

'N ONTLEDING VAN DIE SKYNBARE AGTERUITGANG IN
PRESTASIE VAN LEERLINGE IN STANDERDS SEWE, AGT EN
NEGE IN 'N AANTAL VYF-KEUSE-VRAE VAN DIE N.B.-WIS-
KUNDETOETSE

deur

JOHAN FRANS VORSTER B.Sc., B.Ed.

Verhandeling ingelewer vir die graad

MAGISTER EDUCATIONIS

aan die

POTCHEEFSTROOMSE UNIVERSITEIT

vir

CHRISTELIKE HOER ONDERWYS

op

29 Januarie 1971

Leier: Prof. dr. S.J. Pretorius

Hiermee verklaar ek,
Johan Frans Vorster,
dat hierdie verhandeling
my eie werk is.

DANKBETUIGINGS

Hiermee wil ek my opregte dank en waardoring betuig aan my leier, prof. dr. S.J. Preller, vir sy nugtere leiding en bemoedigende en inspirerende hulp.

Ek orken ook met dankbaarheid die hulp van:

Dr. P.M. Robbertse, President van die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing, vir sy toestemming om gebruik te maak van die gegewens wat in hiordie verhandeling aangebied word.

Dr. A.J. van Rooy, Vice-President van die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing, vir sy belangstelling, wenke en aanmoediging.

Alle personeellede van die R.G.N. wat gemoeid was met hierdie projek en op een of ander wyse 'n bydrae gelewer het.

Mev. M. Huismans vir die taalkundige versorging van hiordie verhandeling.

Mev. E. Schalekamp vir die tik van hiordie verhandeling.

Tina vir haar inspirerende en volgehoue belangstelling, aanmoediging en daadwerklike ondersteuning vanaf die beplanningstadium van die ondersoek tot op hede.

Aan Fanie, Marthie en Janet vir hul geduldige opofferings.

J.F. Vorster.

R.G.N.

PRETORIA

24 Desember 1970

INHOUDSOPGAWE

HOOFSTUK	Bladsy
1	INLEIDING
1	1
1.1	Oriëntasie.....
1.1	1
1.1.1	Ontstaan van die probleem
1.1.1	1
1.1.2	Doelstelling
1.1.2	1
1.1.3	Die veld van ondersoek
1.1.3	2
1.1.4	Metode van ondersoek
1.1.4	2
1.1.5	Program van ondersoek
1.1.5	4
1.2	Agtergrond
1.2	4
1.2.1	Standaardisasie van die Wiskundetoetse
1.2.1	4
1.2.2	Gebruik van die Wiskundetoetse in Talentopname
1.2.2	5
	BIBLIOGRAFIE
	6
2	DIE LEER- EN DENKPROSESSE
2	7
2.1	Inleiding
2.1	7
2.2	Gangbare beskouinge aangaande leer
2.2	7
2.2.1	Die assosiasie- of S - R-teorieë
2.2.1	7
2.2.2	Die wêreldteorieë
2.2.2	9
2.2.3	Die denkpysigologiese beskouinge
2.2.3	11
2.2.4	Fenomenologiese beskouinge van leer
2.2.4	12
2.2.5	Piaget se stadia van ontwikkeling
2.2.5	15
2.2.6	Gevolgtrekking
2.2.6	17
2.3	Beskouinge aangaande die denke
2.3	17
2.3.1	Die assosiasieteorie
2.3.1	17
2.3.2	Die denkpysigoloë
2.3.2	18
2.3.3	Die Gestaltpsigoloë
2.3.3	19
2.3.4	Die Fenomenoloë
2.3.4	20
2.3.5	Die verband tussen leer en denke
2.3.5	21
2.3.6	Gevolgtrekking
2.3.6	22
2.4	Leer in die Wiskunde
2.4	23
2.4.1	Die beskouinge van Dienes
2.4.1	23
2.4.2	Biggs se teoretiese model van leer
2.4.2	27

HOOFSTUK	Bladsy
2.4.3 Gevolgtrekking	31
2.5 Samevatting	32
BIBLIOGRAFIE	35
3 OORSAKE VAN FOUTE IN WISKUNDE.....	37
3.1 Inleiding	37
3.2 Oorsig oor die gangbare teoretiese beskouinge aangaande die oorsake van foute	37
3.2.1 Intelligensie	38
3.2.2 Begripsvorming	40
3.2.3 Insig	42
3.2.4 Belangstelling en motivering	43
3.2.5 Vermoeidheid	45
3.2.6 Vergeet en interferensie	46
3.2.7 Outonome prosesse	48
3.2.8 Nawerking	50
3.2.9 Voorwerking	50
3.2.10 Regressie	50
3.2.11 Oordrag	51
3.2.12 Kognitiewe prosesse	52
3.3 Oorsig van die vernaamste empiriese bevindinge ten opsigte van die oorsake van foute in die Wiskunde	53
3.3.1 Clark	54
3.3.2 Van Gelder	54
3.3.3 Sinnema	55
3.3.4 De Wet	55
3.4 Samevatting	57
BIBLIOGRAFIE	59

4	FAKTORE WAT DIE RESULTATE IN HIERDIE ONDERSOEK MOONTLIK KON BEINVLOED HET	61
4.1	Inleiding	61
4.2	Interne faktore	61
4.2.1	Die toetse en toetsmateriaal	61
4.2.2	Die betroubaarheid van die toetse	63
4.2.3	Die geldigheid van die toetse	67
4.2.4	Die gemiddelde toetsprestasies	68
4.2.5	Die skeefheid en kurtose van die punteverdelings	68
4.2.6	Die moeilikheidswaardes en diskriminasiewaardes van die items	70
4.3	Eksterne faktore	74
4.3.1	Die Intelligensie Kwosiënt van leerlinge wat Wiskunde as vak geneem het in st. 8 gedurende 1967	74
4.3.2	Die gemiddelde prestasies in Algebra van leerlinge met dieselfde I.K.'s en in die vier verskillende groepe	75
4.3.3	Verskille tussen groepe leerlinge	76
4.3.4	Omgewingsfaktore	78
4.4	Samevatting	79
	BIBLIOGRAFIE	81
5	ONTLEDING EN VERGELYKING VAN ITEMSTATISTIEKE	82
5.1	Inleiding	82
5.2	Verskille tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge en tussen leerlinge van dieselfde taalgroepe in standerds 7, 8 en 9	83
5.2.1	Die wiskundige taal	84
5.2.2	Bewerkinge met magte	92
5.2.3	Breuke	94
5.2.4	Negatiewe getalle	103
5.2.5	Vergelykings	106
5.3	Verskille tussen seuns en dogters in st. 8	114
5.4	Gevolgtrekking	119
	BIBLIOGRAFIE	124

HOOFSTUK		Bladsy
6	SAMEVATTING, AANBEVELINGS EN SLOT	125
6.1	Inleiding	125
6.2	Tipiese foute en die skynbare agteruitgang in prestasie	125
6.3	Diskriminasiewaardes van items en die skynbare agteruitgang in prestasie	126
6.4	Die aard van die Wiskundeleerstof en die skynbare agteruitgang in prestasie	127
6.5	Die verloop van die leer- en denkprosesse in Wiskunde en die skynbare agteruitgang in prestasie	128
6.6	Die instelling en houding van leerlinge en die skynbare agteruitgang in prestasie	128
6.7	Die metodes van onderrig en die skynbare agteruitgang in prestasie	128
6.8	Afrikaanssprekende- en Engelssprekende leerlinge en die skynbare agteruitgang in prestasie	129
6.9	Seuns en dogters en die skynbare agteruitgang in prestasie ..	130
6.10	Aanbevelings	130
6.11	Slot	131
	BIBLIOGRAFIE	132
	WERKE GERAADPLEEG	133

TABELLE

TABEL		Bladsy
1.1	Steekproef van leerlinge wat in 1963 getoets is	3
4.1	Gemiddeldes, standaardafwykings, betroubaarheid, skeefheid en kurtose van die voorlopige toetse	64
4.2	Gemiddeldes, standaardafwykings, betroubaarheid, skeefheid en kurtose van Algebra Vorm D	66
4.3	Aantal items in intervale van 20% volgens die moeilikheidswaardes	71
4.4	Moeilikheds- en diskriminasiewaardes van 'n aantal items ...	72
4.5	Gemiddelde prestasies van leerlinge met dieselfde I.K.'s	75
5.1	Responsies op Vorm Z, item 14	84
5.2	Responsies op Vorm P, item 13	85
5.3	Responsies op Vorm S, item 5	87
5.4	Responsies op Vorm Q, item 5	88
5.5	Responsies op Vorm X, item 16	89
5.6	Responsies op Vorm W, item 17	90
5.7	Responsies op Vorm W, item 24	92
5.8	Responsies op Vorm W, item 32	93
5.9	Responsies op Vorm Q, item 31	93
5.10	Responsies op Vorm Z, item 31	94
5.11	Responsies op Vorm Q, item 32	95
5.12	Responsies op Vorm R, item 32	96
5.13	Responsies op Vorm S, item 31	97
5.14	Responsies op Vorm P, item 28	98
5.15	Responsies op Vorm Y, item 28	99
5.16	Responsies op Vorm R, item 30	100
5.17	Responsies op Vorm Z, item 29	101
5.18	Responsies op Vorm X, item 11	103
5.19	Responsies op Vorm Z, item 11	104
5.20	Responsies op Vorm P, item 10	105
5.21	Responsies op Vorm X, item 34	106
5.22	Responsies op Vorm W, item 37	108
5.23	Responsies op Vorm S, item 34	110
5.24	Responsies op Vorm S, item 37	110
5.25	Responsies op Vorm X, item 36	112
5.26	Responsies op Vorm D, item 12	115
5.27	Responsies op Vorm D, item 33	116

1.1 Oriëntasie

1.1.1 Ontstaan van die probleem

In 1963 is onder andere, 'n aantal Algebra-toetse op Suid-Afrikaanse, blanke leerlinge in st. 7, 8 en 9 toegepas. Uit die gemiddelde toetstelsings blyk dat st. 9-leerlinge beduidend (op die 1%-peil) beter presteer as leerlinge in st. 8 en lg. weer beduidend (op die 1%-peil) beter presteer as leerlinge in st. 7. In 'n foute-ontledingsverslag (1, 13, 14) i.v.m. hierdie toetse is egter opgemerk dat leerlinge in st. 7 in sommige items beter of net so goed presteer as leerlinge in st. 8 of st. 9, en dat leerlinge in st. 8 soms beter of net so goed presteer as leerlinge in st. 9. Hierdie verskynsel het aanleiding gegee tot die probleem van skynbare agteruitgang in die prestasies van leerlinge van st. 7 na st. 9. As ook in ag geneem word dat die meeste van die items in die toetse nie moeilik is nie, maar bestaan uit vrae waarin 'n basiese kennis van, vaardigheid in en begrip van die leerstof verwag word, bied die verklaring as sou dit maar 'n toevallige verskynsel wees, nie 'n bevredigende oplossing nie.

Begripsuitbreiding in die Wiskunde word soms vergelyk met die wentelgang van 'n spiraaltrap waarin jy jouself na elke siklus op 'n hoër vlak bevind. Kennis en begrippe word dus eerder verdiep en verryk as wat dit vergeete sou raak as gevolg van onbruik. In 'n inhoudsvak soos Geskiedenis verwag 'n mens veel eerder dat sekere dele wat in st. 7 laas behandel is, nie meer so goed onthou sal word deur leerlinge in st. 9 nie as wat dit deur die leerlinge in st. 7 onthou word wat dit so pas klaar behandel het.

In bogenoemde verslag word baie kortliks verwys na die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie. In hierdie ondersoek sal heelwat meer items ontleed word om meer lig te werp op die voorkoms van die teenstrydigheid en om moontlike verklarings daarvoor te probeer vind.

1.1.2 Doelstelling

Hierdie studie word onderneem om 'n antwoord te vind op die reeds genoemde probleem van skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge in sommige items van die N.B.-Wiskundetoetse. Nie slegs 'n kwantitatiewe ontleding nie, maar ook 'n kwalitatiewe ontleding word gedoen van die prestasies van leerlinge in st. 7, 8 en 9 in die Wiskundetoetse wat in 1963 vir itemontleding en weer in 1967 tydens die landswye Talentopname toegepas is.

Hiermee sal dan ook gepoog word om lig te werp op die oorsake van

foute in die Wiskunde, asook op die verloop van leer en denke in die Wiskunde in soverre as wat dit verband hou met hierdie probleem van skynbare agteruitgang in die prestasies van leerlinge van st. 7 na st. 9.

1.1.3 Die veld van ondersoek

Hierdie studie is direk gemoeid met die resultate van leer en denke in die Wiskunde. In besonder het dit betrekking op die meting van basiese kennis en begrippe in Algebra, asook vaardigheid in die uitvoering van eenvoudige bewerkinge.

Om 'n sinvolle ontleding van die prestasies van leerlinge te kan doen en om beter insig daarin te verkry, word eerstons 'n teoretiese ondersoek na die gangbare beskouinge van die voorstanders van die vernaamste sielkundige skole (of rigtings) oor leer en denke in die algemeen en in Wiskunde in die besonder gedoen.

In die tweede plek word 'n teoretiese ondersoek na die oorsake van foute in die Wiskunde gedoen. Die resultate van empiriese ondersoeke wat reeds in die verband gedoen is, word ook kortliks opgesom.

Indien een groep leerlinge beter presteer as 'n ander groep leerlinge in 'n bepaalde item, beteken dit ipso facto dat laasgenoemde groep leerlinge meer foute as eersgenoemde groep leerlinge maak. Om enigsins lig te kan werp op die skynbare agteruitgang in prestasie, is dit dus noodsaaklik om op 'n introspektiewe wyse te kyk na die foute wat deur die onderskeie groepe leerlinge gemaak word. Daarna moet ook gelet word op ander faktore soos die samestelling van die groep leerlinge self wat 'n besondere fout gemaak het en watter denkwyses moontlik gevolg is deur leerlinge wat die fout gemaak het. Hieruit kan moontlike gevolgtrekkings of afleidings gemaak word.

1.1.4 Metode van Ondersoek

Agt verskillende Algebratoetse wat elk uit 52 vyf-keuse-vrae bestaan, is in Februarie 1963 op 'n landswye steekproef van Afrikaans- en Engels-sprekende leerlinge in standerds 7, 8 en 9 toegepas (kyk tabel 1.1).

/3 Tabel 1.1....

TABEL 1.1

STEEKPROEF VAN LEERLINGE WAT IN 1963 GETOETS IS						
ST.	TAAL	TVL.	KAAP	NATAL	OVS	TOTAAL
7	A	263	123	-	58	444
7	E	217	163	66	-	446
8	A	239	131	-	59	429
8	E	232	174	73	-	479
9	A	160	92	-	60	312
9	E	211	131	73	-	415

'n Itemontledingsprogram is m.b.v. die resultate uitgevoer. Die volgende berekeninge vir elke standaard en taalgroep vir elke toets is met behulp van 'n IBM-360 rekenoutomaat gedoen: die gemiddelde toetstellings, standaardafwykings, metingsfoute, betroubaarheid, skeefheid en kurtose, die aantal leerlinge wat elke item gedoen het, die proporsie leerlinge wat 'n item reg het, die item-standaardafwyking, diskriminasiewaarde, die persentasies leerlinge wat 'n item nie gedoen het nie en die persentasies leerlinge wat elke responsie gekies het, en die frekwensieverspreidings van die rounpunte vir elke toets asook die kumulatiewe frekwensies.

In Augustus 1967 is 'n finale Algebratoets nl. Vorm D tydens die landwye Talentopname program op 'n steekproef st. 8-leerlinge toeges. Uit 'n lys van al die skole in die Republiek en S.W.A. is elke vierde skool getrek (dus 25% van al die skole is getoets).

Uit 'n totaal van $\pm 8,800$ leerlinge wat die Algebratoets gedoen het is 441 Afrikaanssprekende en 442 Engelssprekende leerlinge op 'n sistematiese wyse getrek. Hierdie leerlinge se punte in 'n objektiewe meetkundetoets en 'n I.K.-toets wat terselfdertyd afgeneem is, is ook gebruik vir korrelasie-berekeninge met die Algebratoetspunte. 'n Nuwe itemontledingsprogram waarin o.a. ook die gemiddelde toetstellings gegee word van elke groep leerlinge wat die verskillende responsies gekies het, is gebruik vir die verwerking van die 1967-toetsresultate.

'n Aantal items waarin die genoemde verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie opgemerk is, is geselekteer vir nadere ondersoek. Nadat kwantitatief vasgestel is watter responsies deur die grootste persentasies leerlinge gekies is, is kwalitatief ondersoek ingestel na die wyses waarop leerlinge tot die keuse kon geraak het. Dit word gedoen in die lig van 'n deurtastende literatuurstudie van leer en denke en die oorsake van foute in die Wiskunde soos ook in die vorige paragraaf genoem

is.

Hier word dus hoofsaaklik gebruik gemaak van die deskriptiewe metode van ondersoek. Objektiewe prestasietoetse (gestandaardiseerd en ongestandaardiseerd) word gebruik vir die versameling van die gegewens en statistiese metodes vir die organisasie en verwerking van die gegewens.

1.1.5 Program van Onderzoek

Ter inleiding is 'n oriëntasie ten opsigte van die probleem, die doel van die ondersoek, die vold van ondersoek en die metode van ondersoek gegee. Vorderaan in hierdie hoofstuk word agtergrondgegewens in verband met die standardisasie van die N.B.-Wiskundetoetse en die gebruik van een van die finale toetse in die 1967-Talentopname Program, duidelikheidshalwe gegee.

In hoofstuk 2 word getrag om na aanleiding van 'n deurtastende literatuurstudie van die gangbare beskouinge aangaande leer en denke in die algemeen en in Wiskunde in die besonder, te kom tot 'n eie siening van leer en denke met die oog op moontlike verklarings van die verskynsel van skynbare agteruitgang in die prestasies van leerlinge in 'n aantal items van bogenoemde Wiskundetoetse.

In hoofstuk 3 verskyn 'n oorsig oor die gangbare teoretiese beskouinge aangaande en die vernaamste empiriese bevindinge ten opsigte van die oorsake van foute in die Wiskunde om lig te werp op bogenoemde probleem.

In hoofstuk 4 word faktore wat die resultate in hierdie ondersoek moontlik kon beïnvloed het, in berekening gebring.

In hoofstuk 5 volg dan die ontleding en vergelyking van die itemstatistieke om verklarings te vind vir bogenoemde probleem.

In hoofstuk 6 word die bevindings saamgevat en sekere aanbevelings gedoen.

1.2 Agtergrond

1.2.1 Standaardisasie van die Wiskundetoetse

Gedurende die eerste kwartaal van 1963 is agtvoorlopige Algebratoetse, as deel van 'n battery skolastiese prestasietoetse, op 'n steekproef van 102 skole in die Republiek en S.W.A. (op 2,525 Afrikaans- en Engels-sprekende leerlinge in st. 7, 8 en 9) met die oog op itemontleding toegepas. Naas die Algebratoetse was daar ook toetse in Rekenkunde, Geskiedenis en Algemene Wetenskap. Elke skool het nie al die toetse toegepas nie, maar ten minste een toets in elk van die vier vakke.

Die doel van die Algebratoetse was om leerlinge se kennis van basiese

begrippe en bewerkinge, asook vaardigheid daarin, te toets. Die toetse is eintlik opgestel vir leerlinge in st. 7 en 8, maar aangesien dit gedurende die eerste kwartaal toegepas is, is st. 9-leerlinge ook daarby betrek. Op grond van die itemontleding-gegevens, is die beste items geselekteer vir die samestelling van die finale toetse wat gedurende die derde kwartaal van 1964 op leerlinge in st. 7 en 8 vir normberekening toegepas is.

In die proses van itemontleding is 'n noukeurige studie van elke item in die toets gemaak. Daar is veral gelet op die persentasie leerlinge wat die item reg het (dit verskaf die moeilikheidswaarde van die item); die persentasies leerlinge wat die verskillende responsies gekies het; en of die item diskrimineer tussen goeie en swak presteerders (dit is die diskriminasiewaarde van die item).

1.2.2 Gebruik van die Wiskundetoetse in Talentopname

'n Groot verskeidenheid toetse is aan die begin van Augustus 1967 op st. 8-leerlinge in die Republiek en S.W.A. toegepas. Ongeveer 200 skole (dit is 'n kwart van die universum van skole) het die breë program van Talentopname toegepas, dit is, al die toetse is deur hierdie leerlinge gedoen. Die leerlinge in die ander skole het slegs 'n biografiese vraelys voltooi en 'n intelligensietoets gedoen.

Die subtoets Algebra Vorm D, wat in 1964 gestandaardiseer is, is op ongeveer 8,800 leerlinge in st. 8 wat Wiskunde neem, toegepas. 'n Tien-persent steekproef van hierdie leerlinge is getrek wat dan gebruik is om itemontledingsberekeninge vir seuns en dogters apart te doen asook om korrelasies tussen die Algebratoetstellings, die Meetkundetoetstellings en I.K.-tellings van leerlinge te bereken.

BIBLIOGRAFIE

1. DEPARTEMENT VAN ONDERWYS, KUNS EN WETENSKAP. 'n Foute-ontleding van 'n aantal vyf-keuse-vrae van die N.B.-Wiskundetoetse, toegepas vir itemontleding op leerlinge in standerds sewe, agt en nege. Deur W. Verhoef en J.F. Vorster. Navorsingsreeks No. 59. Pretoria, Nasionale Buro vir Opvoedkundige en Maatskaplike Navorsing, 1967.

HOOFSTUK 2

DIE LEER- EN DENKPROSESSE

2.1 Inleiding

Soos hierbo aangedui, is die doel van die ondersoek om die prestasies van leerlinge in Wiskunde in sts. 7, 8 en 9 te ontleed en die agteruitgang in prestasie van leerlinge in individuele items te verklaar. Om moontlike verklarings vir die skynbare agteruitgang van prestasie in die betrokke items van die objektiewe toetse te vind, moet 'n vaste uitgangspunt gesoek word. Dit kan gevind word in 'n beskouing aangaande leer en denke, omdat die prestasies van leerlinge in die Wiskunde ten nouste saamhang met hul kennis en denke. Aangesien kennis en denke ten nouste verbonde is aan leer, moet enige ontleding van prestasie gegrond wees in 'n bepaalde siening van leer en denke.

Ten einde te kom tot 'n verantwoordbare siening van leer en denke is 'n deurtastende studie van die betrokke literatuur onderneem. Hieruit blyk dat die volgende denkstrominge oor hierdie onderwerpe ernstige besinning verg: die beskouinge van die assosiasiesielkundiges, die veldteoretici, die denkpsigoloë, Piaget se skool en die fenomenologiese psigoloë.

Daar moet verder gelet word op die feit dat leer en denke onderskeibare begrippe is alhoewel daar veral ten opsigte van die hoëre intellektuele- of denkprosesse 'n besliste kongruensie tussen die twee bestaan (1, 258; 2, 271). Terwille van duidelikheid sal die aandag vervolgens in die eerste plek op die beskouinge van bogenoemde groepe aangaande leer gevestig word; in die tweede plek sal die beskouinge van gemelde groepe oor denke in oënskyn geneem word; en in die derde plek sal gangbare beskouinge aangaande leer in die Wiskunde ontleed word. In elkeen van die voorgaande drie afdelings sal getrag word om 'n eie siening te sinter wat dan later as basis van beoordeling van die empiriese gegewens ten opsigte van prestasies moet dien.

2.2 Gangbare beskouinge aangaande leer

2.2.1 Die assosiasie- of S- R-teorieë

Die assosiasieteorie het sy ontstaan alreeds by Aristoteles gehad, maar die eerste eksperimentele ondersoek in hierdie verband is eers teen die einde van die negentiende eeu deur William James uitgevoer. Thorndike en Woodworth het James se teorie verwerk en die leerproses

verklaar as synde response op stimuli. Hulle glo dat leer eerder plaasvind deur probeer-en-tref. Hierdie proses verbind gaandeweg elke respons met sy korrekte stimulus. Thorndike kom tot die gevolgtrekking dat wanneer 'n leerder in 'n nuwe situasie te staan kom, hy gebruik maak van aktiwiteitspatrone wat hy reeds ken. Indien so 'n aktiwiteitspatroon nie beskikbaar is nie, voer hy verskillende aktiwiteite uit totdat die regte een getref word. Deur herhaling word steeds minder foute gemaak en word die korrekte oplossing van 'n probleem uiteindelik outomaties of meganies verkry. Hierdie leer berus op assosiasievorming, ook bekend as konneksionisme. Dit is dus gebaseer op gewoontevorming, die sterkte van die gewoontes hang af van die sterkte van die assosiasies wat gevorm is. Hierdie konneksionisme is as sodanig ook bekend as die oorspronklike, basiese prikkelreaksieteorie van leer.

Thorndike het ook vasgestel op watter grondslag hierdie assosiasievorming plaasvind, en hiervoor het hy sy leerwette opgestel, bestaande uit drie hoofwette en vier bywette. Die hoofwette is:

- (a) Die wet van gebruik of oefening;
- (b) Die wet van effek of van genot en weersin;
- (c) Die wet van gereedheid.

Die bywette is:

- (a) Die wet van meervoudige reaksie;
- (b) Die houding of instelling van die organisme motiveer sy reaksie;
- (c) Die wet van analogie; en
- (d) Die wet van assosiatiewe verskuiwing (2, 208).

Watson, die groot voorstander van die Behaviourisme, het hom toegespits op die fundering van die Behaviourisme as objektiewe gedragspsigologie, in reaksie teen die heersende bewussynpsigologie (2, 207). Hy beweer dat die refleks die basiese eenheid van gedrag is en dat die beginsel van assosiasie deur die nabyheid van stimulus en respons nie net vir kondisionering gegeld het nie, maar ook vir die meer komplekse leer deur probeer-en-tref. In laasgenoemde geval het egter nog twee beginsels gegeld, naamlik frekwensie (aantal kere wat 'n stimulus-respons verbinding herhaal is) en resistentheid (dit is die tydskuur sedert die laaste suksesvolle stimulus-respons verbinding). Dit het tot die wet van effek-tipe verklaring gelei wat deur Thorndike verder uitgebou is.

Uit Thorndike se wet van effek kom die begrip van versterking, op grond waarvan die hedendaagse assosiasieteorieë soms geklassifiseer word volgens die waarde wat aan versterking as faktor by die leerproses geheg word (3, 16).

Volgens die assosiasieteorie is leer dan 'n aanpassingsproses by nuwe situasies (2, 209).

2.2.2 Die veldteorie

Koffka, Kohler en Wertheimer het in reaksie teen die assosiasieteorie van probeer-en-tref, met hul bekende Gestaltteorie na vore gekom. Hulle kom tot die konklusie dat leer deur insig geskied en dat dit die persepsie van verhoudings tussen die onderdele van die situasie behels. Hulle maak beswaar teen die beskouing dat psigiese verskynsels uit elemente opgebou word waaruit die geheel dan ontstaan, terwyl die verskillende elemente nog hulle selfstandigheid behou. Vir hulle bestaan psigiese verskynsels nie uit losstaande dele nie, maar uit 'n georganiseerde geheel of "Gestalt". Hierdie geheel is meer as die som van die dele en ontstaan en bestaan voor die dele. Die leerproses bestaan uit 'n progressiewe rangskikking waarin die leerder bewus is van die stygende of toenemende betekenisvolle verhoudings, wat insig genoem word. Hierdie deurbraak van insig wat gepaard gaan met die "aha-erlebnis" (van K. Buhler) is dus 'n essensiële kenmerk by die sintetiese opbou van 'n nuwe struktuur. 'n Kenmerk van die insig is dat dit onmiddellik daar is en ook 'n blywende bate is (1, 45).

Lewin en Tolman word as die vernaamste hedendaagse verteenwoordigers van die veldteorie van leer, beskou.

Die oorsaak van gedrag is volgens Lewin nie die fisiese wêreld self nie, maar die wêreld soos elke persoon dit individueel waarneem en interpreteer. Gedrag is dus 'n funksie van die psigologiese realiteit, dit is van die psigologiese voorstelling van die fisiese en sosiale omgewing, tesame met die persoon se innerlike behoeftes, vermoëns, gewoontes, motiewe, ideologieë, aspirasies, ens. Hierdie struktuur vorm die kern van Lewin se teorie en hy noem dit lewensruimte. Die lewensruimte bestaan dan vir Lewin uit die persoon en sy psigologiese omgewing. So gesien, sê Lewin, bevat die lewensruimte al die moontlike feite wat die persoon se gedrag op 'n gegewe moment mag beïnvloed ongeag of dit feite is waarvan die persoon bewus is al dan nie (4, 37).

Lewin sien die leerproses as een van verskeie onderling afhanklike funksies van die lewensruimte en feitlik die sinoniem van gedrag en ontwikkeling.

Leer is 'n verandering in kognitiewe struktuur (2, 215). Lewin sien 'n probleemsituasie as 'n ongestruktureerde deel van menslike lewensruimte. Namate hierdie deel gestruktureerd word, vind leer dan plaas. Hierdie strukturele verandering word deur Lewin as insig bestempel en dit impliseer 'n verandering in kognitiewe struktuur. Hierdie kognitiewe

/10 herstrukturerings....

herstrukturering, dit is insig, ontstaan as gevolg van die energie wat deur die innerlike spanningsstelsels vrygestel word. Hierdie spanningsstelsels is inwendige aktiwiteite in 'n organisme wat beskou kan word as voortbrengende

(a) beweging weg van stimuli of situasies wat spanning vermeerder;
en

(b) beweging na stimuli of situasies wat spanning verminder.

Lewin het verder eksperimenteel vasgestel dat assosiasies tussen feite en idees alleenlik plaasvind as hulle aan dieselfde spanningsstelsel behoort. Items in die geheue word dus nie deur meganiese konneksies of assosiasies gekoppel nie, maar as gevolg van die wyse waarop hulle inpas in die georganiseerde psigologiese veld as geheel, dit is as gevolg van hulle onderlinge samehang of konfigurasie. Die leerling moet dus insig verkry in die leerstof om dit te bemeester en te kan onthou (4, 184).

Lewin kritiseer drill ook as 'n goeie leermetode. Hy beweer dat te veel herhaling lei tot 'n oorversadiging van die behoefte en tot desintegrasie van die kognitiewe struktuur wat opgebou is (4, 184).

Lewin verstaan onder leer ook 'n verandering as gevolg van motivering. Hierin sien hy die leersituasie as 'n beloningssituasie of as 'n straf-situasie. Eersgenoemde aktiwiteite word dikwels interessant as gevolg van 'n intrinsieke motivering terwyl laasgenoemde oninteressant word, aangesien die intrinsieke motivering afwesig is. Hy beskou motivering as 'n dinamiese aktiwiteit uitgaande van die persoon self en nie as 'n blote reaksie op 'n prikkel nie.

Tolman probeer om in sy "sign-gestalt" teorie 'n brug te bou tussen veldteorieë aan die een kant en assosiasieteorieë aan die ander kant. Die mees karakteristieke in sy teorie is die beskouing dat alle leer "sign learning" is. Tolman se standpunt is dat leer tot kennis of kennisies lei in plaas van tot stereotipe reaksies of gewoontes. Die leerder leer deur gebruikmaking van simbole en is gedurig besig om die betekenis daarvan te leer en nie slegs reaksies op prikkels nie. Stimuli wat enige veld of situasie omvat het positiewe of negatiewe potensie, nie as gevolg van enige inherente eienskappe of fisiese kragte wat hulle op die organisme uitoefen nie (in die sin van graviteit of magnetisme), maar omdat dit "sign value or significance" aangeneem het, wat in die finale ontleding as iets inwendigs in die organisme beskou word (5, 324).

Tolman het sy teorie verskeie kere gewysig en staan eintlik iowers tussen die assosiasie- en veldteorieë. Sy teorie is Behaviouristies daarin dat hy introspeksie as metode verwerp en konsentreer op objektief-waarneembare gedrag. Volgens hom is gedrag doelgerig en die besondere

bewegings of stappe in die bereiking van die doel is minder belangrik as die begeerte om daar te kom. "This theory suggests that the learner does not have to be pushed and prodded through each step of the learning process, and he is learning general meanings rather than specific movements; therefore, he can be taught rather than trained" (6, 25).

2.2.3 Die denkpsigologiese beskouinge

Vir die voorstanders van die denkpsigologie is leer onafskeidelik verbonde aan denke (7, 29). In teenstelling met die assosiasiepsigologiese opvatting van 'n meganiese denkverloop, beklemtoon die Würzburgse skool die rol wat die instelling van die persoon speel by denke. Hulle wys ook op die doelgerigtheid van die denke en op die onaanskoulike karakter van die denkproses.

Frohn, 'n leerling van Lindworsky, het in Keulen die denke van doofstom kinders ondersoek en bevind dat 'n oormaat van voorstellinge of aanskoulikheid die denkverloop kan hinder. Op grond van hierdie ondersoeke en dié van Sassenfeld en Schäfer word die bewussynslaeteorie opgestel waarin drie lae of vlakke (niveau's) onderskei word, naamlik die aanskoulike, skematiese en abstrakte lae. Daar is nie absolute skeidslyne tussen die lae nie. Die denke moet eerder gesien word as 'n op-en-af beweging tussen hierdie lae. By die verwerwing van insig in 'n bepaalde deel van die leerstof sal in die eerste plek duidelike voorstellings (uit direkte sintuiglike ervaring) gevorm word, waarna 'n algemene beeld of struktuur gevorm word wat dan oorgaan in die abstrakte laag as voltooiing van die begrip of as relasiebesef (insig).

Die doelgerigtheid, samehang en die onaanskoulikheid van die denkproses word verder uitgewerk deur Selz. Die denктаak bepaal via die skematiese antisipasie die verskillende oplossingsmetodes. Selz beweer dat die leerling die oplossingsmetodes sy eie kan maak en dat die proses onskeidbaar is van aanleg- en rypingsfaktore. Dit beteken dat die leerder wel deur iemand anders gehelp kan word om 'n oplossing of insig te verkry (8, 5).

Die teorie van die stratiformiteit van die denke word deur Van Parreren (9) ontwikkel onder invloed van die gestaltpsigoloog, D. Katz. Dit gaan hoofsaaklik om die invloed wat die strukturering van die waarnemingsveld op die denke het. Daar word onderskei tussen outonome en intensionele leer. Outonome leer ontwikkel sonder die aktiewe deelname van die leerling. Daar is outonome wette wat die verloop van die leerproses in afhanklikheid van die struktuur van die leermateriaal bepaal (7, 30). Die ontstaan van 'n handelingstruktuur, dus leer, kan op tweeërlei wyse

geskied, naamlik

- (a) deur die werking van die intensie; en
- (b) onbewustelik, volgens outonome wette.

Naas outonome prosesse wat die intensie teëwerk, is daar ook outonome prosesse wat meewerk om intensionele handeling te bevorder (9, 93).

Van Parreren sien as funksies van intensionele leer:

- (a) Die insien van verwantskappe om die leerproses aan die gang te kry; en
- (b) Die korrektiewe optrede van die intensie by onvoldoende handelingstrukture om die regte koers van die handeling te bepaal. Daar ontstaan mettertyd direkte spesifieke verbindings (valensies) tussen waarneming en reaksie. Valensies of die vorming daarvan bevorder die oorgang van 'n kognitiewe na 'n nie-kognitiewe handelingstruktuur. In 'n vër gevorderde leerproses sal die intensionele en outonome faktore nou inmekaar vervleg wees. In die grondlaag verloop dan die deur materiaalbepaalde outonome leer, en vanuit die rasonale bolaag (intensie) kan die rigting van die leerakt beïnvloed word deur intensionele en intellektuele faktore.

Die begrippe intensie en valensie verwys na twee aanvullende prosesse in die denke. Die begrip intensie wys op die psigiese proses wat binne in die persoon verloop. Die begrip valensie dui die dinamiese invloede op die gedrag van die persoon aan, uitgaande van die waarnemingsituasie (10, 296).

Van Gelder en Prins (11, 48 en 49) is van mening dat die ondersoek van Van Parreren betreffende die betekenis van die valensiewerking in die outonome leerproses 'n nadere uitwerking is van die verloop van die denke in die aanskoulike denklaag van die Keulse skool. Hulle beskou ook die ontwerp wat Van Parreren gee aan die stratiformiteit van die denke as 'n nadere uitwerking van die bewussynslaeteorie van Sassenfeld.

2.2.4 Fenomenologiese beskouinge van leer

Volgens Sonnekus (2, 226) word leer in sy geheel binne die leer-situasie gekenmerk deur " 'n intensionele, gerigte, handelende, ontdekkende aktiwiteit van die subjek, wat sig ten doel stel, die ontdekking en ordening van 'n geheel van gegewens, in die vorm van 'n strukturele, geordende, sinvolle samehang, op die basis van 'n affektiewe ervaring en belewing van die situasie".

Leer begin in 'n toestand van onbekendheid van iets wat bekend kan word op grond van die gerigte, handelende soeke van die subjek en op grond van die ontdekking van die in-die-objekgeleë ordeningsprinsipes. Die soeke na, en die ontdekking van ordeningsprinsipes sluit in: Aanskoulike ordeningsprinsipes in die leermateriaal self, en minder aanskoulike of ook onaanskoulike ordeningsprinsipes, wat ontstaan op grond van die vorming, leer en denke wat die subjek ervaar tydens die leer.

Daar word onderskei tussen drie vorme van leer by die mens, te wete intensionele leer, insidentele leer, en onbewuste leer. By intensionele leer is die subjek bewustelik ingestel op die leerakt. Insidentele leer vind terloops plaas en ontstaan op 'n outonome wyse sonder die daadwerklike bemoeiing van die lerende persoon. Dit kan egter lei tot bewustelike leer en selfs op indirekte wyse tot die ontstaan van 'n leerintensie. Onbewuste leer ontstaan ook op 'n outonome wyse, maar kan nie lei tot 'n bewustelike ken of wete van leer nie.

Ter onderskeiding van intensionele en outonome leer kan vermeld word dat intensionele leer dui op leer uitgaande van 'n bepaalde intensie van die persoon onder invloed van 'n geestelike gebeure wat voltrek word binne die persoon. Outonome leer daarenteen, dui weer op die dinamiese invloede wat uitgaan van die leersituasie self, in besonder van die leermateriaal, op so 'n wyse dat dit die leer van die persoon beïnvloed (2, 227).

Verder word onderskei tussen kognitiewe en nie-kognitiewe leer. Kognitiewe leer hou in 'n bewustelike soeke na en begryping van die leersituasie in sy onderlinge verbande, verhoudinge en samehange. By nie-kognitiewe leer ontbreek die kognitiewe strukture soos weet, ken, soek, ontdek, oordeel, besluit, verstaan, begrip, insig, ens. (2, 228-230). Kognitiewe leer bly egter nie onbepaald voortbestaan nie, maar gaan oor in nie-kognitiewe leer wat ook as 'n outomatisme bekend is. Van Parreren noem dit die prinsipe van die stratiformiteit of ~~gelaagtheid~~ van die leerproses.

In teenstelling met 'n suiwer kwantitatiewe beoordeling van die leerresultaat soek die fenomenoloog na 'n kwalitatiewe, strukturele beoordeling van leer en gaan dit om die vraag hoe 'n persoon 'n bepaalde prestasie lewer. Die leerresultaat as prestasie berus op 'n bepaalde kwalitatiewe handelingstruktuur. Soos die woord aandui, gaan dit om die aard van die struktuur van die handeling tydens die leerverloop.

Intensionele leer begin met 'n leerintensie wat gerig is op kognitiewe verkenning van die leerobjek, en wat, namate die verskillende ordeningsprinsipes ontdek en beheers word, oorgaan in 'n nie-kognitiewe handelingstruktuur wat 'n outomatisme is (2, 235).

Die rol wat die leermateriaal speel by die ontstaan van kwalitatiewe verloopsvorme in leer of handelingstrukture in die vorming van valensies kom ook onder die soeklig. Lewin was die eerste persoon wat daarop gewys het dat objekte in die omgewing van 'n mens 'n oproepkarakter vertoon. Elke objek besit 'n valensie vir bepaalde aktiwiteite. 'n Omgekeerde, te wete, 'n afstotingsinvloed kan ook uitgaan van objekte sodat 'n persoon dit dan sal vermy (4, 91 en 125). Van Parreren het veral die valensiewerking van leermateriaal op die voorgrond gebring. Valensievorming vind plaas sonder die direkte intensioneel-aktief-gerigte handeling van die persoon. Dit geskied dus op 'n outonome wyse, uitgaande van die leer-objek. In baie gevalle sal valensiewerking selfs onbewus plaasvind. Suksesvolle valensievorming vereis 'n bepaalde instelling by 'n persoon, anders vind dit nie plaas nie (2, 236-237).

Alhoewel valensies nou verband hou met waarneming, is dit nie noodwendig daaraan verbonde nie, en is valensievorming dus ook nie dieselfde as assosiasievorming nie. Deelname van die persoon ter bekragtiging van die valensievorming, d.w.s. 'n bepaalde aktiewe instelling, is 'n verdere vereiste van valensievorming. Valensievorming vind dus nie outomaties plaas nie, terwyl assosiasievorming wel outomaties saam met waarneming as konneksies optree (2, 237).

Valensievorming speel ook 'n belangrike rol by aktiewe strukturering (beplande wyse van aanpak) en eksplisitering (reseptiewe instelling). Die aard van die handelingsmateriaal, byvoorbeeld die aanskoulike inhoud daarvan, die mate van geordendheid en die moontlikheid van ordening, sal grootliks die mate van beplanning en aanpak by die aktiewe strukturering beïnvloed. Dit beteken dat die aard van die leermateriaal, weens die uitnodiging of appél daarvan, die leerintensie en sy verband met aktiewe strukturering versterk of verswak. So sal materiaalfakore as synde verantwoordelik vir die outonome ontstaan van leer, òf aansluit by die leerintensie en dit versterk òf 'n remmende invloed daarop uitoefen (9, 93).

Die aard van materiaalfaktore en die sterkte van die valensie-appél wat uitgaan van die leermateriaal sal in 'n groot mate die eksplisitering as 'n ontvanklike verloopsvorm van leer wat op grond van outonome faktore ontstaan, bepaal. Valensievorming bevorder die oorgang van 'n kognitiewe na 'n nie-kognitiewe handelingstruktuur. Deur valensiewerking word dus makliker tot outomatismes as eindresultaat gekom (2, 238).

Skematisering of patroonvorming as verloopsvorm van leer word onderskei van valensievorming al sou dit veel verder gaan. Dit dien ook as basis vir die oorgang van kognitiewe handelingstrukture na nie-kognitiewe verloopsvorme of outomatismes.

Die vorming van patrone of skemas (skematisering of sisteemvorming) vind volgens Van Parreren in drie stadia plaas:

- (a) Konstruering van 'n modelskema: Ordening vind plaas aan die hand van modelskemas waarin samehange tussen ordeningsprinsipes ontdek word en waarin verbandsiening, begryping en insig optree.
- (b) Konstruering van 'n etiketskema: Die modelskema verander van karakter, dit word eerder 'n kategorie of geordende skema, dus 'n etiket, op meer abstrakte vlak wat sonder die leiding van die modelskema kan funksioneer. Dit is 'n simboolskema wat op 'n hoër, abstrakte peil van leer funksioneer as die modelskema, en wat ook die derde stadium voorafgaan.
- (c) Vorming van outomatismes: Die kognitiewe handelingstruktuur verander na outomatismes om aldus as kognitiewe leervorm te verdwyn en oor te gaan in nie-kognitiewe leer (2, 239).

Hierdie skematisering van leer hou nou verband met valensievorming as gevolg van die rol wat materiaalfaktore speel. Aangesien valensievorming ontstaan in die aanskoulike waarnemingsobjek en tot verbindings tussen die objek en subjek lei, sluit dit ook aan by die ontstaan van skemas of patrone, en dikwels vind leer ook plaas as 'n kombinasie van valensievorming en skematisering (2, 239).

2.2.5 Piaget se stadia van ontwikkeling

Piaget beskryf intellektuele ontwikkeling in terme van drie opeenvolgende stadia van ontwikkeling. Die ouderdomsgrense vir elke stadium word nie skerp afgebaken nie en wissel van een groep persone na 'n ander as gevolg van faktore soos rypheid, vorige ondervinding van individuele persone, motivering, kulturele en sosiale omgewing en agtergrond (12, 54).

In elke stadium van ontwikkeling is daar 'n periode van wording ("genesis") en 'n periode van verryking of verdieping. Laasgenoemde word gekarakteriseer deur 'n progressiewe organisasie van 'n saamgestelde struktuur van verstandsaktiwiteite ("mental operations"). Struktuur is per definisie stelsels verstandsaktiwiteite wat definitiewe wette van samestelling gehoorsaam, byvoorbeeld die wiskundige wette van 'n groep en 'n veld. As 'n kind 'n sekere struktuur geleer het en verstaan, dui dit daarop dat hy daartoe in staat is om 'n groot aantal afgebakende bewerkinge of aktiwiteite wat oënskynlik min in gemeen het, te kan verbind tot 'n eenheid.

Vir Piaget is die voordeel van struktuurvorming daarin geleë dat dit die reduksie van 'n reeks oënskynlik onafhanklike skemas van bewerkings tot 'n eenheid op 'n hoër vlak bevorder.

Elke struktuur bevat terselfdertyd die bereiking van een stadium se einde en die beginpunt van die volgende stadium. Vorige strukture word geïntegreer by en vorm 'n deel van 'n volgende struktuur (12, 54).

In Piaget se uiteensetting van die ontwikkeling van die meganismes van kennishemagtiging, beweer hy dat dit nie aan die hand van enige van die bestaande faktore soos ryping, leer op grond van ervaring of sosiale oordrag, en assosiasievorming verduidelik kan word nie, en stel hy die hipotese dat 'n ander faktor, naamlik soeke na ewewig ("equilibration"), daarby in aanmerking geneem moet word. Vir Piaget is die funksie van gedrag om 'n ewewigstoestand tussen die individu en sy omgewing te handhaaf. Versteuring van die ewewig veroorsaak 'n behoefte en die persoon probeer dan om die behoefte te bevredig en om 'n ewewigstoestand te herwin. Die funksionele invariante prosesse wat hierby betrokke is, is gemeenskaplik aan beide biologiese en psigologiese ontwikkeling. Die belangrikste van hierdie prosesse is assimilasië en akkommodasië. Assimilasië kom voor wanneer 'n individu ook al 'n respons maak. Dit betrek die aktiwiteite wat ontstaan as gevolg van 'n persoon se konfrontasie met 'n voorwerp en die veranderinge voortgebring in die persoon as gevolg van sy optrede. Die aktiwiteitspatrone word gekoppel aan objekte en die objekte self word geassimileer in die aktiwiteitspatrone. Die inwerking van die omgewing op die persoon het weer te doen met akkommodasië. Omgewingsveranderinge of hindernisse dwing sekere response af, of dwing die persoon tot wysiging van sy response en die individu pas homself dienoooreenkomstig aan (12, 56).

Operasionele strukture - konkreet sowel as formeel - speel 'n rol in die behoud van ewewig. Dit voorsien die strukturele element in die "anticipatory schemata" wat die intellektuele prosesse beheer, en stel die individu in staat om, wanneer hy met 'n probleem gekonfronteer word, idees of aktiwiteite wat relevant is daarby te betrek (12, 57). Wallace stel dit as volg: "Intellectual development, thus, represents a constant progression from a less to a more complete equilibrium, which is not a static state, but an active system of compensations, not a final conclusion, but a new starting point to higher forms of mental development" (12, 57).

2.2.6 Gevolgtrekking

Uit bostaande oorsig van gangbare beskouinge oor die leerproses is dit baie duidelik dat geen unitaristiese beskouing kan standhou nie. Saam met Van Gelder en Prins (8, 51) moet gekonstateer word dat daar geen algemene leerteorie is nie, maar slegs analyses van enkele van die vele deelprosesse wat gesamentlik die leerproses uitmaak.

Aan die een kant is daar die leerstof- of materiaalfaktore wat 'n invloed uitoefen op die prosesse wat plaasvind tydens leer. Dit sluit in die vorming van valensies, outonome prosesse en interferensie. Waarneming word gekleur deur die aanskoulike hoedanighede van die stof in die eerste plek, maar ook deur die instelling, houding en motiewe van die leerder. Die leervermoë speel 'n baie belangrike rol in die individuele verloop van die leerprosesse by elke leerling, en by die verwerwing van insig in die leerstof - by die sogenaamde deurbraak van die insig.

Die feit dat daar verskillende vorme van leer bestaan, moet dus erken word. Daar is egter nie absolute grense tussen die vorme nie en een vorm van leer, soos byvoorbeeld intensionele leer, kan oorgaan in 'n ander vorm, soos byvoorbeeld outonome leer. Die ontstaan van outomatismes is 'n verskynsel wat nie ontken kan word nie en die vorming van valensies, wat o.a. 'n bydrae lewer tot die ontstaan van die outomatismes, is 'n proses wat deel uitmaak van die vele deelprosesse hierbo genoem.

Aangesien daar egter so 'n nou verband is tussen leer en denke, veral wat die hoër intellektuele prosesse aanbetref, sal beskouinge aangaande die denke van naderby ondersoek word.

2.3 Beskouinge aangaande denke

2.3.1 Die assosiasieteorie

John Locke het beweer dat die menslike psige aanvanklik 'n "tabula rasa" is wat gevul word deur sensasies (uitwendige ervarings) en refleksies (inwendige ervarings) en dat groot geestelike komplekse uit hierdie eenvoudige elemente deur assosiasie ontstaan.

Die 19e eeuse assosiasiepsigoloog het op die voetspoor van Locke die bewussynslewe van die mens gereduseer tot 'n opeenvolging van gewaarwordinge en voorstellings en het ook die denke herlei tot 'n suiwer assosiatiewe aaneenskakelingsproses van voorstellings. So beweer Herbart dat die psige in die laaste instansie bestaan uit voorstellings. Hierdie voorstellings is nie alleen self die kragte van die siel nie, maar bepaal ook die werklike handeling en gebeure waardeur die siel staande bly.

Sonder voorstellinge hou die siel dus op om te bestaan. Daar moet dus steeds 'n voldoende hoeveelheid voorstellinge, deur aanskouing aangebring, voorsien word. Hierdie nuwe voorstellinge sal met die reeds bestaande voorstellinge, genoem appersepsiemassas, verbind of assosieer, om aldus nuwe appersepsiemassas te vorm. Denke sou nou bestaan in die reproduksie of opduik van voorstellingskomplekse op grond van snelle en akkurate assosiasies.

2.3.2 Die denkpsigoloë

Die Würzburgse skool van Külpe het aangetoon dat daar ook volledige onaanskoulike elemente by denke voorkom. Enersyds kan die aanskoulike elemente, soos voorstellinge, wel die denke steun (byvoorbeeld as verifikasie van die oplossing van 'n probleem), maar andersyds kan voorstellinge ook die denke belemmer of rem (13, 1).

Teenoor die meganistiese denkverloop van die assosiasiepsigologie, word die instelling van die persoon, die Ek, op die voorgrond gestel. Op die wyse word die denkoperasie ook ondergeskik gestel aan die wil. By voltooiing van 'n denктаak ervaar die persoon 'n sterk handelingsbewussyn. Denke beteken dus 'n aktiwiteit, uitgaande van die persoon of Ek (2, 248).

Aansluitend hierby is die doelgerigtheid van die denke ook sterk beklemtoon (2, 248 en 249).

Die Keulse denkskool kom veral deur die werk van Lindworsky en Sassenfeld tot 'n meer gedifferensieerde denkteorie. Hulle onderskei denke as bestaande uit drie lae, bekend as "Schichten", naamlik die aanskoulike, skematiese en abstrakte denklae. Wat die denkinhoud van die onderskeie lae betref, bevat die aanskoulike laag individuele aanskoulike voorstellinge afkomstig uit die sintuiglike waarneming. In die skematiese laag is die oorspronklike aanskoulike voorstellinge reeds verwerk tot meer algemene of skematiese voorstellinge. Die abstrakte denklag bestaan uit die ware of suiwerste kategoriale denke. Op hierdie vlak handel die denke hoofsaaklik by wyse van begrippe en ordeningskategorieë. Dit gaan hier om die verhoudinge, oorsaak - gevolg, ooreenkoms - teenstellings, middel - doel, ens. (13, 1; 2, 249-250). Die ontwikkeling van die denke skyn só te verloop dat indien dit nie op die aanskoulike vlak kan geskied nie, dit ook nie op die skematiese en seker ook nie op die kategoriale vlak kan verloop nie (13, 1).

Otto Selz van die Mannheimse skool kom tot die konklusie dat die denke bestaan uit die gebruik van 'n aantal oplossingsmetodes wat op velerei gevalle toepaslik is. Hierby is die begrip skematiese antisipatie van uitsonderlike belang (13, 2). Die denke ontstaan in 'n probleemstelling en volgens Selz is daar reeds in iedere opgawe 'n skematiese antisipatie van die vooropgestelde doel opgeslote. Die skematiese antisipatie, soos bepaal deur die denkopdrag, selekteer doeltreffende, passende oplossingsmetodes en elimineer ondoeltreffende, nie-passende metodes. Sodoende word die antisiperende skema georiënteer in die rigting van die taak of doel, om eindelijk die oplossing te bereik (2, 252).

Die ordenende karakter van die denke tot sinvolle verhoudinge en samehange, word deur Selz se begrip kompleksaanvulling sterk na vore gebring. So lank elke kompleks onvoltooid is, opereer dit as antisiperende skema, dog dit neig steeds om sig as geslote kompleks en eenheid te omvorm, en wel sodanig dat elke deel die neiging vertoon om ander komplekse as geheel wakker te roep, om aldus tot voltooiing te kom (2, 252; 13, 2).

Kohnstamm omskryf denke kernagtig as die kennende en begrypende hanteling van kategoriale ordeningsisteme, waardeur 'n onsamehangende veelheid van aanskoulike gegewens tot 'n geordende en beheersbare geheel kom (2, 253).

2.3.3 Die Gestaltpsigoloë

Die opvattinge van die Gestaltpsigoloë kom in baie opsigte merkwaardig ooreen met die beskouinge van die denkpsigoloë. Hulle is van mening dat die denkproses ontstaan deur 'n bepaalde stimulus in die situasie, waarby die probleem dan in die gees geformuleer word en 'n bepaalde denkskema ontstaan (vergelyk dit met die skematiese antisipatie van die denkpsigologie). Deur die dinamiese interaksie van ons gewaarwordinge (o.a. die beskouing van die probleem) en ons vorige ervarings, word die skematiese beeld steeds verder ontleed en meer gedifferensieerd. Hierby word dikwels 'n beroep gedoen op die sogenaamde omstrukturering, wat bestaan uit 'n transformasie van die opgawe. Die denkproses bereik 'n klimaks met die bekende "Aha-belewenis", wat daarop dui dat insig in 'n probleem verkry is of ontstaan het.

Denke bestaan daarin dat die strukturele dele as 'n geheel voor die geestesoog geplaas word om nie net tot die kern deur te dring nie, maar om ook die verwantskappe tussen die dele te begryp (7, 45). Bruner (14, 7) omskryf dit as volg: "Grasping the structure of a subject is understanding it in a way that permits many other things to be related to it meaningfully. To learn structure, in short, is to learn how things are related".

2.3.4 Die Fenomenoloë

Sonnekus (2, 263) gee die volgende samevattende omskrywing van die komponente waaruit denke bestaan: "Denke beteken 'n intensionele handeling waardeur oplossingsmetodes en ordeningsmiddele geaktiveer word ter oplossing van probleemsituasies in die omgang van die persoon met die werklikheid". Denke impliseer 'n probleemsituasie, en die denkprobleem bepaal die doelgerigte denkverloop. Denke beteken ook 'n antisperende vooruitloop van die probleem deur die vorming van antisperende skemas en die aktivering van oplossingsmetodes. Hierdie ontdekking of hantering van oplossingsmetodes beteken dat denke 'n handeling of aktiwiteit inhou, byvoorbeeld dit vergelyk, ontdek, vind, kombineer, kontroleer, beantwoord, organiseer, orden, skematiseer en sistematiseer (2, 262).

Denke opereer ook met behulp van ordeningsmiddele soos taal, in besonder begrippe, insigte (oordeelsinhoude), skemas en sisteme. Die hantering van oplossingsmetodes (denkaktiwiteite) en ordeningsmiddele (denksinhoude), ter organiseren en ordening van 'n probleemsituasie, lei verder tot verbandsiening en insig. Denke beteken dus 'n insig in relasies, verbande, analisering en sintetisering daarvan (2, 262).

Denke is ook 'n abstraheringsproses. Die ordening van denksinhoude deur die hantering van oplossingsmetodes, beteken dus 'n ordening van aanskoulike of minder aanskoulike gegewens tot abstraksies via skematisering en sisteemvorming. Al die denkkomponente word verbind tot 'n eenheid deur die intensionele aktiwiteit van 'n persoon in verhouding tot sy wêreld (2, 262-263).

Daar bestaan 'n intrinsieke verband tussen taal en denke. Die wese van taal lê in sy simboolsisteem, maar veral in sy denksisteem. Taal is nie alleen 'n ordeningsmiddel vir die denke nie, maar die ontwikkeling van taal en denke vertoon ook dieselfde verloop, naamlik volgens niveaus. Namate die klein kind die taal ontdek, word sy omgewing vir hom meer sinvol. Daar kom orde in sy omgewing sowel as in sy denke. Die denke word meer abstrak, meer geskematiseer en sistematies. Begripsvorming vind dus plaas. Begripsvorming is volgens Van Parreren die abstrahering van 'n gemeenskaplike aspek uit wisselende situasies. Die ontstaan van woorde met betekenis is bevorderlik vir begripsvorming. In teenstelling tot sinlose woorde of begrippe, beteken die ontstaan van woordbetekenis die ontdekking van sinvolle simboolskemas of sisteme. Hierdie beskikking oor 'n begrippe-sisteem as 'n sinvolle, betekenisvolle woordsisteem, is ~~dus~~ 'n groot bate omdat die persoon dan beskik oor sinvolle abstrakte denkmiddele.

Daar kan ook gesê word dat die denkhandeling uitloop op 'n samevatting of sintese van die werklikheid, bekend as 'n begrip. Denke transformeer dus die wêreld van aanskoulike objekte tot die wêreld van begrippe, en hou dus abstrahering van die werklikheid in. Die werklikheid word gerekonstrueer of gesimboliseer in die gedagtewêreld (2, 261).

2.3.5 Die verband tussen leer en denke

Sonnekus (2, 271) kom tot die gevolgtrekking dat leer in die sin van probleemoplossing kongruent aan denke is wanneer die probleemoplossing geskied deur insig, betekenende 'n intensionele doeltreffende handeling in 'n nuwe situasie. Intensionele leer kan dus in hierdie sin as denkende leer of insigtelike leer beskou word.

Die vaslegging van insigtelike leerresultate staan bekend as aktualisering van leer- en denkreultate. Dit beteken veel meer as blote retensie. Dit is die vaslegging van prinsipes, beginsels en begrippe wat oordraagbaar is na nuwe situasies om daar aktueel op te tree. Dit impliseer ook produksie en nie net reproduksie nie (2, 272). Kognitiewe handelingsstrukture sal meer oordraagbaar of wendbaar wees, aangesien dit strukture is wat gekenmerk word deur 'n doelbewuste wete, kenne, begrip of denke, meestal voorberei deur 'n leerintensie en voorafgegaan deur aktiewe strukturering (2, 273).

In die fenomenologiese geskrifte (2) oor leer word telkens vermeld dat leer as menslike fenomeen 'n handeling inhou, wat gekenmerk word deur 'n soeke na, en ontdekking van ordeningsprinsipes, wat inhou skematisering en sistemativering van die leersituasiegegewens tot 'n geordende geheel. Die denke behels probleemoplossing op die basis van die aktivering van oplossingsmetodes, die ontdekking van ordeningsprinsipes, en die ordening van aanskoulike denkinhoude tot abstrakte begrippe (2, 262 en 265). By 'n bespreking van die verskillende verloopsvorme van leer as handelingsstrukture, praat die fenomenoloog telkens van skemas, byvoorbeeld die kognitiewe skema, modelskema en etiketskema (2, 239). Die denkteorie van die bewussynslae van Sassenfeld en Lindworsky (13, 1) onderskei eweneens tussen die aanskoulike, skematiese en abstrakte denklae, waar skematisering, sistemativering en ordening van denkinhoude plaasvind op die weg na abstrahering.

Hierdie gesigspunte oor leer aan die een kant en denke aan die ander kant toon duidelik dat daar tussen 'n bepaalde vorm van leer, naamlik leer as probleemoplossing, en denke, bepaalde kongruensies bestaan. So, byvoorbeeld, beteken Van Parreren se sisteemvorming, as 'n kompleks van voorwaardes vir aktualisering van leer- en denkreultate, leer op 'n hoër

vlak wat deur insigtelike of denkende leer aangedui kan word (2, 275). Hier word dan ook bepaalde kongruensies tussen leer en denke aangetref. Die mate waarin aktualisering van leer- en denkinhoud sal plaasvind in nuwe situasies, hang regstreeks af van die aard en toestand van die sisteemvorming van die bepaalde leer- en denkinhoude in die persoon (2, 275).

Volgens Coetzee (1, 258) is konsepsuele leer dieselfde as dinkende of intensionele leer. Dit is die hoogste vorm van leer en ook 'n eg menslike leersoort. Dit staan egter nie los van die ander leersoorte nie. Denke neem in al die ander soorte 'n essensiële plek in, want as die leerder by die motoriese, persepsuele of assosiatiewe leer voor die noodsaaklikheid gestel word om 'n gevolgtrekking te maak, is hy daar 'n oplosser van vraagstukke - 'n denker - maar ook by die oplossing van probleme pas die leerder dikwels die metodes van probeer en nabootsing toe, en speel beweging, waarneming en assosiasie ook 'n kleiner of groter rol.

2.3.6 Gevolgtrekking

Denke is 'n geestesfunksie van die mens en behels die bewuste, intensionele werking van die menslike gees met voorstellings en begrippe. Daar is rigting en doel in die denke. Die kenmerk van ons denke is die sien, blootlê of vat van relasies, terwyl die taak van die denke is om die relasies tussen begrippe te ondersoek. Sonder taal kan die denke egter nie ontwikkel nie, want in die eerste plek word woorde met betekenis deur sekere simbole gevorm. Hierdie simboliese voorstellings of woorde kan ook die basis elemente of basiese begrippe genoem word, wat deur die denke omskep word om steeds nuwe en meer komplekse begrippe te vorm. Hierdie denkhandelinge geskied deur die vaslegging van die innerlike verband tussen die basiese begrippe. Op dié wyse ontstaan kennis. Dit kan eenvoudig blote feitekennis wees of ook kennis van beginsels, metodes, teorieë en strukture. Al die kennis of gedeeltes daarvan, waaroor beskik word op 'n sekere stadium, kan deur die denko gebruik (oorgedra) word om nuwe begrippe te vorm, of ook om probleme op te los. Deur denke word 'n begrip gevorm van die opgedane kennis, vind begryping en interpretasie plaas, word beoordeel en tot konklusies geraak en kan ontleding, sintese en evaluering gedoen word.

Doeltreffende funksionering van die denke is in die eerste plek afhanklik van die intelligensie, maar ook van voldoende en geskikte denkmateriaal. Dit sluit in kennis, begrippe, herinnerings, verbeeldings, onaanskoulike en persoonlike geestesinhoude. Denke impliseer 'n aktiwiteit of handeling van die menslike gees, byvoorbeeld dit vergelyk, ontdek, ontbloot, vind, kombineer, kontroleer, beantwoord, organiseer, orden, besluit,

/23 ontleed,....

ontleed, sinter, skematiseer, sistematiseer en evalueer.

Deur denke word gekom tot insig - dit is die insien, begryp of verstaan van die dieper innerlike verband tussen begrippe, feite of strukture, en kan lei tot die ontstaan van nuwe idees of skeppinge.

Die denke gee sin en betekenis aan dit wat geleer word en speel self 'n groot rol in die terugroeping van geleerde kennis. Probleemoplossing kan ook omskryf word as die denkende toepassing van geleerde kennis en begrippe. Hier vind egter nie slegs reproduksie plaas nie, maar wel ook produksie deur eie skeppende denke. Die intrinsieke verband tussen leer en denke is dan ook nêrens duideliker nie as juis in probleemoplossing (die hoofmetode van leer in die Wiskunde). Vervolgens sal dan enkele van die beskouinge aangaande leer en denke in die Wiskunde in die besonder, van naby ondersoek word.

2.4 Leer in die Wiskunde

Aangesien Wiskunde hoofsaaklik bestaan uit probleemoplossing, is dit duidelik dat daar 'n noue verband tussen leer en denke in Wiskunde bestaan. Wiskunde word ook beskou as die resultaat van suiwer denke wat uitgekristalliseer het oor 'n tydperk van baie jare.

In die lig van die voorgaande beskouinge oor leer en denke sal vervolgens besondere aandag gegee word aan die beskouinge van Z.P. Dienes (15) en J.B. Biggs (16) ten opsigte van leer in die Wiskunde.

2.4.1 Die beskouinge van Dienes

Leer bestaan vir Dienes (17, 21) uit:

- "(i) Sorting events into classes or categories, so that any event is immediately recognized as either belonging or not belonging to a class or category, or as being irrelevant to it;
- (ii) becoming aware of the relationship to each other of the classes or categories constructed".

Aanvanklik moet daar eers begrippe gevorm en opgebou word uit die basiese materiaal - dus moet die materiaal eers aanwesig wees. Piaget was volgens Dienes (15, 35) die eerste persoon wat ingesien het dat die proses van begripsvorming baie langer duur as wat aanvaar is, en dat baie werk wat skynbaar irrelevant aan die begrip is, eers gedoen moet word, voordat daar 'n aanduiding is van die rigting wat die denke inneem. Dit vorm dan die grootliks onbewuste of speelstadium. Dienes (17, 28) beskryf dit as volg: "Learning appears to take the course of plunging headlong into a mass of seemingly disconnected phenomena, and by interfering with

these phenomena, by getting the feel of how to induce the happening of certain desired phenomena, to formulate the properties of different sorts of environments in terms of certain rules. The rules are the properties that events must have in order to fall into a certain class; for example, towers must not be leaning too far or they will collapse".

Dienes beweer dat daar ten minste drie weë gevolg kan word vanaf die stadium van sogenaamde "rule-bound play". Die eenvoudigste weg is dat dit waarmee gespeel word, so bekend raak dat dit nie meer nodig is om daaraan te dink nie. Deur oefening word die stadium bereik wanneer 'n werklike situasie herken kan word as relevant of nie aan die reëls wat geleer is. Outomatisering vind plaas. Daar word egter nie noodwendig tot insig gekom nie.

'n Ander weg wat gevolg kan word, is om die funksionering van die reëls te ondersoek - byvoorbeeld, wat die verwantskap tussen die reëls is. Dit is om op 'n krities-analitiese wyse terug te kyk op wat gedoen is om sodoende 'n wetmatigheid te ontdek. Dienes noem dit retro-aktiewe analise en stel dit as volg:

"When we merely practise the rules and the rules soak into our bones we become less rather than more aware of them. When we go back and examine what we have been doing, we are consciously attempting to become aware of the relationship that make the learnt rule structure what it is. Practise is a less conscious, analysis a more conscious activity" (17, 32).

'n Derde weg wat gevolg kan word om 'n "rule structure" te leer, is om nadat dit deeglik ontleed is, die reëls te verander of uit te brei indien tekortkominge gevind word. Hy noem dit progressiewe analise en enige uitbreiding van die "rule structure" staan bekend as veralgemening.

"Such a generalization is essentially an extension of a class with a known structure to another more extensive class, of which the previous structure is but a special case" (17, 32). Veralgemening moet egter nie verwar word met abstraksie nie. Abstraksie is die vorming van 'n klas of kategorie direk uit die basiese elemente (sintuiglike waarnemings). Sodra 'n reëlstruktuur ingeoefen, ontleed of veralgemeen is, sodat die leerder baie goed vertrou is met die nuwe begrip wat so gevorm is, is 'n siklus daarmee voltooi. Deur nou weer 'n aantal van die só gevormde strukture te gebruik as basiese elemente ("things to play with"), kan gesoek word na die verwantskappe tussen die reeds gevormde strukture om 'n nuwe struktuur daaruit te vorm. Dienes stel dit as volg: "We are starting out on a new cycle, trying this and that, seeing how the new toys will fit, how they will not fit, and generally moving towards the undiscovered rule-structure that governs the new toys. Eventually this cycle, too, will

come to a conclusion, and in this way a succession of new structures can be built up by mathematicians"(17, 33). Na die voltooiing van elke siklus bevind die leerder homself op 'n hoër vlak, sodat die wentelgang van 'n spiraaltrap gevolg word. Dienes noem dit die toepassing van die dinamiese beginsel, waarin konstruksie, analise voorafgaan en daarheen lei sodat beide konstruksie en analise geïnkorporeer word in die een voller, dinamiese beginsel wat nodig is vir die voltooiing van elke siklus (17, 33).

'n Situasië kan geskep word, of so ingerig word, dat abstraksie vin- niger en meer effektief sal plaasvind. Eers moet besluit word watter soort begrip deur die leerlinge gevorm moet word. Probleme moet dan só gekies word dat toekomstige situasies herken sal word as relevant of nie ten op- sigte van die abstraksie wat gemaak moet word. Volgens Dienes kan dit moontlik as volg bewerk word:

"Perhaps achieving an abstraction, i.e. formulating a regularity, is the result of looking at events from a large number of different angles. Since mathematical 'events' hardly ever happen naturally in children's experience, we must make them happen. The mathematical structures which we expect our children to acquire as their stock-in-trade should be presented to them in different embodiments; that is they should encounter the same mathematical structure dressed up in a number of ways" (17, 34).

Deur 'n aantal voorbeelde waarin die situasies verskil maar die wiskundige struktuur dieselfde bly, word leerlinge daartoe gebring om te onderskei tussen die wiskundige aspek en die werklike situasie aspek. Die wiskundige aspek is dit wat geabstraheer is uit 'n aantal ~~verskillende~~ situasies (17, 36).

Vir doeltreffende blootlegging van verwantskappe in enige wiskundige struktuur wat geleer moet word, is dit nodig dat die leerlinge gekonfronteer word met verskeie inkledings van die struktuur in 'n sekere "universe of discourse". Dit moet opgevolg word met die aanbieding van ander strukture in dieselfde "universe of discourse" sodat die eerste gekontrasteer kan word met die laaste ten einde die verskille duidelik te laat uitstaan. Dit behels twee belangrike beginsels wat Dienes (17, 39) as volg formuleer:

- "a) the principle of multiple embodiment; and
- b) the principle of contrast".

Die aanbiedinge van 'n aantal verskillend ingeklede vorme van dieselfde struktuur sal daartoe bydra dat uiteindelik slegs die essensiële wiskundige struktuur behou word, en dat nuwe gevalle wat self nog nie te- vore teëgekom is nie, herken sal word as bevattende die betrokke struktuur. Die kontrasterende voorbeelde weer, verseker dat situasies waarin die

struktuur nie aanwesig is nie, herken sal word as nie bevattende die struktuur.

Wiskundige begrippe word opgebou uit wiskundige simbole en veranderlikes. A priori vir die effektiewe leer van 'n wiskundige begrip is dat alle inherente wiskundige veranderlikes gevarieer moet word in die leerling se ervaringsveld. Byvoorbeeld, die begrip van plekwaarde notasie is gebaseer op:

- (a) 'n grondtal;
- (b) magte van die grondtal; en
- (c) die aantal wat van elke mag van die grondtal aanwesig is.

Deur die grondtal nou slegs tot tien te beperk, word die verkryging van insig in die begrip belemmer. Aangesien die eksponent waartoe die grondtal verhef word ook maar min varieer, word die vorming van hierdie begrip van plekwaarde verder beperk. Die enigste veranderlike wat genoeg gevarieer word, is die een onder (c) genoem, naamlik die syfers van die getalle (dit is die aantal wat daar van elke mag van die grondtal aanwesig is). Dienes noem dit die "mathematical variability principle", wat hy as volg toelig: "It is by the maximum variation of the variables that we ensure that what is essentially invariant during the variation is seen. If something remains always the same, we tend not to see it. A moving object is noticed more forcibly than one that is at rest. A 'moving' mathematical structure will likewise stand out and be noticed" (17, 41).

Dienes glo dat intrinsieke motivering ("the interest of the task itself") die beste is. Motivering is 'n baie belangrike faktor in die leerproses. Indien die vorming van die basiese begrippe skipbreuk ly of om een of ander rede onsuksesvol is, kan intrinsieke motivering nie verkry word nie. Daarom word dit beklemtoon dat begripsvorming 'n langsame proses is en dat spelenderwys - maar doelgerig - voortgebou moet word na 'n voorafbepaalde eindpunt. Deur intrinsieke motivering sal dan ook die mees blywende resultate behaal word.

Vir Dienes bestaan denke in die Wiskunde dan uit 'n groot aantal komponente waarvan eintlik nie veel bekend is nie. Hieronder noem hy abstraksie, veralgemening, simbolisering, manipulasie van die verbeelding, manipulasie van simbole, die konstruksie van skemata en nog baie ander deelprosesse wat gesamentlik die denke in Wiskunde uitmaak (18, 57).

2.4.2 Biggs se teoretiese model van leer

In die uitbouing van sy model steun hy grootliks op die werk van Piaget, Bruner, Bartlett, Dienes en andere. Hy verwerp die stimulus-respons (S - R) model van leer omdat die prosesse wat daarin beskryf word geensins ooreenstem met die soort leer wat normaalweg op skool, in die klas-kamer, voorkom nie. Hy baseer sy teorie van "educative learning" op die volgende besondere kenmerke van en faktore by leer:

- (a) Alhoewel die leer van sekere vaardighede en tegnieke van waarde is, moet leer hoofsaaklik gerig wees op begrip ("understanding") van die leerstof op so 'n breë grondslag as moontlik. Hy beklemtoon die feit dat daar behoefte bestaan aan 'n leerteorie waarin oorspronklike en produktiewe metodes van ~~probleemoplossing~~ figureer, eerder as die reproduksie van opgegaarde stereotipe response.
- (b) Vir effektiewe leer is nodig dat die leerling onderskei tussen korrels en kaf en deurdring tot die essensie van die leerstof. Die leerling moet deurdring tot "...the 'gist' or the basic meaning of the learning rather than all the literal details that accompanied it" (16, 244).
- (c) Die ouderdom of ontwikkelingspeil of -vlak van die leerder is een van die hoof-faktore wat bepaal in hoeverre tot hierdie essensie of "gist" deurgedring sal word en wat onthou sal word van 'n leerepisode. Die kwaliteit van die leerproses varieer aansienlik en tipies dwarsdeur die skooljare en enige leerteorie (vir die klaskamer) moet deeglik hiermee rekening hou.
- (d) Die mees effektiewe leer is dié waarin die leerder intrinsiek gemotiveer word deur die taak self eerder as dié waarin ekstrinsieke motivering voorsien moet word (16, 243-244).

In die beskrywing van sy model maak hy gebruik van die begrip "kode" en "kodesistelsels" wat grootliks ooreenstem met Dienes se begrip "struktuur". Biggs omskryf dit as volg:

"A convenient way of conceptualizing learning so that these factors are taken into account is to regard learning as a process of coding and storing information. As a result of past experience and to an unknown extent of innate endowment, the individual at a given moment possesses certain coding systems or problem solving strategies that determine how he approaches a learning situation, and what he extracts from it will be partly a function of these coding systems and partly one of the actual data present. In adaptive learnings, the individual will find it necessary to reconstruct his coding system in accordance with the requirements of the immediate

problem; this enables him to encounter and successfully to solve later problems of increasing complexity. The solution of the immediate problem is what Piaget seems to mean by 'assimilation' and by 'accommodation', the internal strategic changes in the individual's coding systems" (16, 244).

Alhoewel die toename in kompleksheid van die kodestelsel kontinu is, kom daar sekere periodes in die ontwikkeling voor waartydens die stelsels relatiewe vinnige kwalitatiewe veranderings ondergaan as gevolg van veranderinge in die prinsipiële grondslag van die kodes. Klein kindertjies, tot op ongeveer 6-jarige ouderdom, vorm kodes op 'n persepsuele basis; hierna, en tot adolessensie, gebruik hulle eenvoudige eerste-orde abstrakte begrippe (persepsuele kodering kan egter nog voorkom); en na adolessensie kan hulle kodes van 'n formeel analitiese aard gebruik (16, 244).

'n Belangrike kenmerk van hierdie proses van kodering is dat die rekonstruksie van 'n kodestelsel gepaard gaan met intrinsieke motivering en dat ekstrasinsieke motivering en beloning in so 'n situasie onnodig is. Waar leer egter slegs 'n saak van assimilasie, soos in meganiese leer ("rote learning") is, is ekstrasinsieke motivering noodsaaklik (16, 245).

Uit 'n ontleding van die aard van die proses van kodering, en op grond van die resultate behaal in relevante empiriese ondersoeke, is daar sekere voorwaardes bepaal waaronder enge of breë kodering die beste sal plaasvind, nl.:

- (a) 'n Verskeidenheid oefeninge wat geskik is vir die kognitiewe ontwikkeling van die leerder, en wat 'n verskeidenheid relevante ervaring en probleme bevat, sal tot breë kodering lei - eerder as baie oefeninge in slegs enkele soorte probleme. Dit sal dus tot enge kodering en stereotipe gedrag lei, soos dikwels by persepsuele leer en by die aanleer van motoriese vaardighede die geval is.
- (b) Die aard van die leerstof moet sodanig wees dat dit vir die individu moontlik is om dit te kodeer. Dit moet nie te moeilik en ook nie te maklik wees nie.
- (c) Die gebruik van ekstrasinsieke motivering, veral wanneer die leerling opgewonde word, lei tot enge kodering en staan in die weg van breë kodering.
- (d) Die algemene atmosfeer en aard van die situasie waarin leer plaasvind, kan bevorderlik wees vir òf enge òf breë kodering. So byvoorbeeld, sal die mate waarin 'n beroep gedoen word op aangeleerde of ontwikkelde gewoontes en op aktiewe deelname van die leerling, ensovoorts, noodwendig 'n invloed op kodering

uitoefen (16, 245-246).

Biggs noem ook die volgende persoonlike faktore wat 'n rol by kodering speel:

- (a) As al die ander faktore dieselfde is, sal die intelligenter leerling breër kodeer as die minder intelligente leerling.
- (b) Die ontwikkelingspeil of -vlak van die leerling is 'n belangrike bepalende faktor.
- (c) Ervaring en kennis speel ook 'n rol: gewoontes van breë kodering sal oorgedra word op nuwe situasies.
- (d) Die emosionele stabiliteit van 'n leerling speel 'n rol.
- (e) Daar is ook geslagsverskille by kodering, want waar alle ander faktore gelyk is, is bevind dat seuns, ten opsigte van Wiskunde, breër kodeer as dogters (16, 246-247).

Biggs se siening van kodering en retensie vertoon 'n groot ooreenkoms met Piaget se beskrywing van intelligente gedrag as die ewililibrium tussen twee prosesse van assimilasie en akkommodasie (kyk paragraaf 2.2.5). Assimilasie kan geïnterpreteer word as die inname ("intake"), dit is die onmiddellike kodering en bewaring van ervarings, en akkommodasie as die uitbreiding van ou begrippe - dit is die skepping van nuwe kodes sodat nuwe inligting so ekonomies moontlik ten opsigte van bergingsruimte gekodeer kan word. Hiervolgens is die intelligente persoon iemand wat kodes en tegnieke ontwerp om 'n maksimum hoeveelheid leerstof te verwerk eerder as om groot hoeveelhede leerstof meganies te leer (16, 23). Dienes se siening van begripsvorming as die abstraksie van dit wat gemeenskaplik is in verskillende leersituasies kan ook met Biggs se stelsels van kodes in verband gebring word (kyk paragraaf 2.4.1).

In alle ongestruktureerde leer vind assimilasie plaas sonder akkommodasie. Dit kom voor in twee verskillende gevalle, naamlik meganiese memorisering en geoutomatiseerde leer (16, 23). In meganiese memorisering word kodering doelbewus vermy om eksakte reproduksie van die geleerde stof te bewerkstellig. Motivering moet in hierdie geval ekstrasiek wees. Geoutomatiseerde leer was oorspronklik gestruktureerd, maar as gevolg van herhaling is alle kodering, wat nodig was, reeds uitgevoer sodat net soos by meganiese memorisering, assimilasie hoog is met uiters min akkommodasie (16, 24). Die belangrikste verskil tussen hierdie twee situasies is egter dat bergingsruimte baie minder is in geoutomatiseerde leer as in meganiese memorisering.

Biggs se siening van geoutomatiseerde leer is ooreenstemmend met Van Parreren se beskrywing van outonome leer (kyk paragrawe 2.2.3 en 2.2.4). Aanvanklik speel die leerintensie ook 'n rol by die ontstaan van outomatismes. As gevolg van herhaling word sekere bewerkings, begrippe en beginsels so bekend dat nie meer nagedink word nie en intensionele leer dus oorgaan in outonome leer.

As assimilasie gepaard gaan met onvoldoende akkommodasie, vind slegs gedeeltelike herkodering plaas. In hierdie geval kan interferensie maklik voorkom. Biggs stel dit as volg:

"Second, too great a strain on immediate memory may be involved: in particular, there is a danger that crucial uncoded 'free-floating' data may become displaced through response interference and the wrong proper name or piece of symbolism be recalled.... S - R learning theorists identify response interference as virtually the sole cause of forgetting, and where responses are similar to each other sort of identity, interference becomes greatest. As a general explanation this is patently absurd, otherwise, for example, concept learning would be more difficult than rote learning since the necessarily similar instances would blot each other out. But where organization and coding is minimal there is a great deal in this explanation" (16, 25).

Verkeerde herkodering vind plaas as gevolg van wanopvattinge of verkeerde interpretasies. Volgens Biggs kan baie foute in die Wiskunde teruggevoer word na hierdie neiging tot oorvereenvoudiging en wankodering (16, 26). Saad (20, 118) het bevind dat ongeveer 'n driekwart van alle foute wat in die Wiskunde gemaak word deur leerlinge in "grammar schools", geklassifiseer kan word as een of ander soort "fixation" wat hy definieer as "a mental tendency to follow the same approach in situations which are basically different". Byvoorbeeld, leerlinge sien x^3 as $3x$.

Die instelling ("set") van die leerling ten opsigte van die onmiddellike leersituasie, of te wel sy psigologiese voorbereiding, is volgens Biggs (16, 41) 'n baie algemene faktor wat 'n invloed op kodering sal hê. Luchins se begrip van Einstellung (19, 243; 20, 118; 16, 42) is soortgelyk hieraan en kom baie ooreen met Saad se begrip "fixation" hierbo. Luchins het aangetoon dat selfs hoogs intelligente leerlinge in herhaalde probleemoplossing situasies weier om af te sien van 'n strategie waarmee eenmaal sukses behaal is, maar wat nie in die ander situasies toepaslik is nie. Dit lei tot meganiese uitvoering van bewerkings, waarin simbole soms gemanipuleer word, of 'n resep (metode) toegepas word, sonder dat dit begryp word. Die metode van onderrig wat gevolg word, speel hier 'n

beslissende rol, veral formele metodes, en outoritêre wyses van optrede, bevorder hierdie verskynsel. Hierdie tipe leer gaan ook gewoonlik gepaard met eksterne motivering, naamlik beloning of straf (16, 42).

Indien motivering egter intrinsiek teweeggebring kan word deur die appêl wat van die leerstof uitgaan na die leerling, kan die leerling geprikkel word om die sinvolle verwantskappe en struktuur van die leerstof te soek en te begryp. Abstraksie en veralgemening sal dan ook makliker plaasvind, en langs hierdie weg word blywende resultate verseker.

2.4.3 Gevolgtrekking

Wiskunde bestaan uit 'n struktuur van nou verwante begrippe, opgebou deur suiwer denke. Daarom kan kennis en begrip van en insig in hierdie struktuur slegs deur middel van die denke verwerf word.

Die Wiskunde besit dan ook in die eerste plek sy eie kompakte simbole-taal wat bemeester (geleer) moet word. Hierdie taal word verder gekenmerk deur sy oorwegend abstrakte aard. Dit maak die vorming van begrippe soveel moeiliker, en hierdie begripsvorming het in die verlede grootliks berus op assosiatiewe metodes van drill.

Daar word egter tans toenemend besef dat begripsverming, wat die mees fundamentele aspek van die leer in die Wiskunde is, 'n langsame proses is wat weliswaar soms versnel kan word deur die vroeë deurbreking van insig. Feitlik elke begrip kan beskou word as 'n struktuur wat opgebou is uit 'n aantal eenvoudiger begrippe. Daarom word dan ook dikwels van begripsuitbreiding in die Wiskunde gepraat, waarmee dan die vorming van nuwe begrippe, gebou op die reeds bestaandes, bedoel word. Suksesvolle begripsuitbreiding kan dan ook gesien word as volgende die wentelgang van 'n spiraaltrap.

Leer en denke in die Wiskunde omvat voorts 'n groot aantal denkaktiwiteite soos abstraksie, veralgemening, simbolisering, gebruik van die verbeelding, manipulasie van simbole, konstruksie van skemas, refleksie en vergelyking, en analise en sintese.

In die Wiskunde-onderwys is intrinsieke motivering verkieslik bo ekstrinsieke motivering, waar eersgenoemde berus op die leerstof self wat aangenaam en genotvol is, terwyl laasgenoemde dikwels ongewenste spanninge veroorsaak. Deur intrinsieke motivering moet die regte houding en instelling van die leerling teenoor die vak verkry word. Die intellektuele genot wat by die ontstaan van insig en die suksesvolle oplossing van probleme gesmaak word, is baie belangrik in dié verband. 'n Krities, ondersoekende houding asook noukeurigheid moet aangeleer word. Hierna word ook soms verwys as die wiskundige houding wat dan ook belangrik is in die leer van Wiskunde.

Die leer van sekere basiese feite, beginsels en reëls in die Wiskunde kan deur middel van assosiatiewe drillmetodes bewerkstellig word - wat ook dikwels gebeur - dog as hierdie feite, beginsels en reëls dan in 'n nuwe situasie toegepas moet word, waar staat gemaak moet word op die bewustelike denke, dan fouteer die leerling in meeste gevalle. Verkeerde oplossingsmetodes word gebruik of oplossingsmetodes word verkeerd toegepas.

Leer wat aanvanklik op insig berus, kan later as gevolg van die aantal herhalings daarvan meganies verloop. Dan word daar nie meer gedink nie. Dit word ook outonome leer genoem.

2.5 Samevatting

'n Aantal verskillende beskouinge aangaande leer en denke, en veral ook leer in die Wiskunde, is in oënskou geneem. Dit is duidelik dat 'n enkelvoudige siening van leer, veral in die Wiskunde, nie kan opgaan nie. Daar is, trouens, baie vorms van leer wat in verskillende situasies, afhange van die leermateriaal, die leerder en die metode van aanbieding van die leerstof, toegepas behoort te word, en daar is baie verklarings van leer wat almal bepaalde lig werp op die leergebeure.

Daar vind weliswaar assosiasievorming plaas, maar dit is nie die enigste vorm van leer nie. Leer kan ook nie beskou word as 'n blote aanpassingsproses by nuwe situasies, soos deur die voorstanders van die Behaviourisme beweer word nie. Die veldteoretiese begrip van insig as synde die persepsie van verhoudings tussen die onderdele van 'n situasie is van veel wyer betekenis, maar ook dit is nie die een en al van leer nie.

Die belangrikheid van die denke in die leerproses word veral deur die denksigoloë aangetoon. Van Parreren onderskei tussen drie vorme van leer, naamlik intensionele leer, insidentele leer, en onbewuste leer. Hy wys ook op outonome wette wat die verloop van leer in afhanklikheid van die struktuur van die leermateriaal, bepaal.

Volgens fenomenologiese beskouinge word leer gekenmerk deur: " 'n intensionele, gerigte, handelende, ontdekkende aktiwiteit van die subjek, wat sig ten doel stel, die ontdekking en ordening van 'n geheel van gegewens, in die vorm van 'n strukturele, geordende sinvolle samehang, op die basis van 'n affektiewe ervaring en belewing van die situasie" (2, 226). Die voorstanders van hierdie siening onderskei tussen intensionele en outonome leer asook tussen kognitiewe en nie-kognitiewe leer, belig oorgang van kognitiewe handelingstrukture in nie-kognitiewe handelingstrukture of outomatismes, lê valensievorming en die invloed daarvan op die ontstaan van outomatismes bloot, en beklemtoon die belang van skematisering of sisteemvorming in leer.

Volgens die assosiasieteorie word die denke herlei tot 'n suiwer assosiatiewe aaneenskakelingsproses van voorstellinge. Teenoor die atomistiese denkverloop van die assosiasiepsigologie, stel die denkpsigologie die persoon of Ek op die voorgrond. Denke beteken 'n doelgerigte, bewuste aktiwiteit, uitgaande van die persoon. Denke word omskryf as die kennende en begrypende hantering van kategoriale ordeningsisteme, waardeur 'n onsamehangende veelheid van aanskoulike gegewens tot 'n geordende en beheersbare geheel omskep word.

Volgens die fenomenoloog is denke 'n intensionele handeling waardeur oplossingsmetodes en ordeningsmiddele geaktiveer word ter oplossing van probleemsituasies in die omgang van die persoon met die werklikheid; opereer denke met behulp van ordeningsmiddele soos taal, begrippe, insigte, skemas en sisteme; is denke 'n abstraheringsproses wat die wêreld van aanskoulike objekte transformeer tot 'n wêreld van begrippe.

Uit hierdie beskouinge aangaande leer en denke is dit duidelik dat daar 'n noue verband bestaan tussen leer en denke. Veral intensionele leer by probleemoplossing kan beskou word as denkende leer of ook insigtelike leer. Denke neem egter in alle vorme van leer 'n essensiële plek in, net soos waarneming, voorstelling en assosiasie 'n rol speel in denke.

Leer en denke in die Wiskunde vertoon nie alleen 'n groot kongruensie nie, maar besit ook 'n eie besondere styl of vorm van verloop. Dit omvat eerstens, 'n bepaalde kennisskat van begrippe of 'n kumulatiewe opbou van sinvolle strukture; tweedens, die beskikking oor 'n aantal oplossingsmetodes; en derdens, sekere instellings van die leerder, wat eie is aan wat genoem kan word die wiskundige houding.

In Wiskunde is daar 'n noue verband tussen begrippe en reëls. Wie baie sinvolle relasies en betrekkinge kan sien tussen die formules, rekenreëls en ander wiskundige gegewens, sal ook makliker deurdring tot bepaalde wiskundige samehange, en hoe ryker die insig in samehang is, hoe groter is die kans dat by die skematiese antisipasie die nodige en juiste oplossingsmetodes geaktualiseer word. Hierdeur word die weg gebaan vir die deurbraak van verdere insig.

By die uitbreiding van begrippe in die Wiskunde word die wentelgang van 'n spiraal gevolg, want om tot abstraksie van 'n begrip te kom, moet dieselfde wiskundige struktuur op verskillende maniere belig (Dienes se "multiple embodiment principle") en geaktualiseer word met ander bekende strukture sodat die essensie van die begrip duidelik uitstaan (Dienes se "Principle of contrast"). Dit kom ook daarop neer dat alle inherente wiskundige veranderlikes wat omvat word deur die bepaalde begrip of struktuur,

/34 gevarieer....

gevarieer moet word in die leerling se ervaringsveld.

As gevolg van sekere faktore, waaronder die aard van die wiskundige leerstof, valensiewerking en skematisering of patroonvorming, is daar 'n oorgang van integrasionele leer na outonome leer of outomatismes.

Die psigologiese instelling ("set") van die leerling ten opsigte van die onmiddellike leersituasie, is 'n belangrike faktor waarmee rekening gehou moet word. Luchins het aangetoon dat leerlinge in herhaalde probleemoplossing situasies wêre om afstand te doen van 'n strategie waarmee herhaaldelik sukses behaal is, maar wat nie in alle daaropvolgende situasies toepaslik is nie.

In die lig van die voorgaande beskouinge van leer en denke - veral in die Wiskunde - sal die empiriese gegewens verderaan beoordeel word, en sal die oorsake van foute in die Wiskunde in die volgende hoofstuk van naderby ondersoek word. Daar sal egter ook by die beoordeling gebruik gemaak word van die bevindinge van ander ondersoekers betreffende die oorsake van foute in die Wiskunde.

/35 BIBLIOGRAFIE....

BIBLIOGRAFIE

1. GOETZEE, J. Chr. Inleiding tot die Algemene Empiriese Opvoedkunde.
Potchefstroom, Pro-Rege, 1960.
2. NEL, B.F., SONNEKUS, M.O.H. en GARBERS, J.G. Grondslae van die Psigologie. Stellenbosch, Universiteitsuitgewers, 1965.
3. GOUWS, L.A. Die Leerproses. Pretoria, Van Schaik, (Sirsa Sielkundebiblioteek, no. 3), 1967.
4. HOFFMAN, P.A.E. Die Kognitiewe Veldteorie van Kurt Lewin en die Betekenis daarvan vir die Onderwys Praktijk. M.Ed., U.O.V.S., 1967.
5. MOWRER, O.H. Learning Theory and Behaviour. New York, Wiley, 1960.
6. WILLOUGHBY, S.S. Contemporary Teaching of Secondary School Mathematics. New York, Wiley, 1967.
7. BRANDENBURG, W.J. Modernisering van het Wiskunde-onderwys. Groningen, Wolters-Noordhoff, 1968.
8. SINNEMA, J. Denkpsichologio on Algebra. Amsterdam, Moulenhoff, 1961.
9. VAN PARREREN, O.F. Psychologie van het Leren. Zoist, de Haan, 1960.
10. LEWIN, K. Will and Needs. In: ELLIS, W.D.: A Sourcebook of Gestalt-psychology. London, Kogan Paul, 1938.
11. VAN GELDER, L. en PRINS, F.W. De Psychologio van het Denken on het Leren. In: Gedenkboek voor Ph. A. Kohnstamm. Groningen, Wolters, 1957.
12. WALLACE, J.G. Concept Growth and the Education of the Child; a Survey of Research on Conceptualization. Slough, National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1967.
13. VERBIST, R. on DE BLOCK, A. Do Waarde van Denkpsichologiesh Georiënteerd Rekenonderwys. Amsterdam, Moulenhoff, (1960).
14. BRUNER, J.S. The Process of Education. Cambridge, Harvard U.P., 1962.
15. DIENES, Z.P. Building up Mathematics. (Rev. ed.), London, Hutchinson, 1964.
16. BIGGS, J.B. Mathematics and the Conditions of Learning; a Study of Arithmetic in the Primary School. London, National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1967.
17. DIENES, Z.P. The Power of Mathematics. London, Hutchinson, 1964.
18. DIENES, Z.P. Research in Progress. In: LAND, F.W.: New Approaches to Mathematics Teaching. London, MacMillan, 1963.
19. NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. The Learning of Mathematics, it's Theory and Practice; twenty-first yearbook. Washington, the Council, 1953.

20. SAAD, L.G. and STORER, W.O. Understanding in Mathematics.
Educational Monographs, no. 3. London, Oliver and Boyd, 1960.

HOOFSTUK 3

OORSAKE VAN FOUTE IN WISKUNDE

3.1 Inleiding

In die voorafgaande hoofstuk is aangetoon hoedat prestasies tot stand kom deur middel van leer en denke. Eerstens is 'n ondersoek van die literatuur oor leer en denke in die algemeen gedoen en daarna ook van leer en denke in Wiskunde in die besonder. Waar leer en denke die lewering van 'n prestasie bevorder, is die maak van foute verantwoordelik vir die belemmering of verswakking van 'n prestasie. Daarom sal in hierdie hoofstuk aandag gegee word aan die oorsake van foute in die Wiskunde.

Eerstens sal 'n oorsig oor die gangbare teoretiese beskouinge aangaande die oorsake van foute in die algemeen gegee word. Hierin sal egter getrag word om aan te dui hoedat elkeen betrekking het op die Wiskunde in besonder. Die volgende faktore word hierby betrek: Intelligensie, begripsvorming, insig, belangstelling en motivering, vermoeidheid, vergeet en interferensie, outonome prosesse, nawerking en voorwerking, regressie en oordrag. Die beskouinge van Bloom (1) oor die oorsake van foute in die kognitiewe veld sal ook bespreek word.

Tweedens sal 'n oorsig van die vernaamste empiriese bevindinge ten opsigte van die oorsake van foute in die Wiskunde gegee word. Hierin word die bevindinge van Clark (2), Van Gelder (3), Sinnema (4) en De Wet (5) kortliks weergegee.

Hierna sal getrag word om tot 'n verantwoordbare samevatting van die vernaamste oorsake van foute in die Wiskunde te kom, wat dan ook later, tesame met die beskouinge oor leer en denke, gebruik kan word om die skynbare agteruitgang in prestasie in sekere items van die wiskundetoetse te probeer verklaar.

3.2 Oorsig oor die gangbare teoretiese beskouinge aangaande die oorsake van foute

Die grondoorsaak van foute moet gesoek word in die onvolmaaktheid van die mens na die sondeval van sy eerste voorouers, Adam en Eva, waardeur die mens beroof is van sy aanvanklike goedheid en gaafheid, ook wat verstandelike en geestelike gawes aanbetref, en waardeur hy in al sy handel en wandel gebuk moet gaan onder die las van die sonde.

Oorsake van foute moet ook gesien word in die lig van die feite wat bekend is aangaande die kognitiewe, volisionele, affektiewe en sensoriese prosesse, in hulle onderlinge vervlegtheid, wat betrokke is by leer en denke. Net soos leer onafskeidelik verband hou met 'n groot aantal veranderlikes, is ook die voorkoms van foute te wyte aan 'n vervlegtheid en veelheid van faktore. Dit is baie selde dat 'n fout gewyt kan word aan slegs een besondere oorsaak.

Die voorstanders van die verskillende leerteorieë het elk sy eie siening van die oorsake van foute: Die voorstanders van die assosiasie-teorieë wyt die foute aan die vorming van gebrekkige of swak assosiasies en te min oefening en versterkings van die aangeleerde elemente (kyk paragraaf 2.2.1).

Die denkpsigoloë lê die klem op tekortkominge in die totaliteitstruktuur van die kind, waarin die vorming van skemas (skematiese antisipasie) skipbreuk ly (kyk paragraaf 2.2.3).

Die gestaltpsigoloë wyt foute hoofsaaklik aan 'n onvermoë om strukture en die ervaring tot 'n eenheid te organiseer in die denke, en aan gebrek aan insig (kyk paragraaf 2.2.2).

Piaget se skool soek die oorsake van foute in 'n versteuring van die ewewigstoestand as gevolg van onvoldoende assimilasie en/of akkommodasie (kyk paragraaf 2.2.5).

Volgens die fenomenologiese sieninge word foute veroorsaak as gevolg van ontoereikende handelingstrukture asook by die oorgang van kognitiewe handelingstrukture na nie-kognitiewe of outonome handelingstrukture (kyk paragraaf 2.2.4). Van elkeen van hierdie beskouings kan iets geleer word aangaande die oorsake van foute.

Vervolgens sal ingegaan word op bogenoemde faktore wat leer en denke asook die voorkoms van foute, veral in Wiskunde, beïnvloed.

3.2.1 Intelligensie

Die gangbare beskouinge oor intelligensie is dat dit as 'n samestellende deel van die totale persoonlikheid beskou moet word. Intelligensie funksioneer in samehang met ander aspekte van die persoonlikheid (6, 19). Die wyse waarop hierdie interaksie, saamorganisasie of integrasie plaasvind, is volgens Robbertse (6) nog nie 'n uitgemaakte saak nie.

Daar bestaan 'n groot verskeidenheid definisies van intelligensie. Robberse (6) en ook andere deel dit op grond van die intelligente handeling wat deur die verskillende definisies beklemtoon word, as volg in:

/39 (a) definisies.....

- (a) definisies wat die aanpassingsvermoë van die mens aan die omgewing of dele daarvan beklemtoon;
- (b) definisies wat leervermoë beklemtoon;
- (c) definisies wat abstrakte denke beklemtoon; en
- (d) omvattende definisies wat as 'n vierde kategorie bygevoeg word.

Robbertse (6, 20) maak die volgende samevattende stelling: "Al hierdie benaderings is nie in stryd met mekaar nie, maar verskillende benaderings van dieselfde saak; almal bevat een gemeenskaplike element, naamlik dat verstand die algemene denkvermoë van die mens beskryf; en hiervan is relasiebesef die essensie".

Piaget is 'n voorbeeld van die groep wat intelligensie as 'n aanpassing proses omskryf. Aanpassing word verkry wanneer assimilasie en akkommodasie (kyk paragraaf 2.2.5) in ewewig is. By die verskillende periodes in die ontwikkeling van intelligensie wys hy gedurig op hierdie ewewigstoestand. Dit is sy ontwikkelende intelligensie wat die kind bring tot voltooiing van die aanpassingsproses. By elkeen van die periodes word die ontwikkeling van die denke by die kind beklemtoon.

Volgens (b) hierbo is intelligensie 'n groep aangebore kapasiteite wat die individu in staat stel om te leer (6, 21). Robbertse is egter van mening dat die vermoë om te leer meer as intelligensie insluit. Hy vereenselwig hom met die standpunt van Roth (7), naamlik dat leervermoë en begaafdheid ooreenstem en dat dit van baie ander persoonlikheidsfaktore afhanklik is sodat "het I.Q. slechts weinig definitief er over kan zeggen" (6, 21).

In (c) hierbo word die vermoë tot abstrakte denke beklemtoon. Dit is die vermoë om betrekkings in te sien, verhoudings te snap of om relasies te ontdek. Die relasies of verbande word min of meer onmiddellik ingesien en kan van 'n teoretiese of praktiese aard wees. Vir Langeveld (8, 248) is insig en relasiebesef ooreenstemmend en sien hy intelligensie as insig of relasiebesef in aksie.

Faktoranalitiese studies waarvan dié van Guilford (9) seker die belangrikste is, bevestig die bewering dat intelligensie gesien moet word as 'n samegestelde struktuur wat uit verskillende aspekte of faktore bestaan.

'n Swak intelligensie, wat die gevolg van verskeie faktore kan wees, gee aanleiding tot 'n groot aantal oorsake van foute. Dit is algemeen bekend dat daar 'n hoë korrelasie bestaan tussen intelligensie- en skolasitiese prestasietoetse. Dit beteken dat daar 'n hoë negatiewe korrelasie tussen I.K. en die voorkoms van foute sal bestaan. Leerlinge met 'n lae intelligensie vind dit moeiliker en neem ook langer om van die konkrete na die

abstrakte (denke) oor te gaan en indien laasgenoemde wel bereik word, is daar nie altyd 'n sinvolle verband tussen begrippe vir diesulkes nie, maar word daar meer op 'n outomatiese wyse met abstrakte simbole gewerk op grond van ingedrilde resepte. 'n Fout soos die volgende kan byvoorbeeld aan 'n swak intelligensie gewyt word: $\log a + \log b$ word vereenvoudig tot $\log (a+b)$ in plaas van tot $\log ab$. Die abstrakte betekenis van die simbole word verontagsaam terwyl die simbole gemanipuleer word op grond van die konkrete vorm waarin dit voorkom. Daar kan egter ook ander faktore verantwoordelik wees vir die voorkoms van hierdie fout.

'n Swak intelligensie word dan ook beskou as een van die vernaamste, indien nie die heel belangrikste, enkele primêre oorsaak van foute, veral in die Wiskunde (10, 47; 11, 191; 3, 83).

3.2.2 Begripsvorming

Die ontstaan van 'n begrip is volgens Muller (12, 58) ten nouste verbonde aan die insien van gemeenskaplike kenmerke. Dit is met ander woorde 'n veralgemening wat berus op die begryping van 'n groep inter-afhanklike verwantskappe. Begrippe is idees wat die geesteseiendom is van individue of groepe mense. Dit is 'n soort simbolisme. Begrippe van enige besondere voorwerp, verskynsel of proses bestaan in 'n kontinuum van eenvoudig na kompleks. Komplekse begrippe word opgebou uit eenvoudiger begrippe. Ervaring speel 'n baie groot rol by begripsvorming maar is nie noodsaaklik vir die vorming van alle begrippe nie. Begripsvorming en begripsontwikkeling is nou verwant aan die intelligensie van 'n leerling omdat relasiebesef en denke ook hier baie belangrik is.

Breuckner (10, 49) het vasgestel dat die grootste bron van foute in die bewerkings met rekenkundige breuke 'n gebrek aan die regte begrip, of 'n onvoldoende begrip van die prosesse is, en hy wys daarop dat, waar begrippe nie op 'n rasionele basis gebou word nie, verwag kan word dat 'n groot verskeidenheid foute na vore sal kom. Byvoorbeeld $7\frac{1}{8} - 3\frac{3}{8}$ word vereenvoudig tot $4\frac{1}{4}$ d.i. $(7-3) + (\frac{3}{8} - \frac{1}{8}) = 4 + \frac{2}{8} = 4\frac{1}{4}$. Bewerkings word dus uitgevoer sonder wesentlike begrip van die betekenis van wat gedoen word. Relasiebesef is baie swak of ontbreek heeltemal.

Die onvermoë van leerlinge om logies te redeneer, is 'n belangrike faktor in die ontstaan van foute. In die eenvoudige voorbeeld hierbo is dit duidelik hoe onlogies dit is om die een deel van die tweede getal af te trek van die eerste getal en direk daarna die tweede deel van die eerste getal te gaan aftrek van die tweede deel van die tweede getal. Die heel-tallige dele word reg afgetrek maar die breukgedeeltes word gerieflikheids-halwe omgeruil. Dit mag oënskynlik logies lyk om die kleinste breuk van

die grootste breuk af te trek maar in wiskundige sin is dit beslis onlogies. Leerlinge vaar beter in die meganiese deel van die werk maar dit ontbreek hul dikwels aan die nodige redeneervermoë om deur te dring tot 'n begrip van die werk (5, 76).

Daar is verskeie redes waarom fundamentele begrippe nie bemeester kan word nie. As die belangrikste elemente nie in die aanbieding beklemtoon word nie, kan die abstraheringsproses nie voldoende plaasvind nie en word begripsvorming bemoeilik. Leerstof wat homogeen is ten opsigte van die dele daarvan laat begripsvorming moeiliker geskied (13, 185). Byvoorbeeld, die begrip van plekwaarde notasie (kyk paragraaf 2.4.1) is gebaseer op 'n grondtal, magte van die grondtal en die aantal wat van elke mag van die grondtal aanwesig is. Deur die grondtal nou slegs tot tien te beperk (soos in die verlede) word die verkryging van insig in die begrip van plekwaarde, belemmer. Aangesien die eksponent waartoe die grondtal verhef word ook maar min varieer, is die leerstof, soos in die verlede aangebied, maar taamlik homogeen ten opsigte van die begrip van plekwaarde notasie.

Begripsvorming word ook belemmer omdat eensydige veralgemenings gemaak word. Slegs sommige van die kenmerke, of die nie-essensiële dominante waarnemingsgegewens, word deur leerlinge in ag geneem en geabstraheer (5, 52). 'n Verkeerde begrip ontstaan dus op dié wyse. Hier kan weer verwys word na 'n vorige voorbeeld waar $\log a + \log b$ vereenvoudig word tot $\log (a + b)$. Die gemeenskaplike woord "log" word as 'n gemene faktor beskou. Die begrip gemene faktor word verkeerdelik toegepas na aanleiding van die dominante waarnemingswaarde wat die woord "log" hier besit.

Leerprobleme en foute kom voor in die vroeë stadiums van begripsvorming omdat die leerling in sy denke by die konkrete of aanskoulike voorstadium van begripsvorming vashaak. Dit is die gevolg van die tendens by leerlinge tot dingopvatting in plaas van saak- of begripsopvatting. Die konkrete voorstelling kan dus in die weg van veralgemening staan (5, 53).

Die aard van die leerstof speel ook 'n vername rol in die ontstaan van foute en probleme ten opsigte van begripsvorming. Intelligenter leerlinge kan simbole beter gebruik en maak ook meer gebruik van simbole as die begrip of probleem moeiliker word. Daarteenoor ondervind minder intelligente leerlinge baie probleme by die gebruik van simbole (5, 54; 14, 95).

Onduidelike begrippe en wanbegrippe word ook as een van die belangrikste oorsake van foute in die Wiskunde beskou (5, 55; 15, 14). Die oorsake van wanbegrippe is ook weer aan die optrede van verskeie faktore toe te skryf, byvoorbeeld: gebrekkige waarneming, insig en kennis, vergeet en interferensie (5, 55).

3.2.3 Insig

Insig berus in die eerste plek op kennis en is nou verwant aan intelligensie (kyk paragraaf 3.2.1). Kennis word verryk en verdiep deur insig en word ook beter onthou as dit deur insig gerugsteun word. Insig vind plaas as die verskillende elemente van 'n situasie in hul verband met die hele situasie verstaan of begryp word en as 'n eenheid gesien word. Insig speel nie slegs 'n belangrike rol in begripsvorming en -ontwikkeling nie maar bestendig dit ook (15, 19).

Insig word verkry deur 'n selfstandige denkhandeling van die leerling self (16, 2). Die onderwyser kan die leerling help en lei om tot insig te kom, maar die werklike verwerwing daarvan moet selfstandig deur die leerling behaal word. Om insig te verkry moet die leerling belangstel in die vraagstuk en gemotiveerd wees, sodoende kom 'n strukturering van die waarnemings- en denkveld makliker tot stand (16, 45).

Tensy die leerling verdiep is in die leerstof en doelbewus strewende na die verkryging van insig sal die intellektuele prosesse nie voldoende beheers word nie en gevolglik lei tot foute (16, 44).

Die ontstaan van insig berus nie slegs op die kennis en intelligensie van die leerlinge nie maar is ook afhanklik van omgewingsfaktore (5, 59). Dit beteken dat omgewingstoestande ook gunstig of ongunstig kan wees vir die ontstaan van insig. Indirekte faktore, soos byvoorbeeld die invloed van die omgewing op die ontwikkeling van taal en op begripsvorming kan dus die ontstaan van insig beïnvloed. 'n Kind in 'n kultureel ryk omgewing snap sekere dinge makliker en gouer as een in 'n kultureel arm omgewing.

Die verkryging van insig word veral bevorder deur die leerling in probleemsituasies te plaas, dit is in situasies waarin hy nie direkte toegang tot die doel het nie (12, 37). Hy word dus as't ware geoefen om self oplossingsmetodes te ontdek. Deur die probleme reg te kies, kan die leerling stapsgewyse gelei word om telkens tot nuwe insigte te kom en die samehang tussen die gegewens van die probleemsituasie telkens in te sien.

Gebrek aan insig is dan ook 'n baie belangrike oorsaak van foute. Aangesien die leerling self moet besluit wanneer sekere bewerkings uitgevoer moet word, kan hy dit nie doen nie as insig in die totaliteit van 'n probleem ontbreek en gevolglik word verkeerde bewerkings in die probleemsituasies toegepas. Die samehang tussen die gegewens kan nie ingesien word nie en is as't ware sinloos vir die leerling wat dit nie snap nie sodat dikwels oorgegaan word tot die mees onlogiese, denklose en selfs sinlose stappe.

3.2.4 Belangstelling en motivering

Volgens Coetzee (17, 217) is die begrippe geesteshouding, belangstelling en motivering nou verwant aan mekaar en vorm hulle tesame met insig die vier belangrikste "wetmatighede" van die leerproses, want "die sukses van 'n mens se werk hang in die eerste plek van sy algemene geesteshouding teenoor die werk af: waar daar 'n wil is, is daar 'n weg! Die sukses van die werk word verder bepaal deur die volgende psigologiese faktore: die lusgevoel wat deur die werk gewek word, is 'n positiewe faktor; selfvertroue is bevorderlik; opmerkzaamheid en belangstelling is onmisbare, gunstige faktore: die aandag moet opsetlik gerig en gekonsentreerd wees" (17, 220). Wat Coetzee hier as psigologiese faktore aandui, kan meer spesifiek as volisionele en affektiewe faktore aangestip word.

Robbertse (6, 31) beskou belangstelling as: " 'n redelik konstante, dinamiese, affektiewe gerigtheid (positief of negatief) tot aktiwiteite waarby waardevoorkeure en kennis van die aktiwiteite 'n rol speel" en voeg ook onmiddellik by dat aanleg en/of intelligensie ook 'n rol by belangstelling kan speel, asook erflikheids- en omgewingsfaktore. Belangstelling vorm ook soos intelligensie 'n samestellende deel van die totale persoonlikheid van die mens.

'n Gebrek aan belangstelling in sekere leerstof, gee aanleiding tot 'n traak-my-nie-agtige houding teenoor daardie leerstof wat die voorkoms van foute daarin verhoog. Een van die grootste struikelblokke in die leer van Wiskunde is die ongunstige houding van sekere leerlinge teenoor die vak (15, 46). Hierdie houding word dikwels teweeggebring deur onsuksesvolle leer wat mettertyd 'n gevoel van frustrasie wek.

Motivering word soms genoem die "sine qua non" van leer (5, 21). Die leerproses verloop die doeltreffendste, en die minste foute sal gemaak word, as die denkaktiwiteite wat verrig moet word, behoeftes bevredig of daartoe bydra dat belangrike doelstellings bereik word (5, 21). Motivering is die vrystelling van die nodige energie vir die leeraktiwiteit en die denke (18, 24). Motivering prikkel tot prestasie en die drang tot die lewer van prestasies vergroot die waarskynlikheid van 'n positiewe ingesteldheid van die leerling teenoor die werk wat op sy beurt effektiewe leer bevorder. Gebrekkige motivering moet derhalwe beskou word as 'n belangrike bydraende faktor tot die maak van foute in die Wiskunde.

Die belemmerende, en selfs uitdowende effek wat spanning as gevolg van angs-vrees op leer, veral in die Wiskunde het, is goed bekend. Daar bestaan groot individuele verskille in die reaksies van leerlinge ten opsigte van angs: sommige het 'n baie hoë weerstand teen spanning as gevolg van angs, terwyl andere weer maklik deur spanning beïnvloed word. In die algemeen kan angs 'n motiverende of inhiberende (belemmerende) uitwerking hê afhangende van die graad van angs wat aanwesig is. Maar Biggs laat hom wat die Wiskunde aanbetref as volg uit:

"The significant thing is that this general relationship has been found to apply to learning of all kinds - except, it seems, arithmetical and mathematical learning. Sir Cyril Burt noted some years ago that while highly anxious or neurotic children may perform more than adequately in most school subjects, they are very likely to be failures at arithmetic. Dr. Olof Magne, a Swedish psychologist, has expressed the results of his investigations rather more dramatically. He states that while children of low intelligence are liable to experience difficulties in arithmetic, understandably enough, pupils of average and high intelligence have difficulties only if they are maladjusted, and he rates anxiety as a major symptom of maladjustment" (19, 58).

Laasgenoemde mag 'n bietjie vergesog klink maar dit toon desnieteenstaande baie duidelik aan wat die algemene neiging van diesulke en ander studies openbaar. In Rekenkunde en Wiskunde is dit inderdaad so dat die inhibisies wat voortgebring word deur angs-vrees, 'n uitwissingseffek het op die stof wat geleer word en alreeds geleer is en meer besonderlik in die gevalle van kinders wat alreeds (uiteraard) angstig is. Biggs lei dan ook af dat angs-vrees makliker ontstaan in Rekenkunde en Wiskunde as in ander vakke (19, 59). Die rede hiervoor lê opgesluit in 'n kombinasie van twee faktore: "...the kind of learning that current teaching methods encourage and the nature of mathematics itself" (19, 59).

Carlson en Ryan (20, 17) het 'n ondersoek gedoen na die verwantskap tussen die verskillende vlakke van kognitiewe funksionering en angs-vrees. Hulle is van mening dat:

"The fact that a relationship exists between affective states and cognitive functioning has been well established. Evidence indicates that anxiety can act as a motivational force on test performance; but if the difficulty of the task is increased, those individuals with high test anxiety do not do as well as those with low test anxiety. Sarason and others have suggested that test anxiety seems to have an 'interfering effect' and can act as an intervening variable on problem-solving performance" (20, 17).

Aangesien probleemoplossing aan die orde van die dag is in die Wiskunde, is dit volgens hierdie beskouing duidelik dat die aanwesigheid van angs-vrees die voorkoms van foute sal verhoog en gevolglik die prestasies in die Wiskunde sal beïnvloed.

3.2.5 Vermoeidheid

Coetzee (17, 279) noem vermoeidheid as een van die belangrikste begeleidente verskynsels van leer. Dit is 'n faktor in die leerproses wat meebring dat daar 'n afname in die individu se werkvermoë is as die werk lank volgehou word sonder die nodige en genoegsame rus of onderbreking daarvan. Dit word ook beskou as 'n toestand van die leerder waarin die doeltreffendheid van sy werk afneem, en hy dus minder en swakker presteer.

Daar word ook onderskei tussen liggaams- en geestesvermoeidheid. 'n Wesensverskil is daar egter nie, want vermoeidheid is iets wat werkgeskiktheid en -prestasie vir alle soorte werk, sowel liggaamlik as geestelik verlaag (17, 281).

Volgens Coetzee (17, 280) kan in die algemene toestand van vermoeidheid verskillende grade van ongeskiktheid vir werk onderskei word. Die aanvangspunt van vermoeidheid kan beskou word as 'n toestand van verveling wat gekenmerk word deur verlies aan belangstelling en opmerkzaamheid, aan 'n toenemende rusteloosheid en drang na beweging of aan lomerigheid en slaperigheid by die leerder. Die tweede stadium op die weg is matheid, 'n meer geïrdorde toestand van onoplettendheid, belangeloosheid, werkloosheid en slaperigheid. Hierna volg die toestand van moegheid waarin werklike tekens van vermoeidheid waarneembaar is: daar is meer as net 'n verlies aan werk-lus, daar is reeds 'n afname van werkgeskiktheid, maar dit is tog nog verwant aan verveling en matheid, meer 'n gevoelstoestand. Die vierde graad hou in werklike vermoeienis. Dit word gekenmerk deur 'n afname sowel van werkgehalte as van werk-lus. Die kind het 'n vermoeide, gespanne gesigsuitdrukking; sy bewegings is langsaam en lomp; hy praat sonder enige opgewektheid; daar is 'n merkbare afkeer tot inspanning en 'n sterk neiging om aan die slaap te raak. Kortom: hy het behoefte aan rus, aan werkstaking. Word die werk nog voortgesit, tree die vyfde graad, naamlik uitputting in. Die oë word dof, die oogappels wyd, die uitdrukking vermoeid en slap, die voortbeweging sonder enige veerkrag; op skool kan die kind nie aandag gee nie en is daar geen vordering nie. Hierna kan 'n senu-instorting intree indien voortgegaan word sonder verposing of rus. Dit kom egter baie selde by leerlinge voor en is nie soseer die gevolg van oorwerk, en dus oorvermoeienis nie, dog eerder van oorbekommernis oor die werk (17, 281).

Dit is egter uit bostaande duidelik dat vermoeidheid nou verwant is aan affektiewe faktore soos motivering, belangstelling, opmerkzaamheid, houding en werklus.

Volgens Coetzee (17, 284) is vermoeidheid eerder die gevolg van onhigiëniese toestande as van skoolwerk. Die volgende word aangedui as die oorsake van skoolvermoeidheid: swak beligting van die lokaal, sowel te veel glans as te min lig; slegte banke en ander skoolmeubels; geraas en bewegings in die klas; wanvoeding, sowel onder- as oorvoeding; slegte kleding, sowel te veel as te min klere, te nou en te wye klere; liggaamlike gebreke soos slegte tande, verstopte neus en siektes; regimentering van die skoolprogram, die kinders gaan sonder rus en verposing van een werk na 'n ander; oor-inspanning, veral van die vertraagde kind om maar enigsins te kan bybly; en nog baie ander omgewingsfaktore (17, 284).

Vermoeidheid is dus direk verantwoordelik vir die voorkoms van foute in die Wiskunde en al bogenoemde faktore dra indirek in mindere of meerdere mate daartoe by.

3.2.6 Vergeet en interferensie

Vergeet is 'n baie belangrike oorsaak van foute (5, 91). Wiskunde — leerstof wat vir 'n bepaalde tyd nie gebruik is nie, vervaag maklik. Dit vergnoot die moontlikheid van foute ook in die sin dat ander oorsake van foute, soos byvoorbeeld outonome prosesse, ook nou makliker kan voorkom. Dit verswak ook die intensie sodat outonome prosesse wat in 'n teenoorgestelde rigting werk as die intensie, makliker optree.

Die proses van vergeet begin sodra 'n mens begin leer (17, 286). Die snelheid van vergeet is veral deur Ebbinghaus eksperimenteel ondersoek. Hy het aanvanklik 'n aansienlike daling in die grafiek van vergeet gevind wat algaande byna horisontaal word. Die meeste ander ondersoekers het min of meer dieselfde verloop van die kurwe gevind, behalwe dat die aanvanklike daling nie so groot was nie (17, 287). 'n Latere ondersoeker, C.H. Bean, dui as verklaring van die lyn van vergeet, die volgende vyf faktore aan:

Die snelheid van vergeet hang af van die graad waartoe die memorisering deurgevoer is voor die intrede van vergeet — dit blyk dat oorleer die vergeet baie teëwerk; die snelheid van vergeet hang af van die metode van aanlering, dit wil sê van die konsentrasie en verspreiding van die oefening — verspreide leer maak vergeet swakker en stadiger, en gekonsentreerde leer maak dit sterker en vinniger; die snelheid van vergeet wissel af met die soort prestasie by gewenning of die soort stof by voorstellende leer — sinryke stof word minder geredelik vergeet as sinlose; die snelheid van vergeet wissel ook af met die metode van die meting van vergeet — vergeet

is vinniger as dit gemeet word deur die reproduksiemetode, stadiger as dit geskied deur die herleermetode; die snelheid van vergeet wissel ook af van individu tot individu" (17, 287).

Een van die belangrikste middels vir die bestryding van die aanvanklike snelheid van vergeet is die voorsiening van 'n rustyd vir besinking voordat die aandag weer aan ander aktiwiteite gewy word (17, 289).

As gevolg van vervaging bestaan daar vir leerlinge nie meer verskille tussen sekere gedeeltes van die leerstof nie en word verkeerde bewerkings en beginsels toegepas. Die waaksaamheid verflou en interferensie vind makliker plaas. Volgens De Wet (21, 268) is interferensie die belangrikste verklaring vir vergeet en vorm dit een van die belangrikste oorsake van foute. Interferensie word omskryf as die steuring wat ondervind word by die aktualisering van 'n leerresultaat of by 'n nuwe leerproses as gevolg van ander geïnterpoleerde of voorafgaande leerprosesse (21, 268).

As daar 'n mate van ooreenkoms tussen twee denkhandelinge bestaan, sal interferensie makliker plaasvind. 'n Baie bekende voorbeeld hiervan kom voor by die oplossing van vergelykings wat breuke bevat en die vereenvoudiging van breuke in Algebra. Nadat leerlinge geleer het om vergelykings waarin breuke voorkom, op te los (bv. $\frac{2x}{3} + 5 = 0$, d.i. $2x + 15 = 0$), ondervind hulle moeilikhede met die vereenvoudiging van breuke soos $\frac{2a}{3} + 5$, wat dan verkeerdelik vereenvoudig word tot $2a + 15$. Leerlinge se kennis van die metodes om vergelykings met breuke, op te los, interfereer met hulle kennis van die metodes om veelterme met breuke daarin, te vereenvoudig.

Daar is vasgestel dat verskeie faktore, soos die tydsverloop tussen die leer- en toetsfases, die graad van leer, en die mate van ooreenkoms in leerstof, interferensie beïnvloed. Verskeie teorieë (21) waarop hier nie ingegaan sal word nie, het ontstaan op grond van eksperimente in die psigologie. Gesien vanuit die leersituasie in die skool, waarin meestal van ~~sin~~volle leerstof gebruik gemaak word, vorm die afwesigheid van begrippe soos insig, begrip en kognitiewe beheer, die grootste tekortkominge in die huidige verklarings vir interferensie, volgens De Wet (21, 277). Afgesien van die tekortkominge kan, volgens dieselfde outeur, die volgende fundamentele beginsels uit die bestaande interferensieteorieë afgelei word:

- "a) Interferensie kan gedeeltelik deur verleer en reaksiekonkurrensie verklaar word, maar die relatiewe belangrikheid van elk is afhanklik van baie faktore.
- b) 'n Skeiding van sisteme of differensiasie tussen oorspronklike en geïnterpoleerde leerstof verminder die moontlikheid dat interferensie sal voorkom.

- c) Die waarskynlikheid dat interferensie sal optree, is afhanklik van die betrokke sisteme of subsisteme. Hoe aktiewer 'n sisteem is, vanweë instruksies van die onderwyser of die instelling ("set") van die leerlinge, bv. die leerstof onder behandeling, hoe groter is die moontlikheid dat die spore van hierdie sisteem sal aktualiseer.
- d) Die moontlikheid dat interferensie sal plaasvind, verhoog met verloop van tyd omdat die differensiasie tussen sisteme vervaag" (21, 277).

'n Verkeerde antwoord beteken nie noodwendig dat 'n leerling 'n stuk werk nie ken nie. Dit kon verstrek gewees het as gevolg van reaksiekonkurrensie in 'n stadium toe die verkeerde sisteem 'n hoër aktiwiteit geniet het (21, 277).

3.2.7 Outonome prosesse

Outonome prosesse kom nie slegs by interferensieverskynsels voor nie. "Dit kom ook selfstandig voor en vind veral plaas as die rasionele basis ontbreek of as die intensie nie sterk deur die bewuste denke gedra word nie". (5, 85).

Hierdie sogenaamde outonome prosesse oefen nie slegs 'n bepalende invloed uit op die leerproses nie, maar is ook onontbeerlik vir die voortgang van leer en denke (5, 33). Dit kan in dieselfde rigting as die intensie werk en dit sodoende versterk of in 'n teenoorgestelde of ander rigting as die intensie werk, sodat foute of ontoereikende handelingstrukture ontstaan (5, 33).

Die ontstaan van outonome prosesse word kernagtig deur De Wet (5, 33-34) in navolging van die werk van Van Parreren as volg beskryf:

"'n Handelingstruktuur, d.w.s. leer, kan ontstaan deur suiwer intensionele prosesse. Selfs dan en by die bewuste uitvoering van 'n instruksie verloop gaandeweg 'n reaksiebewys waarby bewuste prosesse min of meer volkome uitgeskakel is. Outomatisering van die denkhandeling vind plaas. Dit geskied as volg: Tussen bepaalde waarnemingsgegewens en bepaalde reaksies word direkte, spesifieke verbindings gevorm wat, in teenstelling met die assosiasies ("bonds"), dinamies van aard is. Hierdeur word die bewuste en intensionele oordeelsprosesse oorbodig. Valensies het ontstaan. In intensionele leer word die intellektuele uitvoering van die instruksies gaandeweg vervang deur die reaksies op valensies. Die oorspronklike handeling word opgelos in 'n stel reaksies op konkrete waarnemingsgegewens. Die aanskoulike hoedanighede van die materiaal en nie die abstrakte relasie nie, gee die deurslag. Dit het tot gevolg dat foute voorkom".

Volgens De Wet het ondersoek in die Sowjet-Unie ook aangetoon dat enige opdrag wat verdeel kan word in afsonderlike, gedeeltelike take wat op dieselfde doel gerig is, onthef word van bewuste kontrole as gevolg van die direkte verbindings tussen die onderdele van die opdrag. Die psigologiese struktuur van die denkkaktiwiteit word vereenvoudig en 'n verkorte denkproses vind plaas. Die moontlikheid bestaan egter altyd dat die denkhandeling wat op die outonome denkvlak geskied, weer oorgeplaas kan word na die vlak van bewuste kontrole (5, 34).

Daar word ook onderskei tussen 'n betekenisgewende ("substantiating") element en 'n werkende ("operative") element in die denke. Die betekenisgewende doel van die denkhandeling verdwyn later as dieselfde denkhandeling herhaal word. In die finale stadiums vind die denkhandelings plaas sonder bewuste denke - dus op 'n outonome vlak. Byvoorbeeld, in 'n breuk soos $\frac{a^2 + b^2}{a + b}$ wat vereenvoudig word tot $a + b$ deur middel van die kanselleerwalensie wat ontstaan na aanleiding van die konkrete waarnemingsgegewens, word glad nie besin oor die betekenis van die deelteken wat die teller nl. $a^2 + b^2$ skei van die noemer, $a + b$ nie.

Die rol van die outonome prosesse en die intensie kan, volgens De Wet (5, 36), ook toegepas word op die aanvanklike verwerwing van begrippe en insigte asook op manipulasies van byna enige gedeelte van die leerstof in Algebra.

Die aard van die wiskundige skryfwyse is volgens hom 'n belangrike oorsaak hiervan. "Die redenering in die Wiskunde word in baie gevalle grotendeels vervang deur 'n bewerking met simbole. Die denke word dan vir 'n groot gedeelte outonoom waarby sekere simbole walensies het vir groeperinge van ander simbole. Die taal word telkens al hoe meer uitgeskakel sodat van die aanskoulike strukturering direk oorgestap word na die simbole sonder dat daar van die gewone taal gebruik gemaak word" (5, 36). 'n Mooi voorbeeld hiervan word gevind in die oplossing van die vergelyking $\frac{15}{x} = 3$, waar verskillende antwoorde, bv. $x = \pm \frac{1}{5}$ of $x = 45$, verkry word op grond van denkklose manipulasie van simbole op 'n outonome vlak.

Ook die voorkoms van stereotipe foute word gewyt aan outonome prosesse in leer en denke (5, 38).

3.2.8 Nawerking

Nawerking word beskou as die onmiddellike nagevolge van 'n vorige aktiwiteit op 'n huidige aktiwiteit wat laasgenoemde dan kan versteur sodat foute gemaak word. Dit moet onderskei word van interferensie wat die gevolg is van die steurende werking van verwante stof wat vroeër geleer is. Die tydsduur in die twee prosesse verskil baie. Nawerking van 'n voorafgaande handeling vervaag vinnig met verloop van tyd en is meer van 'n onmiddellike aard.

Waar interferensie altyd gebonde is aan die bestaan van bepaalde objekte, is nawerking die gevolg van die traagheid van prosesse en toestande op sigself (13, 303). 'n Voorbeeld hiervan word gevind in die toepassing van 'n voorafgaande probleem se formules op 'n daaropvolgende probleem wat volgens 'n ander formule opgelos moet word. Nawerking kon moontlik ook 'n rol gespeel het in die ontstaan van Luchins se "Einstellung" begrip, maar ander faktore bv. outonome prosesse, word nie hierby uitgesluit nie.

3.2.9 Voorwerking

Voorwerking veroorsaak agtelosige foute in Wiskunde. Die foute kan daaraan toegeskryf word dat 'n mens vinniger lees as wat jy skryf. Byvoorbeeld, $a(5 - b) - 7(2a - 3b)$ word vereenvoudig tot $5a - ab - 21a + 21b$. Terwyl die leerling al die laaste terme gelees het, was hy waarskynlik nog hesig om die vorige term te bereken en neer te skryf.

3.2.10 Regressie

Regressie is die verskynsel wat optree wanneer daar te veel gegewens is wat gelyktydig in die leerling se denke opkom en hy dit nie kan integreer om 'n totaalbeeld van die situasie op te bou nie - 'n desorganisasie van die denke vind plaas en die leerling verloor beheer oor die situasie. Dit is 'n besondere openbaring van aandagverslapping en kan vergelyk word met die oorlading van 'n kragpunt en die gevolglike uitskop van die hoofskakelaar in die gebou (5, 93). De Wet stel dit as volg: "As die geheel te moeilik is, misluk die geestelike ordening op die hele linie, dit wil sê die ongeordendheid brei uit oor al die ander funksies wat andersins reg sou fungeer" (5, 93). Die aandag is gerig op die boonste vlakke van die denkproses wat moet lei tot die ontknoping. Interferensie en outonome prosesse tree nou makliker op die laer vlakke in sodat foute voorkom (5, 93). Dit is byvoorbeeld makliker om 7 af te trek van 9, maar as gevra word om 7 af te trek van -9, moet twee keer gedink word. Daar moet gesoek word na 'n rasionele basis. Die negatiewe getal neem die denke sodanig in beslag dat dit die

poging om die opdrag korrek uit te voer, op 'n ander plek laat misluk: -2 is dan 'n baie gewilde antwoord wat verstrekkend word.

3.2.11 Oordrag

Omdat Wiskunde in 'n groot mate bestaan uit die logiese opbou van strukture, speel oordrag ipso facto 'n vername rol in die vorming van die strukture. Dit blyk ook duidelik uit die volgende aanhaling: "Die voortgang van 'n leerling in Wiskunde en dus ook die onderrig in die vak, behoort die spiraalvorm van 'n wenteltrap te volg. Dieselfde begrippe en resultate tree by herhaling op maar telkens in 'n ander verband of op 'n hoër vlak" (22, 11).

Die toepassing (oordrag) van beginsels, metodes en denkstrukture kan verkeerd gebruik word in 'n situasie of dit mag reg gebruik word, maar in 'n verkeerde (of nie-toepaslike) situasie. Daar bestaan ook die moontlikheid dat geen oordrag plaasvind nie sodat die eenvoudige begrippe nie later op 'n hoër vlak sal funksioneer nie. Byvoorbeeld, die oplossing van 'n goniometriese vergelyking deur middel van faktore kan misluk omdat 'n leerling se Algebrakennis in die verband nie oorgedra (of toegepas) word nie. Die geval waar 'n beginsel of metode in 'n verkeerde situasie toegepas word, is reeds bespreek onder interferensie. Sommige ondersoekers dui interferensie dan ook aan as negatiewe oordrag (5, 96).

Volgens De Wet (5, 99) is oordrag afhanklik van verskeie faktore soos rypheid en intelligensie waarby gevoeg kan word insig en begrip, aanleg, belangstelling en motivering.

Positiewe oordrag en die moontlikheid om foute te verminder, word volgens De Wet (5,99) verder bevorder deur helderheid en duidelikheid van begrippe en metodes, en voldoende oefeninge waarin die leerlinge geleentheid kry om hulle ervaring te rekonstrueer in terme van die betrokke begrippe. Hierdie beskouing sluit ook aan by Dienes (23, 39) se "multiple embodiment" beginsel in die Wiskunde, waarvolgens 'n leerling gekonfronteer moet word met 'n verskeidenheid van toepassingsmoontlikhede van dieselfde stof in verskillende situasies.

Oordrag vind nie outomaties plaas nie en wissel van een leerling na 'n ander, van leerstof tot leerstof en na gelang van die metodes waarvolgens die leerstof aangeleer is, want "...the manner in which the knowledge is acquired has a bearing on how readily it can be used. Knowledge acquired largely by memorization, by the 'pouring in' process, and without many relationships being established with the individual's existing knowledge has low transferability" (15, 245).

Die oordrag van beginsels en houdings - algemene idees - wat op verskillende gebiede 'n toepassing vind, is baie belangrik. Bruner stel dit as volg:

"This type of transfer is at the heart of the educational process - the continual broadening and deepening of knowledge in terms of basic and general ideas. The continuity of learning that is produced by the transfer of principles, is dependent upon mastery of the structure of the subject matter. That is to say, in order for a person to be able to recognize the applicability or inapplicability of an idea to a new situation and to broaden his learning thereby, he must have clearly in mind the general nature of the phenomenon with which he is dealing. The more fundamental or basic is the idea he has learned, almost by definition, the greater will be its breadth of applicability to new problems" (24, 17).

Gebrekkige oordrag is 'n belangrike oorsaak van foute in die Wiskunde en word ook in die hand gewerk deur ander faktore soos interferensie en regressie, onvoldoende begrip van en insig in die leerstof, sekere persoonlikheidseienskappe en swak metodes van onderrig.

3.2.12 Kognitiewe prosesse

Foute moet ook gesien word in hul verwantskap met opvoedkundige doelstellings. Bloom (1) het 'n taksonomie van opvoedkundige doelstellings opgestel waarvan die eerste deel oor die gebied van die denke handel. Hy noem dit die kognitiewe gebied. Die kognitiewe veld word verdeel in:

- (1) die verkryging of opdoen van kennis, en
- (2) die ontwikkeling van daardie vaardighede en vermoëns wat nodig is om die kennis te kan gebruik of toe te pas.

Baie foute in die Wiskunde kan teruggevoer word na gebrekkige of onvoldoende of selfs oppervlakkige kennis.

Wiskundige kennis kan verdeel word in kategorieë waarvan die volgende die belangrikste is:

- (a) Kennis van terminologie, notasie, skryfwyse en taalgebruik. Dit verwys na die uiters kompakte taal en skryfwyse of simbolisme wat deur wiskundiges gebruik word om begrippe of idees uit te druk.
- (b) Kennis van spesifieke feite. Dit verwys na kennis van formules en verwantskappe. Dit word ook parate kennis genoem.
- (c) Kennis van beginsels en veralgemenings. Hier word verwys na kennis van die betekenis van vektore, aksiomas, reëls, getalle, ens.

- (d) Kennis van tegnieke, soos byvoorbeeld die bewerkingstegnieke en manipulasie van formules.

Kennis sonder begrip beteken nie veel in die Wiskunde nie. 'n Gebrekkige begrip is dan ook 'n bron van foute in die Wiskunde. Dit kan gewyt word aan 'n foutiewe vertaling of interpretasie of onvoldoende ekstrapolasie. By vertaling word van die leerling verwag om een simboliese vorm in 'n ander te transformeer. Interpretasie vereis dat data gesif word met die oog daarop om besluite te neem of afleidings te maak. Ekstrapolasie gaan verder as interpretasie. Daar word gesoek na implikasies en gevolge en gevolgtrekkings word gemaak.

Toepassing is 'n derde kategorie van Bloom se taksonomie. Dit vereis nie net kennis en begrip van 'n probleem nie maar ook die regte gebruik van bewerkingsmetodes en middele wat nodig is om die probleem op te los. Toepassing is afhanklik van die mate van oordrag van kennis van een situasie na 'n ander (25, 245).

Die maak van foute in toepassing is volgens Bloom (1, 126) die gevolg van:

- "a) Not correctly comprehending the problem abstraction;
- b) Choosing the wrong abstraction;
- c) Incorrectly using the abstraction in the situation or
- d) Incorrectly interpreting the results of using the abstraction in the situation".

In hierdie kategorie word ook soms vereis dat gebruik gemaak word van die hoër intellektuele prosesse soos analise, sintese en evaluering wat drie aparte kategorieë in Bloom se taksonomie verteenwoordig.

Al hierdie kategorieë moet as 'n eenheid gesien word waarvan kennis die fondament vorm.

3.3

Oorsig van die vernaamste empiriese bevindinge ten opsigte van die oorsake van foute in die Wiskunde

Die oorsake van foute in die Wiskunde is reeds deur verskeie persone empiries ondersoek en ontleed. Vervolgens sal die aandag toegespits word op die vernaamste bevindinge van Clark (2), Van Gelder (3), Sinnema (4) en De Wet (5).

/54 3.3.1 Clark (2)....

3.3.1 Clark (2)

Hy het 'n diagnostiese Algebratoets op 739 leerlinge in Vorms II, III en IV aan twee metropolitaanse skole in die staat Victoria toegepas. Na 'n deeglike ontleding van die resultate maak hy die volgende gevolgtrekkings (2, 17-18):

- (a) Die vermoë om fundamentele prosesse in Algebra te gebruik, is relatief swak ontwikkel by baie leerlinge. Hulle mag wel kennis hê van tegnieke en metodes, maar het dit geensins bemeester nie.
- (b) Baie leerlinge in alle vorms vertoon 'n gebrekkige begrip van die woordeskat van die Wiskunde. Dit word selfs genoem dat kritiese denke of interpretasie van leesbegripvaardighede wat nodig is vir doeltreffende vertaling van en toepassing op probleme, swak ontwikkel was by 'n groot aantal leerlinge.
- (c) Die fundamentele beginsels van algebraïese notasie (bv. $6a = 6 \times a$; $a + a = 2a$; $a^2 = a \times a$) word swak begryp deur baie leerlinge.
- (d) Die verwarring oor die gebruik van die regte bewerkings dui op 'n meganiese benadering tot Algebra.
- (e) Op alle vlakke is daar 'n onvoldoende begrip van die fundamentele betekenis van die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe van getalle sowel as die wette van eksponente.
- (f) Die swak verwantskap tussen faktorisasie en produkte van twee terme dui daarop dat daar maar min oordrag is van die een onderwerp na die ander wat moontlik toegeskryf kan word aan die sogenaamde kompartementalisasie van die vak.

3.3.2 Van Gelder (3)

Rekenmoeilikhede van kinders is, volgens Van Gelder (3, 156), stoornisse in 'n ontwikkelingsproses. Dit moet dan beskou word as ontspringe in die leerproses en word aangedui met die term "dyscalculie". Hy gebruik die term "acalculie" om die totale of gedeeltelike verlies van die reeds verwerfde rekensisteem aan te dui.

Rekenmoeilikhede by kinders tree dan in twee vorme op (3, 182):

- "a) Dyscalculie is een afwyking in het leerproces van de taalverwerving, in het bijzonder van de taalvormen, die het beheersen van relaties in de kwantitatieve sfeer mogelijk maken.

- b) Dyscalculie is een afwyking in het leerproces van het leren beheersen van bewerkingsmethoden met symbolen, die relaties van kwantitatiew aard representeren".

Die wiskundetaal moet dus eers bemeester word en daarna moet bewerkingsmetodes aangeleer word en die wiskundige relasies begryp word.

3.3.3 Sinnema (4)

Hy het die probleem van meganisasie en gewoontevorming in die leer van Algebra ondersoek deur die foute van 'n aantal leerlinge in die oplossing van eenvoudige vergelykings na te gaan, en deur klasgesprekke sowel as individuele gesprekke met die leerlinge te voer. Op grond hiervan kom hy tot die volgende gevolgtrekkings:

- (a) Die gebrek aan 'n rasionele basis vir die eenvoudige rekenkundige bewerkings is een van die vernaamste oorsake van swak prestasies in Wiskunde.
- (b) Dieselfde prestasies word deur verskillende denkhandelinge te weeggebring.
- (c) Alleen deur telkens in die werk terug te gryp na 'n rasionele basis, en deur die betekenis van die bewerkingstegnieke weer na vore te bring, kan insig verkry word.
- (d) Valensies kan ontstaan sonder dat intensionele handelinge dit voorafgaan.
- (e) Outonome handelinge word versterk deur 'n aantal verskillende vraagstukke met dieselfde oplossingskema na mekaar te doen.
- (f) Situasiefaktore en die instelling van die leerling beïnvloed die verloop van die leerproses.

3.3.4 De Wet (5)

Hy het 'n baie omvattende ondersoek ingestel na en 'n ontleding gedoen van die foute van st. 8-leerlinge in die oplossing van vergelykings en die omvorming van formules. Hy maak die volgende gevolgtrekkings:

- (a) In die verandering van die onderwerp van die formule kom sekere tipes foute meer dikwels voor as andere. Byvoorbeeld: Die K.G.V. van die noemers van die breuke word nie met die laaste term van die formule vermenigvuldig nie, bv. $a = \frac{3b}{7} + b$, $\therefore 7a = 3b + b$. Hierdie fout kom baie voor.
- (b) Sekere tipes foute word relatief meer deur goeie leerlinge gemaak as deur swak leerlinge. Byvoorbeeld: $a = \frac{c}{b}$, $\therefore b = \frac{a}{c}$. Leerlinge wat goed presteer, is meer geneig om agtelosige as ander foute te maak, terwyl swak leerlinge se foute gekenmerk word deur die begriplose, meganiese wyse waarop die werk gedoen

word.

- (c) Spesifieke oorsake kon nie vir spesifieke foute aangewys word nie, maar gebrek aan begrip en insig in die wese van die formule het 'n bepalende rol in die voorkoms van foute gespeel.
- (d) 'n Gebrekkige insig in breuke en 'n gebrekkige begrip van die betekenis van breuke en van die wiskundige simbole wat daarin gebruik word, was 'n belangrike bron van foute.
- (e) Terme, uitdrukkings en letterkoëffisiënte word op 'n meganiese en onwiskundige wyse rondgeskuif en die weg van die minste weerstand word dikwels gevolg om die doel te bereik. Regressie speel 'n vernamese rol by hierdie foute.
- (f) Die aanskoulike voorstelling van die items, en die onvermoë van sommige leerlinge om hulle waarneming te reorganiseer tot bekender vorme, veroorsaak dikwels foute.
- (g) Baie foute word gekenmerk deur die bepalende rol wat die outonome verloop van die denke daarin speel.
- (h) Leerlinge in verskillende skole fouteer verskillend maar vertoon tog sekere ooreenkomste. Daar is verskille in die wyse waarop Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge, seuns en dogters, fouteer. Hierdie verskille mag die gevolg van I.K. en ander verskille wees.
- (i) Die eerste kenmerk van die foutiewe verloop van die denke is die individualiteit daarvan.
- (j) Sekere waarnemingsgegewens kan 'n baie sterk valensie opbou vir sekere bewerkings sodat laasgenoemde bewerkings op 'n interfererende wyse optree in die verloop van die denkproses. "Die verband tussen die waarnemingsgegewens en die bewerkings is so sterk dat hier werklik sprake is van 'demand value' of 'n valensie eerder as 'n statiese assosiasie" (1, 351).
- (k) Sodra items moeiliker word, vind regressie plaas deurdat insig in die situasie verloor word en die denke tot 'n laer vlak verval waar dit outonoom verloop.
- (l) Die doel van die opdrag bepaal in 'n groot mate die verloop van die denke. Leerlinge wil hierdie doel bereik sonder inagneming van die betekenis van die wiskundige skryfwyse. Die deel van die opdrag speel 'n groot rol in die veroorsaking van foute.
- (m) Die gemak waarmee 'n sekere handeling uitgevoer kan word, speel ook 'n rol in die veroorsaking van foute. Leerlinge is maar te

geneig om die weg van die minste weerstand te volg.

- (n) Alhoewel die denke op besondere wyse verloop by individuele leerlinge, kon telkens aangetoon word watter rol psigiese prosesse soos interferensie, reorganisasie van die waarnemingsveld, regressie en insigverwerwing speel.
- (o) Foute kan ook toegeskryf word aan die onderwys wat te meganies en te min begripsgerig is.
- (p) Interne faktore in die leerstof, soos byvoorbeeld die kompakte skryfwyse van die Wiskunde, gee aanleiding tot sekere foute. Die Wiskunde self is van so 'n aard dat dit meganies aangebied kan word en dat dit die verval van die denke tot 'n outonome verloop, sonder kontrole van die intensie, bevorder.

3.4

Samevatting

In hierdie hoofstuk is eerstens 'n oorsig oor die gangbare teoretiese beskouinge aangaande die oorsake van foute in die algemeen gegee. Hierby is getrag om telkens aan te dui hoedat elke faktor sy neerslag vind in die Wiskunde in besonder. Die volgende faktore is hierby betrek: Intelligensie, begripsvorming, insig, belangstelling en motivering, vermoeidheid, vergeet en interferensie, outonome prosesse, nawerking en voorwerking, regressie en oordrag en die kognitiewe prosesse volgens Bloom se taksonomie.

Tweedens is 'n oorsig van die vernaamste empiriese bevindinge ten opsigte van die oorsake van foute in die Wiskunde gegee. Die vernaamste bevindinge van Clark, Van Gelder, Sinnema en De Wet is kortliks hierin weer-gegee.

Vir moontlike verklarings van die skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge in sommige van die items is hierdie teoretiese beskouinge sowel as die empiriese bevindinge dan ook van die allergrootste belang. Tesame met die teoretiese beskouinge aangaande leer en denke in die Wiskunde vorm dit die grondslag van hierdie ondersoek.

Die vernaamste direkte en indirekte oorsake van foute in die Wiskunde kan dus as volg saamgevat word:

- (a) 'n Swak intelligensie, wat die gevolg van verskeie faktore kan wees;
- (b) Gebrekkige begripsvorming - wanbegrippe en onduidelike begrippe wat veroorsaak is deur die optrede van verskeie faktore;
- (c) Gebrekkige insig in die simboletaal, bewerkingstegnieke en begripstruktuur van die Wiskunde;

- (d) Min belangstelling en gebrekkige motivering het ~~tot~~ gevolg 'n verkeerde houding en instelling van die leerling, terwyl die belemmerende invloed van angs op die lewering van 'n prestasie ook aangedui is;
- (e) Vermoeidheid;
- (f) Vergeet en interferensie;
- (g) Outonome prosesse wat bevorder word deur 'n meganiese aanbieding van die leerstof en meganiese verloop van die leerprosesse;
- (h) Die rol van nawerking, voorwerking en regressie;
- (i) Gebrekkige oordrag;
- (j) Gebrekkige kennis en begrip, onvermoë om kennis en begrippe toe te pas, onvermoë om te analiseer (te ontleed), te sinteer, en te evalueer is almal ook bydraende faktore tot die maak van foute.

Hierdie teoretiese en algemene beskouinge oor die oorsake van foute in die Wiskunde word dan ook meer spesifiek genoem in die empiriese bevin-
dinge en gevolgtrekkings van Clark, Van Gelder, Sinnema en De Wet.

Addisioneel hierby moet vermeld word die sogenaamde kompartementali-
sasie van die vak wat deur Clark aangedui is; en die gebrek aan 'n rasionele
basis wat deur Sinnema genoem word as 'n belangrike oorsaak van swak presta-
sies. De Wet noem ook nog die volgende aspekte: die aanskoulike voorstel-
ling van die items en die onvermoë van sommige leerlinge om hul waarneming
te reorganiseer tot bekender vorme; die individualiteit van die foutiewe
denkverloop; interne faktore in die leerstof, soos bv. die kompakte skryf-
wyse van die Wiskunde wat aanleiding gee tot sekere foute.

In die volgende hoofstuk sal dan aandag gegee word aan faktore wat die
resultate van hierdie ondersoek moontlik kon beïnvloed het. Dit is dan meer
spesifieke faktore as dié wat reeds in hierdie hoofstuk genoem is, wat die
prestasies van leerlinge in die toetse kon beïnvloed het. Ook hierdie fak-
tore moet in ag geneem word by die ontleding en moontlike verklaring van
die skynbare agteruitgang in prestasies van die leerlinge in die betrokke
items.

BIBLIOGRAFIE

1. BLOOM, B.S. Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. Handbook I. New York, Longmans, 1956.
2. AUSTRALIAN COUNCIL FOR EDUCATIONAL RESEARCH. Diagnostic Testing in Basic Algebra. Special Distribution Report no. 1, prepared by M.L. Clark. Melbourne, the Council, 1960.
3. VAN GELDER, L. Ontsporing en Correctie. Groningen, Wolters, 1959.
4. SINNEMA, J. Denkpsychologie en Algebra. Amsterdam, Meulenhoff, 1961.
5. DE WET, J.J. Analise van Sekere Foute van Standard Agt-leerlinge in Algebra. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1966.
6. ROBBERTSE, J.H. Die Bydrae van Enkele Nie-intellektuele Faktore tot die Voorspelling van Waarskynlike Skoolprestasies met behulp van die Nuwe Suid-Afrikaanse Groeptoets met Spesiale Verwysing na die Rol van Moderatorveranderlikes. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1968.
7. ROTH, H. Leerpsychologie in Pedagogisch Perspectief. Roosendaal, De Koepel, 1959.
8. LANGEVELD, M.J. Inleiding tot de Studie der Paedagogische Psychologie. Groningen, Wolters, 1959.
9. GUILFORD, J.P. The Nature of Human Intelligence. New York, McGraw-Hill, 1967.
10. BREUCKNER, L.J. and BOND, G.L. The Diagnosis and Treatment of Learning Difficulties. New York, Appleton-Century-Crofts, 1955.
11. HAMZA, M. Retardation in Mathematics amongst Grammar School Pupils. British Journal of Educational Psychology, 22 (3), Nov. 1952: 189-195.
12. MULLER, F.B. Die Rol van Denke in Insig by die Onderrig van Wiskundige Vakke. Spectrum, 1 (4), 1963: 57-60.
13. VAN PARREREN, C.F. Psychologie van het Leren. Deel I. Amsterdam, Van Loghum Slaterus, 1966.
14. NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. The Growth of Mathematical Ideas: Grades K-12; twenty-fourth yearbook. Washington, the Council, 1959.
15. NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. The Learning of Mathematics, its Theory and Practice; twenty-first yearbook. Washington, the Council, 1953.
16. VAN HIELE, P.M. Problematiek van het Inzicht. Amsterdam, Meulenhoff, (1966).

17. COETZEE, J. Chr. Inleiding tot die Algemene Empiriese Opvoedkunde.
Potchefstroom, Pro-Rege, 1960.
18. BEVELANDER, C., FOKKEMA, D. en NIEUWENHUIS, H. Leergang voor
Opvoedkunde en Psigologie. Deel V, Algemene Didaktiek. 5de Druk.
Groningen, Wolters, 1959.
19. BIGGS, J.B. The Psychopathology of Arithmetic. In: LAND, F.W.:
New Approaches to Mathematics Teaching. London, MacMillan, 1963.
20. CARLSON, J.S. and RYAN, F.L. Levels of Cognitive Functioning as
Related to Anxiety. The Journal of Experimental Education, 37 (4):
17-20.
21. DE WET, J.J. Enkele Implikasies van Interferensieteorieë vir die
Didaktiek - 'n Kritiese Samevatting en Interpretasie. Tydskrif vir
Geesteswetenskappe, 9 (3-4), 1969: 268-78.
22. GEMEENSKAPLIKE MATRIKULASIERAAD. Onderwysersgids vir Wiskunde. Pretoria,
1966.
23. DIENES, Z.P. The Power of Mathematics. London, Hutchinson, 1964.
24. BRUNER, J.S. The Process of Education. Cambridge, Harvard U.P., 1962.
25. BEHR, A.L. Examinations as a Diagnostic Instrument with Special Reference
to Mathematics. Spectrum, 7 (4), 1969: 245-48.

HOOFSTUK 4

FAKTORE WAT DIE RESULTATE IN HIERDIE
ONDERSOEK MOONTLIK KON BEINVLOED HET

4.1 Inleiding

In die vorige hoofstuk is eerstens ingegaan op die teoretiese beskouinge aangaande die oorsake van foute en hoe dit in verband staan met die prestasies van leerlinge op skool. Daar is in die algemeen gewys op 'n aantal faktore wat in mindere of meerdere mate 'n bydrae lewer tot die voorkoms van foute, veral in die Wiskunde. Die vernaamste bevindings van empiriese ondersoeke in die verband is ook kortliks bespreek.

In hierdie hoofstuk sal van naderby aandag gegee word aan spesifieke faktore wat die resultate in hierdie ondersoek moontlik kon beïnvloed het en wat dus in ag geneem moet word by die interpretasie daarvan. Gerieflikheidshalwe word onderskei tussen interne en eksterne faktore.

Die volgende interne faktore word bespreek: Die toetse en toetsmateriaal; die betroubaarheid van die toetse; die geldigheid van die toetse; die gemiddelde toetstellings; die moeilikheidswaardes en diskriminasiewaardes van die items; en die skeefheid en kurtose van die punteverdelings.

Die volgende eksterne faktore word bespreek: Die gemiddelde intelligensie van die leerlinge wat Wiskunde in st. 8 as vak neem; die gemiddelde prestasies in Algebra van leerlinge met dieselfde I.K.'s; verskille tussen groepe leerlinge, in besondere taalgroepe, standerdgroepe en geslagsgroepe; en omgewingsfaktore.

4.2 Interne faktore

4.2.1 Die toetse en toetsmateriaal

Eerstens moet in ag geneem word dat objektiewe toetse gebruik is. Dit het bestaan uit vyf-keuse-antwoord-tipe items wat toegepas is met die oog daarop om itemontleding te doen. Op die voor- en nadele van hierdie tipe toets as sodanig hoef hier nie ingegaan te word nie, maar wel moet besin word oor die moontlike uitwerking wat die gebruik van die tipe toets op die resultate kon hê.

Die toetse wat in 1963 toegepas is op leerlinge in st. 7, 8 en 9, het bestaan uit 8 vorms van 52 items elk, wat op 'n aparte antwoordbladsy beantwoord is. 'n Leerling het slegs een vorm gedoen. Hierdie soort toets sowel as die gebruik van aparte antwoordblaaie was oor die algemeen taamlik

onbekend vir die leerlinge.

Leerlinge is aangesê om nie te raai nie. In hoeverre hierdie instruksie nagekom is, is moeilik om te bepaal. Aangesien vyf-keuse items gebruik is, is die kans om reg te raai baie kleiner as by waar-vals items. By die interpretasie van die toetsresultate moet in gedagte gehou word dat raai as 'n faktor 'n wesentlike invloed kon uitoefen.

Die toetse wat vir itemontleding toegepas is, het vrae bevat wat nie aan die nodige statistiese vereistes t.o.v. moeilikheids- en diskriminasiewaardes, voldoen het nie (kyk paragraaf 4.2.6).

Die toets wat in 1967 op st. 8-leerlinge toegepas is, was daarenteen reeds gestandaardiseer. Itemontleding en -seleksie was dus reeds afgehandel sodat alle items voldoen het aan die nodige statistiese vereistes.

Die toets het 55 items bevat wat in die betreklike kort tydsbestek van 40 minute toegepas moes word. Uiteraard was daar dus nie veel tyd vir nadenke nie. Hierdie faktor moet wel deeglik in ag geneem word. By sommige leerlinge kon dit 'n verhoogde mate van spanning en angstigtheid veroorsaak het, wat 'n belemmerende uitwerking op die denke kon hê (kyk paragraaf 3.2.4).

Die wiskundige inhoud van die toetse is oor die algemeen nie baie moeilik nie. Daar is vrae oor basiese begrippe en basiese kennis, items om vaardigheid in en kennis van die hoofbewerkings te toets, items om vas te stel hoe goed die leerstof begryp word en of die leerling sy kennis kan toepas in eenvoudige probleemtipes. Daar is vrae oor die volgende afdelings ingesluit: Die algebraïese taal, skryfwyse en notasie; substitusie; die hoofbewerkinge; produkte van twee-terme; getalbegrip; breuke; vergelykings; formules; faktore; en probleme.

Omdat die meeste van die vragies taamlik eenvoudig is, kon dit maklik lei tot 'n meganiese wyse van oplossing daarvan, veral by st. 9-leerlinge, wat die moontlikheid van interferensie en outonome prosesse kon verhoog (kyk paragrawe 3.2.6 en 3.2.7).

Die feit dat die toetse in 1963 gedurende Februarimaand toegepas is, is ook betekenisvol. Vir st. 7-leerlinge word die inhoudsgeldigheid van die toetse hierdeur geraak, aangesien st. 7-leerlinge baie van die leerstof nog nie gedoen het nie. Dit geld ook vir st. 8-leerlinge in 'n mindere mate, aangesien hulle hoofsaaklik moes staatmaak op die kennis wat hulle die vorige jaar in st. 7 opgedoen het. Vir st. 9-leerlinge kon 'n gedeelte van die werk al in mindere of meerdere mate begin vervaag het.

Dit is dus ook belangrik om hierdie feite in ag te neem by die interpretasie van die toetsresultate.

4.2.2 Die betroubaarheid van die toetse

Die betroubaarheid van 'n toets word in die algemeen beskou as die mate waarin dit akkuraat en konstant meet (1, 349). Dit word nader omskryf as die proporsie ware variansie in die totale toetstelling (1, 350). 'n Toets is dus onbetroubaar in die mate waarin dit foutvariensie bevat.

Die doel van betroubaarheidsmeting is om te kan sê in hoeverre verkreë verskille tussen groepe persone of individue werklike verskille is en of dit toegeskryf kan word aan onakkurate meting.

Die omskrywing van wat as ware variansie en wat as foutvariensie beskou sal word, is die basiese probleem in betroubaarheidskatting. 'n Bron van ware variansie is, byvoorbeeld, die vermoë om toetse te kan doen deurdat beskik word oor 'n hoë peil van kennis en bekwaamheid, toetssofistikasie en goeie begrip van die instruksies. 'n Bron van foutvariensie is weer wanneer die toets uit 'n monster items bestaan wat toevallig in 'n groot mate onbekend is vir 'n bepaalde individu. Dit raak dus die peil van kennis en bekwaamheid spesifiek met betrekking tot die besondere toets. Hierby kan ook genoem word wisselende faktore soos gesondheid, vermoedheid, motivering, emosionele spanning, algemene toetsgereedheid en instelling. Raai is ook 'n suiwere bron van foutvariensie (1, 376).

Daar is verskillende metodes vir die betroubaarheidsmeting, byvoorbeeld die ekwivalente vorms metode, herhaling van dieselfde toetsmetode, onderverdelingsmetode ("split-half") en variensie ontledingsmetodes. Die Kuder-Richardson metode (K-R 20) wat in hierdie ondersoek gebruik is, val dan ook onder die variensie ontledingsmetodes. Dit gee 'n aanduiding van die interne konstantheid of homogeniteit van die toets.

Guilford (1, 380) laat hom as volg uit oor hierdie metode: "In a sense, Kuder and Richardson split a test into n parts of one item each. Just as larger parts must be parallel in order to obtain good estimates of r_{tt} so must the items be parallel in the Kuder Richardson approach. Furthermore, they assume that all items measure only one common factor; the items are factorially univocal".

Die vraag na hoe groot die betroubaarheid van 'n toets moet wees, is ook van belang. Volgens Guilford geld hier geen vaste reëls nie en soms is 'n toets met 'n betroubaarheid van 0.50 nog heeltemal bruikbaar (1, 388).

Volgens Guilford (1, 388) kan vir navorsingsdoeleindes nog heelwat laer betroubaarheid aanvaar word as wat vir praktiese doeleindes van diagnose en voorspelling gebruik kan word.

Die betroubaarheid in tabel 4.1 genoem, is met behulp van die K-R20 formule bereken, naamlik

$$r_{tt} = \frac{n(\sigma_t^2 - \sum pq)}{(n-1)\sigma_t^2}$$

waar r_{tt} = betroubaarheid
 n = aantal items
 σ_t = standaardafwyking
 p = proporsie leerlinge wat 'n item reg het
 q = $1 - p$

Die betroubaarheid van die voorlopige toetse wat in 1963 toegepas is vir itemontleding word in tabel 4.1 aangegee.

TABEL 4.1

GEMIDDELDDES, STANDAARDAFWYKINGS, BETROUBAARHEID, SKEEFHEID
 EN KURTOSE VAN DIE VOORLOPIGE TOETSE

Vorm	St.	Taal	$\bar{X}$	σ	r_{tt}	g_1	g_2	N
P	7	Afr.	11.4	5.6	0.77	1.093 [±]	3.953	50
P	7	Eng.	12.0	4.1	0.57	0.365	3.706	43
P	8	Afr.	17.3	8.6	0.88	0.522	2.328	56
P	8	Eng.	20.3	6.8	0.80	0.053	2.154 [±]	47
P	9	Afr.	25.4	7.7	0.85	0.068	2.893	29
P	9	Eng.	30.4	9.6	0.91	-0.551	2.581	52
Q	7	Afr.	14.3	4.3	0.58	0.377	2.339	55
Q	7	Eng.	17.5	4.6	0.59	0.533	3.338	41
Q	8	Afr.	20.6	6.6	0.79	0.006	2.464	65
Q	8	Eng.	22.0	5.7	0.73	0.017	2.597	49
Q	9	Afr.	25.9	7.1	0.82	-0.507	2.049 [±]	27
Q	9	Eng.	29.8	5.8	0.77	-0.241	3.745	51
R	7	Afr.	14.2	4.5	0.61	0.287	2.697	66
R	7	Eng.	16.2	6.2	0.79	0.845 [±]	3.699	58

TABEL 4.1 (VERVOLG)

Vorm	St.	Taal	$\bar{X}$	σ	r_{tt}	g_1	g_2	N
R	8	Afr.	20.6	8.1	0.87	-0.245	2.223	56
R	8	Eng.	23.6	6.2	0.78	-0.223	2.619	57
R	9	Afr.	29.0	7.9	0.86	-0.637	2.541	53
R	9	Eng.	29.5	6.3	0.78	0.132	2.218	39
S	7	Afr.	13.2	4.1	0.52	-0.255	3.348	69
S	7	Eng.	14.9	4.6	0.60	0.152	2.876	53
S	8	Afr.	19.1	6.5	0.78	0.093	2.115 [≡]	67
S	8	Eng.	23.3	6.0	0.73	-0.121	2.459	63
S	9	Afr.	26.6	7.5	0.83	0.109	3.487	53
S	9	Eng.	27.4	6.9	0.80	0.000	2.602	43
W	7	Afr.	13.7	4.5	0.59	0.025	1.990 [≡]	64
W	7	Eng.	16.9	4.8	0.64	0.226	3.845	50
W	8	Afr.	20.6	7.2	0.82	-0.285	2.512	38
W	8	Eng.	24.7	7.4	0.83	0.466	2.445	70
W	9	Afr.	32.2	7.2	0.83	-0.247	2.195	41
W	9	Eng.	31.9	7.1	0.84	-0.411	2.786	57
X	7	Afr.	10.9	3.8	0.54	0.290	2.869	65
X	7	Eng.	13.4	5.0	0.71	0.211	2.253	52
X	8	Afr.	19.7	9.4	0.91	0.488	2.462	36
X	8	Eng.	19.2	7.2	0.84	0.493	2.536	66
X	9	Afr.	27.8	6.9	0.80	-0.079	2.844	41
X	9	Eng.	27.3	7.1	0.83	0.062	2.360	53
Y	7	Afr.	14.2	5.3	0.74	0.283	2.435	36
Y	7	Eng.	15.8	5.2	0.72	0.369	2.526	77
Y	8	Afr.	18.7	6.0	0.77	0.188	3.240	55
Y	8	Eng.	18.8	6.1	0.78	0.595	2.837	63
Y	9	Afr.	27.5	6.6	0.80	-0.992 [≡]	4.213	36
Y	9	Eng.	27.7	7.0	0.82	-0.488	3.082	61
Z	7	Afr.	13.4	5.1	0.73	-0.118	2.774	39
Z	7	Eng.	13.5	4.7	0.68	1.206 [≡] _≡	6.246 [≡] _≡	72
Z	8	Afr.	14.9	4.7	0.63	1.028	4.669	54
Z	8	Eng.	19.0	6.4	0.79	0.415	2.604	60
Z	9	Afr.	23.5	7.4	0.84	-0.328	2.065 [≡]	29
Z	9	Eng.	25.7	6.3	0.78	0.288	2.912	59

* Hierdie waardes val buite die 1%-grense van 'n normale verdeling.

In Tabel 4.1 is:

$\bar{X}$	=	gemiddelde toetstelling
σ	=	standaardafwyking
r_{tt}	=	betroubaarheid
N	=	aantal leerlinge
g_1	=	skeefheid
g_2	=	kurtose

Vir die doel om groepe se prestasies te vergelyk, is die betroubaarheid van hierdie toets bevredigend.

Die betroubaarheid van die finale Algebratoets, Vorm D, wat in 1967 tydens die Talentopname toegepas is, word in Tabel 4.2 aangegee.

TABEL 4.2

GEMIDDELDDES, STANDAARDAFWYKINGS, BETROUBAARHEID, SKEEFHEID
EN KURTOSE VAN ALGEBRA VORM D

Vorm	St.	Taal	Geslag	$\bar{X}$	σ	r_{tt}	g_1	g_2	N
D	8	Afr.	Seuns	31.2	11.6	0.93	0.064	1.990 [*]	339
D	8	Afr.	Meisies	34.8	13.3	0.95	-0.553	2.127 [*]	102
D	8	Eng.	Seuns	32.7	11.6	0.93	-0.018	1.806 [*]	260
D	8	Eng.	Meisies	38.0	11.4	0.93	-0.745 [*]	2.868	182

* Hierdie waardes val buite die 1% grense van 'n normale verdeling.

Die simbole $\bar{X}$, σ , r_{tt} , ens. beteken dieselfde as in tabel 4.1. Hierdie toets (Algebra Vorm D) het uit 55 items bestaan, terwyl die voorlopige toets in tabel 4.1 uit 52 items bestaan het.

Die betroubaarheid van die Algebratoets hierbo is ook met behulp van die K-R 20 formule bereken.

As in tabelle 4.1 en 4.2 gelet word op die standaardafwykings en betroubaarheid van die toets, is dit duidelik dat daar 'n noue verband bestaan tussen hierdie twee groothede. Hoe groter die standaardafwyking van 'n toets is, hoe groter is die omvang van die punteverdeling in die toets self. Dit beteken dat die waarskynlikheid groter is dat die proefpersone se puntetellings by 'n hertoetsing min of meer in dieselfde relatiewe posisies binne die groep sal wees. Gevolglik word die betroubaarheid van die toets daardeur verhoog (2, 92).

Die gemiddelde moeilikheidswaarde van 'n toets kan ook die betroubaarheid daarvan beïnvloed (2, 93). 'n Té moeilike of té maklike toets veroorsaak 'n beperkte verspreiding van die puntetellings en daarom is die standaardafwykings ook kleiner. Dit verlaag dus die betroubaarheid, soos gesien kan word uit bogenoemde tabelle.

Die feit dat die betroubaarheid van die toetse vir leerlinge in st. 7 taamlik laag neig, moet wel deeglik in ag geneem word by die interpretasie van die resultate.

4.2.3 Die geldigheid van die toetse

Die geldigheid van 'n toets hang af van die mate waarin dit werklik meet wat dit veronderstel is om te meet (1, 399). 'n Prestasietoets in Rekenkunde vir st. 8 is geldig in soverre as wat dit werklik die spesifieke voorgeskrewe kennis, vaardigheid en begrippe (volgens die leerplan) in Rekenkunde vir st. 8 meet. Die geldigheid van 'n toets kan ook beskou word as die mate waarin dit die kriterium korrek voorspel, of die sterkte van die verband tussen die toets en die kriterium.

Daar moet egter onderskei word tussen die volgende soorte geldigheid: Inhoudsgeldigheid gee 'n aanduiding van hoe goed die veld, waaroor getoets word, gedek word. Dit is in hoeverre die monster items verteenwoordigend is van die universum van items. Konsepgeldigheid het weer te doen met die soorte items wat gebruik word om sekere eienskappe te meet. Byvoorbeeld, om numeriese aanleg te meet, sal items wat in 'n verbale redeneringstoets gebruik word, nie in aanmerking kom nie, maar, sover as moontlik slegs items waarin syferwerk gedoen word. Om inhoudsgeldigheid en konsepgeldigheid te verseker, moet grootliks staat gemaak word op die oordeel en uitsprake van deskundiges op die vakgebied. Ooreenstemmende geldigheid ("congruent validity") word verkry deur 'n korrelasie tussen die toets en 'n meting van dieselfde aard. Gelyktydige geldigheid ("concurrent validity") word verkry deur 'n korrelasie tussen die toets en 'n ander soort meting, soos byvoorbeeld tussen 'n skolastiese prestasietoets en 'n I.K.-toets. Voorspellingsgeldigheid word verkry deur die toetsresultate te korreleer met latere sukses in die kriterium wat voorspel moet word. Die verband tussen die toetstelling en kriteriumtelling bepaal die waarde van die toets as voorspellende middel. 'n Duidelike omskrywing van die kriterium wat gebruik word, is noodsaaklik. Objektiewe kriteria is die beste, maar dit behoort aangevul te word met subjektiewe kriteria. Die vereistes vir die kriteria is dat dit toepaslik, betroubaar, onbevooroordeeld en beskikbaar moet wees.

Korrelasies is bereken tussen enkele van die toetse wat in 1967 tydens die Talentopname toegepas is. Die korrelasie tussen die Algebra Vorm D en die I.K.-toets wat terselfdertyd toegepas is, is 0.67, en die korrelasie tussen die Algebra- en Meetkundetoetse is 0.75, wat besonder hoog is.

4.2.4 Die gemiddelde toetsprestasies

Uit die gemiddelde puntetellings in tabel 4.1, is dit duidelik dat die toetse oor die algemeen té moeilik was vir leerlinge in st. 7. As die feit dat die toetse in Februarie toegepas is, in aanmerking geneem word, is dit duidelik dat st. 7-leerlinge op daardie stadium nie oor veel meer kennis as st. 6-peil kon beskik het nie. Beginsels en begrippe kon dus nog nie in so 'n kreë verband gesien word nie en 'n groot aantal items se inhoud was nog geheel en al onbekend vir hulle.

As dus gekyk word na die prestasies van 'n groep leerlinge in individuele items moet dit gesien word teen die agtergrond van hul gemiddelde toetsprestasies. Byvoorbeeld, in Vorm X behaal die st. 7 Afrikaanssprekende leerlinge 'n gemiddelde punt van 21%, terwyl die st. 9 Afrikaanssprekende leerlinge 'n gemiddelde punt van 53% behaal. In item 34 van hierdie toets slaag 52% van die st. 7-leerlinge, terwyl slegs 34% van die st. 9-leerlinge die item reg het. Hierdie verskil in prestasies is veelseggend, ook gesien in die lig van ander verskille tussen leerlinge in st. 7 en 9 (kyk paragraaf 4.3.3). Daar moet dus dieper gesoek word na die oorsake van hierdie omgekeerde verhouding of sogenaamde agteruitgang in prestasie (kyk paragraaf 1.1).

Die feit dat daar 'n groot aantal items in elke vorm is wat nog heeltemal vreemde leerstof was vir die meeste st. 7-leerlinge, het 'n direkte invloed op die standaardafwykings van die toetse gehad en dus ook op die betroubaarheid van die toetse vir hierdie leerlinge (kyk paragraaf 4.2.2).

Volgens Guilford (1, 391) is daar ook 'n verband tussen die gemiddelde moeilikheidswaarde van 'n toets en sy betroubaarheid en sal 'n toets met vyf-keuse-vrae, waarvan die gemiddelde moeilikheidswaarde ongeveer gelyk aan 69% is, 'n maksimum betroubaarheid besit.

4.2.5 Die skeefheid en kurtose van die punteverdelings

Die skeefheid gee 'n aanduiding van hoe die punteverdelings om die gemiddelde versprei is, en kan met behulp van die volgende formule bereken word (3, 76):

$$g_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3}{N \sigma^3}$$

waar X = 'n bepaalde roupunt
 $\bar{X}$ = gemiddelde vir toets
 σ = standaardafwyking
 N = aantal leerlinge

Die derdemagte van afwykings bo die gemiddelde sal positief wees en dié van afwykings onderkant die gemiddelde negatief, en gevolglik sal hulle mekaar kanselleer wanneer die verdeling om die gemiddelde simmetries is. Dit beteken die teller in bostaande formule is 0 en dus ook g_1 . 'n Verdeling is positief skeef as dit geleidelik na regs afplat, aangesien die som van die derdemagte van afwykings bokant die gemiddelde groter is as dié van die afwykings onderkant die gemiddelde. Net so is 'n verdeling wat geleidelik na links afplat negatief skeef.

Wanneer 'n kurwe positief skeef is, beteken dit dus dat daar meer tellings onderkant die gemiddelde is, en omgekeerd word negatiewe skeefheid veroorsaak deur meer tellings bokant die gemiddelde.

Uit tabelle 4.1 en 4.2 is dit duidelik dat die frekwensie verdelings taamlik simmetries is vir st. 8-leerlinge, terwyl dit positief skeef is in meeste gevalle vir st. 7-leerlinge en negatief skeef vir st. 9-leerlinge. Dit dui ook daarop dat die toetse té moeilik was vir die st. 7-leerlinge.

Volgens tabelle deur Pearson opgestel (4, 224), kan aanvaar word dat wanneer $N = 50$ 'n kurwe in 95% van die gevalle normaal verdeel sal wees as die skeefheid (g_1) tussen -0.533 en $+0.533$ lê, en in 99% van die gevalle sal dit normaal verdeel wees as die skeefheid tussen -0.787 en $+0.787$ lê.

Op grond van skeefheid alleen kan uit tabelle 4.1 en 4.2 afgelei word dat die frekwensieverdelings vir 47 van die 52 groepe leerlinge met 99% sekerheid as normaal beskou kan word. Die kurtose moet egter ook in ag geneem word.

Die kurtose gee 'n aanduiding van die platheid of spitsheid van 'n kurwe in vergelyking met 'n normaalverdeling. Die kurtose, g_2 , vir 'n kurwe kan bereken word met behulp van die formule

$$g_2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^4}{\sigma^2}$$

waar die simbole aan die regterkant van die formule dieselfde beteken as dié in die vorige formule. As $g_2 = 3$, is die verdeling normaal (mesokurties). Vir g_2 groter as 3 is die kurwe leptokurties (spits), en vir g_2 kleiner as 3 is dit platikurties (plat).

/70 Volgens....

Volgens Pearson se tabelle (4, 224) kan bepaal word hoeveel die kurtose, g_2 , van die normale mag afwyk voordat die verdeling nie meer as normaal aanvaar kan word nie. Vir $N = 100$ (of minder) kan dit met 95% zekerheid aanvaar word dat 'n verdeling normaal is as g_2 tussen 2.35 en 3.77 lê. Om dit met 99% zekerheid te kan aanvaar, moet die kurtose tussen 2.18 en 4.39 lê. Op grond van die kurtose alleen kan uit tabelle 4.1 en 4.2 afgelei word dat die frekwensieverdelings vir 42 van die 52 groepe leerlinge met 99% zekerheid as normaal beskou kan word.

Omdat skeefheid en kurtose saam in ag geneem moet word, sal die hipotese van normaliteit verwerp moet word as een van die twee groothede buite die grense val. Hiervolgens kan 39 van die 52 groepe punteverdelings dus as normaal beskou word.

Verskillende faktore is verantwoordelik vir die afwykings vanaf 'n normale verdeling van puntetellings. Die aard van die steekproef en die wyse van steekproeftrekking kan abnormale skeefheid en kurtose laat ontstaan. Toetse wat té moeilik of té maklik is, is ook 'n faktor wat die skeefheid en kurtose kan beïnvloed. As daar 'n té groot frekwensie hoë tellings of lae tellings is, ontstaan skeefheid en ook soms abnormale kurtose. Daar is ook nog ander faktore wat die verdeling van puntetellings kan beïnvloed, soos bv. toetsafnemers wat nie goed voorberei is nie en foute maak met die toepassing self asook deur af te wyk van die voorgeskrewe aanwysings; deur te min tyd toe te staan vir 'n toets; die instelling en houding van die leerlinge (5, 115). Hierdie faktore moet dus ook in ag geneem word by die interpretasie van die toetsresultate.

4.2.6 Die moeilikheidswaardes en diskriminasiewaardes van die items

Die moeilikheidswaarde van 'n item word vir hierdie ondersoek gedefinieer as die persentasie leerlinge wat die item reg het. 'n Lae persentasie korrekte antwoorde word dus geassosieer met 'n hoë moeilikheidswaarde.

Die diskriminasiewaarde van 'n item is die korrelasie tussen die itemtelling en die totale toetstelling. As die leerlinge met 'n hoë toetstelling 'n bepaalde item reg het en die leerlinge met 'n lae toetstelling die item verkeerd het, sal dit 'n goeie diskriminasiewaarde hê.

Daar is verskeie redes waarom 'n item nie goed diskrimineer tussen leerlinge nie. Dit is nie alleen te wyte aan gebreke in die item self nie, maar kan ook die gevolg wees van swak onderwysmetodes, soos bv. drill, of selfs gebreke in die leerplanne self (8, 365). Maar dit kan ook toegeskryf word aan faktore in die leer- en denkprosesse van leerlinge waardeur sekere tipes foute bevorder word, soos bv. interferensie (kyk paragraaf 3.2.6), outonome prosesse (kyk paragraaf 3.2.7) en regressie (kyk paragraaf 3.2.10).

In tabel 4.3 word die aantal items in intervalle van 20% (volgens die moeilikheidswaardes) vir elke standerd en taalgroep in twee van die toetse wat in 1963 toegepas is, nl. Vorms P en Q, aangegee.

Dit is baie duidelik dat daar, wat die items se moeilikheidswaardes betref, groot verskille bestaan tussen st. 7, 8 en 9, en van 'n skynbare agteruitgang in prestasie is hier niks te bespeur nie.

TABEL 4.3

AANTAL ITEMS IN INTERVALLE VAN 20% VOLGENS
DIE MOEILIKHEIDSWAARDES

Vorm	St.	Taal	0-20%	21-40%	41-60%	61-80%	81-100%
P	7	Afr.	27	16	6	2	0
P	7	Eng.	28	11	9	2	1
P	8	Afr.	15	17	17	2	0
P	8	Eng.	10	16	15	6	3
P	9	Afr.	7	12	11	15	5
P	9	Eng.	3	7	11	24	5
Q	7	Afr.	27	9	10	5	0
Q	7	Eng.	16	18	7	7	3
Q	8	Afr.	9	20	12	7	3
Q	8	Eng.	13	15	11	6	7
Q	9	Afr.	7	11	12	13	8
Q	9	Eng.	7	5	12	13	14

Die feit dat daar 'n aantal items is waarin st. 7-leerlinge relatief beter presteer as st. 8- of 9-leerlinge, is des te merkwaardiger as dit teen die agtergrond van hierdie gegewens gesien word. Dit dui daarop dat dit nie toevallige verskynsels kan wees nie, maar dat daar definitiewe redes voor moet wees. Hierdie redes kan moontlik gevind word deur te kyk na die items self en dit in verband te bring met die moontlike denkprosesse wat uitgevoer moet word in die oplossing van die vraagstukke, asook deur ag te slaan op die tipes foute wat gemaak word.

Die diskriminasie-indeks kan ook moontlik 'n bydrae lewer om insig te verkry in die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge.

Die formule wat gebruik word vir die berekening van die punt-tweereeks-korrelasie, wat 'n aanduiding van die diskriminasiewaarde gee, is:

$$r_{phi} = \frac{M_p - M_t}{\sigma_t} \sqrt{\frac{p}{q}}$$

- waar M_p = gemiddelde toetstelling van die leerlinge wat die item reg het
 M_t = gemiddelde toetstelling van al die leerlinge
 σ_t = standaardafwyking van alle totaaltellings
 p = proporsie leerlinge wat die item reg het
 q = proporsie leerlinge wat die item verkeerd het.

In tabel 4.4 word die moeilikheidswaardes en diskriminasiewaardes van vier items vir die verskillende standaard- en taalgroepe aangegee.

TABEL 4.4

MOEILIKHEIDS- EN DISKRIMINASIEWAARDES
VAN 'N AANTAL ITEMS

Vorm	St.	Taal	I	$\bar{X}$	r_{tt}	N	M	r_{phi}
X	7	Afr.	34	10.9	0.54	63	52	0.038
X	7	Eng.	34	13.4	0.71	51	65	0.056
X	8	Afr.	34	19.7	0.91	36	67	0.357
X	8	Eng.	34	19.2	0.84	66	42	- 0.177
X	9	Afr.	34	27.8	0.80	41	34	0.188
X	9	Eng.	34	27.3	0.83	53	40	0.336
W	7	Afr.	37	13.7	0.59	64	23	0.189
W	7	Eng.	37	16.9	0.64	49	37	0.354
W	8	Afr.	37	20.6	0.82	37	54	0.435
W	8	Eng.	37	24.7	0.83	70	34	0.257
W	9	Afr.	37	32.2	0.83	41	39	0.389
W	9	Eng.	37	31.9	0.84	57	46	0.077
Y	7	Afr.	34	14.2	0.74	33	3	0.279
Y	7	Eng.	34	15.8	0.72	76	9	0.213
Y	8	Afr.	34	18.7	0.77	55	18	0.457
Y	8	Eng.	34	18.8	0.78	63	18	0.295
Y	9	Afr.	34	27.5	0.80	36	53	0.297
Y	9	Eng.	34	27.7	0.82	61	25	0.439

TABEL 4.4 (VERVOLG)

Vorm	St.	Taal	I	$\bar{X}$	r_{tt}	N	M	r_{pbi}
D	8	Afr. Seuns	33	31.2	0.93	339	55	0.171
D	8	Eng. Seuns	33	32.7	0.93	260	59	0.111
D	8	Afr. Meisies	33	34.8	0.95	102	50	0.183
D	8	Eng. Meisies	33	38.1	0.93	182	54	0.061

Die simbole in die kolomopskrifte van tabel 4.4 beteken die volgende:

- I = itemnommer
 $\bar{X}$ = toetsgemiddelde
 r_{tt} = toetsbetroubaarheid
 N = aantal leerlinge
 M = moeilikheidswaarde
 r_{pbi} = diskriminasiewaarde

Item 34 van Vorm X is soortgelyk aan item 33 van Vorm D, naamlik van die tipe: $\frac{a}{x} = b$.'. $x = \dots$ waar a en b natuurlike getalle, $a < 20$, $b < 10$ en a 'n veelvoud van b is. Dit is 'n sommetjie wat reeds in st. 1 gedoen kan word, en wel deur slegs 'n ander simbool of 'n vraagteken in die plek van x te gebruik. Uit $\frac{a}{x} = b$ volg dat $\frac{1}{x} = \frac{b}{a}$. Ongeveer $\frac{1}{3}$ van die Engelssprekende leerlinge in st. 8 en $\frac{1}{3}$ van die Afrikaanssprekende sowel as Engelssprekende leerlinge in st. 9 onderskei nie tussen $\frac{1}{x}$ en x nie en gee dus die antwoord as $\frac{b}{a}$ aan.

In hierdie tipe item word dan 'n baie goeie voorbeeld van skynbare agteruitgang in prestasie van st. 7 na st. 9 gevind, soos so duidelik uit item 34 van Vorm X blyk. Daar moet egter ook op die diskriminasiewaardes van hierdie items gelet word. St. 7-leerlinge ken nog nie die formele metodes om vergelykings op te los nie en het dus 'n rasonale benadering tot die oplossing van die item. Hulle sal die item byvoorbeeld as volg vertaal: "Wat moet ek in 18 deel om 3 te kry?" Indien die item so beskou word, is dit so eenvoudig dat nie slegs van die goeie leerlinge dit reg het nie, maar ook net soveel van die swakkeres. Daarom is die diskriminasiewaardes vir st. 7 s6 laag, nl. 0.038 en 0.056. Die feit dat die diskriminasiewaarde vir die Engelssprekende leerlinge van st. 8 negatief is, dui op 'n effense neiging dat meer van die goeie leerlinge die item verkeerd het en 'n groter persentasie van die swakkeres dit reg kry. 'n Groot groep van die goeie leerlinge wat die item verkeerd het, maak die bogenoemde fout deurdat hulle

/74. nie....

nie onderskei tussen x en $\frac{1}{x}$ nie. Hulle fouteer natuurlik ook omdat hulle goed bekend is met die formele oplossingsmetodes van vergelykings en die item op 'n meganiese wyse doen. Die item diskrimineer ook nie goed tussen goeie en swak Afrikaanssprekende leerlinge in st. 9 nie. Die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 is die groep wat die swakste in hierdie item vaar. Dieselfde fout as hierbo genoem, word gemaak. Volgens De Wet (kyk paragraaf 3.3.4), kan dit as gevolg van agtelosigheid wees, maar dit kan ook aan ander oorsake te wyte wees, soos bv. die werking van outonome prosesse.

Vorm D het uit 55 items bestaan. Item 33 is die enigste een wat nie goed diskrimineer tussen goeie en swak leerlinge nie. Die verskynsel word by al vier groepe leerlinge opgemerk. Dit het die swakste diskriminasiewaarde vir die groep met die hoogste gemiddelde toetstelling. Normaalweg sal 'n item waarvan die moeilikheidswaarde ongeveer 50% is, soos in hierdie geval, 'n goeie diskriminasiewaarde hê. Alhoewel hierdie item soortgelyk is aan item 34 van Vorm X, was daar tog 'n verskil in die tydstip van die jaar waarin die vorms toegepas is. Vorm X is in Februarie (1963), en Vorm D in Augustus (1967) toegepas. Die prestasies van st. 8-leerlinge in die spesifieke items van die twee vorms, is dus nie direk vergelykbaar nie, tog word in albei items dieselfde tendens, wat hul diskriminasiewaarde aanbetref, gevind. Die feit dat die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 aan die begin van die jaar (Februarie) beter presteer as later in die jaar (Augustus), dui ook op 'n agteruitgang in prestasie. Op die latere tydstip moes hulle tog beter vertrouwd gewees het met die formele oplossingsmetodes van vergelykings, as vroeër in die jaar.

4.3 Eksterne faktore

4.3.1 Die Intelligensie Kwosiënt van leerlinge wat Wiskunde as vak geneem het in st. 8 gedurende 1967

Uit die 1967-Talentopname-gegewens is dit duidelik dat dogters wat Wiskunde in st. 8 as vak geneem het, 'n baie geselekteerde groep uitmaak. Ongeveer 26% van die universum van Afrikaanssprekende dogters het Wiskunde as vak geneem. Ongeveer 49% van alle Engelssprekende dogters neem Wiskunde as vak. Vir Afrikaanssprekende seuns is dit 81% en vir Engelssprekende seuns 93%. Uit bogenoemde gegewens is ook hoogs beduidende verskille, nl. op die 1% peil, tussen die gemiddelde I.K.'s van leerlinge wat Wiskunde as vak neem en die universum van leerlinge vir al vier die groepe leerlinge gevind.

Aangesien 'n groot persentasie leerlinge wat in st. 8 Wiskunde neem, nie in st. 9 voortgaan daarmee nie, kan aanvaar word dat leerlinge wat Wiskunde neem in st. 9 'n meer geselekteerde groep is. Van Rooy (6, 120) het bevind dat daar 'n groot styging in Rekenkunde prestasies van st. 8 na st. 9 is. Hy skryf dit toe aan die leerlinge wat na st. 8 die skool verlaat.

Aangesien daar 'n hoë korrelasie bestaan tussen die I.K. van leerlinge en hul toetsprestasies in die Algebratoetse ($r = 0.67$), moet hierdie faktor wel deeglik in ag geneem word, ook wanneer gesoek word na moontlike verklarings vir die skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge in st. 7, 8 en 9 in individuele items van die toetse.

Dit kan ook insiggewend wees om die prestasies van leerlinge met dieselfde gemiddelde I.K.'s in die verskillende groepe te vergelyk. Die gemiddelde prestasies van leerlinge met dieselfde gemiddelde I.K.'s word in die volgende paragraaf nader ondersoek.

4.3.2 Die gemiddelde prestasies in Algebra van leerlinge met dieselfde I.K.'s en in die vier verskillende groepe

Die steekproef van st. 8-leerlinge van 1967 word in tabel 4.5 gegroepeer in intervalle van 10 eenhede volgens hulle totale I.K.'s. Hulle gemiddelde prestasies in die Algebratoets word ook aangedui.

TABEL 4.5

GEMIDDELDE PRESTASIES VAN LEERLINGE MET DIESELFDE I.K.'S

AFRIKAANSSPREKENDES						
Interval van I.K.-punte	SEUNS			DOGTERS		
	N	Algebra	I.K.	N	Algebra	I.K.
70-79	13	22.3	77.2	1	13	78
80-89	27	19.6	84.9	5	15.2	85
90-99	87	24.0	94.8	9	25.3	95.8
100-109	79	31.0	104.8	27	28.5	104.6
110-119	86	36.5	114.1	43	39.9	115.1
120-129	39	43.1	123.9	12	42.1	123.3
130-139	6	47.7	131.2	4	47.8	132.3
140+	2	52.5	145	1	53.0	143

TABEL 4.5 (VERVOLG)

ENGELSSPREKENDES						
Interval van I.K.-punte	SEUNS			DOCTERS		
	N	Algebra	I.K.	N	Algebra	I.K.
70-79	13	22.7	76.2	1	7	75
80-89	22	21.5	84.2	7	21.7	87.7
90-99	54	27.2	95.1	26	25.9	95.0
100-109	88	32.2	104,5	49	34.7	104.2
110-119	56	39.3	114.4	61	43.0	114.4
120-129	43	45.5	123.3	17	45.0	123.9
130-139	7	46.4	131.6	10	47.5	134.5
140+	3	48.0	143.3	2	50.5	144

In bostaande tabel is N die aantal leerlinge in elke interval.

Uit tabel 4.2 is dit duidelik dat daar beduidende verskille is tussen die gemiddelde prestasies van seuns en dogters (albei tale) in die Algebra-toetse.

Uit tabel 4.5 kan gesien word in hoeverre die verskille in prestasies toegeskryf kan word aan I.K.-verskille.

In die interval 100-109 presteer Afrikaanssprekende seuns beduidend (op die 1%-peil) beter as die Afrikaanssprekende meisies. In die interval 110-119 vind ons presies die omgekeerde. Vir die Engelssprekende leerlinge presteer die meisies in albei hierdie intervale beduidend beter (op die 1%-peil) as die seuns. Die verskil in prestasie tussen seuns en meisies kan dus nie bloot aan I.K.-verskille toegeskryf word nie, maar lê veel dieper (kyk paragrafe 4.3.3 en 4.3.4).

Net so is, volgens tabel 4.5, die verskil in prestasie tussen Afrikaans- en Engelssprekendes nie aan I.K.-verskille toe te skryf nie, maar moet gesoek word in faktore soos motivering, taalstruktuur, kulturele agtergrond en ander omgewingsfaktore (kyk paragrafe 4.3.3 en 4.3.4).

4.3.3 Verskille tussen groepe leerlinge

Dit is moeilik om vas te stel om watter rede 'n bepaalde groep leerlinge beter of swakker presteer as 'n ander. Volgens Langenhoven (7, 27) kan verskille tussen groepe toegeskryf word aan enigeen of meer van verskeie faktore. Hy noem dan die volgende faktore:

/77 "1) werklike....

- "i) werklike verskil in oorgeërfde intellektuele vermoë;
- ii) verskil in geleenthede om potensieële vermoë tot volle ontwikkeling te laat kom;
- iii) verskille, nie noodwendig in totale intelligensie nie, maar in bepaalde funksies wat deur die toets gemonster word;
- iv) verskille in persoonlikheids-, temperamentele, emosionele en ander nie-intellektuele faktore wat toetsprestasie affekteer;
- v) verskille (deur oefening of afrigting) in bekendheid met die toetsmateriaal en werkmetodes wat in die toetssituasie vereis word;
- vi) verskille in kulturele motivering wat die toetspersoon aanspoor om sy beste te lewer in die toetssituasie;
- vii) verskille in werkgewoontes soos deeglikheid, versigtigheid, spoed en toetsvaardighede, soos die metode van beantwoording;
- viii) verskille in faktore waarop die metode van standaardisering 'n spesiale premie plaas".

Engelssprekende leerlinge geniet 'n besliste voorsprong bo die Afrikaanssprekende leerlinge wat sosio-ekonomiese status aanbetref, en dit bied aan eersgenoemde beslis beter geleenthede om hul potensieële vermoëns tot volle ontwikkeling te laat kom (7, 103).

Daar bestaan ook 'n wesentlike verskil tussen leerlinge in st. 7, 8 en 9 wat hul peil van kennis, vaardigheid en vermoë in Wiskunde aanbetref. Hierdie feit word duidelik bewys deur die gemiddelde toetstellings van leerlinge in st. 7, 8 en 9 in tabel 4.1 met mekaar te vergelyk.

As in ag geneem word dat begripsuitbreiding in Wiskunde vergelyk kan word met die wentelgang van 'n spiraaltrap (kyk paragraaf 3.2.11), kan afgelei word dat leerlinge in st. 9 nie alleen meer begrippe ken as leerlinge in st. 7 nie, maar dat hulle ook op 'n hoër denkvlak kan beweeg as st. 7-leerlinge. Hulle het nie net langer tyd gehad om die begrippe vas te lê en om dit deur 'n groot verskeidenheid van oefeninge in hul onderlinge verband te leer ken nie, maar hulle beskik ook oor 'n wyer perspektief en dieper insig in die Wiskunde self.

Aangesien die leerlinge van een standerd na 'n volgende altyd meer geselekteerd raak, kan aanvaar word dat die gemiddelde I.K. van leerlinge in st. 9 ook heelwat hoër is as dié van leerlinge in st. 7. Dit is 'n baie belangrike faktor wat in ag geneem moet word, veral wanneer gepraat word van 'n skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge van st. 7 na st. 9.

Leerlinge wat in st. 9 Wiskunde neem, is waarskynlik ook meer doelgerig in hul keuse van die vak en is dus waarskynlik ook beter ingestel en gemotiveerd ten opsigte van die vak as leerlinge in st. 7 of 8 as 'n groep.

Standaard 9-leerlinge is nie net verder gevorderd wat wiskundige ontwikkeling aanbetref nie, maar ook hulle algemene peil van ontwikkeling is al heelwat hoër as dié van st. 7- leerlinge.

4.3.4 Omgewingsfaktore

Die vernaamste omgewingsfaktore wat 'n invloed uitoefen op die ontwikkeling van die kind, is die huis, die skool en die woonbuurt (7, 5).

Die vroeë huislike omgewing is baie belangrik, want hier word die grondslae van die kind se ontwikkeling en groei gelê. Gedurende dié tyd is dit feitlik uitsluitlik die huislike milieu wat hom beïnvloed. "Belangrike faktore in die huis is die sosio-ekonomiese omstandighede, kulturele peil en gesinsamestelling, soos dit geopenbaar word in die beroep van die vader, grootte van die huis, getal persone per vertrek, geriewe tuis, opvoeding van die ouers, getal kinders en posisie in die gesin" (7, 6).

Die skool neem 'n groot deel van die huis se taak oor op 'n betroklik vroeë stadium in die ontwikkeling van die kind, maar het nie daarmee ipso facto die huislike invloede op nie.

Faktore in die skool wat toetsprestasies mag beïnvloed, is nie net die hoeveelheid skoolopvoeding en die aard daarvan nie, maar ook die motivering daarteenoor, sukses daarin, onderwysmetodiek, die onderwysers, die verhouding tussen kind en onderwyser, die verhouding tussen kind en skoolhoof, die verhouding tussen kinders onderling, ens.

In later jare kom die kind ook in aanraking met persone en omstandighede buite die huis en skool. 'n Plaas- of landelike omgewing sal verskil van 'n dorps- of stadsomgewing. Net so bestaan daar verskille tussen verskillende voorstedelike gebiede. Die taal van die omgewing, die oorheersende beroepsgroep, ens. sal elk 'n eie rol speel. Verhuising is ook 'n faktor wat hom hier laat geld.

Langenhoven (7, 98-99) het bevind dat daar beduidende verskille tussen die taalgroepe is ten opsigte van faktore in die huis, in die skool en in die omgewing (woonbuurt). Samevattend sê hy onder andere die volgende:

- "...5. dat die algemene tendens is dat Engelssprekendes in 'n gunstiger posisie verkeer, of in elk geval in 'n posisie wat met hoër gemiddelde I.K.'s gepaard gaan;
- 6. dat hoewel die moontlikheid van inherente intellektuele verskille tussen die Afrikaanse en Engelse monsters nie ontken

kan word nie, die uitwerking van die omgewingsverskille in 'n toets van hierdie aard, Onsetwrfeld vir 'n Groot deel van die verskille in toetstellings verantwoordelik gehou kan word" (7, 103).

Kinders uit swak omgewings sou dan ook beter kon presteer indien hulle in die meer stimulerende omgewing van 'n huis met 'n hoër sosiale en kulturele peil, met ouers met 'n hoër opvoedkundige peil, ens. (7, 27) kon verkeer het.

4.4

Samevatting

Daar is 'n groot aantal faktore wat die resultate in hierdie ondersoek moontlik kon beïnvloed het. Hierdie faktore is duidelikheidshalwe ingedeel in twee hoofkategorieë, naamlik interne en eksterne faktore.

Die interne faktore het te doen met die toetse en hul besondere eienskappe, die toetsmateriaal en die toepassing van die toetse. Hier is gewys op faktore soos die moontlikheid van raai, toetstye, die wiskundige inhoud van die toetse, die aantal items in 'n toets, die tyd van die jaar waarin die toetse toegepas is en die moeilikheidsgraad van die items self. Vervolgens is aandag gegee aan statistiese vereistes wat gestel word aan hierdie tipe toetse en items. Die betroubaarheid van sommige toetse vir st. 7- en 8-leerlinge neig soms 'n bietjie laag, maar is vir die doeleindes van hierdie ondersoek bevredigend. Die gemiddelde toetstellings toon duidelik aan dat die toetse nie geskik is vir st. 7-leerlinge nie, veral nie aan die begin van die jaar nie. Die waardes van die skeefheid en kurtose het aangetoon dat die meerderheid van die punteverdelings normaal is. Die positiewe skeefheid van die punteverdelings van st. 7-leerlinge dui ook daarop dat die toetse té moeilik was vir hulle. Negatiewe skeefheid het veral by die punteverdelings van st. 9-leerlinge voorgekom, wat daarop dui dat die toetse redelik maklik was vir hulle.

Die inhoudsgeldigheid van die toetse vir leerlinge in st. 7 is laag, aangesien nog nie al die leerstof deur hulle behandel is nie.

Dit geld ook in 'n mindere mate vir die 1963 groep st. 8-leerlinge. Die ooreenstemmende geldigheid is bereken deur die 1967 Algebratoetsresultate te korreleer met die resultate van 'n gestandaardiseerde Meetkundetoets wat terselfdertyd toegepas is. Die korrelasie is 0.75, wat besonder hoog is. Die gelyktydige geldigheid van die 1967 Algebratoets is bereken deur dit te korreleer met die resultate van die I.K.-toets wat terselfdertyd toegepas is. Die korrelasie is ook hoog, naamlik 0.67.

Daar is verder gewys op die moontlike invloed van die moeilikheidswaardes en diskriminasiewaardes van die items. Die feit dat 'n item nie goed diskrimineer nie, is nie altyd te wyte aan gebreke in die item self nie, maar kan ook die gevolg wees van swak onderwysmetodes, soos bv. eensydige beklemtoning van drill of selfs gebreke in die leerplanne self. Dit kan verder toegeskryf word aan faktore in die leer- en denkprosesse van leerlinge waardeur die voorkoms van sekere tipes foute bevorder word.

Soms is daar groot verskille in die moeilikheidswaardes van items vir die verskillende groepe leerlinge in st. 7, 8 en 9, ook tussen taal- en geslagsgroepe. Die feit dat 'n item moeilik is vir 'n bepaalde groep leerlinge, word nie slegs gewyt aan 'n gebrek aan kennis nie, want oplossingsmetodes en denkstappe wat gevolg is, speel ook 'n rol.

Die eksterne faktore het te doen met eienskappe van die leerlinge en besonderlik die verskillende groepe leerlinge, sowel as omgewingsfaktore en -invloede op elk van hierdie groepe leerlinge. Dit is duidelik dat leerlinge wat Wiskunde as vak neem 'n geselekteerde groep uitmaak. Die lae persentasies dogters wat Wiskunde in st. 8 as vak neem, is voral opvallend. Die gemiddelde prestasies van die 1967 st. 8-loerlinge wat in dieselfde I.K.-groepe (intervalle van 10 I.K.-punte elk is geneem) val, is nagegaan vir al vier die groepe (2 geslags- en 2 taalgroepe). Interessante verskille het opgeduik.

Dit kan ook aanvaar word dat leerlinge wat Wiskunde neem, steeds meer geselekteerd raak van st. 7 na st. 9. Daar is ook gewys op die verskille in die peil van kennis, vaardigheid en vermoë in Wiskunde tussen leerlinge in st. 7, 8 en 9, sowel as in hulle algemene peil van ontwikkeling.

Die vernaamste omgewingsfaktore wat 'n invloed op die ontwikkeling van die kind en op sy prestasies uitoefen, is die huis, die skool en die woonbuurt. Die rol wat elk van hierdie faktore speel, is nagegaan.

In die volgende hoofstuk sal die itemstatistieke van individuele items ontleed word en 'n vergelyking getref word tussen die prestasies van die verskillende standerd-, taal- en geslagsgroepe. Die faktore wat die toetsresultate moontlik kon beïnvloed het, en wat in hierdie hoofstuk ondersoek en bespreek is, moet wel deeglik in aanmerking geneem word by die interpretasie van die itemstatistieke in die volgende hoofstuk.

/81 BIBLIOGRAFIE....

BIBLIOGRAFIE

1. GUILFORD, J.P. Psychometric Methods. 2nd ed. New York, McGraw-Hill, 1954.
2. GRONLUND, N.E. Measurement and Evaluation in Teaching. New York, MacMillan, ^c1965.
3. FERGUSON, G.A. Statistical Analysis in Psychology and Education. 2nd ed. New York, McGraw-Hill, ^c1966.
4. PEARSON, K. Tables for Statisticians and Biometricians. Part II. Cambridge, Cambridge U.P., 1931.
5. GARRETT, H.E. Statistics in Psychology and Education. 5th ed. London, Longmans, 1964.
6. VAN ROOY, A.J. Die Wiskundige Funksiebegrip en Funksionele Denke. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1959.
7. LANGENHOVEN, H.P. Toetsintelligensie en Omgewingsfaktore. Kaapstad, Nasionale Bookhandel, 1960.
8. GULLIKSEN, H. Theory of Mental Tests. New York, Wiley, 1965.

HOOFSTUK 5

ONTLEDING EN VERGELYKING VAN ITEMSTATISTIEKE

5.1

Inleiding

In die vorige hoofstuk is gewys op 'n aantal interne en eksterne faktore wat die resultate in hierdie ondersoek moontlik kon beïnvloed het. Die interne faktore staan in verband met die eienskappe van die toetse wat gebruik is, asook met die toepassing daarvan, terwyl die eksterne faktore te doen het met die eienskappe van die leerlinge wat die toetse gedoen het, asook met omgewingsfaktore wat 'n invloed op leerlinge kon hê.

In hierdie hoofstuk sal 'n ontleding gedoen word van die itemstatistieke in die lig van bostaande faktore en teen die agtergrond van die beskouinge oor leer en denke en die oorsake van foute. Soos reeds vermeld in paragraaf 1.1.4, is agt voorlopige Algebratoetse, bestaande uit 52 items elk op 'n steekproef leerlinge in st. 7, 8 en 9, in 1963 toegepas. In 1967 is o.a. 'n Algebratoets, bestaande uit 55 items op leerlinge in st. 8 toegepas. Laasgenoemde toets is saamgestel uit items wat in die 8 voorlopige toetse van 1963 voorgekom het. 'n Aantal van die items wat in die agt voorlopige toetse en in die finale Algebratoets voorkom, sal vervolgens ontleed en bespreek word. Besondere aandag sal gegee word aan die verskille in prestasies en responsies tussen leerlinge in standerds 7, 8 en 9; tussen Afrikaans- en Engelssprokende leerlinge; en tussen seuns en dogters.

Die verskille in prestasies en responsies tussen leerlinge in standerds 7, 8 en 9 word ontleed na aanleiding van bogenoemde agt Algebratoetse wat in Februarie 1963 vir itemontleding toegopas is. In al hierdie toetse is die gemiddelde prestasies van st. 9-leerlinge beduidend (op die 1%-peil) beter as dié van leerlinge van dieselfde taalgroep in st. 8. Die gemiddelde toetsprestasies van st. 8-leerlinge is weer beduidend (op die 1%-peil) beter as die gemiddelde toetsprestasies van st. 7-leerlinge van dieselfde taalgroep, behalwe in die geval van Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7 en st. 8 in Vorm Z waar daar nie beduidende verskille is nie. Daar is egter 'n aantal items in hierdie agt toetse waarin leerlinge in st. 7 net so goed of beter presteer as leerlinge in st. 8 of 9, of waarin st. 8-leerlinge net so goed of beter presteer as leerlinge in st. 9. Na hierdie items sal vervolgens verwys word as gevalle van skynbare agteruitgang in prestasie, aangesien dit redelik is om te verwag dat leerlinge in st. 9 beter sal presteer as leerlinge in st. 8 en 7, en leerlinge in st. 8 beter as leerlinge in st. 7. Daarssal dan ook gesoek word na die redes vir hierdie verskynsel

van skynbare agteruitgang in prestasie in die lig van beskouinge oor leer en denke en die oorsake van foute in die Wiskunde.

Terselfdertyd sal die verskille in prestasies en responsies tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge ontleed word om lig te werp op hierdie verskynsel van skynbare agteruitgang.

Die verskille in prestasies en responsies tussen seuns en dogters van albei taalgroepe word ontleed, na aanleiding van enkele items van die Algebratoets (Vorm D) wat in 1967 tydens Talentopname toegepas is op leerlinge in st. 8, om bogenoemde verskynsel verder te belig.

5.2

Verskille tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge en tussen leerlinge van dieselfde taalgroepe in standers 7, 8 en 9

Die items wat vervolgens ontleed en bespreek sal word, word ingedeel onder items wat handel oor die wiskundige taal, bewerkinge met magte, breuke, negatiewe getalle en vergelykings.

Die beduidendheid van verskille tussen die prestasies van verskillende taalgroepe of groepe leerlinge se prestasies in twee verskillende items is bereken deur die verskille in proporsies leerlinge om te sit in z -tellings (1, 185-186). Die volgende formule is gebruik:

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\bar{p}_e \bar{q}_e \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2} \right)}}$$

waar p_1 = proporsie leerlinge in die eerste groep wat die item reg het

p_2 = proporsie leerlinge in die tweede groep wat die item reg het

N_1 = aantal leerlinge in die eerste groep

N_2 = aantal leerlinge in die tweede groep

$$\bar{p}_e = \frac{N_1 p_1 + N_2 p_2}{N_1 + N_2}$$

$$\bar{q}_e = 1 - \bar{p}_e$$

Die 5%-en 1%-grense vir z is 1.96 en 2.58 respektiewelik.

Uit bostaande formule is dit duidelik dat die aantal leerlinge wat daar in die twee groepe is (N_1 en N_2), 'n groot invloed sal hê op die waarde van 'n bepaalde z -telling.

5.2.1 Die wiskundige taal

In die volgende twee items word van leerlinge verwag om 'n gewone Afrikaanse of Engelse sin te vertaal in wiskundige simboolvorm. Die twee items is van dieselfde soort, dog verskillend wat betref die simbole wat gebruik word en die responsies wat aangebied is.

Item 14 van Vorm Z (kyk tabel 5.1) is van die volgende tipe: Ek is y jaar oud. Ek is 3 keer so oud as Jan. Hoe oud is Jan? Die ooreenkomstige responsies is: $A = \frac{3}{y}$; $\bar{B} = \frac{y}{3}$; $C = y-3$; $D = 3y$; en $E = y^3$.

TABEL 5.1 ¹⁾

RESPONSIES OP VORM Z, ITEM 14 [⌘]

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
7	A	39	0.17	0	16	18	11	47	8
7	E	72	0.29 ^e	3	3	25	18	47	4
8	A	54	0.24	2	7	17	15	56	4
8	E	60	0.42 ^a	2	0	27	12	58	2
9	A	29	0.61 ^a	0	7	41	14	34	3
9	E	59	0.37 ^a	0	2	51	12	34	2

- 1) Roupunte van hierdie en die volgende tabelle is beskikbaar by die RGN en is verwerk met behulp van 'n IBM-360 rekenoutomaat van die Departement van Hoër Onderwys.

[⌘] Die simbole wat in die kolomopskrifte van hierdie en ander item-ontledingstabelle getruik word, het die volgende betekenisse:

- N = die aantal leerlinge wat die toets gedoen het;
 r_{it} = die diskriminasiewaarde van die item;
X = die persentasie leerlinge wat die item weggelaat het;
A,B,C,D en E = die persentasies leerlinge wat die verskillende responsies gekies het. Die korrekte responsie word verder ook met 'n strepie bokant die letter aangedui, bv. $\bar{A}$ as A die korrekte responsie is. Die persentasie leerlinge wat die korrekte responsie gekies het, word ook die moeilikheidswaarde van die item genoem.

^a Betekenisvol op die 1%-peil.

^e Betekenisvol op die 5%-peil.

Vir albei taalgroepe is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 7 na st. 8 te bespeur. Die buitengewone groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe wat responsie D gekies het, is baie opmerklik. Dit dui op 'n baie sterk neiging by leerlinge om te vermenigvuldig in hierdie tipe item. Dit word inderdaad gedoen na aanleiding van die woorde "3 keer", want "keer" beteken dieselfde as vermenigvuldig. Hierdie leerlinge sien klaarblyklik nie die sinsverband in waarin die woord "keer" gebruik word nie en reageer as't ware outomaties of werktuiglik op die signaal om te vermenigvuldig. Al die gegewens word nie in berekening gebring nie, en daar word letterlik vertaal sonder om te dink of te kontroleer of die vertaling korrek is.

Item 13 van Vorm P (kyk tabel 5.2) verskil baie min van bogenoemde item. Dit is naamlik van die volgende tipe: Ek is $(x+3)$ jaar oud en ek is 3 keer so oud as Piet. Hoe oud is Piet? Die ooreenkomstige responsies is: $A = x$; $B = \frac{x+3}{3}$; $C = \frac{x}{3} + 3$; $D = \frac{3}{x+3}$; en $E = \frac{3}{x} + 1$.

TABEL 5.2

RESPONSIES OP VORM P, ITEM 13

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	50	0.26	6	28	34	20	8	4
7	E	43	-0.16	0	23	49	12	9	7
8	A	56	0.55	9	21	54	14	2	0
8	E	47	0.26	0	13	72	6	6	2
9	A	29	0.28	3	28	55	10	0	3
9	E	52	0.47 ^a	2	13	73	4	4	4

Aangesien hierdie item 'n tweeterm bevat, verwag 'n mens dat dit moeiliker as die vorige item sou wees, maar die omgekeerde word gevind. In al die groepe is daar 'n groot verbetering in prestasie te bespeur - st. 8-leerlinge toon egter die grootste styging in prestasie nl. 45% vir die Engelssprekendes en 37% vir die Afrikaanssprekendes. Standaard 8-leerlinge presteer net so goed as standaard 9-leerlinge in die item, sodat hier gepraat kan word van 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 8 na st. 9. Die verskille in die prestasies van leerlinge in item 14, Vorm Z en item 13, Vorm P is beduidend (op die 1%-peil) vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 ($z = 4.0$), Engelssprekende leerlinge in st. 8 ($z = 4.6$) en Engelsprekende leerlinge in st. 7 ($z = 2.6$), terwyl die verskille beduidend op die 5%-peil is vir Engelssprekende leerlinge van st. 9 ($z = 2.4$).

Die feit dat daar in item 13, Vorm P, nie voorsiening gemaak word vir 'n responsie waarin vermenigvuldig word nie, kon baie leerlinge gehelp het of selfs gedwing het om 'n tweede keer na te dink en gogollik die item reg te kry. Vorm D, item 12 wat in tabel 5.26 ontleed word, is identies aan hierdie item (P, 13), behalwe dat responsie E vervang is met die responsie $3(x + 3)$. Hier word dus wel voorsiening gemaak vir vermenigvuldiging. As gekyk word na die relatief groot persentasies leerlinge wat responsie E van Vorm D, item 12, gekies het, en dus vermenigvuldig het, word bogenoemde vermoede bevestig. Die persentasies leerlinge wat die korrekte responsies in item 12 van Vorm D en in bogenoemde twee items gekies het, is nie direk vergelykbaar nie, aangesien die toetse op verskillende tye van die jaar, nl. Februarie en Augustus, en in verskillende jare (1963 en 1967), toegepas is.

Foutiewe responsie C van item 14 (Vorm Z) trek naas foutiewe responsie D, die grootste persentasies leerlinge. In hierdie geval word afgetrek in plaas van gedeel. In item 13 (Vorm P) is hierdie neiging veel sterker, soos gesien kan word uit die persentasies leerlinge wat responsie A kies, veral Afrikaanssprekendes. 'n Moontlike verklaring vir die groter neiging om af te trek in die item is geleë in die afwesigheid van 'n responsie waarin vermenigvuldig kan word. Aftrekking is nie net eenvoudiger nie, maar lewer ook 'n aanneemliker resultaat of antwoord as die hewerings in responsies C, D en E van item 13 (Vorm P).

Die verskille tussen die prestasies van die twee taalgroepe in item 13 van Vorm P en in item 14 van Vorm Z is nie beduidend nie. In item 14 van Vorm Z presteer st. 7- en 8-leerlinge min of meer eenders, terwyl daar weer in item 13 van Vorm P min verskil is tussen die prestasies van st. 8- en 9-leerlinge van dieselfde taalgroepe. In elkeen van die twee items kan dus gepraat word van 'n skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge.

Insig in en begrip van die relasie tussen vermenigvuldiging en deling (nl. die feit dat deling die inverse bewerking van vermenigvuldiging is) word op 'n indirekte wyse in bogenoemde twee items betrek. Die fout om te vermenigvuldig in plaas van te deel, word so baie hier gemaak dat dit gekarakteriseer kan word as 'n tipiese fout en word waarskynlik veroorsaak omdat leerlinge nie die verband tussen die gegewens reg interpreteer nie. Die gebruik van simbole in plaas van getalle maak die relasie meer abstrak en dus moeiliker om in te sien en veroorsaak dat leerlinge geneig is om werktuiglik en op 'n outonome wyse te reageer sonder om na te dink. Die simbole, d.i. materiaal-faktore of aanskoulike hoedanighede van die item bevorder die optrede van outonome prosesse (kyk paragraaf 3.2.7) en speel blykbaar 'n belangrike rol in die skynbare agteruitgang wat hier voorkom.

Die diskriminasiewaarde van 'n item is, soos reeds gesien (kyk paragraaf 4.2.6), 'n punt-tweereeks-korrelasie tussen die itemtelling en die totaal-telling. Dit sal dus ook van die aantal leerlinge wat die toets gedoen het, afhang of 'n bepaalde diskriminasiewaarde betekenisvol is, of nie (1, 323). Die betekenisvolheid van die diskriminasiewaardes van die items wat in hierdie hoofstuk ontleed word, sal geverifieer word met behulp van tabel D in Guilford (1, 580-581).

Uit tabel 5.1 is dit duidelik dat daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie is van st. 7 na st. 8 vir albei taalgroepe, dog met die verskil dat die item nie betekenisvol diskrimineer vir Afrikaanssprekende leerlinge in albei standerds nie maar wel vir Engelssprekende leerlinge. Uit tabel 5.2 kan gesien word dat daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie is van st. 8 na st. 9 vir albei taalgroepe en dat die item slegs vir die Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 en die Engelssprekende leerlinge in st. 9 betekenisvol diskrimineer. Die feit dat 'n item nie betekenisvol diskrimineer tussen leerlinge in 'n bepaalde groep nie dui daarop dat na verhouding té veel goeie leerlinge die item verkeerd het en moontlik té veel van die swakke leerlinge die item reg het.

Item 5 van Vorm S (kyk tabel 5.3) is van die volgende tipe: a meer as c is...? Die ooreenkomstige responsies is: $A = c - o$; $B = a + o$; $C = o - c$; $D = oc$; en $E = \frac{c}{o}$.

TABEL 5.3

RESPONSIES OP VORM S, ITEM 5

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	69	0.10	4	27	29	12	10	17
7	E	53	0.18	4	23	51	6	9	8
8	A	67	-0.12	0	46	33	10	3	7
8	E	63	0.05	2	29	48	6	3	13
9	A	53	0.02	6	49	17	6	6	17
9	E	43	0.22	0	37	47	0	7	9

By albei taalgroepe is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8, van st. 8 na st. 9 en van st. 7 na st. 9. Engelssprekende leerlinge van st. 7 presteer beduidend op die 5%-poil beter as Afrikaanssprekende leerlinge ($z=2.48$), terwyl Engelssprekende leerlinge van st. 9 beduidend op die 1%-poil beter as Afrikaanssprekende leerlinge presteer ($z=3.18$).

Die groot persentasies leerlinge veral in st. 9, wat responsie A kies, dui daarop dat leerlinge die sin (gegewens) verkeerdlik gefinterpreteer het as: "Hoeveel is c meer as e?" Die gebruik van simbole verberg die betekenis of sinsverband waarin die woorde "meer as" gebruik word, sodat die relasie tussen die simbole (getalle) nie ingesien word nie. In 'n vraag soos: 7 meer as 20 is....? is dit tog intuïtief duidelik dat die antwoord $7 + 20 = 27$ is, aangesien 'n rasonale basis in hierdie geval bestaan en die denke ongehinderd kan verloop. Dit is interessant om die prestasies van leerlinge in bogenoemde item te vergelyk met dié in item 5 van Vorm Q. Laasgenoemde item is van die volgende tipe: 8 meer as p is....? en die ooreenkomstige responsies is: $A = 8 - p$; $\bar{B} = 8 + p$; $C = p - 8$; $D = 8p$; en $E = \frac{8}{p}$.

TABEL 5.4

RESPONSIES OP VORM Q, ITEM 5

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
7	A	55	0.02	0	16	60	4	16	4
7	E	41	0.42 ^a	0	7	66	5	22	0
8	A	65	0.17	2	6	68	8	11	6
8	E	49	0.24	0	4	76	0	18	2
9	A	27	0.31	0	7	78	4	4	7
9	E	51	0.49 ^a	0	2	86	2	8	2

In hierdie item is daar nie 'n skynbare agteruitgang in prestasie nie en leerlinge presteer baie beter as in die vorige item (behalwe vir die Engelssprekende leerlinge van st. 7 is alle verskille in prestasies vir die ander vyf groepe leerlinge in die twee items beduidend op die 1%-peil). Daar is egter nie beduidende verskille tussen die prestasies van Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge in item 5 van Vorm Q nie. Na aanleiding van die groot persentasies leerlinge wat responsie A van item 5 van Vorm S gekies het, word eintlik verwag dat die grootste persentasies leerlinge ook die foutiewe responsie A van item 5 van Vorm Q sou kies, maar dit is nie die geval nie. Aangesien 'n rasonale basis veel makliker gevind kan word in item 5 van Vorm Q as in item 5 van Vorm S, verloop die denke dus ook in dié geval by 'n groter persentasie leerlinge korrek as in die vorige item.

Uit die voorgaande items is dit duidelik dat leerlinge dit moeilik vind om eenvoudige verbale items waarin simbole in plaas van getalle, gebruik word, reg in te sien of te interpreteer en die regte bewerkings toe te pas. Leerlinge kan miskien 'n bewerking reg uitvoer, maar weet nie altyd watter bewerking relevant is in 'n spesifieke situasie nie. Die volgende twee items illustreer ook hierdie feit:

Vorm X, item 16, is van die volgende tipe: Wat moet van p afgetrek word om x as antwoord te kry? Die ooreenkomstige responsies is: $A = r - p$; $B = p + r$; $C = 2$; $D = p - r$; en $E = q$.

TABEL 5.5

RESPONSIES OP VORM X, ITEM 16

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	65	0.22	2	14	14	5	48	18
7	E	52	0.28 ^e	8	17	0	6	42	27
8	A	36	-0.07	3	17	11	3	58	8
8	E	66	-0.01	3	17	12	6	41	21
9	A	41	0.14	7	22	15	0	46	10
9	E	53	0.23	6	19	17	2	42	15

In hierdie item is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 8 na st. 9, en van st. 7 na st. 9 vir Afrikaanssprekende leerlinge. Vir Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 7 na st. 8, st. 8 na st. 9 en van st. 7 na st. 9. Die item diskrimineer ook baie swak vir al die groepe leerlinge, behalwe vir die Engelssprekende leerlinge van st. 7 vir wie die diskriminasiewaarde betekenisvol op die 5%-peil is. Die rede vir die lae diskriminasiewaarde is waarskynlik geleë in die invloed van die materiaal-faktore van die item self. Daar word van "aftrek" gepraat en die simbole p en r word in dié volgorde gegee. Deur nou bloot meganies 'n minusteken tussen p en r te plaas, word die regte antwoord, nl. D, verkry. As gelet word op die relatief hoë persentasies leerlinge wat responsie D van item 17, Vorm W, (tabel 5.6), verstrek het, is dit dus nie onredelik om so 'n afleiding te maak nie.

Alhoewel die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 beter as die Engelssprekende leerlinge presteer het, is die verskil nie beduidend nie.

Vorm W, item 17 (kyk tabel 5.6), is van die volgende tipe: Wat moet by p getel word om r as antwoord te kry? Die ooreenkomstige responsies is: $A = 2$; $B = q$; $C = p - r$; $D = p + r$; en $\bar{E} = r - p$.

TABEL 5.6

RESPONSIES OP VORM W, ITEM 17

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	$\bar{E}$
7	A	64	0.29 ^e	9	5	16	27	20	23
7	E	50	0.38 ^a	6	6	14	22	24	28
8	A	38	0.42 ^a	5	0	29	13	13	40
8	E	70	0.22	6	0	14	14	16	50
9	A	41	0.36 ^e	2	2	12	12	20	51
9	E	57	0.45 ^a	14	0	0	19	23	44

In hierdie item is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie vir Engelssprekende leerlinge van st. 8 na st. 9. Dit is interessant om daarop te let dat die Engelssprekende leerlinge van st. 8 die enigste groep leerlinge in hierdie item is vir wie die diskriminasiewaarde onbevredigend is. 'n Relatief groot persentasie van die Engelssprekende leerlinge in st. 9 het die item weggelaat en blykbaar gedink dat ~~geeneen~~ van die vyf gegewe responsies reg is nie. Die relatief hoë persentasies leerlinge wat responsie C gekies het, het besef dat afgetrek moet word, maar kon nie daarin slaag om die verbale gegewens in die regte simboolvorm te rekonstrueer nie. Die relatief hoë persentasies leerlinge wat responsie D gekies het, kon moontlik na aanleiding van die woorde "by p getel word", bloot meganies 'n plus-teken tussen die p en die r geplaas het, soos reeds aangetoon is by die bespreking van die regte responsie, nl. D, in die vorige item en die lae diskriminasiewaarde van daardie item.

In die alfabet kom die letter q tussen die p en die r voor. Leerlinge wat responsie E van item 16 (Vorm X), en responsie B van item 17 (Vorm W), gekies het, kon blykbaar nog nie daarin slaag om die gebruik van simbole in die Wiskunde te differensieer van hul posisies in die alfabet nie. Dit kan waarskynlik toegeskryf word aan outonome prosesse (kyk paragraaf 3.2.7) en interferensie (kyk paragraaf 3.2.6). Dit beteken dat kennis van die alfabet moontlik interfereer met die gebruik van simbole in die Wiskunde, en aangesien kennis van die alfabet gemeganiseerd is, verloop die denke nou outomaties op 'n verkeerde spoor.

Hierdie items waarin van leerlinge verwag word om die verbale gegewens te vertaal en in simboolvorm uit te druk, is betreklik eenvoudig. Dit is een-stap probleemtipes waarin slegs besluit moet word of daar opgetel, afgetrek, vermenigvuldig of gedeel moet word. Dit blyk dat waar slegs abstrakte simbole gebruik word, dit baie moeiliker is om die sinsverband te snap as wanneer van getalle en simbole gelyktydig, of as net van getalle gebruik gemaak word. Vergelyk byvoorbeeld die opgawe: 5 meer as 12 is...?, met: a meer as b is....? Kontrole van die antwoord is in die tweede geval abstrak en dus moeiliker en daarom is daar twyfel in die denke, wat regressie (kyk paragraaf 3.2.10) tot gevolg het. Kognitiewe beheer (kyk paragraaf 2.2.4) en kontrole van die situasie kan nie verkry word nie, sodat outonome prosesse oorneem en die data gelees word as "hoeveel is a meer as b?" Opdragverplasing vind derhalwe plaas.

'n Groot aantal van die items se diskriminasiewaardes vir die verskillende groepe leerlinge is onbevredigend. Die feit dat 'n item vir sommige van die groepe leerlinge 'n bevredigende diskriminasiewaarde het en vir ander groepe nie, moet ook in ag geneem word. Dit dui ook op groepsverskille.

In item 14 van Vorm Z word "3 keer" letterlik vertaal deurdat vermenigvuldig word, terwyl die sinsverband nie in ag geneem word nie. 'n Letterlike en meganiese vertaling van die gegewens is dus in hierdie item verantwoordelik vir die swak prestasies van die leerlinge. Die woorde "meer as" in item 5 van Vorm S, word ook eerder geassosieer met 'n "verskil" as met 'n "som", wanneer dit nie in sinsverband gelees word nie.

Die skynbare agteruitgang in prestasies in hierdie items kan toegeskryf word aan die aard van die items self (abstrakte simbole), 'n direkte of letterlike vertaling van die verbale gegewens, agtelosigheid, die aanskoulike hoedanighede van die items, outonome prosesse, interferensie en regressie. Daar is moontlik ook 'n instelling by leerlinge wat gekenmerk word deur 'n meganiese uitvoering van bewerkinge eerder as intensionele denke en die ontleding van gegewens om dit te begryp.

Daar is slegs in een van die ses items, nl. item 5 van Vorm S (kyk tabel 5.3), beduidende verskille tussen die prestasies van Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge. Die taalfaktor moet hier in ag geneem word. Waarskynlik vind opdragverplasing makliker plaas deur medium van Afrikaans as deur medium van Engels in dié geval, aangesien groter persentasies Afrikaanssprekende leerlinge as Engelssprekende leerlinge in al drie standarde responsie A gekies het. Evaluering van die werklike betekenis of sinsverband is waarskynlik moeiliker deur medium van Afrikaans as deur medium van Engels en dus speel outonome prosesse waarskynlik 'n groter rol

by Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 in dié geval.

5.2.2 Bewerkinge met magte

Item 24 van Vorm W is van die volgende tipe: $-x^3 \times 2 \times (-x)^2 = \dots?$
 Die ooreenkomstige responsies is: $A = 2x^5$; $B = -2x^5$; $C = -2x^6$; $D = x^{12}$;
 en $E = x^{10}$.

TABEL 5.7

RESPONSIES OP VORM W, ITEM 24

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	64	0.00	14	17	30	19	14	6
7	E	50	0.01	16	30	22	16	10	6
8	A	38	0.51 ^a	18	18	55	5	0	3
8	E	70	0.08	16	26	44	6	6	3
9	A	41	0.31 ^e	7	27	51	10	5	0
9	E	57	0.09	5	44	42	7	0	2

'n Agtelosige tekenfout is waarskynlik verantwoordelik vir die skynbare agteruitgang in prestasie van st. 8 na st. 9 by albei taalgroepe.

'n Groot persentasie leerlinge ignoreer die hakies en vermenigvuldig eers die twee minusse met mekaar. Dit kan as gevolg van agtelosigheid wees onder invloed van die materiaal-faktore en outonome prosesse, omdat slegs twee minustekens ~~direk~~ gesien word. Daar is blykbaar 'n sterker valensie by leerlinge om eers die minustekens te vermenigvuldig en daarna die vereenvoudiging van die res te doen, sodat die betekenis van die hakies nie raakgesien word nie.

Die item diskrimineer nie betekenisvol vir Engelssprekende leerlinge van al drie standerds en vir Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7 nie. Engelssprekende leerlinge van al drie standerds is meer geneig om die tekenfout (responsie A) te maak as Afrikaanssprekende leerlinge. Die groot persentasie Engelssprekende leerlinge in st. 9 wat hierdie fout maak, is veral opmerklik. Aangesien die item ook nie vir hierdie leerlinge diskrimineer nie, kan afgelei word dat meer van die goeie leerlinge hierdie fout maak. 'n Relatief groot persentasie leerlinge in st. 7 en 8 het die item nie gedoen nie, wat daarop dui dat die leerstof vir hulle nog onbekend is. Dit maak die skynbare agteruitgang in prestasie van st. 8 na st. 9 nog meer kontrasterend. Die verskille tussen taalgroepe is nie beduidend nie.

Item 32 van Vorm W is van die volgende tipe: $\frac{x^6}{x^3} = \dots?$ Die ooreen-
komstige responsies is: A = 3; B = x^2 ; C = x^3 ; D = $x^6 - x^3$; en E = 2.

TABEL 5.8

RESPONSIES OP VORM W, ITEM 32									
St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	64	0.16	5	6	25	25	20	19
7	E	50	-0.06	4	2	24	40	12	18
8	A	38	0.32 ^e	0	5	37	37	5	16
8	E	70	0.40 ^a	4	3	39	33	3	19
9	A	41	0.02	0	12	37	39	2	10
9	E	57	0.39 ^b	2	0	40	46	4	9

Die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe wat responsie B kies, dui op 'n sterk valensie by leerlinge om die eksponente te deel in plaas van af te trek, moontlik as gevolg van interferensie met leerlinge se kennis van breuke, in besonder om te kanselleer. Die leerlinge wat responsie E kies, kanselleer nog verder of deegliker. By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 8 na st. 9, terwyl die agteruitgang by Engelssprekendes van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9 te bespeur is.

Die gemak waarmee gedeel kan word, speel ook 'n rol in die foutiewe beantwoording van hierdie item. Hierdie feit word duidelik geïllustreer deur bogenoemde item te vergelyk met die volgende item. Item 31 van Vorm Q is van die tipe: $\frac{x^5}{x^3} = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: A = x^2 ; B = 2; C = $\frac{5}{3}$; D = x^3 ; en E = x^3 .

TABEL 5.9

RESPONSIES OP VORM Q, ITEM 31									
St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	55	0.37 ^a	9	42	5	11	18	15
7	E	41	0.41 ^a	5	61	2	12	12	7
8	A	65	0.27 ^o	3	65	2	14	12	5
8	E	49	0.43 ^b	4	63	2	6	18	6
9	A	27	0.42 ^e	0	78	0	4	15	4
9	E	51	0.20	0	94	0	4	2	0

In hierdie item is die teller se eksponent nie 'n veelvoud van die noemer se eksponent nie. Daar is dus op grond van die aanskoulike hoedanighede of materiaalfaktore nie meer so 'n sterk valensie (kyk paragraaf 3.2.7) vir deling van die eksponente nie, soos gesien kan word uit die persentasies leerlinge wat responsie D gekies het.

Die Engelssprekende leerlinge van st. 9 presteer baie goed in hierdie item, nl. 94% het dit reg, maar tog is die diskriminasiewaarde vir hulle nie betekenisvol nie. Die diskriminasiewaarde van .20 vir hierdie groep leerlinge beteken dat die gemiddelde toetstelling van die 6% leerlinge wat die item verkeerd het nie baie laer is as dié van die 94% leerlinge wat die item reg het nie.

Engelssprekende leerlinge van st. 7 presteer beduidend op die 5%-peil beter as Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7 in bogenoemde item. Die diskriminasiewaardes van item 31 (Vorm Q), is vir al die groepe, behalwe die st. 9 Engelssprekende leerlinge, beter as dié van die vorige item. Die verskil in moeilikheidswaardes tussen die twee items is beduidend op die 5%-peil vir st. 7-leerlinge en beduidend op die 1%-peil vir st. 8- en 9-leerlinge van albei taalgroepe.

Dit is ook opmerklik dat 'n groter persentasie leerlinge in st. 8 en 9 as in st. 7 responsie B van item 32, Vorm W, gekies het. Dit dui daarop dat outonome prosesse (kyk paragraaf 3.2.7) sterker optree by leerlinge in st. 8 en 9 as by leerlinge in st. 7, of ook dat die kanselleervalensie (kyk paragraaf 2.2.3) hier sterker is by st. 8- en 9-leerlinge as by st. 7-leerlinge.

5.2.3 Breuke

In die volgende twee voorbeelde kan duidelik gesien word hoe sterk die kanselleervalensie (kyk paragrawe 2.2.3 en 2.2.4) by leerlinge is. Item 31 van Vorm Z is van die volgende tipe: $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \dots$? Die ooreenkomstige responsies is: $A = a - b$; $\bar{B} = a + b$; $C = 2ab$; $D = -2ab$; en $E = 2$.

TABEL 5.10

RESPONSIES OP VORM Z, ITEM 31

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
7	A	39	0.13	0	66	16	5	13	0
7	E	72	0.32 ^a	11	56	14	6	8	6
8	A	54	-0.03	0	72	17	7	2	2
8	E	60	0.32 ^e	2	53	33	5	3	3
9	A	29	0.12	3	62	28	0	3	3
9	E	59	0.41 ^a	0	64	31	3	0	2

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8, terwyl die agteruitgang by Engelssprekendes van st. 8 na st. 9 te bespeur is. Die verskille in prestasies tussen die Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge is nie beduidend nie. Die diskriminasiewaarde vir Engelssprekende leerlinge is betekenisvol vir al drie standerds, maar nie vir Afrikaanssprekende leerlinge nie. Responsie A wat deur buitengewoon groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standerds gekies word, kan op ten minste twee wyses van foutiewe redenering verkry word. Die meeste leerlinge kanselleer klaarblyklik direk uit. Leerlinge wat wel daaraan dink om $a^2 - b^2$ in faktore te ontbind, meen verkeerdelik dit is $(a - b)(a - b)$ of $(a - b)^2$. Die aanskoulike hoedanighede van die item bevorder weereens die optrede van outonome prosesse soos ook in die volgende item gesien kan word.

Item 32 van Vorm Q is van die volgende tipe: $\frac{a^2 + b^2}{a + b} = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: A = $a + b$; B = $a - b$; C = $2ab$; D = 2; en $E = \frac{a^2 + b^2}{a + b}$.

TABEL 5.11

RESPONSIES OP VORM Q, ITEM 32

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	$\bar{E}$
7	A	55	-0.26	11	38	4	5	9	33
7	E	41	-0.11	7	46	7	5	12	22
8	A	65	0.33 ^a	3	74	5	3	5	11
8	E	49	-0.04	2	71	4	4	4	14
9	A	27	0.14	0	78	4	0	0	19
9	E	51	0.34 ^e	2	69	10	0	0	20

Vir albei taalgroepe is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9. Merkwaardig is die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en veral in st. 8 en 9 wat responsie A kies. Leerlinge kanselleer weereens direk uit of meen waarskynlik dat $a^2 + b^2$ dieselfde is as $(a + b)^2$. Hierdie foute kan moontlik aan agtelosigheid te wyte wees, maar outonome prosesse (kyk paragraaf 3.2.7) en interferensie speel ook 'n rol daarin. Interferensie met die uitdrukking $a^2 + b^2 = (ab)^2$, of ook $\frac{a^2 + b^2}{ab} = ab$ vind plaas. Die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7 doen die beste in hierdie item, maar aangesien die diskriminasiewaarde vir hulle negatief is, beteken dit dat die swak leerlinge die item reg het, terwyl die goeie leerlinge van die bepaalde groep die item verkeerd het.

/96 Hierdie....

Hierdie leerlinge het in elk geval raakgesien dat E identies is aan die uitdrukking links van die gelykaanteken en dus nie verkeerd kan wees nie. Verskille tussen taalgroepe is nie beduidend nie.

Item 32 van Vorm R is van die volgende tipe: $\frac{15x + 10}{3x + 2} = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $\bar{A} = 5$; $B = 5x + 5$; $C = 5x$; $D = 5 + 5$; en $E = 5 + 5x$.

TABEL 5.12

RESPONSIES OP VORM R, ITEM 32

St.	Taal	N	r_{it}	X	$\bar{A}$	B	C	D	E
7	A	65	-0.08	9	5	43	17	18	8
7	E	58	0.24	2	12	50	19	9	9
8	A	56	0.00	7	11	45	7	29	2
8	E	57	0.21	4	7	61	9	18	2
9	A	53	0.06	4	21	51	0	23	2
9	E	39	0.28	3	10	46	8	33	0

By Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang in prestasie van st. 7 na st. 8, van st. 7 na st. 9 en van st. 8 na st. 9, terwyl daar 'n geleidelike styging in prestasie by Afrikaanssprekende leerlinge te sien is. Lg. groepe presteer egter ook baie swak en die verskille in prestasie tussen taalgroepe is nie beduidend nie. Die diskriminasiewaardes is vir al ses groepe leerlinge nie betekenisvol nie.

Indien die faktore van die teller, d.i. $5(3x + 2)$, eers verkry sou word, is dit baie eenvoudig om die oplossing van die vraagstuk in te sien. Min leerlinge volg klaarblyklik dié weg, en aangesien dit 'n prosedure is wat nie ingedril is nie, is dit ook heeltemal vergeto.

Uit die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standers wat responsies B en D gekies het, is dit duidelik dat die meeste leerlinge die twee terme afsonderlik uitgekanselleer het. Die feit dat 15 'n veelvoud van 3 is en 10 'n veelvoud van 2 is, versterk die invloed van die materiaal-faktore en laat die denkhandeling waarin die terme afsonderlik uitgekanselleer word, aktualiseer. Die blote voorkoms van responsies B en D kon sommige leerlinge ook verlei het om te kanselleer. Die kontrole van die intensie is blykbaar afwesig en die kognitiewe handelingsstruktuur het oorgegaan in 'n nie-kognitiewe handelingsstruktuur (kyk paragraaf 2.2.4). Baie leerlinge sien nie in dat responsies B en E identies is nie en dat daaruit afgelei kan word dat albei verkeerd moet wees nie.

Die aanskoulike hoedanighede van die item versper ook die weg om insig te verkry in die verborge struktuur van die item, nl. dat dit gelyk is aan $\frac{5(3x + 2)}{(3x + 2)}$, wat van dieselfde vorm is as $\frac{5 x a}{a}$, of indien a deur 'n konkrete getal vervang word, kan gesê word dat dit is van dieselfde vorm as bv. $\frac{5 x 10}{10}$. Indien die verband tussen hierdie vorme nie ingesien word nie, kan 'n rasonale basis nie verkry word nie.

Agteloosigheid wat gewortel is in outonome prosesse en interferensie, is waarskynlik hier verantwoordelik vir die swak prestasies van leerlinge. Die vorm van die item kan dalk nog betreklik onbekend wees vir st. 7-leerlinge, sodat gebrekkige kennis ook 'n rol speel by hulle. Die dwingende karakter wat die materiaalfaktore hier op die denke van leerlinge uitoefen, word weerspieël in die sterk kanselleervalensie wat daar in die item by leerlinge in al ses groepe voorkom. Die item diskrimineer onbevredigend vir al ses groepe leerlinge.

Item 31 van Vorm S (kyk tabel 5.13) is van die volgende tipe:
 $\frac{x + y}{x - y} + \frac{x - y}{x + y} = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = x^2 - y^2$;
 $\bar{B} = \frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{x^2 - y^2}$; $C = \frac{x + y + x - y}{x^2 - y^2}$; $D = 1$; en $E = 2$.

TABEL 5.13

RESPONSIES OP VORM S, ITEM 31

St.	Taal	N	r _{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
7	A	67	0.16	12	24	27	18	15	4
7	E	52	0.17	6	23	17	23	25	6
8	A	67	-0.02	7	13	15	16	39	9
8	E	63	0.15	5	13	13	14	44	11
9	A	53	0.39 ^a	2	15	32	4	40	8
9	E	43	0.26	5	5	16	21	49	5

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9. Vir Engelssprekende leerlinge is daar 'n agteruitgang van st. 7 na st. 8, van st. 7 na st. 9 en van st. 8 na st. 9. Die item het slegs vir die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 'n bevredigende diskriminasiewaarde. Die relatief groot persentasies leerlinge, veral in st. 8 en 9, wat responsie D gekies het, verwar die plustoken tussen die twee breuke met vermenigvuldiging, blykbaar as gevolg van interferensie met die vorm $\frac{x}{y} \times \frac{y}{x}$. Omdat die item uit breuke wat tweeterme bevat, bestaan, en die antwoord 'n taamlike ingewikkelde uitdrukking is, speel regressie (kyk paragraaf 3.2.10) waarskynlik ook 'n rol in die veroorsaking van foute

in die item.

Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 doen heelwat swakker as hul taalgenote in st. 7 en 9 en Engelssprekendes doen ook swakker as Afrikaanssprekendes in die item. Die verskille in prestasies is egter nie beduidend nie.

Dit is duidelik dat leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standers maar 'n swak begrip van breuke en insig in die bewerkinge met breuke het. Item 28 van Vorm P illustreer hierdie verskynsel ook mooi. Die item is naamlik van die volgende tipe: $\frac{a-b}{x-y} = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = \frac{a}{x} - \frac{b}{y}$; $B = \frac{a}{x-y} - \frac{b}{x-y}$; $C = \frac{a-b}{x} - \frac{a-b}{y}$; $D = \frac{c}{z}$; en E = nie een van hierdie nie.

TABEL 5.14

RESPONSIES OP VORM P, ITEM 28

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	50	0.32 ^e	8	34	10	12	2	34
7	E	43	0.04	2	30	9	12	0	47
8	A	56	0.12	7	32	20	5	0	36
8	E	47	0.01	2	34	6	9	0	49
9	A	29	-0.05	0	28	10	3	0	59
9	E	52	0.14	0	10	15	2	2	71

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 9 en van st. 8 na st. 9. By Engelssprekendes is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9. 'n Relatief groot persentasie leerlinge het responsie A gekies en beseft nie dat die volgorde van bewerkinge verskillend is in $\frac{a-b}{x-y}$ en in $\frac{a}{x} - \frac{b}{y}$. Die fundamentele verskil tussen die twee uitdrukkings word nie raakgesien nie, omdat die abstrakte simbole dit moeilik maak om 'n rasonale basis te vind vir die bewerkinge wat uitgevoer moet word. Hierdie oplossing lyk egter voor die handliggend en baie aanneemlik. Vergelyk dit bv. met $\frac{30-14}{10-2}$ en $\frac{30}{10} - \frac{14}{2}$ wat respektiewelik vereenvoudig word tot 2 en -4. Hierdie fout word waarskynlik na aanleiding van die materiaal-faktore en die optrede van outonome prosesse gemaak onder invloed van die abstrakte simbole. Interferensie kan ook 'n rol speel. Na aanleiding van $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, waarin die tellers met mekaar en die noemers met mekaar vermenigvuldig word, dink leerlinge waarskynlik nou dat tellers en noemers op dieselfde wyse bymekaar getel of van mekaar afgetrek kan word sodat $\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = \frac{a-b}{x-y}$, wat nie toelaatbaar is nie. Hierdie tipe fout word nog duideliker geïllustreer deur

item 28 van Vorm Y wat van die volgende tipe is; $\frac{a}{x} + a = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = \frac{2a}{x}$; $B = \frac{a^2 + a}{x}$; $C = \frac{a + ax}{x}$; $D = \frac{a^2 + ax}{x}$; en $E =$ Nie een van hierdie nie.

TABEL 5.15

RESPONSIES OP VORM Y, ITEM 28

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	35	0.04	0	49	11	6	0	34
7	E	77	-0.10	9	57	4	1	6	22
8	A	55	0.09	2	62	2	4	0	31
8	E	63	-0.07	5	54	3	3	2	33
9	A	36	0.34 ^e	0	50	6	17	6	22
9	E	61	0.47 ^a	0	49	2	34	0	15

Groot persentasies van die leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standerds tel eenvoudig die twee a's bymekaar sonder om ná te dink dat bv. $\frac{3}{5} + 3$, volgens dié redenasie, gelyk aan $\frac{6}{5}$ of $1\frac{1}{5}$ moet wees, wat tog baie duidelik nie die geval kan wees nie. Die aanskoulike hoedanighede van die item (materiaalfaktore) en gebrek aan 'n rasionele basis bevorder die optrede van outonome prosesse en speel 'n belangrike rol in die voorkoms van die fout.

Uit die swak prestasies van leerlinge in st. 7 en 8 kan afgelei word dat gebrek aan kennis in die item ook 'n rol gespeel het, alhoewel die persentasies leerlinge wat die item nie gedoen het nie maar laag is. Die item diskrimineer slegs vir leerlinge in st. 9. Item 28 van Vorm P se diskriminasiewaarde is betekenisvol op die 5%-peil vir Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7. Die item het egter baie lae diskriminasiewaardes vir die ander groepe leerlinge.

Indien item 28, Vorm P, vergelyk sou word met breuke soos $\frac{3}{16} + \frac{11}{16} = \frac{3 + 11}{16}$, is dit ook hier duidelik dat die gebruik van simbole, die betekenis van die uitdrukkings verberg, en dit baie moeiliker maak om 'n rasionele basis te vind. Die feit dat die noemer in item 28 van Vorm P ook uit 'n tweeterm bestaan, bemoeilik dit ook vir leerlinge om die verband in te sien. In hierdie item is 'n gebrek aan insig in breuke dus in 'n groot mate verantwoordelik vir die swak prestasies van leerlinge, veral in st. 9, terwyl gebrekkige kennis waarskynlik 'n groter rol by leerlinge in st. 7 en st. 8 speel.

Item 30 van Vorm R is van die volgende tipe: $\frac{2}{a} + \frac{a}{3} = \frac{\dots?}{3a}$. Die ooreenkomstige responsies is: $A = 6 + a$; $\bar{B} = 6 + a^2$; $C = 2 + a$; $D = 2a$; en $E = 3 + a^2$.

TABEL 5.16

RESPONSIES OP VORM R, ITEM 30

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
7	A	65	0.03	5	11	8	25	43	9
7	E	58	0.39 ^a	0	10	5	19	57	9
8	A	56	0.02	5	5	9	14	63	4
8	E	57	0.11	5	9	16	14	53	4
9	A	53	0.33	6	6	45	9	30	4
9	E	39	0.49 ^a	0	8	28	5	56	3

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 te bespeur. Die verskil in prestasies tussen taalgroepe is nie beduidend nie. By st. 7-leerlinge trek die korrekte responsie, nl. B, die laagste persentasies leerlinge, en daar kan aanvaar word dat st. 7-leerlinge nog onbekend is met hierdie tipe leerstof.

In hierdie item word die gemeenskaplike noemer, nl. 3a, gegee en dit word slegs van die leerlinge verwag om die teller te vind. Die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standers wat responsie D gekies het, het eenvoudig die tellers met mekaar vermenigvuldig, moontlik na aanleiding van die feit dat die gemeenskaplike noemer, nl. 3a, gegee word. Die aanskoulike hoedanighede van die item het waarskynlik die leerlinge daartoe aanleiding gegee om verkeerdelik te vermenigvuldig. 'n Relatief groot persentasie leerlinge kies responsie C deur eenvoudig die twee tellers bymekaar te tel. Die item diskrimineer nie bevredigend vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 7 en 8 en vir Engelssprekende leerlinge in st. 8 nie.

Item 29 van Vorm Z is van die volgende tipe: $\frac{2x}{3} - \frac{3}{2x} = \frac{\dots?}{6x}$. Die ooreenkomstige responsies is: $\bar{A} = 4x^2 - 9$; $B = 2x - 3$; $C = 4x - 9$; $D = 2x - 9$; en $E = 6x$.

TABEL 5.17

RESPONSIES OP VORM Z, ITEM 29

St.	Taal	N	r_{it}	X	$\bar{A}$	B	C	D	E
7	A	38	-0.09	13	11	8	3	0	66
7	E	72	0.02	11	3	7	11	14	54
8	A	54	0.50 ^a	11	2	7	6	2	72
8	E	60	0.15	13	17	7	10	5	48
9	A	29	0.44 ^e	14	21	3	7	3	52
9	E	59	0.46 ^a	7	22	5	17	0	49

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en by Engelssprekende leerlinge van st. 8 na st. 9. Net soos in die vorige item doen leerlinge baie swak in hierdie item. 'n Groter persentasie leerlinge as in die vorige item het hierdie item nie gedoen nie.

Die gemeenskaplike noemer, nl. $6x$, word ook in hierdie geval gegee. Die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standarde wat responsie E gekies het, het waarskynlik, soos die leerlinge in die vorige item, na aanleiding van die feit dat die gemeenskaplike noemer gegee word (d.i. dat die noemers met mekaar vermenigvuldig word in dié geval), ook die twee tellers eenvoudig met mekaar vermenigvuldig. Leerlinge wat die fout maak, verkeer moontlik onder invloed van 'n beginsel (resep) by die oplossing van vergelykings nl. om dieselfde te doen aan die linker- en regterkant van 'n vergelyking; of in die geval van breuke, wanneer 'n enkele breuk, bv. $\frac{a}{b}$, gegee word, kan die noemer en die teller met dieselfde getal, bv. x , vermenigvuldig word, d.i. $\frac{a}{b} = \frac{ax}{bx}$. Interferensie en verkeerde oordrag vind dus in dié geval plaas.

Dit is egter nie uitgesluit nie dat sommige leerlinge as volg verkeerdlik kon redeneer: aangesien die terme aan die linkerkant uitgekanselleer kan word, dit dan aan die regterkant ook moontlik moet wees en dus moet die noemer en die teller aan die regterkant gelyk wees. Die sterk kanselleervalensie by leerlinge kon dus ook hier 'n indirekte rol gespeel het.

Die verskil in persentasies by Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 wat responsie D van item 30 (Vorm R), en responsie E van item 29 (Vorm Z) gekies het, is opmerklik, en hou verband met die verskil in moeilikheidswaardes van die twee items vir hierdie twee groepe leerlinge.

Die verskil in die prestasies van die twee taalgroepe in bogenoemde item is nie beduidend nie.

Breuke en die bewerkinge met breuke stel besondere eise aan leerlinge en is een van die dele in Algebra waarin die meeste moeilikhede ondervind word. Die feit dat 'n rasionele basis waarop die bewerkinge met breuke gebaseer kan word, moeilik gevind kan word, moet weereens sterk beklemtoon word. Die intensie verflou en outonome prosesse kry gou die oorhand. Die instelling en houding ("set") (kyk paragraaf 2.4.2) van leerlinge speel 'n belangrike rol in die prestasies wat gelewer word. So baie leerlinge is maar net altyd gereed om oor te gaan tot meganiese manipulasie van simbole of uitvoering van bewerkings sonder om nê te dink - hulle is waarskynlik tevrede om maar enige bewerking wat 'n aanvaarbare antwoord lewer uit te voer, net om darem iets te doen en nie die item weg te laat of bloot slegs te raai nie.

Omdat die vereenvoudiging van breuke waarskynlik 'n meganiese proses vir baie leerlinge geword het, verloop die denke outonoom sonder kontrole van die intensie, en word daar nie onderskei tussen die kansellering van breuke wat uit een terme bestaan en gevalle waar die noemer en/of teller uit tweeterme bestaan nie.

Uit die responsies op item 29, Vorm Z, en item 30, Vorm R, is dit duidelik dat die beginsels waarvolgens optelling en aftrekking van twee breuke gedoen word, baie swak begryp word en/of baie gou vergeet word deur baie leerlinge, waarskynlik omdat die bewerkings nie sinvol vir hulle is nie en omdat 'n rasionele basis ontbreek. 'n Rasionele basis word moeilik gevind en vorm eintlik nooit 'n permanente integrale deel van die denkhandelingsstruktuur nie.

Die verskille in prestasies tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge is nie beduidend nie. Daar is, intendeel, 'n groot ooreenkoms tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge wat die voorkoms van stereotipe foute aanbetref.

Die skynbare agteruitgang in prestasie in hierdie items oor breuke moet in die eerste plek toegeskryf word aan 'n gebrekkige begrip van breuke self en 'n meganiese benadering tot, of instelling teenoor die uitvoering van die bewerkings met breuke. Die aanskoulike hoedanighede van die items en outonome prosesse speel ook 'n rol. Interferensie en die sterk kanselleervalensie wat nie losgemaak kan word van outonome prosesse nie, dra ook by tot die swak prestasies en die skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge.

In die meeste van die items is daar 'n groter ooreenstemming tussen die prestasies van Engelssprekende st. 8- en 9-leerlinge as tussen die prestasies van Afrikaanssprekende st. 8- en 9-leerlinge (kyk veral na tabelle 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.16 en 5.17). Uit sommige van hierdie tabelle kan ook afgelei word dat daar by Afrikaanssprekende leerlinge 'n groter ooreenstemming is tussen die prestasies van st. 7- en 8-leerlinge as wat dit die geval is by Engelssprekende leerlinge in die twee standers (kyk veral na tabelle 5.10, 5.16 en 5.17).

5.2.4 Negatiewe getalle

Uiteraard is negatiewe getalle vir baie leerlinge net so abstrak soos die algebraïese simbole wat in paragraaf 5.2.1 bespreek is, veral as dit kom by die beworkinge met negatiewe getalle. Die aftrek van negatiewe getalle lower baie probleme soos dan ook in die volgende drie items gesien kan word.

Item 11 van Vorm X is van die volgende tipe: Trek -9 af van -11. Die ooreenkomstige responsies as: $\bar{A} = -2$; $B = 2$; $C = -20$; $D = 20$; en $E = 119$.

TABEL 5.18

RESPONSIES OP VORM X, ITEM 11

St.	Taal	N	r_{it}	X	$\bar{A}$	B	C	D	E
7	A	65	0.11	0	69	9	14	8	0
7	E	52	0.30 ^e	0	54	17	25	2	2
8	A	36	0.19	0	50	22	25	3	0
8	E	66	0.43 ^a	0	58	12	24	6	0
9	A	41	0.24	0	63	12	20	5	0
9	E	53	0.29 ^e	0	57	17	26	0	0

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9. By Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8, st. 7 na st. 9 en van st. 8 na st. 9. Die verskille in die prestasies van leerlinge van die twee taalgroepe is nie beduidend nie. Die relatief hoë persentasies leerlinge wat responsie C gekies het, het die twee negatiewe getalle bymekaar getel. Omdat die aftrekteken ook gebruik word om 'n negatiewe getal aan te dui, kon leerlinge die item as volg geïnterpreteer het: trek 9 af van -11. Uit die persentasies leerlinge wat item 11 van Vorm Z (kyk tabel 5.19) reg het, lyk dit egter nie baie waarskynlik nie. Dit is opmerklik dat die item betekenisvolle diskriminasiewaardes het vir Engelssprekende leerlinge in al drie

standerds, maar nie vir Afrikaanssprekende leerlinge in een van die drie standerds nie.

Leerlinge wat responsie B gekies het, het -11 afgetrek van -9. Dit kan waarskynlik toegeskryf word aan 'n reël (resep) wat leerlinge i.v.m. die aftrek van negatiewe getalle leer: om die teken van die aftrekgetal te verander en dan op te tel. Die verkeerde getal se teken word dus hier verander. Indien leerlinge sou vergeet om die getal se teken te verander, word die getalle eenvoudig bymekaar getel om responsie C te lewer. Hierdie tipes foute kan waarskynlik toegeskryf word aan agtelosigheid, maar ook aan outonome prosesse.

Item 11 van Vorm Z bestaan uit getalle met dieselfde absolute waardes as dié in die vorige item, maar die teken van een van die getalle is verskillend. Die item is naamlik van die tipe: Trek 9 af van -11. Die ooreenkomstige responsies is: A = -119; B = 2; C = -2; D = 20; en $\bar{E}$ = -20.

TABEL 5.19

RESPONSIES OP VORM Z, ITEM 11

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	$\bar{E}$
7	A	38	0.28	0	3	16	50	8	24
7	E	72	0.16	0	0	4	69	3	24
8	A	54	0.48 ^a	0	0	6	69	7	19
8	E	60	0.42 ^a	0	0	7	60	5	28
9	A	29	0.02	0	0	0	66	7	28
9	E	59	0.28 ^b	0	0	0	68	3	29

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en van st. 7 na st. 9. Vir Engelssprekendes is die skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8, van st. 7 na st. 9 en van st. 8 na st. 9. Die verskille in prestasies van die twee taalgroepe is nie beduidend nie.

Die buitengewoon groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standerds wat responsie C gekies het, het eenvoudig die twee getalle bymekaar getel en blykbaar vergoet om die aftrekgetal se teken (volgens die bogenoemde reël) te verander. Dit is opmerklik dat hierdie item baie moeiliker as die vorige een is vir al die groepe leerlinge. In die vorige item was altwee getalle negatief, terwyl in hierdie item van leerlinge verwag word om 'n positiewe getal af te trek van 'n negatiewe getal. In die volgende item moet leerlinge 'n negatiewe getal aftrek van 'n positiewe getal.

Item 10 van Vorm P is van die volgende tipe: Trek -9 af van 11. Die ooreenkomstige responsies is: A = -119; B = 2; C = -2; $\bar{D}$ = 20; en E = -20.

TABEL 5. 20

RESPONSIES OP VORM P, ITEM 10

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	$\bar{D}$	E
7	A	50	0.02	2	2	58	20	2	16
7	E	43	0.21	2	2	51	30	14	0
8	A	56	0.33 ^c	2	0	59	16	16	7
8	E	47	0.26	0	2	74	16	13	4
9	A	29	-0.09	0	0	72	17	10	0
9	E	52	0.58 ^a	0	0	62	2	31	6

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9. Vir Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8. Die verskil in prestasie tussen Afrikaanssprekende en Engelssprekende leerlinge in st. 9 is beduidend op die 5%-peil. Daar is ook 'n baie groot verskil in die diskriminasiewaardes van die item vir Afrikaanssprekende en Engelssprekende leerlinge in st. 9. Die item diskrimineer ook betekenisvol (op die 5%-peil) vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8.

Die buitengewoon groot persentasies leerlinge wat responsie B gekies het, het weereens eenvoudig die twee getalle bymekaar getel. Ook in hierdie item waar die twee getalle se tekens verskillend is, is die prestasies van leerlinge baie swakker as in item 11 van Vorm X waar albei getalle negatief is. Waar 'n negatiewe getal van 'n positiewe getal afgetrek moet word, is die moeilikheidswaarde van die item die laagste vir al die groepe, behalwe vir die Engelssprekende leerlinge van st. 9.

Die skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge in hierdie items i.v.m. negatiewe getalle, kan dus waarskynlik toegeskryf word aan agtelosigheid, outonome prosesse, vergeet en opdragverplasing. 'n Gebreklike begrip van negatiewe getalle en die bewerkings met negatiewe getalle speel ook 'n rol hierin. Die abstrakte aard van negatiewe getalle bemoeilik waarskynlik die verkryging van 'n rasionele basis vir die bewerkings met negatiewe getalle. Die reël, nl. om die aftrekgetal se teken te verander en dan die twee getalle bymekaar te tel, word dus nie begryp nie en dan slegs gedeeltelik of verkeerd toegepas. Verwarring vind plaas tussen die

aftrekteken en sy gebruik om 'n negatiewe getal aan te dui. In die eerste geval vervul dit die funksie van 'n werkwoord, nl. "trek af", en in die ander geval is dit 'n integrale deel van 'n selfstandige naamwoord, bv. minus-nege (die negatiewe getal - 9). Dit vertroebel die begrip van negatiewe getalle by leerlinge en speel waarskynlik 'n groot rol by die veroorsaking van hierdie foute.

5.2.5 Vergelykings

By die oplossing van vergelykings bestaan daar 'n aantal reëls of beginsels wat blykbaar as gevolg van drill mettert tyd heeltemal meganies (as resepte) toegepas word sonder kontrole van die intensie. Nie-kognitiewe handelingstrukture ontstaan derhalwe as gevolg hiervan. In die bespreking van die volgende items sal gepoog word om hierdie bewering te staaf.

Item 34 van Vorm X (kyk tabel 5.21) bestaan uit twee eenvoudige getalle (die een is 'n veelvoud van die ander) en 'n algebraïese simbool. Dit is nl. van die tipe: $\frac{15}{a} = 3$; $\therefore a = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: A = 45; B = $\frac{1}{5}$; C = $-\frac{1}{5}$; D = 5; en E = -5.

TABEL 5.21

RESPONSIES OP VORM X, ITEM 34

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	63	0.04	3	29	3	8	52	5
7	E	51	0.06	6	14	6	4	65	6
8	A	36	0.36 ^e	0	19	6	3	67	6
8	E	66	-0.18	2	21	27	6	42	2
9	A	41	0.19	0	22	27	12	34	5
9	E	53	0.34 ^e	0	17	25	9	40	9

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9 en van st. 7 na st. 9. Vir Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8, van st. 8 na st. 9 en van st. 7 na st. 9. Die item se diskriminasiewaardes vir Afrikaanssprekende st. 8-leerlinge en Engelssprekende st. 9-leerlinge is betekenisvol op die 5% peil.

Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 presteer beduidend op die 1% peil beter as Engelssprekende leerlinge van st. 8 ($z = 7.63$). Die prestasies van Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge van st. 7 en 9 verskil nie beduidend nie.

Uit die persentasies leerlinge wat responsie B gekies het, is dit opmerklik dat daar nie veel verskil is tussen st. 7 en 8 Afrikaanssprekende leerlinge en st. 7 Engelssprekende leerlinge aan die een kant (d.i. die eerste drie groepe leerlinge) en Engelssprekende leerlinge van st. 8 en 9 en Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 aan die ander kant nie. Dieselfde dualisme word gesien in die persentasies leerlinge wat die korrekte responsie, nl. D, gekies het. Die leerlinge wat responsie B gekies het, het die teller korrek oorgeneem van die linker- na die regterkant van die vergelyking, maar vergeet dan klaarblyklik dat die a nog in die noemerposisie staan, d.i. nl. dat $\frac{1}{a} = \frac{3}{15}$ en nie $a = \frac{3}{15}$ nie, of die leerlinge besef nie dat a en $\frac{1}{a}$ verskillende getalle is nie. Hulle is tevrede solank die a alleen aan die linkerkant staan, waarskynlik onder invloed van die doel van die denkhandeling. Die groot verskil tussen die persentasies Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge van st. 8 wat hierdie responsie gekies het, is ook verantwoordelik vir die groot verskil in prestasies van die twee groepe leerlinge in die item. As verder daarop gelet word dat die item 'n negatiewe diskriminasiewaarde vir die Engelssprekende leerlinge van st. 8 het, (d.i. goeie leerlinge het die item verkeerd, terwyl swakkeres dit neg het), kan afgelei word dat baie van die goeie leerlinge (st. 8 Engelssprekendes) responsie B gekies het.

Indien die vragie op 'n rasonale wyse benader word, is dit voor die handliggend dat $15 \div 5 = 3$. Baie van die st. 7-leerlinge en die Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 het waarskynlik dié weg gevolg. Engelssprekende leerlinge in st. 8 en leerlinge in st. 9 is waarskynlik anders ingestel teenoor die vraag en wil op grond van die manipulasie van wiskundige simbole, gegrond op die geleerde beginsels (resepte), 'n oplossing probeer vind. By hierdie lg. groepe leerlinge is kennis van die oplossing van vergelykings dan ook meer geoutomatiseerd, soos ook blyk uit die persentasies leerlinge wat die item reg het. Die eerste drie groepe leerlinge het waarskynlik 'n oorwegend rasonale benadering tot die oplossing van die vraag en doen dus heelwat beter as die laaste drie groepe leerlinge. Uit tabel 4.1 is dit duidelik dat die gemiddelde toetstellings vir leerlinge in st. 8 beduidend beter (op die 1%-peil) is as dié van leerlinge in st. 7 en dat leerlinge in st. 9 weer beduidend (op die 1%-peil) beter gemiddelde toetstellings behaal as leerlinge in st. 8. In die lig hiervan is die prestasies van leerlinge in die verskillende groepe nog meer kontrasterend en betekenisvol.

Responsie A word ook deur relatief baie leerlinge (in al die groepe) gekies. Materiaalfaktore speel waarskynlik hier 'n beslissende rol, aangesien dadelik gesien kan word dat $3 \times 15 = 45$. Daar is dus 'n direkte verband tussen die twee gegewe getalle in die vraag en responsie A. Outonome prosesse kan ook in 'n sekere mate hier 'n rol speel.

Die algemene verklaring vir 'n item wat negatief diskrimineer of wat nie diskrimineer nie, is dat dit dubbelsinnig is en dus 'n swak item is. Hierdie item is nie dubbelsinnig nie en dus moet die rede vir hierdie verskynsel elders gesoek word. 'n Verklaring word dan ook gevind in die lig van bestaande kennis van leer en denke, in besonder van die verloop van die denke, en die oorsake van foute (kyk paragrawe 2.3, 2.4, 3.2, en 3.3). Kennis van die oplossing van vergelykings is meer geoutomatiseerd en die denke verloop dus meer op 'n outonome vlak by leerlinge in st. 9 en Engelsprekende leerlinge in st. 8. Uit die lae diskriminasiewaardes van die item vir Engelssprekende leerlinge in st. 8 en vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 9 kan afgelei word dat die goeie leerlinge in beide hierdie groepe waarskynlik sterker beïnvloed word deur outonome prosesse en interferensie as wat dit die geval is met die anderstalige groepe leerlinge in hierdie twee standers.

Ook in hierdie item is daar 'n groter ooreenkoms in die prestasies van Engelssprekende leerlinge in st. 8 en 9 as wat dit die geval is vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 en 9.

Item 37 van Vorm W (kyk tabel 5.22) is van dieselfde tipe as die vorige een, maar met die uitsondering dat kennis van negatiewe getalle nou ook betrek word. Die item is nl. van die volgende tipe: $\frac{10}{x} = -5$; $\therefore x = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: A = -50; B = 15; C = 5; D = $-\frac{1}{2}$; en $\bar{E} = -2$.

TABEL 5.22

RESPONSIES OP VORM W, ITEM 37									
St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	$\bar{E}$
7	A	64	0.19	16	22	11	9	19	23
7	E	49	0.35 ^e	2	18	14	16	12	37
8	A	37	0.44 ^a	0	19	5	11	11	54
8	E	70	0.26 ^e	4	19	6	11	26	34
9	A	41	0.39 ^e	0	24	2	2	32	39
9	E	57	0.08	0	16	4	2	33	46

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9 en vir Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 7 na st. 8 en in 'n sekere mate van st. 7 na st. 9 in hierdie item.

St. 7-leerlinge doen baie swakker in hierdie item as in die vorige een. Vir beide Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge is die verskille in prestasies tussen die twee items beduidend op die 1%-peil ($z_{7A} = 3.38$ en $z_{7E} = 2.80$). 'n Rasionele wyse van aanpak is nie so maklik in hierdie item nie, aangesien negatiewe getalle nog betreklik onbekend is, veral vir st. 7-leerlinge.

Net soos in die vorige item is dit ook hier die groep Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 wat die beste vaar. Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 presteer in hierdie item beduidend (op die 5%-peil) beter as Engelssprekende leerlinge van st. 8 ($z = 2.00$).

Die ooreenkoms in die persentasies leerlinge van st. 8 (Engelssprekendes) en st. 9 (albei taalgroepe) wat responsie D van item 37, Vorm W, gekies het, is weereens opmerklik soos dit ook met responsie B van die vorige item die geval was, waar dieselfde tipe foute gemaak word. Heelwat meer Engelssprekende leerlinge in st. 8 as Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 maak hierdie fout. Soos in die vorige item word die verskil in prestasies tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge in st. 8 deur hierdie responsie verklaar. Die doel van die opdrag tesame met outonome prosesse speel dus ook in hierdie item 'n wername rol. Die invloed van die negatiewe getal in hierdie item word waarskynlik gesien in die lig van die feit dat die vorige item 'n bewredigende diskriminasiewaarde vir die groep Engelssprekende leerlinge van st. 9 gehad het, terwyl dit nie hier die geval is nie. Die omgekeerde geld vir die Engelssprekende leerlinge van st. 8 en die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9.

Soos in die vorige item, kies relatief hoë persentasies leerlinge (in al ses groepe) responsie A van item 37, Vorm W, waarskynlik as gevolg van die invloed van materiaal-faktore en outonome prosesse en ook as gevolg van die feit dat die verband $10 \times (-5) = -50$ dadelik raakgesien kan word.

Uit tabel 4.1 is dit duidelik dat die gemiddelde toetspunt van die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 vir Vorm W heelwat laer is as dié van die Engelssprekende leerlinge van st. 8 (kyk ook paragraaf 4.2.4). Tog presteer e.g. groep beduidend beter (op die 5%-peil) as lg. groep in hierdie item. Die Engelssprekende leerlinge van st. 8 staan waarskynlik sterker onder die invloed van materiaal-faktore en outonome prosesse as die Afrikaanssprekendes van st. 8.

Item 34 van Vorm S is van die volgende tipe: $-\frac{x}{3} = 2$; $\therefore x = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = -\frac{3}{2}$; $B = -\frac{2}{3}$; $C = -1$; $D = -6$; en $E = 5$.

TABEL 5.23

RESPONSIES OP VORM S, ITEM 34

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	67	0.21	11	8	33	8	37	5
7	E	52	0.39 ^a	6	6	23	17	46	2
8	A	67	0.43 ^a	3	3	30	10	51	3
8	E	63	0.43 ^a	0	13	30	2	54	2
9	A	53	0.38 ^a	0	9	36	2	42	11
9	E	43	0.51 ^a	0	7	28	2	58	5

By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9 en van st. 7 na st. 9, terwyl by Engelssprekendes 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9 te bespeur is. Die verskille in prestasies tussen Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge is nie beduidend nie (vir st. 9-leerlinge is $z = 1.56$). Die item het betekenisvolle diskriminasiewaardes (op die 1%-peil) vir al die groepe leerlinge, behalwe vir die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7.

'n Relatief groot persentasie leerlinge kies responsie B. Dit kan a.g.v. materiaal-faktore en outonome prosesse wees. Omdat die 3 die noemer aan die linkerkant is, mag sommige leerlinge meen dit moet ook die noemer aan die regterkant van die vergelyking wees nadat dit getransponeer is. Hierdie fout kan ook toegeskryf word aan interferensie van sekere (geleerde) beginsels t.o.v. die oplossing van vergelykings, nl. dieselfde wat aan die linkerkant gedoen word, moet ook aan die regterkant van die vergelyking gedoen word. Leerlinge redeneer verkeerdelik as volg: omdat met die 3 aan die linkerkant gedeel word, moet dit ook aan die regterkant gedoen word. Hierdie neiging kom ewe sterk voor in soortgelyke items in ander Vorms, bv. item 33 van Vorm P, item 37 van Vorm P en item 36 van Vorm S.

Item 37 van Vorm S is van die volgende tipe: $\frac{a}{5} + 3 = \frac{4}{5}$, ∴
 $a = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = -\frac{11}{5}$; $B = -11$; $C = 19$; $D = 1$ en $E = 7$.

TABEL 5.24

RESPONSIES OP VORM S, ITEM 37

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	67	0.14	9	9	6	16	45	15
7	E	51	0.05	16	6	18	10	43	8

TABEL 5.24 (VERVOLG)

RESPONSIES OP VORM S, ITEM 37

St.	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
8	A	67	0.16	4	13	13	12	42	15
8	E	63	0.14	8	10	33	3	35	11
9	A	53	0.21	8	19	21	9	32	11
9	E	43	0.43 ^a	5	21	28	2	35	9

By Engelssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9. By Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n konstante styging vanaf 6% vir st. 7- tot 21% vir st. 9-leerlinge. Leerlinge presteer oor die algemeen baie swak in hierdie item. Engelssprekende leerlinge van st. 8 presteer beduidend (op die 1%-peil) beter as Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 ($z = 2.62$). Die item diskrimineer betekenisvol (op die 1%-peil) vir die groep Engelssprekende leerlinge van st. 9.

Die groot persentasies leerlinge van albei taalgroepe en in al drie standers wat responsie D gekies het, maak 'n baie algemene en bekende fout deurdat versuim word om al die terme in die vergelyking met die gemeenskaplike noemer te vermenigvuldig. Volgens De Wet (2, 221) is dit een van die mees algemeen voorkomende fouttipes wat, volgens hom, as 'n agtelosige fout geklassifiseer kan word (2, 224). Hy noem egter ook dieperliggende psigologiese oorsake vir hierdie fout waarvan outonome prosesse en aandagverslapping of aandagverplasing, die belangrikste is (2, 227). Materiaalfaktore en die doel van die denkhandeling speel ook 'n rol in die voorkoms van hierdie fout, aangesien leerlinge se aandag gerig is op die twee terme met breuke - die doel is juis om die breuke te elimineer - en dus word die heeltallige terme met rus gelaat, omdat dit reeds in die regte vorm is. Die leerlinge is so ingestel daarop om die breuke te verwyder, dat slegs terme wat breuke bevat of in 'n breukvorm voorkom, met 5, die K.G.N., vermenigvuldig word en gevolglik nagelaat word om al die terme met 5 te vermenigvuldig.

Opmerklik is ook die stygende persentasies leerlinge van st. 7 na st. 9 wat responsie A gekies het. Hier word die regte antwoord, nl. -11, aanvanklik verkry, maar dan word die gemeenskaplike noemer, nl. 5, behou soos in die vereenvoudiging van breuke. Dit is 'n baie duidelike voorbeeld van interferensie waar leerlinge se kennis van die vereenvoudiging van breuke steunend inwerk op hulle kennis van die oplossing van vergelykings. Die omgekeerde interferensieverskynsel, nl. waar leerlinge se kennis van die

oplossing van vergelykings steurend inwerk op hul kennis van die vereenvoudiging van breuke, is meer bekend en kom meer dikwels voor.

Agtelosigheid, outonome prosesse en interferensie dra dus ook in hierdie item by tot die skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge, sowel as tot die swak prestasies wat gelewer word.

Item 36 van Vorm X is eintlik 'n eenvoudige verhoudingsommetjie. Dit is van die volgende tipe: $\frac{2}{3} = \frac{4}{x}$ ∴ $x = \dots$? Die ooreenkomstige responsies is: $A = \frac{6}{4}$; $B = \frac{8}{3}$; $C = \frac{12}{2}$; $D = \frac{2}{12}$; en $E = \frac{3}{8}$.

TABEL 5.25

RESPONSIES OP VORM X, ITEM 36

St.	Taal	N	π_{it}	X	A	B	C	D	E
7	A	62	0.18	11	13	34	13	11	18
7	E	51	0.03	28	18	12	18	20	6
8	A	36	0.50 ^a	19	14	17	39	8	3
8	E	66	0.46 ^a	15	9	18	18	27	12
9	A	41	0.57 ^a	12	12	22	29	20	5
9	E	53	0.23	4	9	21	30	30	6

Vir Afrikaanssprekende leerlinge is daar 'n skynbare agteruitgang van st. 8 na st. 9, terwyl daar 'n skynbare agteruitgang vir Engelssprekende leerlinge van st. 7 na st. 8 opgemerk word. Die Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8 is weereens die groep wat die beste doen in hierdie item. Hulle presteer ook beduidend (op die 5%-peil) beter as Engelssprekende leerlinge van st. 8 ($z = 2.33$).

Die responsies A, C en D is nie in hul eenvoudigste vorm nie en dus in 'n ongewone, of vir sommige leerlinge, ontoelaatbare vorm en kan dus, volgens hulle beskouinge, nie reg wees nie. Leerlinge sien nie in dat die natuurlike getal 6, dieselfde waarde as die rasionale getal $\frac{12}{2}$ het nie. Dit verklaar moontlik die feit dat relatief groot persentasies leerlinge die item weggelaat het. Leerlinge is verder ook daarop ingestel dat $\frac{4}{6}$ deur kansellering vereenvoudig word tot $\frac{2}{3}$, maar is nie gewoond daaraan om die omgekeerde denkrigting te volg nie, nl. dat $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$. Dit kan waarskynlik toegeskryf word aan 'n leemte in die onderwys self, omdat die proses van kansellering oorbeklemtoon word. Hier moet meer soepelheid aan die dag gelê word, sodat die regte getalbegrip kan ontwikkel. Die saad vir begrip van identiteite kan ook reeds hier gesaai word.

'n Relatief groot persentasie leerlinge het responsie D gekies. Dit is veral Engelssprekende leerlinge van al drie standers en Afrikaanssprekende leerlinge van st. 9 wat hierdie fout maak deurdat nie gedifferensieer word tussen x en $\frac{1}{x}$ nie. Dieselfde fout word in responsie B van item 34, Vorm X (kyk tabel 5.21), en responsie D van item 37, Vorm W (kyk tabel 5.22), gemaak. Hierdie fout is weereens verantwoordelik vir die verskil in prestasies van Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge van st. 8. Outonome prosesse en die invloed van die doel van die denkhandeling is die vernaamste oorsake van dié fout.

Leerlinge wat responsie B gekies het, transponeer eenvoudig die 4 na die tellerposisie aan die anderkant van die gelykaanteken en skuif die x ook na die tellerposisie, of onderskei nie tussen x en $\frac{1}{x}$ nie. Outonome prosesse en interferensie kan ook hierin 'n rol speel.

Die item het bevredigende diskriminasiewaardes vir st. 8-leerlinge en vir Afrikaanssprekende leerlinge in st. 9. Materiaalfaktore, outonome prosesse, interferensie en die doel van die denkhandeling speel ~~elk~~ 'n rol in die skynbare agteruitgang in prestasie, asook in die swak prestasies van leerlinge in die item.

Die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge word baie duidelik geïllustreer deur hierdie items oor vergelykings wat oor die algemeen betreklik eenvoudig van aard is. Die beginsels of geykte reëls vir die oplossing van vergelykings leen hulself uitnemend daartoe om meganiese toegepas te kan word, en daarna word soms in die omgangstaal verwys as resepte. Kognitiewe handelingstrukture vir die oplossing van vergelykings gaan dus baie maklik en gou oor in nie-kognitiewe handelingstrukture. Baie leerlinge verstaan ook nie die sin en betekenis van die genoemde beginsels nie en pas dit heeltemal verkeerd toe (vergelyk bv. responsies B en E van item 36, Vorm X wat in tabel 5.25 weergegee is).

Die skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge in hierdie vyf items oor vergelykings is waarskynlik toe te skryf aan materiaalfaktore, agtelosige foute, outonome prosesse, interferensie, die meganiese instelling van leerlinge t.o.v. hierdie leerstof, aandagverslapping en/of aandagverplasing en die invloed van die doel van die denkhandeling, soos telkens by die bespreking van hierdie items aangedui is.

Daar is 'n groot ooreenkoms in die diskriminasiewaardes van die vyf items vir Engelssprekende leerlinge in st. 8 en Afrikaanssprekende leerlinge in st. 9. Item 34 van Vorm X en item 37 van Vorm S diskrimineer nie vir een van hierdie twee ~~groepe~~ leerlinge nie, terwyl item 34 van Vorm S en item 36 van Vorm X vir albei hierdie groepe betekenisvol op die 1%-peil

/114 diskrimineer....

diskrimineer en item 37 van Vorm W vir albei hierdie groepe betekenisvol op die 5%-peil diskrimineer. Die twee items wat nie betekenisvolle diskriminasiewaardes vir bogenoemde twee groepe leerlinge het nie, nl. item 34, Vorm X, en item 37, Vorm S, het wel betekenisvolle diskriminasiewaardes vir die Engelssprekende leerlinge in st. 9. Aan die ander kant het die twee items wat nie betekenisvolle diskriminasiewaardes vir die Engelssprekende leerlinge in st. 9 het nie, nl. item 37, Vorm W, en item 36, Vorm X, wel betekenisvolle diskriminasiewaardes vir bogenoemde twee groepe leerlinge (8E en 9A). Item 34 van Vorm S het betekenisvolle diskriminasiewaardes (op die 1%-peil) vir al die groepe leerlinge, behalwe vir die Afrikaanssprekende leerlinge in st. 7, terwyl item 37 van Vorm S slegs vir een groep, nl. die Engelssprekende leerlinge van st. 9 betekenisvol diskrimineer. Nie een van die items het betekenisvolle diskriminasiewaardes vir Afrikaanssprekende leerlinge van st. 7 nie, terwyl al die items, behalwe een, nl. item 37 van Vorm S, betekenisvolle diskriminasiewaardes het vir Afrikaanssprekende leerlinge van st. 8.

Die diskriminasiewaarde van 'n item vir 'n bepaalde groep leerlinge word dus beïnvloed deur die leerlinge se kennis en benadering tot die vraagstuk, d.i. denkwys, sowel as die struktuur van die item. 'n Lae diskriminasiewaarde hou dus waarskynlik ook verband met sekere dieperliggende psigologiese oorsake, soos materiaal-faktore, outonome prosesse, die doel van die denkhandeling en interferensie.

5.3

Verskille tussen seuns en dogters in st. 8

Die Algebratoetse wat in 1963 op leerlinge in st. 7, 8 en 9 toegepas is, is op betreklik klein steekproewe seuns en dogters gesamentlik toegepas sodat ontledings nie vir seuns en dogters apart gemaak kon word nie. Die Algebratoets wat in 1967 op st. 8-leerlinge toegepas is, is op 'n 25%-steekproef van alle leerlinge wat in die st. 8-universum is, en wat Wiskunde neem, toegepas. Ongeveer 8,800 leerlinge het die toets gedoen. Hieruit is vier 10%-steekproewe van seuns en dogters van albei taalgroepe getrek en die nuwe itemontledingsprogram (3) vir elke groep afsonderlik uitgevoer.

Die gemiddelde toetsprestasies van seuns en dogters van beide taalgroepe vir hierdie toets word in tabel 4.2 weergegee. Wat Engelssprekendes betref, is gevind dat dogters beduidend (op die 1%-peil) beter presteer as seuns, ($z = 4.80$), terwyl vir Afrikaanssprekendes gevind is dat dogters beduidend (op die 5%-peil) beter presteer as seuns ($z = 2.46$). Engelssprekende meisies presteer beduidend (op die 5%-peil) beter as Afrikaanssprekende meisies ($z = 2.05$). Daar is nie beduidende verskille tussen die gemiddelde toetsprestasies van Afrikaans- en Engelssprekende seuns nie.

/115 Vervolgens

Vervolgens sal responsie-ontledings van enkele items t.o.v. seuns en dogters van beide taalgroepe gemaak word om die verskille tussen die pres-tasies en responsies van seuns en dogters te belig. Hiervoor word twee items gekies wat reeds vir st. 7-, 8- en 9-leerlinge bespreek is in para-grawe 5.2.1 en 5.2.5.

Item 12 van Vorm D is presies dieselfde as item 13 van Vorm P wat in tabel 5.2 ontleed is, behalwe dat responsie E vervang is met 'n produk. Die item is van die volgende tipe: Ek is $(x + 3)$ jaar oud en ek is 3 keer so oud as Piet. Hoe oud is Piet? Die ooreenkomstige responsies is: $A = x$; $\bar{B} = \frac{x + 3}{3}$; $C = \frac{x}{3} + 3$; $D = \frac{3}{x + 3}$; en $E = 3(x + 3)$. Die gemiddel-de toetstellings (roupunte) van leerlinge wat 'n bepaalde responsie gekies het, is ook in hierdie itemontledingsprogram bereken vir elke responsie vir elke groep leerlinge, en word in hakies aangedui in die tabelle, onder-kant die persentasies leerlinge wat elke responsie gekies het.

TABEL 5.26

RESPONSIES OP VORM D, ITEM 12

Geslag	Taal	N	r_{it}	X	A	$\bar{B}$	C	D	E
M	A	339	0.44 ^a	1 (27)	13 (26.6)	47 (36.6)	4 (18.6)	3 (16.2)	33 (28.3)
V	A	102	0.32 ^a	0 (0)	7 (36.0)	45 (39.5)	2 (12.5)	3 (15.3)	43 (32.0)
M	E	260	0.46 ^a	0 (0)	15 (24.9)	48 (38.3)	2 (20.2)	2 (16.8)	32 (30.2)
V	E	182	0.37 ^a	2 (26.7)	6 (29.2)	52 (42.1)	2 (12.7)	1 (25.0)	38 (35.6)

Soos in item 14 van Vorm Z (kyk tabel 5.1), word ook in bogenoemde item die meeste gefouteer deur te vermenigvuldig (responsie E), of deur af te trek (responsie A). Dit is opmerklik dat 'n groter persentasie dog- ters van albei taalgroepe as seuns responsie E kies, terwyl 'n groter per- sentasie seuns as dogters van albei taalgroepe responsie A kies. Dit word ook opgemerk dat seuns van albei taalgroepe wat responsie E kies, 'n hoër gemiddelde toetstelling het as seuns wat responsie A gekies het. Dieselfde geld vir Engelssprekende dogters, maar nie vir Afrikaanssprekende dogters nie. Daar kan in elk geval afgelei word dat dogters oënskynlik meer geneig is as seuns om te vermenigvuldig (kyk responsie E), terwyl seuns oënskynlik meer geneig is as dogters om af te trek (kyk responsie A). As in ag geneem

word dat seuns van albei taalgroepe 'n minder geselekteerde groep as dogters is - na verhouding neem baie meer seuns as dogters Wiskunde (kyk paragraaf 4.3.1) - kan ook afgelei word dat daar na verhouding 'n groter groep swak leerlinge by die seuns as by die dogters is. Aangesien dit juis die swakker leerlinge is wat geneig is om af te trek (vergelyk die gemiddelde toetstellers van die groepe leerlinge wat responsie A gekies het) is dit te verstaan dat die persentasies seuns wat responsie A kies groter is as die persentasie dogters wat responsie A kies. Dit verklaar terselfdertyd waarom 'n groter persentasie dogters as seuns responsie E gekies het.

Die gemiddelde toetstellers van die leerlinge wat responsie B gekies het (dus dié wat die item reg het), is vir al die groepe leerlinge heelwat hoër as die gemiddelde toetstellers van leerlinge wat die verkeerde responsies (d.i. A, C, D en E) gekies het. Daarom het die item ook hoë diskriminasiewaardes vir al die groepe leerlinge (beduidend op die 1%-peil).

Materiaalfaktore en outonome prosesse speel waarskynlik die belangrikste rol in die veroorsaking van foute in hierdie item, soos ook die geval was in item 14, Vorm Z, en item 13, Vorm P.

Item 33 van Vorm D stem ooreen met item 34 van Vorm X (kyk tabel 5.21). Die item is nl. van die tipe: $\frac{18}{x} = 2 \therefore x = \dots?$ Die ooreenkomstige responsies is: $A = \frac{1}{9}$; $B = -\frac{1}{9}$; $C = -9$; $D = 9$ en $E = 36$.

TABEL 5.27

RESPONSIES OP VORM D, ITEM 33

Geslag	Taal	N	r_{it}	X	A	B	C	D	E
M	A	339	0.17 ^a	1	21	4	6	55	11
				(8.8)	(34.0)	(24.7)	(22.7)	(33.0)	(27.4)
V	A	102	0.18	0	23	9	7	50	11
				(0)	(37.4)	(28.8)	(23.6)	(37.2)	(32.6)
M	E	260	0.11	2	13	8	8	59	10
				(19.3)	(36.7)	(28.3)	(27.8)	(33.8)	(31.1)
V	E	182	0.06	2	19	4	9	54	12
				(28.0)	(39.6)	(40.1)	(32.7)	(38.6)	(37.2)

Hierdie is een van die min items waarin hoër persentasies seuns as dogters die item reg het. Vir albei taalgroepe is die verskil in die moeilikheidswaardes (d.i. persentasies leerlinge wat die item reg het) van die items tussen seuns en dogters ogter maar net 5% - dié verskille is nie beduidend nie. Opmerklik is ook die feit dat die item nie betekenisvol diskrimineer vir Afrikaanssprekende dogters en Engelssprekende seuns en dogters

nie. Hierdie is inderdaad die enigste item van die 55 items van Vorm D wat onbevredigende diskriminasiewaardes het. Die diskriminasiewaarde van die item is wel betekenisvol vir Afrikaanssprekende seuns, maar selfs vir dié groep is dit die item met die laagste diskriminasiewaarde. Verder het elkeen van die 54 ander items in die toets 'n betekenisvolle diskriminasiewaarde (op die 1%-peil) vir al vier groepe leerlinge. Die argument dat dit maar toevallig is dat hierdie item nie diskrimineer nie, kan nie aanvaar word nie. Dieperliggende psigologiese oorsake speel hier 'n rol.

Die relatief hoë persentasies leerlinge wat responsie A gekies het, maak dieselfde fout as leerlinge wat responsie B van item 34 van Vorm X, en responsie D van item 37 van Vorm W gekies het. By die bespreking van hierdie fout in paragraaf 5.2.5 is aangetoon dat materiaal-faktore tesame met outonome prosesse verantwoordelik is vir die relatief groot persentasies leerlinge wat die responsies gekies het. Aangesien die gemiddelde toetstellings van leerlinge wat responsie A van item 33, Vorm D, gekies het, hoër is as dié van leerlinge wat die korrekte responsie, nl. D, gekies het, kan afgelei word dat dit oorwegend goeie leerlinge is wat hierdie fout gemaak het. Hieruit blyk dan ook dat goeie leerlinge in hierdie groepe sterker beïnvloed word deur outonome prosesse as swakker leerlinge. (Omdat 'n hoë korrelasie bestaan tussen die gemiddelde toetstellings in hierdie toets en leerlinge se I.K.-tellings, kyk paragraaf 4.2.3, is dit geregverdig om af te lei dat 'n groepie leerlinge met 'n bogemiddelde toetstelling ook 'n hoër gemiddelde I.K.-telling as die gemiddelde, sal hê en kan dus na hulle verwys word as goeie leerlinge en omgekeerd). Hierdie leerlinge differensieer ook nie tussen x en $\frac{1}{x}$ nie. Volgens De Wet (2, 221) is dit een van die algemeenste foute wat in vergelykings en formules gemaak word, en volgens hom is goeie en gemiddelde leerlinge meer as swak leerlinge daartoe geneig om hierdie tipe fout te maak. Hy skryf dit toe aan een of beide van twee moontlikhede: "Eerstens kan die leerlinge se denke so outonoom verloop dat hulle nie rekenskap gee van die bewerkingstegniek wat hulle gebruik nie. Die fout kan tweedens gemaak word omdat leerlinge nie die betekenis van die bewerkingstegnieke en die wiskundige skryfwyse begryp nie" (2, 233 - 234). Die wyse waarop die fout voorkom, word, volgens De Wet (2, 234), beïnvloed deur die doel van die denkhandeling, d.i. om die x alleen (sonder die 18) aan die linkerkant van die formule te verkry. Deur dan slegs die 18 te verwyder (oor te neem na regs), word die doel bereik. Hy wyt die fout ook aan 'n gebrekkige begrip van breuke.

/118 Leerlinge....

Leerlinge wat responsie B gekies het, maak dieselfde fout as leerlinge wat responsie A gekies het, maar begaan daarby ook nog 'n tekenfout, waarskynlik as gevolg van interferensie met 'n ander reël (resep) ten opsigte van die oplossing van vergelykings.

Leerlinge wat responsie C gekies het, het slegs die tekenfout begaan, wat in die vorige paragraaf gewys is aan interferensie met 'n ander resep t.o.v. die oplossing van vergelykings.

Leerlinge wat responsie E gekies het, differensieer ook nie tussen x en $\frac{1}{x}$ nie en word waarskynlik ook deur die doel van die denктаak gelei of oorheers. Die geleerde resepte word waarskynlik verkeerd toegepas, aangesien leerlinge meen dat die 18 van die linkerkant na die regterkant getransponeer kan word deur bloot 2 met 18 te vermenigvuldig. Hierdie groepe leerlinge se gemiddelde toetstellings is ook nog betreklik hoog, maar in elk geval laer as dié van leerlinge wat die item reg het.

Die feit dat die item slegs vir Afrikaanssprekende seuns betekenisvol diskrimineer, tesame met die feit dat hierdie groep leerlinge die laagste gemiddelde toetstelling van die vier groepe leerlinge het, is ook veelseggend.

Indien leerlinge geleer het om analities te werk te gaan en dinkend te soek na, of selfs net te kyk na wat gegee word, nl. dat 18 deur 'n sekere getal gedeel word om 2 as antwoord te gee, terwyl die gevraagde op dieselfde wyse ontleed word, kan kognitiewe beheer en kontrole verseker word. Indien hierdie weg gevolg word om die regte oplossing te verkry, is dit nie nodig om die formele beginsels (resepte) vir die oplossing van vergelykings toe te pas, of selfs te ken nie. Dit kom voor asof kennis van die beginsels juis in die weg staan van die korrekte oplossing van die vraagstukkie.

'n Meganiese benadering tot die oplossing van vergelykings, die aan-skoulike hoedanighede (materiaalfaktore) van die item self, die doel van die denkhandeling, outonome prosesse en interferensie speel elk 'n rol in die foutiewe oplossing van hierdie item.

Uit hierdie twee items is dit dus duidelik dat seuns en dogters van albei taalgroepe sekere stereotipe foute begaan en dat albei geslagte 'n bydrae lewer tot die skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge wat in paragraaf 5.2 bespreek is. Daar is wel verskille in die responsies van seuns en dogters, maar die ooreenkomste is baie groter. Uit item 33 van Vorm D is dit ook duidelik dat goeie leerlinge (en waarskynlik gemiddelde leerlinge ook) sterker onder invloed van outonome prosesse verkeer as swak leerlinge. Dit hou ook verband met die lae diskriminasiewaarde van die item vir al vier groepe leerlinge.

Gevolgtrekking

Die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge moet gesien en beoordeel word in die lig van die teoretiese beskouinge aangaande leer en denke en die oorsake van foute in die Wiskunde, sowel as in verband met die empiriese gegewens wat daarvoor beskikbaar is. Die eksperimentele faktore wat in hoofstuk 4 bespreek is en wat die empiriese gegewens moontlik kon beïnvloed het, moet hierby ook in ag geneem word.

Uit die gemiddelde toetstellings van leerlinge (kyk tabelle 4.1 en 4.2) is dit duidelik dat hierdie verskynsel op 'n teenstrydigheid of paradoks dui. Dit moet erken word dat raai as faktor 'n rol kon speel, veral in die prestasies van st. 7-leerlinge vir wie baie van die leerstof nog onbekend was. Die items is egter deurgaans baie eenvoudig, sodat aanvaar kan word dat hierdie faktor (van raai) nie 'n groot rol by leerlinge in st. 8 en 9 gespeel het nie.

Die tipe toets, nl. objektiewe toetse met vyfkeusige antwoord-tipe vrae wat op 'n aparte antwoordblad beantwoord word, en die tydsfaktor kon 'n mate van spanning en angstigtheid by sommige leerlinge veroorsaak het, wat dan ook 'n invloed op hul prestasies kon uitoefen.

Die tyd van die jaar waarin die toetse toegepas is, nl. Februarie (1963) en Augustus (1967), telkens net na 'n lang vakansie, vergroot die faktor van vergeet en dus ook die waarskynlikheid vir die voorkoms van interferensie aansienlik. Aangesien kognitiewe handelingstrukture ook vervaag met verloop van tyd, word die waarskynlikheid vir die optrede van outonome prosesse ook verhoog. Dit verklaar moontlik die buitengewoon hoë persentasies leerlinge wat sekere foutiewe responsies in die items gekies het, soos bv. responsie B in item 10 van Vorm P (kyk tabel 5.20). Die opdrag om -9 af te trek van 11 word verkeerdelik geïnterpreteer as $11 - 9 = 2$ in plaas van $11 - (-9) = 20$.

Aangesien verskillende faktore gesamentlik 'n rol speel in die voorkoms van 'n bepaalde tipe fout, kon die kwantitatiewe invloed van hierdie en dergelike faktore nie afsonderlik bepaal word nie. Daar is eerder getrag om 'n kwalitatiewe ontleding van die empiriese gegewens en die oorsake van foute wat gemaak is, te doen. Dit is duidelik dat die voorkoms van tipiese of stereotipe foute in 'n groot mate verantwoordelik is vir die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge.

Die Wiskunde het sy eie skryfwyse of notasie, abstrakte taal en simbolestelsel en ~~berus~~ op 'n eiesoortige, naamlik deduktiewe denkwyse. Aangesien enige vreemde taal of stelsel maar langamerhand aangeleer word, is die gebrekkige en onvolledige beheersing van die wiskundetaal, skryfwyse en denkwyse, 'n belangrike faktor in die voorkoms van bogenoemde verskynsel. Uit 'n ontleding van die vyf eenvoudige items, waarin die wiskundetaal in besonder onder die soeklig gekom het (kyk tabelle 5.1 - 5.5), kan afgelei word dat, as gevolg van agtelosigheid en miskien ook oorhaastigheid, te gou besluit word om 'n sekere bewerking uit te voer, nog voordat die sinsverband ten volle gesnap word. Daar word as't ware meganies of werktuiglik gereageer sonder om na te dink. Dit kan ook as gevolg van outonome prosesse wees.

In die drie items oor die bewerkinge met magte speel materiaalfaktore, outonome prosesse en interferensie 'n belangrike rol. Die vorm waarin item 32 van Vorm W staan, nl. $\frac{x^6}{x^3} = \dots$ word sterk geassosieer met breuke, en daarom sal die sterk kanselleervalensie ook in hierdie geval die denke oorheers, sodat die eksponente outomaties gedeel word sonder om na te dink. In 'n item soos $\frac{x^7}{x^3}$, is die kanselleervalensie egter baie swakker as gevolg van die materiaalfaktore (7 is nie deelbaar deur 3 nie).

Die prestasies van leerlinge in die items waarin kennis en begrip van breuke en die bewerkings met breuke getoets word, is inderdaad skokkend. In die vereenvoudiging van 'n breuk soos $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ word die leerlinge ook beïnvloed deur die doel van die denkhandeling, nl. om die breuk te vereenvoudig. Interferensie met kennis van die vorm $a^2 b^2 = (ab)^2$ vind plaas en leerlinge meen verkeerdelik dat die faktore van $a^2 - b^2 = (a - b)^2$. Die invloed van materiaalfaktore en outonome prosesse tree ook saam met bogenoemde faktore op om 'n verkeerde handelingstruktuur te laat ontstaan. Hierdie foute kan dan ook as agtelosige foute getipeer word, maar die genoemde dieperliggende psigologiese faktore lê ten grondslag hiervan.

Indien die leerlinge meer bekend of gewoon was aan hierdie tipe vrae (nl. vyfkeusige items), sou baie meer van hulle waarskynlik item 32 van Vorm Q reg gehad het, veral in st. 8 en 9 (kyk tabel 5.11).

Item 32 van Vorm R (kyk tabel 5.12) se responsie-ontleding bevestig die vermoede dat leerlinge nie daaraan dink om die tweeterme eers in faktore te ontbind nie, maar dat die terme op grootskaal afsonderlik uitgekanselleer word. Materiaalfaktore en outonome prosesse speel hierin 'n vernamese rol. Die uitdrukking $\frac{15x + 10}{3x + 2}$ word op dié wyse meganies vereenvoudig tot $5x + 5$ of $5 + 5$, deur 74% van die Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 en 9 en deur 79% van die Engelssprekende leerlinge in st. 8 en 9. Hierdie

item diskrimineer glad nie vir Afrikaanssprekende leerlinge nie, terwyl die diskriminasiewaardes vir Engelssprekende leerlinge ook maar laag en onbevredigend is. Materiaalfaktore en outonome prosesse het dus 'n indirekte uitwerking of invloed op die diskriminasiewaarde van die item.

By die optelling van breuke moet die grootste gemene noemer eers gevind word. In die items wat bespreek is, word die grootste gemene noemer gevind deur die noemers van die twee breuke met mekaar te vermenigvuldig (kyk item 30 van Vorm R, tabel 5.13 en item 29 van Vorm Z, tabel 5.14). As gevolg van interferensie doen baie leerlinge nou dieselfde met die tellers nl. om dit ook met mekaar te vermenigvuldig. Dit kan ook as gevolg van interferensie met $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ wees.

By negatiewe getalle vind verwarring plaas tussen die minusteken wat die negatiewe getal aandui bv. -9, en die minusteken wat as werkwoord gebruik word vir die bewerking aftrekking. Outonome prosesse speel waarskynlik ook 'n rol in die versterking van hierdie interferensieverskynsel. 'n Gebrekkige begrip van negatiewe getalle en die bewerkinge met negatiewe getalle speel ook 'n rol in die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie. Baie leerlinge voorkeer waarskynlik onder die indruk dat aftrekking van 'n negatiewe getal beteken dat die negatiewe getal bygetel moet word. Leerlinge het waarskynlik die resep om die aftrekgetal se teken te verander en dan op te tel, geleer, maar vergeet dan die eerste of laaste gedeelte daarvan.

Die ontleding van die items oor vergelykings het duidelik aangetoon dat leerlinge sterk beïnvloed word deur materiaalfaktore en outonome prosesse. Die invloed van die doel van die denkhandeling is ook duidelik te sien in die onwiskundige rondskuif van terme om te verseker dat die x alleen aan die linkerkant van die vergelyking staan, soos bv. in $\frac{15}{x} = 3$.'. $x = \frac{1}{5}$. Die werklike eenvoud van die vraag raak verstriek in leerlinge se kennis van die beginsels vir die oplossing van vergelykings en in leerlinge se meganiese instelling om algebraïese simbole te manipuleer sonder werklike begrip van dit wat gedoen word.

Uit item 37 van Vorm S (kyk tabel 5.21), is dit duidelik dat 'n relatief groot persentasie leerlinge versuim om heeltallige terme ook te vermenigvuldig met die K.G.V. van die noemers. Dit kan as 'n agtelosige fout getipeer word, maar word waarskynlik veroorsaak deur dieperliggende psigologiese oorsake, soos outonome prosesse en aandagverplasing, asook die doel van die denkhandeling, nl. om terme wat in 'n breukvorm voorkom te transformeer na heelgetalle of om die breuke te verwyder. Al die aandag word dus toegespits op daardie terme (in breukvorm), sodat die terme wat reeds in

heelgetalvorm is, vergeet word in die waan dat hierdie terme geen verandering nodig het nie. Interferensie met leerlinge se kennis van die vereenvoudiging van breuke vind ook plaas, aangesien sommige leerlinge die gemeenskaplike noemer waarmee vermenigvuldig is, behou nadat die oplossing reeds verkry is.

Daar is beduidende verskille in die prestasies van sommige groepe Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge in enkele individuele items, maar die ooreenkomste in die wyse waarop gereageer word op die responsies (veral waar tipiese foute gemaak word) is baie groter as die verskille (kyk bv. tabelle 5.1, 5.8, 5.10 en 5.11). Daar is ook 'n groter ooreenkoms in die responsies van Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge in st. 9 as tussen die responsies van leerlinge van die twee verskillende taalgroepe in st. 8 of in st. 7 (kyk bv. na tabelle 5.21, 5.22 en 5.25).

By Engelssprekende leerlinge is daar in sommige items 'n groter ooreenkoms tussen die prestasies en keuse van responsies van leerlinge in st. 8 en 9 as wat dit die geval is by Afrikaanssprekende leerlinge in st. 8 en 9 (kyk tabel 5.21).

Verkeerde responsies wat deur groot persentasies leerlinge in st. 8 en 9 gekies word, word deur minder leerlinge in st. 7 gekies, waarskynlik as gevolg van die aard van die foute wat gemaak word (kyk tabelle 5.3, 5.8, 5.11, 5.13, 5.14 en 5.21). Outonome prosesse speel 'n belangrike rol in baie van hierdie foute en aangesien baie st. 7-leerlinge se kennis nog nie in so 'n mate georganiseer is dat die denke outonoom sal verloop nie, kan verstaan word dat hierdie responsies deur kleiner persentasies leerlinge in st. 7 gekies word.

In die twee items wat ontleed is, is daar ook 'n groot ooreenkoms in die keuse van responsies by seuns en dogters van albei taalgroepe opgemerk. Tipiese foute kom min of meer ewe sterk voor by seuns en dogters. Daar is egter ook kleinere verskille opgemerk by seuns en dogters in die keuse van sekere responsies. Uit die gemiddelde toetstellings van leerlinge wat die bepaalde responsies gekies het, is dit duidelik dat dit die swakker leerlinge is wat voorkeur gee aan die bepaalde responsies. Aangesien dogters van albei taalgroepe 'n baie meer geselekteerde groep is as seuns (kyk paragraaf 4.3.1), is daar dus na verhouding heelwat minder swak leerlinge in die dogtersgroepe as in die groepe vir seuns. Dit verklaar die verskille in persentasies seuns en dogters wat die responsies gekies het.

Uit 'n ontleding van tabel 5.27 wil dit voorkom asof dogters sterker beïnvloed word deur outonome prosesse as seuns. Die feit dat die item ook nie diskrimineer tussen goeie en swak leerlinge in elk van die vier groepe

nie, dui ook daarop dat goeie en gemiddelde leerlinge (seuns en dogters) sterker onder invloed van die werking van outonome prosesse staan as die swakker leerlinge.

Dogters presteer beter as seuns in die toetse in geheel omdat hulle 'n baie meer geselekteerde groep as seuns is (kyk paragraaf 4.3.1). Na verhouding neem baie meer seuns as dogters Wiskunde.

'n Groot aantal van die items waarin die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie voorkom, het lae of selfs negatiewe diskriminasiewaardes vir sommige groepe leerlinge. Die mees voor die handliggende rede vir 'n lae diskriminasiewaarde is dat die item dubbelsinnig en dus swak is. Aangesien hierdie items wat ontleed is, nie dubbelsinnig is nie, moet na dieperliggende psigologiese oorsake vir hierdie verskynsel gesoek word. By st. 7-leerlinge kon gebrek aan kennis lei tot raai, wat gevolglik die diskriminasiewaardes van die items vir hierdie leerlinge aansienlik kon beïnvloed het, maar by st. 8- en veral st. 9-leerlinge moet nog verder gesoek word na die moontlike oorsake.

'n Item wat nie diskrimineer nie, of selfs 'n negatiewe diskriminasiewaarde het, dui in 'n sekere sin ook 'n paradoks aan, nl. dat goeie leerlinge die item verkeerd het en swakker leerlinge dit reg beantwoord het. Die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge van st. 7 na st. 9 is ook beskryf as 'n paradoks. Dit is nie onwaarskynlik dat hierdie twee paradoksale verskynsels sekere gemeenskaplike dieperliggende psigologiese oorsake het nie. Dit is egter nie moontlik om die faktore van mekaar te isoleer nie, aangesien die een in afhanklikheid van die ander optree. Hierdie faktore kulmineer en vind neerslag in die verloop van die leer- en denkprosesse en -aktiwiteite en word geopenbaar in o.a. die volgende faktore: Gebrekkige begripsvorming en die vorming van wanbegrippe by leerlinge; 'n meganiese benadering tot die leerstof na aanleiding van die aanskoulike hoedanighede en die struktuur (materiaalfaktore) van die items; die optrede van outonome prosesse; vergeet en interferensie; die invloed van die doel van die opdrag en die doel van die denkhandeling; die invloed van onderrigmetodes wat te veel daarop ingestel is om meganiese beheersing van die leerstof te bewerkstellig; die gemak waarmee 'n sekere bewerking uitgevoer kan word en die weg van die minste weerstand; die afwesigheid van 'n rasionele benadering waarin kognitiewe beheer eers oor die gegowens en gevraagde verkry word, en waarna kognitiewe kontrole uitgeoefen word op die korrekte uitvoering van die regte bewerkings.

Hierdie verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge in hierdie Wiskundetoetse gaan dus gepaard met die voorkoms van tipiese foute wat die gevolg is van dieperliggende psigologiese faktore waaronder valensiewerking, outonome prosesse en interferensie die belangrikste is.

BIBLIOGRAFIE

1. GUILFORD, J.P. Fundamental Statistics in Psychology and Education. 4th ed.
New York, McGraw-Hill, 1965.
2. DE WET, J.J. Analise van Sekere Foute van Standard Agt-leerlinge in Algebra.
D.Ed., P.U. vir G.H.O., 1966.
3. NASIONALE BURO VIR OPVOEDKUNDIGE EN MAATSKAPLIKE NAVORSING. Die Nuwe
Itemontledingsprogram. Deur F.W.O. Heinichen, Algemene Verslae nr.1.
Pretoria, die Buro, 1968.

HOOFSTUK 6

SAMEVATTING, AANBEVELINGS EN SLOT

6.1 Inleiding

Die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge gaan gepaard met die voorkoms van tipiese foute in die Wiskunde. Sommige van hierdie foute word meer deur goeie en gemiddelde leerlinge begaan as deur swak leerlinge. In hierdie gevalle diskrimineer die items nie tussen goeie en swak leerlinge nie.

Die redes vir die hoë frekwensie voorkoms van hierdie foute moet gesoek word in die aard van die Wiskundeleerstof waaruit die betrokke items bestaan, die verloop van die leer- en denkprosesse by leerlinge in hierdie gevalle, die instelling en houding van die leerlinge, en die metodes van onderrig wat gevolg word in die aanbieding en vaslegging van die bepaalde leerstof. Hierdie faktore is in min of meer dieselfde mate van toepassing op seuns sowel as dogters en op Afrikaanssprekende sowel as Engelssprekende leerlinge. Dit is dan ook gevind dat sekere tipiese foute deur seuns sowel as dogters en deur Afrikaans- sowel as Engelssprekende leerlinge begaan word. Daar is egter groter verskille tussen leerlinge in st. 7, 8 en 9 wat die voorkoms van hierdie tipiese foute aanbetref, aangesien hierdie faktore nie vir ewe lang tye op leerlinge in die verskillende standards ingewerk het nie, en die samestelling van die groepe meer geselekteerd raak van st. 7 na st. 9.

6.2 Tipiese foute en die skynbare agteruitgang in prestasies

Sekere foute in die Wiskunde word deur groot getalle leerlinge begaan. In die items wat bespreek is, het hierdie verskynsel dikwels na vore gekom. 'n Direkte gevolg hiervan is dat leerlinge se prestasies baie swak is in hierdie items en daar gevolglik nie veel verskil is tussen die prestasies van leerlinge in verskillende standards in die items nie. Dus word 'n skynbare agteruitgang in prestasie van leerlinge waargeneem of dit word as sulks vertolk.

Die voorkoms van tipiese foute moet in die eerste plek gewyt word aan die feit dat die rasionele basis, waarop leerlinge se kennis en begrip van die leerstof aanvanklik gebou is, verlore geraak het en vervang is deur 'n verskeidenheid van reëls (resepte) en kunsgrepe om die bewerkings uit te voer. In 'n item soos $\frac{a^6}{2}$ word nie aan die rasionele basis $\frac{a^6}{2}$ gedink nie, maar behendig uitgekanselleer om a^3 te $a \times a \times a \times a \times a \times a$
 $a \times a$

kry of om net 3 as antwoord te kry. Die eerste van hierdie twee foute (nl. a^3) word deur heelwat meer leerlinge in st. 8 en 9 gemaak (38%) as deur leerlinge in st. 7 (24%), terwyl die tweede fout (nl. 3) deur heelwat meer leerlinge in st. 7 en 8 gemaak word (18%) as deur leerlinge in st. 9 (9%).

Hierdie tipiese foute is natuurlik ook toe te skryf aan materiaal-faktore, outonome prosesse en interferensie soos verderaan gesien sal word en soos ook reeds by die bespreking van elke item individueel aangetoon is in die vorige hoofstuk.

Die voorkoms van tipiese foute kan egter nie op so 'n eenvoudige wyse afgemaak word nie. Items moet individueel onder die ontleedmes kom en onder die vergrootglas geplaas word, aangesien 'n groot aantal faktore gesamentlik verantwoordelik is vir die verskynsel. Alhoewel dieselfde foutiewe antwoord deur verskillende leerlinge gekies word, mag die wyse waarop dit verkry is van een leerlinge na 'n ander verskil. 'n Leerlinge in st. 7, byvoorbeeld, weet miskien nog nie wat die faktore is van $a^2 - b^2$ en vereenvoudig $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ tot $a - b$ deur die terme direk uit te kanselleer, terwyl 'n st. 9-leerling verkeerdlik meen dat $a^2 - b^2 = (a - b)^2$, en dus dieselfde foutiewe antwoord kry as die st. 7-leerling, maar op 'n heel ander wyse. Die st. 7-leerling fouteer na aanleiding van 'n sterk kanselleervalensie, terwyl die st. 9-leerling fouteer a.g.v. interferensie met die vorm $a^2 b^2 = (ab)^2$.

6.3 Diskriminasiewaardes van items en die skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge

'n Lae diskriminasiewaarde van 'n item beteken dat die swakker leerlinge in die groep net so goed presteer in die item as die goeie leerlinge. In 'n sekere sin stem dit ooreen met die vertolking van skynbare agteruitgang in prestasie, aangesien leerlinge in st. 7 inderdaad minder kennis en swakker ontwikkelde begrippe van die Wiskundeleerstof het as leerlinge in st. 8. Dieselfde geld vir leerlinge in st. 8 en 9.

Dit is dus logies om te beweer dat die lae diskriminasiewaardes van sommige items waarin tegelykertyd ook 'n skynbare agteruitgang in prestasies voorkom, veroorsaak kan word deur sekere gemeenskaplike faktore. Die belangrikste van hierdie gemeenskaplike faktore is waarskynlik materiaal-faktore, outonome prosesse en interferensie.

In 'n eenvoudige item soos $\frac{6}{a} = 3$, ∴ $a = \dots?$ slaag 'n groot persentasie van die leerlinge in st. 7 omdat hulle waarskynlik op 'n rasonale wyse insien dat $\frac{6}{2} = 3$ ∴ $a = 2$, en dus nie enige kennis van die goeykte metodes om vergelykings op te los, nodig het nie. Waarskynlik volg van die

swakker leerlinge in st. 9 ook hierdie weg en is daar dan 'n aantal van die swakker leerlinge ook wat die item reg het. Goeie leerlinge in st. 8 en 9 is geneig om te redeneer dat $a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Hulle sien nie in dat dit $\frac{1}{a}$ is wat $= \frac{3}{6}$ nie, moontlik onder invloed van die doel van die denктаak nl. om slegs die a aan die linkerkant te behou. Hierdie leerlinge volg in elk geval die regte weg om van die teller aan die linkerkant ~~omslae~~ te ~~maak~~ maar onderskei dan nie tussen a en $\frac{1}{a}$ nie.

5.4

Die aard van die Wiskundeleerstof en die skynbare agteruitgang in prestasies

Die skynbare agteruitgang is baie duidelik waargeneem by enkele items waarin eenvoudige vergelykings opgelos moes word. Leerlinge is baie geneig om die bewerkings op 'n meganiese wyse uit te voer sonder om te vra na die sin en betekenis van dit wat gedoen word. Hierdie deel van die Wiskundeleerstof leen dit self egter ook baie goed daartoe om op dié wyse gehanteer te word. Daar word dus nie intensioneel gedink of gehandel nie, maar op grond van sekere valensies wat bestaan.

Leerlinge toon ook t.o.v. items waarin begrip van algebraïese breuke en eenvoudige bewerkings met breuke getoets word, 'n skynbare agteruitgang in prestasie. Die abstrakte aard van die breuke belemmer of verhoed klaarblyklik dat intensionele denke kan plaasvind. 'n Gebrek aan begrip van breuke en bewerkings met breuke speel 'n groot rol in die swak prestasies wat gelewer word. 'n Sterk kanselleervalensie verlei leerlinge ook om meganies en op 'n ontoelaatbare wyse terme uit te kanselleer. Intensionele denke kan dus ook hier nie plaasvind nie a.g.v. die abstrakte aard van die algebraïese breuke en die sterk kanselleervalensie.

Gebrekkige begrip van negatiewe getalle en die abstrakte aard daarvan is grootliks verantwoordelik vir die swak prestasies van leerlinge daarin, aangesien ook in hierdie geval nie gedink word nie, maar op 'n meganiese wyse uitvoering gegee word aan 'n deels vergete metode (resep).

Items waarin eenvoudige begrip van die Wiskundetaal getoets word, vertoon ook die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie. Die gebruik van abstrakte simbole vir getalle het 'n uitdowende effek op die intensionele denke sodat die sinsverband nie reg geïnterpreteer kan word nie, soos byvoorbeeld in dié item: Ek is 3 keer so oud soos Piet. Ek is p jaar oud. Hoe oud is Piet? Hier word weereens meganies gereageer sonder om te dink. Die responsie $3p$ waarin vermenigvuldig word, is baie gewild, as gevolg van die ~~sinnelose~~ ~~in die~~ opgawe: "3 keer so oud".

Die wiskundige aard van die items waarin die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie waargeneem word, is dus sodanig dat die intensie baie gemaklik vervang word deur meganiese reaksies of outonome prosesse.

6.5 Die verloop van die leer- en denkprosesse in Wiskunde en die skynbare agteruitgang in prestasies

Leer en denke in die Wiskunde is vir baie mense sinoniem, aangesien Wiskunde slegs via die denke verstaan kan word. Wiskunde word ook die beste geleer deur dit (probleme) te doen, en die Wiskunde kan nie suksesvol beoefen word as daar nie gedink word nie. Intensionele denke is dus 'n voorvereiste vir die leer van Wiskunde.

Uit die literatuuroorsig is dit egter duidelik dat meganisasie van die denke met verloop van tyd kan plaasvind, sodat intensionele leer oorgaan in outonome leer (kyk hoofstuk 2 veral paragraaf 2.2.3 en paragraaf 2.2.4). Hierdie oorgang van kognitiewe handelingstrukture na nie-kognitiewe handelingstrukture moet in samehang met die ontstaan van valensies en met materiaal-faktore gesien word.

Daar is reeds in paragraaf 6.4 aangetoon dat die aard van die items waarin die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie waargeneem is, juis so is dat op 'n meganiese wyse te werk gegaan kan word en die denke dus outonoom verloop.

Hierdie outonome verloop van die denke is miskien die belangrikste oorsaak van die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie.

6.6 Die instelling en houding van leerlinge en die skynbare agteruitgang in prestasies

Daar is geen direkte empiriese getuienisse oor die instelling en houding van die leerlinge wat die toetse beantwoord het nie.

Uit die ontleding van die foute wat deur leerlinge begaan is, kan egter afgelei word dat 'n meganiese instelling en houding miskien dikwels die botoon gevoer het. Daar is nie ná gedink oor die gegewens of gevraagde nie, maar werktuiglik gereageer nadat baie oppervlakkig gelees is. Dit is 'n direkte gevolg van die metodes van onderrig van die besondere leerstof wat in die volgende paragraaf aan die orde kom.

6.7 Die metodes van onderrig en die skynbare agteruitgang in prestasies van leerlinge

Daar is nie empiriese gegewens oor die metodes van onderrig wat die leerlinge wat hierdie toetse gedoen het, ontvang het nie. Dit is egter bekend dat drill 'n vername metode van onderrig vir baie Wiskunde-onderwysers

is. Uiteraard is dit 'n metode wat daarop gerig is om meganisasie van die kennis by leerlinge te bewerkstellig, waartydens ipso facto die intensionele denke vervang word deur outonome prosesse sodat begrip van en insig in die handelingstruktuur verlore gaan.

Ons kan dus aflei dat die metode van drill direk in verband staan met die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasies, te meer omdat st. 8- en 9-leerlinge al vir langer tydperke "gedril" is as st. 7-leerlinge.

6.8 Afrikaanssprekende en Engelssprekende leerlinge en die skynbare agteruitgang in prestasies

Uit die ontleding van die items waarin die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasies voorkom, is dit duidelik dat dié verskynsel by Afrikaanssprekende sowel as by Engelssprekende leerlinge voorkom.

Daar is reeds opgemerk dat sekere tipiese foute deur Afrikaans- sowel as Engelssprekende leerlinge gemaak word. Beide taalgroepe is dus onderhewig aan die werking van die genoemde faktore (kyk paragraaf 6.2). Daar is dus 'n groot ooreenstemming tussen die verloop van die denke by Afrikaans- en Engelssprekende leerlinge in hierdie items. Die leerstof in Wiskunde bly invariant vir enige taal waarin dit vertaal word - dieselfde denkwyse moet gevolg word deur verskillende beoefenaars van die vak - of dit nou Franssprekendes, Engelssprekendes of Afrikaanssprekendes is. Die handelingstrukture wat ontstaan vir die verskillende taalgroepe is dus baie ooreenstemmend. So is, byvoorbeeld, die ontstaan van nie-kognitiewe handelingstrukture by die oplossing van vergelykings, 'n universele verskynsel. Selfs leerstof wat aanvanklik op 'n simbolies-konseptuele vlak gefigureer het, en dus op insig berus het, kan later as gevolg van baie herhalings so bekend word dat dit ekwivalent is aan ongestruktureerde motoriese vaardighede of gewoontes.

Materiaalfaktore is vir Afrikaans- en Engelssprekendes baie eenders, omdat die skryfwyse vir albei taalgroepe dieselfde is, byvoorbeeld die uitdrukking $\frac{x_6}{x_2}$ kom onveranderd by albei groepe voor.

Die Wiskunde het 'n universele taal met 'n universele skryfwyse en notasie en 'n universele denkwyse lê ten grondslag van die beoefening daarvan.

5.9 Seuns en dogters en die skynbare agteruitgang in prestasies

Die prestasies van seuns en dogters in sekere items is slegs vir leerlinge in st. 8 ontleed. 'n Baie duidelike tendens wat die voorkoms van tipiese foute aanbetref, is opgemerk. Alhoewel die dogters beduidend (op die 1%-peil) beter presteer as seuns, is daar nie groot verskille in die persentasies seuns en dogters wat sekere tipiese foute maak nie. In die lig van wat reeds in verband met tipiese foute en die skynbare agteruitgang in prestasie (kyk paragraaf 6.2) gesê is, kan afgelei word dat die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie deur sowel seuns as dogters veroorsaak word.

Afgesien van die feit dat dogters 'n meer geselekteerde groep as seuns is, kan gesê word dat die aard van die leerstof ook in die guns van dogters tel omdat dit betreklik eenvoudig is en in die meeste gevalle op 'n meganiese wyse gedoen kan word. Biggs (1, 255) het dieselfde bevind: "The usual pattern, also obtained here, is that girls obtain higher raw scores than boys on tests requiring rote rather than insightful responses". Dit is weereens 'n verskynsel wat nie beperk is tot een taalgroep of selfs een land nie.

6.10 Aanbevelings

6.10.1 'n Nuwe benadering in die onderrig van Wiskunde

Vanaf 1968 het daar 'n kentering in die onderrig van Wiskunde in die skole in die R.S.A. en S.W.A. gekom. Daar het nie slegs nuwe leerstof bygekom nie, maar ook 'n grootskaalse omwenteling in die benadering tot die onderrig van die vak self. Besondere klem word gelê op die verwerwing van insig en begrip in die leerstof eerder as op meganiese drillmetodes. Indien die nuwe benadering suksesvol deurgevoer word, kan verwag word dat die persentasies leerlinge wat sekere tipiese foute maak aansienlik sal afneem. 'n Onderzoek in dier voege kan onderneem word met behulp van 'n aantal van die items wat in hoofstuk 5 ontleed is.

6.10.2 Heelwat meer navorsing moet gedoen word oor begripsvorming en begripsuitbreiding in die Wiskunde. Die aard en rol van die wiskundige taal en die eie wiskundige denkwysse moet ook in die verband noukeuriger ondersoek word.

/131 6.10.3 Die....

.10.3 Die voorkoms van foute en hul verband met faktore soos die aanskoulike hoedanighede van die materiaal, ~~valensiewerk~~ en outonome prosesse, interferensie, belangstelling en motivering, en die houding of instelling van die leerlinge self teenoor die leerstof moet meer aandag gegiet.

.11 Slot

Die empiriese gegewens in hierdie ondersoek moet versigtig geïnterpreteer word en gesien word in die lig van al die beperkings waaraan steekproefneming, die metingstegnieke en die metodes van ontleding onderhewig is. Daar is so baie faktore wat 'n rol speel en 'n moontlike invloed op die resultate kon hê dat hoogstens gepraat kan word van tendense wat waarskynlik veroorsaak word deur 'n groep faktore gesamentlik.

Die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasie dui op 'n sekere tendens in die prestasies van leerlinge in hierdie toetse wat baie waarskynlik toegeskryf kan word aan faktore in die leerlinge self, die leerstof en die leermeester. Die faktore wat geleë is in die leerling is byvoorbeeld: sy intelligensie, gebrekkige kennis, begrip en insig, outonome prosesse, interferensie en motivering. Die faktore in die leerstof moet gesien word teen die agtergrond van die leerplanne en in verband met die faktore in die leerling self sowel as in die leermeester. Dit sluit o.a. in: die aanskoulike hoedanighede, die interessantheid en die moeilikheidsgraad van die leerstof. Die faktore wat in verband met die leermeester staan, behels die benadering tot die vak en die metodes van onderrig wat gevolg word. Dan kan ook gevra word of die onderwyser voldoende kennis van die vak besit en genoeg belangstel daarin om ook die kinders reg te motiveer (intrinsiek).

Finaliter blyk dit uit hierdie ondersoek dat die verskynsel van skynbare agteruitgang in prestasies veroorsaak word deur 'n groot aantal faktore waarvan die aanskoulike hoedanighede van die leerstof (materiaal), ~~valensiewerk~~ en outonome prosesse waarskynlik die belangrikste is.

BIBLIOGRAFIE

- 1 BIGGS, J.B. Mathematics and the Conditions of Learning; a Study of Arithmetic in the Primary School. London, National Foudation for Educational Research in Engla~~nd~~d and Wales, 1967.

WERKE GERAADPLEEG

A BOEKE

- 1 BEVELANDER, C., FOKKEMA, D. en NIEUWENHUIS, H. Leergang voor Opvoedkunde en Psychologie. Deel V, Algemene Didaktiek. 5de Druk. Groningen, Wolters, 1959.
- 2 BIGGS, J.B. Mathematics and the Conditions of Learning; a Study of Arithmetic in the Primary School. London, National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1967.
- 3 BIGGS, J.B. The Psychopathology of Arithmetic. In: LAND, F.W.: New Approaches to Mathematics Teaching. London, MacMillan, 1963.
- 4 BLOOM, H.S. Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals, Handbook 1. New York, Longmans, 1956.
- 5 BRANDENBURG, W.J. Modernisering van het Wiskunde-onderwijs. Groningen, Wolters-Noordhoff, 1968.
- 6 BREUCKNER, L.J. and BOND, G.L. The Diagnosis and Treatment of Learning Difficulties. New York, Appleton-Century-Crofts, 1955.
- 7 BRUNER, J.S. The Process of Education. Cambridge, Harvard U.P., 1962.
- 8 COETZEE, J. Chr. Inleiding tot die Algemene Empirische Opvoedkunde. Potchefstroom, Pro-Rege, 1960.
- 9 DIENES, Z.P. Building up Mathematics. (Rev. ed.). London, Hutchinson, 1964.
- 10 DIENES, Z.P. Research in Progress. In: LAND, F.W.: New Approaches to Mathematics Teaching. London, MacMillan, 1963.
- 11 DIENES, Z.P. The Power of Mathematics. London, Hutchinson, 1964.
- 12 FERGUSON, G.A. Statistical Analysis in Psychology and Education. 2nd ed. New York, McGraw-Hill, ^c1966.
- 13 GARRETT, H.E. Statistics in Psychology and Education. 5th ed. London, Longmans, 1964.
- 14 GOUWS, L.A. Die Leerproses. Pretoria, Van Schaik, (Sirsa Sielkundebiblioteek, no. 3), 1967.
- 15 GRONLUND, N.E. Measurement and Evaluation in Teaching. New York, MacMillan, ^c1965.
- 16 GUILFORD, J.P. Fundamental Statistics in Psychology and Education. 4th ed. New York, McGraw-Hill, 1965.
- 17 GUILFORD, J.P. Psychometric Methods. 2nd ed. New York, McGraw-Hill, 1954.
- 18 GUILFORD, J.P. The Nature of Human Intelligence. New York, McGraw-Hill, 1967.

- 19 GULLIKSEN, H. Theory of Mental Tests. New York, Wiley, 1965.
- 20 LANGENHOVEN, H.P. Tbetsintelligensie en Omgewingsfaktore. Kaapstad, Nasionale Boekhandel, 1960.
- 21 LANGEVELD, M.J. Inleiding tot de Studie der Paedagogische Psychologie. Groningen, Wolters, 1959.
- 22 LEWIN, K. Will and Needs. In: ELLIS, W.D.: A Sourcebook of Gestalt-psychology. London, Kegan Paul, 1938.
- 23 MOWRER, O.H. Learning Theory and Behaviour. New York, Wiley, 1960.
- 24 NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. The Growth of Mathematical Ideas: Grades K-12; twenty-fourth yearbook. Washington, the Council, 1959.
- 25 NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. The Learning of Mathematics, it's Theory and Practice; twenty-first yearbook. Washington, the Council, 1953.
- 26 NEL, B.F., SONNEKUS, M.C.H. en GARBERS, J.G. Grondslae van die Psigologie. Stellenbosch, Universiteitsuitgewers, 1965.
- 27 PEARSON, K. Tables for Statisticians and Biometricians. Part 2. Cambridge, Cambridge U.P., 1931.
- 28 ROTH, H. Leerpsychologie in Pedagogisch Perspectief. Roosendaal, De Koepel, 1959.
- 29 SAAD, L.G. and STORER, W.O. Understanding in Mathematics. Educational Monographs, no. 3. London, Oliver and Boyd, 1960.
- 30 SINNEMA, J. Denkpsychologie en Algebra. Amsterdam, Meulenhoff, 1961.
- 31 VAN GELDER, L. Ontsporing en Correctie. Groningen, Wolters, 1959.
- 32 VAN GELDER, L. en PRINS, F.W. De Psychologie van het Denken en het Leren. In: Gedenkboek voor Ph. A. Kohnstamm. Groningen, Wolters, 1957.
- 33 VAN HIELE, P.M. Problematiek van het Inzicht. Amsterdam, Meulenhoff, (1966).
- 34 VAN PARREREN, C.F. Psychologie van het Leren. Deel 1. Amsterdam, Van Loghum Slaterus, 1966.
- 35 VERBIST, R. en DE BLOCK, A. De Waarde van Denkpsychologisch Georiënteerd Rekenonderwys. Amsterdam, Meulenhoff, (1960).
- 36 WALLACE, J.G. Concept Growth and the Education of the Child; a Survey of Research on Conceptualization. Slough, National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1967,
- 37 WILLOUGHBY, S.S. Contemporary Teaching of Secondary School Mathematics. New York, Wiley, 1967.

B. ONGEPUBLISEERDE WERKE

- AUSTRALIAN COUNCIL FOR EDUCATIONAL ~~RESEARCH~~ RESEARCH. Diagnostic Testing in Basic Algebra. Special Distribution Report no. 1, prepared by M.L. Clark. Melbourne, the Council, 1960.
- DEPARTEMENT VAN ONDERWYS, KUNS EN WETENSKAP. 'n Foute-ontleding van 'n aantal vyf-keuse-vrae van die N.B.-Wiskundetoetse, toegepas vir itemontleding op leerlinge in standerds sewe, agt en nege. Deur W. Verhoef en J.F. Vorster. Navorsingsreeks No. 59. Pretoria, Nasionale Buro vir Opvoedkundige en Maatskaplike Navorsing, 1967.
- DE WET, J.J. Analise van Sekere Foute van Standaard Agt-leerlinge in Algebra. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1966.
- GEMEENSKAPLIKE MATRIKULASIERAAD. Onderwysersgids vir Wiskunde. Pretoria, 1966.
- HOFFMAN, P.A.E. Die Kognitiewe Veldteorie van Kurt Lewin en die Betekenis daarvan vir die Onderwys Praktyk. M.Ed., U.O.V.S., 1967.
- NASIONALE BURO VIR OPVOEDKUNDIGE EN MAATSKAPLIKE NAVORSING. Die Nuwe Itemontledingsprogram. Algemene Verslae nr. 1, deur F.W.O. Heinichen. Pretoria, die Buro, 1968.
- ROBBERTSE, J.H. Die Bydrae van Enkele Nie-intellektuele Faktore tot die Voorspelling van Waarskynlike Skoolprestasies met behulp van die Nuwe Suid-Afrikaanse Groeptoets met Spesiale Verwysing na die Rol van Moderatorveranderlikes. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1968.
- VAN ROOY, A.J. Die Wiskundige Funksiebegrip en Funksionele Denke. D.Ed., P.U. vir C.H.O., 1959.

C. TYDSKRIFTE

- BEHR, A.L. Examinations as a Diagnostic Instrument with Special Reference to Mathematics. Spectrum, 7 (4), 1969: 245-48.
- CARLSON, J.S. and RYAN, F.L. Levels of Cognitive Functioning as Related to Anxiety. The Journal of Experimental Education, 37 (4): 17-20.
- DE WET, J.J. Enkele Implikasies van Interferensieteorie vir die Didaktiek - 'n Kritiese Samevatting en Interpretasie. Tydskrif vir Geesteswetenskappe, 9 (3-4), 1969: 268-78.
- HAMZA, M. Retardation in Mathematics amongst Grammar School Pupils. British Journal of Educational Psychology, 22(3), Nov. 1952: 189-195.
- MULLER, F.B. Die Rol van Denke in Insig by die Onderrig van Wiskundige Vakke. Spectrum, 1 (4), 1963: 57-60.