld	**... 38**
Figuur 2.7	Diagrammatiese voorstelling van die sikliese model van Wilson *et al.*	**... 39**
Figuur 2.8	Diagrammatiese voorstelling van die agt fase model van Yeo	**... 41**
Figuur 2.9	Diagrammatiese voorstelling van die tien stappe vir die beplanning van probleemgebaseerde lesse	**... 43**

LYS VAN DIE FIGURE

Figuur 2.10	Tangram	**... 48**
Figuur 2.11	Diagrammatiese voorstelling van die elemente van houding	**... 52**
Figuur 3.1	Diagrammatiese voorstelling van die model van D'Ambrosio	**... 72**
Figuur 3.2	Diagrammatiese voorstelling van die vyf basiese elemente of pilare van koöperatiewe leer	**... 75**
Figuur 3.3	Diagrammatiese voorstelling van koöperatiewe leermetodes	**... 79**
Figuur 3.4	Diagrammatiese voorstelling van die stappe tydens die implementering van legkaart leermetodes	**... 80**
Figuur 3.5	Diagrammatiese voorstelling van die stappe tydens die implementering van groepondersoek	**... 82**
Figuur 4.1	Diagrammatiese voorstelling van die opeenvolgende verklarende gekombineerde metode-ontwerp	**... 94**
Figuur 4.2	Uiteensetting van kwantitatiewe geldigheid	**... 100**
Figuur 4.3	Uiteensetting van kwantitatiewe betroubaarheid	**... 101**
Figuur 4.4	Vergelyking van groepgemiddeldes vir selfvertroue ten opsigte van wiskunde	**... 108**
Figuur 4.5	Vergelyking van groepgemiddeldes vir motivering ten opsigte van wiskunde	**... 108**

LYS VAN DIE FIGURE

Figuur 4.6 Vergelyking van groepgemiddeldes vir oortuiging dat wiskunde waarde het ... **108**

Figuur 4.7 Vergelyking van groepgemiddeldes vir selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde ... **110**

Figuur 4.8 Vergelyking van groepgemiddeldes vir motivering ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde ... **110**

Figuur 4.9 Vergelyking van groepgemiddeldes vir oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het ... **110**

Figuur 4.10 Vergelyking van groepgemiddeldes (wiskunde) vir termyne 2 en 4 ... **112**

Figuur 4.11 Uiteensetting van kwalitatiewe vertrouenswaardigheid ... **116**

Figuur 4.12 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1 ... **122**

Figuur 4.13 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1 ... **122**

Figuur 4.14 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1 ... **122**

Figuur 4.15 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5 ... **126**

Figuur 4.16 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5 ... **127**

Figuur 4.17 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5 **... 127**

Figuur 4.18 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2 **... 131**

Figuur 4.19 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2 **... 131**

Figuur 4.20 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2 **... 131**

Figuur 4.21 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3 **... 135**

Figuur 4.22 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3 **... 135**

Figuur 4.23 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3 **... 135**

Figuur 4.24 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4 **... 137**

Figuur 4.25 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4 **... 137**

Figuur 4.26 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4 **... 138**

Figuur 4.27 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6 **... 141**

Figuur 4.28 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6 **... 142**

Figuur 4.29 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6 **... 142**

LYS VAN DIE TABELLE

Tabel 1.1	Die eksperimentele ontwerp	**... 5**
Tabel 2.1	Samevatting van definisies vir wiskunde	**... 14**
Tabel 2.2	Definisies van probleemoplossing	**... 28**
Tabel 2.3	Voorstellings van probleemoplossingsmodelle	**... 33**
Tabel 2.4	Implementering van Van de Walle *et al.* (2013:68) se stappe tydens die beplanning van ‘n Graad 8 probleemgebaseerde les in wiskunde	**... 44**
Tabel 4.1	Die eksperimentele ontwerp	**... 95**
Tabel 4.2	Voorbeelde van items uit die drie velde van houding teenoor wiskunde op die aangepaste houdingsvraelys	**... 98**
Tabel 4.3	Voorbeelde van items uit die drie velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde op die aangepaste houdingsvraelys	**... 98**
Tabel 4.4	Uiteensetting van die formele assessering	**... 99**
Tabel 4.5	Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die voortoets vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde	**... 104**
Tabel 4.6	Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die voortoets vir die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde	**... 105**

Tabel 4.7 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die natoets vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde **... 106**

Tabel 4.8 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die natoets vir die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 106**

Tabel 4.9 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se voor- en natoetse vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde **... 107**

Tabel 4.10 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se voor- en natoetse vir die verskillende velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde **... 109**

Tabel 4.11 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se wiskundepunte tydens die voor- en natoetse van die empiriese ondersoek **... 111**

Tabel 4.12 Uiteensetting van die keuse van deelnemers aan taakgebaseerde onderhoude **... 114**

Tabel 4.13 Opsomming van die kategorieë van die taakgebaseerde onderhoude **... 118**

Tabel 4.14 Deelnemers se voorspelling op Vraag 1 in die taakgebaseerde onderhoude **... 120**

Tabel 4.15 Deelnemers se voorspelling op Vraag 5 in die taakgebaseerde onderhoude **... 124**

Tabel 4.16 Deelnemers se voorspelling op Vraag 2 in die taakgebaseerde onderhoude ... **128**

Tabel 4.17 Deelnemers se voorspelling op Vraag 3 in die taakgebaseerde onderhoude ... **132**

Tabel 4.18 Deelnemers se voorspelling op Vraag 4 in die taakgebaseerde onderhoude ... **136**

Tabel 4.19 Deelnemers se voorspelling op Vraag 6 in die taakgebaseerde onderhoude ... **139**

HOOFSTUK EEN

ORIËNTERING EN ONDERSOEKPROGRAM

1.1 PROBLEEMSTELLING EN MOTIVERING

Die *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) is ‘n reeks internasionale studies wat sedert 1995 deur die *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA) gebruik word om die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde en natuurwetenskappe wêreldwyd te ondersoek. Die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing (RGN) het Suid-Afrika se deelname tydens die ondersoek gekoördineer en bestuur. In Suid-Afrika het Graad 8 wiskunde leerders (slegs geselekteerde skole) in 1995, 1999, 2003 en 2011 respektiewelik aan die TIMSS deelgeneem, waartydens die leerders gedurende die laaste twee geleenthede die swakste presteer het. In die internasionale studie word klem gelê op die leerders se houding teenoor wiskunde en natuurwetenskappe, verbetering van onderrigkwaliteit en die verband tussen die implementering van die kurrikulum in die klaskamer en die bereiking van kurrikulumdoelwitte deur leerders.

Die TIMSS sluit die wiskunde-onderwerpe getalle, meting, meetkunde, datahantering en algebra in. Graad 8 wiskundeleerders behoort nie net bekend te wees met wiskunde-inhoud nie, maar behoort ook oor meer algemene kognitiewe vaardighede (kyk 2.3.2) te beskik, waaronder die vermoë om kennis, konsepte en prosesse toe te pas en te beredeneer. Gevolglik word gefokus op die identifisering van probleemoplossings- en ondersoekvaardighede van leerders deur gebruik te maak van konsepte en die oplossing van probleme in wiskunde. Human (2009:305) beweer dat probleemoplossing sedert die negentigerjare van die vorige eeu ‘n sentrale posisie in die wiskundekurrikula van baie lande inneem. Daardeur word onderrig in probleemoplossing beklemtoon en leer deur middel van probleemoplossing as klaskamerpraktyk aangemoedig.

Suid-Afrika se swak resultate tydens bogenoemde studies was ‘n rede tot kommer en dit het die Departement van Onderwys genoop om Suid-Afrika te onttrek aan die 2007 TIMSS (Blaine, 2007:52). In die Suid-Afrikaanse konteks is die ondergemiddelde prestasie van die graad 8 wiskundeleerders toegeskryf aan verskeie faktore waaronder ontoereikende kwalifikasie en voorbereiding van onderwysers, grootte van klasgroepe, onvoldoende probleemoplossingsaktiwiteite en ‘n klaskamerklimaat wat nie leer bevorder nie (Reddy, 2006:111-117).

In die skoolwiskundekurikulum word leerders gekonfronteer met probleemoplossing in wiskunde waar inligting verwerk en toegepas moet word. Volgens die Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) (DoBE, 2012:75) word daar na probleemoplossing verwys as die oplos van nie-roetine probleme (kyk 2.4.2) wat nie net ‘n hoërorde begripsvlak van wiskunde leerders vereis nie, maar ook spesifieke vaardighede (kyk 2.2.2) om probleme suksesvol in wiskunde op te los. Die vermoë om geskikte probleemoplossingstrategieë te kan identifiseer en toe te pas om probleme op te los in bekende sowel as onbekende kontekse, is een van die sleutelvaardighede wat ontwikkel behoort te word. Gevolglik behoort die verbetering van probleemoplossingsvaardighede een van die doelwitte in wiskunde onderrig te wees. Wiskunde leerders behoort ondersteun te word ten opsigte van inhoudsverwante uitdagings en psigososiale faktore (kyk 2.5) (houding, angs, waardes en oortuigings, genot en motivering in wiskunde) sodat effektiewe probleemoplossing kan plaasvind (Tan *et al.*, 2011:2013).

Wiskunde leerders se houding teenoor probleemoplossing het vir dekades baie aandag geniet van beide wiskunde-onderwyskundiges en wiskundiges (Curtis, 2002:43-45). Vir Farooq en Shah (2008:75) speel leerders se houding teenoor wiskunde ‘n belangrike rol in die onderrig-leer van wiskunde. Daarteenoor, beklemtoon Akinsola en Olowojaiye (2008:63) die invloed van onderrig- en leeraktiwiteite op leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde. Navorsers het tot die gevolgtrekking gekom dat ‘n positiewe houding teenoor wiskunde leerders se prestasie in wiskunde positief kan beïnvloed (Mohd *et al.*, 2011:50-52; Bramlett & Herron, 2009:45-50). Die houding van leerders teenoor probleemoplossing in wiskunde kan beïnvloed word deur die onderwyser se houding teenoor wiskunde (en probleemoplossing), asook die onderrigstrategieë wat hy/sy implementeer in die wiskundeklaskamer (Yara, 2009:336).

Onderrigstrategieë sluit ‘n reeks onderrigmetodes in om wiskunde op ‘n effektiewe wyse te fasiliteer sodat ‘n leerder sy/haar volle potensiaal in die wiskundeklaskamer kan bereik. Dit is van belang dat die onderwyser onderrigstrategieë afwissel deur die mees gepaste strategie in elke onderrigsituasie toe te pas (Lessing & De Witt, 2011:54). Dit wil dus voorkom asof die keuse van onderrigstrategieë ‘n belangrike rol kan speel in die implementering van probleemoplossing in wiskundeklaskamers.

Mahaye en Jacobs (2011:175) en Borich (2013:218 & 254) onderskei tussen direkte- (kyk 3.2.2) en indirekte (kyk 3.2.3) onderrigstrategieë. Onderwysergesentreerde strategieë staan bekend as direkte strategieë, terwyl daar na leerdergesentreerde onderrigstrategieë verwys word as indirekte strategieë. Alhoewel beide tipes onderrigstrategieë in hedendaagse wiskundeklaskamers toegepas word, word daar vir die doel van hierdie studie gefokus op indirekte strategieë, byvoorbeeld die gebruik van onder andere koöperatiewe leer as onderrigstrategie.

Koöperatiewe leer (kyk 3.3) is ‘n onderrigstrategie wat interaksie tussen leerders stimuleer. Onderrig is veel meer as om leerders in groepe te laat werk. Elke individu binne ‘n bepaalde groep se sukses is verbind aan die sukses van die res van die groepslede (Cloete, 2004:59). Wanneer leerders in groepe saamwerk om probleme in wiskunde op te los, word van hulle verwag om mekaar aan te moedig en verantwoordelikheid vir mekaar se leer te aanvaar (Van der Walt *et al.*, 2006:180-181). Die volgende elemente vorm deel van koöperatiewe leer: individuele verantwoordelikheid, interpersoonlike sosiale vaardighede, positiewe persoonlike interaksie, groepvordering en positiewe interafhanklikheid (kyk 3.3.2.1) (Johnson *et al.*, 1998:35; Johnson *et al.,* 2013:21). Koöperatiewe leer word nie net gesien as ‘n strategie waarvolgens die vaardighede van leerders ontwikkel kan word nie, maar ook as ‘n manier om die onderrig- en leerproses aangenaam en interessant te maak. Hijazi (2012:444) voer aan dat die gebruik van koöperatiewe leer selfs kan lei tot die verandering in leerders se houding teenoor ’n vak op skool soos, byvoorbeeld Engels as eerste taal. Dit beteken dat die gebruik van koöperatiewe leer die potensiaal het om ‘n verandering in leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde te bewerkstellig.

Die volgende vraag ontstaan dus uit bogenoemde:

Watter invloed het *koöperatiewe leer as onderrigstrategie* op die *houding* van graad 8 wiskundeleerders teenoor *probleemoplossing* en op hul prestasie in wiskunde?

1.2. DOEL VAN DIE STUDIE

In hierdie studie is die invloed van *koöperatiewe leer* as onderrigstrategie op die *houding* van graad 8 wiskundeleerders teenoor *probleemoplossing* en op hul prestasie in wiskunde, ondersoek.

In die lig van die bostaande is die volgende doelwitte met die studie nagestreef:

1.2.1. Om die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.

1.2.2. Om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van graad 8-wiskundeleerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.

1.2.3. Om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek.

1.3 EMPIRIESE ONDERSOEK

Alle navorsing vind vanuit ‘n bepaalde filosofiese beskouing of binne ‘n bepaalde metodologiese paradigma plaas, wat ‘n invloed het op die soort kennis wat die navorser wil bekom, die manier waarop data ingesamel word, asook die wyse waarop data geanaliseer en geïnterpretreer word (Leedy & Ormrod, 2005:3).

1.3.1 Navorsingsontwerp

Die empiriese ondersoek van hierdie studie het plaasgevind deur die implementering van ‘n opeenvolgende verklarende gekombineerde metode navorsingsontwerp, wat ‘n kombinasie is van ‘n kwantitatiewe en kwalitatiewe navorsingsbenadering (byvoorbeeld die gebruik van kwantitatiewe en kwalitatiewe standpunte, data-insameling, ontleding en afleidings) (Harrison & Reilly, 2011:8). Deur kwantitatiewe en kwalitatiewe benaderings in dieselfde ondersoek aan te wend, word beide benaderings se sterkpunte geïnkorporeer

(Onwuegbuzie & Leech, 2005:385). Die kwalitatiewe ondersoek vul die kwantitatiewe studie aan sodat die deelnemers se perspektiewe beter verstaan kan word (Maree, 2007:266).

1.3.2 Kwantitatiewe metode

Maree (2007:145) definieer kwantitatiewe navorsing as 'n sistematiese en objektiewe proses waarin daar van numeriese data van 'n geselekteerde groep gebruik gemaak word om die resultate uiteindelik van toepassing te maak op die geselekteerde groep.

Vir die doel van hierdie studie is ‘n voortoets-natoets kontrolegroep ontwerp gebruik (Leedy & Ormrod, 2005:221). Op tydstip 1 het ‘n voor-eksperimentele evaluering (voortoets) plaasgevind om te bepaal hoe die eksperimentele groep en kontrolegroep verskil ten opsigte van hul houding teenoor probleemoplossing in wiskunde. Die intervensie (koöperatiewe leer as onderrigstrategie) is vervolgens vir ‘n tydperk van sestien weke toegepas. Op tydstip 2 is ‘n na-eksperimentele evaluering (natoets) op beide groepe toegepas. Die ontwerp is in **Tabel 1.1** voorgestel, waarin T_x verwys na die intervensie (toepassing van koöperatiewe leer) en (-) daarop dui dat geen intervensie plaasgevind het nie.

Tabel 1.1. Die eksperimentele ontwerp

	Tydstip 1 (Voortoets)	**Intervensie**	**Tydstip 2 (Natoets)**
Eksperimentele groepe $n = \pm 79$	1) Houdingsvraelyste 2) Tweede termyn rapportpunt	T_x (Toepassing van koöperatiewe leer as onderrigstrategie)	1) Houdingsvraelyste 2) Vierde termyn rapportpunt
Kontrole groepe $n = \pm 178$	1) Houdingsvraelyste 2) Tweede termyn rapportpunt	(-) (Geen intervensie)	1) Houdingsvraelyste 2) Vierde termyn rapportpunt

1.3.2.1 Studiepopulasie

Die ondersoek het by ‘n sekondêre skool aan die Oos-Rand, Gauteng, Suid-Afrika plaasvind. Die skool is ‘n gemengde, parallelmedium skool en bestaan uit leerders van verskillende kultuuragtergronde. Tien graad 8 wiskunde klasse het aan die kwantitatiewe studie deelneem. Vyf en veertig persent van die studiepopulasie (n=$\pm$79) was die eksperimentele groep en die ander vyf en vyftig persent (n=$\pm$178) het die kontrole groep uitgemaak. Die eksperimentele groepe het dieselfde wiskunde-onderwyser, terwyl die kontrolegroepe verskillende wiskunde-onderwysers gehad het.

1.3.2.2 Meetinstrumente en data-insameling

In die voor- en natoetse is die leerders van die eksperimentele groepe sowel as kontrolegroepe se houdings teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde gemeet deur gebruik te maak van ‘n aangepaste houdingsvraelys (kyk Bylaag C).

Aangepas uit Creswell (2009:131), is die volgende vereistes nagekom tydens die opstel van die vraelys: die vrae is objektief, eenvoudig en maklik verstaanbaar gestel; die vrae is in geen spesifieke volgorde gerangskik nie; en die vrae is geformuleer ten opsigte van die verskynsel (in hierdie geval houding ten opsigte van wiskunde en ten opsigte van probleemoplossing) wat ondersoek is.

Vir enige data-insamelingsprosedure om effektief te wees, is dit noodsaaklik dat daar voldoen moet word aan die beginsels van geldigheid en betroubaarheid (kyk 4.4.1.5) (Creswell, 2009:78; Maree, 2007:55). Geldigheid is daardie kwaliteit van ‘n data-insamelingsinstrument of prosedure wat dit in staat stel om te meet wat dit veronderstel is om te meet (kyk 4.4.1.5). Betroubaarheid is die mate waartoe ander navorsers dieselfde resultate sal verkry onder dieselfde omstandighede (kyk 4.4.1.5).

1.3.2.3 Data-analise

Die data van die twee gedeeltes van die vraelys is met behulp van die Statistiese Konsultasiediens na die Noord-Wes Universiteit (Potchefstroom) geanaliseer.

Beskrywende statistiek: gemiddeldes, standaardafwykings, frekwensies en persentasies van die houdingsvraelys is vir voor- en natoetse bereken. Beskrywende statistiek stel die navorser in staat om inligting wat in die datastelle voorkom, sinvol te kan beskryf deur middel van die berekening van gemiddeldes, standaardafwykings, frekwensies en persentasies (Creswell, 2009:152). Praktiese betekenisvolheid (d-waardes) en statistiese betekenisvolheid (p-waardes) word bereken om vas te stel of die verskille tussen groepe in die studiepopulasie as prakties betekenisvol bestempel kan word.

Faktoranalise: Dit is uitgevoer om die geldigheid van die meetinstrument te bepaal. Sodoende is ‘n korrelasie getref tussen verskillende meetbare veranderlikes. In hierdie studie is faktoranalise gebruik om die velde van die twee gedeeltes van die houdingsvraelys te identifiseer (kyk 4.4.1.4.1, Tabel 4.2 en Tabel 4.3).

Betroubaarheidskoëffisiënte (Cronbach Alpha-koëffisiënte): Dit is aangewend om die interne konsekwentheid te bepaal van die items vir elke veld van die houdingsvraelys (kyk 4.4.1.5).

T-toets: Die data is deur middel van ‘n T-toets geanaliseer om te bepaal of daar ‘n beduidende verskil was tussen voor- en natoetse. Dit is uitgevoer ten opsigte van leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, asook vir wiskundeprestasie (leerders se rapportpunte) (kyk 4.4.1.7.3).

1.3.3 Kwalitatiewe navorsingsmetode

In Babbie en Mouton (2009:53) word die doel van kwalitatiewe navorsing gedefinieer as die beskrywing en verstaan van menslike gedrag eerder as voorspelling en verduideliking.

‘n Kwalitatiewe ondersoek is uitgevoer om die deelnemers se persepsies en ervaring tydens probleemoplossing in wiskunde te bepaal. Die individuele gestruktureerde taakgebaseerde onderhoude (kyk Bylaag D) met die deelnemers het plaasgevind tydens die intervensie (na die kwantitatiewe voortoets), met ander woorde terwyl koöperatiewe leer toepas is. Data oor die leerders se ervaring ten opsigte van hul houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde, sowel as die leerders se houding teenoor koöperatiewe leer, is deur gestruktureerde, taakgebaseerde onderhoude bekom.

1.3.3.1 Deelnemers en data-insameling

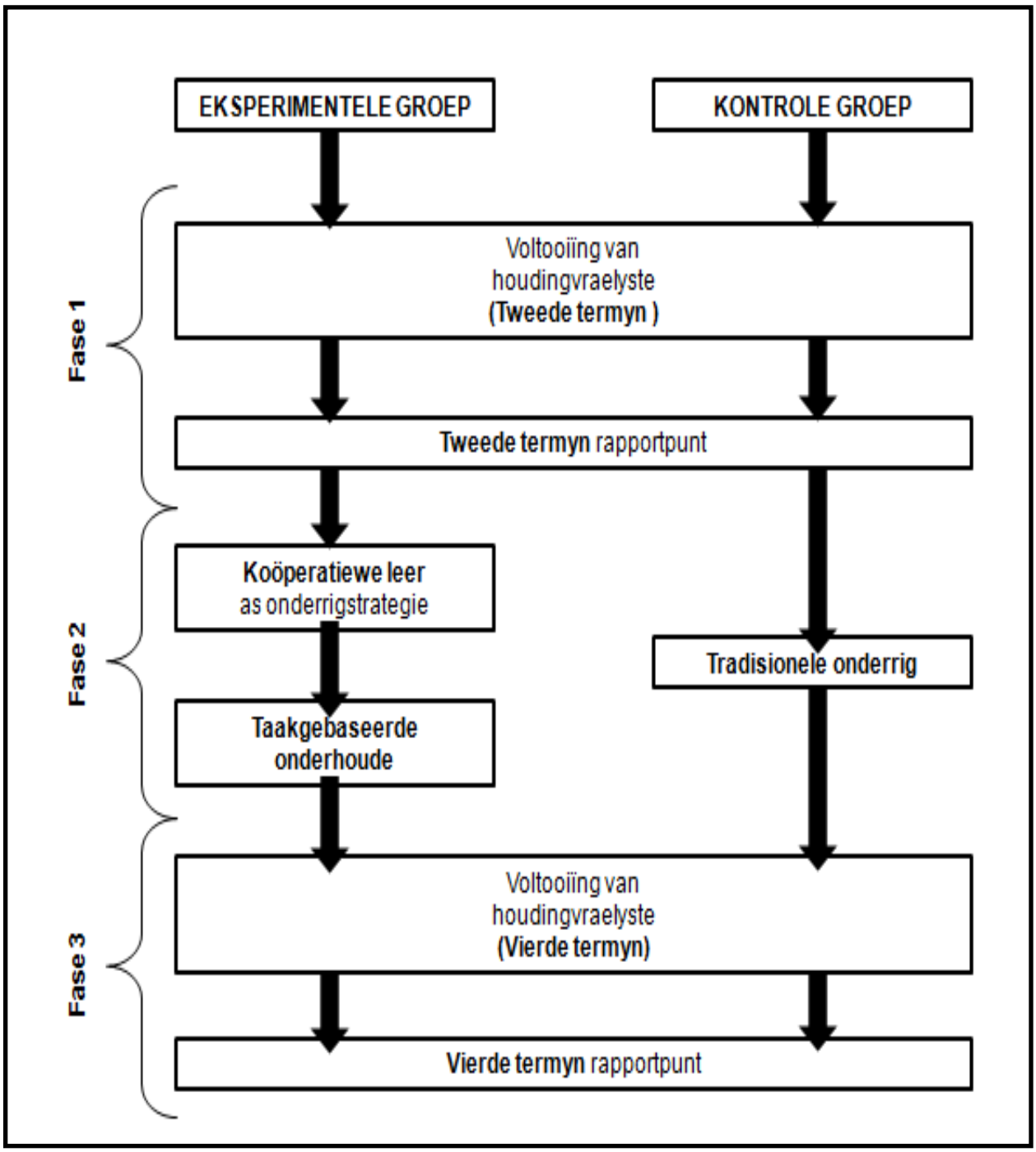
Die individuele onderhoude is gevoer met leerders van die eksperimentele groepe. Die totale aantal leerders van die eksperimentele groepe is in die volgende drie groepe verdeel, naamlik a) hoë vlak van wiskundeprestasie b) gemiddelde vlak van wiskundeprestasie en c) lae vlak van wiskundeprestasie. Ses leerders is op ‘n ewekansige wyse uit elkeen van die genoemde groepe geselekteer om aan die onderhoude deel te neem.

In die gestruktureerde, taakgebaseerde onderhoude (kyk Bylaag D) is die leerders se wyse van probleemoplossing in wiskunde ondersoek met behulp van ‘n taak (aktiwiteit of opdrag) wat saamgestel is uit die afgelope TIMSS studies. In hierdie onderhoud is die gestruktureerde taak aangevul met oop-einde-vrae (kyk Bylaag E) wat moontlikhede gebied het vir verdere uitbreiding. Die onderhoude het die navorser die geleentheid gegee om te fokus op die wyse waarop deelnemers probleme oplos (Evens & Houssart, 2007:20). Die doel van die oop-einde-vrae was dat leerders hul houding teenoor probleemoplossing kon verwoord en hul handeling tydens die probleemoplossingsproses kon weergee. Die kwalitatiewe bevindings is gebruik om die kwantitatiewe resultate toe te lig (kyk 4.4.2).

1.3.3.2 Data-analise

Die analise van kwalitatiewe data kan op verskillende wyses hanteer word. Die ontleding van die taakgebaseerde onderhoude is op Creswell (2009:151-191) se benadering gegrond: Data is uit die onderhoude verkry deur die inligting deur te lees en ‘n algemene oorsig daarvan te vorm. Vervolgens is gedetailleerde ontleding met behulp van ‘n koderingsproses gedoen. Kodering is die proses waartydens inligting in kleiner dele opgedeel word om betekenisvolle terugvoer te verkry.

1.4 DIE VERLOOP VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK



Figuur 1.1 Diagrammatiese voorstelling van die verloop van die praktiese uitvoering van die studie

Nadat die leerders die houdingsvraelyste (kyk Bylaag C) voltooi het tydens die eerste fase (kyk Figuur 1.1) van die eksperiment, is die leerders van die eksperimentele klasgroepe soos volg ingedeel in koöperatiewe kleingroepe van vier lede elk: een leerder uit elkeen van die volgende groepe: a) hoë vlak van wiskundeprestasie b) lae vlak van wiskundeprestasie, en twee leerders uit die c) gemiddelde vlak van wiskundeprestasie.

Die **tweede fase** (kyk Figuur 1.1) van die eksperiment is die vorming van die leerprogram waartydens die eksperimentele respondente aan koöperatiewe leer bloot gestel word, terwyl die kontrole groep steeds tradisionele onderrig ontvang. Wiskunde inhoud is as ‘n groot-groepaanbieding hanteer tydens enkelperiodes waarna ‘n dubbelperiode gebruik was vir koöperatiewe leergroepe. Tydens die enkelperiodes het koöperatiewe leer plaas gevind deur die volgende leermetodes, naamlik Groepondersoek- (*Group investigation*) en Drie-Minute-Oorsig- (*Three-minute Review*) leermetodes. Tydens die dubbelperiode het die leerders in hul groepe saamgewerk aan klasopdragte deur van die volgende leermetodes gebruik te maak, naamlik Legkaart- (*Jigsaw*) en Genommerde Groepslede- (*Numbered Heads Together*) leermetodes. Video-opnames is tydens die dubbelperiodes gemaak om te bepaal of koöperatiewe leer suksesvol in die klaskamer geïmplementeer was. Groepvordering was na elke sessie deur die groepe bespreek om die sukses van die groepe tydens koöperatiewe leer te verbeter. Toetse is na afhandeling van ‘n onderwerp, soos bepaal deur die jaarbeplanning, afgelê. ‘n Beloning vir die beste prestasie en vordering is toegeken aan die bepaalde individu sowel as die groep.

In die finale fase (fase drie) (kyk Figuur 1.1) van die eksperiment het beide die eksperimentele- en kontrolegroep respondente die tweede stel vraelyste (natoets) voltooi in die vierde termyn.

1.5 ETIESE ASPEKTE

Toestemming is verkry van die Noordwes-Universiteit se Etiese komitee waarna toestemming van die Distrikskantoor van Gauteng asook die betrokke skoolhoof, onderwysers en ouers of voogde van die deelnemende respondente daarna gevolg het om die navorsingsprojek toe te pas in die wiskundeklaskamer. Gedurende die insameling van data was die navorser verantwoordelik vir die beskerming van elke respondent wat aan die

navorsing deelgeneem het (Maree, 2007:41). Verder was dit die verantwoordelikheid van die navorser om te verseker dat geen respondent of onderwyser tydens die ondersoek benadeel sou word nie.

Respondente se vertroulikheid was gewaarborg deurdat hulle toestemming moes verleen vir deelname; hul anonimiteit te beskerm; hul te beskerm teen enige geestelike spanning, skade of gevaar; dekbriewe aan vraelyste te heg waarin die doel van die studie uiteengesit is en waarin die toestemming gevra is van die respondent om deel te neem; en deurdat respondente te alle tye met respek behandel sou word.

Respondente het op ‘n vrywillige basis deelneem aan hierdie studie en het die reg gehad om in enige stadium te onttrek. Alle inligting is vertroulik hanteer en geen respondente van die betrokke skool is geïdentifiseer nie.

1.6 SAMEVATTING, VOORUITSKOUING EN HOOFSTUKINDELING

Die indeling van hierdie studie se hoofstukke lyk soos volg:

Hoofstuk 1: Oriëntering en ondersoekprogram

In hierdie hoofstuk is gefokus op die agtergrond en motivering van die navorsingstudie. ‘n Kort literatuuroorsig is verskaf wat aanleiding tot die probleemstelling sowel as die navorsingsdoelwitte gegee het. Die ondersoekmetode is uiteengesit.

Hoofstuk 2: Probleemoplossing in wiskunde

In hoofstuk twee word op slegs twee elemente van die studie gekonsentreer, naamlik *probleemoplossing* en *houding* wat met behulp van literatuur bestudeer is. ‘n Kort bespreking oor die aard van skoolwiskunde lei na die verskillende benaderings tot die leer van skoolwiskunde. Verder word die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde bespreek. Die leer van wiskunde deur middel van probleemoplossing word aan die hand van verskillende probleemoplossingsmodelle bespreek. Houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde word bestudeer. Laastens is ‘n verband tussen houding en prestasie in wiskunde op grond van literatuurstudies bepaal.

Hoofstuk 3: Koöperatiewe leer as onderrigstrategie

Koöperatiewe leer as onderrigstrategie in wiskunde is in hoofstuk drie uitgebeeld met behulp van ‘n literatuurondersoek. Onderrigstrategieë is in die algemeen bespreek, wat daarna gelei het tot die onderrig van probleemoplossing in wiskunde. Die aard van koöperatiewe leer word verder bespreek aan die hand van die algemene kenmerke van koöperatiewe leer, naamlik: die model van koöperatiewe leer, koöperatiewe leermetodes en die voor- en nadele van koöperatiewe leer. Laastens word ‘n verband tussen die houding van leerders en koöperatiewe leer in wiskunde gevorm na aanleiding van die literatuurondersoek.

Hoofstuk 4: Empiriese ondersoek

In hoofstuk vier is die verloop van die empiriese ondersoek uiteengesit. Data-insameling het plaasgevind deur die implementering van ‘n opeenvolgende verklarende gekombineerde metode-navorsingsontwerp, wat ‘n kombinasie is van ‘n kwantitatiewe en kwalitatiewe ondersoekmetode.

Hoofstuk 5: Samevatting, gevolgtrekkings en aanbevelings

In die laaste hoofstuk word die bevindings van die studie saamgevat, gevolgtrekkings daaruit gemaak, asook aanbevelings vir verdere navorsing gemaak.

HOOFSTUK TWEE

PROBLEEMOPLOSSING EN DIE LEER VAN WISKUNDE

2.1 INLEIDING

In Hoofstuk 1 is die probleemstelling, die doel en die metode van ondersoek uiteengesit om te bepaal of *koöperatiewe leer* as onderrigstrategie ‘n invloed sal uitoefen op die *houding* van graad 8 wiskundeleerders teenoor *probleemoplossing* en op hul prestasie in wiskunde.

In Hoofstuk 2 word daar gekonsentreer op twee hoofelemente van die studie, naamlik *probleemoplossing* in wiskunde en *houding* teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde. Die doel van hierdie hoofstuk is om ‘n oorsig van die belangrikheid van probleemoplossing in wiskunde en die houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde uit te lig. ‘n Kort bespreking oor die aard van skoolwiskunde sal volg wat lei na die houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde. Verder sal die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde bespreek word, gevolg deur ‘n bespreking oor die gebruik van verskillende probleemoplossingsmodelle. Laastens sal ‘n verband tussen houding en prestasie in wiskunde getrek sal word.

2.2 DIE AARD VAN SKOOLWISKUNDE

2.2.1 Wat is wiskunde

In die ontwikkelingsgeskiedenis van skoolwiskunde het verskeie filosofiese perspektiewe ontstaan wat gelei het tot die absolutistiese- en fallibilistiese beskouing met betrekking tot die aard van wiskunde. Dit het om die beurt gelei tot die invloed op die ontwikkeling van die kurrikulum en die onderrig in wiskunde. Die absolutistiese beskouing fokus op die inhoud of konteks (vaste liggaam van kennis) van wiskunde, die basiese beginsels van hoe om wiskunde toe te pas. Die fallibilistiese beskouing aan die anderkant fokus op die resultate van menslike aktiwiteite (onderrig en leerproses), en nie die inhoud van wiskunde nie. Die proses wat gevolg word, is belangriker as die inhoud (Tuge, 2008:110-111). Die oortuigings

van ‘n individu beïnvloed die siening van wat wiskunde is en hoe die onderrig- en leerproses tot stand sal kom (Mochesela, 2007:3).

Wilcox (2004:11) argumenteer egter dat wiskunde nie net optelling en getalle behels nie, hoewel dit die vak se oorsprong is, maar dit skakel idees om in abstrakte eenhede, met ander woorde, noodsaaklike eienskappe vanuit ‘n bepaalde konteks. Reddy (2006:10) kom tot die gevolgtrekking dat wiskunde ‘n sleutelarea is betreffende die ontwikkeling van kennis- en individuele bekwaamheid. Verder is die vak van kardinale belang vir Suid-Afrika se ekonomiese en sosiale ontwikkeling in ‘n globale konteks. Christiansen (2007:91) beweer dat wiskunde as ‘n wetenskap ontstaan het toe ‘n persoon veronderstellings oor sekere voorwerpe, sonder voorskrifte vir die spesifiek gedefinieerde voorwerpe, bewys het. Volgens Turmudi (2012:99) word wiskunde gesien as ‘n vaste, statiese liggaam van kennis om getalle en algebraïese simbole te manipuleer.

Wiskunde word volgens die Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) vir wiskunde gedefinieer as: *‘n taal wat gebruik maak van simbole en notasies om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. Wiskunde is ‘n menslike aktiwiteit wat beoefen word deur waarneming, voorstelling en ondersoek van patrone en kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels. Dit help met die ontwikkeling van verstandelike prosesse wat logiese en kritiese denke, akkuraatheid en probleemoplossing bevorder* (DoBE, 2012:8).

Vir die doel van die studie word gekonsentreer op die CAPS definisie, alhoewel dié definisie vir wiskunde nie nuut is nie, maar gebaseer op die werk van ander (kyk Tabel 2.1):

Tabel 2.1. Samevatting van definisies vir wiskunde.

Freudenthal (1971:417)	Wiskunde word beskyf as ‘n menslike aktiwiteit. Wiskunde-aktiwiteite word gesien as die identifisering en oplos van probleme. ‘n Alledaagse probleemsituasie word in wiskundige terme omgeskakel, met ander woorde gematematiseer.

Bishop (1988:182-183)	Wiskunde word beskou as 'n kultuurproduk wat ontwikkel het uit verskeie aktiwiteite, naamlik: tel (getalle, ontwikkeling van getalstelsels, getalpatrone), lokalisering (posisie, simbolisering en konseptualisering deur middel van grafiese voorstelling), meting (lengte, gewig, oppervlaktes en volumes), ontwerp (eienskappe van voorwerpe, vorms en patrone), spel (voorspellings, speletjies, modelle, reëls en prosedures) en verduideliking (ontwikkeling van logiese en kritiese denke). Die effektiewe deelname van verskeie individue het bygedra tot die ontwikkeling van wiskunde-idees.
NCTM (1990:95)	In wiskunde word probleemoplossing beskou as die hoeksteen vir die bevordering van leerders se verstandelike prosesse naamlik logiese en kritiese denke.
Schoenfeld (1992:335)	Wiskunde word beskou as 'n sosiale aktiwiteit waartydens wiskundiges die ondersoek van patrone verdiep. Hierdie aktiwiteite ontstaan uit die waarneming en voorstelling van teoretiese - en lewenswerklike wiskunde.
Goldenberg (1996:376)	Wiskunde word beskryf as 'n taal en is gekonstrueer uit simbole en notasies.
Schunk (2000:522)	Wiskunde word gedefinieer as 'n kwantitatiewe verwantskap by sosiale en fisiese verskynsels; netso tussen onderwerpe in wiskunde, naamlik waarneming, groepwerk van leerders en data-insameling.

2.2.2 Die seniorfase skoolwiskundekurrikulum

Die Suid-Afrikaanse wiskundekurrikulum het sedert 1994 verskeie fases van verandering ondergaan om die kurrikulum meer suksesvol te kan implementeer. Met die instelling van Uitkomsgebaseerde Onderrig (UGO) in 1997, naamlik Kurrikulum 2000, word die idee van lewenslange leer tot onderrig gevestig. In 2002 het 'n kurrikulumvernuwing plaasgevind,

bekend as die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring (NKV) 2005. Engelbrecht *et al.* (2009:290) redeneer dat die sleutelbeginsels van die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring 2005 die volgende insluit: integrasie, deelname van leerders in leerdergesentreerde onderrig (kyk 3.2.3) en kreatiewe en kritiese denke vir holistiese ontwikkeling. As gevolg van deurlopende implementeringsuitdagings het talle kurrikulumvernuwings plaasgevind tot en met 2009, wat bekend gestaan het as die hersiening van die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring (HNKV).

Die HNKV is sedert 2012 deur 'n nuwe kurrikulum, die Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) vervang. Hierdie nuwe geformuleerde kurrikulum is gebaseer op spesifieke doelwitte, vaardighede en inhoudsareas, waar die HNKV gebaseer was op leeruitkomstes en assesseringstandaarde (DoBE, 2003:68-93; DoBE, 2012:8-9; Maskew *et al.,* 2012:8). Alhoewel die CAPS net 'n kurrikulumvernuwing van die HNKV is, het die Departement van Onderwys besluit om die fokus van die leerinhoud te versterk tydens die implementering van die kurrikulum deur spesifieke riglyne aan onderwysers te stel vir die verbetering van leer, onderrig en assessering in die wiskunde-klaskamer. Pinnock (2011:6) en Phala (2013:53) stel dit dat die HNKV aan die leerders uiteensit **WAT** hul aan die einde van die leerproses (graad) moet bemeester het, terwyl die CAPS uitlig watter **INHOUD** aan die einde van die leerproses (graad) bemeester moet word, maar terselfdertyd **HOE** die onderwyser die inhoud (konteks) sal beplan, onderrig en assesseer om die onderrig en leerproses te verbeter. Met ander woorde, tydens die uitvoer van die HNKV-kurrikulum was die leerders sogenaamd verantwoordelik vir hul eie leer (selfontdekkende leer) terwyl die CAPS-kurrikulum gebaseer is op inhoudsgedrewe leer. In die CAPS dokument word die leeruitkomste uit die HNKV vervang met inhoudsareas of domeine wat bekend is as die wiskundekennis wat deur leerders verwerf moet word, naamlik:

- **Getalle, bewerkings en verwantskappe**:
    - Die **algemene inhoudsfokus** ontwikkel die leerders om die betekenis, verwantskappe, en relatiewe grootte van verskillende soorte getalle, die hervoorstelling van getalle op verkillende maniere en die vermoë om te skat en probleme te kontroleer.
    - Die **spesifieke inhoudsfokus** stel die leerders in staat om getalle op verskeie maniere voor te stel, getalsisteme te herken deur gebruik te maak van eienskappe

en probleme op te los deur veelvoudige oplossings te skat, kontroleer en met gemak te bereken.

- **Patrone, funksies en algebra:**
  - Die **algemene inhoudsfokus** ontwikkel die leerders deur gebruik te maak van wiskundige taal, Algebra, om ondersoeke te loods vir die verwantskappe tussen veranderlikes. Die sentrale deel van die afdeling is daarop gerig om leerder in staat te stel om doeltreffende hanteringsvaardighede in die beskrywing, identifisering en analisering van patrone en verwantskappe van veranderlikes te verwerf om probleme op te los.
  - Die **spesifieke inhoudsfokus** stel die leerders in staat om die verwantskappe tussen veranderlikes te vestig, algebraïese manipulerende vaardighede te ontwikkel en sin te maak deur die voorstelling en beskrywing van die analise van situasies in algebraïese taal, formules, uitdrukkings, vergelykings en grafieke.
- **Ruimte en vorm:**
  - Die **algemene inhoudsfokus** ontwikkel die leerders om die begrip en waardering van patrone, noukeurigheid en prestasie te verbeter deur te fokus op die eienskappe van transformasie, tweedimensionele- en driedimensionele voorwerpe.
  - Die **spesifieke inhoudsfokus** stel die leerder in staat om verskeie meetkundige probleme op te los deur waardering vir die eienskappe, duidelike en presiese beskrywing van meetkundige figure, tweedimensionele- en driedimensionele voorwerpe te ontwikkel.
- **Meting:**
  - Die **algemene inhoudsfokus** ontwikkel die leerders om gebruik te maak van geskikte eenhede, instrumente en formules om kenmerke van vorms, voorwerpe en die omgewing te kwalifiseer. Dus stel dit die leerder in staat om sinvolle skattings te maak deur bedag te wees op die redelikheid van afmetings en lesings en resultate.
  - Die **spesifieke inhoudsfokus** stel die leerders in staat om formules te gebruik om die omtrek, area, volumes en sye deur Pythagoras se stelling van meetkundige figure te bereken en die meeteenhede om te skakel na die gepaste eenheid.

- **Datahantering:**
  - Die **algemene inhoudsfokus** ontwikkel die vermoë van die leerders om vaardighede en tegnieke te ontwikkel om data te versamel, te organiseer, voor te stel, te ontleed en te interpreteer.
  - Die **spesifieke inhoudsfokus** stel die leerder in staat om interpretasies en voorspellings te maak deur die gebruik van versameling, opsomming en die voorstellings van analitiese data (DoBE, 2012:10-11).

Die bostaande inhoudsareas is gebaseer op die spesifieke doelwitte en vaardighede wat benodig word deur die leerders om die wiskundekurrikulum te bemeester. Verskeie doelwitte is gestel om leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde te verbeter tydens die onderrig- en leerproses (DoBE, 2012:10-11). Die spesifieke doelwitte stel die leerders in staat om:

- met die nodige selfvertroue enige situasie in wiskunde te hanteer, sonder ‘n gevoel van angs;
- ‘n gees van weetgierigheid te ontwikkel, wat lei tot ‘n liefde en waardering vir wiskunde;
- kennis en vaardighede wiskundeprobleme toepaslik op te los, wat kan lei tot die gebruik van wiskunde vir verdere studies (DoBE, 2012:8).

Dit wil voorkom asof die spesifieke doelwitte en vaardighede onskeidbaar is, en skep ‘n verband tussen die sukses van die onderrig en leerproses in wiskunde en die houding teenoor wiskunde. Die spesifieke vaardighede wat deur die leerders benodig word en deur onderrig ontwikkel behoort te word, sluit onder andere in:

- die aanleer van wiskundetaal;
- die aanleer en uitvoer van bewerkings met toepassing van getalbegrippe;
- die ondersoek, analisering en interpretasie van die voorstelling van inligting; en
- die ontwikkeling van vaardighede vir probleemstelling en probleemoplossing (DoBE, 2012:8-9).

Vir die doel van die ondersoek is slegs gekonsentreer op bogenoemde doelwitte en vaardighede wat ‘n direkte verband het met die houding teenoor wiskunde, probleemoplossing en prestasie in wiskunde.

2.3 BENADERINGS TOT DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

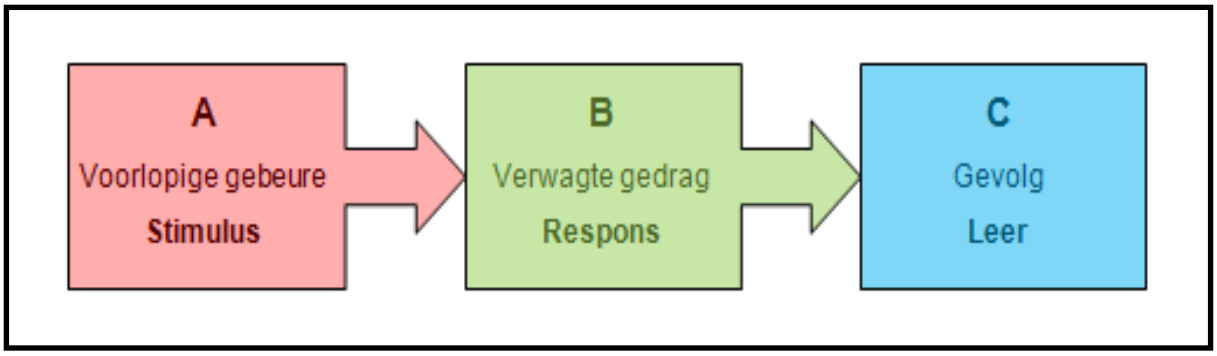
Oor die afgelope dekades het opvoedkundige sielkundiges en navorsers hulself toegewy om leerbenaderingsteorieë te ontwikkel en sodoende insig te verbeter oor hoe leerders vaardighede en kennis organiseer, bekom en ontplooi (Seel, 2012:100). Garrison (2000:3) bied op verhelderende wyse insigte aangaande die ontwikkeling van leerbenaderingsteorieë. Volgens hom het leerteorieë ontstaan deur leerders te analiseer tydens die ontwikkeling van nuwe begrippe. Verder beweer Garrison dat leerteorieë beskou kan word as lense tot die interpretasie van hoe leerders idees, kennis en konsepte bekom, 'n "*systematic account of relationships between phenomena*" (Garrison, 2000:3).

Die drie algemene leerbenaderingsteorieë, naamlik die behavioristiese, kognitiewe en konstruktiwistiese benaderings, wat die grootste invloed uitoefen in wiskunde-onderrig-leer, behoort nou duidelik navore te kom.

2.3.1 Die behavioristiese leerbenadering

Sedert die ontstaan van die behavioristiese leerbenadering in die 1800's en vroeë 1900's, het 'n groeiende belangstelling in dié veld in wiskundeleer ontstaan (Seel, 2012:6). Opvoedkundige sielkundiges en navorsers het tydens die negentiende eeu daarna gestreef om die leer van wiskunde te bestudeer op 'n nie-objektiewe wyse (introspeksie), maar met die verloop van tyd in die rigting van objektiwiteit beweeg. Die bestudering van objektiwiteit en waarneembare gebeure of gedrag tydens navorsing het gelei tot objektiewe en wetenskaplike resultate (Boghossian, 2006:715).

Monteith (2006:13) identifiseer die fokus van behavioristiese leerbenadering as die assosiasie tussen 'n stimulus en die respons van 'n leerder. Dus fokus die benadering op die perspektief van leer deur die verandering in leerders se gedragspatrone. 'n Stimulus bepaal die gedragspatrone, met ander woorde die leerder se respons. Lerner en Kline (2006:170) sluit hierby aan deur te illustreer dat die benadering gebaseer is op 'n gedragseenheid (kyk Figuur 2.1).

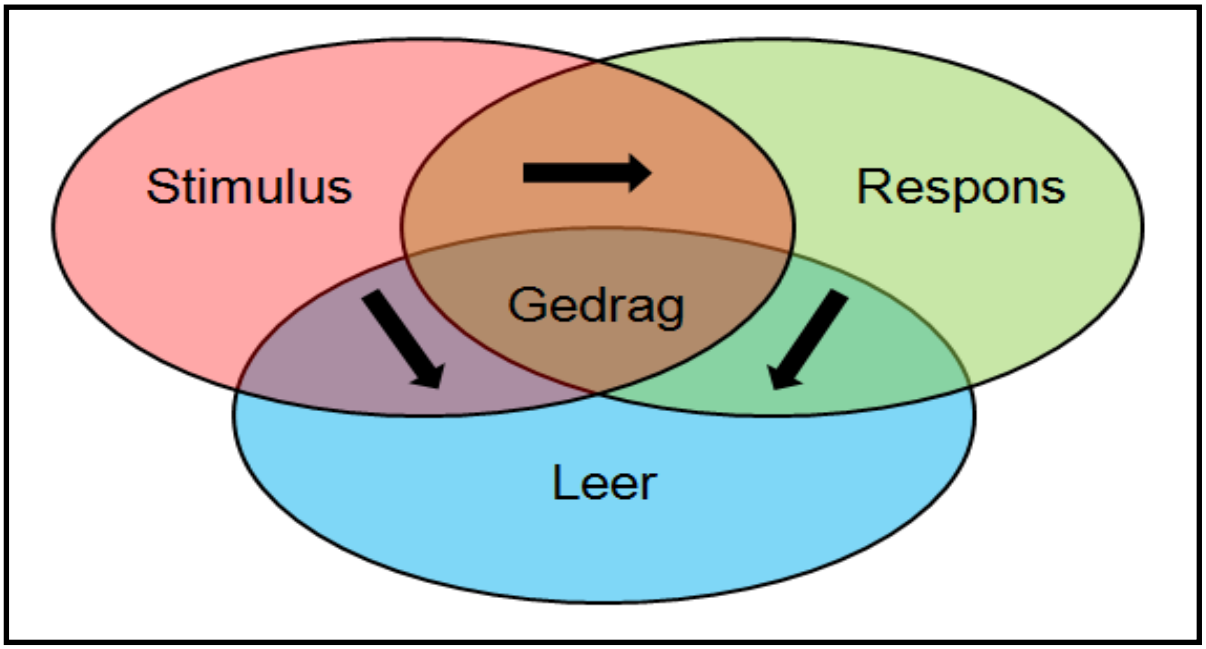


Figuur 2.1 Diagrammatiese voorstelling van die gedragseenheidskomponente model. (Aangepas uit Lerner & Kline (2006:170)).

Hierby voeg Ormrod (2008:306) dat die behavioristiese leerbenadering beskou word as:

- die ervaring van ‘n stimulus in ‘n leeromgewing om die gedrag tot leer van leerders te bepaal;
- die verband tussen ‘n stimulus en respons tydens leer;
- die gedragsverandering van leerders tydens leer.

Dus het Ormrod tot die gevolgtrekking gekom dat leer die beste kans het om plaas te vind as stimulus en respons kort na mekaar gebeur.



Figuur 2.2 Diagrammatiese voorstelling van die behavioristiese leerbenadering. (Aangepas uit Ormrod (2008:336))

Behavioristiese leerbenaderings fokus op die verwagte reaksie van leerders op ‘n stimulus, met ander woorde die vorming van assosiasies en inoefening van wiskunde deur gebruik te maak van herhaling en drilwerk (Ormrod, 2008:336).

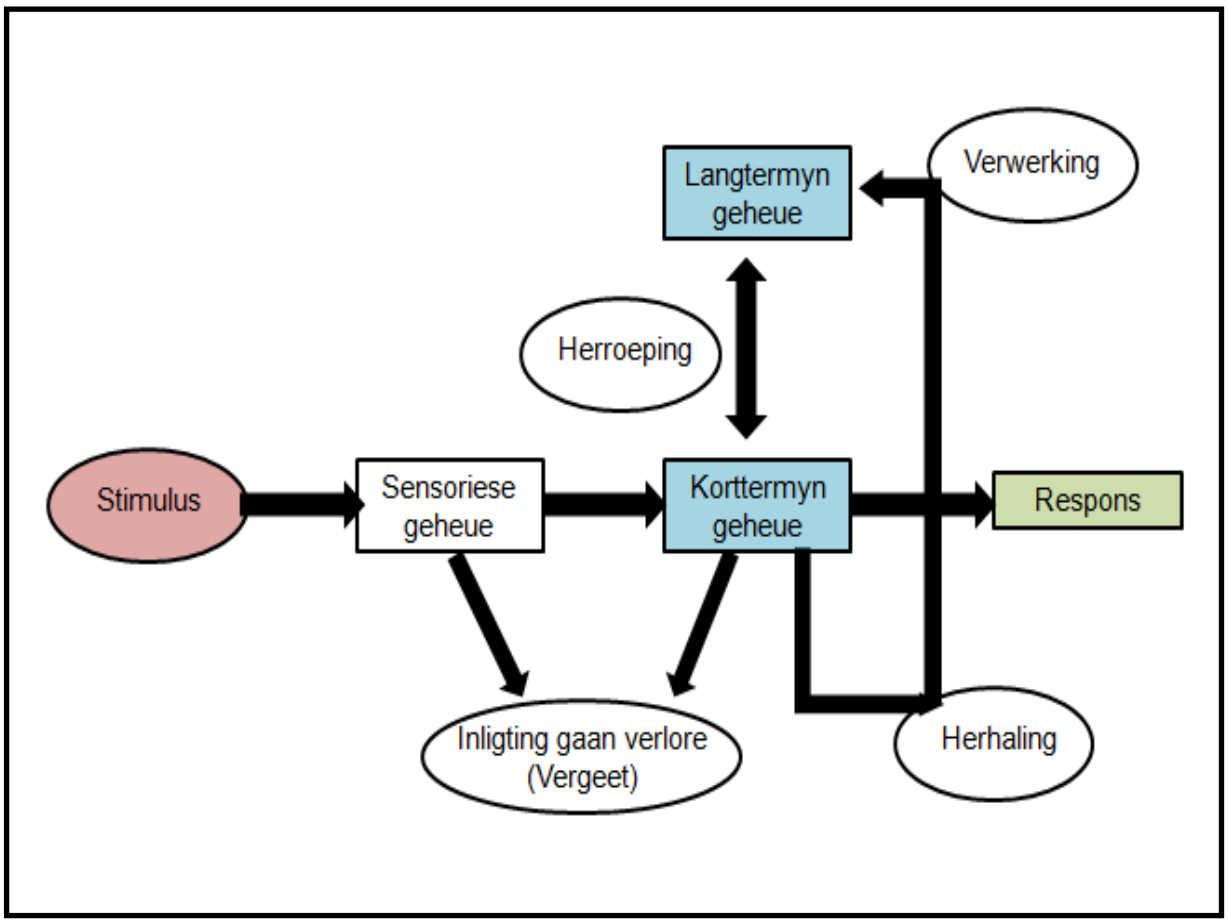
Die behavioristiese leerbenadering het die mees gewilde en invloedryke benadering van die twintigste eeu geword met die doel om leerders se gedrag na wense te verander tydens die toepassing van die wiskundekurrikulum (Jacobs, 2011:38). Alhoewel dié benadering nog ‘n beduidende rol speel in die leer en onderrig van wiskunde, is die behavioristiese leerbenadering nie die fokus van hierdie studie nie.

2.3.2 Die kognitiewe leerbenadering

Gedurende die 1940’s het psigoloë beklemtoon dat kognitiewe benaderings tot die leer van wiskunde in teenstelling met die behavioristiese benaderings is. Alhoewel die kognitiewe leerbenaderings behavioristiese beginsels insluit, naamlik assosiasies en inoefening van wiskunde in ‘n gepaste omgewing, is die primêre fokus van die kognitiewe leerbenadering eerder gebaseer op die verandering in denkwyse as op die gedrag van die leerders self (Ormrod, 2008:344; Schunk, 2000:24). Gevolglik fokus die kognitiewe leerbenadering op hoe leerders inligting verkry, bewaar en herwin tydens die onderrig en leerproses; en minder aandag word gegee aan wat die leerder doen (gedragpatrone) en meer aan wat die leerder weet en hoe die kennis bekom is.

Ormrod (2008:196) en Woolfolk (2010:248) omskryf die kognitiewe leerbenadering as die kognitiewe proses waartydens leerders inligting verwerk om leer as denke te ervaar. Ormrod (2008:196) sluit hierby aan en stel dit dat die kognitiewe leerbenadering gebaseer is op hoe leerders dink. Die kognitiewe leerbenadering berus op die inligtingverwerkingsteorie wat stapsgewys die leer- of kognitiewe proses van ‘n leerder uiteensit.

Die inligtingverwerkingsteorie word deur ‘n model voorgestel wat die proses van die menslike geheue uiteensit om die verwerking, storing en herwinning van inligting te struktureer (Uren, 2009:23). Die menslike geheue stoor inligting in die langtermyn geheue deur die proses waar inligting deur die sensoriese geheue na korttermyn of werkende geheue beweeg. Deur herhaling en verwerking van die inligting word die inligting in die langtermyn geheue gestoor.



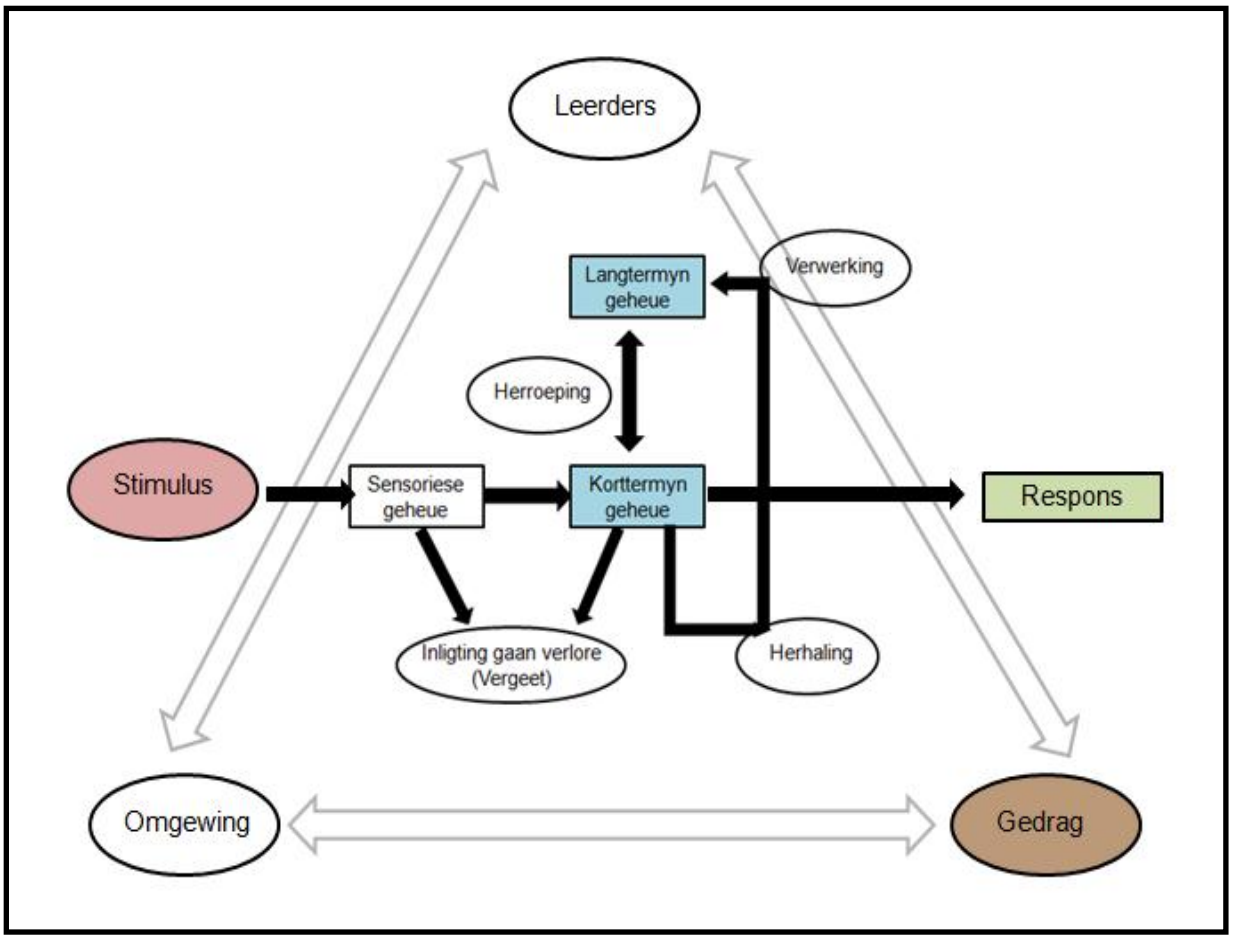
Figuur 2.3 Diagrammatiese voorstelling van die inligtingverwerkingsteorie (Aangepas uit Schunk, 2000:422)**.**

Kortliks, deur na Figuur 2.3 te verwys, word inligting ontvang deur ‘n stimulus via die leerders se sintuie of sensoriese geheue wat dan oorgeplaas word na die korttermyn geheue. Die proses waartydens die inligting oorgeplaas word na die korttermyn geheue is slegs ‘n tydelike storing van inligting. Die korttermyn of werkende geheue funksioneer as ‘n tydelike geheue, met ander woorde dit besit slegs ‘n beperkte inhoudskapasiteit. As die inligting in die korttermyn geheue nie verbind word met inligting in die langtermyn geheue nie, sal die inligting verlore gaan. Deur herhaling en verwerking van nuwe kennis of inligting, word die nuwe inhoud verbind met reeds bestaande inhoud in die langtermyn geheue (Geduld, 2011:29; Ormrod, 2008:197; Uren, 2009:23; Woolfolk, 2010:247-265).

Woolfolk (2010:265) wys voorts daarop dat reeds bestaande inhoud herroep word uit die langtermyn geheue om verbindings te vorm met nuwe inhoud in die korttermyn geheue. Herroeping kan selfs in die korttermyn geheue plaasvind. Sodra die verbintenis van reeds

bestaande en nuwe inhoud suksesvol gemaak is, kan die leerder ‘n respons op die inhoud lewer. Die sukses tot die verbintenis van die inhoud in die kort- en langtermyn geheue om leer te bevorder, rus in die hande van die onderwyser wat die verbande tussen leerinhoude moet beklemtoon. Die kognitiewe leerbenadering fokus op die bestudering van leerders se gedragspatrone tydens leer en persoonlikheidsontwikkeling. Gevolglik is die leerder sowel as die onderwyser aktief betrokke by die leer van wiskunde (Schunk, 2000:422).

Verdere ontwikkeling ten opsigte van die kognitiewe leerbenadering het tydens die 1960’s ontstaan, waartydens sosiaal-kognitiewe benaderings tot die leer van wiskunde ontwikkel het. Alhoewel sosiaal-kognitiewe leerbenaderings kognitiewe - en behavioristiese beginsels insluit, is die fokus van sosiaal-kognitiewe benaderings gebaseer op die wisselwerking tussen die leerder se denkwyse, gedrag en omgewing, soos aangetoon in Figuur 2.4 (Ormrod, 2008:344; McInerey, 2005:588).



Figuur 2.4 Diagrammatiese voorstelling van die komponente van sosiaal-kognitiewe leerbenaderings (Aangepas uit Graaff, 2005:15)**.**

Schunk *et al.* (2008:306) bevestig dat die grondslag van sosiaal-kognitiewe leerbenaderings berus op die volgende kenmerke, naamlik:

- die interaksie tussen die sosiale aspekte (leerders, hul gedrag en omgewing);
- die ervaring van ‘n stimulus in ‘n leeromgewing;
- die verband tussen ‘n stimulus en respons tydens leer;
- die toepassing van inhoud volgens die inligtingverwerkingsteorie.

Die kognitiewe en sosiaal-kognitiewe leerbenaderings fokus op die bestudering van leerders se gedragspatrone tydens leer en persoonlikheidsontwikkeling. Alhoewel dié benadering nog ‘n beduidende rol speel in die leer en onderrig van wiskunde, is die kognitiewe leerbenaderings nie die fokus van hierdie studie nie.

2.3.3 Die konstruktiwistiese leerbenadering

Die konstruktiwistiese leerbenadering, ‘n variant van die kognitiewe benadering tot leer (kyk 2.3.2) is een van die nuutste leerbenaderings tot onderrig (Pham, 2011:411). Alemu (2010:31) meld dat die opvoedkundige sielkunde ‘n beduidende paradigmaskuif ondergaan het in die benadering tot leer en onderrig. Die verskuiwing reflekteer die siening van leer ten opsigte van wiskunde weg van die behavioristiese- en kognitiewe leerbenaderings na ‘n self-ontdekkende benadering, die konstruktiwistiese benadering tot leer (Bolt & Brassard, 2004:161). Hierby sluit Alemu (2010:33) aan dat die konstruktiwistiese benadering tot leer ‘n meer oop leerervaring vir leerders inhou. Leerders moet dus meer aktief betrokke wees by die selfgerigte leerproses, en hul moet aangemoedig word om gebruik te maak van reeds bestaande kennis sowel as die ontwikkeling van samewerking in groepe. ‘n Konstruktiwistiese leerbenadering is ‘n leerder-gedrewe proses waarin leerders deur hul eie ervaring en perspektief asook deur die van ander leerders, kennis ontdek en ontwikkel (Tetzlaff, 2009:7). Dit is insiggewend dat die konstruktiwistiese leerbenadering ‘n sosiale konteks vir leer en onderrig beklemtoon deur die samewerking van leerders om ‘n kennisraamwerk te vorm.

Die konstruktiwistiese benadering tot leer is gebaseer op die kognitief-konstuktiwistiese of individueel-konstruktiwistiese teorie van Piaget en die sosiaal-konstuktiwistiese teorie van Vygotsky (Pritchard, 2009:17; Driscroll, 2005:11). Beide navorsers stem saam dat dié teorieë berus op die beginsels dat leerders deur ervarings self begrip of kennis vorm deur

konstruksie (Overall, 2007:60). Die kognitiewe-konstuktiwistiese leerbenadering wat geskoei is op die werk van Piaget, is ontwikkel as 'n reaksie op die behavioristiese leerbenadering (Lowenthal & Muth, 2008:178). Volgens hierdie leerbenadering kry die leerders die geleentheid om as individue kennis en begrip te bou wat gebaseer is op ervarings en reeds bestaande kennis. Die sosiaal-konstruktiwistiese leerbenadering is gegrondves in Vygotsky se teorie wat saamgestel is uit die kognitiewe-konstruktiwistiese leerbenadering en 'n sosiale perspektief tot die ontwikkeling van kennis, wat gelei het tot die beklemtoning van leer deur selfgereguleerde leer en ontdekking in groepe (Lowenthal & Muth, 2008:178). Vygotsky se sosiaal-konstruktiwistiese benadering tot leer is gegrond op die beginsel dat die leerder kennis ontwikkel sonder die oordrag van kennis deur die onderwyser. Met die oog op 'n meer aktiewe rol vir die leerders om nuwe kennis met reeds bestaande kennis te vergelyk tydens onderrig en leer, dien die onderwyser dus slegs as 'n fasiliteerder in die leer van wiskunde. Tydens die proses word leerders die geleentheid gegun tot selfontdekking en aanwending van eie strategieë tot die oplossing van probleme (Keaton & Bodie, 2011:193; Slavin, 2012:218).

Die indirekte onderrigstrategieë (kyk 3.2.3) is gebaseer op sosiaal-konstruktiwistiese leerbenaderings, waartydens leerders vaardighede tot leer ontwikkel deur samewerking, kommunikasie en ontdekking (Slavin, 2012:220). Reynolds (2006:15) is oortuig dat die sosiale interaksie van die leerders hul houding (kyk 2.5) positief sal beïnvloed teenoor die leer van wiskunde omdat leerders mekaar ondersteun deur motivering en samewerking om probleme op te los. Hierdie studie is vanuit 'n sosiaal-konstuktiwistiese perspektief onderneem.

2.4 DIE ROL VAN PROBLEEMOPLOSSING IN DIE LEER VAN WISKUNDE

Probleemoplossing het nog altyd 'n belangrike rol gespeel in die leer van wiskunde (Stols, 2003:22; Charles, 2011:1); leerders se funksionele- en logiese begrip en beredenering in wiskunde word ontwikkel deur probleme op te los (McLynn, 2011:25). Verder beweer McLynn dat wiskunde 'n noodsaaklike vak is, as gevolg van die praktiese rol wat dit speel om die leerder te ontwikkel vir die samelewing en as individu. Alhoewel probleemoplossing nog altyd 'n fokuspunt was in wiskunde, vind daar voordurend ontwikkelinge plaas op dié gebied (Castro, 2008:113). Een van die vernaamste doelwitte in die onderrig en leer van wiskunde is om die vermoë van leerders te ontwikkel om 'n wye spektrum van probleme op te los (Mkomange *et al.*, 2012:476). Genoemde motivering gee probleemoplossing in

wiskunde besondere waarde as ‘n metode vir die aanleer van nuwe konsepte of die bevordering van reeds verwerfde vaardighede. Die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2009:2) is van mening dat leerders ‘n oplossing vir ‘n probleem moet vind deur terug te val op verwerfde kennis (bestaande kennis), en sodoende nuwe kennis bou.

Die doel van probleemoplossing in wiskunde is om ‘n verskeidenheid vaardighede te ontwikkel, soos die analisering, redenering, interpretasie, voorspelling, evaluering, toepassing en verstaan van probleme (Stacey, 2005:342). Volgens Brewer (2007:355) is probleemoplossing nie ‘n stel prosedures wat net gememoriseer en blindelings toegepas kan word nie. Van de Walle *et al.* (2010:37) voeg by dat probleemoplossing verwys na ‘n persoon se poging om ‘n probleem op te los waarvoor daar geen voor die handliggende of voorgeskrewe oplossing is nie. Leer deur middel van probleemoplossing verskuif die fokus vanaf memorisering van feite en prosedures na die ontwikkeling van vaardighede om probleme op te los.

Probleemoplossing skep die geleentheid om wiskunde meer relevant, opwindend en aanloklik te maak. Mkomange *et al.* (2012:476) beskryf dat probleemoplossing in wiskunde nie die nodige erkenning ontvang nie, wat waarskynlik toegeskryf kan word aan die feit dat die onderwyser self ongemaklik is daarmee.

Alreeds in 1989 is probleemoplossing in wiskunde deur die *National Council of Teaching of Mathematics* (NCTM) aangedui as ‘n geïntegreerde deel in die leer van wiskunde (NCTM, 1989:24). Na ‘n dekade van navorsing het die NCTM in 2000 en die *National Research Council* (NRC) in 2001 bevestig dat die belangrikheid van probleemoplossing in wiskunde in vyf komponente verdeel kan word naamlik:

1. die konseptuele begrip: verwys na die geïntegreerde en funksionele begrip van idees in wiskunde;
2. vlotheid van prosedures: verwys na die kennis van prosedures; kennis van wanneer en hoe om gepaste wiskundevaardighede akkuraat en doeltreffend toe te pas tydens die oplos van probleme;
3. strategiese bekwaamheid: verwys na die vermoë om wiskundeprobleme te formuleer en op te los;

4. redenering: verwys na die vermoë om logies te dink en die verwantskappe tussen begrippe te herken; en
5. produktiewe ingesteldheid en houding teenoor wiskunde: verwys na die geneigdheid om sin te maak van wiskunde, om die nut van wiskunde raak te sien en om ‘n positiewe reaksie op die leer van wiskunde te ontwikkel (NCTM, 2000:3; NRC, 2001:116-117).

Die Suid-Afrikaanse Departement van Onderwys het algemene doelwitte vir die kurrikulum saamgestel om leer by die leerders te verseker deur kennis, waardes en vaardighede te verwerf. Die volgende algemene doelwitte kan ook van toepassing gemaak word op die leer en onderrig van probleemoplossing in wiskunde, naamlik:

- om probleme te identifiseer en op te los deur gebruik te maak van kritiese en kreatiewe denke;
- om doeltreffend saam met ander lede in ‘n span of groep (koöperatiewe leer) te werk (kyk 3.3.1);
- die verantwoordelike en doeltreffende bestuur en organisering van aktiwiteite;
- versameling, organisering, ontleding en evaluering van inligting;
- doeltreffende kommunikasie deur middel van verskillende vaardighede (visueel, simbolies en taal);
- doeltreffende en kritiese gebruik van wetenskap en tegnologie terwyl verantwoordelikheid teenoor die omgewing en die gesondheid van ander getoon word; en
- om te verstaan dat die wêreld ‘n stel verwante sisteme is deur die herkenning dat probleemoplossingskontekste nie in isolasie bestaan nie (DoBE, 2012:4-5).

2.4.1 Probleemoplossing in wiskunde

Probleemoplossing is nog altyd beskou as die basiese komponent in die konstruksie van wiskunde (Sacos & Hernandes, 2013:192). Tog is daar oor dekades nog geen klinkklare konseptuele definisie van probleemoplossing in wiskunde ontwikkel nie. Dié beklemtoning van probleemoplossing, vereis van die onderwyser om ‘n geleentheid te skep vir leerders om probleme in konteks op te los. Probleemoplossing in wiskunde is een van die belangrikste metodes om getalbegrip te ontwikkel. Die ontwikkeling van getalbegrip deur middel van probleemoplossing is ‘n metode van aktiewe leer waar leerders dink oor ‘n probleem en

besluite neem om ‘n oplossing daarvoor te vind. Probleemoplossing kom in verskeie afdelings (“content areas”) van die kurrikulumdokument (DoBE, 2012:9) voor, naamlik:

- Getalle, bewerkings en verwantskappe: Die leerder is in staat om getalle en hul verwantskappe te herken, te beskryf en voor te stel, die vermoë om oplossings te skat, bereken en te kontroleer.
- Patrone, funksies en algebra: Die leerder is in staat om patrone en verwantskappe te herken, te beskryf en voor te stel en probleme op te los deur algebraïse taal en vaardighede te gebruik.
- Ruimte en vorm: Die leerder is in staat om eienskappe van en verwantskappe tussen tweedimensionele vorms en driedimensionele voorwerpe in ‘n verskeidenheid oriëntasies en posisies te beskryf en voor te stel.
- Meting: Die leerder is in staat om gepaste meeteenhede, instrumente en formules in ‘n verskeidenheid kontekste te gebruik.
- Datahantering: Die leerders is in staat om data te versamel, op te som, voor te stel en krities te ontleed, om gevolgtrekkings en voorstellings te maak en om kansvariasie te bepaal en te interpreteer.

Volgens Chamberlin (2013:70) is die beskrywing van probleemoplossing in wiskunde ‘n ingewikkelde konsep as gevolg van die feit dat wiskundekenners hul eie definisies van probleemoplossing in wiskunde ontwikkel. In werklikheid het die magdom definisies daartoe gelei dat sake verder vertroebel of verduister is. Alhoewel daar wel ooreenkomste voorkom in die beskrywings van probleemoplossing in wiskunde, is daar ‘n verskeidenheid interpretasies (Hensberry & Jacobbe, 2012:59). In Tabel 2.2 is ‘n reeks definisies uiteengesit om probleemoplossing in wiskunde uit te klaar.

Tabel 2.2 Definisies van probleemoplossing.

Fisher (2005:83)	Probleemoplossing voorsien ‘n geleentheid om wiskundige vaardighede en kennis toe te pas. Probleemoplossing gee die leerders insig ten opsigte van hoe relevant wiskunde in hul eie lewens is.

Doorman, Drijvers, Dekker, van der Heuvel-Panhuizen, de Lange & Wijers (2007:405)	Polya het al reeds in 1945 probleemoplossing in wiskunde beskryf as ‘n eienskap van die mens, naamlik om ‘n struikelblok te oorkom, ‘n doel te bereik wat nie onmiddellik sigbaar is nie en ‘n probleem op te los deur gebruik te maak van bestaande kennis.
Brewer (2007:355)	Probleemoplossing is nie ‘n stel prosedures wat gememoriseer kan word nie. Probleemoplossing verwys na ‘n persoon se poging om ‘n probleem op te los waarvoor daar geen voor die handliggende of voorgeskrewe oplossing is nie.
Calitz (2007:34-36)	‘n Probleem is ‘n aktiwiteit waarvan die pad na die oplossing nie onmiddellik duidelik is nie. Leerders behoort op die proses van probleemoplossing te fokus in plaas van op die antwoord.
Lesh en Zawojewski (2007:782)	Probleemoplossing word gedefinieer as modellering: dit is ‘n proses waartydens ‘n lewenswerklike situasie wiskundig geïnterpreteer word, die probleem wiskundig opgelos word en die oplossing “vertaal” word in terme van die aanvanklike probleemsituasie.
Bennett, Burton en Nelson (2010:3)	Probleemoplossing is ‘n proses waartydens stuikelblokke oorkom moet word om ‘n doel te bereik.
Van de Walle *et al.* (2013:37)	Probleemoplossing verwys na ‘n persoon se poging om ‘n probleem op te los waarvoor daar geen voor die handliggende of voorgeskrewe oplossing is nie.

Vir die doel van die studie wil dit voorkom dat die volgende samestelling gemaak kan word uit die definisies in Tabel 2.2: *Probleemoplossing in wiskunde is ‘n kenmerk van menslike aktiwiteit om struikelblokke te oorkom en probleme op te los sonder die memorisering van wiskundeprosedures.*

Met die verloop van tyd het probleemoplossing as modellering toegeneem in wiskunde-onderrig en -leer met die doel om nie-roetine probleme (kyk 2.4.2) deel te maak van die daaglikse wiskundeleeraktiwiteite (Wessels, 2009:321). Romberg *et al.* (2005:13) onderskei tussen twee soorte modelle wat soos volg beskryf kan word: *"a model as a natural process used to construct an explanation of natural phenomena"* en *"a model as a representational tool for communicating about the conceptual referent."* Die leer van wiskunde deur middel van probleemoplossing bied steeds 'n groot uitdaging aan onderwysers en leerders omdat leer geassosieer word met die begeleiding van 'n onderwyser, 'n klaskamer en studiemateriaal (Human, 2004:40; Human, 2009:308).

2.4.2 Leer deur probleemoplossing in wiskunde

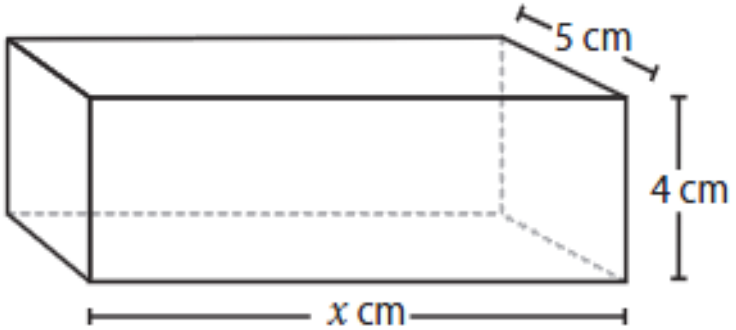
Die primêre idee van leer deur probleemoplossing in wiskunde is afhanklik van reeds bestaande kennis om nuwe kennis op te bou. Met ander woorde, die konstruksie van nuwe kennis begin met die waarneming en herkenning van onderwerpe wat reeds bemeester is. Gevolglik word 'n kennisstruktuur gebou deur nuwe konsepte te voeg by reeds bestaande konsepte.

Sutton en Krueger (2002:2) het in hul studie aangetoon dat betekenisvolle leer in wiskunde slegs plaasvind wanneer die inligting wat ingeneem is deur die leerder sin maak en betekenisvol is. Jonassen (2006:1) argumenteer dat leer plaasvind wanneer leerders aktief, konstruktief, selfgereguleerd en doelgeoriënteerd aan aktiwiteite werk. Gedurende dié aktiwiteite bou leerders voortdurend op hul interpretasie van hul handeling en resultate tydens probleemoplossing. Probleemoplossing word dus beskou as 'n vorm van leer deurdat probleme opgelos word om onbekende wiskunde-inhoud te verwerf (Graaff, 2005:11). Probleemopossingsaktiwiteite voorsien geleenthede aan leerders om te fokus op probleemoplossing in wiskunde en nie die herroeping van prosedures in probleemoplossing nie (Mtetwe, 2010:54). Volgens die CAPS dokument (DoBE, 2012:157) behoort leerders se wiskundekennis en -vaardighede geassesseer te word op verskillende kognitiewe vlakke, naamlik: kennis, roetine prosedures, komplekse prosedures en probleemoplossing.

In probleemoplossing kan daar onderskei word tussen twee kategorieë probleme, naamlik: roetine- en nie-roetine probleme. Mullis *et al.* (2005:66) beskryf die oplos van roetine-probleme as 'n prosedure wat 'n brug vorm tussen basiese kennis en die gebruik van hoofrekenkundige bewerkings.

Roetine probleem (TIMSS, 2011:82)**:**

$Die\ volume\ van\ die\ reghoekige\ houer\ is\ 200cm^3.\ Wat\ is\ die\ waarde\ van\ x?$



Roetine probleem (DoBE, 2012:157)**:**

$Bereken\ die\ waarde\ van\ x\ as$:

$x - 6 = 9$

Volgens die CAPS dokument (DoBE, 2012:157) moet die leerders in staat wees om die volgende vaardighede te demonstreer tydens die oplos van roetine probleme:

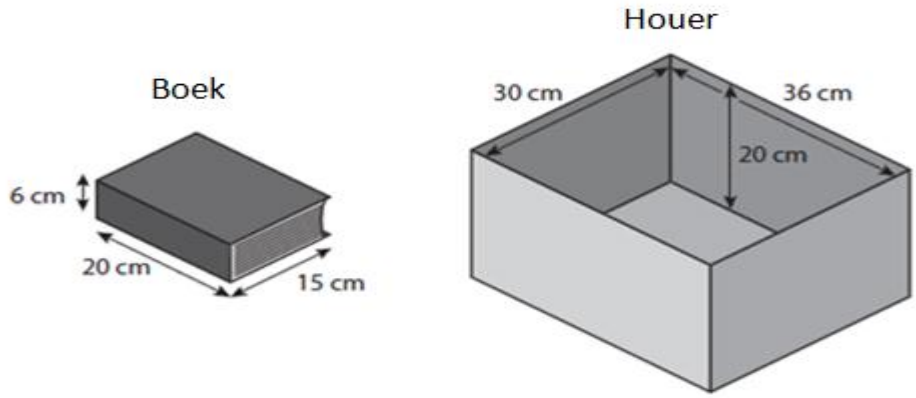
- bekende prosedures uit te voer;
- eenvoudige toepassing en berekeninge met veelvoudige stappe uit te voer;
- afleidings te maak vanuit gegewe inligting; en
- standaardformules te identifiseer en te gebruik wat in die klas teëgekom is (DoBE, 2012:157).

Nie-roetine probleme daarenteen, moedig leerders aan om van spesifieke na algemene denke oor te beweeg om die verwantskap tussen wiskunde en die werklikheid te weerspieël (Arslan & Altun, 2007:215).

Nie-roetine probleem (TIMSS, 2011:82)**:**

Ryan pak boeke in 'n reghoekige houer. Al die boeke is dieselfde grootte.

Wat is die grootste hoeveelheid boeke wat in hierdie houer sal pas?



Nie-roetine probleem (DoBE, 2012:157)**:**

Mary lê 'n afstand van x km in 6 ure af as sy teen 'n gemiddelde spoed van

20km/h met haar fiets ry. Wat sal haar gemiddelde spoed wees as sy

dieselfde afstand in 5 ure aflê?

Volgens die CAPS dokument (DoBE, 2012:157) moet die leerders in staat wees om die volgende vaardighede te demonstreer tydens die oplos van nie-roetine probleme:

- ongesiene en nie-roetine prosedures uit te voer;
- hoër-orde prosesse en begripvorming toe te pas; en
- gegewe probleme in kleiner dele te verdeel ten einde die probleem te kan oplos (DoBE, 2012:157).

2.4.2.1 Modelle vir probleemoplossing

Oor dekades heen het verskeie navorsers probleemoplossingsmodelle ontwikkel met die doel om roetine- en nie-roetine probleme gemaklik te kan oplos. Talle aanpassings is tot Polya se model gemaak om die probleemoplossingsproses te verbeter. In Figuur 2.5 word daar verwys na Polya se lineêre model van probleemoplossing. 'n Verskeidenheid van

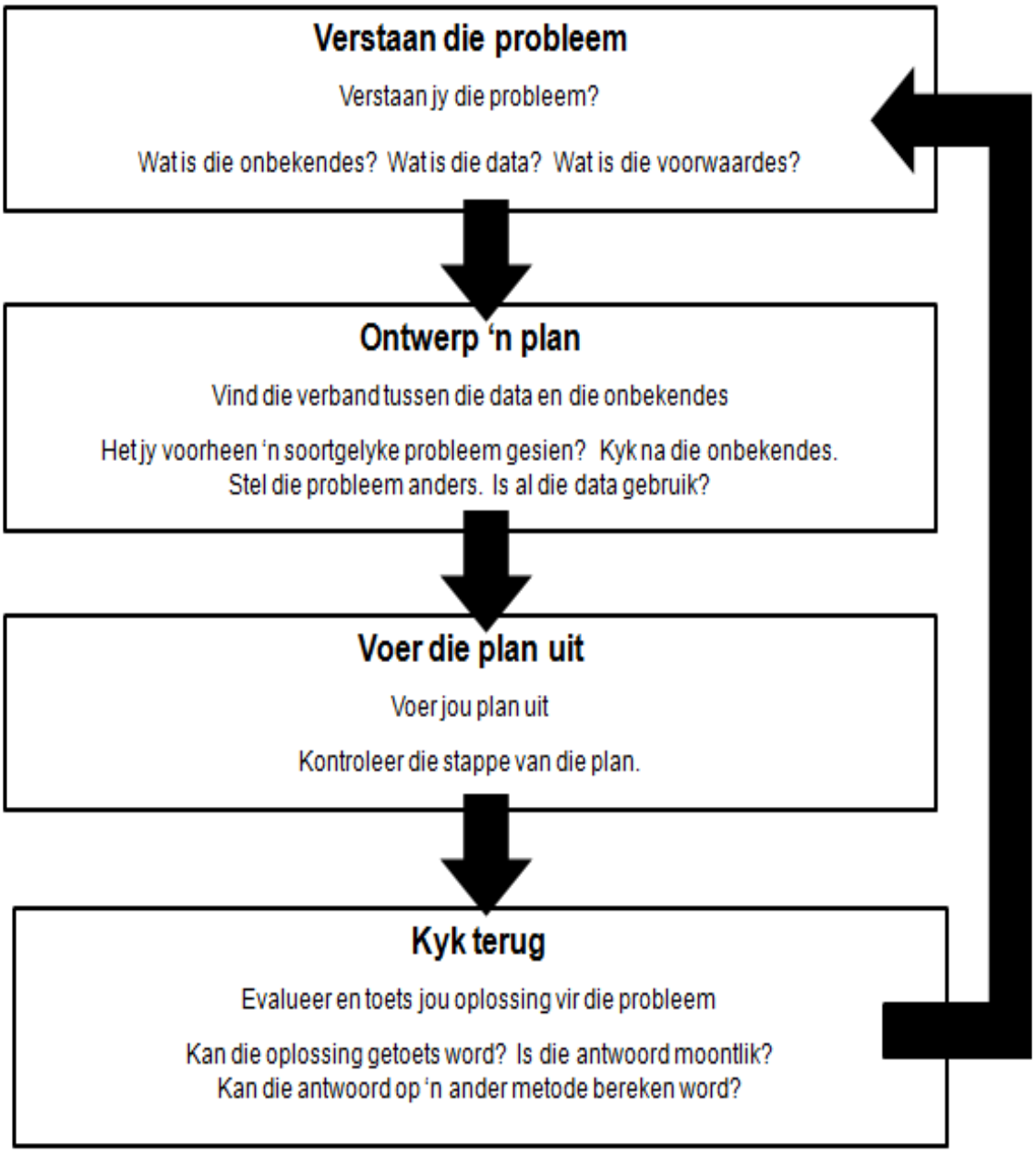
probleemoplossingsmodelle is gedurende die 1960's en 1970's op Polya se lineêre model gebaseer (Bransford & Stein, 1984:16). Die probleemoplossingsmodelle is ontwikkel om te dien as 'n breë raamwerk wat gebruik kan word in alle aspekte van onderrig in wiskunde.

Tydens die ontwikkeling van probleemoplossingsmodelle in wiskunde skep Fernandez *et al.* (1994:196) onder andere 'n sikliese interpretasie van Polya se model, waar 'n leerder se selfbeherende prosesse tydens elke fase van die model in werking tree. Dit blyk wel dat talle probleemoplossingsmodelle saamgestel is oor dekades heen om probleemoplossing in wiskunde vir die leerders moontlik te maak (kyk Tabel 2.3).

Tabel 2.3 **Voorstellings van probleemoplossingsmodelle**. (Aangepas uit Aravena *et al.,* 2007:8-12; Carson, 2007:8; Kolawole *et al.,* 2013:13).

Graham Wallas (1926)	John Dewey (1933)	Stephan Krulik en Jesse Rudick (1980)
1. Voorbereiding vir die oplos van die probleem ("Preparation") Identifiseer die probleem en fokus verstaan van die probleem	1. Identifiseer die probleem	1. Lees die probleem
2. Inkubasie en ontwerp 'n plan ("Incubation") Kyk na die belangrike inligting en verwerk die inligting	2. Analiseer die probleem	2. Ondersoek en analiseer die probleem
3. Illumineer, verhelder en verduidelik ("Illumination") Vind 'n plan vir die probleeem en voer die plan uit	3. Stel 'n moontlike oplossing vir die probleem voor	3. Kies 'n strategie of oplossing vir die probleem
4. Verifikasie en ondersoek van oplossing ("Verification") Toets die oplossing	4. Dink aan die implikasies van die oplossing	4. Los die probleem op
	5. Besluit op die beste oplossing en pas die oplossing toe	5. Toets die oplossing en kyk terug na die probleem

Een van die bekendste modelle vir probleemoplossing in wiskunde is gebaseer op die vier-fase model van Polya wat volgens Wessels (2009:328) die sentrale uitgangspunt van wiskunde-onderrig in die tagtigerjare geword het. George Polya (1973:xvi – xviii), die pionier van probleemoplossing in wiskunde, het 'n lineêre model saamgestel wat die volgende vier fases van probleemoplossing in wiskunde uiteensit:



Figuur 2.5 Diagrammatiese voorstelling van die lineêre model van Polya (Polya, 1973:xvi – xviii).

Hierdie eenvoudige model is die hoeksteen vir probleemoplossing in wiskunde en het gelei tot die ontwikkeling van ander probleemoplossingsmodelle. Daar word dikwels ervaar dat die model van Polya nie ten volle benut word tydens probleemoplossing nie en daardeur kan ‘n leerder se houding teenoor probleemoplossing negatief beïnvloed word (Human, 2009:307).

2.4.2.1.1 Die probleem verstaan

Om ‘n probleem te verstaan, begin by die motivering van die leerders. Die verstaan van ‘n probleem alleen is nie genoeg nie; die belangstelling van die leerder moet ook teenwoordig wees (Hensberry & Jacobbe, 2012:63). Tydens dié fase van probleemoplossing in wiskunde moet die leerder in staat wees om die begrip van die gegewe voorwaardes en beperkings, die uitbreiding van die doel, en die onbekendes van ‘n probleem uiteen te sit om die nodige aannames te maak (Alacaci & Dagruel, 2010:20). Dus is dit die leerders se plig om te verstaan wat van hom of haar verwag word tydens die oplos van ‘n probleem in wiskunde.

Lesh en Zawojewski (2007:769) beklemtoon dat leerders tydens die eerste fase die gegewe inligting ten volle moet verstaan om die uiteindelike doel van die probleem te bereik. Ongelukkig word hierdie fase dikwels verwaarloos wat kan lei tot komplikasies tydens die oplos van ‘n probleem.

Verder moedig Polya (1973:6-10) onderwysers aan om die volgende vrae te vra tydens die eerste fase van sy model:

- Verstaan jy al die wiskundige taal in die probleem?
- Wat word van jou verwag om te bewys?
- Kan jy die probleem in jou eie woorde uitdruk of herhaal?
- Is daar genoeg inligting om ‘n oplossing vir die probleem te vind?

Lorenzo (2005:37) stel voor dat leerders van die volgende proses gebruik moet maak tydens die oplos van probleme ten einde die probleem hul eie te maak:

- Lees die probleem met aandag.
- Identifiseer alle nodige inligting om die probleem op te los.
- Identifiseer die onbekende.

2.4.2.1.2 Ontwerp ‘n plan

Sodra ‘n leerder ‘n probleem ten volle verstaan, sal die begeerte ontwikkel om die probleem op te los, wat sal lei tot die ontwerp van ‘n plan. In dié fase moet die leerder ‘n verband tussen die inligting wat verskaf word en die onbekendes raaksien. Die plan wat ontwerp is om ‘n probleem op te los, moet duidelik uiteengesit word voordat die probleem aangepak word (Polya, 1973:6-10).

Die volgende vrae kan hulp verleen aan die leerder tydens die ontwerp van ‘n plan:

- Het jy al voorheen ‘n soortgelyke probleem gesien?
- Kan jy die metode gebruik om die probleem op te los?
- Kan jy dink aan ‘n probleem met dieselfde onbekendes? (Bundy, 2012:168-171)

2.4.2.1.3 Voer die plan uit

Die derde fase behels die toepassing van prosedures en gekose strategieë vir die oplos van probleme in wiskunde, om te verseker dat die korrekte stappe toegepas word tydens probleemoplossing (Alacaci & Dogruel, 2010:20). Polya (1973:6-10) redeneer dat hierdie fase van probleemoplossing die moeilikste van die vier fases is. Hierby word gevoeg dat as die proses waar tydens die probleem opgelos word tot stilstand kom, moet die oplossing verander of ‘n nuwe geformuleerde plan moet uiteengesit word. Die uitvoering van die plan sluit dus wiskundige berekeninge sowel as prosessering na elke stap in, om die leerder te verseker dat die gekose plan steeds die mees gepaste strategie is om ‘n probleem op te los (Hensberry & Jacobbe, 2012:63). Dit beteken leerders moet van tyd tot tyd terugkyk na hul bewerkings om te bepaal of hul ‘n ander strategie moet volg om die probleem op te los. Die volgende kan die leerders rigting gee tydens die uitvoer van ‘n plan:

- Voer jou plan uit.
- Kan jy die oplossing gebruik?
- Kyk terug na elke stap.
- Is jy seker dat elke stap korrek is?
- Kan jy bewys dat die probleem korrek opgelos is?

Tydens die oplos van probleme in wiskunde kan die leerders van die volgende strategieë gebruik maak:

- Teken ‘n prentjie.
- Stel ‘n diagram of tabel op.
- Gebruik ‘n agteruit werksmetode.
- Raai en toets.
- Soek ‘n patroon.
- Maak ‘n lys.

2.4.2.1.4 Kyk terug en toets die oplossing nadat die probleem opgelos is

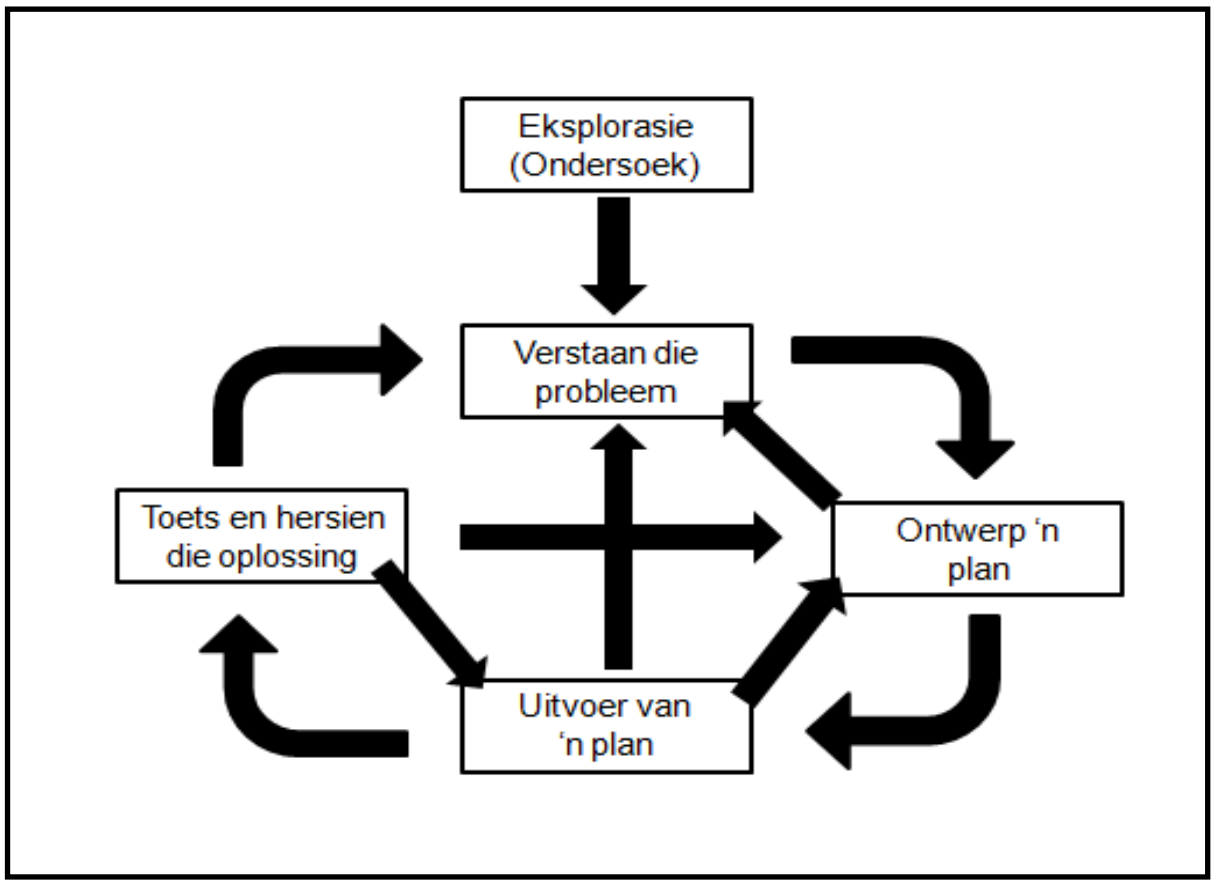
Die finale fase van die vier fases van Polya se model word dikwels verontagsaam (Jacobbe, 2008:392). Hensberry en Jacobbe (2012:64) beskryf hierdie fase as ‘n fundamentele deel van probleemoplossing in die ontwikkeling van leerders se vermoë om hul werk te monitor. Hensberry en Jacobbe se beskrywing vereis dat leerders moet besin oor die gevolgtrekking wat bereik is tydens die gebruik van ‘n probleemoplossingstrategie. Verder verg hierdie fase dat leerders moet reflekteer op die berekening en bespreking van hul oplossing. Deur die oplossing te toets of te hersien nadat die probleem opgelos is, moet die leerders terugkyk na die bewerkings om te bepaal of die resultate geldig is; andersins moet ‘n alternatiewe oplossingstategie gevolg word om die probleem op te los (Polya, 1973:6-10).

Die volgende kan deur die leerder gebruik word tydens die toetsing of hersiening van die oplossing:

- Wat is die algemene strategie wat gebruik is?
- Kan die strategie vir ‘n ander probleem gebruik word?

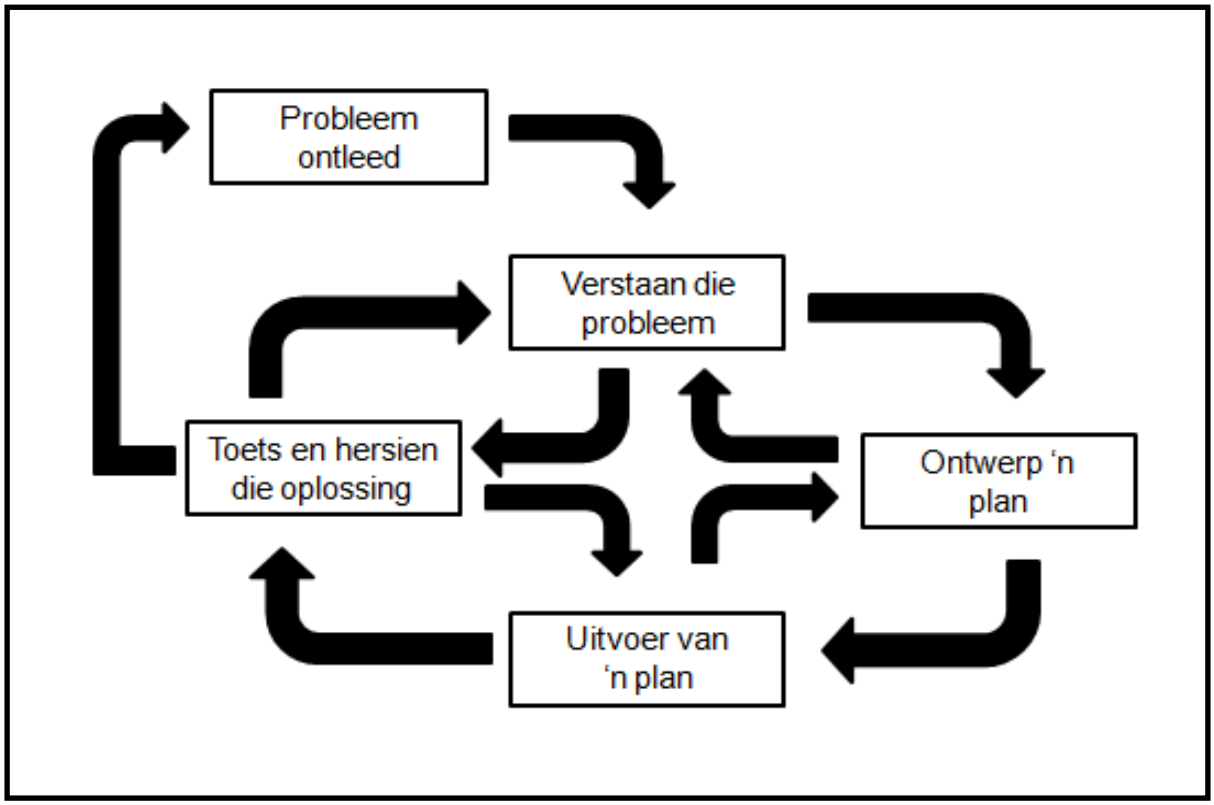
Polya se vier-fase model is die hoeksteen vir probleemoplossing in wiskunde en die vergrootglas waarmee na probleme gekyk word. Ander navorsers soos Suydam (1980), Newman (1983) en Burton (1984) het ook soortgelyke probleemoplossingsmodelle geïdentifiseer. Alhoewel daar geringe verskille in die probleemoplossingsmodelle voorkom, is die vier fases van Polya se lineêre model te alle tye teenwoordig (Clements & Ellerton, 1991:26-30). Schoenfeld (1985:60-67) ontwikkel ‘n dergelike probleemoplossingsmodel wat gebaseer is op Polya se model. Die model betaan uit vyf fases wat die eerste sikliese

voorstelling van probleemoplossing in wiskunde was. Wilson, Fernandez en Hadaway (1993:61-62) ondersteun Schoenfeld deur te redeneer dat Polya se lineêre model ‘n interpretasie van ‘n meer dinamiese, sikliese voorstelling van probleemoplossing in wiskunde is.



Figuur 2.6 Diagrammatiese voorstelling van die sikliese model van Schoenfeld (1985:60-67).

Wilson *et al.* (1993:61-62) skryf uit hul eie ervaring dat dié model (Figuur 2.7) nie ‘n toeretiese model voorstel nie, maar eerder ‘n raamwerk is om probleme op te los in wiskunde.



Figuur 2.7 **Diagrammatiese voorstelling van die sikliese model van Wilson *et al.*** (1993:61-62).

Die sleutel tot die gebruik van die model is om buigbaar te wees tydens die oplos van 'n probleem en nie die oplossing van 'n probleem te sien as 'n reeks stappe wat gevolg moet word nie, maar eerder 'n vloeibare proses waartydens die leerder:

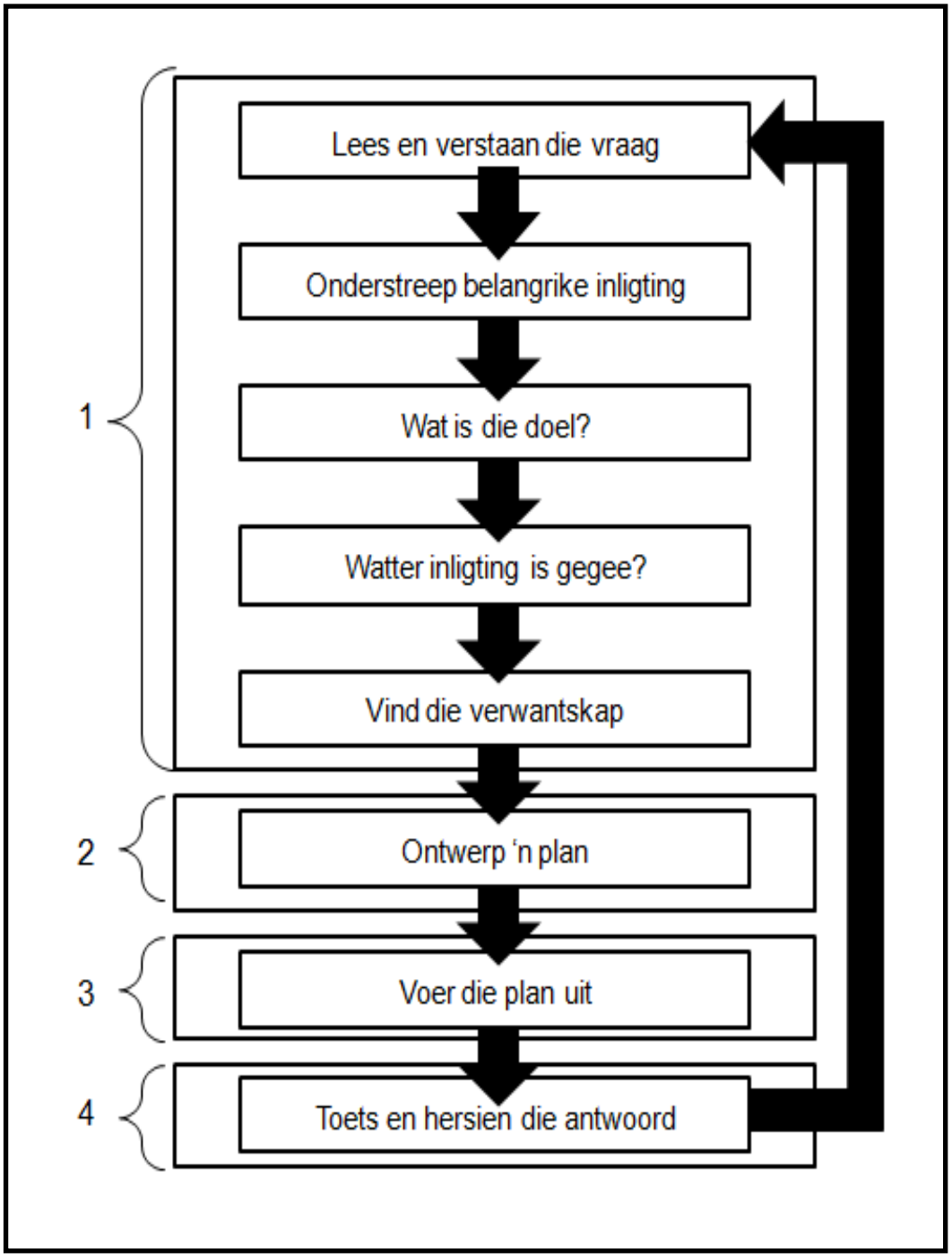
- die *probleem ontleed* met beter begrip ten opsigte van die probleem of soortgelyke probleme;
- oor die probleem nadink en die *probleem verstaan* of insig ontwikkel;
- 'n *plan ontwerp* om die probleem op te los, maar terselfdertyd:
  - 'n behoefte ontwikkel om die probleem beter te verstaan;
  - die plan uitvoer nadat die plan ontwerp is.
- die *plan uitvoer* en:
  - nie daarin slaag om die probleem op te los nie; gevolglik terug beweeg na die plan wat ontwerp is;
  - daarin slaag om die probleem op te los en vervolgens die *oplossing toets of hersien* om te bepaal of die oplossing korrek is (Mochesela, 2007:32-33).

Intussen het Johnston *et al.* (1994:386) 'n soortgelyke model vir probleemoplossing saamgestel wat bestaan uit ses kritiese fases, naamlik: (1) Identifiseer die onbekende(s); (2) Breek die probleem op in kleiner dele; (3) Stel die verdeelde stukke wiskundig voor; (4) Orden die wiskundige voorstelling; (5) Los die probleem op; en (6) Toets die oplossing. Elkeen van die fases word siklies geïnterpreteer as gevolg van leerders wat tussen fases kan beweeg tydens die oplos van probleme in wiskunde (Doerr & English, 2001:361; Ärlebäck, *et. al* 2010:599).

Dossey *et. al* (2002:48) se samevatting van die modellering van probleemoplossing is 'n verdere uitbreiding op Polya se model om probleemoplossingsvaardighede by leerders te ontwikkel. Hulle definieer modellering as 'n proses waartydens leerders wiskunde gebruik om lewenswerklike probleme of situasies op te los. Hierdie proses word vereis vir die optimale leer van wiskunde by leerders deurdat die probleem verstaan, voorspel, beheer en uiteindelik opgelos kan word. Die begrip model en probleemoplossing as modellering is verder deur Lesh en Doerr (2003:43) ondersoek om sin te gee aan die belangrikheid van die gebruik van wiskundemodelle om werklikheidsgetroue situasies in wiskundige terme te interpreteer (Maass, et al. (2009:2057).

Die CCSSI (Common Core State Standerds Initiative) (2010:72) definieer probleemoplossingmodellering as: *"Modeling is the process of choosing and using appropriate mathematics and statistics to analyze empirical situations, to understand them better, and to improve decisions."* Probleemoplossing speel 'n belangrike rol in die nuwe wiskunde kurrikulum (CAPS) vir die seniorfase waarin die algemene doelwitte van onderwys en opleiding fokus op sewe aspekte van probleemoplossing.

Die rol wat Polya se model gespeel het (kyk figuur 2.5), word ook weerspieël in die volgende agt-fase model (kyk Figuur 2.8) van Yeo (2011:23).



Figuur 2.8 Diagrammatiese voorstelling van die agt fase model van Yeo (Aangepas uit Yeo, 2011:23).

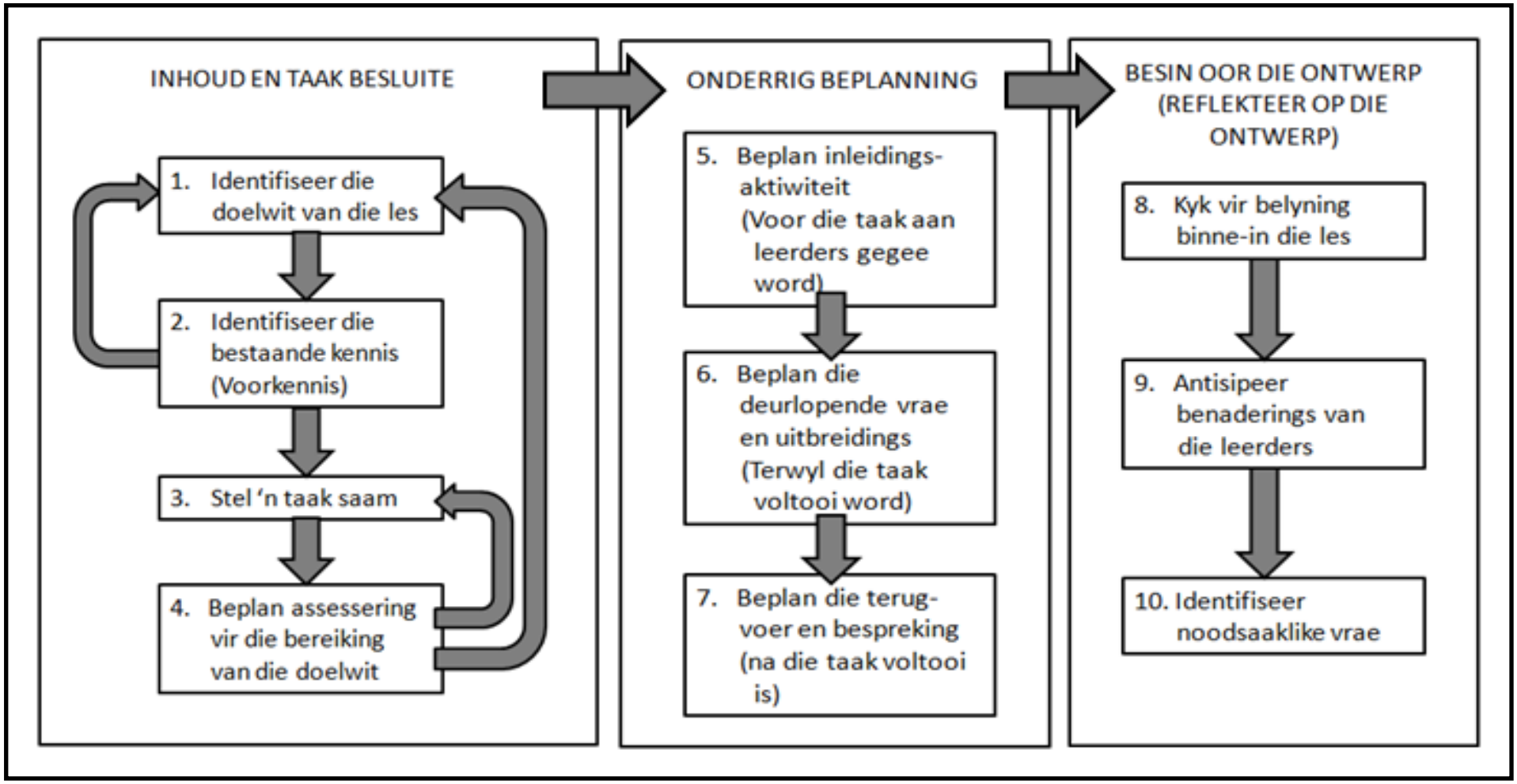
Alhoewel die bostaande modelle die sleutel tot sukses van probleemoplossing in wiskunde is, is die leerder nog verantwoordelik vir aktiewe deelname om probleemoplossings-vaardighede in te oefen en toe te pas tydens die onderrig- en leerproses.

2.4.3 Onderrig vir probleemoplossing in wiskunde

Hilbert (1900:184) beklemtoon dat probleemoplossing in wiskunde ‘n groot invloed uitoefen op wiskunde-onderrig. Hilbert (1900:184) beweer verder dat *“we feel within us the perpetual call: There is a problem. Seek its solution.”* Navorsing in probleemoplossing in wiskunde het gefokus op die leerders se produktiwiteit in die oplos van probleme, opgevolg deur verdere studies wat die fokus van probleemoplossing verskuif het na die verbetering van die probleemoplossingsproses (Polya, 1957:171; Kantowski, 1977:164; Polya, 1981).

Onderrig deur probleemoplossing verskuif die fokus van memorisering van feite en prosedures na die ontwikkeling van vaardighede om probleme op te los (Polya, 1957:171). Halmos (1980:519) en Cockcroft (1982:82) voorspel dat probleemoplossing die sentrale onderwerp of fokus in wiskunde-onderrig sal word in die twintigste eeu. Schroeder en Lester (1989:32) sluit daarby aan deur te stel dat wiskunde-inhoud suksesvol deur die leerders geleer kan word deur hul probleemoplossingsvaardighede in wiskunde te ontwikkel tydens die onderrigproses. As gevolg daarvan dat leerders se blootstelling aan probleemoplossing minimaal is, behoort die onderwysers probleemoplossing in wiskunde aan die leerders te onderrig (McCormick *et al.* 1987:4; Slavin(b), 1991:184). Volgens die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000:52) word probleemoplossing beskou as “a task for which the solution method is not known in advance.” Meer onlangs het verskeie wiskundekurrikula probleemoplossing beklemtoon as ‘n belangrike deel in die ontwikkeling van die onderrig- en leerproses (Schoen & Ziebarth, 1998:142; Porter, 2002:5; Stein *et al*., 2007:320; Socas & Hernandes, 2013:191).

Onderrig deur probleemoplossing is die mees doeltreffende metode van onderrig vir leerders om wiskunde met begrip te leer (NCTM, 2010:1). Vir die sukses van onderrig vir probleemoplossing in wiskunde word ‘n goed beplande les van die onderwyser vereis (Van de Walle *et al.*, 2013:57). Van de Walle *et al.* (2013:68) stel tien stappe (kyk Figuur 2.9) voor om die beplanning van ‘n probleemgebaseerde les in wiskunde te vergemaklik, naamlik:



Figuur 2.9 Diagrammatiese voorstelling van die tien stappe vir die beplanning van probleemgebaseerde lesse
(Aangepas uit Van de Walle *et al.*, 2013:68).

Tabel 2.4 Implementering van Van de Walle *et al.* (2013:68) se stappe tydens die beplanning van 'n Graad 8 probleemgebaseerde les in wiskunde.

ONDERWERP: OPPERVLAKTE VAN VEELHOEKE VIR GRAAD 8

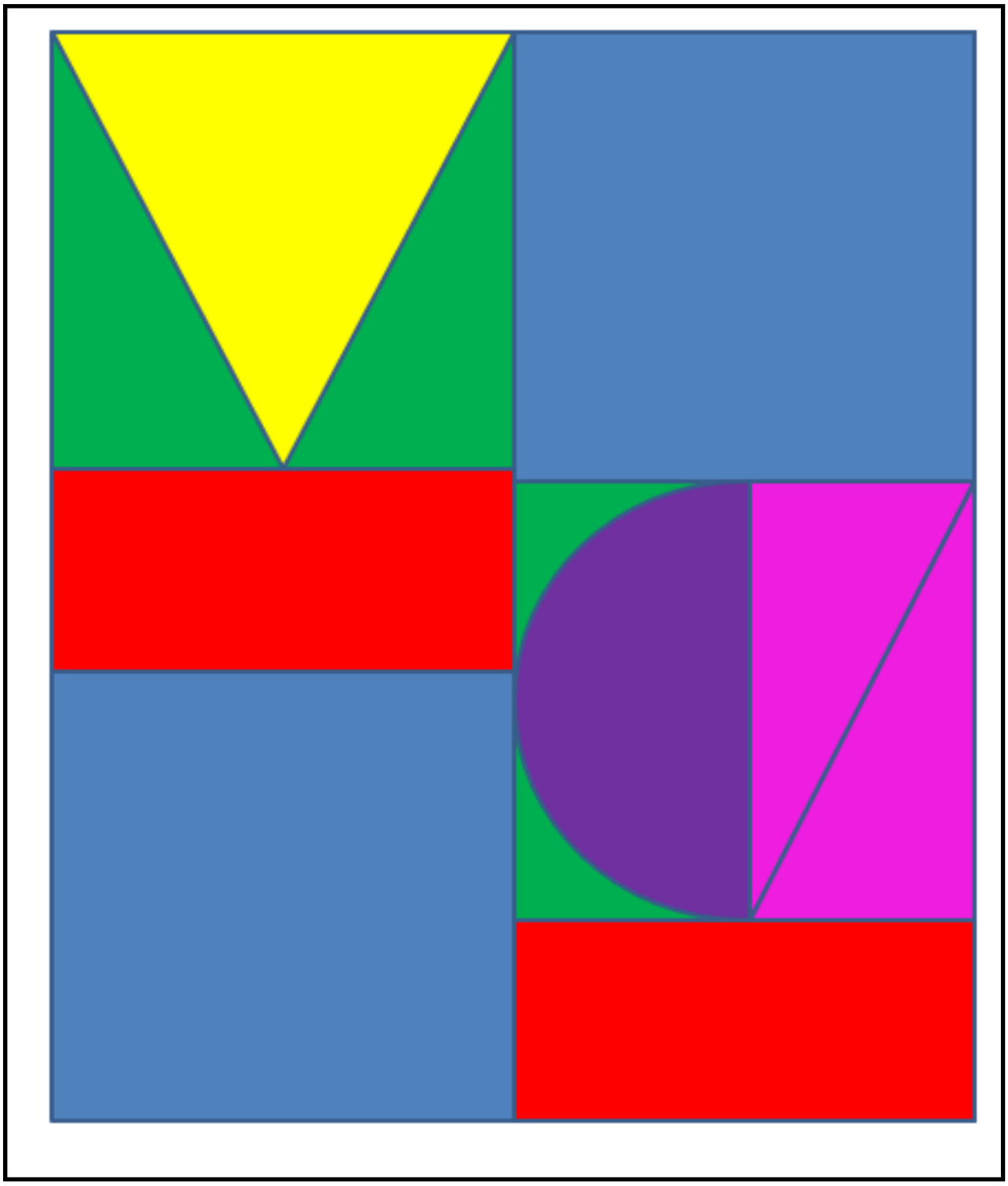
BEPLANNINGSTAPPE	OORWEGINGS VIR BEPLANNING
INHOUD EN TAAK BESLUITE	
1. Identifiseer die wiskunde begrippe en doelwitte van die les	• **Identifiseer die wiskunde begrippe en vaardighede voorgeskryf deur die CAPS-dokument.** o Gebruik gepaste formules om die area van die volgende te meet: ▪ vierkante; ▪ reghoeke; ▪ driehoeke • **Formuleer die leerdoelwitte.** o Bereken die area van veelhoeke tot minstens 2 desimale plekke deur dit op te deel in reghoeke en/of driehoeke.

2. Identifiseer die bestaande kennis (Voorkennis)	• **Identifiseer die wiskundebegrippe en vaardighede wat reeds in Graad 7 bemeester is.** o Gebruik van gepaste formules om die oppervlakte van die volgende figure te meet: ▪ vierkant ▪ reghoek ▪ driehoek • **Identifiseer die wiskunde begrippe en vaardighede wat reeds in Graad 8 bemeester is.** o Gebruik van gepaste formules om die oppervlakte van die volgende figure te meet: ▪ vierkant ▪ reghoek ▪ driehoek ▪ sirkels
3. Stel 'n taak saam.	• **Kies 'n taak (kyk bladsy 49-50) wat leerders in staat sal stel om die doelwitte (Stap 1) te bemeester**
4. Beplan assessering vir die bereiking van die doelwit.	• **Identifiseer die assesseringsmetodes wat gebruik sal word om die verwagte doelwitte te bereik.** o Leerders sal in hul groepe die twee figure se oppervlaktes bereken en deur self-assessering (memorandium) hul werk kontroleer. o Die leerders sal 'n werkkaart (formele assessering) ontvang om te voltooi waar die oppervlaktes van veelhoeke tot twee desimale plekke bereken moet word.

ONDERRIG BEPLANNING	
5. Beplan inleidingsaktiwiteit (Voor die taak aan die leerders gegee word)	• **Bepaal hoe die taak aan die leerders bekend gemaak sal word.** • **Gee leiding aan leerders ten opsigte van die onderwerp wat ter sprake is.** o Begin met 'n eenvoudiger weergawe van die taak: ▪ Laat die leerders 'n eenvoudige vorm bou met die Tangram (kyk Figuur 2.10) soos 'n reghoek wat bestaan uit twee vierkante. ▪ Vrae: Wat bedoel ons met oppervlakte? Hoe meet ons oppervlakte? ▪ Nadat hulp aan die leerders verleen is om oppervlakte te definieer en 'n beskrywing van hoe om oppervlakte te meet, laat die leerders in hul groepe die oppervlakte van hul reghoek bereken. ▪ Laat die leerders 'n driehoek byvoeg en die oppervlakte van die figuur bereken.
6. Beplan die deurlopende vrae en uitbreidings (Terwyl die taak voltooi word)	• **Dink aan hulp wat die onderwyser aan leerders kan verleen.** • **Beplan uitbreidings of uitdagings op leerinhoud.** o Deel die eerste taak, Afdeling A (kyk bladsy 49) uit aan die leerders. Vra die leerders om seker te maak dat hul die taak verstaan. o Leerders sal in hul groepe twee figure (kyk bladsy 49) bou met verskillende vorms wat aan hulle verskaf is. Na elk van die figure gebou is moet die leerders die volgende vraag beantwoord: "Uit watter vorms bestaan jou figure?" o Leerders moet in hul groepe die twee figure van Afdeling A (kyk bladsy 49) se oppervlaktes bereken. o Die leerders sal Afdeling B (kyk bladsy 50) ontvang om te voltooi waar die oppervlaktes van veelhoeke tot twee desimale plekke bereken moet word. Na die voltooiing van die werkkaart sal die leerders die volgende vrae beantwoord: "Hoe het jy die probleem opgelos?" en "Hoe weet jy jou antwoord is korrek?"

7. Beplan terugvoer en bespreking (Nadat die taak voltooi is)	• **Bepaal die wyse van die terugvoering en bespreking van die take deur die leerders.** ○ Die terugvoering van die groepe kan op die genommerde groepslede (kyk 3.4.3) metode toegepas word. ○ Die groepe moet terugvoering gee op hul bevindings in Afdeling A (kyk bladsy 49), deur te verwys hoe hul die probleme opgelos het in die werkkaart en hoe die groep bereken het dat hul antwoorde korrek is.
BESIN OOR DIE ONTWERP	
8. Kyk vir belyning binne-in die les	• **Evalueer die les om te bepaal of alle aspekte van die les sal bydra tot die bereiking van lesdoelwitte.** ○ Verstaan die leerders die oppervlakte van veelhoeke?
9. Antisipeer benaderings van die leerders	• **Besin oor hoe die leerder sal reageer op die taak en watter stuikelblokke na vore kan kom.** • **Bepaal hoe die stuikelblokke hanteer sal word.** ○ As die leerder die veelhoek uitlê met die tangram en net die oppervlaktes van die verskeie figure bereken, verstaan hul nie die konsep om die totale oppervlakte van die veelhoek te verkry nie.
10. Identifiseer noodsaak-like vrae	• **Gebruik die doelwit om vrae te formuleer vir elk van die lesfases.** ○ Hoe bereken jy oppervlakte? ○ Wat is die oppervlakte van die reghoek wat jul nou net gebou het? ○ Hoe word die oppervlakte van veelhoeke bereken?

Voorgestelde taak



Figuur 2.10 Tangram

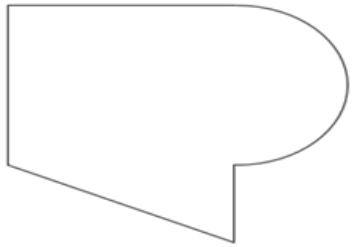
ONDERWERP: OPPERVLAKTE VAN VEELHOEKE

AFDELING A

VRAAG 1

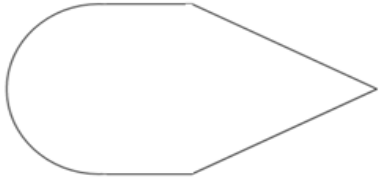
Gebruik die Tangram om die volgende figure in jou groep te bou. Beantwoord die vrae wat daarop volg.

1.1.



1.1.1. Uit watter vorms bestaan jou figuur?

1.2.



1.2.1. Uit watter vorms bestaan jou figuur?

VRAAG 2

2.1. Bereken die oppervlaktes van die figure in 1.1. en 1.2.

FIGUUR 1.1.

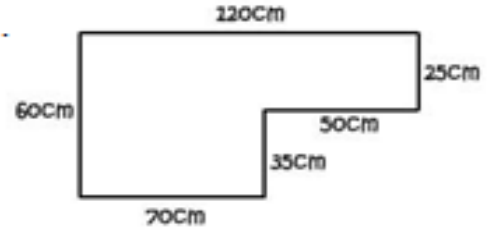
FIGUUR 1.2.

AFDELING B

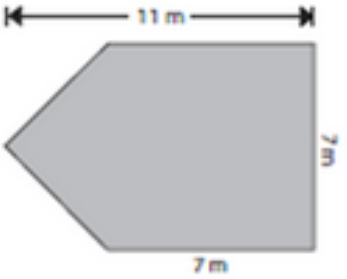
VRAAG 1

Bereken die oppervlaktes van die volgende figure:

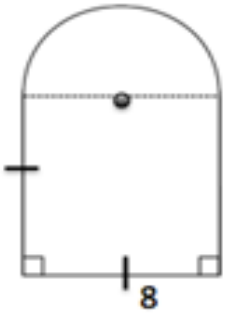
1.1.



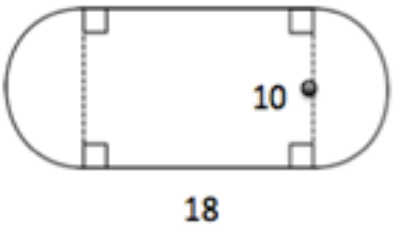
1.2.



1.3.



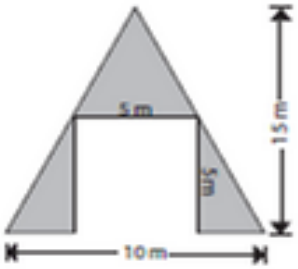
1.4.



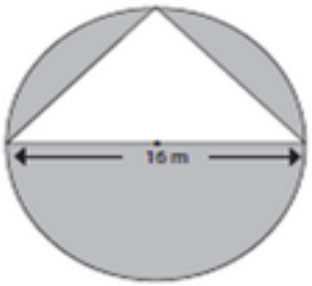
VRAAG 2

Bereken die oppervlaktes van die ingekleurde area in die volgende figure:

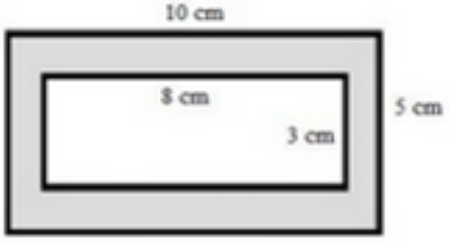
2.1.



2.2.



2.3.



Volgens Wessels (2009:328) het probleemoplossing in wiskunde ontwikkel met die doel om as ‘n breë grondslag vir die onderrig van wiskunde te dien. Dus is probleemoplossing in wiskunde-onderrig voorgestel as ‘n hulpmiddel om suksesvolle leer te bevorder (NCTM, 2000:52).

2.5 HOUDING

2.5.1 Wat is houding

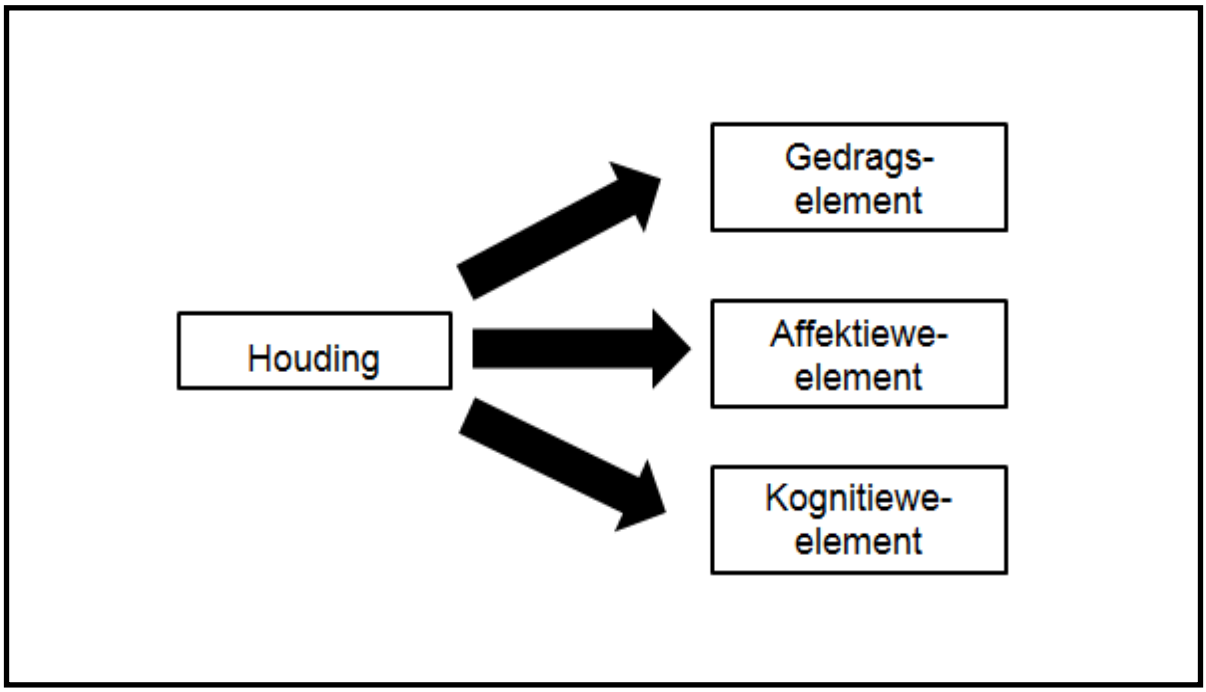
Houding is reeds in 1935 deur ‘n Amerikaanse psigoloog, Gorden Allport, gedefinieer. Na jare se voortdurende en toegewyde navorsing omskryf Allport (1935:810) houding as die intellektuele en neurologiese gereedheid van ‘n individu wat ‘n invloed kan hê op die individu se gedrag teenoor situasies of voorwerpe. Opvoedkundige- en sosiale sielkundiges het die konsep *“houding”* met die verloop van tyd oor ‘n breë spektrum gedefinieer. Navorsers soos Edwards (1957:2), Shaw en Wright (1967:1), Thomas (1971:19), Fishbein *et al.* (1975:5), Green (1977:111) en Jaspars (1986:4) het beklemtoon dat geen enkele omskrywing navorsers se siening oor houding sal tevrede stel nie. Die omvattendheid van die konsep word dus deur ‘n betrokke navorser bepaal deur die fokus en uiteensetting van die inhoud van sy/haar studie. Shaw *et al.* (1967:2), Thomas (1971:19), Green (1977:112) en Plug *et al.* (1988:146) voer aan dat houding een van die belangrikste konsepte in sosiale sielkunde is en beskryf dit as ‘n aangeleerde ingesteldheid van ‘n individu teenoor objekte.

Thurstone *et al.* (1970:6), Zimbardo *et al.* (1977:20) en Baron *et al.* (2000:125) beklemtoon dat houding die basis vorm van ‘n individu se ingesteldheid en is saamgestel uit tevredenheid en ontevredenheid. Houding kan dus omskryf word as ‘n individu se gevoelens, neigings, vrese, vooroordele en oortuigings ten opsigte van situasies en objekte. Kroon (1995:13), Uys (1996:23) en Tapia *et al.* (2004:18) voeg by dat houding ‘n evaluerende ingesteldheid teenoor objekte is, en dit bevat gunstige of ongunstige elemente. Deur na die beskrywings te verwys, blyk dit dus dat houding gedefineer kan word as die aard van intellektuele en neurologiese gereedheid van ‘n individu se gunstige of ongunstige gevoelens, neigings, vrese, vooroordele en oortuigings ten opsigte van situasies en objekte.

As gevolg van die komplekse aard van houding is ‘n samestelling van elemente uiteengesit om die struktuur van ‘n individu se psigiese aktiwiteite te vereenvoudig en te beskryf.

Houding sluit drie elemente in, naamlik gedrags- (motiverende), affektiewe (emosionele) en kognitiewe (verstandelike) elemente wat deel uitmaak van die individu se bestaanswerklikheid (Bovee *et al.*, 2007:1773).

Houding is ‘n toestand wat die individu se keuse en gedrag teenoor probleemoplossing in wiskunde beïnvloed (Basson, 2006:30). Zan *et al.* (2007:158) meen dat houding ‘n positiewe of negatiewe gedrag weerspieël teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.2).



Figuur 2.11 Diagrammatiese voorstelling van die elemente van houding (Aangepas uit Vogt, 2008:299).

Die drie elemente van houding word soos volg beskryf:

- die gedragselement (motiverende) verwys na die gedrag en oortuigings van ‘n individu teenoor ‘n situasie of voorwerp;
- die affektiewe element, wat ook bekend staan as die emosionele element, verwys na die leerder se gevoelens en emosie; en
- die kognitiewe element verwys na die gedagtes en idees van die leerder met betrekking tot ‘n situasie (Vogt, 2008:299).

2.5.2 Leerders se houding teenoor wiskunde

Sedert 1935 het ‘n toenemende belangstelling onder navorsers ontstaan vir die verbetering van leerders se houdings teenoor wiskunde. Nesmith (2008:1) redeneer dat leerders se voorstelling van wiskunde die memorisering van formules is, sowel as die vermoë om reëls te volg en prosedures uit te voer sonder om noodwendig te verstaan wat dit verteenwoordig. Dié siening veroorsaak dat leerders wiskunde as onnodig en irrelevant beskou en dit kan die leerproses in wiskunde beïnvloed. Ahmed en Bora (2012:31) bevind dat ‘n leerder se houding beïnvloed kan word deur die onderrig- en leerproses in wiskunde. Die wyse waarop wiskunde deur onderwysers benader word en aan leerders voorgehou word, bepaal die manier waarop leerders wiskunde sal benader.

Talle navorsers is oortuig daarvan dat leerders se houding ‘n belangrike rol speel in die leer van wiskunde. Volgens Tapia *et al.* (2004:18) is houding ‘n evaluerende ingesteldheid teenoor objekte, en bevat dit gunstige of ongunstige elemente, terwyl Hart (1989:37-45) van mening is dat houding teenoor wiskunde meer kompleks na vore kom in ‘n multidimensionele raamwerk. In sy studie verwys hy na die emosionele assosiasie (angs en vertroue) en oortuigings van die individu teenoor wiskunde. Hannula (2002:26) definieer houding teenoor wiskunde as ‘n emosionele ingesteldheid deur na vier komponente te verwys: (1) die leerder se emosionele ervaring tydens wiskunde-aktiwiteite; (2) die emosionele assosiasie met wiskunde; (3) die evaluering van werkswyses wat van leerders verwag word om te volg tydens die toepassing van wiskunde; en (4) die waarde wat wiskunde vir leerders het. Na aanleiding van bogenoemde, kan met oortuiging verklaar word dat die houding van leerders ‘n belangrike rol speel in wiskunde (Amato, 2004:2-31; Kislenko *et al.*, 2005:349; Zan *et al.*, 2007:157).

Vir die doel van die studie word houding gedefinieer as ‘n gesindheid teenoor wiskunde wat geformuleer kan word as ‘n positiewe of negatiewe emosionele ingesteldheid (Tahar *et al.,* 2010:477). Houding teenoor wiskunde verwys hoofsaaklik na die affektiewe elemente van houding (kyk Figuur 2.11) en kan deur verskeie faktore beïnvloed word, naamlik die:

- selfvertroue van die leerders tydens die gebruik van wiskunde (affektiewe element);
- oortuigings oor die waarde van wiskunde vir die leerders (gedragselement en affektiewe element);

- genot in die uitvoer van wiskunde (affektiewe element);
- angs wat deur die leerders ervaar word tydens die toepassing van wiskunde (affektiewe en kognitiewe element); en
- motivering van die leerders om wiskunde toe te pas (kognitiewe en gedragselement).

Selfvertroue

Die individu se houding teenoor wiskunde kan beïnvloed word deur sy/haar selfvertroue en prestasie in wiskunde (Tapia *et al.*, 2004:18). Selfvertroue word volgens Taylor (2006:289) en Coetzee en Roythorne-Jacobs (2007:14) beskryf as ‘n individu se versameling van idees en die houding wat hy/sy ontwikkel tydens die individu se interaksie met die omgewing. Individue het dikwels ‘n idee van wie hul is, maar soms word daar getwyfel en die individu voel deurmekaar en onder druk geplaas deur ander faktore. Lalley en Miller (2006:747) beweer dat selfvertroue ‘n individu se houding en vermoë om suksesvol te wees, weerspieël. Spangenberg (2008:141) definieer selfvertroue as ‘n persoon se houding, gevoelens en kennis van sy of haar vaardighede, vermoëns, voorkoms en sosiale aanvaarding; met ander woorde die beeld wat ‘n persoon van hom- of haarself het. Gevolglik het selfvertroue ‘n impak op die leerder se houding teenoor wiskunde.

Positiewe selfvertroue is ‘n bepalende faktor in ‘n leerder se houding teenoor wiskunde. Dit speel ‘n rol in die motivering van leerders om wiskunde as ‘n vak vir die VOO-fase te kies (Sriraman, 2006:83). Leerders beoordeel hulleself volgens omgewingstandaarde en dit beïnvloed hul selfvertroue. Volgens Benade (2008:16) sien leerders hulself soos wat hul dink ander leerders hul sien. Die sukses of mislukking van ‘n leerder het ‘n invloed op sy of haar selfvertroue. Volgens Martin (2009:337) toon navorsing in die algemeen dat leerders met goeie selfvertroue harder werk en meer toegewyd is om sukses van hulle take te maak as leerders met min of swak selfvertroue.

Waardes en oortuigings

Oor dekades heen is talle studies onderneem ten opsigte van leerders se oortuigings oor die waarde van wiskunde. Schoenfeld (1992:359) definieer die waarde wat ‘n individu heg aan wiskunde as ‘n individu se begrip en “gevoel” waarop sy of haar gedrag in wiskunde berus. Raymond (1997:552) beskryf verder die waarde van wiskunde as “personal judgements

about mathematics formulated from experience in mathematics, including beliefs about the nature of mathematics, learning and teaching mathematics". Die oortuigings oor die waarde van wiskunde word geskep deur leerders se ervarings en hul gedrag in die klaskamer (Grootenboer, 2003:7). Tapia *et al.* (2004:18) verwys na die leerder se oortuigings as die ervaring van die relevansie en waarde van wiskunde. Indien 'n leerder 'n negatiewe oortuiging ten opsigte van wiskunde het, kan wiskunde-angs ontstaan by die leerder (Uusimaki & Nason, 2004:369). Talle navorsers beweer dat 'n verband tussen leerders se oortuigings oor die waarde van wiskunde en leerders se motivering in wiskunde bestaan (Leder & Forgasz; 2002:96; Kloosterman, 2002:248; Mueller *et al*., 2011:33).

Leerders se oortuigings oor die waarde van wiskunde speel 'n groot rol in die onderrig- en leerproses (Furinghetti & Pehkonen, 2002:40; Adnan *et al.*, 2012:1715). Die onderwyser se onderrigstrategieë (kyk 3.2) in die wiskunde-klaskamer word bepaal deur onder andere hul persoonlike oortuigings ten opsigte van die waarde van wiskunde (Chan, 2011:89). Capraro (2005:83) beweer dat die onderwyser se oortuigings aangaande die waarde van wiskunde leerders se leer kan beïnvloed, asook hul oortuigings oor die waarde van wiskunde. Leerders met positiewe of gunstige oortuigings oor die waarde van wiskunde, behoort 'n positiewe leerervaring te ervaar wat uiteindelik tot goeie prestasie in wiskunde kan lei (Xiao *et al*., 2009:9)

Angs

Wiskunde-angs is 'n toestand van senuagtigheid en ongemak wat tydens die oplos van wiskundeprobleme kan ontstaan en sodoende wiskundeprestasie belemmer, ongeag die ware vermoëns van 'n leerder (Ashcraft *et al.,* 2009:197). Volgens Onwuegbuzie en Wilson (2003:38) is angs en vrees onaangename emosies wat ontstaan deur omstandighede wat ervaar word as 'n bedreiging. Moremedi (2007:27) redeneer dat die negatiewe selfvertroue en angs wat die leerder ten opsigte van wiskunde ervaar, 'n bydrae lewer tot die leerder se oortuigings dat wiskunde 'n moeilike vak is. Die gevoel van onsekerheid en vrees wat leerders ervaar, is eie aan die spesifieke ontwikkelingsfase waarin die leerders hulself bevind. Die leeromgewing waarin die leerders hulself in die wiskundeklaskamer bevind, het ook 'n invloed op die sekerheid en veiligheid wat hulle ervaar (Berman *et al.*, 2001:308). Sodanige leerders wat sekerheid en veiligheid in die wiskunde klaskamer ervaar, is meer

geneig tot positiewe selfwaarde en kan ander leerders wat angs en vrees in die wiskunde-klaskamer ervaar, ondersteun (Van de Walle, 2007:62).

Spangenberg (2008:151) definieer angs as "iets wat gevoel word"; dus 'n onaangename affektiewe toestand. Angs is 'n psigo-fisiologiese emosionele toestand wat die senuwee-stelsel aktiveer en bestaan uit subjektiewe gevoelens van spanning, vrees en bekommernis. Verder beweer Braaten en Felepulos (2004:228) dat angs oorerflik is. Angs word gekenmerk deur gereelde intensiewe bekommernis. Dowker (2005:238) definieer wiskunde-angs as 'n gevoel van spanning en angstigheid wat met die manipulasie van getalle en die oplos van probleme inmeng. Hoewel sommige mense 'n algemene vrees of haat vir akademiese aktiwiteit en angstigheid vir toetse en ander assesseringsmetodes ontwikkel, is wiskunde die vak wat meer angs en vrees laat ontstaan as ander vakke. Wiskunde-angs hou ook dikwels met tydsdruk verband. Die behoefte om vinnig tot 'n korrekte antwoord te kom, lei tot paniek en affekteer die leerder se houding teenoor wiskunde (Gates, 2004:59). Dowker (2005:238) beweer dat baie leerders wiskunde-angs beleef en dat hulle as gevolg daarvan in hul keuse tussen wiskunde en wiskundige geletterdheid as vakke in Graad 10, beïnvloed word.

Genot

Tydens soektogte na kenmerke van 'n positiewe houding teenoor wiskunde, het opvoedkundige navorsers afgekom op emosies ten opsigte van wiskunde, asook genot wat ervaar word in die doen van wiskunde (Perkrum *et al.*, 2002:92; Valiente *et al.,* 2012:130). Verskillende definisies vir die konsep genot het ontwikkel; dit wissel van 'n individu se emosies ten opsigte van wiskunde en houding teenoor wiskunde tot positiewe reaksie op wiskunde-inhoud (Zillmann & Bryant*,* 1994:437-450; Vorderer *et al.,* 2004:388-391). Ma *et al.* (1997:27) en Thijsse (2002:34) beweer dat 'n leerder wat wiskunde as belangrik beskou en genotvol vind, se wiskundeprestasie beduidend verbeter. Thijsse redeneer verder dat die emosies wat ervaar word ten opsigte van wiskunde, uiteindelik tot die genot van of angs teenoor wiskunde kan lei. Tapia *et al.* (2004:18) verwys na genot wat leerders ervaar as hulle wiskunde doen, as dat hul behae skep in wiskunde. Ander navorsing toon dat genot 'n belangrike rol speel in die leerder se motivering tot leer tydens onderrig (Prochaska *et al.*, 2003:172; Wallhead & Ntoumanis, 2004; Yli-Piipari *et al.*, 2009:328).

Motivering

Opvoedkundige sielkundiges het vir dekades die belangrikheid van motivering en ondersteuning in wiskunde beklemtoon. Tapia *et al.* (2004:20) verwys na motivering as die bereidwilligheid, behoefte, begeerte en drang wat ‘n individu ervaar om deel te neem aan ‘n spesifieke taak wat kan lei tot sukses in wiskunde. Volgens Liu en Lin (2010:222) verwys motivering na “*the reasons for directing behavior towards a particular goal, engaging in a certain activity, or increasing energy and effort to achieve the goal*”.

Alle leerders moet gemotiveer word om betrokke te raak by wiskunde-aktiwiteite en volgens talle navorsers word tussen twee vorme van motivering onderskei, naamlik intrinsieke en ekstrinsieke motivering (Guay *et al.* 2001:643; Vansteenkiste *et al*. 2006:20; Verstuyf *et al*. 2009:155). Intrinsieke motivering word omskryf as *“the drive to pursue an activity simply for the pleasure or satisfaction derived from it”* (Areeppattamannil & Freeman, 2008:709; Coetzee, 2011:25). Benadé (2008:11) verwys na intrinsieke motivering as ‘n individu se motivering om deel te neem aan wiskunde-aktiwiteite waaraan sodanige individu waarde heg. Leerders met hoë intrinsieke motivering is meer geneig om sukses te behaal teenoor leerders met lae of min intrinsieke motivering (Shernoff & Csikszentmihalyi, 2009:133).

Ekstrinsieke motivering word gedefinieer as ‘n *“broad array of behaviours having in common the fact that activities are engaged in, not for reasons inherent in them, but for instrumental reasons”* (Areeppattamannil & Freeman, 2008:708; Coetzee, 2011:25). Benadé (2008:13) beskryf ekstrinsieke motivering as die motivering van ‘n individu deur faktore wat buite die wiskundeklaskamer geleë is. Ekstrinsieke motivering is die voltooiing van ‘n wiskunde-aktiwiteit in die bereiking van ‘n vooropgestelde doelwit. ‘n Leerder sal betrokke raak by die uitvoering van aktiwiteite as die deelname op een of ander manier beloon word (Vansteenliste *et al.*, 2006:24). Leerders wat ekstrinsiek gemotiveerd is, word deur die onderwyser en ander leerders se goedkeuring, asook hul eie prestasie in wiskunde beïnvloed (Mueller *et al.*, 2011:34).

2.5.3 Die leerder se houding en prestasie in wiskunde

Die term akademiese prestasie is egter moeilik om te definieer omdat dit grootliks afhang van ‘n leerder se potensiaal. Volgens Van der Westhuizen (2008:23) kan die definisie van akademiese prestasie beter verstaan word teen die agtergrond van intellektuele vordering. Daarvolgens word akademiese prestasie gedefinieer in terme van leerders se persepsie van leermateriaal en die vermoë om die leermateriaal te kan internaliseer. Van der Linde (2005:8) omskryf akademiese prestasie as die kognitiewe en verwante vaardighede wat leerders in staat stel om akademiese inligting te bemeester. Volgens Van der Westhuizen (2008:24) is die mees basiese siening van skolastiese prestasie hoe goed ‘n leerder presteer het in ‘n spesifieke toets of eksaminering.

Leerders se houding teenoor wiskunde word grootliks beïnvloed deur hul prestasie en die onderrig wat die leerders ontvang (Mensah *et al.,* 2013:134). Die verband tussen ‘n leerder se houding en prestasie in wiskunde het ‘n ryk geskiedenis in die navorsingswêreld. Talle navorsingstudies toon ‘n betekenisvolle verband tussen die houding en prestasie van leerders in wiskunde, terwyl ander teenstydige resultate lewer (Patra & Mech, 2011:2). Akinsola (2008:61) is van mening dat leerders se herhaaldelike mislukking in ‘n skoolvak, en spesifiek in wiskunde, dikwels daartoe lei dat leerders moed opgee omdat hulle nie glo dat hulle die vermoë het om die vak te bemeester nie. Reynolds (2006:19) sluit hierby aan en sê as ‘n leerder ‘n gunstige houding teenoor wiskunde toon, sal die leerder goed presteer in wiskunde, terwyl ‘n leerder wat ‘n ongunstige houding koester swak sal presteer in wiskunde.

Leerders se houding teenoor wiskunde kan ook verband hou met geslag (De Lourdes *et al.*, 2012:1). Geslag verwys na die karakteristieke eienskappe of ‘n leerder vroulik of manlik is (Taylor *et al.*, 2011:21). Mensah *et al.* (2013:134) beweer dat talle navorsers die siening het dat manlike leerders beter is in wiskunde as vroulike leerders. Dit is duidelik dat dié siening wel die houding van vroulike leerders beïnvloed teenoor wiskunde. Alhoewel talle studies gebaseer is op die onderwerp, is geen beduidende resultate gevind om die stelling te staaf nie. Volgens navorsers is een van die grootste invloede van houding teenoor wiskunde die selfkonsep van manlike en vroulike leerders ten opsigte van wiskunde (Mohamed & Waheed, 2011:277). Spangenberg (2008:141) identifiseer selfkonsep as ‘n persoon se

houding; gevoelens en kennis van hul eie vaardighede, vermoëns, voorkoms en sosiale aanvaarding; dus die beeld wat ‘n persoon van hom- of haarself het. In vergelyking met manlike leerders het vroulike leerders ‘n gebrekkige selfbeeld ten opsigte van wiskunde. Farooq *et al.* (2008:76) bevind dat manlike en vroulike leerders dieselfde tipe houding teenoor wiskunde toon, dus het geslag geen impak op die leerders se houding nie.

Die akademiese prestasie van leerders speel ‘n groot rol in die motivering tot sukses in wiskunde. Volgens Moremedi (2007:25) sal die meerderheid leerders wat uitstekende punte in wiskunde in graad 9 behaal, wiskunde in die VOO-fase neem. Die afleiding word dus gemaak dat vorige sukses in wiskunde ‘n goeie indikator van toekomstige sukses in die vak is. Uit bogenoemde wil dit dus voorkom asof ander faktore, soos byvoorbeeld die onderwyser se houding teenoor wiskunde, ‘n invloed kan uitoefen op ‘n leerder se houding teenoor wiskunde. Vervolgens word die wiskunde-onderwyser se houding teenoor wiskunde bespreek.

2.5.4 Onderwysers se houding teenoor wiskunde

Talle navorsingstudies toon dat daar ‘n verband is tussen onderwysers se houding teenoor wiskunde en die leerders wat hulle onderrig, se houding teenoor wiskunde. Scholfield (1981:464) beweer dat ‘n gunstige houding van onderwysers teenoor wiskunde ‘n verband toon met die prestasie van hul leerders. Die houding van leerders teenoor wiskunde kan beïnvloed word deur die onderwyser se houding en gesindheid, asook die onderrigstrategieë (kyk 3.2) wat onderwysers volg tydens die onderrig- en leerproses (Yara, 2009:336). Afolabi (2009:326) bevestig dat ‘n onderwyser se gesindheid en houding teenoor wiskunde bydra tot die leerders se prestasie in wiskunde.

Onderwysers se houding teenoor wiskunde is saamgestel uit motiverende (gedrag teenoor wiskunde), emosionele (reaksie teenoor wiskunde) en kognitiewe (oortuigings ten opsigte van wiskunde) elemente (kyk Figuur 2.11) (Mensah *et al.,* 2013:135). Die motiverende element van onderwysers se houding word toegeskryf aan die sukses of mislukking tydens ‘n ervaring wat kan lei tot die onderwyser se selfkonsep (Benade, 2008:16). Van Staden (2005:18) beklemtoon die belangrikheid van selfkonsep by onderwysers deur te verwys na die tekort aan selfvertroue wat die onderrigsituasie kan beïnvloed. Die onderwyser kan dus ‘n leerder se houding teenoor wiskunde beïnvloed. ‘n Onderwyser se houding teenoor

wiskunde sluit ook sy/haar belangstelling in wiskunde, vertroue in sy of haar eie wiskunde-vermoëns, selfkonsep en waardering van wiskunde, in. Hierdie emosionele elemente speel ‘n enorme rol tydens onderrig en die leerproses van leerders (Van der Sandt, 2007:346). Kognitiewe elemente van wiskunde-onderwysers beïnvloed nie net die leerders se oortuigings nie, maar ook die gedrag en praktyk in die klaskamer (Adnan, 2010:152).

Uit die bogenoemde wil dit dus voorkom asof verskillende faktore ‘n invloed uitoefen op die onderwyser se houding teenoor wiskunde wat dus ook die leerder se houding teenoor wiskunde kan beïnvloed.

2.5.5 Leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde

Probleemoplossing in wiskunde is van besondere belang volgens die CAPS wiskunde-kurrikulum en onderwysers word aangemoedig om probleemoplossing in alle wiskunde-klasse en aktiwiteite toe te pas (kyk 2.4.2) (DoBE, 2012:157). Die houding teenoor probleemoplossing in wiskunde kan beïnvloed word deur die volgende: die vertroue van die leerders in hulle vermoë (selfvertroue); die sukses en mislukking van probleemoplossings-aktiwiteite (angs); die invloed van die onderwyser in die klaskamer (motivering); die oortuigings oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde (waarde en oortuigings); en prestasie in probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.2).

Baie leerders het nie vertroue in hul wiskundevermoëns om probleme op te los nie, en dit wil voorkom asof leerders met ‘n negatiewe houding teenoor probleemoplossing in wiskunde, geneig is om ‘n lae selfbeeld (kyk 2.5.2) of ‘n gevoel van onvermoë te toon (Maree, 2005:91). Forgasiz (2005:1) sluit hierby aan dat leerders met meer selfvertroue (kyk 2.5.2) in hul probleemoplossingsvaardighede ‘n positiewe houding sal toon ten opsigte van probleemoplossing. Fourie (2010:42) definieer ‘n “positiewe” houding teenoor probleem-oplossing in wiskunde as ‘n positiewe emosionele ingesteldheid teenoor die onderwerp.

Nicolaidou en Philippou (2003:2) beweer dat ‘n negatiewe houding ontstaan as gevolg van ‘n gereelde of konstante mislukking in die oplos van wiskundeprobleme. Die herhaling van leerders se emosionele reaksie ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde vorm ‘n positiewe of negatiewe houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.2). Leerders is geneig om ‘n negatiewe houding teenoor probleemoplossing in wiskunde

te toon as gevolg van eksterne en interne redes. Eksterne redes word beskryf as die vrees (angs) vir mislukking in probleemoplossingsaktiwiteite in die wiskundeklaskamer, asook die oordeel en kritiek van ander leerders, die onderwysers en ouers. Interne redes verwys na leerders se verwarring en fustrasies tydens probleemoplossingsaktiwiteite in wiskunde (Dowker, 2005:215; Spangenberg, 2008:134).

Volgens Van Staden (2005:133) word leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde deur die onderwyser se (positiewe) houding bepaal. Onderwysers behoort ‘n positiewe houding teenoor die gebruik van probleemoplossing by leerders te kweek en leerders aan te moedig om hul meer op probleemoplossing toe te spits. ‘n Positiewe houding teenoor probleemoplossing is een van die mees waardevolle instrumente in die toepassing van wiskunde probleme (Tahir & Bakar, 2009:121). Talle navorsers is oortuig daarvan dat die onderrigstrategieë wat ‘n onderwyser gebruik, grootliks verantwoordelik is vir ‘n leerder se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde (Obodo, 2006; Azuka, 2013:23). Gevolglik kan leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde beïnvloed word deur die implementering van verskeie onderrigstrategieë (kyk 3.2) (Moses *et al.*, 2012:41; Azuka, 2013:23). Scholtz (2004:22) is daarvan oortuig dat houding ten opsigte van probleemoplossing gevorm word deur ‘n leerder se direkte (kyk 3.2.2) en indirekte (kyk 3.2.3) interaksie met probleemoplossing. Direkte interaksie ontstaan wanneer die leerder in direkte kontak is met die objek (probleemoplossing) self, terwyl indirekte interaksie plaasvind wanneer daar deur middel van die objek (probleemoplossing) gekommunikeer word.

Oortuigings oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde is in diepte ondersoek deur verskeie navorsers (Goldin, 2004:57; Op’t Eynde *et al*., 2006:194; Cai, 2010:252). Leerders se oortuigings oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde word ontwikkel deur hul vermoëns om probleme op te los. Gevolglik het probleemoplossing ‘n belangrike plek in wiskunde-onderrig en word dit beskou as ‘n lewensvaardigheid by die leerders. Netso verleen probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.4.1) hulp aan die leerders tydens die leer van wiskunde (kyk 2.4.2) (Cai, 2010:252). Biccard en Wessels (2011:3) sluit hierby aan deur te sê dat die leerders se oortuigings oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde beïnvloed word deur hul persoonlike deelname en ervaring in die wiskundeklaskamer. Die onderwyser speel ‘n noodsaaklike rol in die leerders se oortuiging oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde. Die onderwysers *“decide what aspects of a task to*

highlight, how to organize and orchestrate the work of the students and how to support students without taking over the process of thinking for them and thus eliminating the challenge" (NCTM, 2000:19; Lee, 2010:4). Leerders se houding teenoor probleemoplossing kan beïnvloed word deur die oortuigings oor die waarde van probleemoplossing in wiskunde en die wiskunde prestasie in probleemoplossing (Mohd *et al*., 2011:51).

Dagnew en Latchanna (2011:1) meld dat daar 'n verband is tussen leerders se houding teenoor probleemoplossing en hul prestasie in wiskunde. Spangenberg (2008:143) redeneer dat leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde nie net hul liefde vir wiskunde weerspieël nie, maar ook 'n aanduiding is van leerders se vermoëns om probleme in wiskunde op te los, wat kan lei tot die verbetering van hul wiskundeprestasie.

2.6 SAMEVATTING

Probleemoplossing vorm die grondslag van die wiskundekurrikulum en word beskou as die basiese komponent in die wiskunde raamwerk (Stols, 2003:22; Charles, 2011:1; Sacos & Hernandes, 2013:192). Uit die bestudering van verskeie probleemoplossingsmodelle blyk dit dat die modelle nie noodwendig die sleutel tot sukses in die oplossing van probleme in wiskunde is nie, maar slegs 'n breë raamwerk vir die leer van wiskunde bied. Dit blyk dat leerders se houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde geassosieer word met 'n positiewe ervaring. Die houding van leerders kan dus deur verskeie faktore, naamlik vertroue, oortuiging van waarde, genot, angs en motivering, beïnvloed word. Al die faktore lewer 'n groot bydrae tot die sukses van prestasie in wiskunde (Moremedi, 2007:25). Verder is daar met oortuiging gestel dat sosiale interaksie van die leerders 'n positiewe houding toon teenoor die leer van wiskunde. Die sosiale interaksie sluit die samewerking van die leerders in om probleme in wiskunde op te los. Een van die vernaamste doelwitte in die onderrig- en leer van wiskunde is om die vermoëns van leerders te ontwikkel om 'n wye spektrum van probleme te kan oplos (Mkomange *et al.*, 2012:476).

In hoofstuk drie word koöperatiewe leer as onderrigstrategie bespreek met die oog daarop om die invloed van koöperatiewe leer op leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.

HOOFSTUK DRIE

KOÖPERATIEWE LEER AS ONDERRIGSTRATEGIE

3.1 INLEIDING

In **Hoofstuk twee** is die verband tussen die leer en onderrig van wiskunde deur middel van probleemoplossing en leerders se houding teenoor wiskunde, asook hul houding teenoor probleemoplossing, ondersoek. Dit blyk dat leerders se positiewe houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde geassosieer word met ‘n genotvolle ervaring in die wiskundeklaskamer. Die houding van leerders kan deur verskeie faktore, insluitend selfvertroue, oortuigings, genot, angs en motivering, beïnvloed word. Al die faktore speel ‘n groot rol om te lei tot die sukses van akademiese prestasie in wiskunde. Een van die vernaamste doelstellings in die onderrig- en leer van wiskunde is om die vermoë van leerders te ontwikkel om ‘n wye spektrum van probleme op te los.

Die doel van **Hoofstuk drie** is om ‘n oorsig van koöperatiewe leer as onderrigstrategie te gee. Eerstens word daar in die wiskundeklaskamer onderskei tussen direkte en indirekte strategieë, met koöperatiewe leer as ‘n voorbeeld van ‘n indirekte onderrigstrategie. Tweedens word die aard van koöperatiewe leer bespreek, waarna ‘n model vir koöperatiewe leer, koöperatiewe leermetodes, die implementering van koöperatiewe leer en die voor- en nadele van koöperatiewe leer, volg. Die hoofstuk word afgesluit met die bespreking van die verband tussen leerders se houding teenoor koöperatiewe leer en hul houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde.

3.2 ONDERRIGSTRATEGIEË

3.2.1 Oriëntering

Die gebruik van onderrigstategieë in wiskunde was een van die mees gedebatteerde onderwerpe in wiskunde-onderwys gedurende die vorige dekade (Human, 2004:68). Verskeie perspektiewe het ontstaan oor die onderrigstategieë wat ‘n wiskunde-onderwyser kan volg om die leerproses by leerders te maksimaliseer om sodoende hul optimale potensiaal in wiskunde te bereik.

Van den Berg (2004:49) beskryf ‘n onderrigstrategie as ‘n breë plan van aksie met die oog op die bereiking van ‘n bepaalde doelwit. ‘n Strategie gee ‘n oorsig van die benadering wat die onderwyser gebruik tydens die onderrig- en leerproses. Botha (2000:91) en McEwen (2006:465) beweer dat onderrig meer is as net ‘n stel geselekteerde onderrigstrategieë en definieer ‘n onderrigstrategie as ‘n uiteensetting van ‘n eenvoudige uitvoerbare leeraktiwiteit om ‘n bepaalde doelwit te bereik. Dit is van die uiterste belang dat onderwysers onderrigstrategieë afwissel en die mees gepaste strategie vir elke onderrigsituasie kies. ‘n Spesifieke strategie behoort nie geïsoleerd gebruik te word nie, maar verskillende kombinasies kan geïmplementeer word om ‘n bepaalde doel te bereik (Hollabaugh, 2011:122).

Vir die doel van die studie word daar gefokus op die samevatting van Van den Berg (2004:49), Human (2004:68) en McEwen (2008:65) se beskrywings van onderrigstrategieë: *‘n Onderrigstrategie is ‘n breë plan van aksie vir ‘n eenvoudige uitvoerbare leeraktiwiteit om die leerproses by leerders te maksimaliseer in die bereiking van ‘n bepaalde doelwit.*

Onderrigstrategieë sluit ‘n reeks onderrigmetodes in wat aangewend word om leerinhoud op ‘n effektiewe wyse aan leerders te onderrig. Volgens Mahaye en Jacobs (2011:175) is ‘n onderrigmetode ‘n spesifieke tegniek wat deur ‘n onderwyser gebruik word om leerders te help om die kennis in te win wat hulle nodig het om gewenste doelwitte te bereik. In die nuwe wiskundekurrikulum, Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS), is geen spesifieke onderrigstrategie voorgeskryf nie, alhoewel dit wil voorkom asof daar meer klem gelê word op indirekte onderrigstrategieë. Die onderwyser kan steeds afwissel tussen direkte- en indirekte onderrigstrategieë. Vir Borich (2013:263) het beide direkte- en indirekte onderrigstrategieë ‘n plek in die onderrigpraktyk van ‘n onderwyser.

3.2.2 Direkte onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer

Direkte (onderwysergesentreerde) onderrigstrategieë is gegrond op die behavioristiese leerbenadering (kyk 2.3.1) en word deur navorsers beskryf as die stimuli van leerders se reaksies tydens onderrig en leer. Hierdie onderrigstrategieë beklemtoon die aktiewe rol van die onderwyser gedurende die onderrig en leerproses (Pugsley, 2011:266; Borich, 2013:226; Ampadu & Adofo, 2014:113-114). Uit verskeie wiskunde-onderwys navorsingstudies blyk dit

duidelik dat direkte onderrigstrategieë (onderwysergesentreerde) steeds 'n oorweldigende rol in die wiskundeklaskamer speel, veral op hoërskoolvlak (Goe *et al.*, 2008:20; Wang & Farmer, 2008:2; Kousar, 2010:100; Wachira *et al.*, 2013:42). Direkte onderrigstrategieë verwys na die meer tradisionele aard van onderrig waar die fokus op die onderwyser as die dominante persoon in die klaskamer gevestig is. Dié onderrigstrategie is dus gegrond op die aanbieding van demonstrasies en grootgroep-onderrig en fokus op die beginsels van luister, memorisering en die herroep van inligting (Davin & Van Staden, 2005:53; Borich, 2013:223). Volgens Pham (2011:407) is direkte onderrigstrategieë 'n vaste struktuur wat lei tot die ervaring van betekenisvolle leer. Volgens Ausubel (2000:3) en Killic (2013:154) word betekenisvolle leer gedefinieer as *"learning is meaningful when the student comprehends the relationship of what is being learned to other knowledge"*, met ander woorde leer met begrip. Gevolglik is direkte onderrigstrategieë gebaseer op gestuktureerde kontaksessies waartydens die onderwyser sy of haar kennis en ervaring aan die leerders oordra vir optimale leer. Die onderwyser is dus verantwoordelik vir die aanbieding van leermateriaal wat deur die leerders bemeester moet word (Cangolosi, 2003:97; Hall, 2006:49; Killen, 2007:19). Staples (2007:165) beweer verder dat wiskunde-onderwysers wiskunde sien as 'n vaste liggaam van kennis waarvoor hulle verantwoordelik is om aan die leerders oor te dra.

3.2.2.1 Implementering van direkte onderrigstrategieë in die klaskamer

Die leerders se leerervaring tydens die gebruik van direkte onderrigstategieë is gebaseer op die onderwyser se denkpatrone en begrip van die werk wat bemeester moet word. Die leerders beweeg van bekende na onbekende leerinhoud waartydens een onderwerp op 'n slag bemeester moet word. Nuwe leerinhoud word dus aan die leerders bekend gestel deur die onderwyser (Cangolosi, 2003:97; Hall, 2006:7, Killen, 2007:19). Om hierdie onderrigstrategie suksesvol te implementeer, pas die onderwyser die volgende stappe toe op byvoorbeeld eksponente, naamlik: (1) gee 'n kort oorsig van bestaande kennis: *vergelyk en stel heelgetalle voor in eksponensiële vorm:* $2^3 = 2 \times 2 \times 2$; (2) sit die doelwitte van die les duidelik uiteen: *berekeninge met getalle in eksponensiële vorm*; (3) bied onbekende inhoud in klein stappe aan en gee duidelike instruksies aan die leerders: *vaslegging van algemene reëls en betekenis van eksponentwette en definisies*; (5) lei leerders in die leerproses deur deurentyd vrae te stel, en (6) verskaf sistematiese terugvoer aan die leerders (Tanner *et al.*, 2003:50; DoBE, 2012:16). Verskeie navorsers het opgemerk dat

daar tydens direkte onderrig ‘n tekortkoming in leerders se leer ontstaan ten opsigte van die ontwikkeling van kritiese denke (wat met besluitneming verband hou) en kreatiewe denke (probleemoplossing) (Grobbelaar, 2001:90; Van Wyk, 2004:vii).

3.2.2.2 Voordele van direkte onderrigstrategieë

In die literatuur word ‘n verskeidenheid voordele uiteengesit wat verband hou met direkte onderrigstrategieë. Talle onderwysers verkies die gebruik van direkte onderrigstrategieë vir ‘n meer georganiseerde onderrigproses (Qablan, et al., 2009:395). Direkte onderrig is een van die mees tydbesparende onderrigstrategieë en word beskou as die mees ekonomiese metode van onderrig. Daar word verder beweer dat die onderwyser tydens die toepassing van direkte onderrigstrategieë die doel van die betrokke les in detail uitspel. Dit blyk uit talle studies dat dit vir onderwysers makliker is om leerders stap vir stap te help om leerinhoud te bemeester (Thornbury, 2005b:13; Al Ghazali, 2006:6; Bencze, 2009:856; Allahyar, 2011:240).

Robertson (2007:367-370) is oortuig daarvan dat direkte onderrig een van die mees geslaagde onderrigstrategieë is om te gebruik tydens die aanleer van nuwe vaardighede. Leerders het meer tyd vir die praktiese toepassing van nuwe leerinhoud tydens die behandeling van die voorbeelde (Thornbury, 2005b:13; Allahyar, 2011:240; Pham, 2011:407).

3.2.2.3 Nadele van direkte onderrigstrategieë

Daar is verskeie nadele wat verband hou met direkte onderrigstrategieë. Die mees kritieke nadeel van die gebruik van direkte onderrigstrategieë is die memorisering van leerinhoud deur die leerders. As gevolg daarvan dat die onderwyser kennis “oordra” aan die leerders, word slegs die leerders se sensoriese geheue en korttermyn geheue (kyk Figuur 2.3) gestimuleer, maar geen langtermyngeheue nie (Bencze, 2009:860; Wang & Wen, 2010:5).

Deur die gebruik van direkte onderrigstrategieë gee die onderwyser geen geleentheid aan die leerders om probleme op te los of ‘n proses tot probleemoplossing te ontdek nie. Die leerders kry nie geleentheid om vaardighede te ontwikkel om probleme in wiskunde op te los nie. Die onderwyser vind dit moeilik om die leerder te motiveer tydens die oplos van roetine

en nie-roetine probleme (kyk 2.4.2) (Bencze, 2009:862). Grosser (2009:643) bevind dat direkte onderrigstrategieë geen nut het in die verbetering van leerders se houding (kyk 2.5) teenoor wiskunde nie, aangesien min tot geen geleenthede aan leerders gebied word om hul eie mening oor leerinhoud te vorm. Verder brei Grosser uit op bogenoemde stelling deur te verwys na die leerders se gebrek aan selfvertroue (kyk 2.5.2) as gevolg van die minimale blootstelling aan kommunikasie aangesien die onderwyser die enigste bron van inligting is.

3.2.3 Indirekte onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer

Indirekte (leerdergesentreerde) onderrigstrategieë is gegrond op die konstruktiwistiese leerbenadering (kyk 2.3.3) en word deur navorsers beskou as 'n radikale paradigmaskuif as gevolg van die verandering van direkte onderrig (onderwysergesentreerd) na indirekte onderrig (leerdergesentreerd) (Warnich, 2008:59; Chelliah & Clark, 2011:277). Indirekte onderrigstrategieë konsentreer op groter leerderdeelname in lesse waartydens leerders kennis ontwikkel deur die interaksie en ervaring in hul onderrig- en leeromgewing (Hall, 2006:49; Bron, 2008:95).

Die gebruik van genoemde strategieë beteken nie net dat leerders kennis moet verwerf nie, maar ook tydens die leerproses toepaslike vaardighede moet aanleer. Leerders kry geleentheid om hul eie begrippe en verwantskappe te konstrueer wat eerder lei tot effektiewe leer as die memorisering van die leermateriaal. Leerders moet aktief deelneem aan die leerproses en moet verantwoordelikheid vir hul eie leer aanvaar. Die onderwyser dien slegs as 'n fasiliteerder tydens die toepassing van direkte onderrigstrategieë en lei die leerders van spesifieke na algemene onderwerpe in die leerinhoud. Gedurende dié proses word leerders blootgestel aan die geleentheid om teen hulle eie pas, op hul eie vlak en volgens hul eie vermoëns te vorder (Eggen & Kauchak, 2001:158; Human, 2004:34; Hall, 2006:49; Henrico, 2010:125).

3.2.3.1 Implementering van indirekte onderrigstrategieë in die klaskamer

Die suksesvolle implementering van indirekte onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer manifesteer in die vorm van byvoorbeeld koöperatiewe leer (kyk 3.3) en aktiewe leer (Prince & Felder, 2006:124). Koöperatiewe leer word beskryf as die samewerking van leerders in groepe waartydens hulle roetine en nie-roetine probleme (kyk 2.4.2) oplos, en ontwikkel

positiewe interafhanklikheid (kyk 3.3.2.1) en individuele aanspreeklikheid (kyk 3.3.2.2). Aktiewe leer word beskryf as ‘n onderrigstrategie waartydens leerders probleme oplos deur vrae te formuleer, bespreek, verduidelik en uiteindelik beantwoord. Gedurende die gebruik van indirekte onderrigstrategieë, behoort ‘n onderwyser oor die vaardighede te beskik om toe te sien dat die vrae wat aan leerders gestel word, verdere denke ontwikkel om die bepaalde leerinhoud te bemeester; ‘n gunstige leeromgewing te skep vir die bevordering van aktiewe leer; en leerdeelname in groepe te motiveer en aan te moedig (kyk 2.5.2) (Henrico, 2010:125).

Om indirekte onderrig suksesvol te kan implementeer, behoort die volgende veranderings in die klaskamer plaas te vind: (1) balansering van beheer in die klaskamer: die beheer van die onderrig- en leerproses verskuif van die onderwyser na die leerders; (2) die rol van die onderwyser: die onderwyser tree slegs as ‘n fasiliteer op; (3) aanpassing van die inhoud: die aanpassing van die inhoud stel leerders in staat om kritiese denke te ontwikkel, eerder as bloot die versameling van feite; en (4) leerders se verantwoordelikheid: die leerders is verantwoordelik vir hul eie leer. Tydens hierdie proses kan die leerders hul eie sterk- en swakpunte ten opsigte van die inhoud ontdek en verbeter. Hierdie veranderinge in die klaskamer is slegs ‘n riglyn tot die implementering van indirekte onderrigstrategieë (Verst, 2010:19-20; Weimer, 2013:57-143).

3.2.3.2 Voordele van indirekte onderrigstrategieë

Indirekte onderrigstrategieë hou talle voordele in en word sterk ondersteun deur toepaslike navorsing oor leerdergesentreerde onderrig. ‘n Verskuiwing in die onderrigproses (van die onderwyser na die leerder) hou verskeie voordele in vir die leerders ten opsigte van die bemeestering van wiskundeleerinhoud. Onderwysers verleen hulp aan leerders om onafhanklik, vindingryk, interaktief en koöperatief te funksioneer om sodoende voort te bou op hul interpersoonlike sosiale vaardighede (kyk 3.3.2.3). Hierdie vaardighede stel die leerders in staat om effektief in groepe te funksioneer (Al Ghazali, 2006:6; Matsau, 2007:26; Berendse, 2012:14; Nagaraju & Praneetha, 2013:129).

Die doel van indirekte onderrigstrategieë is om leerders aan te moedig om vaardighede soos probleemoplossing (kyk 2.4) en kreatiewe denke te ontwikkel (Widodo, 2006:128; Matsau,

2007:26). "*Hands-on problem solving is effective in helping students learn more abstract concepts, and positive feedback is most effective in encouraging and allowing learners multiple opportunities to practice and improve their learning*" (Matsau, 2007:26). Een van die belangrikste voordele van indirekte onderrigstrategieë is dat die leerders se betrokkenheid by die onderrig- en leerproses meer aktief is. Elke leerder in die klaskamer word dus blootgestel aan effektiewe onderrig waartydens die leerders die geleentheid het om hul eie persoonlike insig en interpretasie aan leerinhoud te gee om dit te bemeester (Matsau, 2007:26; Kwakernaak, 2009:348; Alemu, 2010:75; Berendse, 2012:14). Matsau (2007:26), Alemu (2010:75) en Nagaraju en Praneetha (2013:129) is dit eens dat dié onderrigstrategieë leerders se motivering (kyk 2.5.2), selfvertroue (kyk 2.5.2) en houding (kyk 2.5) verbeter tydens die onderrig- en leerproses.

Volgens Alemu (2010:76-77) moet die leerder gedurende die toepassing van indirekte onderrigstrategieë 'n verwantskap vorm tussen reeds bestaande en nuwe kennis om die leerinhoud te bemeester. Hierdie verwantskap gee aan die leerders geleenthede om bestaande kennis en perspektiewe oor die leerinhoud te hersien en te versterk. Aangesien reeds bestaande kennis 'n groot rol in die toepassing van indirekte onderrigstrategieë speel, moedig dit die leerder aan om verantwoordelikheid (kyk 3.3.2.2) vir sy of haar eie leer te aanvaar.

3.2.3.3 Nadele van indirekte onderrigstrategieë

Alhoewel indirekte onderrigstrategieë vir leerders talle voordele inhou, is daar enkele nadele wat na vore kom tydens die implementering van dié onderrigstrategieë in die wiskunde klaskamer. Die mees kritieke uitdaging van indirekte onderrigstrategieë is die tyd wat die leerder neem om die leerinhoud te bemeester (Kwakernaak, 2009:348; Nagaraju *et al*., 2013:129). As gevolg van die gebruik van heelwat akademiese tyd om 'n onderwerp af te handel, word baie druk op die onderwyser en leerders geplaas (Booysen, 2009:168; Burke, 2011:88).

Die onderwyser dien slegs as 'n fasiliteerder in indirekte onderrigstrategieë en die leerders voel dikwels dat hul meer werk doen as wat nodig is. Hul gevoel teenoor indirekte onderrig kan soms voorkom as "*Just give us the rule"* (Kwakernaak, 2009:348). Die leerders kan

terselfdertyd ‘n gevoel van angs (kyk 2.5.2) en senuweeagtigheid in die klaskamer ervaar wat kan lei tot foutiewe interpretasie van die leerinhoud (Al Ghazali, 2006:6; Kwakernaak, 2009:348; Alemu, 2010:78; Nagaraju *et al*., 2013:129). Talle leerders is oortuig daarvan dat take meer suksesvol voltooi sal word deur staat te maak op individuele denke as op die samewerking van ander leerders (Elgort, et al., 2008:199; Alemu, 2010:78; Nagaraju *et al*., 2013:129).

3.2.4 Samevatting

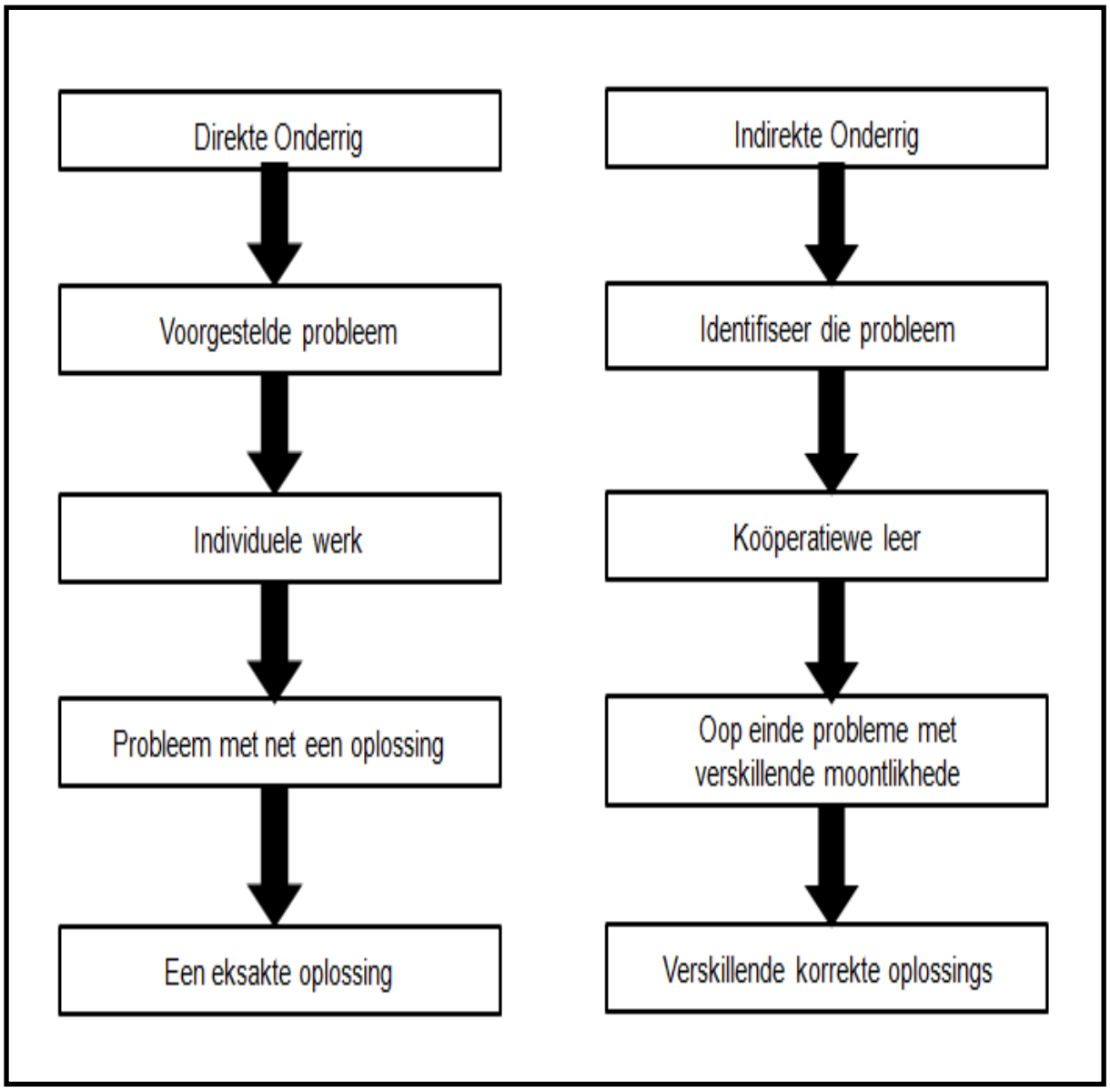
Uit bogenoemde behoort dit duidelik te wees dat onderrigstrategieë die leerproses by leerders maksimaliseer om ‘n bepaalde doelwit te bereik. Die onderwyser kan van verskeie onderrigstrategieë gebruik maak aangesien geen spesifieke onderrigstrategie voorgeskryf is in die wiskunde CAPS-kurrikulum nie. Sowel direkte as indirekte onderrigstategieë het nog ‘n plek in die onderrigpraktyk en speel steeds ‘n beduidende rol in die wiskunde-klaskamer.

Direkte (onderwysergesentreerde) onderrigstrategieë is gegrond op die behavioristiese leerbenadering (kyk 2.3.1) waartydens die onderwyser sy of haar kennis en ervaring aan die leerders oordra vir optimale leer. ‘n Verskeidenheid voordele (kyk 3.2.2.2) en nadele (kyk 3.2.2.3) is uiteengesit wat verband hou met direkte onderrigstrategieë.

Indirekte (leerdergesentreerde) onderrigstrategieë is gegrond op die konstruktiwistiese leerbenadering (kyk 2.3.3) waartydens die onderwyser slegs optree as ‘n fasiliteerder en die leerders verantwoordelikheid aanvaar vir hul eie leer. Gedurende dié proses word leerders blootgestel aan die geleentheid om teen hulle eie pas, vlak en vermoëns te vorder. ‘n Verskeidenheid voordele (kyk 3.2.3.2) en nadele (kyk 3.2.3.3) is uiteengesit wat verband hou met direkte onderrigstrategieë.

D’Ambrosio (2007:516-518) het ‘n model vir direkte (kyk 3.2.2) en indirekte onderrig (kyk 3.2.3) ten opsigte van probleemoplossing (kyk 2.4) in wiskunde ontwikkel (kyk Figuur 3.2). Die verskuiwing van die rol van probleemoplossing in wiskunde-onderrig (kyk 2.4.3) word duidelik in onderstaande figuur geïllustreer. Harskamp en Suhre (2007:826-831) het egter bevind dat sekondêre wiskunde-onderwysers probleemoplossing aan leerders bied op ‘n *“talk and chalk”* metode wat uiteindelik lei tot die mislukking van probleemoplossing in wiskunde. Hulle het terselfdertyd opgemerk dat min tyd aan probleemoplossing bestee

word, wat 'n moontlike verklaring kan wees vir leerders se gebrekkige probleemoplossingsvaardighede.



Figuur 3.1 **Diagrammatiese voorstelling van die model van D'Ambrosio** (Aangepas uit D'Ambrosio (2007:516-518)).

3.3 DIE AARD VAN KOŐPERATIEWE LEER

3.3.1 Koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer

Koöperatiewe leer is een van die grootste suksesse in die geskiedenis van opvoedkundige navorsing. Alhoewel koöperatiewe leer reeds sedert die vroeë Romeinse ryk ontwikkel het, het navorsing ten opsigte van koöperatiewe leer versnel in die 1970's om tans deel van die nasionale en internasionale leerprogramme van wiskunde te vorm (Wessels, 2009:13). Bekende navorsers soos George Jardine, John Dewey, Kurt Lewis en Morton Deutsch is die pioniers van koöperatiewe leer (Gaillet, 1994:94; Johnson *et al.*, 1996:1018). Drie van die prominente navorsers van die twintigste eeu, naamlik Slavin, Johnson en Johnson, het voortgebou op die werk van bogenoemde pioniere.

Koöperatiewe leer is die saamwerk van leerders in groepe om hul eie en hul groeplede se leerprosesse te maksimaliseer (Johnson *et al.*, 1974:214; Smith *et al.*, 1981:27). Sharan (1980:242) definieer koöperatiewe leer as 'n versameling van onderrigstrategieë wat lei tot die samewerking en interaksie tussen leerders met die doel om akademiese prestasie (kyk 2.5.3) te verbeter. Slavin (1987:39-40) beskou koöperatiewe leer as 'n praktiese en filosofiese onderrigstrategie waartydens leerders deur die verandering van klaskamerprosedures en beoefening van leeraktiwiteite meer aktiewe leer ervaar. Tydens die toepassing van koöperatiewe leer, het leerders die geleentheid tot gelyke leer en 'n ondersteunende sosiale klaskamerklimaat word aan die leerders gebied. Koöperatiewe leer is 'n poging om die tekortkominge van tradisionele grootgroep-onderrig te oorbrug deur die saamstel en uitvoer van kleingroepaktiwiteite (Cooper, 1990:1).

Die sleutel tot die sukses van koöperatiewe leer is die struktuur van die aktiwiteite. Artzt en Newman (1990:448) beweer dat koöperatiewe leer die gebruik van klein groepe leerders is wat saam probleme oplos (kyk 2.4.1) om 'n gemeenskaplike doel te bereik. Volgens Gunther, Estes en Schwab (1995:223) is koöperatiewe samewerking een van die belangrikste sosiale vaardighede wat die leerder behoort te bemeester. Koöperatiewe leer is veel meer as net leerders wat in groepe werk: dié leerders moet uiteindelik 'n gemeenskaplike doelwit bereik. In die proses help leerders mekaar om te leer (Cloete, 2004:60). Met ander woorde, die sukses van elke individu in die groep is verbind aan die

sukses van die groeplede (Johnson *et al.*, 1985:112; Johnson *et al.*, 1991:12; Lou *et al.*, 1996:424; Slavin, 1996:44). Johnson *et al.* (1994:31-38) bevestig na verdere studies dat koöperatiewe leer saamgevat kan word as:

- 'n Gestruktureerde en beplande groepsaktiwiteit waar leerders in groepe individuele leer-prosesse bevorder.
- Individuele verantwoordelikheid in groepe word bevorder, asook positiewe interafhanklikheid in die groep deur verwerfde inligting aan ander groeplede te verduidelik.
- Persoonlike interaksie en interpersoonlike sosiale vaardighede by leerders word bevorder en ontwikkel deur die leerders se betrokkenheid in die klaskamer.

Uit bogenoemde samevatting van koöperatiewe leer is dit duidelik dat weggebreek word van die gebruik van direkte onderrigstrategieë waar leerders net vir hulself werk om kennis op te bou. Gevolglik is koöperatiewe leer die samewerking van leerders aan byvoorbeeld die oplos van probleme, waar slegs die oplossing, waartoe al die groeplede ingestem en 'n bydrae gemaak het, ingehandig word. In die proses help leerders mekaar om te leer (Cloete, 2004:60). Koöperatiewe leer word beskou as een van die belangrikste en mees suksesvolle onderrigstrategieë van die twintigste eeu vir primêre en sekondêre skole (Ellis, 2005:173). Volgens Joubert (2008:4) bied koöperatiewe leer individue die geleentheid om by mekaar te leer omdat leerders van tyd tot tyd meer by mekaar leer as by die onderwyser. Booysen (2007:33) beweer verder dat koöperatiewe leer meer behels as net leerders wat in groepe werk. Koöperatiewe leer het dus die volgende kenmerke:

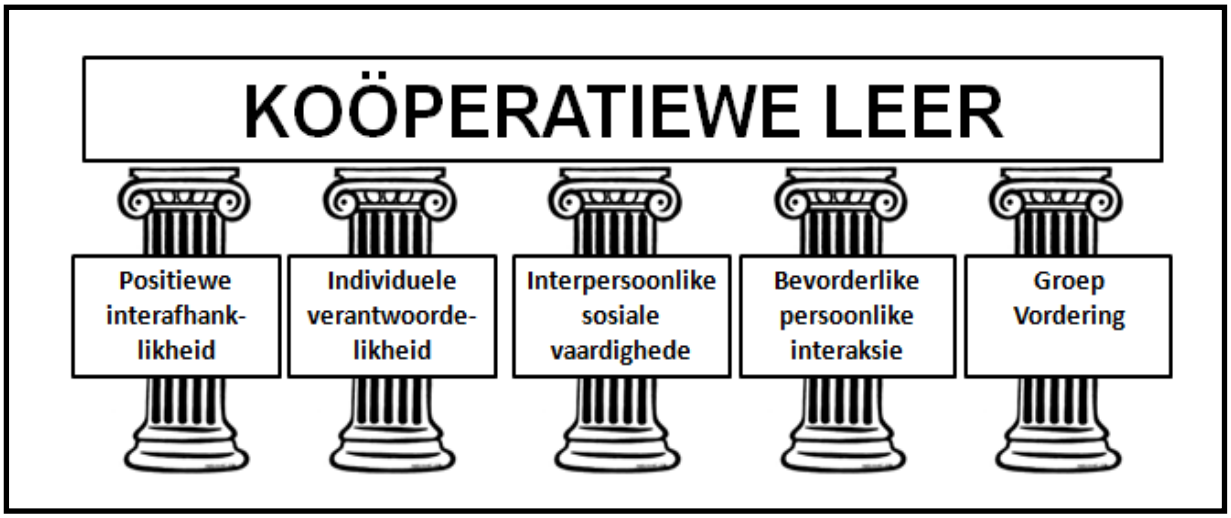
- Die uitvoer van 'n veelvoudige taak wat verskeie take bevat om die leerproses by die groeplede te verbeter.
- Die aanvaar van verantwoordelikheid vir aktiewe deelname deur die groeplede om die gemeenskaplike doel te bereik.
- Die gelyke verdeling van werk tussen groeplede om vir elke groeplid die geleentheid te bied om verantwoordelikheid te neem vir sy of haar gedeelte. Terselfdertyd moet die groeplede hul bevindings met mekaar deel om sodoende die doel van die taak te bereik (Booysen, 2007:33).

Koöperatiewe leertake vereis meer organisasie en denke as die van gewone groepwerk in wiskundeklaskamers. Noukeurig gestruktureerde koöperatiewe leer behels individue wat saamwerk in spanne om 'n gemeenskaplike doel, wat sowel positiewe interafhanklikheid as individuele- en groepaanspreeklikheid behels, te bereik (Smith, 2011:1). Koöperatiewe leer word deur Borich (2011:365) gedefinieer as kleingroep deelname van leerders in die aanleer van vaardighede soos saamwerk en kommunikasie en die ontwikkeling van respek vir mekaar se menings.

Leerders kry dus die geleentheid om deur samewerking kennis op te bou om 'n gemeenskaplike doel te bereik. Die leerders ontwikkel die vyf elemente van koöperatiewe leer, naamlik: individuele verantwoordelikheid, interpersoonlike sosiale vaardighede, positiewe persoonlike interaksie, positiewe interafhanklikheid en groepvordering vir effektiewe toepassing.

3.3.2 Model (vyf elemente) van koöperatiewe leer.

Koöperatiewe leer berus op vyf basiese elemente of pilare wat Johnson *et al.* (1998:35) reeds twee dekades gelede saamgestel het, naamlik individuele verantwoordelikheid; interpersoonlike sosiale vaardighede; positiewe persoonlike interaksie; positiewe interafhanklikheid en groepvordering vir effektiewe toepassing van koöperatiewe leer (kyk Figuur 3.2).



Figuur 3.2 Diagrammatiese voorstelling van die vyf basiese elemente of pilare van koöperatiewe leer. (Aangepas uit Johnson *et al.,* 1998:26-35).

3.3.2.1 Positiewe interafhanklikheid

Die belangrikste element van koöperatiewe leer is positiewe interafhanklikheid en is die sogenaamde *sink of swem saam*-benadering. Dit beteken dat die individue nie op hul eie die doel kan bereik tensy die groep saamwerk nie. Groeplede moet besef dat die insette van elke individu tot voordeel van die groep is (Johnson *et al.*; 1994:32). Positiewe interafhanklikheid het ‘n effek op die leerder se motivering (kyk 2.5.2) sowel as op die produktiwiteit van die leerder en die groep (Johnson *et al.*, 1998:35). Tydens die uitvoer van koöperatiewe leeraktiwiteite het leerders twee verantwoordelikhede, naamlik die afhandeling van die gegewe aktiwiteit, asook die versekering dat alle groeplede die aktiwiteit bemeester het. Die samestelling van hierdie twee verantwoordelikhede staan bekend as positiewe interafhanklikheid (Liang, 2002:31).

Positiewe interafhanklikheid impliseer dat die sukses van die groep bepaal is sodra die gemeenskaplike doel bereik is. Die doel kan slegs bereik word indien die groeplede verantwoordelikheid neem en gesamentlik hul kennis tydens die aktiwiteit beskikbaar stel (Veenman *et al.*, 2002:87). Volgens Johnson *et al.* (2009:107-108) is elke groeplid verantwoordelik vir individuele produktiwiteit en vir die bydrae tot die funksionering van die groep aangesien elke indivudu ‘n unieke bydrae tot die groep lewer. Positiewe interafhanklikheid sal suksesvol geïmplimenteer word wanneer die leerders verplig voel om ‘n bydrae aan die groep te lewer vir beter funksionering. As elkeen sy of haar rol en verantwoordelikheid in die groep vervul, ontstaan positiewe interafhanklikheid en gevolglik sal die leerders hulpbronne deel en ondersteuning aan mekaar verleen, wat kan lei tot verbetering van prestasie (Mentz, 2012:5).

3.3.2.2 Individuele verantwoordelikheid

Die groep behoort elke lid verantwoordelik te hou om hul volle steun en samewerking te gee om die gemeenskaplike doel van die aktiwiteit te bereik. Individuele verantwoordelikheid of die rol van elke groeplid help met taakverdeling en dra daartoe by dat geen lid van die groep op ‘n ander se rug kan ry nie. Dit is dus ‘n ingesteldheid van *leer saam en presteer op jou eie* (Johnson & Johnson, 2006:533). Heelwat navorsers bevestig verder dat groeplede mekaar kan help om gegewe aktiwiteite te bemeester tydens koöperatiewe leer, maar die

individuele groeplede is nog steeds verantwoordelik vir sy of haar eie leer. Individuele verantwoordelikheid motiveer leerders om ‘n groter bydrae te lewer tydens onderrig wat lei tot beter prestasie (kyk 2.5.3) (Johnson *et al.*, 2009:107-109; Mentz *et al.*, 2009:143; Panitz, 2009:9).

3.3.2.3 Interpersoonlike sosiale vaardighede

Dit is noodsaaklik dat groeplede vaardighede bemeester om te kan saamwerk. Die indeling van leerders in groepe is nie altyd effektief nie en gevolglik het leerders sosiale vaardighede nodig om koöperatiewe leer suksesvol te kan uitvoer (Johnson *et al.*, 2009:111). Effektiewe kommunikasie, verstandhouding, aanvaarding, ondersteuning, vertroue en die oplos van konflik op ‘n konstruktiewe wyse moet deur die groeplede aangeleer en toegepas word. Leerders moet op ‘n gereelde basis kommunikeer en aktief na mekaar luister om optimale funksionering in die groep te bereik (Johnson *et al.*, 2009:111; Mentz *et al.*, 2009:143; Panitz, 2009:9). Interpersoonlike sosiale vaardighede van groeplede beïnvloed die produktiwiteitsvlak van die groep. Groeplede moet daartoe in staat wees om te onderhandel, standpunte te stel en te verdedig, maar terselfdertyd ook te erken as iemand anders ‘n beter voorstel aan die hand gedoen het wat lei tot beter resultate tydens die onderrig- en leerproses (Johnson *et al.*, 2009:111; Mentz, 2012:5).

3.3.2.4 Bevorderlike persoonlike interaksie

Groeplede moet voldoende, effektiewe hulp en ondersteuning aan mekaar bied deur hulpbronne te deel, terugvoer aan mekaar te gee en mekaar se argumente krities te beoordeel en uit te daag ten einde denkvaardighede te stimuleer (Johnson & Johnson, 2006:534). Suksesvolle bevorderlike persoonlike interaksiein die groep vind plaas as gevolg van aanmoediging, samewerking en fasilitering om ‘n gemeenskaplike doel te bereik. Die leerders bevorder positiewe interaksie tydens koöperatiewe leer deur groeplede se vertroue te wen en wiskunde-angs (kyk 2.5.2) te verminder deur hulp aan mekaar te verleen. Tydens die uitruil van leerders se kennis, vind waarneming deur groeplede plaas, wat lei tot demonstrasie van probleemoplossingstegnieke en verduideliking van begrippe (Johnson *et al.*, 2009:110; Mentz *et al.*, 2009:143).

3.3.2.5 Groepvordering

Na afloop van ‘n groepwerksessie behoort die groep te besin oor hoe goed hul saamgewerk het om die doel van ‘n aktiwiteit te bereik. Die leerders moet die vrymoedigheid hê om die sukses en die probleme van die groep te kan identifiseer om sodoende in die toekoms die samewerking van die groep te verbeter (Johnson & Johnson, 2006:534). Die groepvordering word beïnvloed deur die effektiewe kommunikasie van die groeplede deur te reflekteer op wat gedoen is en verbeter kan word ten opsigte van die oplos van probleme (Johnson *et al.*, 2009:112; Mentz *et al.*, 2009:143; Panitz, 2009:9). Groepvordering word gebruik vir die verduideliking en verbetering van die doeltreffendheid en samewerking van die groeplede. Die leerders ontwikkel dus sosiale vaardighede wat lei tot die motivering (kyk 2.5.2) vir beter prestasie, asook ‘n positiewe houding (kyk 2.5.3) teenoor die groeplede, die onderwyser, die vak en ‘n positiewe selfbeeld (kyk 2.5.2) (Johnson *et al.*, 2009:112).

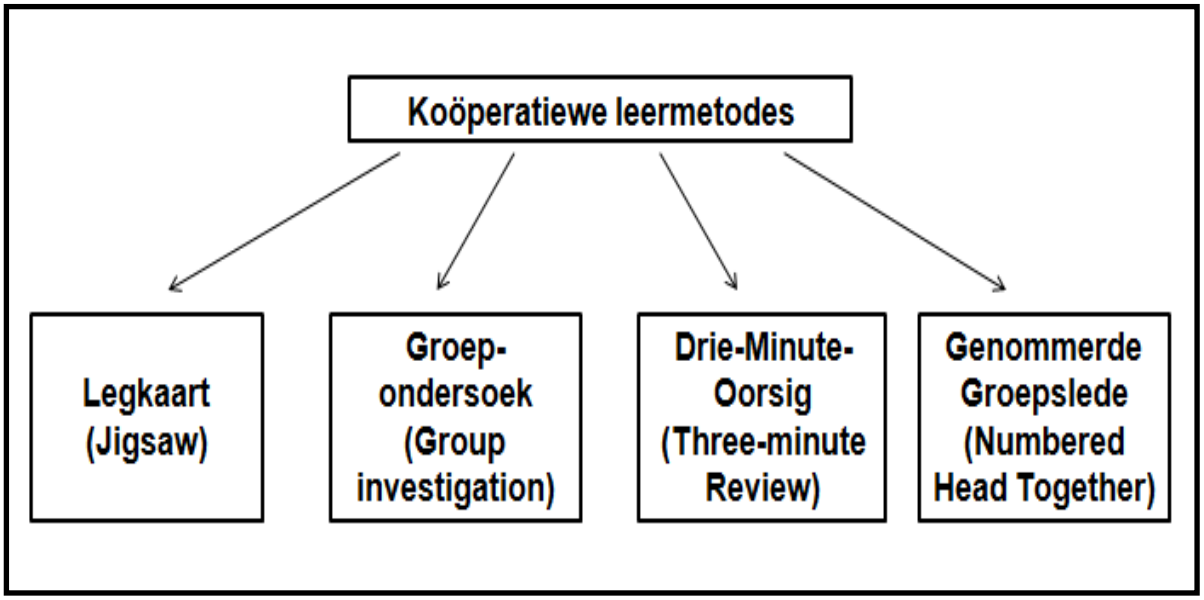
3.3.2.6 Samevatting

Die bogenoemde vyf elemente word vandag steeds erken as die basis of model waarop effektiewe koöperatiewe leer berus. Felder en Brent (2007:38) beweer dat ‘n leerervaring slegs kwalifiseer as koöperatiewe leer indien die vyf elemente teenwoordig is. Hierdie model kan ‘n bydrae lewer tot ‘n positiewe leeromgewing wat die leerders die geleentheid gun om koöperatiewe leer deur verskeie leermetodes te ervaar.

3.4 KOÖPERATIEWE LEERMETODES

Johnson *et al.* (2000:2) verwys na koöperatiewe leermetodes as ‘n generiese term wat verskeie metodes van organisasie en uitvoering van groeponderrig bevat. Booysen (2007:36) voeg by dat koöperatiewe leermetodes ‘n sistematiese en gestruktureerde leermetode is vir leerders van enige ouderdom. Alle koöperatiewe leermetodes verteenwoordig die samewerking van leerders in groepe met die doel om individuele leer te bevorder (Booysen, 2007:36; Zhou, 2011:7).

Volgens Booysen (2007:36-42) sluit koöperatiewe leermetodes onder andere die volgende in:



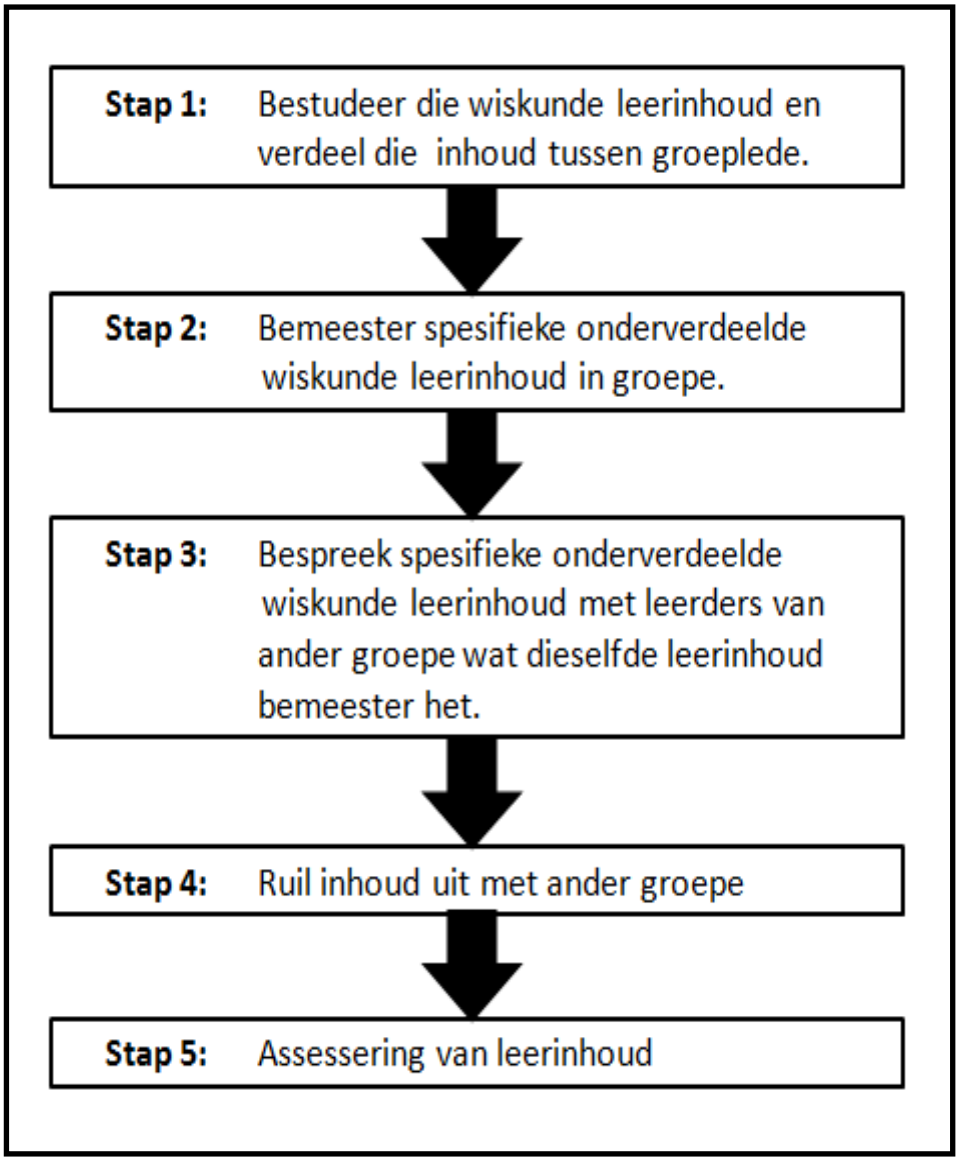
Figuur 3.3 Diagrammatiese voorstelling van koöperatiewe leermetodes
(Aangepas uit Shinde, 2014:132)

3.4.1 Legkaart (*Jigsaw*)

Die eerste en oorspronklike legkaart koöperatiewe leermetodes is deur Aronson in 1978 ontwikkel met die doel om onderrig in skole te verbeter (Aronson & Goode, 1980:47). Volgens dié metode moet die groeplede op mekaar staat maak om ‘n bydrae te lewer ten opsigte van die leermateriaal om ‘n gemeenskaplike doel te bereik (Sharan, 1990:3). Leerders werk saam in groepe van vyf tot ses aan die onderverdeelde gegewe leermateriaal. Elke groeplid is verantwoordelik vir die bemeestering van ‘n spesifieke onderafdeling van die leermateriaal. Elke leerder verduidelik sy of haar afdeling van die leermateriaal aan die res van die groep. Groeplede moet dus na mekaar luister om die leermateriaal as ‘n geheel te bemeester. Leerders bly in hul groepe tot die leerinhoud ten volle aangeleer is (Booysen, 2009:147)

In 1980 het Slavin die legkaart koöperatiewe leermetodes van Aronson verder ontwikkel. Die ontwikkeling was daarop gemik om prestasie (kyk 2.5.3) by groeplede aan te moedig (Van Wyk, 2007:184-185). Leerders werk in groepe van vier tot vyf lede. Alle groeplede

ontvang dieselfde leermateriaal om te bestudeer (kyk Figuur 3.4). Die leermateriaal word verdeel tussen die groeplede sodat elke groeplid net een onderwerp het om op te konsentreer en te bemeester. Leerders ruil dan kennis uit oor die gedeelte wat hul bemeester het met die ander groepe in die klaskamer. Nadat inhoud deur al die groepe bemeester is, kan leerders individuele vasvra-kompetisies en groepsdebatte hou om prestasie en selfvertroue (kyk 2.5.2) te bevorder.

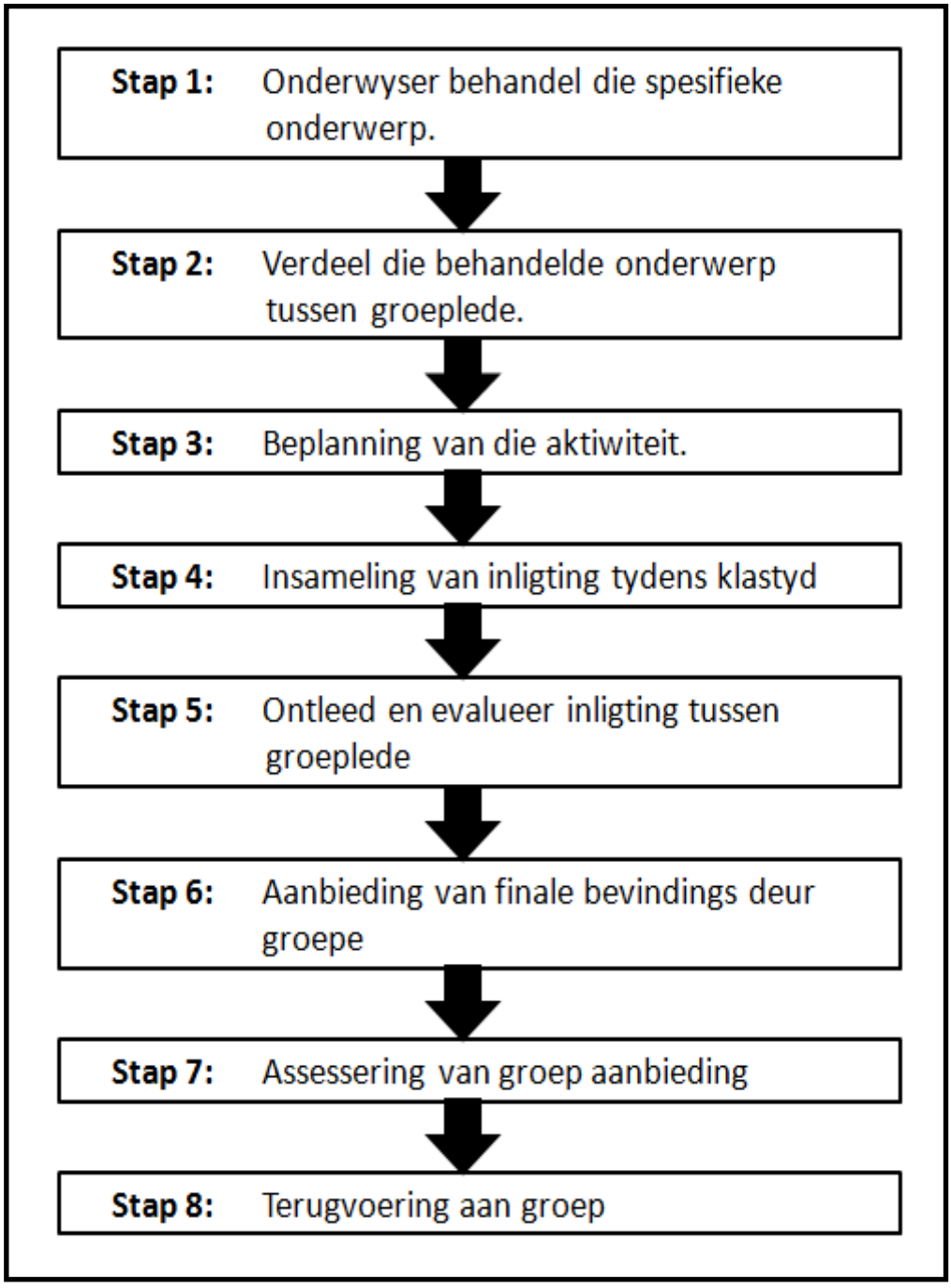


Figuur 3.4 **Diagrammatiese voorstelling van die stappe tydens die implementering van legkaart leermetodes** (Aangepas uit Slavin, 1995:92).

3.4.2 Groepondersoek (*Group investigation*)

Groepondersoek is ‘n koöperatiewe leermetode waartydens samewerking in die klaskamer plaasvind op ‘n demokratiese manier om probleme op te los. Die onderwyser en leerders beplan saam die doelwitte wat tydens die leerproses bereik moet word. Leerders is dus aktief betrokke by die leeraktiwiteit en die groeplede bepaal die doel wat bereik moet word (Hertz- Lazarowitz *et al*., 1994:71). Volgens Slavin (1990:94-101) en Sharan (1994:315-317) kan groepondersoek as volg geïmplementeer word:

Leermateriaal oor ‘n spesifieke onderwerp word deur die onderwyser aangebied (kyk Figuur 3.5). Leerders bespreek dan in hul groepe wat geleer is en gesamentlik stel hul moontlike onderwerpe vir verdere bespreking voor. Die moontlikhede word gelys en die groepe kies ‘n onderwerp waarin hulle belangstel. Die onderwerp word onder die groeplede verdeel om inligting ten opsigte daarvan in te samel. Nadat die groeplede die ingesamelde inligting ontleed en geëvalueer het, beplan hulle ‘n aanbieding vir die res van die klas. Leerders in die klas kan terugvoer gee op die groep se aanbieding om sodoende leermateriaal aan te vul en meer volledig te maak (Booysen, 2007:37).



Figuur 3.5 **Diagrammatiese voorstelling van die stappe tydens die implementering van groepondersoek** (Aangepas uit Slavin (1990:94-101) & Sharan (1994:5-7)).

3.4.3 Drie-Minute-Oorsig (*Three-Minute Review*)

Die onderwyser bied nuwe leerinhoud aan die leerders deur gebruik te maak van direkte onderrig (kyk 3.2.2). Tydens die aanbieding stel die onderwyser op enige stadium ‘n vraag aan die groepe wat hul vir drie minute lank moet bespreek. Die doel daarvan is om leerders te help om enige onsekerhede ten opsigte van die spesifieke vraag met groeplede te bespreek en op te klaar. Terugvoer deur die onderskeie groepe word dan aan die klas gegee (Smith, 2011:32).

3.4.4 Genommerde Groeplede (*Numbered Heads Together*)

Volgens Suprijono (2009:92) en Nurifka (2013:10) word die leermetode, genommerde groeplede (*numbered heads together*) beskryf as “*begin with the numbering, questioning, heads together and answering*.” Hierdie koöperatiewe leermetode word aanvanklik deur die onderwyser gelei. Die onderwyser verdeel die leerders in groepe deur gebruik te maak van hul prestasie (kyk 2.5.3). Die groeplede bestaan uit een sterk presterende leerder, twee gemiddelde leerders en een lae presterende leerder. Elkeen van die groeplede kry ‘n nommer van een tot vier (Maheady *et al.*, 2006:26-27). ‘n Vraag word aan die klas gestel oor die leerinhoud wat die leerders in hul groepe moet bemeester. Die groepe kry die geleentheid om die vraag te bespreek en te beantwoord en gee aan die einde van die bespreking terugvoer aan die res van die klas. Tydens die terugvoer geleentheid word ‘n nommer aan elke groep gegee om te bepaal wie die terugvoer aan die klas sal gee. Die leerder met die geselekteerde nommer rapporteer die groep se bevinding aan die klas (Maheady *et al.*, 2006:26-27; Bresnahan *et al.*, 2011:176-179).

3.4.5 Samevatting

Uit bostaande gedeelte blyk dit dat alle koöperatiewe leermetodes die samewerking van leerders in groepe vereis met die doel om individuele leer te bevorder. Verskeie koöperatiewe leermetodes is bespreek, te wete legkaart-, groepondersoek-, drie-minute-oorsig- en genommerde groeplede-metode. Tydens die beoefening van koöperatiewe leer, ontwikkel leerders nie net ‘n beter selfbeeld (kyk 2.5.2) ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde nie, maar ook ‘n positiewe houding daarteenoor (kyk 2.5.5) (Gurney, 2007:91). Leerders voel dat hulle meer effektief leer omdat hulle van mekaar leer. Sosiale

vaardighede verbeter en leerders neem verantwoordelikheid vir hul eie leer. Hulle is aktief betrokke by die groep en hulle voel dat hulle by mekaar behoort (Booysen, 2007:4). Koöperatiewe leer as onderrigstrategie bevorder sosialisering tussen leerders, hul kommunikasievaardighede verbeter en hul houding teenoor probleemoplossing word meer positief (kyk 2.5.5) (Adeyemi, 2008:692).

3.5 IMPLEMENTERING VAN KOÖPERATIEWE LEER IN DIE KLASKAMER

Die sukses van koöperatiewe leer is afhanklik van die samewerking van groeplede asook van individuele leer. Leerders moet eerstens fokus op die inhoud van die leermateriaal en tweedens op die samewerking van die groeplede. Deur die groepe bloot te stel aan ‘n probleem, word die leerders gedwing om die probleem op te los deur interaksie met ander groeplede (Zuckerman, 2003:187).

In 1984 het Johnson en Johnson (1984:26-40) die eerste riglyne vir suksesvolle implementering van koöperatiewe leer voorgestel. Van Wyk (2007:197-208) het hierdie riglyne soos volg aanpas:

- Tydens die indeling van leerders in groepe, behoort prestasie (kyk 2.5.3), vermoëns sowel as die gedrag van leerders in berekening gebring te word. Daar behoort nie meer as ses leerders in ‘n groep te wees nie.
- Alle groeplede moet duidelik verstaan wat verwag word ten opsigte van die leermateriaal. Spesifieke kriteria en doelstellings behoort geformuleer te word om die leerders in staat te stel om die leermateriaal binne ‘n bepaalde tyd te bemeester.
- Leermateriaal moet deeglik beplan word vir optimale bevordering van positiewe interafhanklikheid en individuele verantwoordelikheid by die groeplede.
- Die koöperatiewe leermetodes moet duidelik na vore kom in die keuse van leermateriaal sodat optimale interpersoonlike sosiale vaardighede bevorder kan word.
- Die onderwyser moet slegs as fasiliteerder hulp verleen wanneer groepe probleme ervaar.
- Aan die einde van die les behoort die onderwyser en groeplede terugvoer te gee oor die funksionering en verbetering van die produktiwiteit van die groepe. Die sukses van ‘n groep met betrekking tot die bemeestering van leerinhoud, lê in die terugvoer opgesluit.

3.5.1 Groepindelings

Verskeie navorsers beweer dat koöperatiewe leer suksesvol geïmplementeer kan word deur aanvanklik slegs twee leerders in ‘n groep in te sluit en die groepe stelselmatig uit te brei om meer leerders in te sluit. Twee groeplede verseker optimale deelname tydens koöperatiewe leer en voorkom swak dissipline wat kan lei tot geen deelname nie (Woolfolk, 2004:494; Borich, 2004:339; Booysen, 2007:44).

Leerders behoort deur die onderwyser in heterogene groepe verdeel te word, met die in-agneming van leerders se prestasies, vermoëns ten opsigte van die betrokke vak, asook die gedrag van leerders (Johnson *et al.*, 2012:373; Agarwal *et al.*, 2010:116-117) . Johnson *et al.* (2009:375) het drie leergroepe in koöperatiewe leer geïdentifiseer, nl. basisgroep, formele en informele leergroepe, wat van toepassing gemaak is op die onderrig en leer van wiskunde.

Basisgroepe is langtermyn, stabiele en heterogene groepe wat ten doel het om bystand en ondersteuning aan die groeplede te verleen. Die aanmoediging deur die groeplede help met die bevordering van (wiskunde-) prestasie (kyk 2.5.3).

Formele leergroepe is ‘n leergroep waarvan die lede vir ‘n geruime tyd (paar weke) aan leermateriaal werk in die bereiking van ‘n gemeenskaplike doelwit. In die groep het groeplede twee verantwoordelikhede, nl. die bevordering van eie individuele leer asook die bevordering van die leer van die res van die groeplede. Dié verantwoordelikhede kan slegs nagekom word as die groep optimaal funksioneer deur kommunikasie, ondersteuning en aanmoediging aan groeplede te bied deur (wiskunde-) konsepte en verwantskappe aan groeplede te verduidelik ten einde ‘n gemeenskaplike doel te bereik.

Informele leergroepe is ‘n leergroep waarvan die lede vir ‘n kort tydperk (een periode of klasbespreking) aan leermateriaal werk om ‘n gemeenskaplike doel te bereik. Deur gebruik te maak van informele leergroepe word die groeplede se aandag gefokus op die leermateriaal voordat dit behandel is. Die samewerking van groeplede verseker dat leerders deur kognitiewe prosessering (individuele leer) en samewerking die leermateriaal bemeester (Booysen, 2009:44-45; Johnson *et al*., 2009:369-375).

Booysen (2009:45) voeg by dat koöperatiewe leergroepe gebruik kan word vir die ontwikkeling van probleemoplossingsvaardighede (formele groepe) by groeplede. Koöperatiewe leergroepe kan ook aktiewe kognitiewe prosessering (informele groepe) verseker tydens 'n onderwyser se demonstrasie of aanbieding. Koöperatiewe leergroepe dien as 'n langtermyn bystand en ondersteuning (basiese leergroepe) vir die bevordering van (wiskunde-) prestasie (kyk 2.5.3).

3.5.2 Die rol van die onderwyser

Die onderwyser vervul 'n sleutelrol in die suksesvolle funksionering van groepe tydens die implementering van koöperatiewe leer. Terselfdertyd is die onderwyser verantwoordelik vir die skep van 'n klaskamerklimaat vir suksesvolle implementering van koöperatiewe leer. In koöperatiewe leer neem die onderwyser die rol van 'n fasiliteerder aan en leerders is veronderstel om verantwoordelik te wees vir hul eie leer. Gevolglik verskil koöperatiewe leer van tradisionele onderrig (Woolridge, 1993:48; Webb *et al*., 2002:13-17; Van Wyk, 2007:201; Zhang, 2010:81-82). Die rolle en verantwoordelikhede van die leerders moet deur die onderwyser gefasiliteer word, sodat leerders interpersoonlike sosiale vaardighede ontwikkel ten einde wiskundeprestasie (kyk 2.5.3) te bevorder (Webb *et al*., 2002:13-17).

Die leerinhoud en kriteria waaraan leerders moet voldoen in die bereiking van doelwitte word vooraf deur die onderwyser se keuse van leermateriaal bepaal. Kontrolering van elke groep se vordering moet op 'n gereelde basis deur die onderwyser gedoen word om sodoende groepe te identifiseer waar effektiewe leer nie plaasvind nie. Die onderwyser moet genoeg tyd aan die leerders voorsien om geskikte leermateriaal te bespreek in die oplos van probleme (kyk 2.4) (Woolridge, 1993:48; Webb *et al*., 2002:13-17; Van Wyk, 2007:201; Booysen, 2009:161-162). Terugvoer moet op 'n gereelde basis deur die onderwyser aan die leerders gegee word. Die doel van terugvoer is om leerders aan te moedig om op verskillende maniere te leer; leerders bewus te maak van hul sterk- en swak punte tydens groepwerk, asook erkenning en beloning aan leerders te gee vir goeie prestasie (kyk 2.5.3) (Van Wyk, 2007:202).

3.5.3 Die rol van die leerders

Die rol van die leerders tydens koöperatiewe leer verskil van die rol van die leerders in tradisionele wiskundeklaskamers (kyk 2.3). Leerders is meer aktief betrokke by die onderrig- en leerproses tydens koöperatiewe leeraktiwiteite; hulle behoort sosiale vaardighede te ontwikkel, en wiskundeprestasie (kyk 2.5.3) behoort te verbeter (Van Wyk, 2007:202). Om koöperatiewe leer suksesvol te laat plaasvind, behoort die groep:

- gefokus te wees op die leermateriaal wat aan hul verskaf is;
- hulself terug te lei na leermateriaal indien hul van die onderwerp afdwaal;
- gegewe instruksies noukeurig in die voorgeskrewe tydgleuf te volg;
- te werk teen ‘n tempo waarteen alle lede optimale leer ervaar;
- verskeie sosiale vaardighede en verantwoordelikhede te ontwikkel deur leerders se rolle in die groep op ‘n gereelde basis te roteer;
- verantwoordelikheid te neem deur vrae te vra en te beantwoord ten einde die leerinhoud te bemeester; en
- mekaar aan te moedig, te prys en waardering teenoor mekaar te toon vir die vermyding van konflik en onnodige spanning (Woolfolk, 2004:496; Booysen, 2009:158; Yael, 2010:303-305; Borich, 2013:341).

Alhoewel al die groeplede betrokke is by die onderrig- en leerproses tydens koöperatiewe leeraktiwiteite, is dit van kardinale belang dat alle lede ‘n rol vervul wat by hul unieke persoonlikhede pas. Die onderwyser is verantwoordelik vir die selektering van die toepaslike rol vir elke leerder in die groep. Produktiewe rolle bevorder die groeplede se sosiale vaardighede en moet dus op ‘n gereelde basis roteer word vir optimale ontwikkeling van hierdie vaardighede (Adams *et al*., 1996:19; Booysen, 2009:158; Borich, 2013:434-436).

Alhoewel produktiewe sosiale rolle (kyk Bylaag G) die sleutel tot sukses by koöperatiewe leer is, bly die leerder steeds verantwoordelik vir aktiewe deelname om die leermateriaal te bemeester vir die verbetering van wiskundeprestasie (Booysen, 2009:158). Leerders is steeds verantwoordelik vir die voltooiing van hul gedeelte in die leermateriaal, ongeag hul (produktiewe) sosiale rol.

3.5.4 Voordele van koöperatiewe leer in wiskunde

Koöperatiewe leer as onderrigstrategie sluit baie voordele in en word sterk ondersteun deur verskeie navorsers in wiskunde-onderwys. ‘n Verskuiwing van individuele leer na groepleer hou voordele in ten opsigte van die suksesvolle bemeestering van probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.4) (Fender & Brent, 2007:7; Booysen, 2009:49). Leerders is meer aktief betrokke by die oplos van wiskundeprobleme tydens koöperatiewe leer, wat lei tot die motivering (kyk 2.5.2) van groeplede om ten volle aan die probleemoplossingsproses deel te neem. Koöperatiewe leer dra dus by tot die ontwikkeling van ‘n positiewe houding teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.5). Johnson en Curtis (2009:6) voeg by dat leerders wat sukkel met probleemoplossing, gefrustreerd raak tydens individuele werk, maar dat hul selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing (kyk 2.5.2) verbeter tydens die uitvoer van koöperatiewe leeraktiwiteite. Die leerders se houding teenoor koöperatiewe leer moedig onafhanklike en kreatiewe denke binne en buite die klaskamer aan (Webb, 1989:23; Slavin, 1991:72-74 (a); Lampe *et al.*, 1998:79-82; Johnson *et al.*, 2009:6).

As gevolg van die ontwikkeling van sosiale vaardighede, kan belangrike veranderings by leerders intree tydens probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.4); hulle kan sukses behaal tydens individuele leer in wiskunde, wat leerders se selfbeeld ten opsigte van wiskunde verbeter (kyk 2.5.2) (Felder *et al*., 2007:7-10; Johnson *et al.* 2009:369; Hornby, 2009:163; Booysen, 2009:50; Zhang, 2010:82; Duxbury & Ling, 2010:5-9; Smith, 2011:1; Wang & Wen, 2012:108-112; Suhendan *et al.* 2014:10). Individuele verantwoordelikheid in groepe word bevorder tydens die uitvoer van groepsaktiwiteite, asook positiewe interafhanklikheid in die groep deur verwerfde inligting aan ander groeplede te verduidelik (Booysen, 2009:50; Zhang, 2010:82).

Alhoewel koöperatiewe leer talle voordele inhou vir die leerders, hou dit ook vir die onderwyser voordele in. ‘n Groot hoeveelheid werk kan tydens die uitvoer van koöperatiewe leer deur die onderwyser gedek word, wat die onderwyser die geleentheid gee om as fasiliteerder te fokus op probleemgevalle. Gevolglik kan die effektiwiteit van die onderwyser verbeter deur die leerders in groot groepe op dieselfde tydstip waar te neem (Booysen, 2009:50; Laal *et al*., 2012:487-488).

3.5.5 Nadele van koöperatiewe leer

Slavin (1996:45(b)) en McLeish (2009:25) is van mening dat, alhoewel koöperatiewe leer talle voordele besit, is daar enkele nadele en potensiële struikelblokke wat na vore kom tydens die implementering van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer. Een van die grootste potensiële stuikelblokke is die rol wat die onderwyser as fasiliteerder behoort te speel om leerders sodoende in beheer van hul eie leer te laat wees (Webb *et al*., 2002:13-17; Van Wyk, 2007:201; Zhang, 2010:81-82). Vir dié doel behoort wiskunde-onderwysers geskikte opleiding te deurloop om koöperatiewe leer effektief in hul klaskamers te implementeer (Jones, 2007:25-26).

Dit neem baie tyd om ‘n onderwerp af te handel deur middel van koöperatiewe leer en dit plaas druk op die onderwyser en groeplede. Dié druk kan lei tot konflik onder die groeplede wat gevolglik oneffektiewe deelname in die groepe veroorsaak (Booysen, 2009:168; Burke, 2011:88). Talle leerders is oortuig daarvan dat take meer suksesvol voltooi sal word op hul eie en onttrek dus heeltemal van die groeplede, of hulle domineer die ander groeplede (Elgort *et al*., 2008:199; Burke, 2011:88). Indien koöperatiewe leer korrek toegepas word, kan die beplande werk vinniger afgehandel word.

Leerders het dikwels ‘n wanbegrip van koöperatiewe leer en groepwerk. Die leerders is onder die indruk dat hulle in Graad 8 nog afhanklik is van die onderwyser en verskuif die verantwoordelikheid van die onderwyser na die sterker akademiese groeplede. Die leerders moet dus gereeld herinner word daaraan dat elke groeplid ‘n gedeelte van die leermateriaal moet voltooi sodat elke groeplid verantwoordelikheid kan neem vir individuele produktiwiteit in die bereiking van die gemeenskaplike doel (Good *et al*., 1997:233; Futch, 2005:10; Elgort *et al*., 2008:199; Johnson *et al.*, 2009:107-108). Indien die wiskunde-onderwyser nie die nodige maatreëls tref om leerders op te lei vir effektiewe groepwerk nie, kan koöperatiewe leer lei tot ‘n steurende atmosfeer in die klaskamer (Jones, 2007:25-26; Del Rey Vito, 2010:19; Iyer, 2013:24).

3.6 LEERDERS SE HOUDING TEENOOR KOÖPERATIEWE LEER

Houding (kyk 2.5) speel ‘n belangrike rol by leerders tydens koöperatiewe leer. Deur die sosiale interaksie ontwikkel die leerders ‘n positiewe of negatiewe houding teenoor koöperatiewe leer (Marzano *et al*., 2001:84). Indien leerders ‘n positiewe houding teenoor koöperatiewe leer toon, kan dit die ander groeplede se houding, denkwyse, leer en samewerking in die groep beïnvloed (Kouros & Abrami, 2009:5). Leerders se houding teenoor koöperatiewe leer word gevorm tydens die bespreking van die leermateriaal tussen die groeplede (Borich, 2013:438-445). Leerders ruil inligting en kennis uit met ander groeplede en ontwikkel sodoende nuwe kennis in die bereiking van die gemeenskaplike doel. Die houding teenoor koöperatiewe leer vorm die basis van onafhanklike denke binne en buite die klaskamer.

Koöperatiewe leer het die potensiaal om ‘n gunstige houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) te laat ontstaan. Leerders wat sukkel met wiskunde, raak gefrustreerd as hulle op hul eie werk, maar as gevolg van hul deelname aan koöperatiewe leer, verbeter hul wiskundeprestasie (kyk 2.5.3), sowel as hul selfvertroue (kyk 2.5.2) (Webb, 1989:23; Slavin, 1991:72-74). Die samewerking van groeplede verbeter nie net leerders se vertroue in hulself en hul vaardighede in wiskunde nie, maar lei tot die sukses van positiewe interafhanklikheid (kyk 3.3.2.1) (Suhendan *et al.,* 2014:10).

Uit bogenoemde gedeelte kan afgelei word dat leerders se houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) bevorder kan word gedurende die uitvoer van koöperatiewe leeraktiwiteite.

3.7 SAMEVATTING

In hoofstuk 3 is verskillende perspektiewe bespreek ten opsigte van die gebruik van onderrigstategieë in die wiskundeklaskamer om die leerproses by leerders te maksimaliseer en leerders se optimale potensiaal in wiskunde te bereik (Human, 2004:68). In die nuwe wiskundekurrikulum, Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS), is daar geen voorgeskrewe onderrigstrategie nie; gevolglik kan die onderwyser wissel tussen direkte en indirekte onderrigstrategieë.

Koöperatiewe leer is die samewerking tussen leerders en dit is duidelik dat dié onderrigstrategie wegbreek van tradisionele onderrig. Die vyf elemente van koöperatiewe leer word erken as die basis of model waarop die leerervarings van leerders berus. Die sukses van koöperatiewe leer is afhanklik van die samewerking van groeplede asook van individuele leer wat by die leerders plaasvind. Koöperatiewe leer kan ‘n goeie verhouding tussen groeplede laat ontwikkel wat kan lei tot die ontwikkeling van sosiale vaardighede en ondersteuning tussen groeplede. Daardeur word leerders se houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) bevorder gedurende die implementering en beoefening van koöperatiewe leer.

In hoofstuk vier word die empiriese ondersoek beskryf waartydens aandag aan die volgende sake gegee sal word: doelwitte en betekenis van die empiriese ondersoek; navorsingsontwerp; navorsingsmetode en die resultate van die empiriese ondersoek.

HOOFSTUK VIER

EMPIRIESE ONDERSOEK

4.1 INLEIDING

Die vorige twee hoofstukke dien as ‘n grondslag vir die empiriese ondersoek wat onderneem is. In Hoofstuk twee is probleemoplossing in wiskunde en die houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde bespreek. In Hoofstuk drie is gekonsentreer op die gebruik van onderrigstrategieë in die wiskundeklaskamer waartydens meer aandag gegee is aan die bespreking van koöperatiewe leer in wiskunde.

In hierdie hoofstuk word ‘n breedvoerige uiteensetting van die navorsingsontwerp en –metode wat gebruik is tydens die data-insameling en –ontleding, gegee.

4.2 DOELWITTE EN DIE BETEKENIS VAN DIE EMPIRIESE ONDERSOEK

4.2.1 Die primêre doelwit

Die doel van die empiriese ondersoek was om die volgende navorsingsvraag te beantwoord:

“Watter invloed het *koöperatiewe leer as onderrigstrategie* op die *houding* van graad 8 wiskundeleerders teenoor *probleemoplossing* en op hul prestasie in wiskunde?”

4.2.2 Die sekondêre doelwitte

In die lig van die bogenoemde doelstelling is die volgende drie doelwitte tydens die studie nagestreef:

- om die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.
- om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van graad 8 wiskunde-leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.

- om die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek.

4.3 NAVORSINGSONTWERP

4.3.1 Oriëntering

Die navorsingsontwerp verskaf struktuur aan die empiriese ondersoek waarvolgens die versameling, analisering en interpretasie van die studie se data uiteengesit word (Myers, 2009:4; Creswell *et al.*, 2011:53). De Vos *et al.* (2011:547) stel dit verder dat die navorsingsontwerp verwys na die keuses van data-insamelings- en dataontledingsmetodes gedurende die navorsingsproses. Mouton (2011:55) beskou ‘n navorsingsontwerp as *“the blueprint of the prospective research study at hand”.*

4.3.2 Navorsingsparadigma en –benadering

‘n Navorsingsparadigma is die teoretiese raamwerk waarop die navorser se denkwyse gebaseer is (Du Toit, 2008:40; Creswell, 2009:7). Dit vorm die fondasie van die navorsingsproses en word gedefinieer as ‘n basiese oriëntasie tot ‘n sisteem van denke, aannames en oortuigings wat gebruik word as ‘n vertrekpunt vir ‘n ondersoek of navorsingsprojek (Nieuwenhuis, 2007:47; Creswell, 2009:6; Schwartz *et al.*, 2012:376).

Hierdie empiriese ondersoek is op ‘n pragmatiese benadering gebaseer. Pragmatisme is ‘n praktiese en toegepaste navorsingsfilosofie wat die navorser toelaat om van ‘n kombinasie van kwantitatiewe en kwalitatiewe metodes gebruik te maak (Creswell, 2009:11; Teddlie & Tashakkori, 2010:21). Deur ’n pragmatiese benadering te volg, word twee belangrike navorsingsfilosofieë, naamlik: positivistiese en interpretivistiese wêreldbeskouings gekombineer (Johnson & Onwuegbuzie, 2004:17-18).

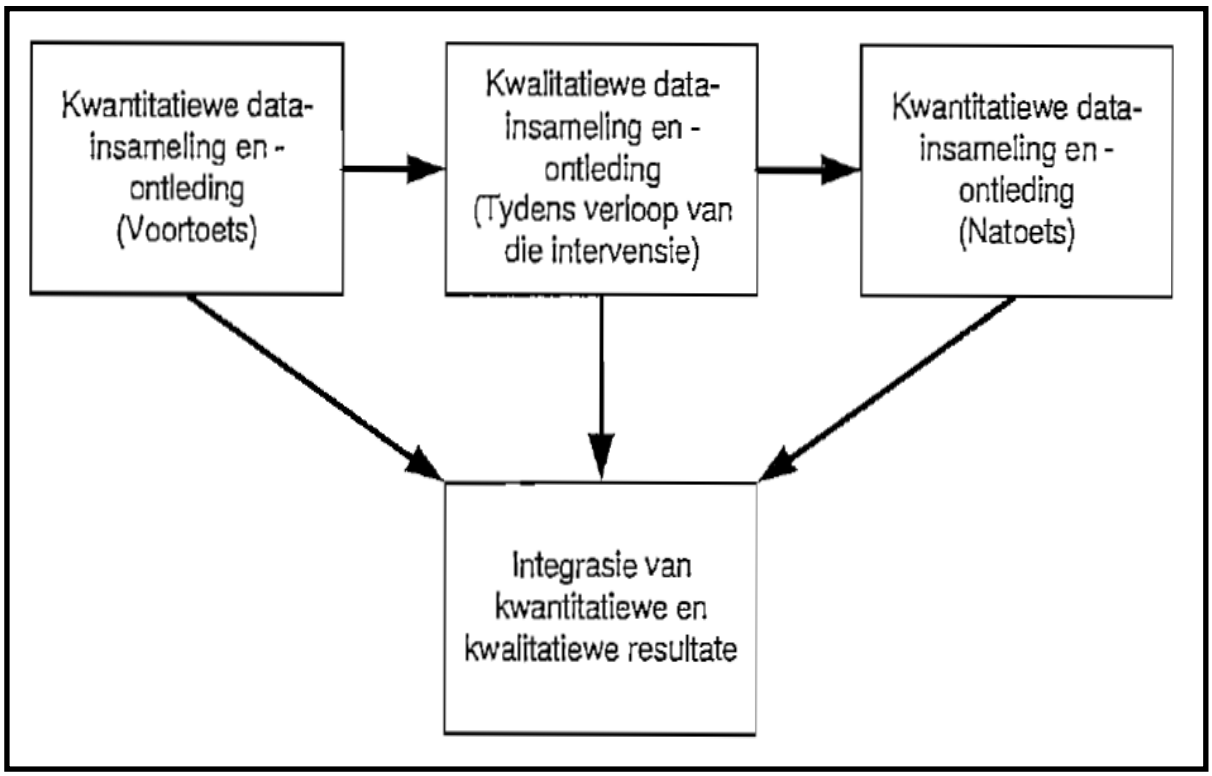
Positivisme is die navorsingsparadigma waarop kwantitatiewe navorsing berus en is volgens Fouché en Delport (2002:79) die werklikheid van stabiliteit en word waargeneem en beskryf vanuit ‘n objektiewe oogpunt. Die navorsingsidee word in diskrete komponente gereduseer om die ontwikkeling van numeriese metings van observasies te toets, byvoorbeeld deur die gebruik van navorsingsvraelyste (Morgan, 2007:54). Klem word ook geplaas op die

objektiwiteit van die navorser en die identifisering van vooroordeel. Die wyse waarop die navorser data insamel en interpreteer dra by daartoe om die navorsingsprobleem in sy volle kompleksiteit te verstaan (Tashakkori & Teddlie, 2010:677).

Kwalitatiewe navorsing berus op 'n interpretivistiese navorsingsparadigma. Volgens Morgan (2007:54) is dié navorsingsparadigma daarop ingestel om menslike aksies en ervarings van die werklikheid beter te verstaan deur subjektiewe interpretasie en ingryping. Mackenzie en Knipe (2006:15) redeneer dat daar baie interpretasies van die werklikheid kan wees vanuit die verskillende perspektiewe van die betrokkenes.

4.3.3 Navorsingsmetode

Vir die doel van hierdie studie is 'n opeenvolgende gekombineerde metode navorsingsontwerp gebruik.



Figuur 4.1 Diagrammatiese voorstelling van die opeenvolgende verklarende gekombineerde metode-ontwerp (Aangepas uit Creswell & Plano Clark (2007:63-75)).

Die opeenvolgende verklarende gekombineerde navorsingsontwerp word gekenmerk deur kwantitatiewe data en kwalitatiewe data in opeenvolgende fases in te samel en te ontleed. Die doel van hierdie metode is om kwalitatiewe resultate te gebruik in die verduideliking en interpretasie van die kwantitatiewe resultate (Creswell, 2009:264; Creswell *et al*., 2011:68). In die opeenvolgende verklarende gekombineerde navorsingsontwerp word die navorsingsbenadering deur 'n verskeidenheid navorsingsparadigmas verteenwoordig.

4.4 NAVORSINGSMETODE

4.4.1 Kwantitatiewe ondersoek

4.4.1.1 Eksperimentele ontwerp

Vir die kwantitatiewe fase van hierdie empiriese ondersoek is gebruik gemaak van die eksperimentele ontwerp wat bestaan uit kontrole- en eksperimentele groepe wat deel gevorm het van 'n voortoets-natoets ontwerp (kyk Tabel 4.1) (Leedy *et al.*, 2005:221; Babbie, 2013:23)

Tabel 4.1 Die eksperimentele ontwerp

	Tydstip 1 (Voortoets)	**Intervensie**	**Tydstip 2 (Natoets)**
Eksperimentele groepe $n = \pm 79$	1) Houdingsvraelyste 2) Tweede termyn rapportpunt	T_x (Toepassing van koöperatiewe leer as onderrigstrategie)	1) Houdingsvraelyste 2) Vierde termyn rapportpunt
Kontrole groepe $n = \pm 178$	1) Houdingsvraelyste 2) Tweede termyn rapportpunt	(-) (Geen intervensie)	1) Houdingsvraelyste 2) Vierde termyn rapportpunt

Die doel van die empiriese ondersoek was om inferensies te maak oor die invloed van koöperatiewe leer op die houding van graad 8 wiskundeleerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, asook leerders se wiskunde prestasie.

Deur gebruik te maak van ‘n gekombineerde navorsingsbenadering kan die navorsingsresultate van die kwantitatiewe navorsingsmetode toegelig word met die resultate van die kwalitatiewe navorsingsmetode. Die kwalitatiewe ondersoek vul dus die kwantitatiewe studie aan sodat die deelnemers se perspektiewe beter verstaan kan word (Maree, 2007:266; Creswell, 2009:7; Ihantola *et al*., 2011:43).

4.4.1.2 Studiepopulasie en steekproef

Frankel en Wallen (2011:100) verwys na steekproefneming as die aantal respondente wat tydens die empiriese ondersoek geselekteer is. In hierdie empiriese ondersoek het die navorser gebruik gemaak van ‘n beskikbaarheidspopulasie en gerieflikheidsteekproef wat gedefinieer word as ‘n groep respondente wat beskikbaar is en belangstelling toon om aan die ondersoek deel te neem. Hierdie respondente vorm die populasie van die ondersoek (Pietersen *et al*., 2010:179; Frankel & Wallen, 2011:102).

Die populasie het bestaan uit graad 8 leerders van een sekondêre skool aan die Oos Rand in Gauteng, Suid-Afrika. Die skool is ‘n gemengde, parallelmedium skool en bestaan uit leerders van verskillende kultuuragtergronde. Tien graad 8 wiskundeklasse het aan die studie deelneem. Slegs drie van hierdie klasse (die eksperimentele groep) (n=± 79) is deur die navorser onderrig, terwyl die ander sewe klasse (die kontrolegroep) (n=± 178) deur verskillende wiskunde-onderwysers onderrig is.

4.4.1.3 Data-insameling en veranderlikes

In die empiriese ondersoek was die onafhanklike veranderlike die blootstelling van die eksperimentele groepe se leerders aan koöperatiewe leer as onderrigstrategie (kyk 3.3). Die afhanklike veranderlikes is die leerders se houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.3), asook hul wiskundeprestasie.

Beide die kontrole- en eksperimentele groepe se houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde is gemeet deur gebruik te maak van ’n aangepaste

houdingsvraelys (kyk Bylaag C) tydens die eerste fase van die empiriese ondersoek. Hierdie aangepaste houdingsvraelys is as voor- en natoetse by beide groepe gebruik (kyk Tabel 4.2 en Tabel 4.3). Dus is ‘n voor-eksperimentele evaluering (voortoets) op tydstip 1 toegepas om te bepaal hoe die eksperimentele groep en kontrolegroep verskil ten opsigte van hul houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde. Op tydstip 2 van die eksperimentele ontwerp is ‘n na-eksperimentele evaluering (natoets) op beide kontrole sowel as eksperimentele groepe toegepas.

4.4.1.4 Data-insamelingsinstrumente

4.4.1.4.1 Aangepaste houdingsvraelys (ATMI)

‘n Aangepaste houdingsvraelys (kyk Bylaag C) is gebruik om die leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te meet. Die vraelys bestaan uit sestig items wat verteenwoordigend is van drie verskillende velde vir beide gedeeltes van die vraelyste (kyk Tabel 4.2 en Tabel 4.3). Die ATMI betaan uit sestig items wat oor houding teenoor wiskunde (kyk 1 tot 35) en houding teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 36 tot 60) handel (kyk Bylaag C). Eksploratiewe faktorontleding het gelei tot die identifisering van die drie velde in beide houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, naamlik: selfvertroue, motivering en oortuigings oor die waarde van wiskunde. Vrae 49 en 54 is weggelaat uit die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde omdat hierdie vrae min korrelasie getoon het met enige ander vrae.

In die vraelys word verskeie stellings aan die leerders gegee waarvolgens hulle die mees gepaste keuse moes maak van wat vir hulle waar is ten opsigte van elke stelling. Die vraelys is met behulp van ‘n 5-punt Likert-skaal beantwoord en sluit die volgende vyf moontlike antwoorde in: (1) stem heeltemal saam; (2) stem saam; (3) onseker; (4) verskil; en (5) verskil heeltemal (Tapia *et al.,* 2004; Afari, 2013:19). Beide gedeeltes van die vraelyste het uit positiewe en negatiewe items, wat willekeurig versprei is, bestaan. Tydens die nasienprosedures is puntewaardes soos volg aan skaalwaardes toegeken: vir items met ‘n negatiewe strekking, is die puntewaardes die omgekeerde van die skaalwaardes, terwyl vir die items met ‘n positiewe strekking die puntewaardes dieselfde is as die skaalwaardes.

Vervolgens word voorbeelde van items uit die drie velde van houding teenoor wiskunde in Tabel 4.1 en probleemoplossing in wiskunde in Tabel 4.2 uiteengesit.

Tabel 4.2 Voorbeelde van items uit die drie velde van houding teenoor wiskunde op die aangepaste houdingsvraelys

VELDE	ITEMS	VOORBEELDE VAN ITEMS IN HIERDIE VELD	
Selfvertroue ten opsigte van wiskunde	7; 8; 9; 10; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 26; 27	**13**	Ek het baie selfvertroue wanneer ek wiskunde doen.
		26	Ek is gemaklik daarmee om vrae in die wiskundeklas te beantwoord.
Motivering ten opsigte van wiskunde	1; 6; 11; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 33	**11**	Wanneer ek die woord “wiskunde” hoor, kry ek 'n gevoel van “ek hou nie van nie”.
		22	Ek is gelukkiger in die wiskundeklas as in enige ander klas.
Oortuigings dat wiskunde waarde het	2; 3; 4; 5; 28; 29; 31; 32; 34; 35	**5**	Wiskunde is een van die belangrikste vakke vir leerders om te hê.
		31	Dit is moontlik om beter in wiskunde te doen deur hard te werk.

Tabel 4.3 Voorbeelde van items uit die drie velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde op die aangepaste houdingsvraelys

VELDE	ITEMS	VOORBEELDE VAN ITEMS IN HIERDIE VELD	
Selfvertroue ten opsigte van wiskunde probleemoplossing	37; 38; 43 52; 53; 57	**37**	Dit maak my senuweeagtig as ek net dink oor hoe om ’n probleem in wiskunde op te los.
		52	Wanneer ek met ’n probleem in wiskunde gekonfronteer word, sal ek nie moedeloos word as ek dit nie kan oplos nie.
Motivering ten opsigte van wiskunde probleemoplossing	41 ; 50; 55; 58	**41**	As ek vashaak met ’n probleem in wiskunde kan ek nie self aan ander maniere dink om dit op te los nie.
		55	Wanneer ek gekonfronteer word met ’n probleem in wiskunde, wil ek nie weet hoekom ek dit moet oplos nie.
Oortuigings dat probleemoplossing in wiskunde waarde het	39; 40; 49; 36; 42; 44; 45; 46; 47; 48; 56; 59; 60	**40**	Ek glo dat die bestudering van wiskunde my help met probleemoplossing op ander gebiede.
		56	As ek nie ’n probleem verstaan nie, sal ek addisionele inligting kry om dit beter te kan verstaan

4.4.1.4.2 Assesseringsinstrumente

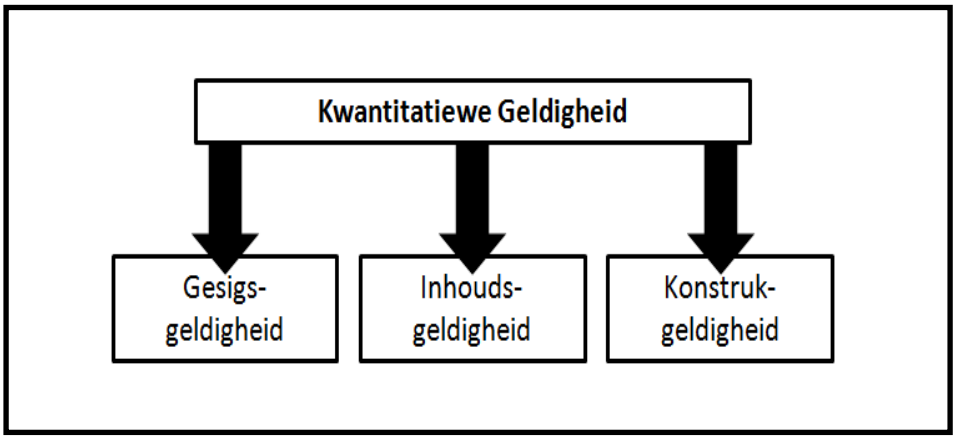
Die leerders se prestasie in wiskunde is deur die formele assessering en eksamenvraestelle bepaal (kyk Tabel 4.4). Die formele assessering is deur die betrokke onderwyser gemerk om te verseker dat gepaste standaard vir bevorderingsdoeleindes gehandhaaf word. Volgens die Kurrikulum en Assesseringsbeleidsverklaring bestaan formele assessering uit Skool-gebaseerde Assesserings (SBA) en kan verskeie vorms aanneem, naamlik, toetse, projekte, werksopdragte, ondersoeke en eksamens (DoBE, 2012:165). Die formele assesseringsprogram vir dié empiriese ondersoek word in Tabel 4.4 uiteengesit.

Tabel 4.4 Uiteensetting van die formele assessering
(Aangepas uit DoBE (2012:165)).

	TERMYN 1	TERMYN 2	TERMYN 3	TERMYN 4
SBA	Toets	Toets	Toets	Werksopdrag
	Werksopdrag	Ondersoek	Werksopdrag	Ondersoek
		Julie Eksamen	Projek	November Eksamen

4.4.1.5 Geldigheid en betroubaarheid van data-insamelingsinstrumente

Die geldigheid van die data-insamelingsinstrument (vraelys) wat gebruik is in die empiriese ondersoek, is op die onderstaande wyse verseker (Leedy & Ormrod, 2010:101-105; Creswell & Plano Clark, 2011:210). Talle navorsers onderskei tussen belangrike aspekte van geldigheid, naamlik onder andere: gesigs-, inhouds- en konstrukgeldigheid (kyk Figuur 4.2) (Pietersen *et al.*, 2007:218; Leedy & Ormrod, 2010:101-105; Creswell & Plano Clark, 2011:240-249; Oluwatayo, 2012:392-395).



Figuur 4.2 Uiteensetting van kwantitatiewe geldigheid
(Aangepas uit Oluwatayo (2012:392-395)).

Die konsep, gesigsgeldigheid, verwys na die voorkoms van die instrument, met ander woorde die mate waarin die instrument geldig lyk om te meet wat dit veronderstel is om te meet. Gesigsgeldigheid kan nie getoets of gekwantifiseer word nie, maar moet deur kundiges van die gepaste navorsingsvelde nagegaan word om gesigsgeldigheid tot 'n hoë mate te verseker (Pietersen *et al*., 2007:218; Cohen *et al.*, 2010:174). Die data-insamelingsinstrumente is deur die navorser en studieleier beskou as geldig en toepaslik vir die doelwitte van die empiriese ondersoek. Die volgende kriteria is gevolg om te verseker dat gesigsgeldigheid bereik is, naamlik:

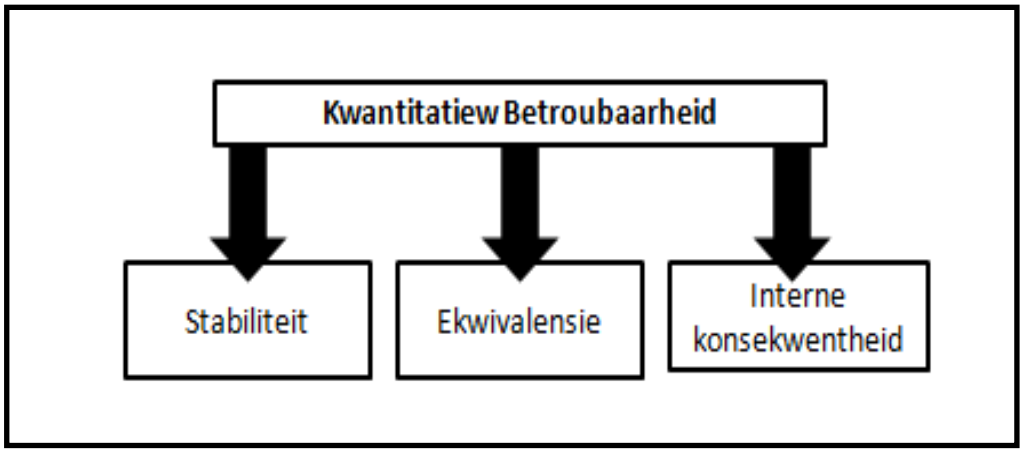
- die struktuur van die insamelingsinstrumente in terme van konstruksie en formaat;
- die duidelikheid en eenduidigheid van die vrae op die insamelingsinstrumente;
- toepaslikheid en moeilikheidsgraad vir die respondente;
- korrekte spelling, spasiëring, leesbaarheid, aantreklikheid en voorkoms van die insamelingsinstrumente;
- redelikheid van die vrae op die insamelingsinstrumente met betrekking tot die doel van die instrument (Oluwatayo, 2012:392).

Inhoudsgeldigheid is 'n teoretiese konsep wat fokus op die mate waarin die inhoud van die items van 'n insamelingsinstrumente ooreenstem met die domein wat dit veronderstel is om te meet (Pietersen *et al*., 2007:218; Frankel & Wallen, 2008:148; Tashakkori & Teddlie, 2010:680; Creswell & Plano Clark, 2011:240-249). Om die inhoudsgeldigheid van die data-insamelingsinstrument wat in hierdie empiriese ondersoek gebruik is, te verhoog en te

verseker, is die vraelys aan verskeie vakspesialiste ten opsigte van houding en probleemoplossing in wiskunde gegee vir kritiese kommentaar. Die kommentaar is in die instrument ingewerk. ‘n Omvattende literatuurstudie is onderneem in die ondersoek oor die onderwerp. Die inhoudsgeldigheid van die insamelingsinstrument gee aanleiding tot die verhoging van konstrukgeldigheid (Oluwatayo, 2012:392-393).

Konstrukgeldigheid word binne ‘n gegewe teoretiese konteks bepaal en is die logiese verwantskap tussen die veranderlikes van die ondersoek (Pietersen *et al*., 2007:217; Cohen *et al.*, 2010:178). Hierdie geldigheid voorsien standaardisering en bepaal of die instrument die inhoud van die spesifieke konteks meet (Pietersen *et al*., 2007:217). Om die konstrukgeldigheid van die instrument te verseker, is gebruik gemaak van ‘n faktoranalise. Die doel van die faktoranalise was om interkorrelasies tussen ‘n groot aantal veranderlikes te bereken met die oog daarop om veranderlikes met ‘n hoë korrelasie binne-in ‘n spesifieke faktor saam te groepeer (kyk 4.4.1.3) (Le Roux, 2008:80).

Betroubaarheid is die mees gesogte tegniese meriete van ‘n empiriese ondersoek om te verseker dat die resultate van die insamelingsinstrument dieselfde sal wees indien die ondersoek herhaal sou word (Pietersen *et al*., 2007:215; Bowling, 2009:163; Cohen *et al.*, 2010:179). Verskeie navorsers onderskei tussen drie hooftipes betroubaarheid, naamlik: stabiliteit, ekwivalansie en interne konsekwentheid (kyk Figuur 4.3) (Pietersen *et al*., 2007:216; Cohen *et al.*, 2010:179; Leedy & Ormrod, 2010:199; Oluwatayo, 2012:395-396).



Figuur 4.3 Uiteensetting van kwantitatiewe betroubaarheid
(Aangepas uit Oluwatayo (2012:392-395)).

Betroubaarheid is verseker deur die konsekwentheid van die insamelingsinstrument, naamlik dat soortgelyke resultate verkry behoort te word in die voor- en natoets, te bereken. Pearson se korrelasiekoëfisient is ook gebruik vir die voor- en natoets (Cohen *et al.*, 2010:179; Oluwatayo, 2012:395-396). Dit sluit in die analisering van data deur middel van 'n T-toets om te bepaal of 'n beduidende verskil voorgekom het tussen die voor- en natoetse. Dieselfde toets is gebruik om die rapportpunte van leerders te vergelyk vir voor- en natoetse. Pearson se korrelasiekoëffisiënt (r) word beskou as 'n statistiese maatstaf van kovariansie en assosiasie tussen twee veranderlikes (Hauke & Kossowski, 2011:87-88). Die waarde van die korrelasiekoëffisiënt wissel van -1 tot +1; as die koëffisiënt neig na 1, word dit beskou as 'n hoë positiewe korrelasie of direkte lineêre verband tussen veranderlikes, terwyl 'n neiging na 0 as 'n lae korrelasie tussen veranderlikes beskou word (Hauke & Kossowski, 2011:87-88). 'n Negatiewe korrelasie wys op 'n omgekeerde lineêre verband tussen twee veranderlikes.

Effekgroottes (Cohen se d waarde) is bereken met behulp van die volgende formule:

$$d = \frac{|\overline{x_1} - \overline{x_2}|}{s_{max}}$$

$\overline{x_1} =$ Gemiddeld van eksperimentele groep

$\overline{x_2} =$ Gemiddeld van kontrolegroep

$s_{max} =$ Maksimum standaardafwyking van die twee groepe

As $|d| = 0.2$, dan is dit 'n klein effek met geen praktiese betekenisvolle verskil nie; as $|d| = 0.5$, dan is dit 'n medium effek met sigbare of moontlike praktiese betekenisvolle verskil; as $|d| = 0.8$, dan is dit 'n groot effek met praktiese betekenisvolle verskil. Genoemde waardes is gebruik om uitspraak oor die praktiese betekenisvolheid van verskille in gemiddeldes te lewer (kyk 4.4.1.7.2)

Die volgende kriteria is gevolg om te verseker dat stabiliteit ten opsigte van die voor- en natoets gehandhaaf is, naamlik dat die tydperk nie te kort of te lank is tussen die voor- en natoets nie. As die tydperk te kort is, is daar 'n moontlikheid dat die respondente op

herroeping van vorige antwoorde die vraelyste beantwoord, terwyl dat as die tydperk te lank word, relevante faktore van die studie kan verander (Oluwatayo, 2012:396).

Ekwivalensie word deur alternatiewe of parallelle vorms van insamelingsinstrumente verkry deur op twee geleenthede van dieselfde respondente gebruik te maak (Pietersen *et al*., 2007:216; Cohen *et al.*, 2010:180; Leedy & Ormrod, 2010:199; Oluwatayo, 2012:395-396).

Die interne konsekwentheid is bepaal deur betroubaarheidskoëffisiente vir elke veld van die data-insamelingsinstument te bereken (kyk Tabel 4.5 en Tabel 4.6). Die betroubaarheidskoëffisient wat die interne konsekwentheid van die empiriese insamelingsinstrumente gemeet het, staan bekend as die Cronbach-Alpha-Koëffisiente (Leedy & Ormrod, 2010:199; Oluwatayo, 2012:396). Met behulp van die volgende formule is die Cronbach-Alpha-koëffisiente bereken:

$$\alpha = \left[\frac{A}{A-1}\right]\left[\frac{S_x^2 - \sum S_i^2}{S_x^2}\right];$$

$$\mathrm{A} = \text{Aantal items in die instrument ;}$$

$$\sum \mathrm{S}_\mathrm{i}^2 = \text{Som van die variansie van die individuele items}$$

$$\mathrm{S}_\mathrm{x}^2 = \text{Variansie van die totaaltelling}$$

$$0 < \alpha < 1$$

4.4.1.6 Data-insamelingsproses

In die voor- en natoetse (kyk 1.4) is die leerders van die eksperimentele groepe sowel as kontrolegroepe se houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde gemeet deur gebruik te maak van ’n aangepaste houdingsvraelys (kyk Bylaag C). Die leerders is deur die navorser verseker dat inligting vertroulik en anoniem hanteer sal word (kyk 1.3.2.2). Die navorser van die betrokke studie het self toesig gehou tydens die voltooiing van die houdingsvraelyste.

4.4.1.7 Resultate van die kwantitatiewe ondersoek

4.4.1.7.1 Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

In Tabel 4.5 word gemiddeldes en standaardafwykings ten opsigte van die velde van houding teenoor wiskunde, wat vir die voortoets bereken is vir kontrole- en eksperimentele groepe, gegee. Die betroubaarheidskoëffisiënt (Cronbach-∝) (kyk 4.4.1.5), wat vir elke veld bereken is, word ook aangedui.

Tabel 4.5 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die voortoets vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde

Velde van die houdingsvraelys	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)		Effek-grootte (d)
	Gemiddeld	Standaard-afwyking	Gemiddeld	Standaard-afwyking	
Selfvertroue ten opsigte van wiskunde $(\propto = 0.92)$	2,88	0,98	2,68	0,95	0,20
Motivering ten opsigte van wiskunde $(\propto = 0.91)$	2,82	0,99	2,69	0,91	0,13
Oortuiging dat wiskunde waarde het $(\propto = 0.88)$	2,01	0,80	1,81	0,69	0,25

Uit Tabel 4.5 kan afgelei word dat geen prakties betekenisvolle verskille tussen die eksperimentele en kontrolegroepe tydens die voortoets voorgekom het nie.

In Tabel 4.6 word die eksperimentele en kontrolegroepe vergelyk ten opsigte van die voortoets vir die verskillende velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde. Die betroubaarheidskoëffisiënt (Cronbach-∝) (kyk 4.4.1.5), wat vir elke veld van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde bereken is, word ook aangedui.

Tabel 4.6 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die voortoets vir die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde

Velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)		Effek-grootte (d)
	Gemiddeld	Standaard-afwyking	Gemiddeld	Standaard-afwyking	
Selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde $(\propto = 0.77)$	2,89	0,88	2,66	0,75	0,26
Motivering ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde $(\propto = 0.48)$	2,67	0,84	2,79	0,74	0,14
Oortuiging dat probleem-oplossing in wiskunde waarde het $(\propto = 0.88)$	2,46	0,90	2,28	0,68	0,20

Uit Tabel 4.6 kan afgelei word dat daar geen praktiese betekenisvolle verskille tydens die voortoets van die empiriese ondersoek voorgekom het nie. Dit beteken dat die leerders van die eksperimentele- en kontrole groepe min verskil het ten opsigte van hul houding teenoor probleemoplossing in wiskunde voordat die intervensie toegepas is.

4.4.1.7.2 Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

Die kontrole- en eksperimentele groepe se gemiddeldes is met mekaar vergelyk ten opsigte van die natoets van die empiriese ondersoek. ‘n Effekgrootte (d) is bereken om te bepaal of daar ‘n prakties betekenisvolle verskil tussen die kontrole- en eksperimentele groepe se gemiddeldes was as gevolg van die intervensie (koöperatiewe leer) wat toegepas is op die eksperimentele groep.

Tabel 4.7 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die natoets vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde

Velde van die houdingsvraelys	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)		Effekgrootte (d)
	Gemiddeld	Standaard -afwyking	Gemiddeld	Standaard-afwyking	
Selfvertroue ten opsigte van wiskunde ($\propto = 0.92$)	2,80	0,99	2,74	0,93	0,06
Motivering ten opsigte van wiskunde ($\propto = 0.91$)	2,63	0,95	2,88	0,87	0,26
Oortuiging dat wiskunde waarde het ($\propto = 0.88$)	2,84	0,88	1,92	0,73	1,05

Uit Tabel 4.7 blyk dit duidelik uit die effekgroottes ten opsigte van die velde “Selfvertroue ten opsigte van wiskunde” en “Motivering ten opsigte van wiskunde” dat geen betekenisvolle verskil voorgekom het tussen die eksperimentele en kontrolegroepe vir die natoets nie. Oortuiging dat wiskunde waarde het, het egter ‘n groot effek met prakties betekenisvolle verskil getoon. Dit blyk dus dat die leerders van die eksperimentele groep tot ‘n groter mate oortuig was van die waarde van wiskunde as wat die geval was met die kontrolegroep (kyk 2.5.2).

Tabel 4.8 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die natoets vir die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde

Velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)		Effekgrootte (d)
	Gemiddeld	Standaard -afwyking	Gemiddeld	Standaard-afwyking	
Selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde ($\propto = 0.77$)	2,82	0,90	2,65	0,80	0,19
Motivering ten opsigte van probleem-oplossing in wiskunde ($\propto = 0.48$)	2,74	0,79	2,73	0,70	0,01
Oortuigings dat probleem-oplossing in wiskunde waarde het ($\propto = 0.88$)	2,36	0,78	2,37	0,70	0,01

Uit Tabel 4.8 is dit duidelik dat geen betekenisvolle verskille waargeneem is deur die eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die velde van houding teenoor probleemoplossing in die natoets te vergelyk nie.

Tabel 4.9 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se voor- en natoetse vir die verskillende velde van houding teenoor wiskunde

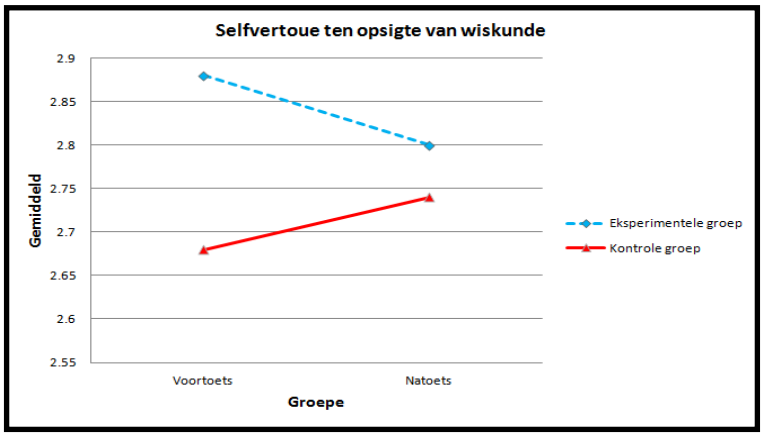
Velde van die houdingsvraelys	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)	
	Voortoets gemiddeld	Natoets gemiddeld	Voortoets gemiddeld	Natoets gemiddeld
Selfvertroue ten opsigte van wiskunde (r = 0,68)	2,88	2,80	2,68	2,74
Motivering ten opsigte van wiskunde (r = 0,63)	2,82	2,63	2,69	2,88
Oortuiging dat wiskunde waarde het (r = 0,54)	2,01	2,84	1,81	1,92

Pearson se korrelasiekoëffisiënt (r) is vir elkeen van die velde van houding teenoor wiskunde bereken (kyk 4.4.1.5). Uit die waardes kan afgelei word dat ‘n positiewe korrelasie tussen die voor- en natoetse vir beide die eksperimentele en kontrolegroepe bestaan ten opsigte van die drie velde van houding teenoor wiskunde.

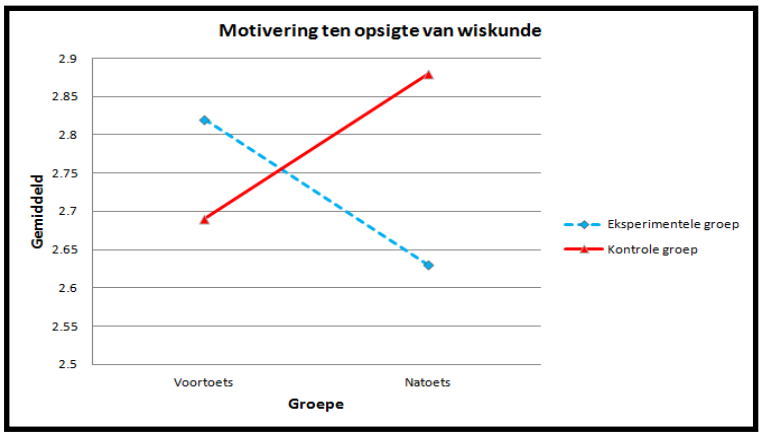
Uit Tabel 4.9 kan afgelei word dat leerders uit die eksperimentele groep se houding ten opsigte van wiskunde vir die velde “selfvertroue ten opsigte van wiskunde” en “motivering ten opsigte van wiskunde” afgeneem het. Aan die ander kant, het hul oortuiging dat wiskunde waarde het, betekenisvol toegeneem. Die leerders uit die kontrolegroep, daarenteen, se houding ten opsigte van wiskunde het verbeter ten opsigte van al drie velde.

Die gemiddelde waardes van die verskillende velde van houding teenoor wiskunde is grafies voorgestel in die onderstaande figure (kyk Figure 4.4 - 4.6) om sodoende ‘n verduideliking te probeer bied vir die resultate in Tabel 4.9.

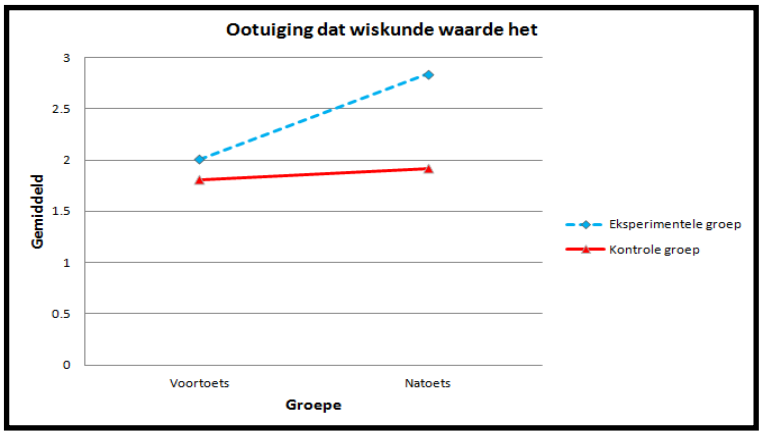
‘n Klein of geen betekenisvolle verskil tussen twee groepe word voorgestel deur ‘n kruising of snyding van die eksperimentele- en kontrole groepe se gemiddeldes (kyk Figure 4.4 en 4.5), waar ‘n medium of groot betekenisvolle verskil tussen gemiddeldes voorgestel word deur die neiging tot parallelle lyne (kyk Figuur 4.6).



Figuur 4.4 **Vergelyking van groepgemiddeldes vir selfvertroue ten opsigte van wiskunde**



Figuur 4.5 **Vergelyking van groepgemiddeldes vir motivering ten opsigte van wiskunde**



Figuur 4.6 **Vergelyking van groepgemiddeldes vir oortuiging dat wiskunde waarde het**

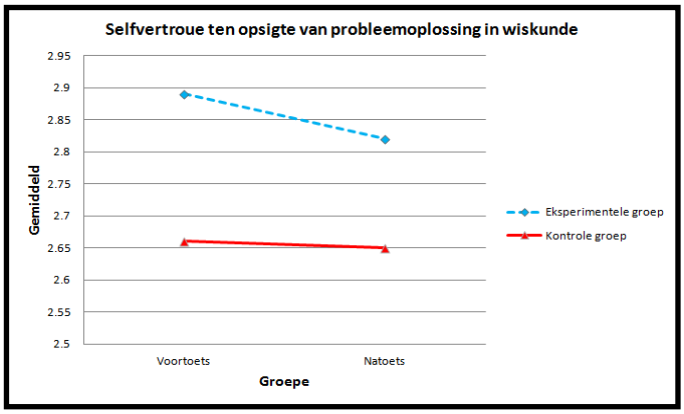
Tabel 4.10 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se voor- en natoetse vir die verskillende velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde

Velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde	Eksperimentele groep (n = 79)		Kontrolegroep (n = 178)	
	Voortoets gemiddeld	Natoets gemiddeld	Voortoets gemiddeld	Natoets gemiddeld
Selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde (r = 0,58)	2,89	2,82	2,66	2,65
Motivering ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde (r = 0,37)	2,67	2,74	2,79	2,73
Oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het (r = 0,57)	2,46	2,36	2,28	2,37

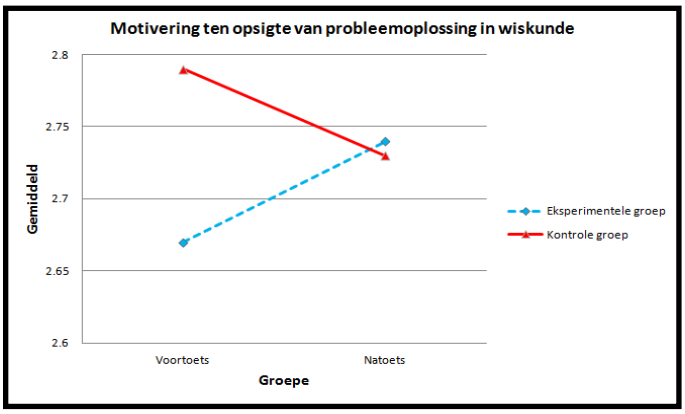
Pearson se korrelasiekoëffisiënt (r) is vir elkeen van die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde bereken (kyk 4.4.1.5). Uit die waardes kan afgelei word dat ‘n positiewe korrelasie tussen die voor- en natoetse vir beide die eksperimentele en kontrolegroepe ten opsigte van die velde “selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing” en “oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde” het, bestaan.

Uit Tabel 4.10 kan afgelei word dat leerders uit die eksperimentele groep se houding ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde vir die velde “selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde” en “oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het” afgeneem het. Aan die ander kant het hul motivering ten opsigte van probleemoplossing, toegeneem. Die leerders uit die kontrolegroep, daarenteen, se oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het, het toegeneem, terwyl die gemiddeldes van die twee ander velde afgeneem het.

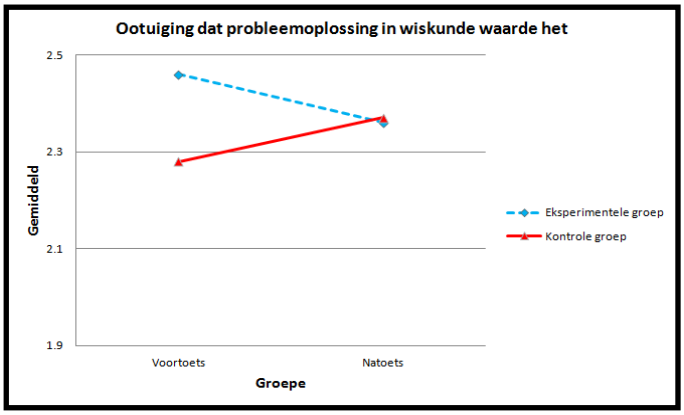
Die gemiddelde waardes van die verskillende velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk Tabel 4.10) is grafies voorgestel in die onderstaande figure om ‘n moontlike verklaring vir die resultate te probeer bied. ‘n Klein of geen betekenisvolle verskil tussen die twee groepe word voorgestel deur ‘n kruising of snyding van die eksperimentele- en kontrole groepe se gemiddeldes, waar ‘n medium of groot betekenisvolle verskil voorgestel word deur die neiging tot parallellyne (positiewe gradiënt).



Figuur 4.7 Vergelyking van groepgemiddeldes vir selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde



Figuur 4.8 Vergelyking van groepgemiddeldes vir motivering ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde



Figuur 4.9 Vergelyking van groepgemiddeldes vir oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het

4.4.1.7.3 Die invloed van koöperatiewe leer op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde

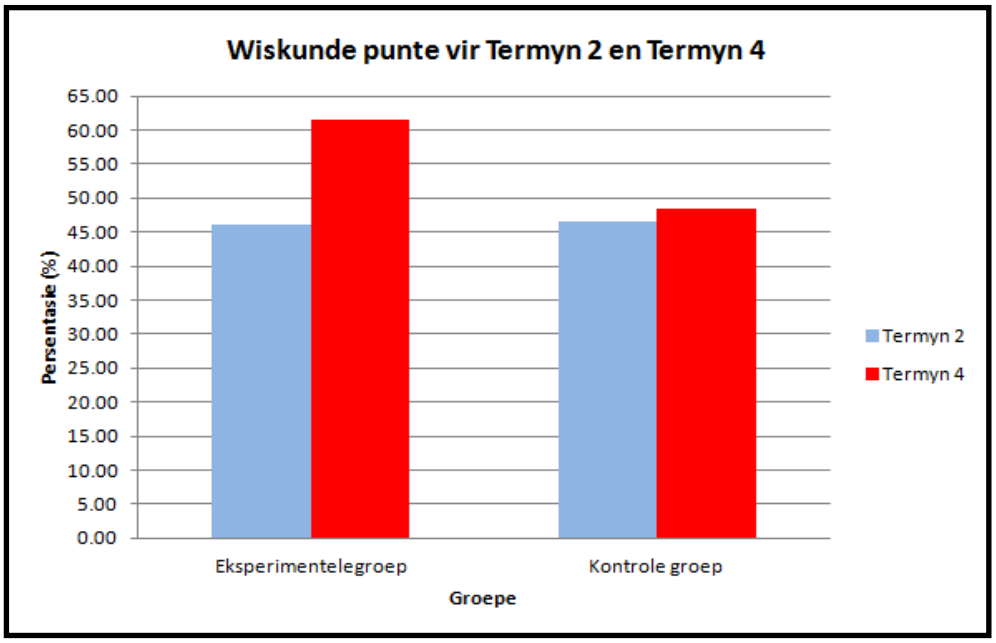
Die kontrole- en eksperimentele groepe se termynpunte is met mekaar vergelyk ten opsigte van die voor- en natoets van die empiriese ondersoek. 'n T-toets is uitgevoer om te bepaal of daar 'n verskil tussen die kontrole- en eksperimentele groepe was as gevolg van die intervensie (koöperatiewe leer) wat toegepas is op die eksperimentele groep.

In Tabel 4.11 word gemiddeldes van die leerders se wiskundepunte van termyn twee (voortoets) en termyn vier (natoets) vir kontrole- en eksperimentele groepe, gegee. Uit die waarde van Pearson se korrelasiekoëfisient (kyk 4.4.1.5) kan afgelei word dat die soort assessering wat in die tweede termyn gebruik is, sterk vergelyk met die soort assessering wat in die vierde kwartaal gebruik is.

Tabel 4.11 Vergelyking van eksperimentele en kontrolegroepe se wiskundepunte tydens die voor- en natoetse van die empiriese ondersoek

Groepe	Termyn 2	Termyn 4	Pearson se korrelasiekoëffisiënt (r)
Eksperimentele groep (n = 79)	46,06 %	61,59 %	0.81
Kontrolegroep (n = 178)	46,49 %	48,50 %	

Uit Tabel 4.11 kan duidelik gesien word dat die leerders uit die eksperimentele groep se wiskundepunte aansienlik toegeneem het tydens die toepassing van koöperatiewe leer (kyk 3.3) in die wiskundeklaskamer. Die eksperimentele groep se gemiddelde persentasie het met 15,53% toegeneem vanaf die voor- tot die natoets van die empiriese ondersoek. Die leerders uit die kontrolegroep, daarenteen, se wiskundepunte het slegs toegeneem met 'n gemiddelde persentasie van 2,01% tydens onderrig onder gewone omstandighede (kyk 3.2.2). Die gemiddelde wiskundepunte van die eksperimentele en kontrolegroepe (kyk Tabel 4.11) is grafies voorgestel in Figuur 4.10.



Figuur 4.10 Vergelyking van groepgemiddeldes (wiskunde) vir termyne 2 en 4

4.4.1.7.4 Samevatting

Die eerste doelwit van die empiriese ondersoek was om die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek. Uit die kwantitatiewe bevindings het dit duidelik geword dat daar geen beduidende verskil tussen die eksperimentele- en kontrolegroepe voorgekom het nie.

Die tweede doelwit van die empiriese ondersoek was om die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek. Uit die kwantitatiewe data-ontleding en uit die bevindings het dit duidelik geword dat daar geen beduidende verskil tussen die eksperimentele- en kontrolegroepe voorgekom het nie.

Die derde doelwit van die empiriese ondersoek was om die invloed van koöperatiewe leer op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek. Uit die resultate het dit geblyk dat ‘n duidelike verbetering in die leerders van die eksperimentele groep se prestasie in wiskunde voorgekom het. ‘n Toename van 15,53% het by die eksperimentele groep voorgekom na die intervensie van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer. Gevolglik

word die kwalitatiewe navorsing gebruik om die bevindings van die kwantitatiewe navorsing toe te lig.

4.4.2 Kwalitatiewe ondersoek

4.4.2.1 Doel en motivering

Die doel van die gebruik van die kwalitatiewe navorsingsmetode in die empiriese ondersoek was om meer lig te werp op die kwantitatiewe bevindings met betrekking tot die graad 8 wiskundeleerders se houdings teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing (kyk 2.5.3) in wiskunde tydens die implementering van koöperatiewe leer (kyk 3.3). Die kwalitatiewe ondersoek is uitgevoer deur individuele gestruktureerde taakgebaseerde onderhoude (kyk Bylaag D) met die deelnemers te voer. Data oor die leerders se ervaring ten opsigte van hul houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde, sowel as die leerders se houding teenoor koöperatiewe leer is gedurende die oop-einde-vrae bekom (kyk 4.4.2.5).

4.4.2.2 Deelnemers

Die deelnemers aan die kwalitatiewe navorsing (kyk Tabel 4.12) van die empiriese ondersoek is uit die eksperimentele groep van die studie geselekteer. Die seleksie van die deelnemers het berus op ‘n ewekansige beginsel en nie by die keuse van die navorser nie. Die deelnemers van die eksperimentele groep is in die volgende drie groepe verdeel, naamlik a) hoë vlak van wiskundeprestasie b) medium vlak van wiskundeprestasie en c) lae vlak van wiskundeprestasie. Uit die drie eksperimentele klasse is leerders van elk van die genoemde wiskundeprestasie groepe geselekteer (kyk Tabel 4.12). Hierdie agtien leerders het elk aan die individuele gestruktureerde taakgebaseerde onderhoude deelgeneem.

4.4.2.3 Data-genereringsinstrumente en ontleding

Die taakgebaseerde onderhoude is gefokus op die leerders se gedrag teenoor probleemoplossing in wiskunde en het die navorser die geleentheid gegee om die leerder se progressie, interaksie en vordering met die oplos van wiskundeprobleme waar te neem. Deur die ontleding van die leerders se verbale en nie-verbale gedrag kon die navorser ‘n

begrip ontwikkel van die leerder se houding en denke teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde (Goldin, 2000:534; Sowder, 2007:164).

Agtien leerders uit die eksperimentele groep het aan die individuele gestruktureerde, taakgebaseerde onderhoude deelgeneem (kyk Tabel 4.12).

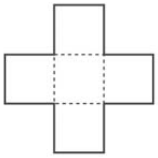
Tabel 4.12 Uiteensetting van die keuse van deelnemers aan taakgebaseerde onderhoude

Prestasie van leerders	Aantal leerders
Sterk presterende leerders	5
Gemiddeld presterende leerders	7
Swak presterende leerders	6

Die probleme in die gestruktureerde, taakgebaseerde onderhoude is saamgestel uit die afgelope graad 8 wiskunde TIMSS-studies (2011). Die taakgebaseerde onderhoude is aangevul met oop-einde-vrae (kyk Bylaag E) om leerders die geleentheid te gee om uit te brei op hul probleemoplossingspogings. Die onderhoude het die navorser die geleentheid gegee om te fokus op die wyse waarop deelnemers probleme oplos (Evens & Houssart, 2007:20).

Vervolgens word ‘n voorbeeld uit die individuele, gestruktureerde, taakgebaseerde onderhoude uiteengesit. Die deelnemers lees afdeling A (die probleem) tot dit ten volle verstaan is en beantwoord eers afdeling B voordat die probleem opgelos word. Die deelnemers se oplossings van die probleme is beoordeel met ‘n rubriek.

A. Die figuur bestaan uit vyf ewe groot vierkante. Die area van die hele figuur is 245 m^2.



1. Vind die area van een vierkant.

_____

_____

_____

2. Vind die lengte van een sy van die vierkant.

_____

_____

_____

3. Vind die omtrek van die hele figuur in sentimeter.

_____

_____

_____

_____

B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Verduidelik watter planne jy sal maak of hoe jy te werk sal gaan om die probleem op te los.

_____

_____

_____

Die analise van die kwalitatiewe data is op verskillende wyses uitgevoer. Die navorser het gebruik gemaak van 'n nasienrubriek om die taakgebaseerde onderhoude te ontleed met

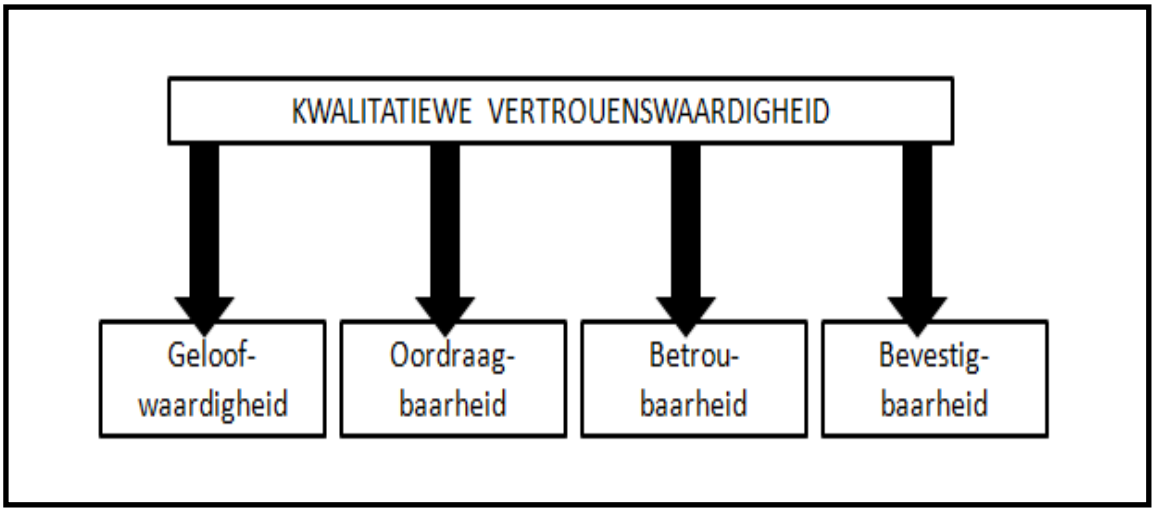
behulp van kodes. Die ontleding is op Cresswell (2009:151-191) se benadering gegrond, naamlik:

- Data is uit onderhoude verkry;
- Data is deurgelees en deur ‘n algemene oorsig van inligting ontleed.
- Gedetailleerde ontleding is met behulp van ‘n koderingsproses gedoen. Kodering is die proses waar inligting in kleiner dele opgedeel word om betekenisvolle terugvoer te verkry.

Kodes het kategorieë gedefinieer wat orde en struktuur aan die data gegee het. Transkripsies van die oop-einde-vrae van die taakgebaseerde onderhoude is gedoen.

4.4.2.4 Vertrouenswaardigheid

Die vertrouenswaardigheid van die kwalitatiewe navorsingsontwerp is geskoei op die kriteria van Lincoln en Gaba (1985:290). Die kriteria is ‘n samestelling van vier komponente, naamlik: geloofwaardigheid, oordraagbaarheid, betroubaarheid en bevestigbaarheid (kyk Figuur 4.11). Dus verskaf die kriteria die evaluering van die vertrouenswaardigheid van die kwalitatiewe data en is gelyksoortig aan die konvensionele kriteria van interne- en eksterne geldigheid, betroubaarheid en objektiwiteit (Fossey et al., 2002:723; Nieuwenhuis, 2007:80; Leedy *et al.*, 2010:262).



Figuur 4.11 Uiteensetting van kwalitatiewe vertrouenswaardigheid (Aangepas uit Lincoln *et al.* (1985:290); Markula *et al.* (2011:205)).

Om die vertrouenswaardigheid van die kwalitatiewe empiriese ondersoek te verseker, is Lincoln en Gaba se kriteria vir vertrouenswaardigheid toegepas (Fouché *et al.*, 2002:67). Die eerste kriterium is die geloofwaardigheid wat handel oor die vertroue wat die navorser in die waarheid van die empiriese bevindings het. Hierdie kriterium is die *geloofwaardigheid* van die resultate wat tydens die empiriese ondersoek ingesamel is. Die inligting uit die kwalitatiewe fase van die empiriese ondersoek is geverifieer en gekombineer met die data wat gedurende die kwantitatiewe fase verkry is (Lincoln *et al*., 1985:305).

Tweedens is gekyk na oordraagbaarheid, met ander woorde die toepaslikheid van die empiriese bevindings in ander kontekste. Aangesien unieke bevindings in kwalitatiewe navorsing na vore kom, was dit nie moontlik vir die navorser om bevindings van hierdie studie te veralgemeen nie. Dus is oordraagbaarheid die mate waarin bevindings gekoppel word met soortgelyke kontekste of ervarings deur ander deelnemers.

Die betroubaarheid in kwalitatiewe navorsing verwys na die konsekwentheid van die bevindings indien ‘n herhaling in soortgelyke of verskillende omstandighede plaasvind. ‘n Volledige uiteensetting van hierdie empiriese ondersoek is aangemeld vir die moontlikheid tot herhaling in die toekoms. Die uiteensetting van die empiriese ondersoek stel ook ander navorsers bekend aan die prosedures wat gevolg is tydens die empiriese ondersoek (Lincoln *et al.*, 1985:293).

Laastens verwys bevestigbaarheid na die neutraliteit van die empiriese ondersoek waar die bevindings nie die perspektief van die navorser is nie, maar wel die perspektief van die deelnemer. Dus moet die navorser seker maak dat die bevindings tydens die empiriese ondersoek die resultate uitbeeld wat deur die deelnemers ervaar is (Lincoln *et al.*, 1985:290-317; Krefting, 1991:214-221).

Ten einde die geloofwaardigheid van die empiriese ondersoek te verseker, het die navorser tegnieke toegepas ter wille van die geloofwaardigheid van die studie, naamlik deur gebruik te maak van die meervoudige data-insamelingstegniek, deur gebruik te maak van kwantitatiewe sowel as kwalitatiewe data-insamelingsmetodes (opeenvolgende verklarende gekombineerde navorsingsontwerp), asook te vergelyk met navorsingsresultate uit literatuur, wat die geldigheid en betroubaarheid van ingesamelde data verhoog; ‘n ondersoek toe te pas om moontlike struikelblokke tydens die empiriese ondersoek uit te skakel; video-

opnames en aantekeninge tydens die waarneming en toepassing van die kwalitatiewe proses te maak (Lincoln *et al.*, 1985:290; Krefting,1991:215; Swanepoel, 2007:76; Nieuwenhuis, 2007:113).

4.4.2.5 Kwalitatiewe resultate

4.4.2.5.1 Ontleding van taakgebaseerde onderhoude

Die doel van die taakgebaseerde onderhoude waaraan agtien deelnemers (kyk 4.4.2.3) van die eksperimentele groep deelgeneem het, was om ondersoek in te stel na leerders se gedrag tydens probleemoplossing, die deelnemers se progressie en interaksie tydens die oplos van wiskundeprobleme, asook hul houding ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde.

In die ontleding van die taakgebaseerde onderhoude is gebruik gemaak van Creswell se metode (kyk 4.4). Die deelnemers moes ses vrae beantwoord wat gebaseer is op die eerste vier inhoudsareas of domeine van die CAPS dokumente (kyk 2.2.2). Die probleme in die taakgebaseerde onderhoude (kyk Bylaag D) was hoofsaaklik nie-roetine van aard (kyk 2.4.2).

Die taakgebaseerde onderhoude is verder deur die navorser ontleed deur gebruik te maak van die leerders se vaardighede om hul prestasie in elke vraag te voorspel teenoor hul werklike prestasie. Die volgende kategorieë is tydens die ontleding gebruik:

Tabel 4.13 Opsomming van die kategorieë van die taakgebaseerde onderhoude

Kategorieë	Voorspelling	Probleemoplossing (uit 5)
Goed	1 & 2	4 of 5
Gemiddeld	3	3
Swak	4 & 5	1 of 2

Die leerders het ‘n voorspelling van hul prestasie op elke vraag gemaak deur gebruik te maak van ‘n gegewe tabel (kyk 4.4.2.3 by afdeling B). As die leerders voorspel het dat hul doodseker of redelik seker is dat hul die probleem korrek sal kan oplos, val die voorspelling in die kategorie “goed”; as die leerders voorspel het dat hul nie seker is hoe korrek hul die

probleem sal oplos nie, val die voorspelling in die kategorie “gemiddeld”; en laastens as die leerders die voorspelling gemaak het dat hulle nie seker is dat hulle die probleem sal kan oplos nie of dat hul ‘n fout kan maak as hul die probleem oplos, val die voorspelling in die kategorie “swak”. Die leerders se werklike prestasie in die oplos van die probleme in die taakgebaseerde onderhoude is ook bereken deur ‘n punt uit vyf aan die leerders toe te ken (kyk Tabel 4.18).

4.4.2.5.2 Bespreking van die resultate van die taakgebaseerde onderhoude

Leerders se response op die vrae uit die verskillende inhoudsareas of domeine (kyk 2.2.2) word vervolgens bespreek:

Inhoudsarea: Patrone, funksies en algebra

Vraag 1

A. Alice kan 4 rondtes hardloop om ‘n atletiekbaan in dieselfde tyd wat Carol 2 rondtes hardloop. Wanneer Carol 12 rondtes gehardloop het. Hoeveel rondtes het Alice gehardloop?

_____

_____

B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur ‘n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
5.	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Verduidelik in woorde hoe jy te werk sal gaan om die probleem op te los.

_____

_____

Die deelnemers lees afdeling A (die probleem), tot die probleem ten volle verstaan is en beantwoord eers afdeling B en afdeling C voordat die probleem opgelos word. Die leerders se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

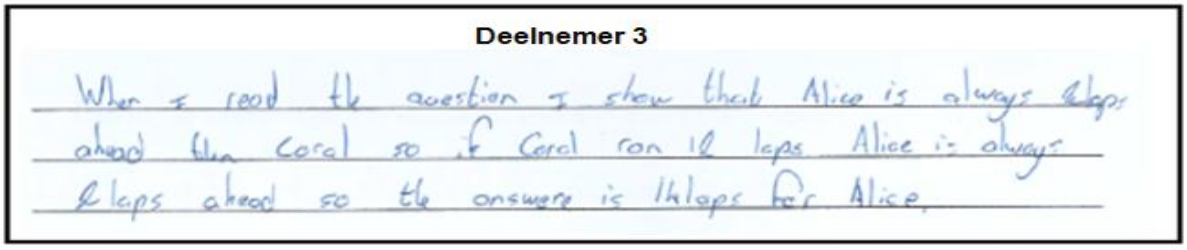
Tabel 4.14 Deelnemers se voorspelling op Vraag 1 in die taakgebaseerde onderhoude

	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**GOED**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddeld presterende leerders	1	1	4
Swak presterende leerders	5	0	2

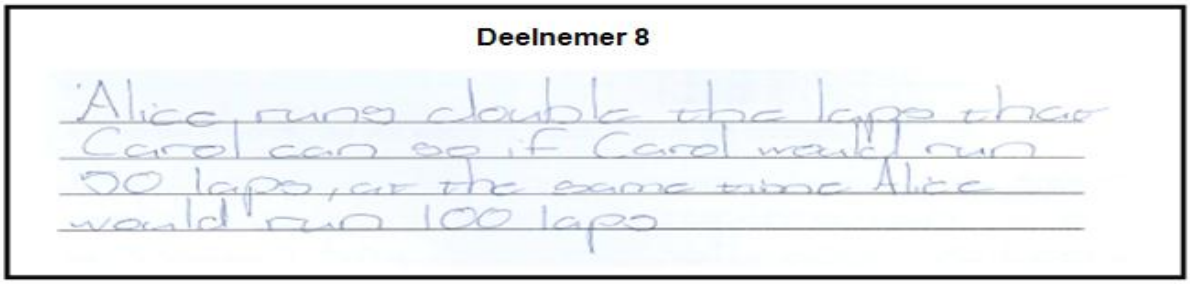
Uit Tabel 4.14 is dit duidelik dat die meerderheid sterk- en gemiddeld presterende leerders voorspel het dat hulle doodseker of redelik seker is dat hulle die probleem sal kan oplos, terwyl die swak presterende leerders voorspel het dat hulle nie seker is of hulle die probleem sal kan oplos nie of dat hulle 'n fout gaan maak in die oplos van die probleem.

Die volgende response is van die deelnemers verkry tydens die beantwoording van afdeling C:

Deelnemer 3



Deelnemer 8

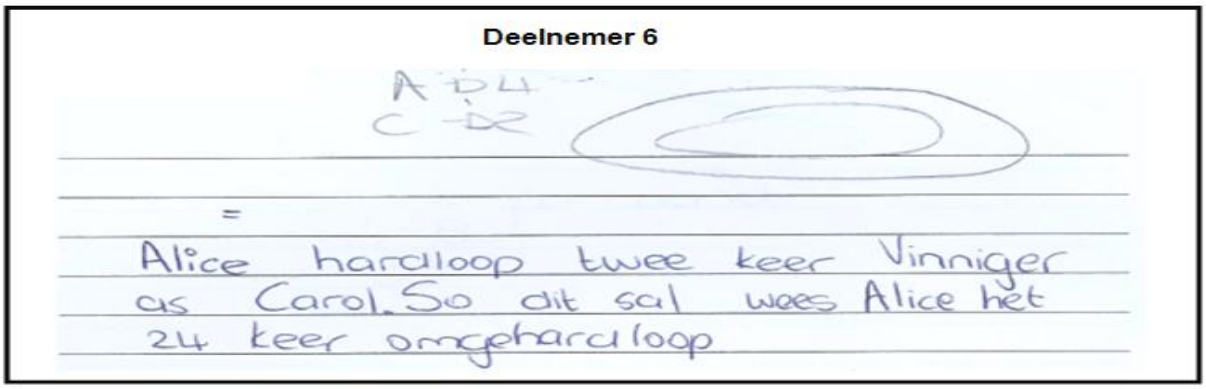


Alhoewel die meerderheid van die deelnemers die probleem korrek geïnterpreteer het, is dit duidelik dat die ander deelnemers die vraag nie met begrip gelees het nie. Deelnemer 3 het die probleem geïnterpreteer, maar die verhouding tussen die afstande afgelê deur Carol en

Alice, buite rekening gelaat het. Gevolglik het Deelnemer 3 die vraag verstaan, maar sonder ‘n noukeurige leesbegrip het die deelnemer belangrike inligting in die oplos van die probleem weggelaat.

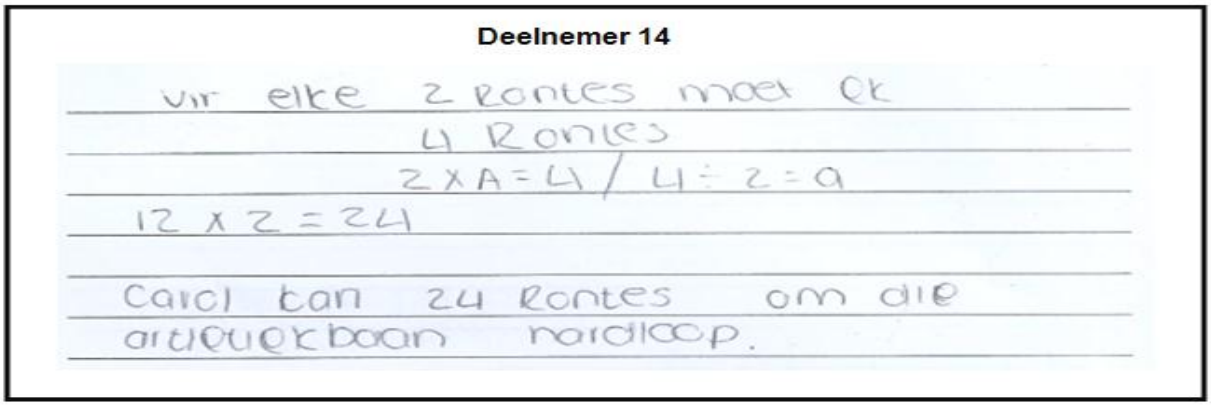
Na die beantwoording van afdeling B en afdeling C poog die deelnemers om die probleem in afdeling A op te los deur gebruik te maak van hulle beskrywings in afdeling C. Die meerderheid van die deelnemers is in staat om die probleem op te los deur gebruik te maak van verskeie metodes. Deelnemer 6 het met behulp van ‘n diagram getoon dat sy die probleem verstaan en opgelos het.

Deelnemer 6

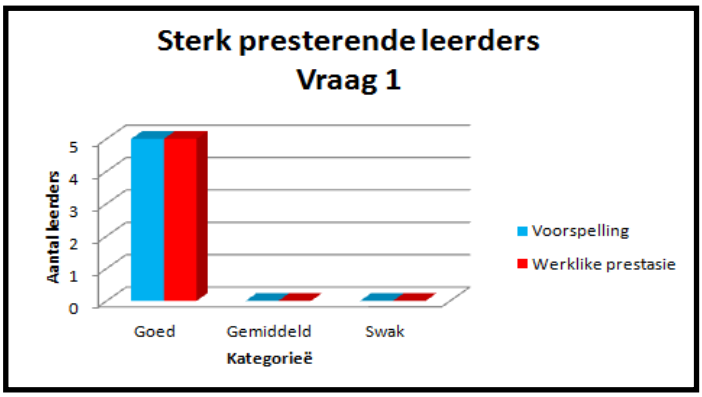


Die res van die deelnemers het van ‘n soortgelyke oplossing as Deelnemer 14 gebruik gemaak.

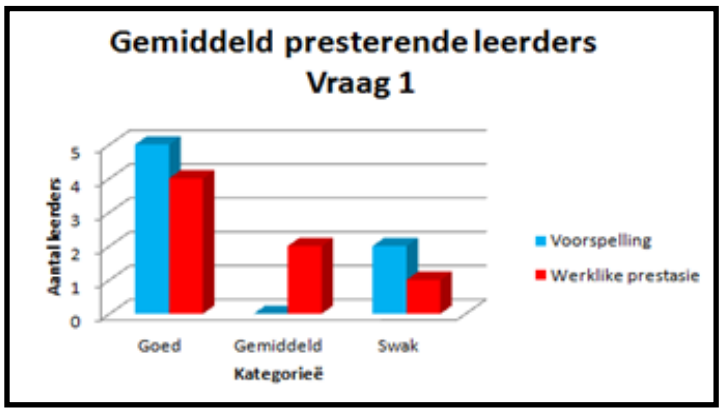
Deelnemer 14



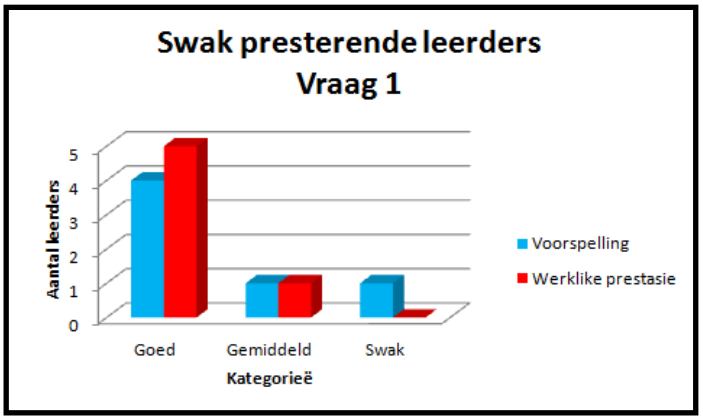
In die onderstaande grafieke word die vergelyking van die sterk-, gemiddeld- en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie uitgebeeld:



Figuur 4.12 **Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1**



Figuur 4.13 **Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1**

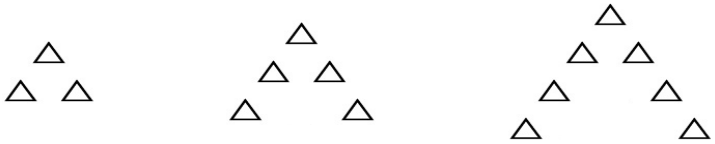


Figuur 4.14 **Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 1**

Vraag 5 van die taakgebaseerde onderhoud het ook in die inhoudsarea of domein “Patrone, funksies en algebra” geval.

Vraag 5

A. Die drie figure hier onder is driehoeke



1. Voltooi die onderstaande tabel om te bepaal hoeveel driehoekies elk van die figure uitmaak

Figuur	Aantal klein driehoekies
1	3
2	5
3	
4	

2. As daar ‘n sewende figuur is hoeveel driehoekies sal daar wees?

_____

_____

3. Hoeveel driehoekies sal die 10de figuur besit?

_____

_____

B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur ‘n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
5.	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Verduidelik watter planne jy sal maak, of hoe jy te werk sal gaan om die vraag te beantwoord.

_____

_____

D. Wat sou die rede wees dat jy moontlik foute gemaak in die oplos van die probleem of watter soort fout(e) het jy gemaak? OF Waarom kon jy dalk nie die probleem oplos nie?

_____

_____

Die deelnemers het eers afdeling A (die probleem) gelees tot hulle verstaan het wat van hulle verwag word in die oplos van die probleem. Vervolgens het hulle afdelings B en C beantwoord voordat die oplos van die probleem aangepak is. Nadat die leerders die probleem opgelos het, kon hulle die vraag in afdeling D beantwoord. Die deelnemers se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

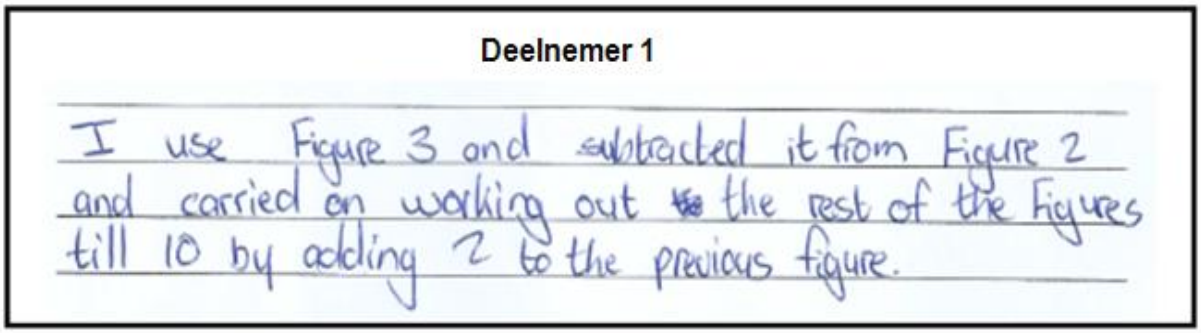
Tabel 4.15 Deelnemers se voorspelling op Vraag 5 in die taakgebaseerde onderhoude

	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**GOED**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddeld presterende leerders	0	1	5
Swak presterende leerders	0	2	5

Uit Tabel 4.15 is dit duidelik dat die deelnemers oortuig is dat hulle die probleem sal kan oplos.

In afdeling C het die deelnemers woordeliks beskryf hoe hulle te werk sal gaan om die probleem op te los en daarmee probeer bevestig dat hulle die inhoud van die probleem verstaan en nie net op reeds bestaande kennis en prosedures die probleem oplos nie. Die volgende response is van die deelnemers verkry tydens die beantwoording van dié afdeling:

Deelnemer 1



Deelnemer 4

Om te kyk hoeveel getalle elke keer by geteel word en dan uit te werk

Na die beantwoording van afdeling C, het die deelnemers die probleem aangepak en almal het die eerste vraag van afdeling A korrek beantwoord.

Deelnemer 16

Figure	Number of Small Triangles
1	3
2	5
3	7
4	9

Al die deelnemers was ook in staat om die tweede deel van die probleem op te los deur gebruik te maak van verskillende metodes. Terwyl al die deelnemers van 'n soortgelyke oplossing as Deelnemer 10 gebruik gemaak het, het Deelnemer 14 met behulp van diagramme die probleem opgelos.

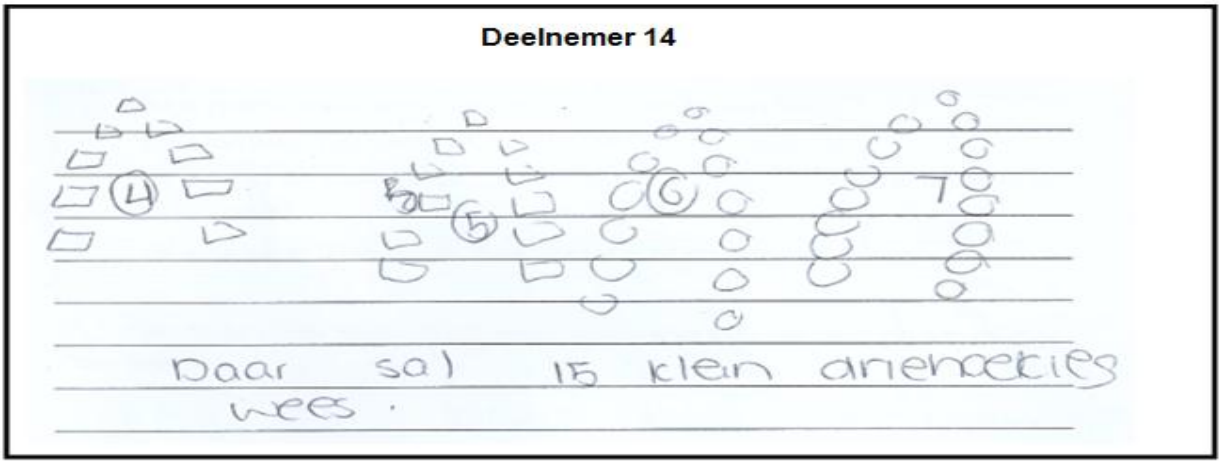
Deelnemer 10

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7]

3 5 7 9 11 13 15

7de figuur = 15

omdat jy elke keer [2] by sit ~ ongelyke nommers



Die meerderheid van die deelnemers het die vraag in afdeling D beantwoord deur te verwys na ‘n konstante verskil tussen opeenvolgende patrone:

”*I might have made a mistake by using the incorrect way of calculating*” (Deelnemer 9)

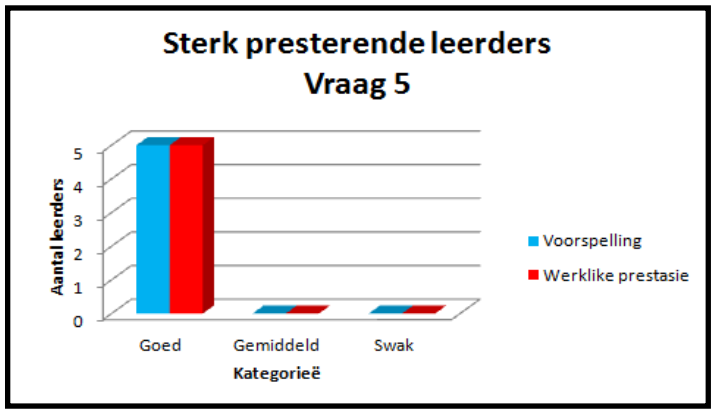
“*Counting mistake*” (Deelnemer 13)

Van die deelnemers het dié vraag met baie selfvertroue (kyk 2.5.2) beantwoord:

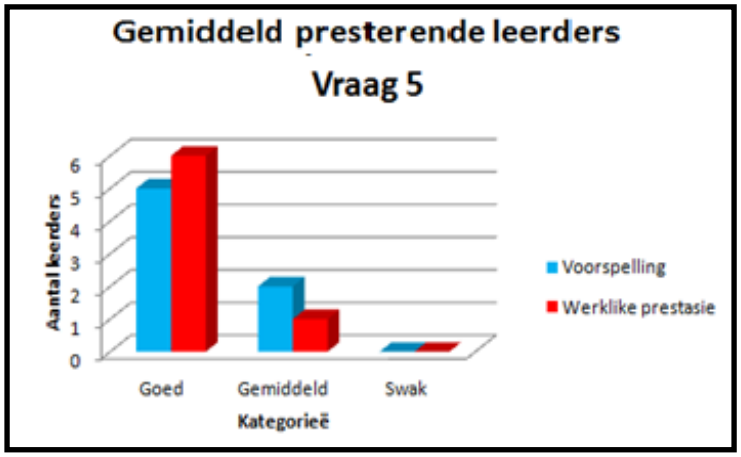
“*I was able to answer the question, it was easy.*” (Deelnemer 3)

“*Ek het nie... Dit was maklik!*” (Deelnemer 5)

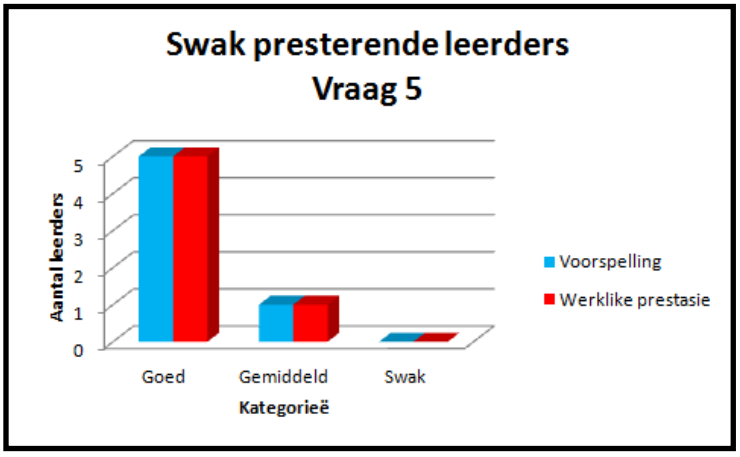
In die onderstaande grafieke word die vergelyking van die sterk-, gemiddeld- en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie uitgebeeld:



Figuur 4.15 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5



Figuur 4.16 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5

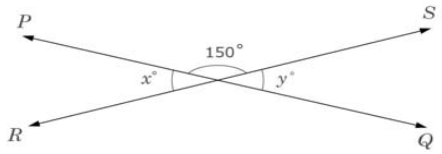


Figuur 4.17 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 5

Inhoudsarea: Meting

Vraag 2

A. In die figuur is PQ en RS reguitlyne wat mekaar sny. Wat is die waarde van x+y?



B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
5.	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Verduidelik in woorde hoe jy te werk sal gaan om die probleem op te los.

_____

_____

Nadat die deelnemers afdeling A (die probleem) gelees het, het hulle eers afdeling B en daarna afdeling C beantwoord, voordat die probleem aangepak is. Die leerders se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

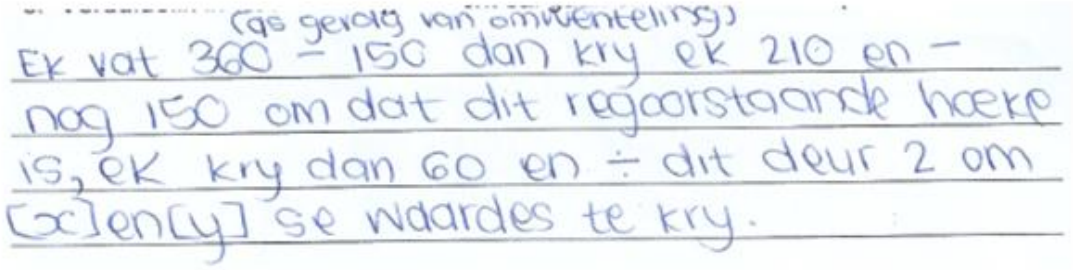
Tabel 4.16 Deelnemers se voorspelling op Vraag 2 in die taakgebaseerde onderhoude

	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**GOED**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddelde presterende leerders	0	0	7
Swak presterende leerders	3	1	2

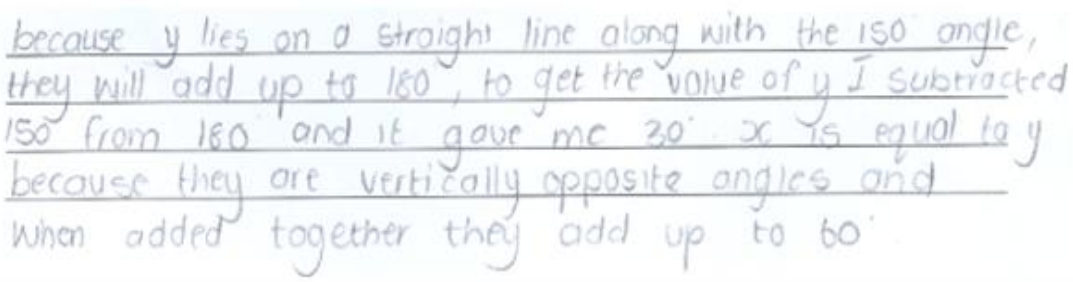
Uit Tabel 4.16 is dit duidelik dat die meerderheid sterk- en gemiddelde presterende leerders voorspel het dat hulle doodseker of redelik seker is dat hulle die probleem sal kan oplos, terwyl die swak presterende leerders voorspel het dat hulle nie seker is of hulle die probleem sal kan oplos nie of dat hulle 'n fout gaan maak in die oplos van die probleem.

Die volgende response is van die deelnemers verkry tydens die beantwoording van afdeling C:

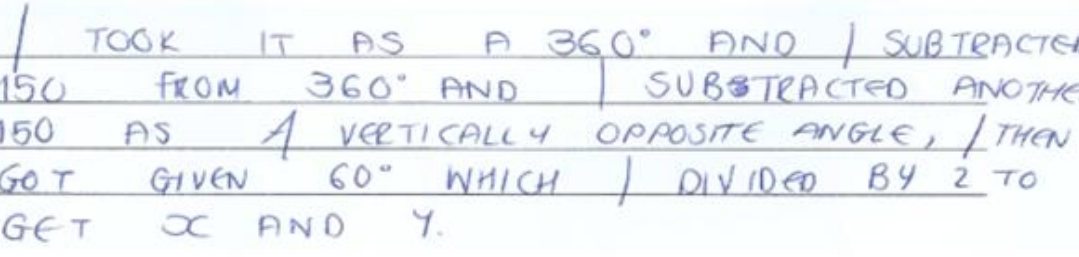
Deelnemer 4



Deelnemer 9



Deelnemer 2

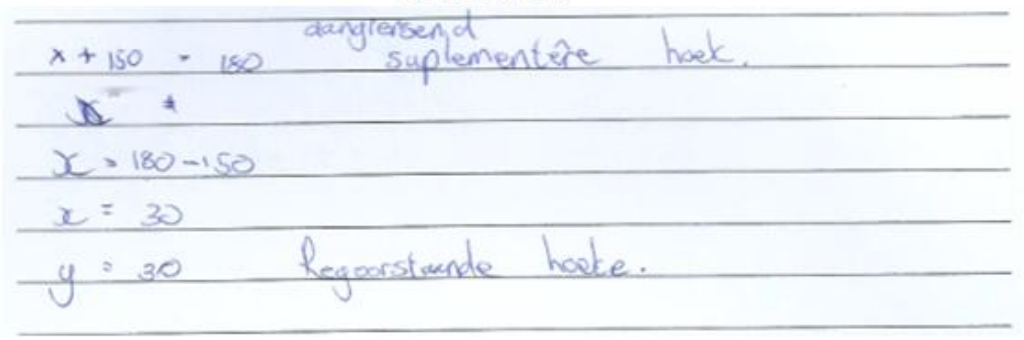


Uit bogenoemde response blyk dit duidelik dat die deelnemers bewus is daarvan hoe om die waardes van x en y te bereken, maar hulle beantwoord nie die vraag wat gevra is nie.

Nadat die deelnemers afdeling B en afdeling C beantwoord het, poog die deelnemers om die probleem in afdeling A op te los deur gebruik te maak van hulle beskrywings in afdeling C. Die meerderheid van die deelnemers is in staat om die x en y waardes te bereken in hul poging om die probleem (Vraag 2, kyk Bylaag D) op te los. Deelnemer 7 het die probleem

verstaan deur die waardes van x en y te bereken, maar nie gereflekteer op die oplos van die probleem nie. Gevolglik het Deelnemer 7 nie die vraag ten volle beantwoord is nie.

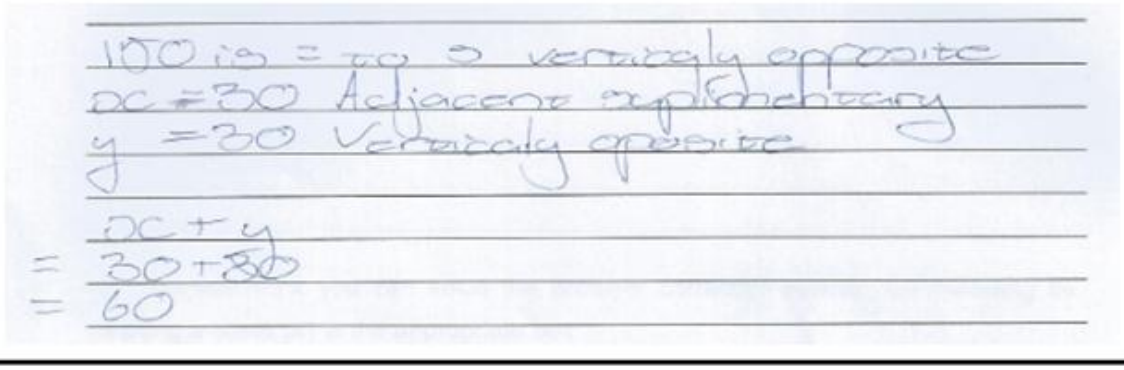
Deelnemer 7



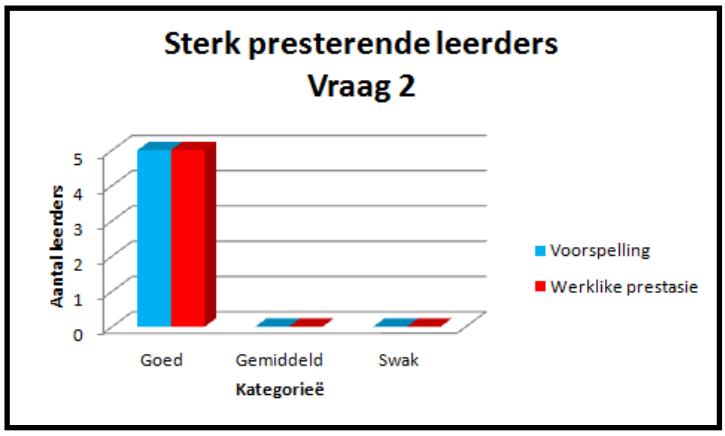
Slegs 'n paar deelnemers, soos Deelnemers 1 en 8, het terug gekyk na wat gevra is in die probleem om die vraag ten volle te beantwoord.

Deelnemer 1

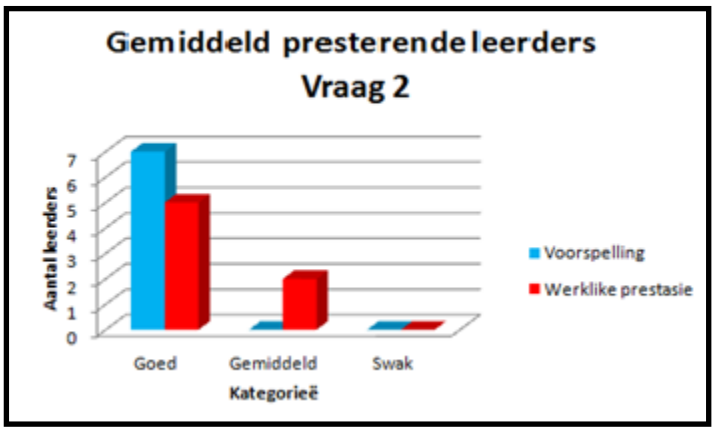
Deelnemer 8



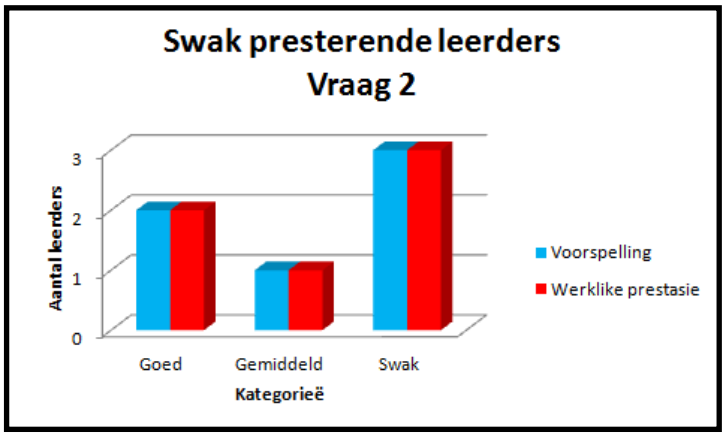
In die onderstaande grafieke word die vergelyking van die sterk-, gemiddelde- en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie uitgebeeld:



Figuur 4.18 **Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2**



Figuur 4.19 **Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2**



Figuur 4.20 **Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 2**

Inhoudsarea: Getalle, bewerkings en verwantskappe

Vraag 3

a. In 'n groep kinders het 16 kinders hul verjaarsdae in die eerste helfte van die jaar en 14 kinders hul verjaarsdae in die tweede helfte van die jaar. Skryf die kinders wat in die begin van die jaar verjaar as 'n breuk.

_____

b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
5.	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Watter soort foute maak jy gewoontlik met die tipe probleme?

_____

Die deelnemers lees afdeling A (die probleem), tot die probleem ten volle verstaan is en beantwoord eers afdeling B voordat hulle poog om die probleem op te los in afdeling A. Nadat die probleem opgelos is, beantwoord die deelnemer afdeling C. Die leerders se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

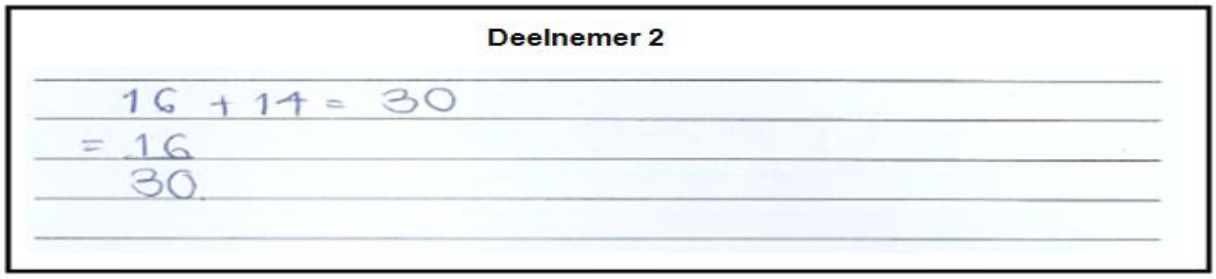
Tabel 4.17 Deelnemers se voorspelling op Vraag 3 in die taakgebaseerde onderhoude

	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**GOED**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddeld presterende leerders	0	2	5
Swak presterende leerders	2	0	4

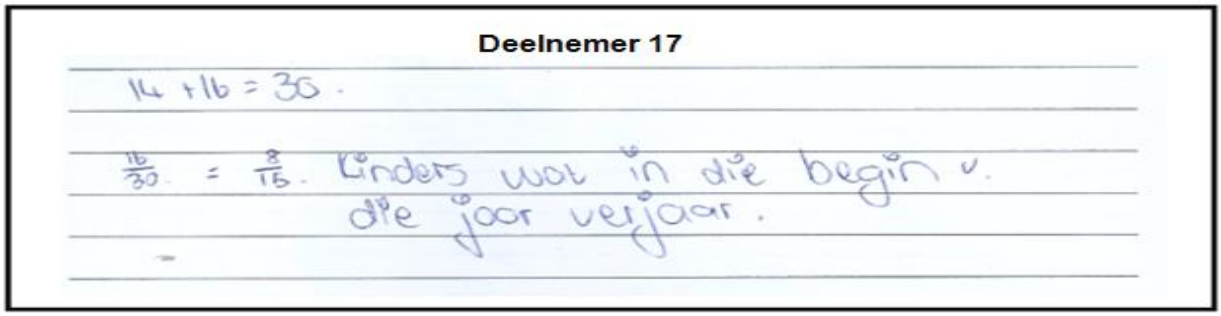
Uit Tabel 4.17 is dit duidelik dat die meerderheid sterk- en gemiddelde presterende leerders voorspel dat hulle doodseker of redelik seker is dat hulle die probleem sal kan oplos, terwyl die meerderheid van die swak presterende leerders voorspel het dat hulle nie seker is of hulle die probleem sal kan oplos nie of dat hulle 'n fout gaan maak in die oplos van die probleem.

Nadat die deelnemers in afdeling B hulle voorspelling gemaak het, het hulle 'n poging aangewend om die probleem in afdeling A op te los. Die meerderheid van die deelnemers is in staat om die breuk van die nie-roetine probleem (kyk 2.4.2) te bepaal (Vraag 3B) en het gebruik gemaak van soortgelyke oplossings as Deelnemers 2 en 17.

Deelnemer 2

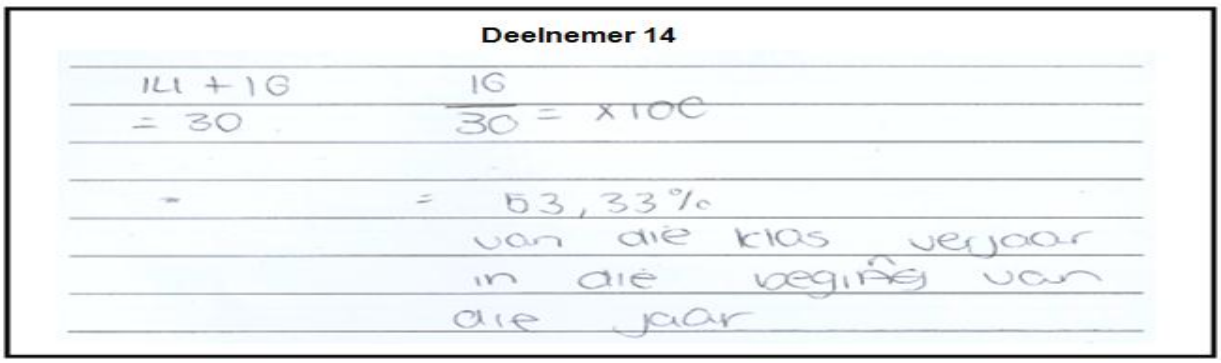


Deelnemer 17

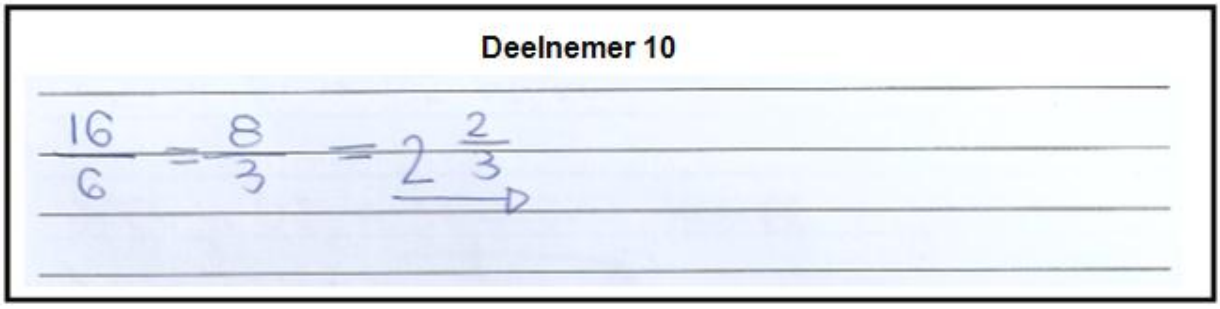


Sommige deelnemers het wel probleme ervaar tydens die voorstelling van die breuk en die deelnemers toon nie die nodige konseptuele begrip wat die vraag verlang om die probleem op te los nie. Dit blyk dat sommige deelnemers die vraag nie deeglik gelees het nie, en hulle eie interpretasie gemaak het van wat van hul verwag word, soos Deelnemer 14.

Deelnemer 14



Ander deelnemers het die vraag gelees en die oplossing toegepas sonder om die vraag ten volle te verstaan.



Die meerderheid van die deelnemers het die vraag in afdeling C beantwoord soos Deelnemers 2 en 12, deur te verwys na die noukeurige lees en verstaan van die probleem: "*Don't really read the question properly which causes my mistakes*" (Deelnemer 2)

"*Don't read the question properly and misunderstand it*" (Deelnemer 12)

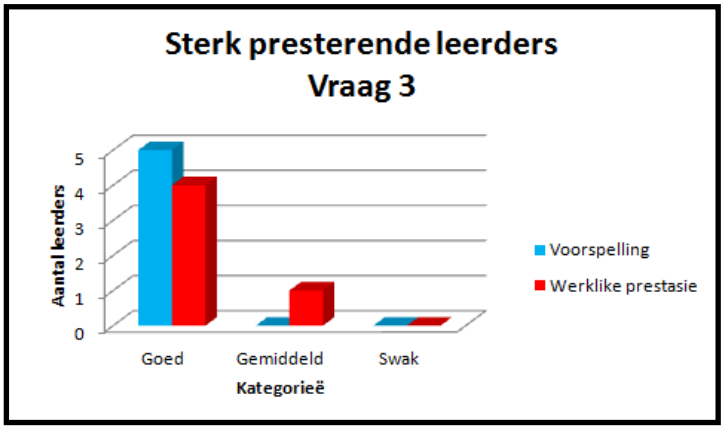
Vervolgens het Deelnemers 6 en 10 bogenoemde vraag beantwoord deur te verwys na die ervaring van probleme met breuke:

"*Sukkel baie met woordsomme*" (Deelnemer 6)

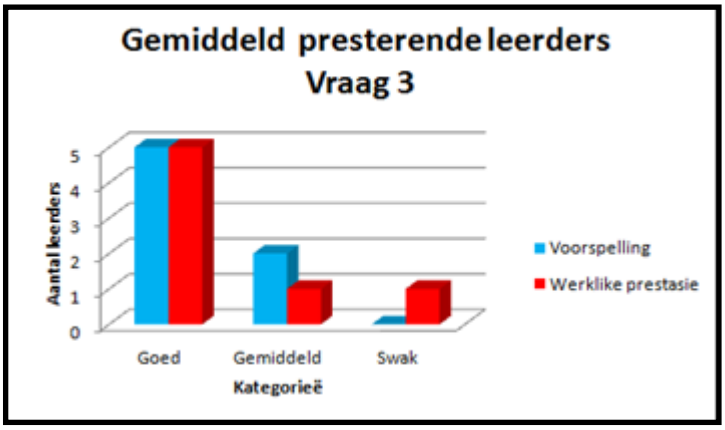
"*Ek sukkel bietjie met breuke, raak deurmekaar met dit.*" (Deelnemer 10)

Alhoewel die leerders probleemoplossing ten opsigte van breuke toepas vanaf Graad 4 (DoBE, 2011:16), toon die swakker presterende leerders nog 'n mate van onsekerheid wanneer breuke in woordprobleme voorkom.

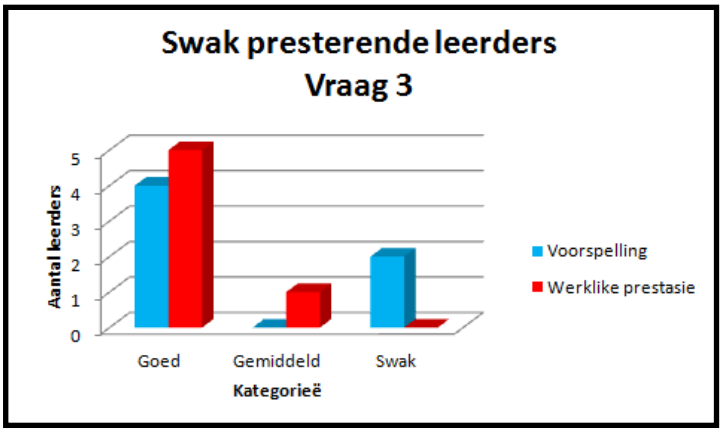
In die onderstaande grafieke word die vergelyking van die sterk, gemiddeld en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie uitgebeeld:



Figuur 4.21 **Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3**



Figuur 4.22 **Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3**



Figuur 4.23 **Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 3**

Vraag 4 het ook in die inhoudsarea of domein “Getalle, bewerkings en verwantskappe” geval.

Vraag 4

A. Ongeveer 7000 kopieë van ‘n tydskrif word elke week verkoop. Ongeveer hoeveel sal gedurende ‘n jaar verkoop word?

_____

_____

B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur ‘n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
5.	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Watter soort foute maak jy gewoontlik met die tipe probleme?

_____

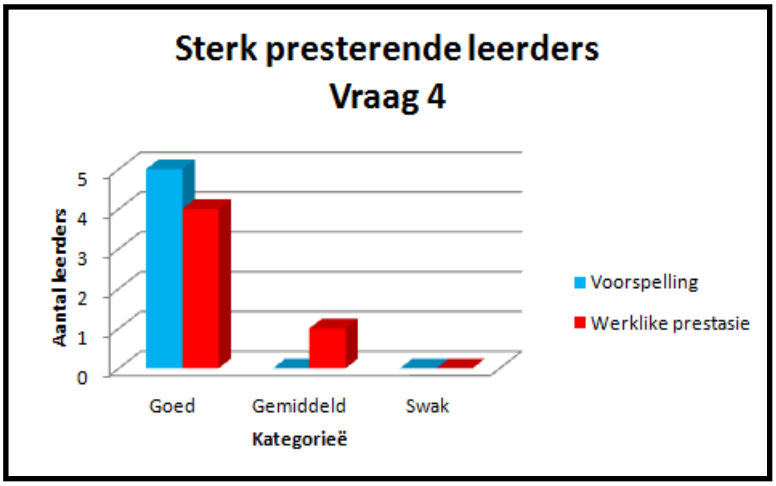
As gevolg van die ooreenkoms tussen die vrae in Vrae 3 en 4, word slegs afdeling B en die werklike resultate van die deelnemers bespreek. Net soos in vraag 3, het die deelnemers afdeling A (die probleem) deurgelees tot hulle die probleem ten volle verstaan het en het vervolgens eers afdeling B beantwoord voordat hulle gepoog het om die probleem (kyk Bylaag D) op te los. Nadat die probleem opgelos is, het die deelnemers afdeling C beantwoord. Die leerders se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

Tabel 4.18 Deelnemers se voorspelling op Vraag 4 in die taakgebaseerde onderhoude

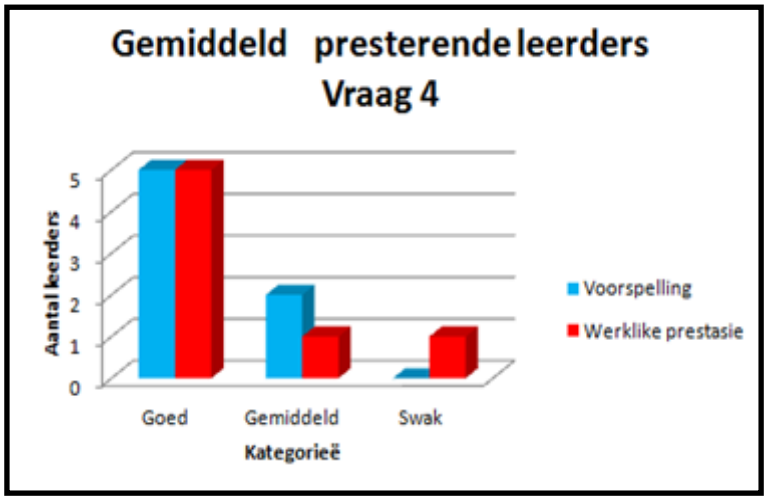
	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**GOED**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddelde presterende leerders	0	0	7
Swak presterende leerders	0	2	4

Uit Tabel 4.18 het dit duidelik voorgekom dat al die deelnemers van die drie prestasiegroepe voorspel het dat hulle doodseker of redelik seker is dat hulle die probleem sal kan oplos.

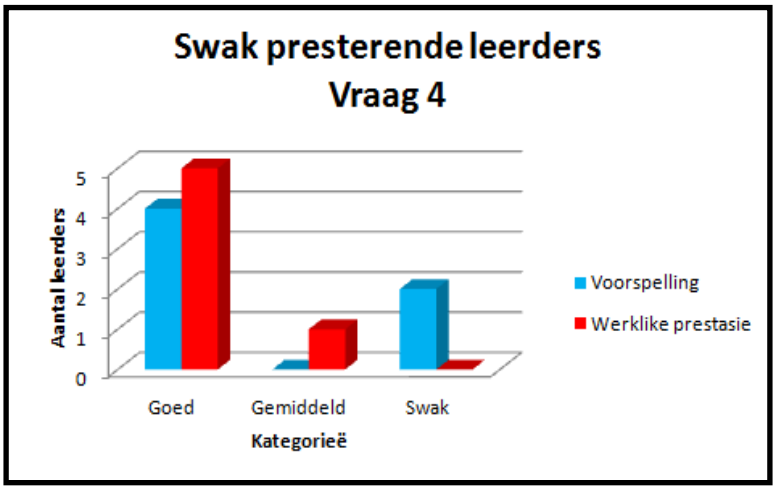
In die onderstaande grafieke word die vergelyking van die sterk-, gemiddeld- en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie uitgebeeld:



Figuur 4.24 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4



Figuur 4.25 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4



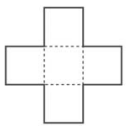
Figuur 4.26 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 4

In die inhoudsarea of domein, “getalle, bewerkings en verwantskappe”, het die meerderheid sterk- en gemiddeld presterende leerders voorspel dat hul doodseker of redelik seker is dat hul die probleem sou kon oplos, wat wel die geval was. Aan die anderkant, het die swak presterende leerders slegs voorspel dat hulle die probleem sal kan oplos of ‘n fout gaan maak. ‘n Derde van die swak presterende leerders het hul oplossing voorspel as swak, maar in werklikheid het hul prestasie in die kategorieë “goed” of “gemiddeld” geval.

Inhoudsarea: Ruimte en vorm

Vraag 6

A. Die figuur bestaan uit vyf ewe groot vierkante. Die area van die hele figuur is $245m^2$.



1. Vind die area van een vierkant.

2. Vind die lengte van een sy van die vierkant.

3. Vind die omtrek van die hele figuur in sentimeter.

B. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

1.	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
2.	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
3.	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
4.	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek foute sal maak.
5.	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

C. Verduidelik watter planne jy sal maak, of hoe jy te werk sal gaan om die vraag te beantwoord.

_____

_____

Dieselfde prosedure in die beantwoording van vraag 6 is gevolg as wat die geval met die ander vrae was. Die deelnemers se voorspelling in afdeling B het soos volg gelyk:

Tabel 4.19 Deelnemers se voorspelling op Vraag 6 in die taakgebaseerde onderhoude

	VOORSPELLINGS VAN LEERDERS		
GROEPE	**SWAK**	**GEMIDDELD**	**Goed**
Sterk presterende leerders	0	0	5
Gemiddeld presterende leerders	1	3	2
Swak presterende leerders	0	3	4

Uit Tabel 4.19 is dit duidelik dat die meerderheid leerders in al drie prestasiegroepe voorspel het dat hulle doodseker of redelik seker is dat hulle die probleem sal kan oplos. Slegs een leerder uit die gemiddeld presterende groep het voorspel dat hy nie seker is of hy die probleem sal kan oplos nie of dat hy moontlik 'n fout gemaak het in die oplos van die probleem.

Die deelnemers het in afdeling C die beplanning van die oplossing van die probleem, wat gebruik sou word in afdeling A, woordeliks beskryf. Die meerderheid van die deelnemers

het die vraag in afdeling C beantwoord deur te verwys na die stappe wat hul beplan om die probleem op te los.

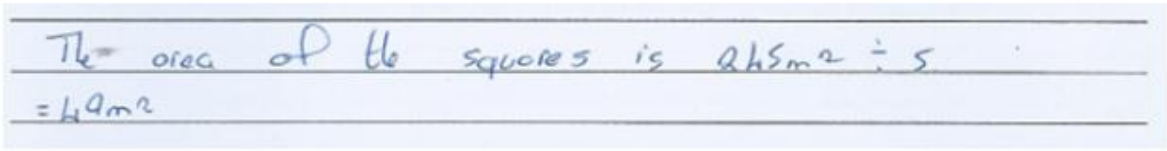
Die volgende response is van die deelnemers verkry tydens die beantwoording van afdeling C:

"Vat die totale oppervlakte en deel dit deur aantal figure. Vind daardie getal se vierkantswortel wat 7m is. Maal die 7m met die aantal sye en maal met 100 om hom cm te maak." (Deelnemer 7)

"I divided the first one by the amount of squares, the second one I divides by the amount of sides and the third one I used the formula to calculate the perimeter and multiplied the amount of sides." (Deelnemer 2)

Nadat die deelnemers afdelings B en C beantwoord het, poog die deelnemers om die probleem in afdeling A op te los deur gebruik te maak van hulle beskrywings in afdeling C. Al die deelnemers was in staat om vraag 6 nommer 1 (kyk bo) korrek te beantwoord (die berekening van die area van een vierkant in die figuur). Die ander deelnemers het 'n soortgelyke oplossing as Deelnemer 3 vir die eerste vraag van afdeling A gebruik:

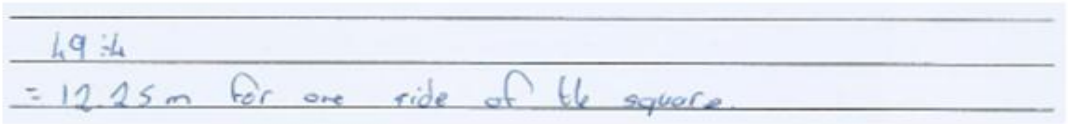
Deelnemer 3



Alhoewel die meerderheid van die deelnemers die tweede vraag (6A.2) (kyk bo) beantwoord het soos Deelnemer 8, het die minderheid van die deelnemers 'n oplossing soortgelyk aan Deelnemer 4 gebruik deur te verwys na die omtrek en nie die oppervlakte nie.

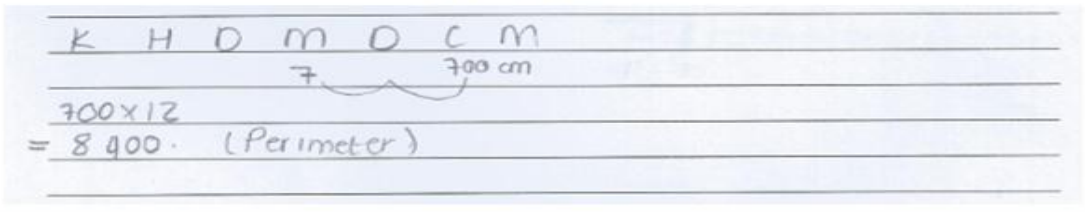
Deelnemer 8

Deelnemer 4

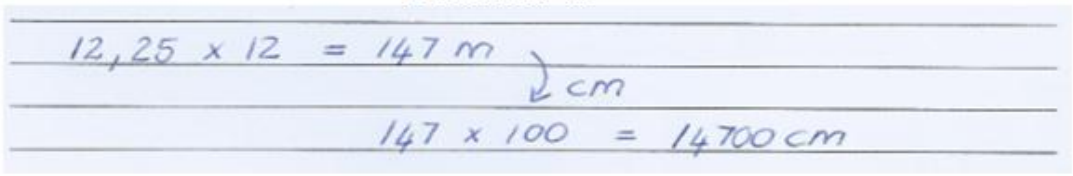


In die laaste vraag (6A.3) van afdeling A (kyk bo) het al die deelnemers die korrekte oplossing vir die probleem toegepas (kyk Deelnemer 9), alhoewel die minderheid die foutiewe antwoord van die tweede vraag in afdeling A, soos Deelnemer 11, gebruik het.

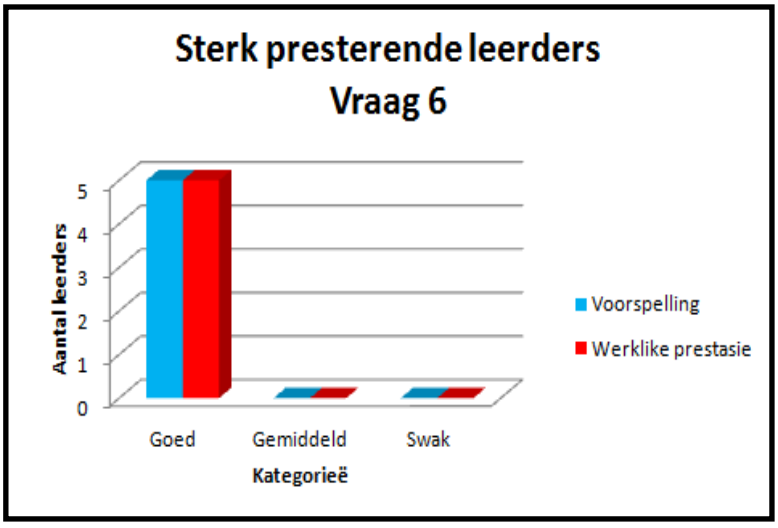
Deelnemer 9



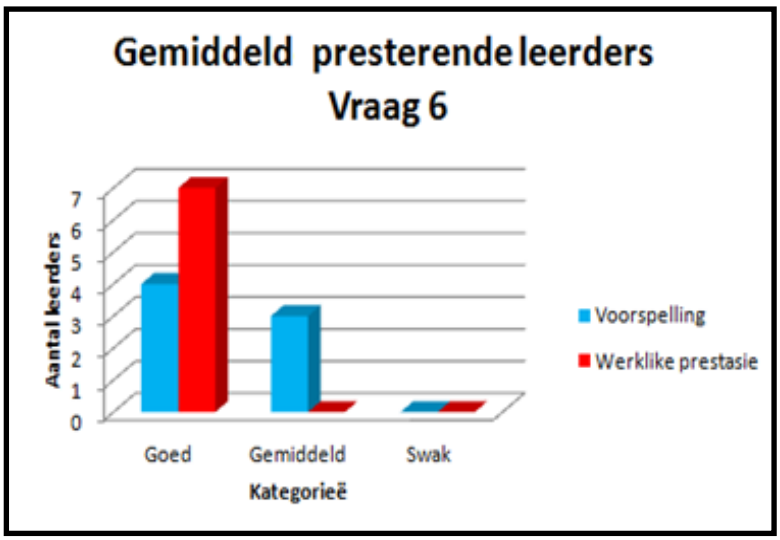
Deelnemer 11



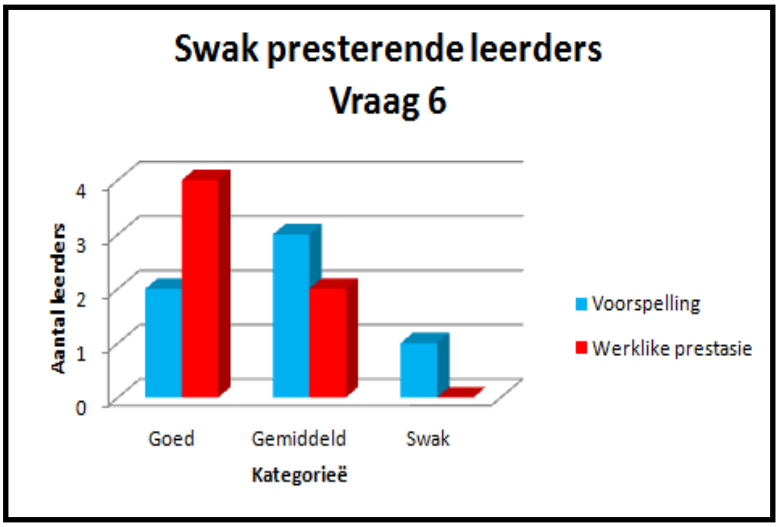
In die onderstaande figure word die vergelyking van die sterk-, gemiddeld- en swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie grafies voorgestel:



Figuur 4.27 Vergelyking van sterk presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6



Figuur 4.28 Vergelyking van gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6



Figuur 4.29 Vergelyking van swak presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie in vraag 6

4.4.2.5.3 Leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde uit die oop-einde-vrae

Die doel van die oop-einde-vrae (kyk Bylaag E) waartydens die agtien deelnemers (kyk Tabel 4.12) van die eksperimentele groep deelgeneem het, is om meer inligting van die

leerders te kry oor hul gevoel teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde tydens die implementering van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer.

Die eerste vraag wat deur die navorser aan die leerders gestel is, is:

"Hoe ervaar jy wiskunde?"

- **Sterk presterende leerders**

  "*Ek hou van wiskunde want dit is redelik maklik vir my en ek doen goed daarin*" (Deelnemer 5).

  "*Excited and scared. Scared because I'm not sure I'll be able to answer the questions but excited because it's maths and there is always an answer to solve a problem. I like solving problems that's why I get excited in maths and it's fun*" (Deelnemer 3).

- **Gemiddeld presterende leerders**

  "*Ek geniet wiskunde want dit help my om probleme op te los*" (Deelnemer 17).

  "*Wiskunde was vir my baie sleg, maar hierdie jaar het dit vir my beter geword want dit het vir my gewys waar lê my sterk punte*" (Deelnemer 10).

- **Swak presterende leerders**

  "*When I hear the word maths I feel upset but sometimes when I understand the work I enjoy maths but not all the time*" (Deelnemer 13).

  "*I am very negative about maths but I will always try to do it*" (Deelnemer 18).

  "*I feel positive about maths but even if I'm positive I still do bad but I keep on trying*" (Deelnemer 16).

Vanuit dié oop-einde-vraag, "hoe ervaar jy wiskunde?" het dit voorgekom dat die sterk- en gemiddeld presterende leerders in die algemeen van wiskunde hou, terwyl die swak presterende leerders in 'n groot mate 'n negatiewe houding teenoor wiskunde toon.

Die navorser het die volgende twee vrae aan die deelnemers gestel:

"*Hoe voel jy wanneer jy besig is met 'n wiskunde probleem of opdrag?*" en

"*Hoe voel jy wanneer jy 'n struikelblok teëkom in die uitvoer van 'n wiskunde probleem of opdrag?*"

- **Sterk presterende leerders**

  "*I feel relaxed because usually activities look harder than it is. I think it is fun and I can learn something new. If I understand the activity I know I can help somebody else to get more interested in the maths activity" "I like that moment because then I can see what I'm capable of and nothing is impossible; you will always get it some way*" (Deelnemer 3).

  "*Goed. Ek maak seker dat ek net op die opdrag konsentreer en ek maak doodseker dat ek verstaan wat ek doen*" (Deelnemer 14).

- **Gemiddeld presterende leerders**

  "*Ek raak gefrustreerd, maar maak seker dat ek iets doen*" (Deelnemer 4).

  "*Ek sal begin huil: ek sal later weer na die vraag kyk*" (Deelnemer 10).

- **Swak presterende leerders**

  "*If I understand the activity it's fun but when I don't understand it I attend to pull away for the activity and wait for the answers*" (Deelnemer 11).

  "*I'll just leave the question and don't answer it*" (Deelnemer 18).

Uit die oop-einde-vrae kom dit duidelik navore dat die sterk presterende leerders met meer selfvertroue en meer gemaklike probleme oplos in wiskunde as die gemiddeld en swak presterende leerders. Die gemiddeld- en swak presterende leerders is baie onseker oor hul vermoëns en gee vinnig op as die werk nie verstaan word nie. Hulle neem ook nie verantwoordlikheid om self die werk te verstaan nie en steun in 'n groot mate nog op die

onderwyser om die oplossing te voorsien. Die gemiddeld presterende leerders is wel meer gemotiveer as die swak presterende leerders. Hulle sal terug kyk na die probleem waar die swak presterende leerders net die vraag sal oop los en wag vir die antwoord.

Die volgende stel vrae wat deur die navorser aan die leerders gestel was, is:

"*Hoe belangrik beskou jy die volgende in wiskunde?*

a. Die leer van wiskunde

***b. Maniere om probleme op te los*"**

- **Sterk presterende leerders**

  "*Mathematics is very important because without mathematics you can't do anything with your life. Everything you do in the world out there is based on mathematics*" "*Yes it is important and it can help you to learn problem solving by yourself because you are going to practice more. You are drilling it in your head and you will never forget it*" (Deelnemer 3).

  "*Wiskunde is belangrik omdat ons dit elke dag gebruik veral as jy universiteit toe wil gaan*" "*Omdat wiskunde uit probleme bestaan is dit belangrik om verskillende maniere te verstaan om probleme op te los*" (Deelnemer 7).

- **Gemiddeld presterende leerders**

  "*Maths is very important because you can't get into university without maths*" "*Important because if you get stuck on a problem it can help you to solve the problem. It makes it simpler to understand*" (Deelnemer 1).

  "*It is very important. Like my parents say it is one of the main subjects to get into university and you use maths everyday*" "*It is important because it gets you to the right answer and without it you can make a lot of mistakes*" (Deelnemer 9).

  "*Wiskunde is baie belangrik want sonder wiskunde kan jy nêrens kom in die lewe nie en dit help jou met jou ander vakke*" (Deelnemer 15).

- **Swak presterende leerders**

  "*Wiskunde is baie belangrik en my pa sê wiskunde is die belangrikste vak op skool*" "*Ek weet om probleem op te los is belangrik maar ek het nooit van wiskunde gehou nie maar dit is beter as laas jaar*" (Deelnemer 6).

  "*I want to be honest... I don't like maths at all but I know it is important because maths will get you into university*." "*I feel some of the methods is too long but I know it is important*" (Deelnemer 12).

Uit die bostaande vrae van die oop-einde-vrae is dit duidelik dat al die leerders wiskunde en probleemoplossing in wiskunde beskou as belangrik. Dit is duidelik uit die leerders se menings dat hulle oortuig is dat wiskunde en probleemoplossing in wiskunde waarde het.

Die navorser het die volgende vraag aan die deelnemers gestel:

"*Hoe sal jy 'n probleem oplos? Noem stapsgewys wat jy sal doen.*"

- **Sterk presterende leerders**

  "*(1) I first read the question three or four times till I understand it fully. (2) I underline the most important information. (3) I read the question again to see if I have the important information to do the qusetion. (4) What are they asking you? What do they want your answer to be? (5) I'll start working out the sum. (6) I'll test my answer*." (Deelnemer 3)

  "*(1) Ek het die probleem gelees en notas vir myself gemaak. (2) Ek het gekyk hoe gaan ek die som uitwerk om my antwoord te kry. (3) Ek het toe die som uitgewerk. (4) Dan het ek my antwoord getoets."* (Deelnemer 3)

- **Gemiddeld presterende leerders**

  "(1) I read through the question. (2) I make notes on the important information in the sum. (3) I will look at my notes to see what I have to do to calculate my answer. (4) Last I will test my answer." (Deelnemer 2)

> *"(1) Ek het deur die vraag gelees tot ek verstaan het wat ek moet doen. (2) Ek het die inligting wat ek gaan gebruik geonderstreep. (3) Ek het die som begin uitwerk. (4) Ek het toe my antwoord getoets deur die teenoorgetelde te doen.*" (Deelnemer 17)

- **Swak presterende leerders**

> *"(1) I read the question about five times. (2) I did the sum*." (Deelnemer 16).

> "*I don't use steps just solve it*" (Deelnemer 13)

Vanuit dié vraag het dit voorgekom dat die sterk en gemiddeld presterende leerders in die algemeen beter vaar in probleemoplossing in wiskunde. Deur die gebruik van stappe om die probleme op te los vergemaklik hulle die probleemoplossingsproses. Die stappe wat hulle gebruik het is die basis van Polya se lineêre model van probleemoplossing (kyk Figuur 2.5). Dit blyk dat die swak presterende leerders oorhaastig die probleme wil oplos sonder die gebruik van stappe, of hulle lees die probleem en kry 'n oplossing sonder om die probleem te verstaan.

Die navorser het die vraag **"*verstaan jy soms beter as jou maatjie vir jou verduidelik as die onderwyser?*"** aan die deelnemers gestel.

- **Sterk presterende leerders**

> "*Nee, ek vertrou nie my klasmaats nie. Ek sal eerder na die onderwyser luister wat die werk verstaan en verduidelik as na 'n maatjie wat saam met my leer*"

> "*Nee, ek verkies eerder dat die onderwyser of my ouers die werk vir my moet verduidelik as my maats in die klas. Ek het nog nooit gehad dat 'n maatjie vir my verduidelik nie, ek moet altyd vir hulle verduidelik*"

- **Gemiddeld presterende leerders**

> "*Yes, sometimes they will give me simpler methods to do the work or an easier why to do the sum than the teachers explained*"

"*Yes, I understood the work better in the groups because we read over the work together and explain to each other what we read. Everybody learned something from each other.*"

"*Ja. Ek verstaan die werk beter deur in groepe te werk as om net na die juffrou te luister. My maatjies in my groep verduidelik die werk soos wat hulle dit verstaan en dan kan ons almal saam leer*"

- **Swak presterende leerders**

"*Yes, they just explain the work in a way that I understood it*"

"*Yes. Working in groups made me understand the work better cause I can tell the group what I'm thinking and how I will work it out. If I am wrong they will show me why and how to fix it. We learn for each other. If the teacher is teaching, you just have to listen*."

Uit die vraag, "verstaan jy soms beter as jou maatjie vir jou verduidelik as die onderwyser?", kom dit duidelik navore dat die sterk presterende leerders verkies om inligting van die onderwyser te kry as inligting van hul maats. Hulle maak dit duidelik dat hulle nie vertroue het in die groepslede nie, en 'n rede hiervoor kan wees dat die res van die groep op hulle staat maak om die werk te verstaan. Beide die gemiddeld en swak presterende leerders verstaan die werk beter as die groepslede dit verduidelik as wanneer die onderwyser dit verduidelik. Die gemiddeld en swak presterende leerders voel asof hulle meer in beheer is tydens koöperatiewe leer, aangesien hulle ook 'n inset by die onderrig- en leerproses kan lewer.

4.4.2.5.4 Samevatting van die resultate uit die taakgebaseerde onderhoude

Dit blyk uit die bevindings van die individuele taakgebaseerde onderhoude dat die sterk en gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie geen beduidende verskil toon nie. Aan die anderkant het die swak presterende leerders hulself onderskat deur hulle prestasie laer te voorspel as wat werklik die geval was. Gevolglik wil dit voormom

asof die swak presterende leerders ‘n negatiewe houding en dus lae selfvertroue teenoor probleemoplossing in wiskunde toon.

Uit die oop-einde-vrae blyk dit dat die sterk- en gemiddeld presterende leerders ‘n positiewe houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde toon, terwyl die swak presterende leerders in ‘n groot mate ‘n negatiewe houding toon teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde. Alhoewel al die leerders oortuig is dat wiskunde en probleemoplossing in wiskunde waarde het, het die sterk presterende leerders meer selfvertroue getoon ten opsigte van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde as die gemiddeld- en swak presterende leerders. Uit die oop-einde-vrae van die taakgebaseerde onderhoude het dit ook duidelik na vore gekom dat die gemiddeld en swak presterende leerders koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer meer geniet en meer baat vind daarby as die sterk presterende leerders.

4.5 SAMEVATTING

Uit die resultate van die kwantitatiewe en kwalitatiewe empiriese ondersoek blyk dit dat koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer geen beduidende invloed op die leerders se selfvertroue en motivering teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde gehad het nie. Alhoewel daar ‘n verskil voorgekom het tussen die leerders van die eksperimentele en kontrole groepe ten opsigte van hul oortuigings dat wiskunde en probleemoplossing in wiskunde waarde het, is die verskil nie betekenisvol nie.

Wat leerders se prestasie in wiskunde betref, het ‘n toename van 15,53% by die eksperimentele groep voorgekom na die implementering van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer. Die kontrolegroep, daarenteen, het slegs ‘n toename van 2.01% getoon (geen koöperatiewe leer is toegepas in die betrokke wiskundeklaskamers nie). Dit is egter insiggewend dat die gemiddeld en swak presterende leerders koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer meer geniet en daarby baat vind as die sterk presterende leerders.

In hoofstuk vyf word ‘n samevatting, gevolgtrekkings en aanbevelings van die empiriese ondersoek gegee.

HOOFSTUK VYF

SAMEVATTING, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

5.1 INLEIDING

Nadat die probleem wat aanleiding gegee het tot die ondersoek, gestel en beredeneer is, het die twee literatuurhoofstukke wat as basis vir die empiriese ondersoek gedien het, gevolg. In die vorige hoofstuk het die navorser deur middel van ‘n empiriese ondersoek verder gepoog om die doel van die studie te bereik.

In hierdie hoofstuk word die literatuur- en empiriese bevindings van die ondersoek saamgevat en bespreek. Daar word slegs op die hoofelemente van die studie gekonsentreer. ‘n Oorsig van die verloop van die ondersoek word eerstens bespreek; dan volg die bevindings en die gevolgtrekkings uit die bevindings. Laastens word die tekortkomings van die ondersoek uitgewys en word aanbevelings gemaak ten opsigte van koöperatiewe leer as ‘n onderrigstrategie in Graad 8 wiskundeklaskamers.

5.2 OORSIG VAN DIE VERLOOP VAN DIE ONDERSOEK

In hoofstuk een is ‘n kort literatuuroorsig verskaf wat aanleiding gegee het tot die probleemstelling sowel as die navorsingsvraag en –doel. Die navorsingsdoel is afgebreek in doelwitte wat onderskeidelik met behulp van die literatuurstudie en die empiriese ondersoek aangespreek is. Die navorsingsontwerp en -metode is ook kortliks uiteengesit.

In hoofstuk twee is daar slegs op twee elemente van die studie gekonsentreer, naamlik *probleemoplossing in wiskunde* en *houding teenoor wiskunde* en *teenoor probleemoplossing in wiskunde* in ‘n poging om die eerste sekondêre navorsingsdoelwit te bereik (kyk 1.2). ‘n Kort bespreking oor die aard van skoolwiskunde het gelei tot verskillende benaderings tot die leer van skoolwiskunde. Die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde is aan die hand van verskillende probleemoplossingsmodelle bespreek. Tydens die bestudering van leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, het ‘n duidelike verband tussen houding en prestasie in wiskunde voorgekom (kyk 2.5.3).

Die tweede sekondêre navorsingsdoelwit was om vas te stel of koöperatiewe leer as onderrigstrategie ‘n invloed het op die houding van graad 8 wiskunde-leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 1.2). Met behulp van ‘n literatuurondersoek in hoofstuk drie is koöperatiewe leer as onderrigstrategie in wiskunde ondersoek. Onderrigstrategieë is eers in die algemeen bespreek, wat gelei het tot die gebruik van koöperatiewe leer as onderrigstrategie in wiskunde (kyk 3.3). Die aard van koöperatiewe leer is verder bespreek aan die hand van die algemene kenmerke, naamlik modelle vir koöperatiewe leer (kyk 3.3.2), koöperatiewe leermetodes (kyk 3.4), asook die voor- en nadele van koöperatiewe leer (kyk 3.5). Laastens is ‘n verband tussen die houding van leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde en koöperatiewe leer (kyk 3.6) in die wiskundeklas afgelei**.**

In hoofstuk vier is die empiriese ondersoek gerapporteer. Dit het bestaan uit die implementering van ‘n gekombineerde navorsingsontwerp, wat ‘n kombinasie is van kwantitatiewe en kwalitatiewe ondersoekmetodes. Die kwantitatiewe ondersoek (kyk 4.4.1) is uitgevoer om die volgende vas te stel: (1) die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde; (2) die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van leerders teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.3) en (3) die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde. Die kwalitatiewe ondersoek (kyk 4.4.2) is uitgevoer om meer lig te werp op die kwantitatiewe bevindings met betrekking tot die graad 8 wiskundeleerders se houdings teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.3) tydens die implementering van koöperatiewe leer (kyk 3.3). Die kwalitatiewe ondersoek is uitgevoer deur individuele gestruktureerde taakgebaseerde onderhoude (kyk Bylaag D) met die deelnemers te voer terwyl hulle wiskundeprobleme opgelos het. Data oor die leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde, sowel as die leerders se houding teenoor koöperatiewe leer is deur middel van oop-einde-vrae bekom (kyk 4.4.2.5).

Deur gebruik te maak van ‘n gekombineerde navorsingsontwerp kon die resultate van die kwantitatiewe navorsingsmetode toegelig en verduidelik word deur gebruik te maak van die resultate van die kwalitatiewe navorsingsmetode.

5.3 BEVINDINGS EN GEVOLGTREKKINGS VAN DIE ONDEROEK

5.3.1 Teoretiese bevindings

Die onderstaande teoretiese bevindings ten opsigte van wiskundeleerders se houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde en hulle houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde tydens die implementering van koöperatiewe leer, is gemaak.

5.3.1.1 Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

In ‘n omvattende literatuurstudie in hoofstuk twee is leerders se houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.5) ondersoek. Vanuit die aard van wiskunde (kyk 2.2.1) en die inhoud van die seniorfase wiskundekurrikulum (kyk 2.2.2), is daar gefokus op die leerbenaderings (kyk 2.3) wat ‘n bydrae lewer tot die onderrig en leer van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.4.1). Uit die ondersoek het dit duidelik geblyk dat probleemoplossing die grondslag vorm van die wiskundekurrikulum en beskou kan word as die basiese komponent in die wiskunde kennisraamwerk van ‘n leerder. Een van die vernaamste doelwitte in die onderrig en leer van wiskunde is om die vermoë van leerders om ‘n wye spektrum van wiskundeprobleme op te los, te ontwikkel (kyk 2.4.2).

Uit die bestudering van verskeie probleemoplossingsmodelle (kyk 2.4.2.1) blyk dit dat die modelle nie noodwendig die sleutel tot sukses in die oplos van probleme in wiskunde is nie, maar slegs as ‘n breë raamwerk dien in die leer van wiskunde (kyk 2.4.2). Dit wil voorkom asof leerders se houding teenoor wiskunde (kyk 2.5.2) en teenoor probleemoplossing in wiskunde (kyk 2.5.5) geassosieer word met positiewe ervarings. Gevolglik kan die houding van leerders deur verskeie faktore, naamlik selfvertroue ten opsigte van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde, oortuiging dat wiskunde waarde het en dat probleemoplossing in wiskunde waarde het, genot in die doen van wiskunde en die oplos van probleme, asook motivering ten opsigte van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde, beïnvloed word (kyk 2.5.2). Genoemde faktore beïnvloed die wiskundeprestasie van leerders positief of negatief (kyk 2.5.3). Verder is daar vasgestel dat sosiale interaksie van die leerders ‘n positiewe houding toon teenoor die leer van wiskunde. Die sosiale

interaksie sluit die samewerking van die leerders in om probleme in wiskunde op te los (kyk 2.3.3).

5.3.1.2 Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

In ‘n breedvoerige literatuurstudie in hoofstuk drie is die verband tussen leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde en koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer bestudeer. Verskeie onderrigstrategieë (kyk 3.2) in die wiskundeklaskamer is bestudeer om sodoende die leerproses by leerders te maksimaliseer en leerders se optimale potensiaal in wiskunde te bereik. In die huidige seniorfase wiskundekurrikulum (CAPS) is daar geen voorgeskrewe onderrigstrategieë nie; gevolglik kan die onderwyser wissel tussen direkte (kyk 3.2.2) en indirekte onderrigstrategieë (kyk 3.2.3). Direkte onderrigstrategieë (kyk 3.2.2) verwys na die meer tradisionele aard van onderrig waar die onderwyser die dominante persoon in die klaskamer is en grootgroep-onderrig fokus op die beginsels van luister, memorisering en die herroep van inligting. Indirekte onderrigstrategieë (kyk 3.2.3) konsentreer op groter leerderdeelname in lesse waartydens leerders kennis ontwikkel deur die interaksie en ervaring in hul onderrig- en leeromgewing.

Koöperatiewe leer (kyk 3.3) is die samewerking tussen leerders en dit is duidelik dat dié onderrigstrategie wegbreek van tradisionele onderrig. Die vyf elemente van koöperatiewe leer (kyk 3.3.2) word erken as die basis of model waarop die leerervarings van leerders berus. Die sukses van koöperatiewe leer is afhanklik van die samewerking van groeplede asook van individuele leer wat by die leerders plaasvind. Koöperatiewe leer ontwikkel ‘n goeie verhouding tussen groeplede wat lei tot die ontwikkeling van sosiale vaardighede en ondersteuning tussen groeplede.

5.3.2 Empiriese bevindings

Uit die navorsingsresultate van die empiriese ondersoek is die volgende bevind ten opsigte van die graad 8 wiskundeleerders se houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde; hulle houdings teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde tydens die implimentering van koöperatiewe leer; en die

invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek.

5.3.2.1 Die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

Die eerste doelwit van die empiriese ondersoek was om die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek. Uit die kwantitatiewe data-ontleding het dit duidelik geword dat daar geen betekenisvolle verskille tussen die eksperimentele en kontrolegroepe voorgekom het nie (kyk 4.4.1.7.1).

Leerders uit die eksperimentele groep se houding ten opsigte van wiskunde vir die velde “selfvertroue ten opsigte van wiskunde” en “motivering ten opsigte van wiskunde” het afgeneem (kyk Tabel 4.9). Aan die ander kant het beide die eksperimentele en kontrole groep se oortuiging dat wiskunde waarde het, beduidend toegeneem (kyk Tabel 4.9). Die leerders uit die kontrolegroep, daarenteen, se houding ten opsigte wiskunde het in al die velde verbeter.

Leerders uit die eksperimentele groep se houding ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde vir die velde “selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde” en “oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het” het afgeneem (kyk Tabel 4.10). Aan die ander kant het hul motivering ten opsigte van probleemoplossing toegeneem. Die leerders uit die kontrolegroep, daarenteen, se oortuiging dat probleemoplossing in wiskunde waarde het, het toegeneem, terwyl die gemiddeldes van die twee ander velde afgeneem het (kyk Tabel 4.10).

5.3.2.2 Die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde

Die tweede doelwit van die empiriese ondersoek was om die invloed van koöperatiewe leer op die houding van Graad 8 leerders teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek. Uit die kwantitatiewe data-ontleding en uit die resultate (kyk 4.4.1.7.2) het dit duidelik geword dat leerders van die eksperimentele groep tot ‘n groter mate oortuig was van die waarde van wiskunde as wat die geval was met die kontrolegroep

(prakties betekenisvolle verskil). Vir die ander velde van houding teenoor wiskunde en vir al die velde van houding teenoor probleemoplossing in wiskunde, het geen beduidende verskille tussen die eksperimentele groep en die kontrolegroep voorgekom nie.

Uit die individuele taakgebaseerde onderhoude blyk dit dat die sterk en gemiddeld presterende leerders se voorspelling en werklike prestasie ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde geen beduidende verskille toon nie (kyk 4.4.2.5.1). Aan die anderkant het die swak presterende leerders hulself onderskat deur hulle prestasie laer te voorspel as wat werklik die geval was. Daaruit kan afgelei word dat die swak presterende leerders ‘n negatiewe houding en dus lae selfvertroue teenoor probleemoplossing in wiskunde toon (kyk 2.5.5).

Uit die oop-einde-vrae van die taakgebaseerde onderhoude blyk dit dat die sterk en gemiddelde presterende leerders ‘n positiewe houding teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde toon, terwyl die swak presterende leerders oor die algemeen ‘n negatiewe houding toon teenoor wiskunde en probleemoplossing in wiskunde. Alhoewel al die leerders (eksperimentele en kontrole groepe) (kyk 4.4.2.5.3) oortuig is dat wiskunde en probleemoplossing in wiskunde waarde het, het die sterk presterende leerders meer selfvertroue ten opsigte van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde as die gemiddeld en swak presterende leerders (kyk 4.4.2.5.3). Uit die oop-einde-vrae het dit ook duidelik na vore gekom dat die gemiddeld en swak presterende leerders koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer meer geniet en daarby baat vind as wat die geval is by die sterk presterende leerders.

5.3.2.3 Die invloed van koöperatiewe leer as onderrigstrategie op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde

Die derde doelwit van die empiriese ondersoek was om die invloed van koöperatiewe leer op die prestasie van Graad 8 leerders in wiskunde te ondersoek. Uit die resultate het dit geblyk dat daar ‘n beduidende verbetering in die leerders van die eksperimentele groep se wiskundeprestasie was. ‘n Toename van 15,53% in gemiddelde wiskundeprestasie het by die eksperimentele groep voorgekom nadat die intervensie van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer geïmplementeer en toegepas is (kyk 4.4.1.7.3). Dit is egter moontlik dat

die moeilikheidsgraad van die werk wat in die tweede gedeelte van die jaar gedoen is, die bemoeienis van die navorser met die leerders van die eksperimentele groep, sowel as die gebruik van probleemoplossing om wiskunde te leer, bydraende fatore kon wees in die toename van die prestasie van die leerders van die eksperimentele groep.

5.4 GEVOLGTREKKINGS

Uit hierdie studie kan die volgende gevolgtrekkings gemaak word:

Graad 8 wiskundeleerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde word nie positief of negatief beïnvloed deur die gebruik van direkte onderrigstategieë nie. Direkte onderrigstrategieë verwys na die meer tradisionele aard van onderrig waar die onderwyser die dominante persoon in die klaskamer is en grootgroep-onderrig fokus op die beginsels van luister, memorisering en die herroep van inligting (Davin & Van Staden, 2005:53; Borich, 2013:223).

Graad 8 wiskundeleerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde word nie positief of negatief beïnvloed deur die gebruik van indirekte onderrigstategieë soos koöperatiewe leer nie. Indirekte onderrigstrategieë konsentreer op groter leerder-deelname in lesse waartydens leerders kennis ontwikkel deur die interaksie en ervaring in hul onderrig- en leeromgewing (Hall, 2006:7-8; Bron, 2008:95).

Alhoewel koöperatiewe leer nie die leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde beïnvloed het nie, het koöperatiewe leer as onderrigstrategie ‘n beduidende verskil in die Graad 8 wiskundeleerders (die eksperimentele groep) se prestasie veroorsaak.

5.5 TEKORTKOMINGE/LEEMTES VAN DIE ONDERSOEK

Alhoewel daar tydens die ondersoek gepoog is om die geldigheid en betroubaarheid van die bevindings te verseker, kan die volgende tekortkominge geïdentifiseer word, wat veral van toepassing is op verdere studies van hierdie aard. Die tekortkominge het met die onderrig-, tegnologiese- en data-insamelingsaspekte van die ondersoek te doen gehad.

Alhoewel die navorser as wiskunde-onderwyser vir die eksperimentele klasgroepe opgetree het, het die navorser slegs toegang gehad tot ‘n beperkte aantal leerders. Die indeling van klasgroepe in graad 8 by die betrokke skool, het tot gevolg gehad dat die kontrolegroepe deur verskillende wiskunde-onderwysers onderrig is en die totale aantal leerders heelwat meer was as wat die geval was met die eksperimentele klasgroepe.

Die tydsbeperking tydens die toepassing van koöperatiewe leer in die wiskundeklaskamer van die eksperimentele groepe, kon die leerders se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde negatief beïnvloed het as gevolg van druk wat leerders kon ervaar het om probleemoplossingsaktiwiteite binne ‘n kort tyd te voltooi.

Tydens die toepassing van koöperatiewe leer in Graad 8-wiskundeklaskamers, is gebruik gemaak van ‘n videokamera om die leerders af te neem. Aangesien leerders in groepe gewerk het, was daar gereeld ‘n onderlangse geraas in die klaskamer, wat dit moeilik gemaak het om op een groep te konsentreer. Gevolglik was die kwaliteit van die opnames nie deurentyd van ‘n hoë gehalte nie.

Aangesien dit nie vooraf (voor die intervensie toegepas is) bekend was hoeveel van die leerders reeds blootstelling aan die oplos van nie-roetine probleme sowel as koöperatiewe leer gehad het nie, kon die onderrig van wiskunde deur middel van probleemoplossing tydens die toepassing van koöperatiewe leer, ook ‘n invloed op die houding van leerders teenoor probleemoplossing gehad het.

5.6 AANBEVELINGS

Om koöperatiewe leer en probleemoplossing in Graad 8-wiskundeklaskamers suksesvol te implementeer, behoort die volgende, na aanleiding van die resultate van hierdie studie, aandag te geniet:

- Die wiskunde-onderwyser behoort die rol van probleemoplossing in die seniorfase wiskundekurrikulum te verstaan.
- Leerders moet aktief betrokke wees by die onderrig- en leerproses en hulle moet presies weet wat van hulle verwag word.

- Individuele verantwoordelikheid in groepe moet bevorder word, asook positiewe interafhanklikheid in die groep.
- Leermateriaal behoort deeglik beplan en saamgestel te word.
- ‘n Goed-gestruktureerde en beplande groeps- of probleemoplossingsaktiwiteit met ‘n gemeenskaplike doel moet saamgestel word om leerders se individuele leerprosesse te bevorder.
- Probleemoplossingsmodelle om leerders se optimale potensiaal in probleemoplossing te bereik, behoort ontwikkel te word.
- Persoonlike interaksie en interpersoonlike sosiale vaardighede van leerders behoort ontwikkel en verbeter te word deur leerders se betrokkenheid in die klaskamer te verhoog.
- Die wiskunde-onderwyser moet slegs as fasiliteerder hulp verleen wanneer groepe probleme ervaar.
- Gereelde terugvoer behoort aan die einde van ‘n koöperatiewe onderrig-leersessie deur die onderwyser en groeplede gegee te word ten opsigte van die funksionering en verbetering van die produktiwiteit van die groepe; en
- Probleme ten opsigte van die gebruik van tegnologie behoort tot ‘n minimum beperk te word.

5.7 SLOTWOORD

In hierdie studie is daar gepoog om die volgende navorsingsvraag te beantwoord:

“Watter invloed het *koöperatiewe leer as onderrigstrategie* op die *houding* van graad 8 wiskundeleerders teenoor *probleemoplossing* en op hul prestasie in wiskunde?”

Uit die navorsingsresultate het dit geblyk dat geen beduidende verskil tussen die kontrole- en eksperimentele groepe se houding teenoor wiskunde en teenoor probleemoplossing in wiskunde voor en na die intervensie voorgekom het nie. Die eksperimentele groep, daarenteen, se gemiddelde wiskundeprestasie na die implementering van koöperatiewe leer was nie net aansienlik hoër as hul gemiddelde prestasie voor die toepassing van koöperatiewe leer nie, maar ook aansienlik hoër as dié van die kontrolegroep.

BIBLIOGRAFIE

Adams, D. & Hamm, M. 1996. Cooperative learning: critical thinking and collaborationacross the curriculum. 2nd ed. Springfield, Ill.: Charles Thomas Publisher.

Adeyemi, B.A. 2008. Effects of cooperative learning and problem solving on junior secondary schools students' achievement in social studies. *Electronic journal ofresearch in educational psychology,* 6(3):691-708.

Adnan, M. 2010. Exploring beliefs of pre-service mathematics teachers: a Malaysian perspective. *Asian social sciences journal*, 6(10):152-159.

Adnan, M., Zakaria, E. & Maat, S.M. 2012. Relationship between mathematics beliefs, conceptual knowledge and mathematical experience among pre service teachers. *Procedia social and behavioral sciences*, 46:1714-1719.

Afari, E. 2013. Examining the factorial validity of the Attitude towards Mathematics Inventory (ATMI) in the United Arab Emirates: confirmatory factor analysis. *International review of contemporary learning research*, 2(1):15-29.

Afolabi, F. 2009. Teachers' attitude and gender factors determine of pupils' performance inprimary science*. African research review*, 3(1):326-332.

Agarwal, R. & Nagar, N. 2010. Cooperative learning. Delhi: Chawla Offset Press.

Ahmed, A. & Rudra, S. 2012. When multi-method research subverts methodological pluralism or, why we still need single method research. *Perspectives on politics*, 10(11):935-953.

BIBLIOGRAFIE

Ahmed, S. & Bora, A. 2012. The relationship between teachers' attitude about teaching mathematics and students' mathematics achievement in India. *Journal of international education research*.

Akinsola, M.K. & Olowojaiye, F.B. 2008. Teacher instructional methods and student attitudes towards mathematics. *International electronic journal of mathematics education,* 3(1):60-67.

Al Ghazali, F. 2006. *The presentation-practice-production vs consciousness-raising: which is efficient in teaching grammar? Birmingham:* University of Birmingham. Centre for English Language Studies (CELS).

Alacaci, C. & Dagruel, M. 2010. Solving a stability problem by Polya's four steps. *International journal of electronics, mechanical and mechatronics engineering*, 1(1):19-28.

Alemu, B.M. 2010. Active learing approaches in mathematics education at universities in Oromia, Ethiopia. Pretoria: University of South Africa. (Thesis - PhD.)

Allahyar, N.N. 2011. No extreme any more, strike a balance. *Asian social science,* 7(5):240-243.

Allport, G.W. 1935. Attitudes. (*In* Murchison, C.M., *ed*. Handbook of social psychology. Winchester, Mass.: Clark University Press. p. 810-815.)

Amato, S.A. 2004. Improving student teachers' attitude to mathematics. (*In* Chick, H.L. & Vincent, J.L., *eds.* Procceedings of the 29th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education, 2:25-31.)

Ampadu, E. & Adofo, S. 2014. The importance of theoretical underpinning for a school mathematics curriculum: the Ghanaian experience. *International journal of research studies in education*, 3(3):107-118.

BIBLIOGRAFIE

Aravena, J.L., Chen, X. & Zhou, K. 2007. Analysis in robust control: making the case for probabilistic robust control. http://arxiv.org/pdf/0707.0878.pdf Datum van gebruik: 15 December 2015.

Areepattamannil, S. & Freeman, J.G. 2008. Academic achievement, academic self-concept, and academic motivation of immigrant adolescents in the Greater Toronto Area Secondary Schools. *Journal of advanced academics*, 19(4):700-743.

Ärlebäck, J.B. & Bergsten, C. 2010. On the use of realistic Fermi problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. (*In* Lesh, R., Galbraith, P., Haines, C. & Hurford, A., *eds*. Modeling students' mathematical modeling competencies. New York: Springer. p. 597-609.)

Aronson, E. & Goode, E. 1980. *Training teachers to implement jigsaw learning: a manual for teachers.* (*In* Sharan, S., Hare, P., Webb, C. & Hertz-Lazarowitz, R., *eds*. Cooperation in education. Provo, Ut.: Brigham Young University Press. p. 47-81.)

Arslan, C. & Altun, M. 2007. Learning to solve mathematical non-routine problems. *Journal of theory and practice in education*, 4(2):213-238.

Artz, A.F. & Newman, C.M. 1990. Cooperative learning. *Mathematics teacher*, 83:448-449.

Ashcraft, K.L., Kuhn, T.R. & Cooren, F. 2009. Constitutional amendments: "materializing" organizational communication. Academy of management annals, 3(1):1-64.

Ausubel, D.P. & Paul, D. 2000. The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic.

Azuka, B.F., Durojaiye, D., Okwuoza, S.O. & Jerkayinfa, O. 2013. Attitude of primary school mathematics teachers towards the use of activity-based learning methods in teaching mathematics in Nigerian schools. *International journal of education learning and development*, 1(1):22-36.

BIBLIOGRAFIE

Babbie, E. 2013. The practice of social research. 13th ed. Belmont, Calif.: Wadsworth Cengage.

Babbie, E. & Mouton, J. 2009. The practice of social research. 9th ed. Oxford: Oxford University Press.

Babbie, E. & Mouton, J. 2011. The practice of social research. 10th ed. South African edition. Oxford: Oxford University Press.

Baron, R.A. & Byrne, D. 2000. Social psychology. 9th ed. Needham Heights, Mass.: Allyn & Bacon.

Basson, D. 2006. Die verwantskap tussen enkele veranderlikes en akademiese sukses op universiteit. Stellenbosch: Universiteit van Stellenbosch. (Verhandeling - MEd.)

Benade, C.G. 2008. Die invloed van die Sediba-onderrigprogram op die intrinsieke motivering van deelnemende wiskunde-onderwysers. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif - PhD.)

Bencze, J. 2009. ‘‘Polite directiveness’’ in science inquiry: a contradiction in terms? *Cultural studies of science education,* 4:855-864.

Bennett, A.B., Burton, L.J. & Nelson, L.T. 2010. Mathematics for elemantary teachers: a conceptual approach. 8th ed. New York: McGraw-Hill.

Berendse, E.P.H. 2012. A comparison between the effectiveness of inductive and deductive instruction in L2 English classroom in a L1 Dutch environment. Utrecht: Utrecht University.

Bergh, Z. & Theron, A. 2007. Psychology in the work content. 3rd ed. Cape Town: Oxford University Press.

BIBLIOGRAFIE

Berman, J.S. & Berman, D. 2001. Risk and anxiety in adventure programs. *Journal of experiential education,* 24(2):305-319.

Biccard, P. & Wessels, D. 2011. Development of affective modelling competencies in primary school learners: original research. *Pythagoras*, 32(1):1-9.

Bishop, A.J. 1988. Mathematics education in its cultural context. *Educational studies in mathematics*, 19:179-191.

Blaine, S. 2007. S.A.'s withdrawal from test 'not forever'. *Business day*, 24th April.

Boghossian, P. 2006. Behaviorism, constructivism en Socratic. *Pedagogy educational philosophy and theory*, 38(6):713-722.

Bolt, J.F. & Brassard, C. 2004. Learning at the top: how CEOs set the tone for knowledge organisation. (*In* Goldsmith, M.H., Morgan, H. & Ogg, A.J., *eds*. Learning organisational learning: harnessing the power of knowledge. 5th ed. San Francisco, Calif.: Jossey-Bass. p. 161-174.)

Booysen, M.J. 2007. Die rol van koöperatiewe leer vir die bevordering van sosiale vaardighede in die grondslagfase. Vanderbijlpark: Noordwes-Universiteit. Vaaldriehoekkampus. (Verhandeling - MEd.)

Booysen, M.J. 2009. 'n Koöperatiewe onderrig-leerprogram vir die bevordering van denkvaardighede in die grondslagfase. Vanderbijlpark: Noordwes-Universiteit. Vaaldriehoekkampus. (Proefskrif - PhD.)

Borich, G.D. 2011. Effective teaching methods: research-based practice. 7th ed. Boston, Mass.: Allyn & Bacon.

Borich, G.D. 2013. Effective teaching methods: research-based practice. 8th ed. Boston, Mass.: Allyn & Bacon.

BIBLIOGRAFIE

Botha, R.J. 2000. Outcomes based education and educational reform in South Africa. *International journal of leadership in education*, 5(4):361-371.

Bovee, C., Voogt, J. & Meelissen, M. 2007. Computer attitudes of primary and secondary students in South Africa. *Computers in human behaviour*, 23:1762-1776.

Braaten, E. & Felepulos, G. 2004. Straight talk about psychological testing for kids. New York: Guilford Press.

Bramlett, D.C. & Herron, S. 2009. A study of African-American college students' attitude towards mathematics. *Journal of mathematical sciences & mathematics education*, 4(2):43-51.

Bransford, J.D. & Stein, B.S. 1984. The ideal problem solver. New York: WH Freeman.

Bresnahan, V., Conderman, G. & Hedin, L. 2011. Promoting active involvement in today's classrooms. *Kappa Delta Pi Record*, 47(4):174-180.

Brewer, J. 2007. Introduction to early childhood education preschool through primary grades. 6th ed. New York: Pearson Education.

Bron, W.A. 2008. Die rol van die onderwyser in die intermediêre fase as assesseerder in 'n veranderende onderrig-leer omgewing. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Verhandeling - MEd.)

Bryman, A. 2012. Social research methods. 4th ed. Oxford: Oxford University Press.

Bundy, A. 2012. Reasoning about representations in autonomous systems: what Polya and Lakatos have to say. (*In* McFarland, D., Stenning, K., McGonigle-Chalmers, M. & Hendry, D. The complex mind an interdisciplinary approach. New York: Palgrave Macmillan. p. 167.)

BIBLIOGRAFIE

Bunniss, S. & Kelly, D.R. 2010. Research paradigns in medical education research. *Medical education,* 44(4):358-366.

Burke, A. 2011. Group work: how to use groups effectively. *Journal of effective teaching*, 11(2):87-95.

Burton, L. 1984. Thinking things through: problem solving in mathematics. Oxford: Blackwell.

Cai, J. 2010. Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: a representational discussion. (*In* Sriraman, B., *ed*. Theories of mathematics education. Heidelberg: Springer. p. 251-258.)

Calitz, M.E. 2007. Wiskunde: meer as om op te tel. *Kleuterklanke learning years*, 32(3):33-36.

Cangolosi, J.S. 2003. Teaching mathematics in secondary and middle school: an interactive approach. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill.

Capraro, M.M. 2005. Middle grades: misconceptions in statistical thinking. *School science and mathematics*, 105(4):165-174.

Carlson, D.H. 2009. Environmental concern in South Africa: the development of a measurement scale. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Verhandeling - MSc.)

Carpenter, C. & Suto, M. 2008. Qualitative research for occupational and physical therapist: a practical guide. Oxford: Blackwell.

Carson, J. 2007. A problem with problem solving: teaching thinking without teaching knowledge. *Mathematics educator*, 17(2):7-14.

Castro, E. 2008. Resolucion de Problemas: ideas, tendencias e influencias en Espana. *Investigacion en educacion matematica*, 12:113-140.

Chamberlin, S.A. 2013. Assessing affect after mathematical problem solving task: validating the Chamberlin Affective Instrument for Mathematical Problem Solving. *Gifted education international*, 29:69-85.

Chan, K.-W. 2011. Preservice teacher education students' epistemological beliefs and conceptions about learning instructional science. *Instructional science*, 39(1):87-108.

Charles, R. 2011. Big ideas and understandings as the foundation for elementary and middle school mathematics. *Journal of mathematics education leadership*, 7(3):9-24.

Chelliah, J. & Clarke, E. 2011. Collaborative teaching and learning: overcomming the digital divide? *On the horizon*, 19(4):276-285.

Christiansen, I.B. 2007. Mathematical literacy as a school subject: mathematical gaze or livehood gaze? *African journal of research in mathematics, science and technology education*, 11(1):91-105.

Clements, M.A. & Ellerton, N.F. 1991. Polya, Kruteskii and the restaurant problem. Victoria, AU: Deakin University.

Cloete, D.J. 2004. 'n Ondersoek na die fasilitering van verskillende leerstyle en meervoudige intelligensies tydens koöperatiewe leer en groepaktiwiteite in hoër onderwys. Pretoria: Universieit van Pretoria. (Verhandeling - MEd.)

Cockcroft, W.H. 1982. Mathematics counts. Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in primary end secondary schools in England and Wales. London: Her Majesty's Office.

BIBLIOGRAFIE

Coetzee, L.R. 2011. The relationship between students' academic self-concept, motivation and academic achievement at the university of the Free State. Pretoria: University of South Africa. (Dissertation - MEd.)

Coetzee, M. & Roythorne-Jacobs, H. 2007. Career counseling and guidance in the workplace: a manual for career practitioners. Cape Town: Juta.

Cohen, R.T. & Swerdlik, M.E. 2010. Psychological testing and assessment: an introduction to test and measurement. 7th ed. New York: McGraw-Hill.

Common Core State Standards Initiative. 2010. PISA and the U.S. Common Core State Standards for Mathematics. http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012-US-CHAP4.pdf Datum van gebruik: 7 Maart 2013.

Cooper, R.L. 1990. Language planning and social change. Cambridge: Cambridge University Press.

Creswell, J.W. 2009. Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches. Belmont, Calif.: Sage.

Creswell, J.W. & Plano Clark, V.L. 2007. Designing and conducting mixed methods research. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Creswell, J.W. & Plano Clark, V.L. 2011. Designing and conducting mixed methods research. 2nd ed. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Curtis, D.D. 2002. Computer adventure games as problem-solving environments. *International education journal,* 3(4):43-45.

Czopp, A.M. & Monteith, M.J. 2006. Thinking well of African Americans: measuring complimentary stereotypes and negative prejudice. *Basic and applied social phychology*, 28(3):233-250.

BIBLIOGRAFIE

D'Ambrosio, U. 2007. Problem solving: a personal perspective from Brazil. *ZDM mathematics education*, 39:515-521.

Dagnew, A. & Latchanna, G. 2011. Attitude of teachers towards the use of active learning methods. *E-journal of All India Association for Educational Research (AIAER),* 21(1). file:///C:/Users/Sarita/Downloads/02e7e5273b094e3ad2000000.pdf Datum van gebruik: 5 Junie 2014.

Davin, R.J. & Van Staden, C.J.S. 2005. The reception year: learning through play. 2nd ed. Johannesburg: Heinemann.

De Vos, A.S., Strydom, H., Fouché, C. & Delport, C.S.L. 2011. Research at grass roots: for the social sciences and human service professions. 4th ed. Pretoria: Van Schaik.

Dede, Y. 2006. Value in Turkish middle school mathematics textbooks. *Quality & quantity*, 40:331-359.

Del Rey Vito, L. 2010. Cooperative learning: learning to cooperate, cooperating to learn. Barcelona: Universitat Autonoma de Barcelona. http://www.recercat.net/bitstream/handle/2072/97372/MFP%20Rey.pdf?sequence=1 Datum van gebruik: 7 Januarie 2014.

Discroll, M.P. 2005. Psychology of learning for instructions. 3rd ed. Boston, Mass.: Pearson Education.

Doerr, H. & English, L. 2001. A modelling perspective on students' learning through data analysis. (Proceeding of 25th Annual Conference of International Group for Psychology of Mathematics Education. Freudenthal Institute, Utrecht. p. 361-368.)

Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van der Heuvel-Panhuizen, M., De Lange, J. & Wijers, M. 2007. Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM mathematics education journal*, 39:405-418.

BIBLIOGRAFIE

Dossey, J.A., McCrone, S., Giordano, F.R. & Weir, M.D. 2002. Mathematics methods and modelling for today's mathematics classroom: a contemporary approach for teaching grade 7-12. Pacific Grove, Calif.: Brooks, Cole.

Dowker, A. 2005. Individual differences in arithmetic: implications for psychology, neuroscience and education. New York: Psychology Press.

Du Toit, T. 2008. Emosionele ondersteuning van moeders met kinders met kogleêre implantings. Stellenbosch: Universiteit van Stellenbosch. (Verhandeling - MEd.)

Duxbury, J.G. & Ling, T.L. 2010. The effects of cooperative leaning on foreign language anxiety: a comparative study of Taiwanese and American universities. *International journal of insrtuctions*, 3(1):3-18.

Edmonds, W.A. & Kennedy, T.D. 2013. An applied reference guide to research design: quantitative, qualitative end mixed methods. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Edwards, A.L. 1957. Techniques of attitude scale construction. Bloomington, Ind.: Appleton-Century-Crofts.

Effandi Z. & Normah Y. 2009. Attitudes and problem solving skills in algebra among Malaysian college students. *European journal of social sciences*, 8:232-245.

Eggen, P. & Kauchak, D. 2001. Strategies for teachers and teaching content and thinking skills. 4th ed. Toronto, CA: Pearson / Allyn & Bacon.

Elgort, I., Smith, A.G. & Toland, J. 2008. Is wiki an effective platform of group course work? *Australasian journal of educational technology*, 2(4):195-210.

Ellis, A.K. 2005. Research on educational innovations. 4th ed. Larchmont, N.Y.: Eye on Education.

BIBLIOGRAFIE

Engelbrecht, J., Harding, A. & Phiri, P. 2009. Is studente wat in 'n uitkomsgerigte onderrigbenadering opgelei is, gereed vir universiteitswiskunde? *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskappe en tegnologie*, 28(4):288-302.

Evens, H. & Houssart, J. 2007. Paired interviews in mathematics education. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics,* 27(2):19-24.

Farooq, M.S. & Shah, S.Z.U. 2008. Students' attitude towards mathematics. *Pakistan economic and siocial review*, 46(1):75-83.

Felder, R.M. & Brent, R. 2007. "Cooperative learning." Active learning: models from the analytical sciences. *American Chemical Society syposium series,* 970:34-53.

Fernandez, M.L., Hadaway, N. & Wilson, J.W. 1994. Problem solving: managing it all. *Mathematics teacher*, 87(3):195-199.

Fishbein, M. & Ajzen, D. 1975. Belief, attitudes, intention and behaviour: an introduction to theory and research. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Fisher, D.M. 2005. Lessons in mathematics: a dynamic approach. Lebanon, NH: ISEE Systems.

Forgasiz, H. 2005. Gender and mathematics: re-igniting the debate. *Mathemetics education research journal*, 17(1):1-2.

Fouché, C.B. & Delport, C.S.L. 2002. Introduction to the research process. 2nd ed. Pretoria: Van Schaik.

Fourie, M.E. 2010. Die ontwikkeling van wiskundige konsepte by die kleuter in speelgroepe. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Verhandeling - MEd.)

Frankel, J.R. & Wallen, N.E. 2008. How to design and evaluate research in education. 7th ed. New York: McGraw-Hill.

Frenzel, A.C., Pekrum, R. & Goetz, T. 2007. Girls and mathematics an "issue"? A control value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European journal of psychology of education*, 12(4):497-514.

Freudenthal, H. 1971. Geometry between devil and the deep sea. *Educational studies in mathematics,* 3:314-435.

Furrighetti, F. & Pehkonen, E. 2002. Rethinking characterisations of beliefs. (*In* Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G., *eds*. Beliefs: a hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer. p. 39-57.)

Futch, L.S. 2005. Cooperative learning groups in online courses. http://pegasus.cc.ucf.edu/~lfutch/cooperative.pdf Datum van gebruik: 7 Maaart 2013.

Gaillet, L.L. 1994. A historical perspective on collaborative learning. *Journal of advanced composition*, 14(1):93-110.

Garrison, R. 2000. Theoretical challenges for distance education in the 21st century: a shift from structural to transactional issues. *International review of research in open and distance learning,* 1(1). http://www.irrodl.org/index.php/irrodl/article/viewFile/2/22 Datum van gebruik: 8 Desember 2013.

Gates, P. 2004. Issues in mathematics teaching. New York: Routledge Falmer.

Geduld, B.W. 2011. 'n Model vir die ontwikkeling van die selfreguleerde leervaardighede van afstandsleerders. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif - PhD.)

BIBLIOGRAFIE

Geier, C.S., & Bogner, F.X. 2011. Learning at workstations. Students' satisfaction, attitudes towards cooperative learning and intrinsic motivation. *Journal for educational research online,* 3(2):3-14.

Goe, L., Bell, C. & O. Little. 2008. Approaches to evaluating teacher effectiveness: a research synthesis. Washington, D.C.: National Comprehensive Center for Teacher Quality.

Goldenberg, E.P. 1996. "Habits of Mind" as an organizer for curriculum. *Journal of education*, 178(1):370-396.

Goldin, G.A. 2004. Problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics. *ZDM journal of mathematics education,* 36(2):56-60.

Good, T.L., Reys, B.J., Grouws, D.A. & Mulryan, C.M. 1990. Using work-groups in mathematics instruction. *Educational leadership*, 47(4):56-60.

Graaff, M. 2005. Probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde in Graad 4. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Verhandeling - MEd.)

Grasha, A.F. 2007. Teaching with style: a practical guide to enhancing learning by understanding teaching and learning styles. San Bernadino, Calif.: Alliance.

Green, D.H. 1977. Attitudes: motivation in education. New York: Academic Press.

Grobbelaar, R. 2001. Die ontwikkeling van 'n aanlegtoets vir die leerarea rekenaarstudie as hulpmiddel by voorligting. Pretoria: Univesiteit van Pretoria. (Proefskrif - PhD.)

Grootenboer, P.J. 2003. Preservice primary teachers' affective development in mathematics. Waikato, NZ: University of Waikato. (Thesis - PhD.)

Grosser, K. 2009. Corporate social responsibility and gender equality: women as stakeholders and the European Union sustainability strategy. *Business ethics: a European review*, 18(3):290-307.

Guay, F., Boggiano, A.K. & Vallerand, R.J. 2001. Autonomy support, intrinsic motivation, and perceived competence: Conceptual and empirical linkages. *Personality and social psychology bulletin*, 27:643-650.

Gunther, M.A., Estes, T.H. & Schwab, J. 1995. Instruction: a models approach. 2nd ed. Boston, Mass.: Allyn & Bacon.

Gurney, P. 2007. Five factors for effective teaching. *Journal of teachers' work*, 2(2):89-98.

Hall, B. 2006. Teaching and learning uncertainty in science: the case of climate change. *Planet*, 17:48-49.

Halmos, P. 1980. The heart of mathematics. *American mathematical monthly*, 87(7):519-524.

Hannula, M.S. 2002. Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational studies in mathematics*, 49(1):25-46.

Harrison, R.L. & Reilly, T.M. 2011. Mixed methods designs in marketing research. *Qualitative market research: an international journal*, 14(1):7-26.

Harskamp, E. & Suhre, C. 2007. Schoenfeld's problem solving theory in a student controlled learning environment. *Computes & education*, 49(3):822-839.

Hart, L. 1989. Describing the affective domain: saying what we mean. (*In* McLeod & Adams, *eds*. Affect and mathematical problem solving. New York: Springer. p. 37-45.)

BIBLIOGRAFIE

Hauke, J. & Kossowski, T. 2011. Comparison of values of Pearson's and Spearman's correlation coeffcienets on the same sets of data. *Quaestiones Geographicae*, 3:87-93.

Henning, E., Van Rensburg, W. & Smit, B. 2009. Finding your way in qualitive research. Pretoria: Van Schaik.

Henrico, A. 2010. 'n Onderrigmodel vir die ontwikkeling van onderwysstudente in besigheidstudies se hoërorde kognitiewe vaardighede. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif - PhD.)

Hensberry, K.K.R. & Jacobbe, T. 2012. The effects of Polya's heuristic and diary writting on children's problem solving. *Mathematics education research journal,* 24:59-85.

Hijazi, D. 2012. Teacher's attitude towards using cooperative learning for teaching English skills. *Interdisciplinary journal of contemporary research in business*, 3(12):443-460.

Hilbert, D. 1900. Mathematische Probleme. Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Göttingen: Akademie der Wissenschaften.

Hollabaugh, J. 2011. Teach like a champion: 49 techniques that put students on the path to college, Doug Lemov. *International journal of instruction,* 4(1):121-124.

Hornby, G. 2009. The effectiveness of cooperative learning with trainee teachers. *Journal of education for teaching*, 35(2):161-168.

Human, A. 2014. 'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalledomein in die voorbereiding van grondslagfaseonderwyser. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Verhandeling - MEd.)

Human, P. 2009. Leer deur probleemoplossing in wiskundeonderwys. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskappe en tegnologie*, 28(4):303-318.

BIBLIOGRAFIE

Human, N.E. 2004. Die impak van faktore wat leerfasilitering en die maksimalisering van menslike potensiaal onderdruk. Pretoria: Universiteit van Pretoria. (Verhandeling - MEd.)

Ihantola, E. & Kihn, L. 2011. Threats to validity and reliability in mixed methods accounting research. *Qualitative research in accounting and management*, 8(1):39-58.

Iyer, B.B. 2013. Relation between cooperative learning and student achievement. *International journal of education and information studies*, 3(1):21-25.

Jablonka, E. & Keitel, C. 2006. Value and classroom interaction: students' stuggle for sense making. (*In* Leung, F.K.S., Graf, K. & Lopez-Real, F.J., *eds*. Mathematics education in different cultural traditions: a comparative study of East Asia and the West. New York: Springer. p. 495-521.)

Jacobbe, T. 2008. Using Polya to overcome translation difficulties. *Mathematics Teachers*, 101(3):390-391.

Jacobs, M. 2011. Curriculum. (*In* Jacobs, M., Vakalisa, N. & Gawe, N. Teaching-learning dynamics. 4th ed. Cape Town: Pearson.)

Jaspars, J.M.F. 1986. The nature and measurement of attitudes. (*In* Tajfel, H. & C. Fraser, C. *eds*. Introducing social psychology: an analysis of individual reaction and response. London: Pelican. p. 52-82.)

Johnson, D.W. & Johnson, F.P. 2006. Join together, group theory and group skills. 9th ed. Boston, Mass.: Pearson Education.

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1974. Instructional goal structures: cooperative, competitive or individualistic. *Review of educational research*, 44:213-240.

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1985. The internal dynamics of co-operative learning groups. (*In* Slavin, R., Kagan, S., Hertz-Lazarowitz, R., Webb, C. & Schmuck, R., *eds*. Learning to co-operate, co-operating to learn. New York: Plenum Press. p. 103-124.)

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1996. Cooperation and the use of technology. (*In* Jonassen, D., *ed*. Handbook of research for educational communications and technology: a project of the Association for Educational Communications and Technology. New York: Macmillan. p. 1017-1044.)

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1998. Cooperative learning return to college: what evidence is there that it works? *Change*, 30(4):26-36.

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 2009. An educational psychology success story: social interdependence theory and cooperative learning. *Educational reseach*, 38(5):365-379.

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 2012. An overview of cooperative learning. http://www.cooperation.org/pages/overviewpaper.html Datum van gebruik: 1 Desember 2013.

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 2013. The impact of cooperative, competitive, and individualistic learning environments on achievement. (*In* Hattie, J. & Anderman, E., *eds*. International handbook of student achievement. New York: Routledge. p. 372-374.)

Johnson, D.W., Johnson, R.T. & Holubec, E.J. 1984. Cooperation in the classroom. Edina, Minn.: Interaction.

Johnson, D.W., Johnson, R.T. & Smith, K.A. 1991. Cooperative learning: increasing college faculty instructional productivity. Washington, D.C.: George Washington University. School of Education and Human Development.

Johnson, D.W., Johnson, R.T. & Smith, K.A. 1998. Cooperative learning returns to college. *Change*, 30(4):26-35.

Johnson, D.W., Johnson, R.T. & Stanne, M.E. 2000. Cooperative learning methods: a meta-analysis. Minneapolis, Minn.: University of Minnesota Press.

Johnson, R.B. & Onwuegbuzie, A.J. 2004. Mixed method research: a research paradigm whose time has come. *Educational researcher*, 33(7):14-43.

Johnson, R.B. & Onwuegbuzie, A.J. 2006. Mixed method research: a research paradigm whose time has come. *Educational researcher*, 33(7):14-43.

Johnson, R.T. & Johnson, D.W. 1994. An overview of cooperative learning. (*In* Thousand, J., Villa, R. & Nevin, A., *eds*. Creativity and collaborative learning: the practical guide to empowering students and teachers. Baltimore, Md.: Paul H Brooks Publishing. p. 2.)

Johnston, C.L., Hughes, G.M. & Willis, A.T. 1994. Developmental mathematics. 4th ed. Boston, Mass.: Thomas Books / Cole.

Jonassen, H.D. 2006. Modeling with technology: mind for conceptual change. Colombus, Oh.: Pearson Prentice Hall.

Jones, S.E. 2007. Reflections on the lecture: outmoded medium or instrument of inspiration? *Journal of further and higher education*, 31:20-36.

Joubert, I., Bester, M. & Meyer, E. 2008. Literacy in the foundation phase. Pretoria: Van Schaik Publishers.

Julius, C.A. 2012. ‘n Ondersoek na ekonomiese- en bestuurswetenskappe as leerarea in die senior fases van die skoolkurrikulum. Stellenbosch: Universiteit van Stellenbosch. (Verhandeling - MEd.)

Kantowski, M.G. 1977. Processes involved in mathematical problem solving. *Journal for research in mathematics education,* 8(3):163-180.

Keaton, S.A. & Bodie, G.D. 2011. Explaining social constructivism. *Communications teacher*, 25:192-196.

Kegan, S. & Kagan, M. 1998. Staff development and the structural approach to cooperative learning. (*In* Brody, C. & Davidson, N., *eds*. Professional development for cooperative learning: issues and approaches. Albany, N.Y.: State University of New York Press.)

Khine, M.S. & Afari, E. 2014. Psychometric properties of an inventory to determine the factors that affect students' attitude towards mathematics. *Psychology, society & education*, 6(1):1-15.

Kiliç, M. 2013. Concept maps as a tool for meaningful learning and teaching in chemistry education. *International journal on new trends in education and their implications*, 4(4):152-164.

Killen, R. 2007. Teaching strategies for outcomes-based education. 2nd ed. Cape Town: Juta.

Kislenko, K., Grevholm, B. & Lepik, M. 2005. "Mathematics is important but boring": students' beliefs and attitudes towards mathematics. (*In* Bergsten, C., Grevholm, B., Masoval, S. & Ronning, F. Relating practices and research in mathematics education. Proceedings of Norma 05, Fourth Nordic Conference on Mathematics Education. Trondheim: Trapir Academic Press. 4:349-360.)

Kloosterman, P. 2002. Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: measurement and implications for motivation. (*In* Leder, G.C., Pehkonen, E. & Törner, G., *eds*. Beliefs: a hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. p. 247-269.)

Kolawole, E.B., Oladosu, C.T. & Ajetunmobi, O. 2013. Comparability of effectiveness of problem solving methods on learners' performance in mathematics. *Unique journal of educational research*, 1(2):12-18.

Kouros, C. & Abrami, P.C. 2009. How do students really feel about working in small groups? The role of student attitudes and believes in cooperative classroom settings. http://www.doe.concordia.ca/cslp/Downloads/PDF/SAGE2006Final.pdf Datum van gebruik: 14 April 2013.

Kousar, R. 2010. The effect of direct instruction model on Intermediate class achievement and attitudes towards English grammar. *Journal of college teaching and learning*, 7(2):99-104.

Krefting, L. 1991. Rigor in qualitative research: the assessment of trustworthiness. *American journal of occupational therapy*, 45:214-222.

Kroon, J. 1995. Algemene bestuur. 3de uitg. Pretoria: Kagiso-Tersiêr.

Kumar, R. 2005. Research methodology: a step-by-step guide for beginners. London: Sage.

Kvale, S. 2007. Doing interviews. London: Sage.

Kwakernaak, E. 2009. Didactiek van het vreemdetalenonderwijs. Bussum: Uitgeverij Couthino Print.

Laal, M., Laal, M. & Khattami-Kermanshahi, Z.H. 2012. 21st century learning: learning in collaboration. *Journal of procedia - social and behavioral sciences*, 47:475-498.

Lally, J.P. & Miller, R.H. 2006. Effects of pre-teaching and re-teaching on math achievement and academic self-concept of students with low achievement. *Math. education*, 126(4):734-762.

Lampe, J.R., Rooze, G.E. & Tallent-Runnels, P. 1998. Effects of cooperative learning among Hispanic students in elementary social studies. (*In* Macmillan, J.H. & Wergin, J.F., *eds*. Understanding and evaluating educational research. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.)

Le Roux, J.G. 2008. Motiveringstrategieë van sportafrigters binne Suid-Afrikaanse konteks. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Verhandeling - MEd.)

Leder, G.C. & Forgasz, H.J. 2002. Measuring mathematical beliefs and their impact on the learning of mathematics. (*In* Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G., *eds*. Beliefs: a hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer Academic Publisher. p. 95-113.)

Lee, S.Y. 2010. The effect of alternative solutions on problem solving performances. Taipei Municipal University of Education, Taiwan, 1(1):1-17. (R.O.C.).

Leedy, P.D. & Ormrod, J.E. 2005. Practical research: planning and design. 8th ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

Leedy, P.D. & Ormrod, J.E. 2010. Practical research: planning and design. 11th ed. Boston, Mass.: Pearson Education International.

Lerner, J. & Kline, F. 2006. Learning disabilities and related disorders: characteristics and teaching strategies. Boston, Mass.: Houghton Mifflin Company.

Lesh, R. & Doerr, H.M. 2003. Beyond constructivism: a models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching. Mahwah, N.J.: Erlbaum.

Lesh, R. & Kelly, A.E. 2000. Multi-tiered teaching experiments. (*In* Kelly, A.E. & Lesh, R.A., *eds*. Handbook of research on mathematics teaching and learning. 2nd ed. Mahwah, N.J.: Erlbaum. p. 197-230.)

Lesh, R. & Zawojewski, J.S. 2007. Problem solving and modeling. (*In* Kelly, A.E. & Lesh, R.A., *eds*. Handbook of research on mathematics teaching and learning. 2nd ed. Mahwah, N.J.: Erlbaum. p. 763-804.)

Lessing, A.C. & De Witt, M.W. 2011. Stemme uit die Suid-Afrikaanse onderwysunie geledere oor dissipline. *Tydskrif vir geesteswetenskappe,* 51(3):53-67.

Liang, T. 2002. Implementing cooperative learning in EFL teaching: process and effects. Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University. (Thesis - D.)

Lincoln, Y.S. & Guba, E.G. 1985. Naturalistic inquiry. London: Sage.

Liu, E.Z.F. & Lin, C.H. 2010. The survey study of mathematics motivated strategies for learning questionnaire (MMSLQ) for grade 10-12 Taiwanese students. *Turkish online journal of educational technology,* 9(2):221-233.

Lorenzo, M. 2005. The development, implementation and evaluation of a problem solving heuristic. *International journal of science and mathematics education*, 3:33-58.

Lou, Y., Abrami, P., Spence, J., Poulsen, C., Chambers, B. & d'Appollonia, S. 1996. Within class grouping: a meta-analysis. *Review of educational research*, 66:423-458.

Lowenthal, P.R. & Muth, R. 2008. Constructivism. (*In* Provenzo, E.F. & Renaud, J.P., *eds*. Encyclopedia of the social and cultural foundation of education. Thousand Oaks, Calif.: Sage. p. 177-179.)

Ma, X. & Kishor, N. 1997. Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: a meta-analyses. *Journal for research in mathematics education*, 28(1):26-47.

Maaß, K. & Gurlitt, J. 2009. Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modeling. (6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6).)

MacKenzie, N. & Knipe, S. 2006. Research dilemmas: paradigms, methods and methodology. *Educational research*, 16(2):193-205.

Mahaye, T. & Jacobs, M. 2011. Teaching methods. (*In* Jacobs, M., Vakalisa, N. & Gawe, N. Teaching-learning dynamics. 4th ed. Sandown: Heinemann Publishers. p. 174-207.)

Maheady, L., Michieli-Pendl, J., Haper, G.F. & Mallette, B. 2006. The effects of numbered head together with and without an incentive package on the science test performance of a diverse group of sixth graders. *Journal of behavioral education*, 15(1):25-39.

Maree, J.G. 2005. 'n Ondersoek na fasette van leerders in 'n privaat skool se studieoriëntasie en die verband daarvan met wiskunde prestasie. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskap en tegnologie,* 24(3):84-92.

Maree, K. 2007. First steps in research. Pretoria: Van Schaik Publishers.

Markula, P. & Silk, M. 2011. Qualitative research for physical culture. Basingstoke, UK.: Palgrave Macmillan.

Martin, A.J. 2009. How to make the most of work integrated learning. Palmerston North, NZ: Massey University.

Marzano, R., Pickering, J. & Pollock, J. 2001. Classroom instructions that work: research based strategies for increasing student achievements. Alexandria, Va.: Association for Supervision and Curriculum Development.

Maskew Miller Longman. 2012. Survival guide to the FET Curriculum and Assessment Policy Statements (CAPS). Platinum.

Mata, M de L., Monteiro, V. & Peixoto, F. 2012. Attitudes towards mathematics: effects of individual motivational and social support factors. *Children development research*.

Matsau, M.A. 2007. Investigating the learner-centered approach in language teaching in Lesotho. Melbourne, AU: Victoria University. (Dissertation - MEd.)

McCormick, B.H., DeFantim, T.A. & Brown, M.D. 1987. Visualization in scientific computing: Definition, domain, and recommendations. *Computer graphics*, 21:3-13.

McEwen, P.J. 2008. Evaluating multigrade school reform in Latin America. *Comparative education,* 44(4):465-483.

McInerney, D.M. 2005. Educational psychology: theory, research and teaching. *Educational psychology*, 25(6):585-600.

McLeish, K. 2009. Attitude of students towards cooperative learning methods at Knox Community College: a descriptive study. Jamaica: University of Technology. (Dissertation - M.)

McLeod, D.B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. (*In* Grouws, D.A., *ed*. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan. p. 576-596.)

McLynn, F. 2011. The Burma campaign: disaster into triumph, 1942-1945. New Haven, Conn.: Yale University Press.

Mensah, J.K., Okyere, M. & Kuranchie, A. 2013. Student attitude towards mathematics and performance: does teacher attitude matter? *Journal of education and practice*, 4(3):132-139.

Mentz, E. 2012. Paarprogrammering: meer as net saamwerk in pare. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskappe en tegnologie*, 31(1):5-9.

Mentz, E., Van der Walt, J.L. & Goosen, L. 2009. The effect of incorporating cooperative learning, principles in pair programming for student teachers. *Computer science education*, 18(4):144-160.

Mkomange, W.C., Ilembo, B. & Ajagbe, M.A. 2012. The roles and importance of technology in mathematics teaching and learning: a literature review. *Interdisciplinary journal of contemporary research in business*, 3(11):476-486.

Mochesela, P.R. 2007. The role of the problem-based approach in the performance of grade 9 learners in solving word problems. Pretoria: Univerity of South Africa. (Dissertation - MEd.)

Moremedi, G.M. 2007. Challenges in implementing the new mathematics curriculum. Departmental of Mathematical Sciences, University of South Africa.

Mohamed, L. & Waheed, H. 2011. Secondary students' attitudes towards mathematics in a selected school of Maldives. *International journal of humanities and social science*, 1(15):277-281.

Mohd, N., Mahmood, T.F.P.T. & Ismail, M.N. 2011. Factors that influence students in mathematics achievement. *International journal of academic research, 3*(3):49-54.

Mohnes, T. & Reg, D. 2011. Making sence of Cronbach's alpha. *International journal of medical education*, 2:53-55.

Morgan, D.L. 2007. Paradigms lost and pragmatism regained: methodological implications of combining qualitative and quantitative methods. *Journal of mixed methods research,* 1(1):48-76.

Moses, L., Hall, C., Wuensch, K., De Urquidi, K., Kauffmann, P., Swart, W., Duncan, S. & Dixon, G. 2012. Are math readiness and personality predictive of first-year retention in engineering? *Journal of psychology: interdisciplinary and applied*, 145(3):229-245.

Mouton, J. 2011. How to succeed in your master's and doctoral studies: a South African guide and resource book. Pretoria: Van Schaik Publishers.

Mtetwe, D. 2010. Learning mathematics for personal understanding and productions: a view point. *Pythagoras*, 72:50-56.

Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. 2011. Making as motivation in doing mathematical: results for two studies. *Mathematics educator*, 20(2):33-43.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Froy, P. 2005. **TIMSS 2003 international report on achievement in the mathematical cognitive domains: findings from a developmental project.** Chestnut Hill, Mass.: Boston College. TIMSS & PIRLS International Study Centre.

Murdoch, K. & Wilson, J. 2004. How to succeed with cooperative learning. Carlton South, Victoria: Curriculum Corporation.

Myers, M.D. 2009. Qualitative research in business and management. London: Sage.

Nagaraju, P. & Praneetha, S. 2013. Propagate cooperative caching on MANETS. *International journal of computer science and information technologies*, 5(4):120-131.

Nasser Abu-Alhija, F. 2007. Large-scale testing: benefits and pitfalls. *Studies in educational evaluation*, 33:50-68.

National Council of Teachers of Mathematics. 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 1990. Professional standards for teaching mathematics. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

BIBLIOGRAFIE

National Council of Teaching of Mathematics. 2010. Why is teaching with problem solving important to student learning? Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

National Research Council. 1990. Reshaping school mathematics: a philosophy and framework for curriculum. Reston, Va.: National Academy Press.

National Research Council. 2001. Adding it up: helping children learn mathematics. (*In* Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B., *eds*. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Science and Education. Washington, DC: National Academy Press.)

National Research Council. 2009. Focus in high school mathematics: reasoning and sense making. Reston, Va.: National Research Council.

National Research Council. 2010. Why is teaching with problem solving important to student learning? http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Briefs/Research_brief_14_-_Problem_Solving.pdf Datum van gebruik: 23 Julie 2014.

Nesmith, S.J. 2008. Mathematics and literature: educators' perspectives on utilizing a reformative approach to bridge the two cultures. *Forum on public policy: a journal of the Oxford Round Table:* 1-11.

Newman, A. 1983. The Newman language of mathematics kit: strategies for diagnosis and remediation. Sydney: Harcourt Brace Jovanovich.

Nicolaidou, M. & Philippou, G. 2003. Attitude towards mathematics, self-efficacy and achievement in problem-solving. (Proceedings of the 3rd Conference of the European Society for Research in Mathematics Education.)

Nieuwenhuis, J. 2007. Introducing qualitative research. (*In* Maree, K. First steps in research. Pretoria: Van Schaik Publishers. p. 46-86.)

Nurifka, E. 2013. The use of numbered head together method to improve students' speaking skill. Salatige: State Institute for Islamic Studies (Stain). (Thesis - S.Pd.I.)

Obodo, G.C. 2006. Developing positive attitudes and interest of mathematics students in Nigerian secondary schools. (*In* Ale, S.O. & Adetula, L.O., *eds*. Reflective and intellective position papers on mathematics education issues. Abuja: Marvelous Mike Press.)

Oluwatayo, J.A. 2010. Validity and relaibility issues in educational research. *Journal of educational and social research*, 2(2):391-400.

Onwuegbuzie, A. J., & Wilson, V. A. 2003. Statistics anxiety: nature, etiology, antecedents, effects, and treatments a comprehensive review of the literature. *Teaching in Higher Education*, 8(2).

Onwuegbuzie, A.J. & Leech, N.L. 2005. On becomming a pragmatic research: the importance of combining quantitative and qualitative research methodologies. *International journal of social research methodology,* 8(5):376-387.

Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. 2006. "Accepting emotional complexity": a socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom. *Educational studies in mathematics,* 63(2):193-207.

Ormrod, J.E. 2008. Educational psychology: developing learners. 6th ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill Prentice Hall.

Overall, L. 2007. Supporting children's learning: a guide for teaching assistants. Thousand Oaks, Calif: Sage.

Panitz, T. 2009. Collaborative versus cooperative learning: a comparison of the two concepts which will help us understand the underlying nature of interactive earning. http://home.capecod.net/~tpanitz/tedsarticles/coopdefinition.htm Datum van gebruik: 4 Maart 2013.

Patra, K. & Mech, A. 2011. A study on attitude towards mathematics and its impact on the mathematics achievement of school students. *International journal of mathematics*, 1(1):1-12.

Peng, A. & Nyroos, M. 2012. Value in effective mathematics lessons in Sweden: what do they tell us? *Mathematics enthusiast*, 9(3):409-430.

Perkrum, R., Groetz, T., Titz, W. & Perry, R.P. 2002. Academic emotions in students self-regulated learning and achievement: a program of qualitative and quantitative research. *Educational psychologist*, 37:91-105.

Phala, T.A.L. 2013. Problems in word recognition for grade 4 learners in an inclusive classroom in Ekurhuleni South, Gauteng. Pretoria: University of South Africa. (Dissertation - MEd.)

Pham, H. 2011. Theory-based instructional models applied in classroom contexts. *Literacy information and computer education journal*, 2(2):406-415.

Pham, T.H.T. 2008. The role of teachers in implementing educational innovation. *Asian social science*, 4(1):3-10.

Pietersen, J. & Maree, K. 2007. First steps in research. Pretoria: Van Schaik.

Pinnock, A.J.E. 2011. A practical guid to implementing CAPS: a toolkit for teachers, schools, managers and education officials to use to assist in managing the implementation of a new curriculum. National Professional Teachers Organisation of South (NAPTOSA).

Plug, C., Meyer, W.F., Louw, D.A. & Gouws, L.A. 1988. Psigologie woordeboek. 2de uitg. Johannesburg: Lexicon Uitgewers.

Polya, G. 1957. How to solve it: a new aspect of mathematical method. New York: Princeton University Press.

Polya, G. 1973. How to solve it: a new aspect of mathematical method. New York: Princeton University Press.

Polya, G. 1981. Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving. New York: Wiley.

Porter, A. 2002. Measuring the content of instruction: use in research and practice. *Educational research*, 31(7):3-14.

Prince, M.J. & Felder, R.M. 2006. Inductive teaching and learning methods: definitions, comparisons, and research bases. *Journal of engineering education*, 95:123-138.

Pritchard, A. 2009. Ways of learning: learning theories and learning styles in the classroom. 2nd ed. New York: David Fulton.

Prochaska, J.J., Sallis, J.F., Slymen, D.J. & McKenzie, T.L. 2003. A longitude study of children's enjoyment of physical education. *Pediatric exercise science*, 15:170-178.

Pugsley, L. 2011. Begin to get to grips with educational theory. *Education for primary care*, 22:266-268.

Qablan, A., Al-Ruz, J., Theodora, D. & Al-Momani, I. 2009. "I know it's so good, but I prefer not to use it." An interpretive investigation of Jordanian preservice elementary teachers' perspectives about learning biology through inquiry. *International journal of teaching and learning in higher education*, 20(3):394-404.

Raymond, A. 1997. Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for research in mathematics education*, 28(5):550-577.

Reddy, V. 2006. Mathematics and science achievement at South African schools in TIMSS 2003. Cape Town: Human Sciences Research Council.

Reynolds, M. 2006. Die verband tussen studie-oriëntasie, metakognisie en wiskundeprestasie by graad 7-leerders. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif – PhD.)

Robertson, I. 2007. Factors influencing vacational teacher's use of online functionalities in Australia. *Australasian journal of educational technology*, 23(3):366-389.

Romberg, T.A., Capenter, T.P. & Kwako, J. 2005. Standards-based reform and teaching for understanding: understanding mathematics and science matter. Mahwah, N.J.: Erlbaum.

Sacos, M. & Hernandes, J. 2013. Mathematical problem solving in training elementary teachers for semiotis logical approach. *Mathematics enthusiast*, 10(1&2):191-218.

Schoen, H.L. & Ziebarth, S.W. 1998. High school mathematics curriculum reform: Rationale, research, and recent development. (*In* Hlebowitsh, P.S. & Wraga, W.G., eds. Annual review of research for school leaders. New York: Macmillan. p. 141-191.)

Schoenfeld, A. 1985. Mathematical problem solving. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A.H. 1992. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. (*In* Grouws, D.A., *ed*. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan. p. 334-370.)

Scholfield, H.L. 1981. Teacher effects on cognitive and affective pupil in elementary schools mathematics. *Journal of educational psychology*, 74(4):462-471.

Scholtz, L.M.A. 2004. Waardes, houdings, identiteitsbelewenisse en stres in die Suid Afrikaanse film en dramabedryf. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Proefskrif - PhD.)

Schroeder, T.L. & Lester, F.K. 1989. Developing understanding in mathematics via problem solving. *New directions for elementary school mathematics*: 31-42.

Schunk, D.H. 2000. Learning theories: an educational perspective. 4th ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill Prentice Hall.

Schunk, D.H., Pintrich, P.R. & Meece, J.L. 2008. Motivation in education: theory, research and applications. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill Prentice Hall.

Schwartz, C.E. & Revicki, D.A. 2012. Mixing methodes and blending paradigms: some consideration for future research. *Quality of life research*, 21(3):377-380.

Seel, N.M. 2012. Encyclopedia of the sciences of learning. Berlin: Springer.

Sharan, S. 1980. Cooperative learning in small groups: recent methods and effects on achievements, attitudes, and ethnic relations. *Review of educational research*, 50(2):241-271.

Sharan, S. 1994. Talking, relating and achieving: effects of cooperative learning and whole class instruction. *Cognition and instruction*, 12(4):313-353.

Shaw, M.B. & Wright, J.M. 1967. Scales for the measurement of attitude. Singapore: McGraw-Hill.

Shernoff, D.J. & Csikszentmihalyi, M. 2009. Flow in schools: cultivating engaged learners and optimal learning environments. (*In* Gilman, R.C., Heubner, E.S. & Furlong, M.J., *eds*. Handbook of positive psychology in schools. New York: Routledge. p. 131-145.)

Shinde, K.J. 2014. Use of ICT in student centred teaching methods in teacher education. *Research font*, 1:129-142.

Slavin, R.E. 1978. Student teams and achievement divisions. *Journal of research and development in education*, 12(1):39-49.

Slavin, R.E. 1990. Cooperative learning: theory, research, and practice. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

Slavin, R.E. 1991a. Educational psychology: theory in practice. Boston, Mass.: Allyn and Bacon.

Slavin, R.E. 1991b. Synthesis of research of cooperative learning. *Educational leadership*, 48:71-82.

Slavin, R.E. 1995. Cooperative learning: theory, research and practice. 2nd ed. Boston, Mass.: Allyn & Bacon.

Slavin, R.E. 1996a. Research on cooperative learning and achievement: what we know, what we need to know. *Contemporary educational psychology*, 21:43-69.

Slavin, R.E. 1996b. Research for the future, research on cooperative learning and achievement: what we know, what we need to know. *Journal of contemporary education*, 21(4):43-69.

Slavin, R.E. 2012. Educational psychology: theory and practice. 10th ed. Boston, Mass.: Pearson Education.

Smith, K. 2011. Cooperative learning: lessons and insight from thirty years of championing a research-based innovative practice. (Frontiers in Education Conference (FIE), IEEE.)

Smith, K.A., Johnson, D.W. & Johnson, R.T. 1981. The use of cooperative learning groups in engineering education. (*In* Grayson, L.P. & Biedenbach, J.M., *eds*. Proceedings Eleventh Annual Frontiers in Education Conference, Rapid City, S.D., Washington: IEEE/ASEE. p. 26-32.)

Socas, M. & Hernandez, J. 2013. Mathematical problem solving in training elementary teachers from a semiotic logical approach. *Mathematics enthusiast*, 10(1&2):191-218.

BIBLIOGRAFIE

South Africa. Department of Education. 2003. Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R - 9: Wiskunde. Pretoria: Department of Education.

South Africa. Department of Education. 2011. Curriculum and Assesment Policy Statement Grades 10 - 12: Mathematics. Pretoria: Department of Education.

South Africa. Department of Education. 2012. Curriculum and Assesment Policy Statement Grades 7 - 9: Mathematics. Pretoria: Department of Education.

Sowder, J. 2007. The mathematics education and development of teachers. (*In* Lester, F.K., *ed*. Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Charlotte, N.C: Information Age Publishing & National Council of Teachers of Mathematics.)

Spangenberg, E.D. 2008. Riglyne vir die plasing van leerders in wiskunde of wiskundige geletterdheid. Johannesburg: Universiteit van Johannesburg. (Proefskrif - PhD.)

Sriraman, B. 2006. Theories of mathematics education. *International journal of mathematics education*, 37(6):450-466.

Stacey, K. 2005. The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of mathematical behaviour*, 24:341-350.

Staples, M. 2007. Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and instruction*, 25(2):161-217

Stein, M.K., Remillard, J.T. & Smith, M.S. 2007. How curriculum influences student learning. (*In* Lester, F.K.J., *ed*. Second handbook of mathematics teaching and learning. Greenwich, Conn.: Information Age Publishing. p. 319-369.)

Stols, G.H. 2003. Kegelsnedes as integrerende faktor in skool wiskunde. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Proefskrif - PhD.)

Sühendan, E.R. & Bengü, A.A. 2014. The attitudes of students towards cooperative learning in ELT classes. *International online journal of education and teaching*, 1(2):31-45.

Suprijono, A. 2008. Cooperative Learning Teori dan Aplikasi Paikem. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Sutton, J. & Krueger, A. 2002. Ed thoughts: what we know about mathematics teaching and learning. Aurora, Colo.: Mid-Continent Research for Education and Learning.

Suydam, M.N. 1980. Untangling clues from research on problem solving. (*In* Krulik, S. & Reys, R.E., *eds*. Problem solving in school mathematics. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics. p. 34-50.)

Swanepoel, P. 2007. 'n Ondersoek na die uitvoerbaarheid van spelterapie as ondersteuningsbron vir 'n optimal leergeleentheid aan die kind in die laerskool. Pretoria: Universiteit van Suid Afrika. (Verhandeling - MEd.)

Tahar, N.F., Ismail, Z., Zamani, N.D. & Adnan, N. 2010. Students' attitude towards mathematics: the use of factor analysis in determining the criteria. (International Conference on Mathematics Education Research.) *Procedia - social & behavioral sciences,* 10(8):476-481.

Tahir, C.I. & Bakar, M.A. 2009. Influence of demographic factors on students' beliefs in learning mathematics. *International education studies*, 2(3):120-126.

Tan, C.K., Harjii, M.B. & Lau, S.H. 2011. Fostering positive attitude in probability learning using graphing calculator. *Elsevier, computers & education,* 57(3):2011-2024.

Tanner, B.M., Botoms, G., Feagin, C. & Bearman, A. 2003. Instructional strategies: how teachers teach matters. Atlanta, Ga.: Southern Regional Educational Board.

Tapia, M., Marsh, I. & George, E. 2004. An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic exchange quarterly,* 8(2):16-21.

Tashakkori, A. & Teddlie, C. 2003. The past and future of mixed methods research: from data triangulation to mixed methods designs. (*In* Tashakkori, A. & Teddlie, C. Handbook of mixed methods in social & behavioural research. Thousand Oaks, Calif.: Sage. p. 671-701.)

Tashakkori, A. & Teddlie, C. 2010. Sage handbook of mixed methods in social and behavioral research. 2nd ed. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Taylor, E., Goede, R. & Steyn, T. 2011. 'n Model van faktore wat die sukses van onderrigleer van tegnologiegebaseerde modules beïnvloed. *Litnet Akademies*, 8(3):21-62.

Taylor, S.E. 2006. Social psychology. 12th ed. New York: Pearson Education.

Teddlie, C. & Tashakkori, A. 2003. Major issues and controversies in the use of mixed methods in social and behavioural sciences. (Tashakkori, A. & Teddlie, C. Handbook of mixed methods in social & behavioural research. Thousand Oaks, Calif.: Sage. p. 3-50.)

Tetzlaff, T. 2009. Constructivist learning versus explicit teaching: a personal discovery of balance. Boston, Mass: University of Massachusetts. (Dissertation - MA.)

Thijsse, L.J. 2002. The effects of a structured teaching method on mathematics anxiety and achievement of grade 9 learners. Pretoria: University of South Africa. (Dissertation - MEd.)

Thomas, K. 1971. Attitude and behaviour. Harmondsworth: Penguin.

Thornbury, S. 2005a. Beyond the sentence: introducing discourse analysis. Oxford: Macmillan.

Thornbury, S. 2005b. How to teach grammar. Harlow: Longman.

Thurstone, L.L. & Chave, E.J. 1970. The measurement of attitude. Chicago, Ill.: University of Chicago Press.

TIMSS (**Trends in International Mathematics and Science Study).** 2003. Appendix A. Mathematics cognitive domains framework: TIMMS 2003 Developmental project fourth and eighth grades. Washington, D.C.: US Department of Education. **Trends in International Mathematics and Science Study.**

TIMSS (**Trends in International Mathematics and Science Study).** 2011. Appendix A. Mathematics cognitive domains framework: TIMMS 2011 Developmental project fourth and eighth grades. Washington, D.C.: US Department of Education. **Trends in International Mathematics and Science Study.**

Tuge, C. 2008. Mathematics curriculum, the philosophy of mathematics and its implications on Ethiopian schools mathematics curriculum. *Ethiopian journal of education and sciences*, 4(1):110.

Turmudi. 2012. Teachers, perception toward mathematics teaching innovation in Idonesian junior high school: exploratory factor analisis. *Journal mathematics education*, 5(1):97-120.

Uren, G.R. 2009. Die invloed van geskikte agtergrondmusiek op die studie-oriëntasie en prestasie van graad 8-leerders in wiskunde. Potchefstroom: Noordwes-Universiteit. (Verhandeling - MEd.)

Uusimaki, L. & Nason, R. 2004. The origins of pre-service primary education students' anxieties and negative feelings about mathematics. (*In* McWilliam, E., Danby, S. & Knight, J., *eds*. Performing research: theories, methods and practices. Brisbane, AU: Post Press. p. 225-236.)

Uys, R. 1996. The new management generation: multicultural perspective. *Peritus,* 12(2):21-39.

Valiente, C., Swanson, J. & Eisenberg, N. 2012. Linking students' emotions and achievements: when and why emotions matter. *Child development perspectives*, 6:129-135.

Van de Walle, J. 2007. Elementary and middle school mathematics: teaching develpmentally. 7th ed. New York: Addison Allyn & Bacon.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. 2010. Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. 2012. Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. New York: Addison Allyn & Bacon.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. 2013. Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education.

Van den Berg, G. 2004. Die geleenthede wat uitkomsgebaseerde taalhandboeke bied vir die ontwikkeling van leerders se meervoudige intelligensies. Pretoria: Universiteit van Suid-Afrika. (Verhandeling - MEd.)

Van der Linde, G.J. 2005. The role of environmental quality and time perspective on the academic performances of grade 12 learners. Bloemfontein: University of the Free State. (Thesis - PhD.)

Van der Sandt, S. 2007. Research framework on mathematics teacher behaviour: Koehler and Grouws' framework revisited. *Eurasia journal of mathematics, science and technology education*, 3(4):343-350.

Van der Walt, M.S., Maree, J.G. & Ellis, S.M. 2006. 'n Ondersoek na metakognisie in wiskundeleer in die senior fase. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskappe en tegnologie,* 25(3):177-193.

Van der Westhuizen, A. 2008. Die verband tussen akademiese selfkonsep en akademiese prestasie in gemengde- en enkelgeslagskole. Bloemfontein: Universiteit van die Vrystaat. (Verfhandeling - MEd.)

Van Staden, C.W. 2005. The need for trained eyes to see facts and values in psychiatric diagnosis. *World psychiatry*, 4(94):133.

Van Wyk, M.D. 2004. Self-regulation for learners in a master's course in computer-based education. Johannesburg: University of Johannesburg. (Dissertation - MEd.)

Van Wyk, M.M. 2007. The use of cooperative learning in economics in the further education and training phase in the Free State province. Bloemfontein: University of the Free State. (Thesis - PhD.)

Vansteenkiste, M., Lens, W. & Deci, E.L. 2006. Intrinsic versus extrinsic goal-contents in self-determination theory: Another look at the quality of academic motivation. *Educational psychologist*, 41:19-31.

Veenman, S., Van Benthum, N., Bootsma, D., Van Dieren, J. & Van der Kemp, N. 2002. Co-operative learning and teacher education. *Teaching and teacher education*, 18:87-103.

Verst, A.L. 2010. Outstanding teachers and learner-centered teaching practices at a Private Liberal Arts Institution. Tucson, Ariz.: University of Arizaona. (Thesis - PhD.)

Verstuyf, J., Vansteenkiste, M., Soenens, B. & Lens, W. 2009. What is the usefulness of your schoolwork? The differential effects of intrinsic and extrinsic goal framing on optimal learning. *Theory and research in education*, 7:155-164.

Vogt, C.A. 2008. Changes in residents' attitudes toward tourism over time: a cohort analytical approach. *Journal of travel research*, 46:289-308.

Vorderer, P., Klimmit, C. & Ritterfield, U. 2004. Enjoyment: at the heart of media entertainment. *Communication theory*, 14:388-408.

Wachira, P., Pourdavood, R.G. & Skitzki, R. 2013. Mathematics teacher's role in promoting classroom discourse. *International journal for mathematics teaching & learning, preceding.*

Wallhead, T.L. & Ntoumanis, N. 2004. Effects of a sport education intervention on students' motivational responses in physical education. *Journal of teaching in physical education* 23:4-18.

Wang, V.C.X. & Farmer, L. 2008. Adult learning methods in China and Bloom's taxonomy. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 2(2):1-15.

Wang, J. & Wen, S. 2010. Examining reflective thinking: a study of changes in methods students' conceptions and understandings of inquiry teaching. *International journal of science and mathematics education,* 6(3):459.

Warnich, P. 2008. Secondary school history teachers assessing Outcomes-Based Education (OBE): a case study. *Yesterday & today,* 3:59-72.

Webb, N. 1989. Peer interaction and learning in small groups. *International journal of educational research*, 13:21-39.

Webb, N.M., Farivar, S.H., Sydney, H. & Mastergearge, A.M. 2002. Productive helping in cooperative groups. *Theory into practice*, 41(1):13-20.

Weimer, M. 2013. Learner-centered teaching: five key changes to practice. San Francisco, Calif.: Jossey-Bass.

Wessels, D.C.J. 2009. Die moontlikhede van 'n modelleringsperspektief in skoolwiskunde. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskap en tegnologie*, 28(4):319-339.

Widodo, H. 2006. Approaches and procedures for teaching grammar. *English teaching practice and critique, 5*(1):122-141.

Wilcox, D. 2004. On mathematics education in SA and the relevance of popularising mathematics. (Working paper.) http://www.mth.uct.ac.za/~diane/on_math_ed_in_SA.pdf. Datum van gebruik: 13 Maart 2013.

Wilson, J.W., Fernandez, M.L. & Hadaway, N. 1993. Mathematical problem solving. New York: Macmillan.

Woolfolk, A.E. 2010. Education psychology. 11th ed. New York: Pearson / Allyn & Bacon.

Wooldridge, V. 1993. Cooperative learning warm-up. *Instructor,* 49, March.

Xiao, C., Yu, P. & Yan, L. 2009. Influences on affect and achievement: high school students' epistemological beliefs about mathematics. *Journal of mathematics education*, 2(2):1-11.

Yael, S. 2010. Cooperative learning for academic and social gain: valued pedagogy, problematic practice. *European journal of education*, 45(2):300-313.

Yara, P.O. 2009. Students attitude towards mathematics and academic achievement in some selected secondary schools in Southwestern Nigeria. *European journal of scientific research*, 36(3):336-341.

Yeo, K.K.J. 2011. An exploratory study of primary two pupils' to solve word problems. *Journal of mathematics education*, 4(1):19-30.

Yli-Piipari, S., Watt, A., Jaakkola, T., Liukkonen, J. & Nurmi, J-E. 2009. Relationships between physical education students' motivational profiles, enjoyment, state anxiety, and selfreported physical activity. *Journal of sports science and medicine,* 8:327-336.

Zan, R. & Martino, P.D. 2007. Attitude towards mathematics: overcoming the positive/negative dichotomy. *Montana Mathematics Enthusiast,* 1551(3):157-168.

Zhang, Y. 2010. Cooperative language learning and foreign language learning and teaching. *Journal of language teaching and research*, 1(1):81-83.

Zhou, X. 2011. Applying cooperative learning to English teaching for English as a Foreign Language (EFL) students. Platteville: University of Wisconsin - Platteville. (Dissertation - MEd.)

Zillmann, D. & Bryant, J. 1994. Entertainment as media effect. (*In* Bryant, J. & Zillmann, D. *eds*. Media effects: advances in theory and research. Hillsdale, N.J.: Erlbaum. p. 437-461.)

Zimbardo, P.G., Ebbesen, E.B. & Maslach, C. 1977. Influencing attitudes and changing behavior: an introduction to methods, theory, and application of social control and personal power. 2nd ed. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Zuckerman, G. 2003. The learning activity in the first years of schooling: the developmental path towards reflection. (*In* Kozulin, A., Gindis, B., Ageyev, V. & Miller, S., *eds*. Vygotsky's educational theory in cultural context. New York: Cambridge University Press. p. 177-199.)

BYLAAG A

TOESTEMMING: DEPARTEMENT

GAUTENG PROVINCE
Department: Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

For administrative use:
Reference no. D2014/001

GDE RESEARCH APPROVAL LETTER

Date:	**2 April 2013**
Validity of Research Approval:	**2 April 2013 to 20 September 2013**
Name of Researcher:	**Van der Lith S.**
Address of Researcher:	**P.O. Box 107**
	Walkerville
	1876
Telephone Number:	**076 612 2898**
Email address:	**saritavdl@gmail.com**
Research Topic:	**Die invloed van kooperatiewe leer as onderrigstrategie op die houding van Graad 8 leerders teenoor probleemoplossing en hul prestasie in Wiskunde**
Number and type of schools:	**ONE Secondary School**
District/s/HO	**Ekhuruleni South**

Re: Approval in Respect of Request to Conduct Research

This letter serves to indicate that approval is hereby granted to the above-mentioned researcher to proceed with research in respect of the study indicated above. The onus rests with the researcher to negotiate appropriate and relevant time schedules with the school/s and/or offices involved to conduct the research. A separate copy of this letter must be presented to both the School (both Principal and SGB) and the District/Head Office Senior Manager confirming that permission has been granted for the research to be conducted.

The following conditions apply to GDE research. The researcher may proceed with the above study subject to the conditions listed below being met. Approval may be withdrawn should any of the conditions listed below be flouted:

Office of the Director: Knowledge Management and Research
9th Floor, 111 Commissioner Street, Johannesburg, 2001
P.O. Box 7710, Johannesburg, 2000 Tel: (011) 355 0506
Email: David.Makhado@gauteng.gov.za
Website: www.education.gpg.gov.za

2013/04/04

1. *The District/Head Office Senior Manager/s concerned must be presented with a copy of this letter that would indicate that the said researcher/s has/have been granted permission from the Gauteng Department of Education to conduct the research study.*
2. *The District/Head Office Senior Manager/s must be approached separately, and in writing, for permission to involve District/Head Office Officials in the project.*
3. *A copy of this letter must be forwarded to the school principal and the chairperson of the School Governing Body (SGB) that would indicate that the researcher/s have been granted permission from the Gauteng Department of Education to conduct the research study.*
4. *A letter / document that outlines the purpose of the research and the anticipated outcomes of such research must be made available to the principals, SGBs and District/Head Office Senior Managers of the schools and districts/offices concerned, respectively.*
5. *The Researcher will make every effort obtain the goodwill and co-operation of all the GDE officials, principals, and chairpersons of the SGBs, teachers and learners involved. Persons who offer their co-operation will not receive additional remuneration from the Department while those that opt not to participate will not be penalised in any way.*
6. *Research may only be conducted after school hours so that the normal school programme is not interrupted. The Principal (if at a school) and/or Director (if at a district/head office) must be consulted about an appropriate time when the researcher/s may carry out their research at the sites that they manage.*
7. *Research may only commence from the second week of February and must be concluded before the beginning of the last quarter of the academic year. If incomplete, an amended Research Approval letter may be requested to conduct research in the following year.*
8. *Items 6 and 7 will not apply to any research effort being undertaken on behalf of the GDE. Such research will have been commissioned and be paid for by the Gauteng Department of Education*
9. *It is the researcher's responsibility to obtain written parental consent of all learners that are expected to participate in the study.*
10. *The researcher is responsible for supplying and utilising his/her own research resources, such as stationery, photocopies, transport, faxes and telephones and should not depend on the goodwill of the institutions and/or the offices visited for supplying such resources.*
11. *The names of the GDE officials, schools, principals, parents, teachers and learners that participate in the study may not appear in the research report without the written consent of each of these individuals and/or organisations.*
12. *On completion of the study the researcher/s must supply the Director: Knowledge Management & Research with one Hard Cover bound and an electronic copy of the research.*
13. *The researcher may be expected to provide short presentations on the purpose, findings and recommendations of his/her research to both GDE officials and the schools concerned.*
14. *Should the researcher have been involved with research at a school and/or a district/head office level, the Director concerned must also be supplied with a brief summary of the purpose, findings and recommendations of the research study.*

The Gauteng Department of Education wishes you well in this important undertaking and looks forward to examining the findings of your research study.

Kind regards

Makhado

Dr David Makhado
Director: Knowledge Management and Research

DATE: 2013/04/04

Making education a societal priority

Office of the Director: Knowledge Management and Research
9th Floor, 111 Commissioner Street, Johannesburg, 2001
P.O. Box 7710, Johannesburg, 2000 Tel: (011) 355 0506
Email: David.Makhado@gauteng.gov.za
Website: www.education.gpg.gov.za

BYLAAG B

TOESTEMMING: OUERS

Geagte ouer of voog

Uitnoding aan u kind om deel te neem aan ‘n navorsingstudie

Ek is ‘n wiskunde-onderwyseres by [redacted] en is tans besig met ‘n navorsing wat daarop gemik is om die invloed van onderrigstrategieë op leerders se houding teenoor probleemoplossing in wiskunde te ondersoek.

Die prestasie van wiskunde en probleemoplossing in wiskunde is ‘n saak van ernstige kommer in die hele Suid-Afrika. Navorsing dui daarop dat die gebruik van verskeie onderrigmetodes die houding van leerders tydens probleemoplossing in wiskunde kan beïnvloed.

Die leerders wat aan die studie sal deelneem, sal versoek word om twee stelle vraelyste te voltooi. ‘n Ewekansige seleksie sal ook tydens die studie voorkom om ‘n aantal leerders te selekteer om aan individuele taakgebaseerde onderhoude deel te neem.

Deelname aan die studie is vrywillig. Indien ‘n leerder te enige tyd gedurende die studie will onttrek, is hy of sy vry om so te doen.

Indien ‘n leerder of u as ouer enige vrae het voor of gedurende sy of haar deelname, of te enige tyd gedurende die studie, kan u my enige tyd kontak.

U toestemming is daarom nodig om u kind toe te laat om aan hierdie studie deel te neem. Geen leerder se naam sal tydens die studie bekend gemaak word nie en leerders wat aan die individuele taakgebaseerde onderhoude deelneem sal met ‘n nommer of letter toegeken word.

Die ondersoek sal gedurende die jaar plaasvind. Geen inbreuk op u kind se akademie sal plaasvind tydens die ondersoek nie.

TOESTEMMING: Ek het die bogenoemde gelees en verstaan die aard van die navorsing. Ek verstaan dat ek toestem dat my kind deelneem aan hierdie studie, ek aanvaar dat die navorser sal poog om in geen opsigte my kind se wetlike of menseregte te skend nie. Ek verstaan dat ek die navorser te enige tyd mag kontak. Ek stem dus toe dat my kind mag deelneem aan die navorsing.

Deelnemer se naam en van: _____

Deelnemer se selfoonnommer: _____ Graad 8 A _____

Ouer / Voog se handtekening: _____ Datum: _____

Navorser de handtekening: _____ Datum: _____

Vriendelike groete

(Mej) S. van der Lith

Onderwyser

BYLAAG C

HOUDINGSVRAELYSTE

Wiskunde houdingsvraelys **Nommer van vraelys** | | | |

Afdeling A Biografiese inligting

Verskaf asseblief jou inligting deur 'n **X** in die toepaslike blokkie te maak.

Geslag	Manlik	1
	Vroulik	2

Ouderdom	12	1
	13	2
	14	3
	15+	4

Finale punt vir Gr.7 Wiskunde	

Afdeling B Vraelys

Hierdie vraelys bestaan uit 'n lys stellings oor jou houding teenoor Wiskunde en probleemoplossing in Wiskunde. Daar is geen regte of verkeerde antwoorde nie. Lees noukeurig deur elke stelling en dink daaroor. Plaas 'n **X** in die boksie wat die meeste ooreenstem met jou eie gevoelens.

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

	HOUDINGS TEENOOR WISKUNDE (aangepas uit Tapia, M & Marsh, G.E. 2004. Attitudes toward Mathematics Inventory)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1.	Ek hou daarvan om wiskunde te leer.					
2.	Wiskunde is ’n belangrike en noodsaaklike vak.					
3.	Wiskunde is belangrik in alledaagse lewe.					
4.	Ek wil my vaardighede in wiskunde ontwikkel.					
5.	Wiskunde is een van die belangrikste vakke vir leerders om te hê.					
6.	Ek kan aan baie maniere dink waarop ek wiskunde buite skoolverband gebruik.					
7.	Wiskunde is een van die vakke waarvoor ek die bangste is.					
8.	Wiskunde maak my senuweeagtig.					
9.	Wiskunde maak my ongemaklik.					
10.	Ek is altyd gespanne in ’n wiskundeklas.					
11.	Wanneer ek die woord “wiskunde” hoor, kry ek 'n gevoel van “ek hou nie van nie”.					
12.	Ek is glad nie bang vir wiskunde nie.					
13.	Ek het baie selfvertroue wanneer ek wiskunde doen.					
14.	Ek verwag om goed te doen in wiskunde.					
15.	Ek is altyd verward in die wiskundeklas.					

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

	HOUDINGS TEENOOR WISKUNDE (VERVOLG)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
16.	Ek is onseker wanneer ek probeer om wiskunde te doen.					
17.	Ek leer wiskunde maklik.					
18.	Ek is vol vertroue dat ek wiskunde op ’n meer gevorderde vlak kan leer.					
19.	Ek werk hard in die wiskundeklas.					
20.	Wiskunde is oninteressant en vervelig.					
21.	Ek hou regtig baie van wiskunde.					
22.	Ek is gelukkiger in die wiskundeklas as in enige ander klas.					
23.	Wiskunde is 'n baie interessante vak.					
24.	Ek is bereid om meer as die vereiste hoeveelheid werk in wiskunde te doen.					
25.	Ek hou van die uitdagings in wiskunde.					
26.	Ek is gemaklik daarmee om vrae in die wiskundeklas te beantwoord.					
27.	Ek is goed met wiskunde.					
28.	Ek beplan om soveel wiskunde as moontlik te neem tydens my skoolloopbaan.					
29.	Ek dink dat die bestudering van gevorderde wiskunde nuttig kan wees.					
30.	Die vermoë om wiskunde te doen is iets wat jy het of nie.					

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

	HOUDINGS TEENOOR WISKUNDE (VERVOLG)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
31.	Dit is moontlik om beter in wiskunde te doen deur hard te werk.					
32.	Ek wil Wiskunde as skoolvak neem, omdat dit nuttig sal wees in my alledaagse lewe wanneer ek klaar is met skool.					
33.	Ek sou wiskunde eerder wou vermy.					
34.	’n Sterk wiskundige agtergrond sal my help in die toekoms.					
35.	Wiskunde ontwikkel jou verstand en leer jou om te dink.					

	HOUDINGS TEENOOR PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
36.	Ek hou daarvan om probleme in wiskunde op te los.					
37.	Dit maak my senuweeagtig as ek net dink oor hoe om ’n probleem in wiskunde op te los.					
38.	Ek is in staat daartoe om probleme in wiskunde sonder te veel moeite op te los.					
39.	Ek hou daarvan om nuwe probleme in wiskunde op te los.					
40.	Ek glo dat die bestudering van wiskunde my help met probleemoplossing op ander gebiede.					
41.	As ek vashaak met ’n probleem in wiskunde kan ek nie self aan ander maniere dink om dit op te los nie.					

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

	HOUDINGS TEENOOR PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE (VERVOLG)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
42.	Ek is baie in my skik wanneer ek my eie idees kan gebruik om 'n moeilike probleem in wiskunde suksesvol op te los.					
43.	Ek is oortuig daarvan dat ek goed is daarmee om probleme in wiskunde op te los.					
44.	Wanneer ek ’n probleem in wiskunde oplos, probeer ek kyk vir ooreenkomste met probleme wat ek al vantevore opgelos het.					
45.	As ek vashaak met ’n probleem in wiskunde, gebruik ek verskillende maniere om die probleem op te los en gee nie sommer moed op nie.					
46.	Ek voel baie tevrede wanneer ek ’n probleem in wiskunde suksesvol oplos.					
47.	Ek is op my gemak daarmee om uiting te gee aan my eie idees oor hoe om na oplossings te soek vir ’n moeilike probleem in wiskunde.					
48.	Ek sou eerder ’n moeilike probleem in wiskunde oplos as om ’n geskrewe opdrag te doen.					
49.	Ek sal altyd dink aan maniere om ’n probleem in wiskunde op te los totdat ek nie meer idees het nie.					

Gebruik asseblief die volgende skaal:

1 – Stem heeltemal saam; 2 – Stem saam; 3 – Onseker; 4 – Verskil; 5 – Verskil heeltemal

	HOUDINGS TEENOOR PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE (VERVOLG)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
50.	As ek ’n probleem in wiskunde oplos, bestee ek nie genoeg tyd om te dink daaraan nie.					
51.	Indien ek nie ’n probleem in wiskunde kan oplos nie, sal ek dit net los.					
52.	Wanneer ek met ’n probleem in wiskunde gekonfronteer word, sal ek nie moedeloos word as ek dit nie kan oplos nie.					
53.	Ek is oortuig daarvan dat ek probleme in wiskunde kan oplos.					
54.	Ek onthou nie sommer my vorige mislukkings in wiskunde nie.					
55.	Wanneer ek gekonfronteer word met ’n probleem in wiskunde, wil ek nie weet hoekom ek dit moet oplos nie.					
56.	As ek nie ’n probleem verstaan nie, sal ek addisionele inligting kry om dit beter te kan verstaan.					
57.	As ek ’n probleem in wiskunde moet oplos, twyfel ek aan my vermoë om dit te doen.					
58.	As ek gekonfronteer word met ’n probleem in wiskunde, probeer ek nie eers om dit op te los nie.					
59.	Wanneer ek ’n probleem in wiskunde suksesvol opgelos het, het ek vertroue in my eie vermoëns.					
60.	Solank daar genoeg tyd en moeite aan ’n wiskunde-probleem spandeer word, kan dit opgelos word.					

BYLAAG D

TAAKGEBASEERDE ONDERHOUDE

TAAKGEBASEERDE ONDERHOUDE

Vraag 1

a. Alice kan 4 rondtes hardloop om ‘n atletiekbaan in dieselfde tyd wat Carol 2 rondtes hardloop. Wanneer Carol 12 rondtes gehardloop het, hoeveel rondtes het Alice gehardloop?

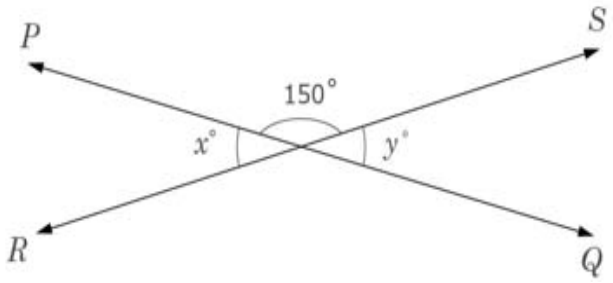
b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Verduidelik in woorde hoe jy te werk sal gaan om die probleem op te los.

Vraag 2

a. In die figuur is PQ en RS reguitlyne wat mekaar sny. Wat is die waarde van x+y?



b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Verduidelik in woorde hoe jy te werk sal gaan om die probleem op te los.

Vraag 3

a. In ‘n groep kinders het 16 kinders hul verjaarsdae in die eerste helfde van die jaar en 14 kinders hul verjaarsdae in die tweede helfde van die jaar. Skryf die kinders wat in die begin van die jaar verjaar in ‘n breuk vorm?

b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur ‘n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Watter soort foute maak jy gewoontlik in die tipe somme?

Vraag 4

a. Ongeveer 7000 kopieë van ‘n tydskrif word elke week verkoop. Ongeveer hoeveel sal gedurende ‘n jaar verkoop word?

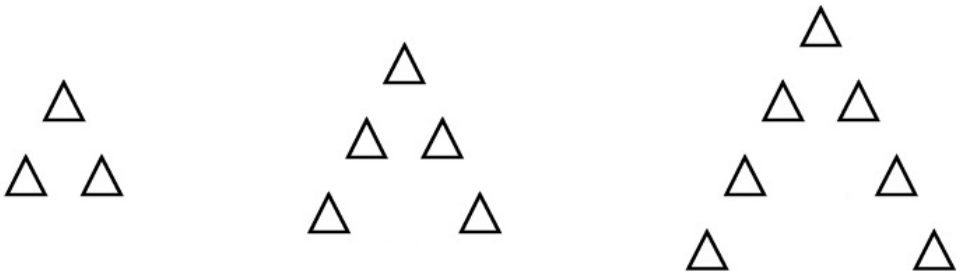
b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur ‘n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek ‘n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Watter soort foute maak jy gewoontlik in die tipe somme?

Vraag 5

a. Die drie figure hier onder is driehoeke



1. Voltooi die onderstaande tabel om te bepaal hoeveel driehoekies elk van die figure uitmaak

Figuur	Aantal klein driehoekies
1	3
2	5
3	
4	

2. As daar ‘n sewende figuur is hoeveel driehoekies sal daar wees?

3. Hoeveel driehoekies sal die 10de figuur besit?

b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

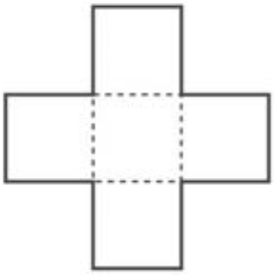
	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Verduidelik watter planne jy sal maak, of hoe jy te werk sal gaan om die vraag te beantwoord.

d. Waarom het jy dalk foute gemaak in die oplos van die probleme of watter soort fout(e) het jy dalk gemaak? Waarom kon jy dalk nie die vraag beantwoord nie?

Vraag 6

a. Die figuur bestaan uit vyf ewe groot vierkante. Die area van die hele figuur is $245m^2$.



1. Vind die area van een vierkant.

2. Vind die lengte van een sy van die vierkant.

3. Vind die omtrek van die hele figuur in centimeter.

b. Dink jy dat jy die probleem korrek sal kan oplos? Beantwoord die volgende deur 'n kruisie (X) in die toepaslike blokkie te maak.

	Ek is doodseker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is redelik seker dat ek die probleem korrek sal kan oplos.
	Ek is nie seker hoe korrek ek die probleem sal kan oplos nie.
	Ek is regtig nie seker dat ek die probleem sal kan oplos nie. Ek dink dat ek sal foute maak.
	Ek weet dat ek 'n fout gaan maak wanneer ek die probleem oplos.

c. Verduidelik watter planne jy sal maak, of hoe jy te werk sal gaan om die vraag te beantwoord.

BYLAAG E

OOP-EINDE-VRAE

ONDERHOUD VRAE

1. Hoe ervaar jy wiskunde?

2. Hoe voel jy wanneer jy besig is met wiskunde probleem of opdrag?

3. Hoe voel jy wanneer jy ‘n struikelblok teëkom in die uitvoer van ‘n opdrag?

4. Hoe belangrik beskou jy die volgende in wiskunde?

    a. Die leer van wiskunde

    b. Maniere om probleme op te los

5. Hoe sal jy ‘n probleem oplos? Noem stapsgewys wat jy sal doen.

6. Verstaan jy soms beter as jou maatjie vir jou verduidelik as die onderwyser?

7. Sal jy sê jy is gemaklik met die oplos van probleme in wiskunde?

BYLAAG F

KOÖPERATIEWE LEER

LESBEPLANNING

KOŐPERATIEWE LEER LESBEPLANNING

LEERMETODE: Legkaart (Jigsaw)

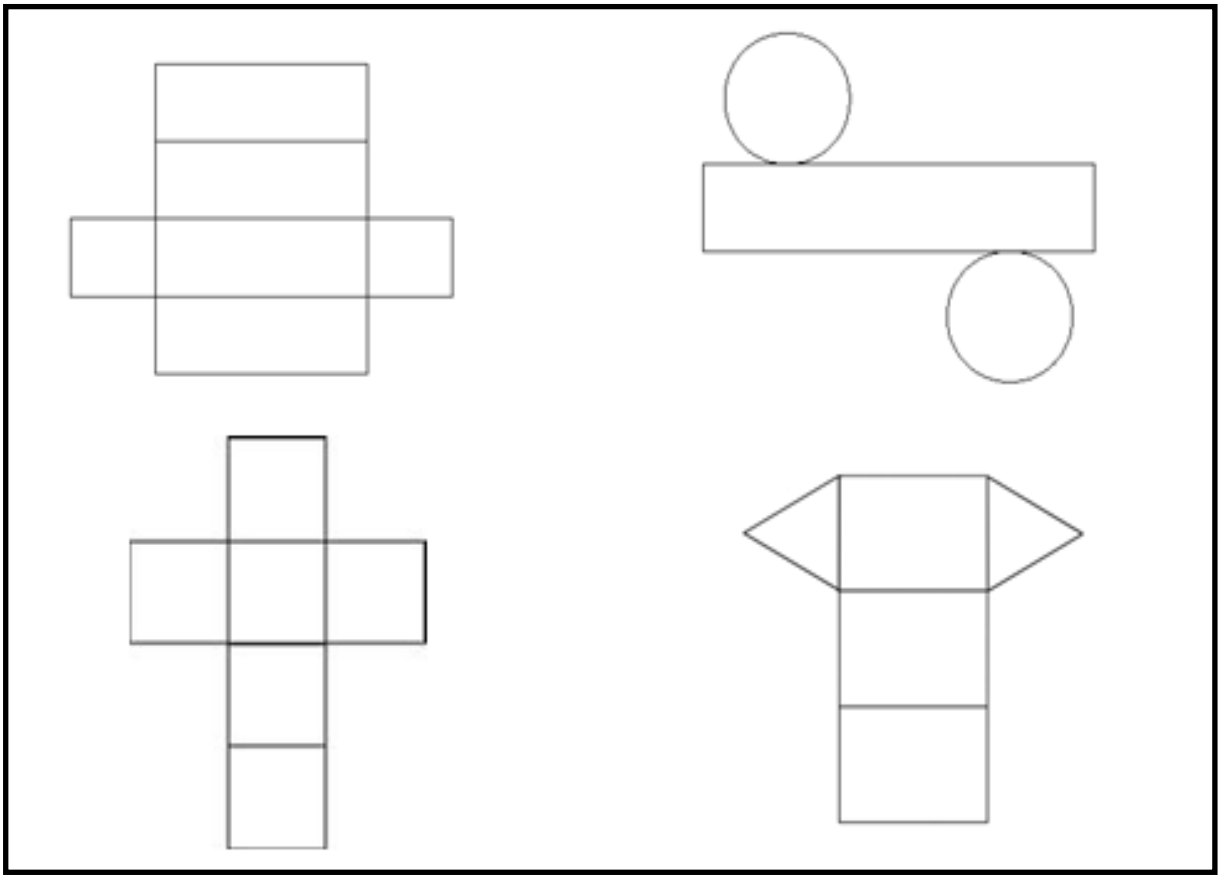
AKADEMIESE DOELWIT: Bemeestering van Buite oppervlakte en Volume

TAAK:

1. Die leerders stem in die groep om te bepaal watter groepslede sekere rolle sal vervul om die deelname effektief moontlik te maak. Die rolle wat vervul moet word vir die aktiwiteit is: Stil-Kaptein en Verslaggewer, Tydhouer en Gelykmaker, Probleemoplosser en Aanbieder.

2. ‘n A3 folio word aan elke groep uitgedeel wat ten einde sal dien as die groep se opsomming vir die aanbieding aan die res van die klas.

3. Die onderwyser deel aan elke groep vier 3D figuurnette (Vierkant, Reghoek, Silinder en driehoekige prisma)



3. In die groep moet die leerders die figure onder mekaar verdeel sodat elke leerder een figuur het. Hul moet dan navorsing oor hul figuur se buite oppervlakte en volume doen ten einde hul figuur te bemeester.

4. Die volgende kontaksessie verdeel die leerders in nuwe groepe met dieselfde figure sodat kennis oor hul figure vergelyk kan word. Na vyftien minute se deling van kennis keer die leerders terug na hul oorspronklike groepe.

5. In hul oorspronklike groepe deel die leerders hul kennis oor hul spesifieke figuur.

6. Die groeplede moet dan die volgende probleemstelling in hul groepe op die A3 folio uiteensit, nl.

   ‘n Sjokoladefabriek wil die beste verpakking vir hul produk hê. Hul wil na twee afsonderlike kenmerke kyk.

   a. Watter verpakking sal die minste materiaal (buite oppervlakte) gebruik om te maak?

   b. Watter verpakking sal die grootste hoeveelheid sjokolade bevat (volume)?

6. Elke groep se aanbieder kry die geleentheid om hul groepe se insig en begrip van die werk aan die ander groepe oor te dra deur die gebruik van hul A3 folio.

KOŐPERATIEWE LEER LESBEPLANNING

LEERMETODE: Groepondersoek (Group investigation)

AKADEMIESE DOELWIT: Bemeestering van Parallelle lyne en Hoeke

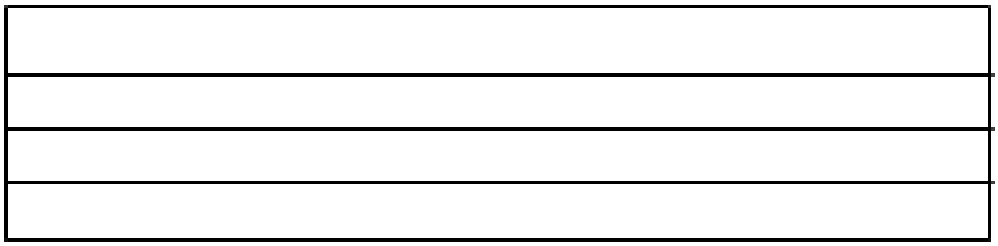
TAAK:

1. Die leerders stem in die groep om te bepaal watter groepslede sekere rolle sal vervul om die deelname effektief moontlik te maak. Die rolle wat vervul moet word vir die aktiwiteit is: Stil-Kaptein, Verslaggewer en Probleemoplosser; Aanmoediger en Gelykmaker; Notanemer en Aanbieder.

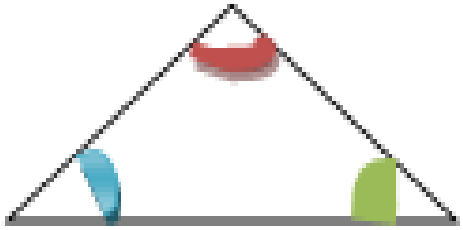
2. ‘n A3 folio word aan elke groep uitgedeel wat ten einde sal dien as die groep se opsomming vir die aanbieding aan die res van die klas.

3. Die onderwyser gee die volgende instruksies vir elke groep nadat ‘n oorsig van parallelle lyne met die leerders behandel is.

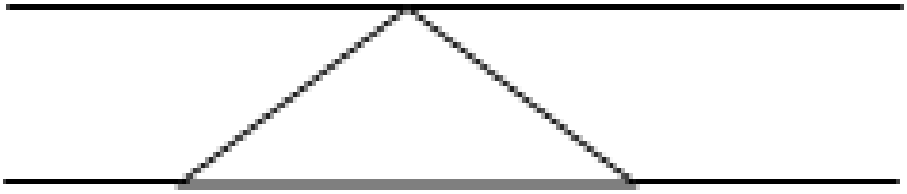
   - Verdeel die A3 papier in 4 rye (Landscape) sodat dit parallel line voorstel.



   - Kleur elke hoek van die gegewe driehoek ‘n ander kleur in.

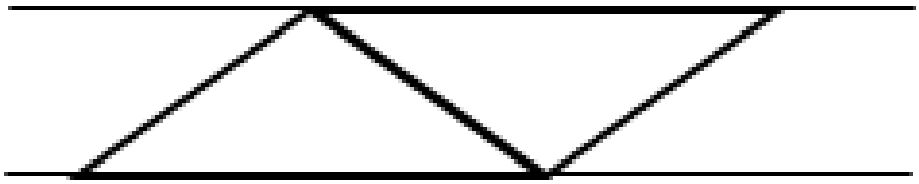


- Gebruik die gegewe driehoek en omlyn die driehoek op die A3 papier tussen jou parallell lyne.



- Kleur die hoeke op die A3 folio dieselfde kleur in as die hoeke op die gegewe driehoek.

- Omlyn dieselfde driehoek weer maar roteer die tweede driehoek 180° sodat die twee driehoeke ‘n parallelogram vorm.



- Terwyl die oefening herhaal word kleur die hoeke dieselfde kleur in wat dieselfde grootte het.
- Wat kan jy sien?

3. In die groep moet die leerders hul bevindings uiteensit by hul figure wat hul geteken het. Die figure word dan onder mekaar verdeel sodat elke leerder in die groep geleentheid kry om navorsing te gaan doen.

4. In die volgende kontaksessie bespreek die leerders in hul groepe wat hul ontdek het oor hul figuur. Hul inligting word dan saamgevat op hul A3 papier.

5. Elke groep se aanbieder kry die geleentheid om hul groepe se insig en begrip van die werk aan die ander groepe oor te dra deur die gebruik van hul A3 dubbelfolio.

KOŐPERATIEWE LEER LESBEPLANNING

LEERMETODE: Drie-minute-oorsig (Three minitue review) en direkte onderrig

AKADEMIESE DOELWIT: Bemeestering van Basiese Algebraïese Feite in Uitdrukkings

TAAK:

1. Die leerders stem in die groep om te bepaal watter groepslede sekere rolle sal vervul om die deelname effektief moontlik te maak. Die rolle wat vervul moet word vir die aktiwiteit is: Stil-Kaptein, Verslaggewer, Tydhouer, Notanemer en Aanbieder.

2. 'n A3 folio word aan elke groep uitgedeel wat ten einde sal dien as die groep se opsomming vir die aanbieding aan die res van die klas.

3. Die onderwyser verduidelik die Basiese Algebraïese Feite aan die leerders. Slegs nommer 1 tot 4.

Basiese algebraïse feite:

1. Die getal 7 is 'n **getalsimbool** of 'n konstante term wat slegs een waarde het.
2. x is 'n lettersimbool wat verskillende waardes kan hê en word dus 'n **veranderlike** genoem.
3. Die bewerkingsteken "x" (maal) kan in algebra ook met 'n hakie of punt vervang word om vermenigvuldiging aan te dui. Bv. Die produk van 5 en p word geskryf as 5.p of 5p.
4. Die 5 in 5p word die **koëffisiënt** van p genoem.
5. Ons lees x^4 as x tot die vierde mag. Die 4 is die **eksponent** van die mag en x is die **grondtal** van die mag.
6. $x+4$ is 'n **algebraïese uitdrukking** maar $x+3=7$ is 'n sin of vergelyking.
7. Slegs 'n "+" en "-" skei terme, nie 'n "x" of "÷" nie.
8. **Koëffisiënte**- 2a beteken 2 x a en 2 word die koëffisiënt van a genoem net so beteken 3ab 3 x a x b en 3b is die koëffisiënt van a en 3a is die koëffisiënt van b en 3 is die numerïese koëffisiënt van a en b.
9. Die **graad** van 'n uitdrukking is die hoogste mag van enige lettersimbool in die uitdrukking
   Die graad van $4x^3-2y^2$ is 3 omdat die grootste eksponent van 'n term 3 is.

4. Leerders kry drieminute in hul groepe om nommer 1-4 te bespreek wat sopas aan hul oorgedra is deur die onderwyser. Tydens die bespreking maak die leerders notas op hul A3 folio om hul vertaan van die werk te illustreer.

5. Die onderwyser bespreek verder nommers 5-9.

6. Leerders kry weereens drie minute om nommer 5-9 te bespreek en op hul A3 folio te illustreer wat sopas aan hul oorgedra is.

7. Elke groep se aanbieder kry die geleentheid om hul groepe se insig en begrip van die werk aan die ander groepe oor te dra deur die gebruik van hul A3 folio.

BYLAAG G

ROLLE VAN LEERDERS TYDENS

KOÖPERATIEWE LEER

MOONTLIKE ROLLE VAN LEERDERS TYDENS KOÖPERATIEWE LEER	FUNKSIE VAN ROLLE TYDENS KOÖPERATIEWE LEER
• Stil-Kaptein	Maak seker die groepslede raak nie te raserig nie.
• Tydhouer	Sorg dat die groep op skedule bly tydens die voltooiïng van die leermateriaal.
• Aanmoediger	Moedig groepslede aan met positiewe terugvoer.
• Gelykmakers	Sorg dat alle groepslede aktief deelneem aan leermateriaal.
• Notanemers	Maak aantekening soos die groep die leermateriaal voltooi.
• Aanbieders	Gee terugvoering van die bevindings aan die klas en vul ontbrekende inligting op met ander groepe se bevindings.
• Afrigters	Help groepslede wat sukkel om die leermateriaalte bemeester
• Verslaggewers	Maak 'n samevatting van die groepslede se werk en lewer kommentaar oor die funksionering van die groep.
• Probleemoplossers	Identifiseer probleme in die groep en stel moontlike oplossings voor.