

DIE INTERPRETASIE VAN REÛLMATIGHEDE IN KERNDERSNITTE
VIR NEUTRONE BY INTERMEDIÛRE EN HOÛ ENERGIES

deur

A.G. du Toit

Promotor: Prof. W.E. Frahn

Proefskrif voorgelê ter gedeeltelike nakoming van die vereistes
vir die graad Magister in die Natuurwetenskappe aan die
Universiteit van Stellenbosch.

Maart 1964.

- Aan my ouers -

BEDANKINGS.

Die skrywer betuig graag sy opregte dank en waardering teenoor

Sy ouers vir hulle liefde, aanmoediging en vertroue;

Prof. dr. W.E. Frahn vir die keuse van 'n interessante
onderwerp, waardevolle wenke en die nasien van die
manuskrip;

Prof. dr. P.B. Zeeman vir sy hulpvaardigheid;

Vriende en kollegas vir hulle belangstelling;

Die W.N.N.R. vir die toekenning van 'n beurs;

Mev. P.A. Vertue vir die tik van die proefskrif;

Mnr. N.D. de Koker en sy helpers vir die duplisering van
die proefskrif.

A.G. du Toit,
Merensky Instituut vir Fisika,
Stellenbosch.

Maart 1964.

INHOUDSOPGAWE.

1.	<u>INLEIDING.</u>	1.
2.	<u>REËLMATIGHEDE IN NEUTRONDEURSNITTE:</u>	
2.1.	Definisie van die Deursnitte	4.
2.2.	Die Eksperimentele Gegewens	5.
2.3.	Reëlmatighede in die Neutrondeursnitte	8.
3.	<u>DIE OPTIESE MODEL:</u>	
3.1.	Die Kontinuumteorie van Feshbach en Weisskopf	15.
3.2.	Die Optiese Model:	
3.2.1	Algemeen	18.
3.2.2	Teorie	19.
3.2.3	Die Komplekse Potensiaalmodel van Feshbach Porter en Weisskopf	22.
3.2.4	Die Volledige Optiese Potensiaal	26.
3.2.5	Interpretasie van die Reuse Resonansies	29.
3.2.6	Gevolgtrekkings	34.
4.	<u>DIE „KERN-RAMSAUER-EFFEK“:</u>	
4.1.	Teorie van die Atomiese Ramsauer-effek	36.
4.2.	Die Kern-Ramsauer-effek:	
4.2.1	Die Fisiese Beginsel	39.
4.2.2	Toepassings: 4.2.2.1 Die Optiese Model van Fernbach, Serber en Taylor	41.
	4.2.2.2 Die lokivergelyking van Lawson	47.
	4.2.2.3 Die lokivergelyking van Peterson	52.

4.2.3	Voorlopige Gevolgtrekkings	52.
4.2.4	Die Kern-Ramsauer-effek in die Raamwerk van die Nie-lokale Model van Perey en Buck	57.
4.2.5	Motivering van die Lokivergelyking van Peterson	59.
4.2.6	Gevolgtrekkings	64.

5. DIE ENERGIE-AFHANKLIKHEID VAN DIE DEURSNITTE:

5.1.	Afleiding van die Uitdrukking vir die Deur= snitte	68.
5.2.	Vergelyking met die uitdrukking van Fernbach, Serber en Taylor	71.
5.3.	Berekening van die Deursnitte	72.
5.4.	Bespreking van die Resultate vir die totale Neutroneursnitte	74.
5.5.	Gevolgtrekkings	77.

6. OPSOMMING. 78.

APPENDIX A.

APPENDIX B.

ADDENDUM.

VERWYSINGS.

1. INLEIDING.

In die energiegebied van 0.1 tot 100 MeV word drie families van sogenaamde reuse resonansies waargeneem in die kurwes wat die energie en massagetal afhanklikheid van die gemiddelde totale neutron-deursnitte aantoon. In die lae energiegebied van individuele geïsoleerde compoundkern resonansies, verteenwoordig dié reuse resonansies die gedrag van die middelwaarde van die totale deursnit oor 'n energie-interval waarin 'n groot aantal individuele resonansies ingesluit is. In die hoë energiegebied waar die niveaus van die compoundkern oorvleuel, kan die waargenome totale deursnit nie onderskei word van die gemiddelde totale deursnit nie.

Die reuse resonansies word voorspel deur verskeie vorms van die optiese model vir kernreaksies, waarin die neutron-kern interaksie deur middel van 'n komplekse potensiaal verteenwoordig word. Die komplekse potensiaalmodel van Feshbach, Porter & Weisskopf¹⁾ bied 'n kwalitatiewe verklaring van die reuse resonansies in die termiese en lae-energiegebied. In die energiegebied van 7 tot 30 MeV kan die model van Bjorklund en Fernbach²⁾ die totale deursnitte, die hoekverdeling van die elastiese verstrooiing en die inelastiese deursnitte sowel kwalitatief as kwantitatief weergee, soos o.a. deur Peterson, Stoering en Bratenahl^{3,4)} aangetoon is.

Toepassings van die optiese model vir 'n beskrywing van kern-

reaksies is oor die algemeen suksesvol in dié opsig dat dit al die waargenome deursnitte korrek voorspel. Die berekeninge is egter ingewikkeld en moet met behulp van syferrekenaars uitgevoer word. Dit verhinder 'n fisiese insig in die basiese prosesse wat by die reaksie 'n rol speel. In die limiet van zero-energie word die reuse resonansies geïnterpreteer as die resonansies van s- of p-golwe in die potensiaalput. Die interpretasie is nie baie suksesvol nie en kan ook nie na die hoër energiegebied uitgebrei word nie.

Die konsep van die "kern-Ramsauer-effek" bied egter 'n eenvoudige dog oorsiggewende interpretasie van die reuse resonansies⁵⁾. Hierdie kern-Ramsauer-effek is analoog aan die Ramsauer-effek wat optree in die interaksie tussen elektrone en edelgasse.

In hierdie tesis word die interpretasie van die reuse resonansies in die totale neutrondeursnitte as 'n Ramsauer-effek nader ondersoek in die intermediêre en hoë energiegebied van 1 tot 100 MeV binne die raamwerk van die nie-lokale optiese model van Perey en Buck⁶⁾. Uit 'n analise van die beskikbare eksperimentele gegewens en die algemene formalisme van die optiese model blyk dit dat die interpretasie van die reuse resonansies as resonansies van enkele parsiale golwe selfs nie eers in die lae energiegebied bevredigend is nie. Aan die anderkant is die interpretasie van die reuse resonansies as 'n kern-Ramsauer-effek besonder suksesvol en insiggewend, en klaarblyklik ook beter versoenbaar met die algemene formalisme van

die optiese model in die intermediêre en hoë energiegebied.

Analitiese uitdrukkings vir die totale en absorpsie deursnitte word afgelei deur gebruik te maak van die konsep van die kern-Ramsauer-effek in die semi-klassieke model van Fernbach, Serber en Taylor⁷⁾. Ten slotte word die deursnitte volgens hierdie formules vir Cu en Pb as 'n funksie van neutronenergie bereken om kwalitatief aan te toon dat die kern-Ramsauer-effek 'n volledige interpretasie van die reuse resonansies kan bied.

2. REËLMATIGHEDE IN DIE NEUTRONDEURSNITTE.

2.1. Definisie van die Deursnitte:

In die bespreking van die reaksies van neutrone met komplekse kerne word die volgende deursnitte gedefinieer:

i) Die elastiese verstrooiingsdeursnit σ_s , wat die verhouding is van die aantal neutrone wat sonder verlies van energie verstrooi word per tydseenheid per skyfkern tot die totale aantal neutrone in die invallende bundel per eenheidsarea per eenheidstyd. Die elastiese verstrooiingsdeursnit is eweredig aan die waarskynlikheid dat die skyfkern onveranderd gelaat word in sy aanvanklike kwantumtoestand (grondtoestand).

ii) Die nie-elastiese, reaksie of absorpsiedeursnit σ_a , wat die verhouding is van die aantal neutrone wat reaksies ondergaan per eenheidstyd per skyfkern tot die aantal invallende neutrone per eenheidsarea per eenheidstyd. Die absorpsiedeursnit verteenwoordig die waarskynlikheid vir 'n verwydering van die neutron uit die ingangskanaal.

iii) Die totale deursnit

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$$

wat die deursnit vir alle moontlike prosesse aangee.

Die deursnitte wat bespreek word is middelwaardes van die ware deursnitte oor 'n energie-interval waarin 'n groot aantal compound-

kern niveaus geleë is.

2.2. Die Eksperimentele Gegewens:

1) Die Totale Neutrondeursnitte: In die energiegebied van 1 - 100 MeV is van die belangrikste bepalings van totale neutrondeursnitte vir die meeste elemente in die periodieke tabel uitgevoer deur Barschall en medewerkers⁸⁾ van die Universiteit van Wisconsin, Nereson en Darden⁹⁾, Taylor en Wood¹⁰⁾, Bowen en medewerkers¹¹⁾ en Bratenahl, Peterson en Stoering^{3,4)}.

Die groep by Wisconsin het sistematiese bepalings vir lae energieë tot by 3 MeV uitgevoer vir 'n groot aantal elemente. Die resultate van Nereson en Darden met 'n algemene akkuraatheid van $\pm 10\%$ vir 24 elemente van 3 tot 12 MeV het die algemene gedrag van die deursnitte as 'n funksie van massagetal en energie duidelik na vore laat kom. Dit het die voorkoms van die reuse resonansies wat deur Barschall ontdek is, verder bevestig. Coon en andere¹²⁾ het die totale deursnitte by 14 MeV besonder akkuraat bepaal. Taylor en Wood het vir ses verteenwoordigende elemente (H, C, Al, Cu, Cd, Pb) aangetoon dat breë maksima en minima in die totale deursnitte voorkom in die energiegebied van 30 tot 150 MeV. Die gebrek aan eksperimentele gegewens tussen 14 en 30 MeV is aangevul deur Bratenahl en andere⁴⁾ se uitgebreide bepalings vir 42 elemente en isotope met 'n algemene akkuraatheid van $\pm 1 - 2\%$ by vier verskillende energieë tussen 17 en 30 MeV. Verder het Bratenahl en andere³⁾ met dieselfde akkuraatheid vir 35 elemente en isotope by vyf energieë

tussen 7 en 14 MeV totale deursnitte bepaal om die hoë energie bepalinge van Nereson en Darden aan te vul en te verbeter. Dié resultate toon baie goeie ooreenstemming met die akkurate bepalinge van Coon en andere by 14 MeV vir 'n reeks van meer as 50 elemente, maar verskil tot 10% en meer van dié van Nereson en Darden, veral in die energiegebied van 5 tot 12 MeV, waar die resultate van Nereson en Darden nie meer baie akkuraat is nie. Die totale deursnitte wat deur Bowen en andere¹¹⁾ tussen 13 en 118 MeV bepaal is, was ongelukkig nie beskikbaar en kon nie verkry word nie. *

Dié oorsig toon dat die meeste, en oor die algemeen ook die akkuraatste eksperimentele waardes van die totale deursnitte in die energiegebied van 1 tot 30 MeV versamel is, veral vir die elemente swaarder as Fe ($A > 56$). Vir neutronenergieë groter as 30 MeV is daar met enkele uitsonderings nog relatief baie min akkurate bepalinge beskikbaar.

'n Opsomming van die eienskappe van die totale deursnitte wat deur bogenoemde resultate geïllustreer word, word deur Bratenahl e.a.⁴⁾ in die vorm van 'n Barschall-tipe figuur aangetoon vir die energiegebied van 1 tot 30 MeV.

11) Die Absorpsiedeursnitte: Nie-elastiese neutrondeursnitte is in die energiegebied van 1 tot 30 MeV bepaal vir dertig verteenwoordigende elemente tussen Be en U ($9 \leq A \leq 238$) deur Beyster en andere^{13,14)} van Los Alamos, Bonner en andere^{15,16)} van die Rice

* Sien addendum.

Instituut en MacGregor, Ball en Booth^{17,18,19)} van Livermore.

Die nie-elastiese deursnitte wat vir 'n verteenwoordigende groep elemente deur Beyster e.a. vir neutrone met energieë van 1 tot 7 MeV bepaal is, is vir meeste van hierdie elemente deur Bonner en sy medewerkers aangevul en uitgebrei tot by 20 MeV. MacGregor, Ball en Booth het 'n verdere bydrae in die energiegebied van 7 tot 14 MeV gelewer, en het ook nie-elastiese deursnitte by 21.0, 25.2 en 29.2 MeV bepaal.

Die nie-elastiese deursnitte van elf verteenwoordigende elemente ($9 \leq A \leq 209$) in die energiegebied van 1 tot 30 MeV word grafies deur MacGregor e.a. opgesom¹⁹⁾. Die waarnemings van Bonner en Slattery¹⁶⁾ vir Cu, Ag, Sn en Bi in die energiegebied van 8 tot 20 MeV wat daarna gepubliseer is, vul die gegewens van MacGregor e.a. vir dié elemente aan.

Soortgelyke bepalings vir die ander elemente sal die energie-afhanklikheid van die deursnitte beter na vore laat kom. 'n Sistematiese ondersoek by energieë groter as 30 MeV is klaarblyklik nog nie onderneem nie.

Dié opsomming van die beste beskikbare gegewens toon dat die meeste en akkuraatste empiriese waardes van neutrondeursnitte slegs tot by energieë van 30 MeV vir 'n groot aantal elemente ingewin is.

2.3. Reëlmatighede in die Neutrondeursnitte:

Die beskikbare empiriese gegewens vir die totale en absorpsiedeursnitte toon dat die deursnitte as funksies van energie en massagetel deur 'n aantal interessante reëlmatighede gekenmerk word.

2.3.1. Die Totale Neutrondeursnitte:

As die beskikbare data oor totale neutrondeursnitte in die energiegebied van 1 tot 100 MeV as 'n funksie van beide energie en massagetel uitgeteken word, vorm dit 'n gladde oppervlak waarin breë maksima en minima voorkom⁵⁾. Daar word na hierdie maksima en minima met tipiese halfbreedtes en separasie-afstande van die orde van 'n paar MeV verwys as "reuse resonansies" om dit te onderskei van die nou, dig gepasieëerde compound-kernresonansies met tipiese halfbreedtes en niveauxafstande van die orde van 'n paar eV. Die waargenome reuse resonansies weerspieël die gedrag van die gemiddelde totale neutrondeursnitte oor 'n energie-interval waarin 'n groot aantal niveaux van die compoundkern geleë is.

Die volgende eienskappe kenmerk die reuse resonansies in die energiegebied van 1 tot 100 MeV (vgl. Fig. 1).

(Fig. 1 vervolg bl. 9)

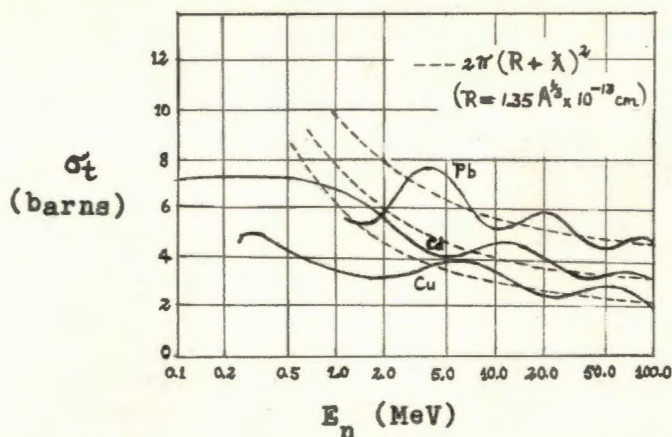


Fig. 1: Waargenome totale neutrondoursnitte vir lood, cadmium en koper as funksies van neutronenergie⁵⁾.

i) Die deursnitte van die intermediêre en swaar kerne verander klaarblyklik gelykmatig as funksie van energie en massagetal, selfs in die omgewing van magiese kerne. Enkele uitsonderings is Vanadium en Chroom in die energiegebied van 17 tot 29 MeV⁴⁾.

ii) Slegs drie kontinue families van maksima en minima word waargeneem. Die waargenome posisies van die maksima en minima is deur Peterson in die (E, A^b) -vlak uitgeteken en word in Fig. 2 aange-
toon.

(Fig. 2 vervolg bl. 10)

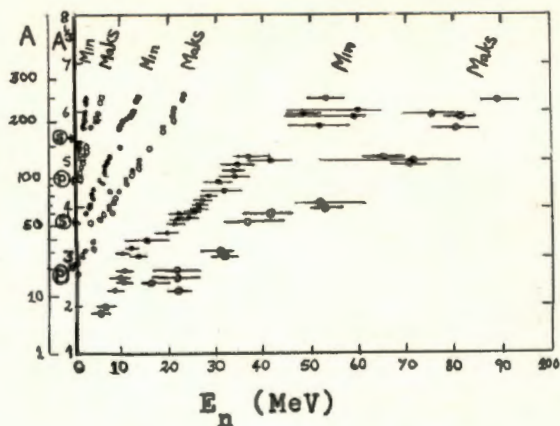


Fig. 2: Waargenome posities van maksima en minima in die $(E, A^{1/2})$ -vlak. S en P dui die posities van die zero-energie s- en p-golf maksima aan⁵⁾.

Vir die ligste elemente ($A < 20$) word slegs een maksimum waargeneem. Hierdie maksimum beweeg met toename in massagetal vinnig na hoër energieë waar dit vir die swaarste elemente waargeneem word in die omgewing van 100 MeV. Hierdie reeks maksima word dus met enkele uitsonderings ten opsigte van die heel ligste elemente en isotope, deur alle elemente van die periodieke tabel gevorm.

In die deursnitte van die swaarste elemente word aldrie maksima en minima waargeneem ($A > 90$). Vir dié swaar elemente is die middelste reeks maksima 'n voortsetting van die lae-energie reeks maksima in die intermediêre elemente waarvoor $20 < A < 90$. Vir die intermediêre elemente word slegs twee reekse maksima waargeneem. Die hoë energie-reeks is deel van die enigste reeks wat ook in die ligste elemente waargeneem word.

iii) Die helling van die loki van al die maksima en minima in die $(E, A^{\frac{1}{2}})$ -vlak is positief, dit wil sê die maksima en minima beweeg na hoër energie met toename in massagetal.

Die helling van die lokus van die langste reeks maksima en minima is die kleinste terwyl die helling van die lokus van die kortste reeks baie groot is.

(iv) Die halfbreedtes en separasie-afstande van die maksima en minima is van dieselfde orde vir aangrensende families en neem toe met energie en massagetal.

Vir 'n bepaalde element neem die halfbreedtes en separasie-afstande tussen opeenvolgende maksima en minima toe met energie. In dieselfde reeks maksima of minima word die halfbreedtes sistematies groter vir swaarder elemente terwyl die verwydering tussen opeenvolgende maksima en minima ook toeneem.

v) Die bedrag van die maksima en minima in elke reeks neem reëlmatig toe met massagetal, terwyl die bedrag van opeenvolgende maksima en minima vir dieselfde element afneem met toenemende energie.

Vir elke element is die bedrag van die maksimum en minimum in 'n bepaalde reeks kleiner as die bedrag van die maksimum en minimum in die voorafgaande reeks. Die bedrag van die maksima en minima is klaarblyklik vir alle elemente in 'n hoër energiereeks relatief groter as die maksima en minima in die deursnitte van alle elemente wat die daaropvolgende reeks vorm.

vi) Die totale deursnitte ossilleer om 'n middelwaarde wat benaderd deur $2\pi(R+\lambda)^2$ gegee word, waar R die kernstraal is en λ die gerasionaliseerde De Broglie-golflengte van die neutron⁵⁾.

Die totale deursnit σ_t kan dus benader word deur

$$\sigma_t \approx 2\pi(R+\lambda)^2 + g(E, A^{1/2}) \quad (2.1)$$

waar $g(E, A^{1/2})$ ossillatories is in beide E en $A^{1/2}$. By lae energieë is die amplitude van $g(E, A^{1/2})$ ongeveer 25% van die middelwaarde van die totale deursnit by die betrokke resonansenergie. Die nulpunte van $g(E, A^{1/2})$ beweeg na hoër energieë met toename in massagetal.

2.3.2. Absorpsiedeursnit:

As funksies van energie en massagetal word die waargenome absorpsiedeursnitte gekenmerk deur die afwesigheid van 'n sterk, duidelike resonansiestruktuur (Fig. 3.)

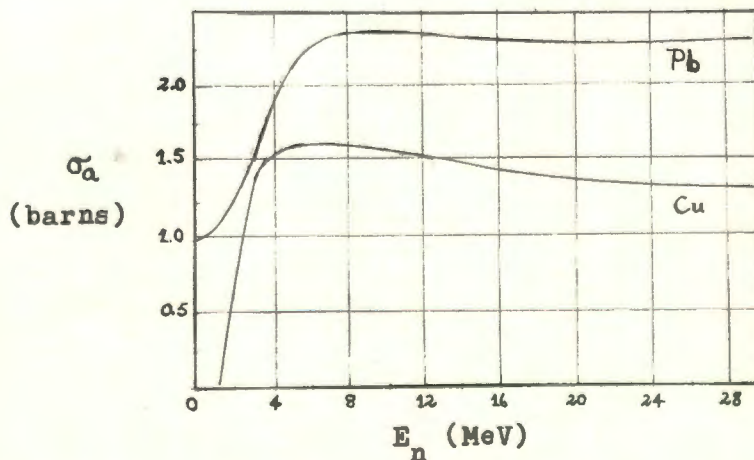


Fig. 3: Waargenome absorpsiedeursnitte vir lood en koper as funksies van neutronenergie¹⁸⁾.

Die volgende eienskappe is kenmerkend van die waargenome absorpsiedeursnitte van die meeste elemente:

i) Bo die drumpelenergie neem die deursnitte toe tot 'n maksimum wat oorgaan in 'n plateau êrens tussen 3 en 6 MeV. Onderkant die drumpelenergie is die deursnit baie klein totdat die energie van die invallende neutron groter word as die energie van die eerste opgewekte toestand van die skyfkern. Vir kerne met groot niveaus-afstande soos bv. Pb, neem die deursnit stadiger toe as die deursnit van kerne wat gekenmerk is deur diggespasiëerde niveaus, soos bv. Cu.

ii) Die deursnitte varieer baie min met energie vir neutronenergieë tussen 8 en 14 MeV. Binne die eksperimentele foutegrens van die waarnemings is daar in hierdie gebied geen aanduiding van maksima of minima nie.

iii) Die absorpsiedeursnitte verminder stadig met energie vir neutronenergieë tussen 14 en 30 MeV. 'n Uitsondering is die absorpsiedeursnitte van Sn en Pb wat klaarblyklik toeneem vir neutronenergieë groter as 20 MeV.

iv) By 'n bepaalde neutronenergie neem die absorpsiedeursnit reëlmatig toe met massagetal volgens

$$\sigma_a \sim \pi (R + \lambda)^2 \quad (2.2)$$

In Fig. 4 word die nie-elastiese deursnitte vir 23 elemente by 14.2 MeV uitgeteken as 'n funksie van die massagetal A. Die gladde kurwe

is die beste kurwe deur die eksperimentele punte.

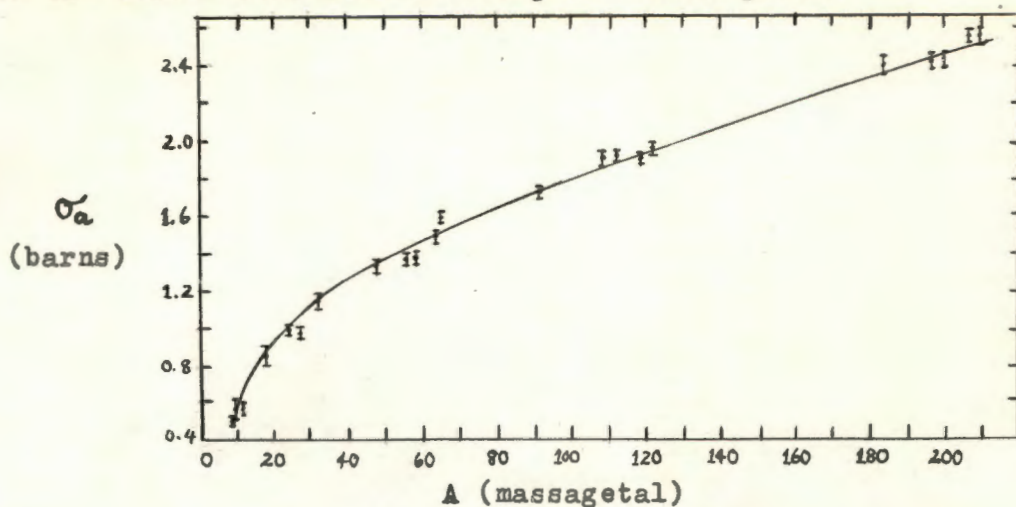


Fig. 4: Absorpsiedeurnitte by 14.2 MeV as 'n funksie van Massagetal.

v) Vir 'n bepaalde element is die absorpsiedeurnit in die energiegebied van 7 tot 30 MeV benaderd gelyk aan die geometriese deurnit,

$$\sigma_a \approx \pi (R + \lambda)^2 \quad (2.3)$$

soos deur MacGregor, Ball en Booth aangetoon is¹⁸⁾.

Die waargenome absorpsiedeurnitte word dus - in teenstelling met die totale deurnitte - gekenmerk deur die afwesigheid van 'n resonansiestruktuur tot by neutronenergieë van ongeveer 14 MeV en 'n monotone afname met energie by hoër neutronenergieë.

Uit die voorafgaande analise van die eksperimentele gegewens is dit duidelik dat die resonansiestruktuur in die gemiddelde totale deurnitte nie deur die absorpsiedeurnit bepaal word nie, maar alleen afhanglik is van die resonansiestruktuur van die elastiese deurnit as 'n funksie van massagetal of energie.

3. DIE OPTIESE MODEL.

Die kontinuumteorie van Feshbach, Peaslee en Weisskopf^{20,21)} het voorspel dat die gemiddelde totale deursnit 'n monotoon afnemende funksie van die neutronenergie sal wees. Barschall se ontdekking van die reuse resonansies het 'n wysiging van hierdie kontinuumteorie genoodsaak. Breë maksima in die gemiddelde totale deursnitte as funksie van energie en massagetal word voorspel deur die optiese of komplekse potensiaal model van Feshbach, Porter en Weisskopf¹⁾.

3.1. Die Kontinuumteorie van Feshbach en Weisskopf:

In die skematiese teorie van Feshbach en Weisskopf word alleen gemiddelde deursnitte oor individuele resonansies as funksies van massagetal en energie behandel. In die lae energiegebied waar nou gespasieëerde resonansies wel voorkom, verwys die teorie na die gemiddelde waarde van die betrokke deursnit oor 'n energiegebied wat verskeie compoundkern resonansies insluit. In die hoë energiegebied is die individuele fluktuasies in die deursnitte relatief klein en swak: soos die energie toeneem, word die resonansieniveaux breër - die niveaux begin oorvleuel en vorm 'n kontinuum. In dié energiegebied behoort die kontinuumteorie direk die waargenome deursnitte te voorspel.

Die afleidings van die uitdrukkings vir die deursnitte verskil in die hoë en lae energiegebied. Die onderste grens van die

hoë energiegebied word vasgelê deur die voorwaarde dat die energie van die invallende neutron so groot moet wees dat verskeie uitgangskanale beskikbaar is vir die verval van die compoundkern. In die hoë energiegebied is dus nog ingesluit die neutron energieë E wat heelwat groter is as die laagste opwekkingsenergie van die skyfkern ($E \gg 2 \text{ MeV}$).

Die berekening van die deursnitte in die hoë energiegebied geskied na aanleiding van die Bohr hipotese van die compoundkern: Sodra die neutron die kern binne gedring het, verlaat dit nie weer die kern via die ingangskanaal nie. Die matematiese formulering van hierdie beginsel is

$$\phi^i \sim e^{-iKr} \quad (3.1)$$

waar ϕ^i die gemodifiseerde radiale golffunksie van die neutron binne die kern is en K die golfgetal is wat ooreenstem met die gemiddelde kinetiese energie van die neutron in die kern. Die eksterne golffunksie ϕ^e is 'n lineêre kombinasie van 'n inlopende en uitlopende golf u_l en v_l onderskeidelik

$$\phi^e = u_l - \eta_l v_l \quad (3.2)$$

waar die faktor η_l bepaal word deur die refleksie van die neutron-golf aan die kernrand.

Toepassing van die randkondisies op die interne en eksterne golffunksies (3.1) en (3.2) lei tot die volgende uitdrukking vir die gemiddelde totale deursnit

$$\sigma_t = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \left[\sin \delta_l + \frac{\cos 2\delta_l \left(\left| \frac{x}{v_l} \right|^2 + \chi \right) + \sin 2\delta_l \left[\chi \left| \frac{v'}{v} \right| \cos(\delta'_l - \delta_l) \right]}{x^2 |v_l'|^2 + \chi^2 |v_l|^2 + 2\chi x} \right] \quad (3.3)$$

waar $k = \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{1/2}$ die golfgetal van die vrye neutron is en die fases δ en δ' in terme van v en sy afgeleide v' met betrekking tot $x=kr$ by $x=kR$ gedefinieer word deur

$$v = |v| e^{i\delta} \quad \text{en} \quad v' = |v'| e^{i\delta'}$$

Dieselfde uitdrukking word verkry vir die lae energiegebied.

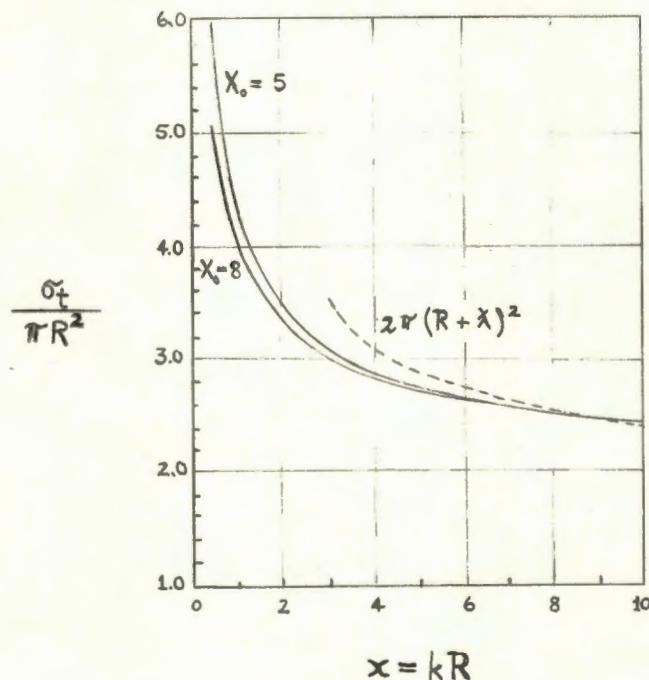


Fig. 5: $\frac{\sigma_t}{\pi R^2}$ as 'n funksie van $x = kR$ volgens die kontinuumteorie van Feshbach en Weisskopf²¹⁾.

In Fig. 5 word $\frac{\sigma_t}{\pi R^2}$ versus $x = kR$ uitgeteken volgens (3.3) vir verskillende skyfkerne met $X_0 = 5$ en $X_0 = 8$ onderskeidelik. Die totale deursnit benader $2\pi R^2$ vir hoë energieë. Die asimptotiese waarde word egter alleen bereik vir baie hoë waardes van $x = kR$. Die gedrag van σ_t word by hoër energieë beter benader deur die uitdrukking

$$\sigma_t \approx 2\pi(R+\lambda)^2 = 2\pi R^2 \left(1 + \frac{\lambda}{R}\right)^2 \quad (3.4)$$

wat minder as 10% afwyk van die berekende waarde van σ_t volgens (3.3). Dit is verstaanbaar as onthou word dat die posisie van die neutron ongedefinieerd is binne 'n gebied van die orde van λ . Vir baie klein x is

$$\sigma_t \approx \frac{4\pi}{k} \sim \frac{1}{v} \quad (3.5)$$

waar v die snelheid van die neutron is.

Dit is duidelik vanaf Fig. 5 dat die kontinuumteorie van Feshbach en Weisskopf 'n monotoon dalende verloop van die totale deursnit as 'n funksie van energie voorspel.

3.2. Die Optiese Model:

3.2.1. Algemeen: Toe die kontinuumteorie van Feshbach en Weisskopf ontwikkel is, was die beskikbare eksperimentele gegewens nie genoegsaam om aan te toon of die basiese aanname van volledige absorpsie 'n realistiese aanname is nie. 'n Sistematiese ondersoek deur Barschall e.a.⁸⁾ in die energiegebied van 0 tot 3 MeV het gelei tot die ont-

dekking van die sogenaamde reuse resonansies in die energiegebied waar die teorie van Feshbach en Weisskopf 'n monotone afname met energie voorspel.

Die sistematiese maksima en minima suggereer 'n interferensie-effek tussen die invallende neutrongolf en 'n gedeeltelik geabsorbeerde uitlopende golf, omdat die neutron nie altyd onmiddellik in 'n ingewikkelde meer-deeltjie beweging geïntegreer word nie nadat dit die kern binnegedring het nie. Feshbach, Porter en Weisskopf het aangetoon dat die reuse resonansies in die gemiddelde totale neutron-deursnitte kwalitatief voorspel kan word deur 'n optiese kernmodel waarin die swak interaksie tussen neutron en kern voorgestel word deur 'n komplekse potensiaal waarvan die imaginêre gedeelte klein is in vergelyking met die reële gedeelte.

3.2.2. Teorie van die Optiese Model: Die optiese model is gebaseer op die aanname dat 'n kernreaksie beskryf kan word deur 'n gereduseerde tweedeeltjie probleem waarin die interaksie beskou word tussen die nukleon en 'n potensiaal wat die gemiddelde invloed van die kern op die bombarderende deeltjie verteenwoordig, analoog aan die wyse waarop die interaksie van lig met materie deur 'n makro-skopiese brekingsindeks verteenwoordig word.

In optika kan 'n medium in sy interaksie met lig gekenmerk word deur 'n brekingsindeks n en 'n absorpsiekoëffisiënt κ . Op grond van die analogie tussen klassieke meganika en geometriese optika,

kan daar in die hoë energiegebied, waar $\lambda \ll R$, van 'n geometries-optiese benadering gebruik gemaak word om die verstrooiing van hoë-energie neutrone te verklaar, soos o.a. deur Fernbach, Serber en Taylor⁷⁾ aangetoon is. Optiese probleme waarvoor $\lambda \gg a$, die afstand waaroor die brekingsindeks varieer, moet egter verklaar word in terme van golweoptika deur die oplossings van die golwe vgl.

$$\nabla^2 \phi + \left(\frac{n+i\kappa}{c} \right)^2 \phi = 0 \quad (3.6)$$

In die analoë geval in kernfisika waar $\lambda \gg R$, dit is die lae energiegebied, word die beweging van die neutron in die kern beskryf deur die Schrödinger vgl.

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E - (V + iW)] \psi = 0 \quad (3.7)$$

op grond van die analogie tussen golwe-optika en golwe-meganika.

Die komplekse potensiaal $V+iW$ verteenwoordig die gemiddelde interaksie tussen nukleon en kern: die reële gedeelte V beskryf die refraksie van die nukleon en die imaginêre gedeelte W die absorpsie van die nukleon uit die invallende bundel.

Die gemiddelde interaksiepotensiaal $V+iW$ is nie in staat om die individuele compoundkern resonansies in die ware parsiale deursnitte

$$\sigma_{r,l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - |\eta_l|^2) \quad (3.8)$$

$$\sigma_{s,l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |1 - \eta_l|^2 \quad (3.9)$$

$$\text{en} \quad \sigma_{t,l} \equiv \sigma_{r,l} + \sigma_{s,l} = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) (1 - \text{Re } \eta_l) \quad (3.10)$$

te verklaar nie, maar lewer voorspellings oor die middelwaardes

$$\bar{\sigma}_{r,l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \overline{(1-|\eta_l|^2)} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1-\overline{|\eta_l|^2}) - \sigma_{f,l} \quad (3.11)$$

$$\bar{\sigma}_{s,l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \overline{|1-\eta_l|^2} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) |1-\bar{\eta}_l|^2 + \sigma_{f,l} \quad (3.12)$$

$$\bar{\sigma}_{t,l} = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) (1 - \text{Re } \bar{\eta}_l) = \bar{\sigma}_{r,l} + \bar{\sigma}_{s,l} \quad (3.13)$$

waar

$$\sigma_{f,l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \overline{|\eta_l - \bar{\eta}_l|^2} \quad (3.14)$$

die gemiddelde kwadratiese afwyking is van die refleskoeffisiënt

η_l van sy middelwaarde

$$\bar{\eta}_l = \frac{1}{\Delta E} \int_{E' - \frac{\Delta E}{2}}^{E' + \frac{\Delta E}{2}} \eta_l(E') dE' \quad (3.15)$$

in 'n energie-interval ΔE waarin 'n groot aantal compoundkern resonansies ingesluit is, maar wat nie so groot is dat die golfgetal k baie varieer nie.

Die gemiddelde elastiese deursnit $\bar{\sigma}_{s,l}$ is die gemiddelde deursnit vir verstrooiing van die invallende neutrone deur die ingangskanaal. Dit sluit sowel vorm-elastiese verstrooiing as compound-elastiese verstrooiing in.

In (3.11) en (3.12) word $\sigma_{f,l}$ nou geïdentifiseer met die gemiddelde compound-elastiese verstrooiing $\sigma_{ce,l}$ en

$$\bar{\sigma}_{r,l} \equiv \sigma_{c,l} \quad (3.16)$$

$$\bar{\sigma}_{s,l} \equiv \sigma_{se,l} \quad (3.17)$$

onderskeidelik met die compoundkern vormingsdeursnit $\sigma_{c,l}$ en die elastiese verstrooiingsdeursnit $\sigma_{se,l}$ van 'n gemiddelde verteenwoor-

digende enkeledeeltje probleem waarvoor die deursnitte in terme van die gemiddelde refleksiëkoëffisiënt $\bar{\eta}_l$ in analogie met (3.8), (3.9) en (3.10) gedefinieer word as

$$\sigma_c = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{c,l} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |\bar{\eta}_l|^2) \quad (3.18)$$

$$\sigma_s = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{s,l} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - \bar{\eta}_l|^2 \quad (3.19)$$

en
$$\bar{\sigma}_t \equiv \sigma_c + \sigma_s = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - \text{Re } \bar{\eta}_l) \quad (3.20)$$

Die optiese potensiaal word nou gedefinieer as daardie potensiaal wat die gemiddelde deursnitte σ_c , σ_s en $\bar{\sigma}_t$ korrek voorspel vanaf die oplossing van die Schrödinger vgl.

$$\nabla^2 \psi_l + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - (V + iW) + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \psi_l = 0 \quad (3.21)$$

3.2.3. Die Komplekse Potensiaalmodel van Feshbach, Porter en

Weisskopf: Feshbach, Porter en Weisskopf het aangetoon

dat die oplossing van die Schrödinger vgl. vir die komplekse kaspotensiaal

$$V = \begin{cases} -V_0(1+i\zeta) & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (3.22)$$

tot die volgende uitdrukkings lei vir $\bar{\sigma}_t$ en σ_c :

$$\bar{\sigma}_l = \sum_{l=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{t,l} = \frac{4}{x^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left[\sin^2 \delta_l + s_l \frac{M_l \cos 2\delta_l - N_l \sin 2\delta_l}{M_l^2 + N_l^2} \right] \quad (3.23)$$

en

$$\sigma_c = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{c,l} = \frac{4}{x^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) s_l \frac{-\operatorname{Im} f_l}{M_l^2 + N_l^2} \quad (3.24)$$

waar die reële funksies Δ_l , s_l , δ_l , M_l en N_l gedefinieer is in terme van die sferiese Bessel, Neumann en Hankel funksies

$j_l(x)$, $n_l(x)$, $h_l(x)$ en hulle afgeleides $j'_l(x)$, $n'_l(x)$, $h'_l(x)$ deur

$$\Delta_l + i s_l = 1 + x \frac{h'_l(x)}{h_l(x)}$$

$$\delta_l = \arctan \left[- \frac{j'_l(x)}{n_l(x)} \right]$$

$$M_l = s_l - \operatorname{Im} f_l$$

$$N_l = -\Delta_l + \operatorname{Re} f_l$$

met $x = kR$ en $h_l(x) = j_l(x) + i n_l(x)$

Die parsiale deursnitte $\bar{\sigma}_{t,l}$ en $\sigma_{c,l}$ word bereken deur gebruik te maak van die rekursieformule

$$f_l = \frac{x^2}{l - f_{l-1}} - 1 \quad (3.25)$$

waar

$$X = X_1 + iX_2 = KR \quad (3.26)$$

met
$$K = K_1 + iK_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E - (V + iW)]} \quad (3.27)$$

Die parsiale deursnit $\sigma_{t,l}$ is 'n maksimum as

$$f_l = 0 \quad \text{waar} \quad f_l = \frac{1}{R} \left(\frac{dW_l}{du_l} \right)_{r=R}, \quad (3.28)$$

maar die voorwaarde kan alleen bevredig word as

$$X_2 = K_2 R \ll 1 \quad (3.29)$$

Vir $X_2 \gg 1$, kan die resonansvoorwaarde (3.28) nooit bevredig word nie en reduceer die uitdrukking (3.23) vir die totale deursnit na die uitdrukking (3.3) van die kontinuümteorie van Feshbach en Weisskopf.

Die fisiese betekenis van die noodsaaklike voorwaarde (3.29) kan soos volg verduidelik word vir s-golwe ($l=0$) waarvoor die oplossing van die Schrödinger vgl. (3.21) vir $r < R$

$$\begin{aligned} u_0^i(r) &\sim \sin Kr \\ &\sim e^{-iK_1 r} - e^{-2K_2 r} e^{iK_1 r} \quad \text{is.} \end{aligned} \quad (3.30)$$

By die kernrand $r = R$ is die interne golffunksie $u_0^i(R)$ met ander woorde 'n lineêre kombinasie van 'n inlopende golf en 'n gedempte uitlopende golf. Vir sterk absorpsie sal $e^{-2K_2 R} \rightarrow 0$, d.w.s. $K_2 R \gg 1$. Die interne golffunksie (3.30) reduceer dan na die in-

terne golffunksie

$$u_0^i(R) \sim e^{-iK_1 R} \quad (3.31)$$

van die kontinuums teorie van Feshbach en Weisskopf wat 'n monotone afname vir die gemiddelde totale deursnit voorspel.

Vir swak absorpsie sal $e^{-2K_2 R} \approx 1$ en dus $K_2 R \ll 1$. Die invallende golf beweeg na onvolledige absorpsie weer uit die kern met verminderde amplitude. Uit die interferensie tussen die invallende vlakgolf en die gedeeltelike geabsorbeerde golf ontstaan maksima en minima in die totale deursnitte.

Berekeninge vir die gemiddelde totale deursnitte is deur Feshbach, Porter en Weisskopf uitgevoer volgens (3.23) vir

$$\begin{aligned} V_0 &= 42 \text{ MeV} \\ \gamma &= 0.05 \\ 0.05 &\leq E \leq 3 \text{ MeV} \\ R &= 1.45 A^{1/3} \text{ f.} \end{aligned}$$

'n Eienskap van die berekeninge is dat breë maksima en minima in die totale deursnitte as funksies van energie en massagetal voorspel word. Die berekende posisies is kwalitatief in ooreenstemming met die waargenome posisies van die maksima.

Die model het egter 'n aantal belangrike gebreke geopenbaar wat daarop gedui het dat die eenvoudige kaspotensiaal (3.22) nie volledig die interaksie kan verteenwoordig nie.

3.2.4. Die Volledige Optiese Potensiaal: Uit verdere ontwikkelings van die model van Feshbach, Porter en Weisskopf het dit op grond van teoretiese en fenomenologiese oorwegings geblyk dat kwantitatiewe aanpassing tussen die teoretiese berekeninge en die eksperimentele gegewens alleen verkry kan word met 'n meer volledige vorm van die optiese potensiaal²²⁾ waarin:

i) Die kaspotensiaal vervang word deur 'n meer realistiese afgeronde potensiaal.

Die diskontinuiteit in die kaspotensiaal veroorsaak dat die vorm-elastiese verstrooiingsdeursnit te hoë waardes aanneem ten koste van die compound-kernvormingsdeursnit. 'n Afgeronde potensiaal verhoog die compound-kernvormingsdeursnit en verminder die elastiese verstrooiingsdeursnit²²⁾.

ii) Die absorpsie in die oppervlakte gekonsentreer word.

By lae energieë is die interaksie tussen neutron en kern naby die oppervlakte gekonsentreer, waar die invloed van die Pauli-effek, wat alle botsings verhinder waarvoor die finale energieë van die botsende deeltjies minder as die Fermi-grens energie is, afneem²³⁾. Suiwer gekonsentreerde oppervlakte-absorpsie alleen is egter onrealisties aangesien kernmaterie nog altyd absorpsie-eienskappe besit. 'n Meer realistiese radiale distribusie van die imaginêre potensiaal W is 'n konstante volume-absorpsie aan die binnekant van die kern wat oorgaan in 'n gekonsentreerde oppervlakte-absorpsie

potensiaal by die kernrand^{24,25)}. Die verhouding tussen oppervlakte en volume-absorpsie neem af met energie, totdat die oppervlakte-absorpsie vir energieë groter as 40 MeV nie meer optree nie aangesien die Pauli-effek by sulke energieë geen rol meer speel nie.

iii) 'n Spin-baan potensiaal bygevoeg word. Die spin-baan potensiaal moet bygevoeg word om die polarisasieverskynsels in die verstrooiing van neutrone te kan verklaar²²⁾.

iv) Die lokale potensiale V en W energie-afhanklik gemaak word.

Die energie-afhanklikheid van die reële lokale potensiaal V is te wyte aan die nie-lokaliteit van die interaksie^{26,27)}, terwyl die energie-afhanklikheid van die imaginêre potensiaal W klaarblyklik toegeskryf moet word aan die effek van die Pauli beginsel by lae energieë²²⁾.

Die nie-lokale potensiaal van Perey en Buck en sy benadering deur 'n „ekwivalente” lokale potensiaal:

Perey en Buck⁶⁾ het aangetoon dat die energie-afhanklikheid van neutroneursnitte in die energiegebied tot by 30 MeV volledig beskryf kan word deur 'n nie-lokale interaksie van die vorm²⁷⁾

$$K(\vec{r}, \vec{r}') = U\left(\left|\frac{\vec{r} + \vec{r}'}{2}\right|\right) f(\vec{r} - \vec{r}')$$

waar $U = V + iW$, en $f(\vec{r} - \vec{r}')$ 'n funksie is wat die nie-lokaliteit van U oor 'n reikafstand β definieer.

Dit kan aangetoon word²⁸⁾ dat 'n konstante nie-lokale potensiaal V_N eksak deur 'n ekwivalente energie-afhanklike lokale potensiaal verteenwoordig kan word. Daar word aangeneem dat daar 'n konstante nie-lokale potensiaal V_N bestaan waardeur die nie-lokale interaksie uitgedruk kan word as²⁶⁾

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + E\right)\phi_N(\vec{r}) = V_N \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r}-\vec{r}') \phi_N(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (3.32)$$

Hierdie vergelyking is ekwivalent aan die Schrödinger vgl.

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + E\right)\phi_L(\vec{r}) = V_L \phi_L(\vec{r}) \quad (3.33)$$

vir 'n energie-afhanklike lokale interaksiepotensiaal V_L , soos direk uit (3.32) en (3.33) blyk as die Fourier getransformeerdes

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + E\right)\tilde{\phi}_N(k) = V_N \tilde{f}(k) \tilde{\phi}_N(k) \quad (3.34)$$

en

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + E\right)\tilde{\phi}_L(k) = V_L \tilde{\phi}_L(k) \quad (3.35)$$

van (3.32) en (3.33) gevorm word. Die energie-afhanklikheid word volgens (3.34) en (3.35) gedefinieer as

$$\begin{aligned} V_L &= V_N \tilde{f}(k^2) \\ &= V_N \tilde{f}\left[\frac{2m}{\hbar^2}(E - V_L(E))\right] . \end{aligned} \quad (3.36)$$

Vir die Gaussfunksie²⁶⁾

$$f(|\vec{r}-\vec{r}'|) = \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}\beta^3} \exp\left[-\left(\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{\beta}\right)^2\right] \quad (3.37)$$

word die energie-afhanklike lokale potensiaal V_L in terme van die konstante potensiaal V_N implisiet as 'n funksie van die energie gedefinieer deur

$$V_N = V_L(E) \exp \left[\frac{m\beta^2}{2\hbar^2} (E - V_L(E)) \right] \quad (3.38)$$

In Fig. 15 word $V_L(E)$ vir $V_N = 71$ MeV en $\beta = 0.85$ f. aange-
toon.

3.2.5. Interpretasie van die Reuse Resonansies: Die maksima en minima in die totale deursnitte van die komplekse potensiaalmodel van Feshbach, Porter en Weisskopf word geïnterpreteer as resonansies van enkele parsiale golwe in die komplekse potensiaalput. In die limiet van zero-energie ($kR \ll 1$) waar hoofsaaklik s-golfverstrooiing plaasvind, word die maksima geïnterpreteer as s-golf resonansies. Soos die energie toeneem, word die gemiddelde totale deursnit al meer bepaal deur die som van die bydraes van alle parsiale golwe (vgl. (3.23)) wat aan die verstrooiing deelneem. Die maksima by hoër energieë word nou toegeskryf aan resonansie van dié enkele parsiale golf wat by die resonans-energie telkens die grootste bydrae tot die deursnit lewer.

Die gemiddelde totale deursnit (3.23) is die som van die gemiddelde deursnitte $\bar{\sigma}_{t,l}$ vir elke parsiale golf waarvoor $l \leq kR$. Vir die l -te parsiale golf is die parsiale deursnit 'n maksimum as aan die algemene resonansvoorwaarde

$$f_l \approx 0 \quad (3.39)$$

met $K_2 R \ll 1$ voldoen word. Die resonansvoorwaarde (3.39) reduseer vir s-golwe ($l = 0$) na

$$K_1 R = (K_0^2 + k^2)^{\frac{1}{2}} R \approx (n - \frac{1}{2}) \pi \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.40)$$

en vir p-golwe ($l = 1$) na

$$K_1 R = (K_0^2 + k^2)^{\frac{1}{2}} R \approx n \pi \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.41)$$

met

$$K_0^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} \quad (3.42)$$

Die interpretasie van die maksima en minima in die totale deursnitte as die resonansie van enkele parsiale golwe blyk onmiddellik deur substitusie van

$$K_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi \sqrt{2m(E + V_0)}}{\hbar} \quad (3.43)$$

in (3.40) en (3.41). Dit gee

$$2R = (2n - 1) \frac{\lambda_1}{2} \quad \text{s-golwe, } n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.44)$$

$$2R = n \lambda_1 \quad \text{p-golwe, } n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.45)$$

Die kerndeursnit is 'n heeltallige veelvoud van halfgolflengtes (s-golwe) en golflengtes (p-golwe), wat ooreenkom met die voorwaarde vir herhaaldelike konstruktiewe refleksies van die parsiale golf in

die kern - dit is resonansie van die betrokke parsiale golf in die potensiaalput.

Lane en andere^{29,30)} het dié interpretasie verder uitgebrei. Daar is egter weinig ooreenkoms tussen die berekende en waargenome posisies van die maksima.

Peterson⁵⁾ wys daarop dat die volgende oorwegings toon dat die interpretasie van die maksima as resonansies van enkele parsiale golwe nie geldig is nie:

i) By lae neutronenergieë skuif die posisies van die berekende maksima na laer energie met toenemende energie in teenstelling met die waargenome resonans-energieë wat almal na hoër energieë beweeg met toename in massagetal.

Dit blyk uit (3.40) en (3.41) dat vir 'n konstante potensiaal V_0 en 'n konstante n , die resonansvoorwaardes alleen behoue bly as $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ afneem wanneer $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ toeneem. Die berekende resonans-energieë van sowel s as p golwe verminder gevolglik met toenemende massagetal. Vir p en hoëre parsiale golwe het Peterson⁵⁾ bewys dat die berekende maksima alleen na hoër energie beweeg met toename in massagetal, mits die betrokke resonans-energie E groter is as die sentrifugale barriere $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{mR^2}$ by die kernrand vir die resonerende parsiale golf. In die model van Feshbach, Porter en Weisskopf is die resonans-energieë vir $l \neq 0$ almal kleiner as die betrokke sentri-

fugale barriere: uit die bewys van Peterson is dit duidelik dat die posisie van die berekende maksima na laer energieë beweeg vir toename in massagetal.

ii) By hoë energieë is die bydraes van verskeie parsiale golwe tot die maksima van vergelykbare orde, sodat die maksima nie aan die bydrae van 'n enkele parsiale golf toegeskryf kan word nie.

Uit eksakte optiese model analyses van Bjorklund en Fernbach het Peterson die bydrae van elke parsiale golf tot die maksima in die totale deursnit bereken vir drie verteenwoordigende elemente en energieë in die middelste familie van maksima. (Fig. 6).

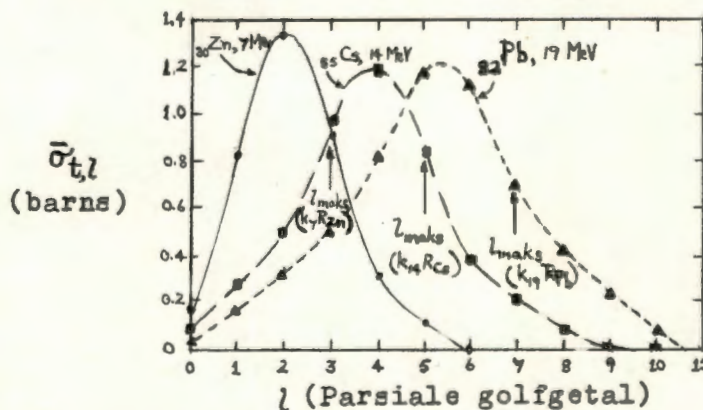


Fig. 6: Relatiewe bydraes van die parsiale deursnitte⁵⁾.

In Fig. 7 word die verhouding $\frac{\sigma_{t,l}}{\sigma_{t,l_{maks}}}$ vir elke parsiale golf uitgeteken waar $\sigma_{t,l_{maks}}$ die parsiale deursnit is wat die grootste bydrae tot die totale deursnit lewer.

(Fig. 7 vervolg bl.33)

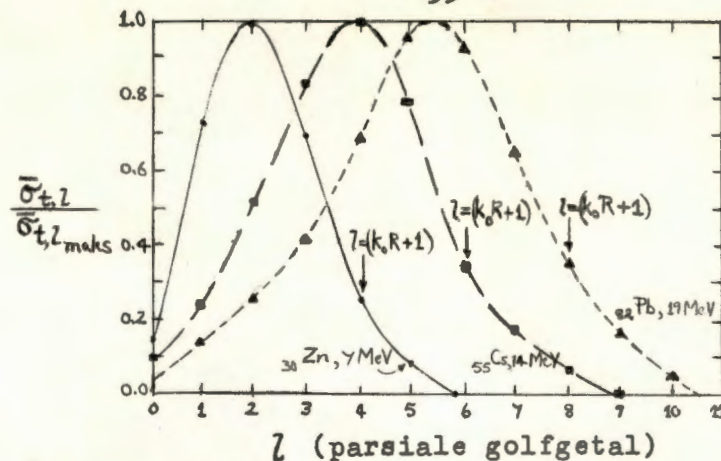


Fig. 7: Die verhouding $\frac{\bar{\sigma}_{t,l}}{\bar{\sigma}_{t,l_{maks}}}$.

Uit die figuur is dit duidelik dat die verhouding $\frac{\bar{\sigma}_{t,l}}{\bar{\sigma}_{t,l_{maks}}}$ vir $l \geq (k_0 R - 1)$ vir al drie elemente ongeveer dieselfde is, maar dat vir $l \leq (k_0 R - 1)$ die verskil tussen die bydraes van opeenvolgende parsiale deursnitte die kleinste is vir die grootste kern en die hoogste energie. By hoë energieë word die totale deursnitte van swaar kerne deur die som van 'n groot aantal parsiale deursnitte bepaal. Die maksimale bydrae word telkens deur die parsiale golf gelewer waarvoor $l = (k_0 R - 1)$, maar die laaste parsiale golf wat nog 'n belangrike bydrae lewer, word gegee deur $l = (k_0 R + 1)$.

iii) Die identiteit van die parsiale golwe wat die grootste bydraes tot die maksima lewer, verander oor 'n wye gebied in een en dieselfde familie (sien Fig. 7).

iv) Die afwesigheid van eksperimentele getuienis vir herhaaldelike konstruktiewe refleksies van die parsiale golwe in die kern.

Vir herhaaldelike sterk refleksies van die parsiale golf in die

kern, sou konstruktiewe interferensie tussen die opeenvolgende refleksies plaasvind vanweë die resonansvoorwaardes (3.44) en (3.45). Die absorpsiedeursnit sou van hierdie interferensie-effekte afhanglik wees en 'n bepaalde resonansiestruktuur toon. Uit die analise van die eksperimentele gegewens was dit duidelik dat die absorpsiedeursnitte juis gekenmerk word deur die afwesigheid van 'n resonansiestruktuur. Die optiese model voorspel self ook geen resonansiestruktuur vir die absorpsiedeursnitte nie. Verdere bevestiging vir die afwesigheid van sterk interne refleksies word verkry deur daarop te let dat die wydtes van die reuse resonansies in die totale deursnitte van dieselfde orde is as die separasie-afstand, terwyl die voorkoms van sterk konstruktiewe interne refleksies relatief nou en wydgespaseerde resonansies ten gevolge sou hê.

3.2.6. Gevolgtrekkings: Die voorafgaande oorwegings maak dit duidelik dat die interpretasie van die maksima as resonansies van enkele parsiale golwe onversoenbaar is met die eksperimentele gegewens in sowel die lae as hoë energiegebied. Ook is dié interpretasie teenstrydig met die basiese aanname van die formele teorie waar dit geblyk het dat die voorwaarde van swak absorpsie ($K_2 R \ll 1$) 'n noodsaaklike vereiste is vir die optrede van resonansies en dat die totale deursnit die som is van al die parsiale deursnitte van die golwe wat verstrooi word. Die resonansvoorwaarde ($f_l = 0$) stem ook ooreen met die voorwaarde vir perfekte transmissie van die

potensiaalbarriere sodat sterk refleksies nie sal optree nie.

Dit blyk dus dat die reuse resonansies gesien moet word as 'n interferensie-effek tussen die invallende golf en 'n gedeeltelik geabsorbeerde golf wat slegs eenmaal deur die kern beweeg het, sonder om weer aan die binnekant gereflekteer te word.

Dit word deur Peterson aangetoon dat die konsep van 'n „kern-Ramsauer-effek" 'n insiggewende en samevattende interpretasie van al drie kontinue families van reuse resonansies bied in terme van die interferensie tussen die gedeelte van die neutrongolf wat gedeeltelik deur 'n semi-deurigtige kern geabsorbeer is en die gedeelte wat om die kern gebuig is. Die kern-Ramsauer-effek is analoog aan die atomiese Ramsauer-effek.

4. DIE „KERN-RAMSAUER-EFFEK“.

Die atomiese Ramsauer-effek³¹⁾ is die verskynsel van die besonder klein minimum by ongeveer 0.7 eV in die verstrooiingsdeursnitte van elektrone deur die edelgasatome A, Kr en Xe (Fig. 8).

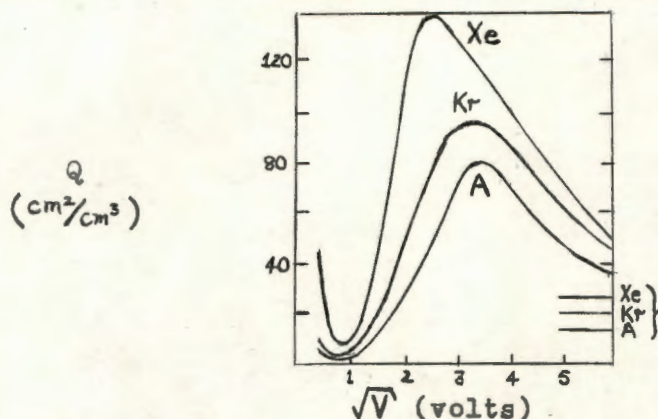


Fig. 8: Die atomiese Ramsauer-effek³¹⁾.

Voor hierdie minimume maksimum deur Ramsauer in die verstrooiingsdeursnit van Argon ontdek is, is daar vanaf die voorspellings van die gas-kinetiese teorie ver wag dat die deursnitte nie sou varieër met die elektronenergie, analoog aan die wyse waarop daar volgens die kontinuümteorie van Feshbach en Weisskopf^{20,21)} ver wag is dat die gemiddelde totale neutrondeursnitte 'n monotoon dalende funksie van die energie sou wees.

4.1. Teorie van die Atomiese Ramsauer-effek:

Die golfmeganiese uitdrukking vir die totale deursnit Q is

$$Q = \sum_{l=0}^{\infty} Q_l = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (4.1)$$

waar δ_l die faseverskuiwing is van die l -te parsiale golf in die invallende vlakgolf

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l j_l(kr) P_l(\cos \vartheta) \quad (4.2)$$

Omdat die edelgasatome relatief klein is en slegs uit geslote elektronskille opgebou is, is die interaksiegebied van die atoomveld relatief skerp gedefinieer. By lae energieë ≈ 1 eV word die deursnit net bepaal deur die bydrae van die eerste paar parsiale golwe in die vlakgolfontwikkeling (4.2).

Die totale deursnit is 'n absolute minimum wanneer die faseverskuiwing van elke parsiale golf waarvoor $l \leq ka$ (a is die straal van die atoom) 'n veelvoud van π is, d.w.s. as

$$\delta_l = n\pi \quad (4.3)$$

Die besonder lae minimum in die deursnit van Argon (Fig. 8) ontstaan volgens (4.1) omdat sowel δ_0 as δ_1 aan (4.3) voldoen met $\delta_0 \approx 3\pi$ en ook nog $\delta_1 \approx \pi$ vir baie lae energieë (vgl. Fig. 9).

(Fig. 9 vervolg bl. 38)

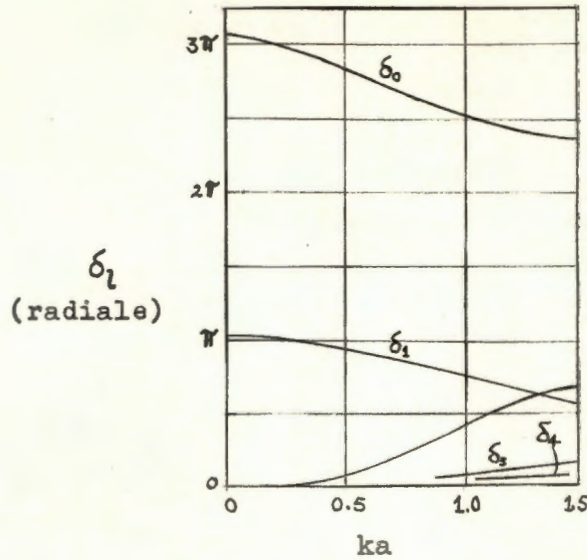


Fig. 9: Parsiale faseverskuiwings vir Argon as 'n funksie van ka ³⁸⁾.

By die maksimum is dit weereens elke parsiale golf wat 'n beduidende bydrae tot die maksimum lewer, alhoewel die p-golf die grootste bydrae gee (Fig. 10).

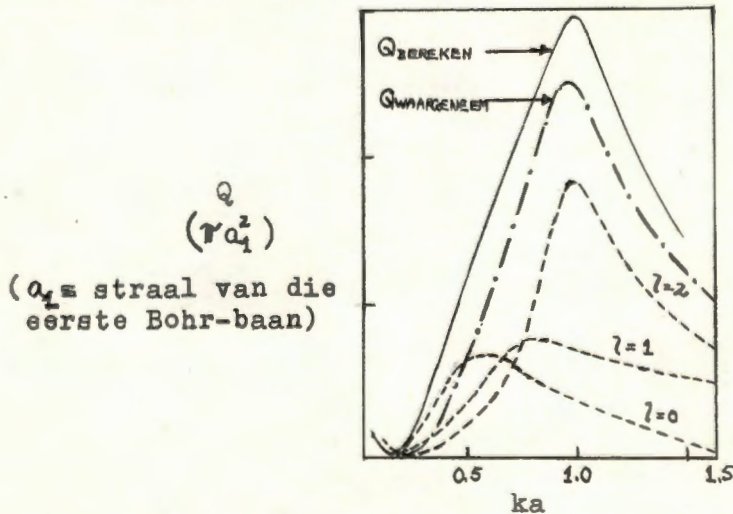


Fig. 10: Relatiewe bydraes van verskillende parsiale golwe tot die maksimum in Argon³⁸⁾.

Dit herinner aan die wyse waarop verskeie parsiale golwe ook bydra tot die maksima in die totale neutroneursnitte. By die Ramsauer-effek word die faseverskuiwings van al dié parsiale golwe waarvoor $l \ll ka$ in ag geneem vir die bepaling van die totale deursnitte.

Fisies kan die Ramsauer-effek voorgestel word as diffraksie van die elektron om die edelgasatoom. Die interne golffunksie word telkens op so 'n wyse binne die atoom verdraai dat dit glad en kontinu by die eksterne golffunksie aansluit nadat dit binne die kern 'n addisionele halwe ossillasie vir 'n minimum, of 'n addisionele volle ossillasie vir 'n maksimum voltooi het. Die effek is analoog aan perfekte transmissie van 'n potensiaalbarriere by bepaalde resonansenergieë waarvoor $ka = n\pi$.

4.2. Die „Kern-Ramsauer-effek“:

Die algemene ooreenkoms tussen die vorms van die elektron-atoom resonans in die totale elektroneursnitte en die reuse resonansies in die totale neutroneursnitte suggereer dat die konsep van 'n „kern-Ramsauer-effek“ moontlik 'n bevredigende verklaring van die reuse resonansies kan gee.

4.2.1. Die Fisiese Beginsel: Die basiese gedagte van die kern-Ramsauer-effek is die interferensie tussen die gedeelte van die vlakgolf wat om die kern beweeg en die gedeelte wat, effens gedemp, direk deur die kern beweeg het. Die totale deursnit is onder-

skeidelik 'n maksimum of 'n minimum vir destruktiewe of konstruktiewe interferensie tussen dié twee golfkomponente. 'n Skematiese voorstelling word in Fig. 11 aangedui.

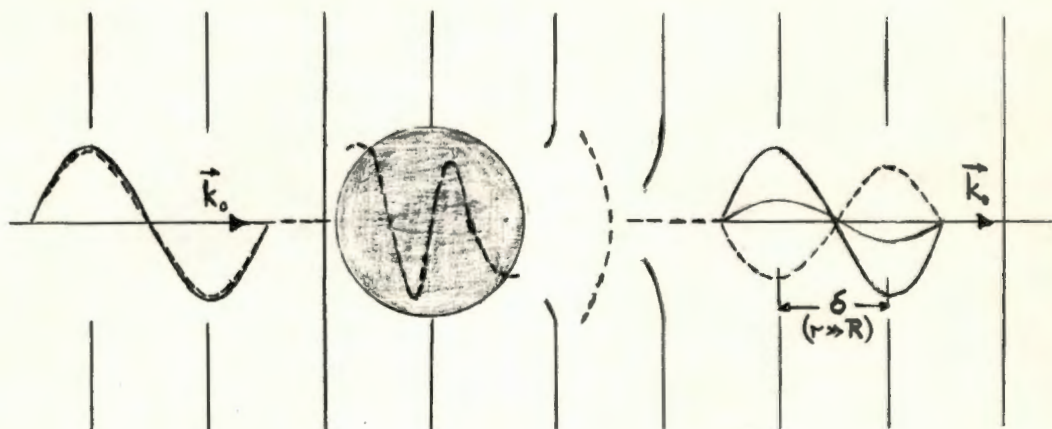


Fig. 11: Skematiese voorstelling van die kern-Ramsauer-effek vir 'n maksimum in die totale deursnit.

Vir destruktiewe interferensie moet die faseverskuiwing δ tussen die twee golwe 'n veelvoud van π wees, vir konstruktiewe interferensie 'n veelvoud van 2π , d.w.s.

$$\delta = m\pi \quad \begin{array}{l} \text{maksima vir } m \text{ onewe} \\ \text{minima vir } m \text{ ewe} \end{array} \quad (4.4)$$

Vir maksima en minima moet die energie van die invallende neutron en die kernstraal dus van so 'n orde wees dat daar onderskeidelik 'n addisionele veelvoud van half of volle ossillasies van die golf wat deur die kern beweeg relatief tot die golf wat om die kern beweeg, in die kerndeursnit sal inpas.

4.2.2. Toepassings van die Kern-Ramsauer-effek. Fernbach, Serber en Taylor⁷⁾ het hierdie beginsel toegepas in die eerste optiese model analise om die waargenome deursnitte vir neutrone by 90 MeV te verklaar. Lawson²⁵⁾ het aangetoon dat hierdie beginsel tot 'n eenvoudige uitdrukking lei vir die loki van die posisies van die waargenome maksima en minima in die $(E, A^{1/3})$ -vlak vir hoë energie neutrone (30 - 150 MeV) soos dit deur Taylor en Wood¹⁰⁾ waargeneem is. Peterson⁵⁾ het die afleiding van Wilson uitgebrei om aan te toon dat die konsep van 'n kern-Ramsauer-effek 'n eenvoudige dog insiggewende interpretasie van die reuse resonansies bied in terme van 'n vereenvoudigde semi-klassieke optiese model.

4.2.2.1. Die Optiese Model van Fernbach, Serber en Taylor:

Die semi-klassieke optiese model van Fernbach, Serber en Taylor⁷⁾ berus op 'n geometriese benadering en is daarom beperk tot die hoë energiegebied waar $\lambda \ll R$.

Die kern word voorgestel as 'n sfeer met 'n reële brekingsindeks n en 'n absorpsiekoëffisiënt K vir die invallende neutrongolwe. In die algemene formalisme van die optiese model word die reaksie beskryf deur die oplossing ψ van die Schrödinger vgl.

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E + (V + iW)] \psi = 0 \quad (V > 0; W > 0) \quad (4.5)$$

in terme van die interne golfgetal

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E + (V + iW)]}^{1/2} \quad (4.6)$$

Ontwikkel (4.6) in terme van magte van W as

$$K = \left[\frac{2m(E+V)}{\hbar^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left(1 + i \frac{W}{2(E+V)} + \frac{W^2}{8(E+V)^2} + \dots \right) \quad (4.7)$$

In die energiegebied waar

$$\frac{W}{2(E+V)} \ll 1 \quad (4.8)$$

is die interne golfgetal (4.7)

$$K \approx K' + i \frac{\kappa}{2} \quad (4.9)$$

waar

$$K' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} (E+V)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

en

$$\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \frac{W}{(E+V)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.11)$$

Op grond van die analogie tussen die Schrödingervgl. (4.5) en die differensiaalvgl.

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{c^2} \left(n + i \frac{\kappa}{2} \right)^2 \phi = 0 \quad (4.12)$$

van die golwe-optika, word die kern voorgestel as 'n sfeer met 'n reële brekingsindeks

$$n = \frac{K'}{k} = \left(\frac{E+V}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

en 'n absorpsiekoëffisiënt

$$\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \frac{W}{(E+V)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.14)$$

Die reële gedeelte van die komplekse brekingsindeks is afhank-

lik van die diepte van die kernpotensiaal V wat bepaal word deur die bindingsenergie van die neutron en die Fermi-grens energie. Fernbach e.a. neem $V = 30$ MeV vir neutrone by 'n energie van 90 MeV. Die absorpsiekoëffisiënt K is direk afhanklik van die imaginêre potensiaal W , wat op sy beurt bepaal word deur die nukleondigtheid en die effek van die Pauli beginsel.

Die totale deursnit

$$\sigma_t = \sigma_d + \sigma_a \quad (4.15)$$

is die som van die diffraksie verstrooiingsdeursnit σ_d en die absorpsiedeursnit σ_a . Laasgenoemde is die deursnit vir alle prosesse waarby die energie van die invallende nukleon verander. Die diffraksie of elastiese deursnit is 'n maatstaf van die versteurde diffraksieverstrooiing wat ontstaan uit die interferensie tussen die golfkomponent wat om die kern gebuig is en die golfkomponent wat na gedeeltelike absorpsie deur die semi-deursigtige kern weer met 'n verminderde amplitude en 'n relatiewe faseverskuiwing ten opsigte van die gediffrakteerde golfkomponent met onveranderde energie uit die kern beweeg.

Vir 'n diffuse kernrant kan refleksie by alle oppervlaktes verontagsaam word vir $E = 90$ MeV. In die afleiding van Fernbach, Serber en Taylor vir die deursnitte word refraksie van die neutrongolwe aan die oppervlakte van die sfeer verwaarloos omdat die brekingsindeks (4.13) vir $V = 30$ MeV.

$$n = \left(1 + \frac{V}{E}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{30}{90}\right) \approx 1.0 + 0.16 \approx 1 \quad (4.16)$$

by 'n energie van 90 MeV. Die benadering beperk die model tot die hoë energiegebied waar $\frac{V}{2E} \ll 1$.

Die semi-klassieke metode waarvolgens uitdrukkings vir die deursnitte afgelei word, is kortliks soos volg: In die hoë energiegebied waar $\lambda \rightarrow 0$, kan die absorpsiedeursnit $\sigma_{a,A}$ vir 'n willekeurige oppervlakte A in die golffront benader word deur die produk van die maksimale geometriese reaksiedeursnit A en die waarskynlikheid $(1 - |\eta_A|^2)$ vir 'n botsing as

$$\sigma_{a,A} \approx A(1 - |\eta_A|^2) \quad (4.17)$$

waar η_A die relatiewe amplitude en faseverskuiwing is tussen die deurgelate en gediffrakteerde golfkomponente in die verstrooide golf

$$\psi_s = e^{ikz} - \eta_A e^{ikz} = (1 - \eta_A) e^{ikz} \quad (4.18)$$

Die diffraksiedeursnit $\sigma_{d,A}$ of elastiese verstrooiingsdeursnit, is eweredig aan die produk van die geometriese reaksiedeursnit A en die intensiteit van die verstrooide golf $|1 - \eta_A|^2$, d.i.

$$\sigma_{d,A} = A|1 - \eta_A|^2 \quad (4.19)$$

Vir 'n differensiaalelement in 'n sirkelvormige ring met straal ρ en breedte $d\rho$ in die invallende vlakgolffront is die faseverskil

Δ_f gussen die komponent wat deur die kern beweeg en die gedeelte wat om die kern beweeg

$$\Delta_f = 2k_1 s_f \quad (4.20)$$

waar die padverskil $2s_f$ vir geen refraksie ($n = 1$) gegee word deur

$$s_f^2 = R^2 - \rho^2 \quad (4.21)$$

en

$$k_1 = K' - k_0 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} [(E + V)^{\frac{1}{2}} - E^{\frac{1}{2}}] \quad (4.22)$$

Die amplitude van die deurgelate golf is relatief tot die amplitude van die golf wat om die kern beweeg het, verminder met 'n faktor $e^{-\kappa s_f}$. Vir 'n tipiese differensiaalelement in 'n sirkelvormige ring met straal ρ in die golffront is die fasefaktor dus

$$\eta_\rho = e^{(-\frac{\kappa}{2} + ik_1)2s_f} \quad (4.23)$$

Die geometriese deursnit vir al die differensiaalelemente in 'n sirkelvormige ring met breedte $d\rho$ en straal ρ is $2\pi\rho d\rho$, sodat

$$\sigma_a = 2\pi \int_0^R (1 - |\eta_\rho|^2) \rho d\rho \quad (4.24)$$

$$\sigma_d = 2\pi \int_0^R |1 - \eta_\rho|^2 \rho d\rho \quad (4.25)$$

volgens die definisies (4.17) en (4.19) van σ_a en σ_d .

Deur substitusie van (4.23) in (4.24) en (4.25) lei Fernbach, Serber en Taylor deur direkte integrasie van (4.24) en (4.25) die volgende uitdrukkings af vir σ_a , σ_d en σ_t :

$$\sigma_a = \pi R^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2\kappa^2 R^2} \left[1 - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right\} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_d = \pi R^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2\kappa^2 R^2} \left[1 - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)^2 R^2} \left\{ (\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2) + [2k_1 R (\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2) + k_1 \kappa] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right. \right. \\ \left. \left. - [\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2] + \kappa R (\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2) \right\} e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right\} \quad (4.27) \end{aligned}$$

en

$$\begin{aligned} \sigma_t = 2\pi R^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)^2 R^2} \left\{ (\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2) + [2k_1 R (\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2) + k_1 \kappa] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right. \right. \\ \left. \left. - [\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2] + \kappa R (\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2) \right\} e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right\} \quad (4.28) \end{aligned}$$

Die semi-klassieke afleiding van die voorgenoemde uitdrukkings word deur Fernbach, Serber en Taylor geregverdig deur aan te toon dat dieselfde uitdrukkings vanaf die metode van parsiale golwe³³⁾ herlei kan word deur die faseverskuiwings vir elke parsiale golf te bereken met behulp van 'n WKB-analise³⁴⁾.

Let op dat σ_a alleen van κR afhanklik is terwyl σ_d en σ_t ook nog van die parameter $\frac{\kappa}{k_1}$ afhanklik is. Deur 'n gemiddelde vrye pad-lengte van 4.5 Fermi vir neutrone by 90 MeV aan te neem, toon Fernbach, Serber en Taylor aan dat die strale wat vanaf die waargenome totale deursnitte van Cook, McMillan, Peterson en Sewell²⁸⁾ by 90 MeV bereken word met behulp van (4.28) vir 'n reeks elemente van Li

tot U konsistent is met

$$R = 1.37 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (4.29)$$

Die ondersoek van Fernbach, Serber en Taylor bewys dat die konsep van 'n kern-Ramsauer-effek 'n self-konsistente beskrywing bied van hoë-energie neutronverstrooiing, solank

$$n = \left(1 + \frac{V}{E}\right)^{1/2} \approx 1.$$

4.2.2.2. Die Loki-vergelyking van Lawson:

Lawson³²⁾ het 'n benaderde vergelyking afgelei vir die lokus van die posisies van die maksima in die totale neutrondeursnitte vir $30 \leq E \leq 150 \text{ MeV}$.

Vir 'n vlakgolf wat loodreg deur 'n semi-deursigtige blok kernmaterie beweeg het, is die relatiewe fase-verskuiwing ϕ met betrekking tot die gedeelte wat om die blok beweeg het

$$\phi = D (k_i - k_o) \quad (4.30)$$

waar D die dikte van die blok is en

$$k_i = \left[\frac{2m}{\hbar^2} (E + V + iW) \right]^{1/2} = 0.22 (E + V + iW)^{1/2} (\text{MeV}) \text{fermi}^{-1} \quad (4.31)$$

$$\text{en} \quad k_o = \left[\frac{2m}{\hbar^2} E \right]^{1/2} = 0.22 E^{1/2} (\text{MeV}) \text{fermi}^{-1} \quad (4.32)$$

onderskeidelik die golfgetal van die neutron binne en buite die kern is. Lawson neem aan dat die reële potensiaal $V \approx 30 \text{ MeV}$ konstant is.

As die blok nou vervang word met 'n sfeer met straal R en 'n brekingsindeks

$$n \approx 1 \quad (4.33)$$

sal die gemiddelde faseverskil 'n faktor ϵ kleiner wees as die geval van die blok, d.w.s.

$$\phi_s = 2R \epsilon (k_i - k_o) \quad (4.34)$$

Volgens die konsep van die kern-Ramsauer-effek is die totale deursnit respektiewelik 'n maksimum of 'n minimum as die faseverskil

$$\phi_s = 2R \epsilon (k_i - k_o) = m\pi \quad (4.35)$$

Vir 'n ewe m interfereer die golwe destruktief en die totale deursnit is 'n maksimum. Vir 'n ewe m geld die teenoorgestelde.

Die algemene loki-vgl. vir maksima en minima in die $(E, A^{1/2})$ -vlak volg nou uit (4.35) deur substitusie van k_i en k_o volgens (4.31) en (4.32):

$$A^{1/2} = \frac{m\pi}{0.44 r_0 \epsilon [(E+V+iW)^{1/2} - E^{1/2}]} \quad (4.36)$$

(r_0 in cm; E, V, W in MeV)

mits die brekingsindeks $n \approx 1$.

Vir geen absorpsie ($W \rightarrow 0$) word (4.36)

$$A^{1/2} = \frac{m\pi}{0.44 r_0 \epsilon [(E+V)^{1/2} - E^{1/2}]} \quad (4.37)$$

Vir $W < V < E$ reduceer (4.36) met $V = 30$ MeV (na aanleiding van Fernbach, Serber en Taylor) na

$$E \approx \frac{4 \times 10^{26} \epsilon^2 r_0^2}{m^2} A^{\frac{2}{3}} \quad (4.38)$$

Lawson het aangetoon dat vir $\epsilon = 0.6$, $r_0 = 1.45 f$ en $m = 1$ die berekende posisies van die maksima in die totale deursnitte van Al, Cu, Cd en Pb in ooreenstemming is met die waarnemings van Taylor en Wood¹⁰⁾.

Fig. 12 toon die berekende loki vir $m = 1, 2$ en 3 volgens (4.38) vir die voorgenoemde stel parameters. Die lokus vir $m = 1$ toon goeie ooreenkoms met die waargenome posisies van die deursnitte. Die berekende loki vir die minima ($m = 2$) en die lae energie maksima ($m = 3$) toon geen ooreenkoms met die eksperimentele gegewens. Omdat $n = (1 + \frac{V}{E})^{\frac{1}{2}}$ geld die aanname $n \approx 1$ alleen in die energiegebied waar $V \ll 2E$.

Dit is duidelik dat die aanname van geen refraksie van die neutrongolwe ($n \approx 1$) 'n onderste grens bepaal vir die energiegebied waarin die loki-vergelykings (4.36), (4.37) en (4.38) nog geldig bly.

4.2.2.3. Die Lokivergelyking van Peterson:

Peterson⁵⁾ het die lokivergelyking van Lawson na lae energieë veralgemeen en by hoë energie verbeter deur die volgende faktore in ag te neem:

- i) 'n Energie-afhanklike reële potensiaal $V = V_p(E)$

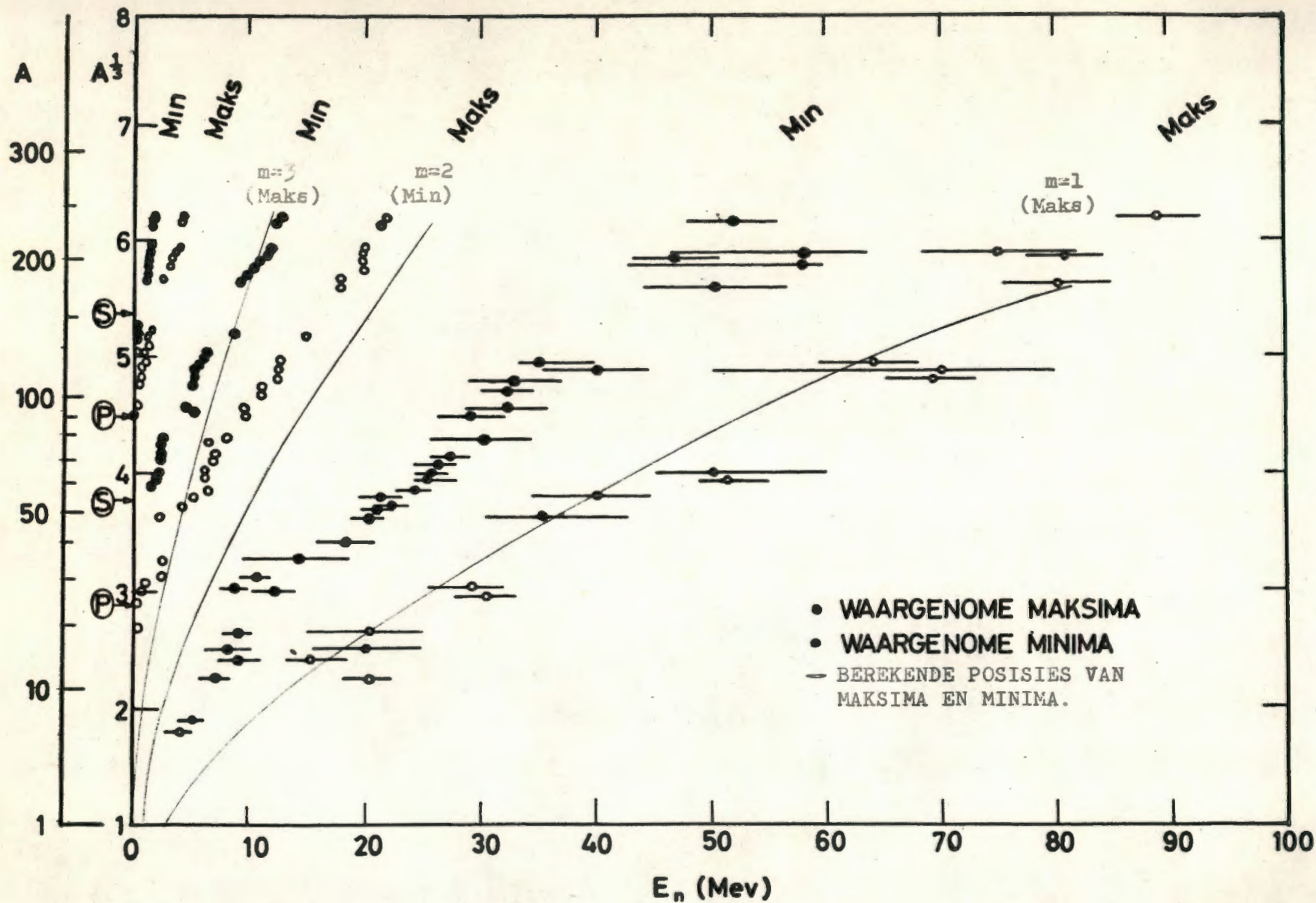


Fig. 12: Posities van maksima en minima in die $(E, A^{1/3})$ -vlak soos bereken vanaf die loki-vergelyking (4.38) van Lawson.

ii) Refraksie van die neutrongolf by die kernoppervlakte ($n \neq 1$).

Ten gevolge van hierdie faktore word die konstante ϵ in die loki-vergelyking van Lawson van die energie afhanklik deur die verband $n = (1 + \frac{V(E)}{E})^{\frac{1}{2}}$.

Die kern word voorgestel as 'n potensiaalput met straal R . Vir geen refraksie is die gemiddelde padlengte deur die sfeer $\frac{4R}{3}$ ⁵⁾. Die gemiddelde faseverskuiwing Δ tussen die twee golwe wat respektiewelik om en deur die kern beweeg is

$$\Delta = \frac{4}{3} \propto (k_1 - k_0) R \quad (4.39)$$

waar

$$\alpha(E) = \frac{E + V_P}{E} \left[1 - \left(\frac{V_P}{E + V_P} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.40)$$

die verhouding is waarmee die gemiddelde koordlengte in 'n sfeer met brekingsindeks

$$n = \left(\frac{E + V_P}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.41)$$

groter is as die gemiddelde koordlengte $\frac{4R}{3}$ vir geen refraksie.

Dié uitdrukking vir α volg vanuit 'n geometriese optiese benadering⁵⁾.

In die uitdrukking (4.39) vir die faseverskil word absorpsie en refleksie by alle oppervlaktes verontagsaam. Solank die absorpsie swak of matig is, word die posisie van die interferensie maksima nie merkbaar beïnvloed nie omdat absorpsie nie die gemiddelde faseverskil

verander nie. Die vorms en groottes van die reuse resonansies is egter direk afhanklik van die absorpsiesterkte. Eksterne refleksies word verontagsaam omdat refleksie deur 'n diffuse kernrand relatief swak is. Die afwesigheid van 'n duidelike resonansiestructuur in die absorpsiedeursnitte dui daarop dat interne refleksies verontagsaam kan word.

Soos tevore is die voorwaarde vir 'n maksimum in die diffraksie en totale deursnitte volkome destruktiewe interferensie, d.i.

$$\Delta = \frac{4}{3} \propto (k_1 - k_0) R = m\pi \quad m \text{ onewe} \quad (4.42)$$

As funksie van die energie E en die massagetal A definieer (4.42) die lokivergelyking

$$A^{\frac{1}{2}} = \frac{3 m \pi}{0.88 \kappa r_0 [(E + V_p)^{\frac{1}{2}} - E^{\frac{1}{2}}]} \quad (4.43)$$

(r_0 in fermi; E, V_p in MeV)

waar k_0 en k_1 gedefinieer is deur (4.31) en (4.32) met $W = 0$. Vir 'n konstante potensiaal V_p en $n=1$ (geen refraksie) reduceer (4.43) na die lokivergelyking (4.37) van Lawson.

Die optiese potensiaal V_p is egter nie konstant, maar energie-afhanklik soos reeds aangetoon is. Peterson gebruik die empiriese waardes wat uit fenomenologiese analyses met die optiese model van Bjorklund en Fernbach^{2,4)} bepaal is in die energiegebied van 7 tot 30 MeV. Die potensiaal word na hoër energieë ge-ekstrapoleer deur

gebruik te maak van die energie-afhanklikheid van Riesenfeld en Watson²⁹⁾.

In Fig. 13 word die berekende loki volgens (4.43) vir die genoemde energie-afhanklikheid van V en α aangedui vir $m = 1, 2, 3, 4, 5$ en 6 en vergelyk met die eksperimentele punte.

4.2.3. Voorlopige Gevolgtrekkings:

Die aanpassing van die berekende loki by die waargenome families van maksima en minima is redelik goed, ten spyte van die onverfynde aannames van die teorie. Die volgende opmerkings som die resultate van Peterson op:

i) Daar bestaan net drie families van maksima en minima. Kernpotensiale en kernstrale is van so 'n aard dat evaluasie van die lokivergelyking (4.43) alleen drie families van kontinue maksima en minima in die hele $(E, A^{1/2})$ -vlak voorspel. Die voorspelling word bevestig deur die bestaande eksperimentele gegewens.

ii) Die helling van die loki is positief in die hele $(E, A^{1/2})$ -vlak vir alle families. Dit is in ooreenstemming met die fenomenologiese gegewens.

iii) Die ooreenstemming tussen teorie en eksperiment bly behoue tot by baie lae energieë. Dit is nogal verbasend omdat 'n mens sou verwag dat die semi-klassieke metode en die geometriese oor-

wegings waardeur die refraksiëkoëffisiënt $\alpha(E)$ bepaal word, slegs geldig is by relatiewe hoë energieë, waar $\lambda \ll R$. Aan die anderkant weer reduceer die lokivergelyking (4.43) in die limiet van zero-energie ($k_0 \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow \frac{3}{2}$) vir maksima (onewe m) na die resonansvoorwaarde vir s -golwe, t.w.

$$k_1 R = (m + \frac{1}{2})\pi \quad (4.44)$$

Die teorie van Peterson voorspel egter die zero-energie s -golf resonansies by die snypunte van die $m = 3$ en $m = 5$ loki, terwyl die maksima wat eksperimenteel hier waargeneem is volgens die interpretasie van Feshbach, Porter en Weisskopf aan die p -golf resonansvoorwaarde

$$k_1 R = m\pi \quad (4.45)$$

voldoen. Peterson lei hieruit af dat die parameters van Feshbach, Porter en Weisskopf, waarvoor $VR^2 = 88A^{\frac{2}{3}} \text{ MeV fermi}^2$ teenstrydig is met die parameters van Peterson waarvoor $VR^2 = 66 A^{\frac{2}{3}} \text{ MeV fermi}^2$. Dit is egter onwaarskynlik dat (4.44) geldig is omdat die geometriese uitdrukking (4.40) sekerlik nie meer korrek is waar $\lambda \geq R$. Die teorie kan klaarblyklik ook nie die s -golf maksima verklaar wat by zero-energie naby die afsnitte van die $m = 4$ en $m = 6$ families van minima waargeneem word ($A \sim 55, 155$).

iv) Die afwykings tussen teorie en eksperiment vir die $m = 1, 2$ en 4 kurwes kan as 'n steuringsinteraksie verklaar word as onthou word dat die straalparameter $r_0 = 1.15$ deur Peterson gekies is

om goeie aanpassing te verkry vir die middelste familie van maksima ($m = 3$).

Die analise van die eksperimentele gegewens het aangetoon dat die totale deursnit

$$\sigma_t \approx 2\pi(R + \lambda)^2 + g(E) \quad (4.46)$$

waar $g(E)$ 'n ossillerende funksie is wat 'n relatiewe klein korreksie-term meebring in die middelwaarde

$$F(E) \approx 2\pi(R + \lambda)^2 \quad (4.47)$$

Volgens die kontinuumteorie van Fernbach en Weisskopf^{20,21} is (4.47) die deursnit vir 'n totaal absorberende of „swart" kern. Vir 'n semi-deursigtige kern word die bykomende korreksieterm $g(E)$ deur die kern-Ramsauer-effek veroorsaak. Die lokivergelyking van Peterson voorspel slegs die maksima en minima van $g(E)$, terwyl die eksperimentele punte die maksima en minima in die totale deursnitte is. Fig. 14 toon kwalitatief aan dat die maksima in σ_t by laer energieë voorkom as dié van $g(E)$, terwyl die minima weer by hoër energieë voorkom.

(Fig. 14 vervolg bl. 55)

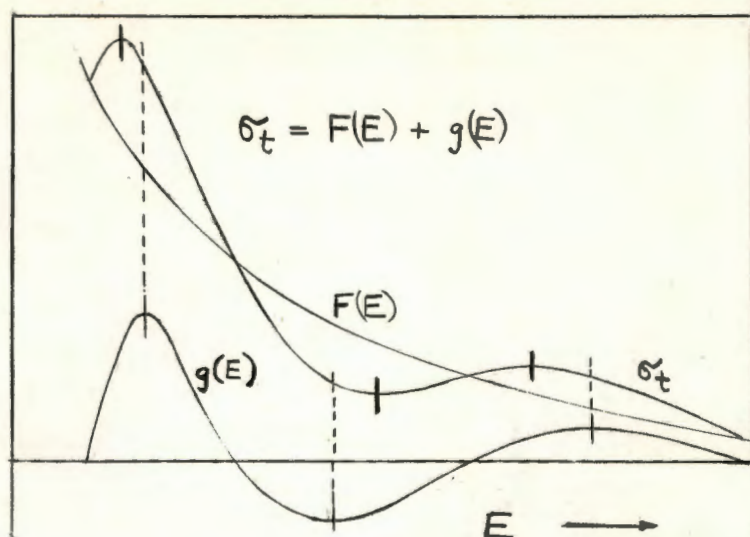


Fig. 14: Relatiewe verskuiwings tussen die maksima en minima van $g(E)$ en $\sigma_t(E)$.

Die verskuiwing word veroorsaak deur die stadig toenemende helling van $F(E)$. Die relatiewe verskuiwing is afhanklik van die amplitude en halfbreedte van die betrokke maksima en die helling van $F(E)$. Die relatiewe verskuiwing is die grootste in die $m = 1$ familie van maksima, omdat die amplitudes en halfbreedtes van hierdie maksima die grootste is, en die helling van $F(E) < 0$. By lae energieë ($m = 6$) is die halfbreedtes en amplitudes relatief groot. Ook is die helling van $F(E)$ baie groot, sodat die verskuiwing 'n minimum is. In een en dieselfde familie neem die amplitudes en die halfbreedtes toe met toenemende massagetal terwyl die helling van $F(E)$ ook vir toenemende massagetal toeneem soos die maksima uitskuif na hoër energieë. In een en dieselfde familie is die verskuiwing tussen die maksima en minima van $g(E)$ en $F(E)$ dus klaarblyklik die

grootste by die hoë energiekant van die familie.

Bogenoemde opmerkings bied nou 'n kwalitatiewe verklaring van die afwykings tussen teorie en eksperiment. Die steuringsverklaring van die afwykings vereis dat

i) Die voorspelde maksima vir al drie families ($m = 1, 3, 5$) by hoër energieë moet voorkom as die waargenome maksima.

ii) Die voorspelde minima vir al die families ($m = 2, 4, 6$) by laer energieë moet voorkom as die waargenome minima.

iii) Die relatiewe verskuiwing toeneem met toenemende A en E in dieselfde familie.

iv) Die relatiewe verskuiwing tussen verskillende families by 'n bepaalde resonansenergie afneem met massagetal.

Om op te som: Die semi-klassieke konsep van die kern-Ramsauer-effek binne die raamwerk van 'n vereenvoudigde optiese model kan klaarblyklik 'n eenvoudige en insiggewende interpretasie van die reuse resonansies in die hele $(E, A^{\frac{1}{2}})$ -vlak bied ten opsigte van die algemene verband tussen die drie kontinue families, die energie en massagetal afhanklikheid van die maksima en minima, en die posisies waarby die maksima en minima waargeneem word. In die limiet van zero-energie waar $\lambda \gg R$, is dié konsep oënskynlik nie meer goed gedefinieer nie.

4.2.4. Die Kern-Ramsauer-effek binne die Raamwerk van die Nie-lokale model van Perey en Buck.

Die voorafgaande bespreking het aangetoon dat die begrip van 'n kern-Ramsauer-effek 'n kwalitatiewe verklaring van die reuse resonansies kan gee binne die raamwerk van 'n vereenvoudigde optiese model met 'n empiriese reële potensiaal en 'n redelik willekeurige straalparameter r_0 . Aangesien die posisie van maksima en minima in die totale deursnitte van die optiese model direk bepaal word deur die produk VR , is dit nodig om na te gaan of die konsep van 'n kern-Ramsauer-effek ook nog binne die raamwerk van 'n meer verfynde optiese model 'n geldige interpretasie van die reuse resonansies sal gee.

Met sekere voorbehoude ten opsigte van die imaginêre potensiaal²⁸⁾, kan die nie-lokale model van Perey en Buck waarskynlik tans met reg daarop aanspraak maak dat dit die mees omvattende en teoreties bes gemotiveerde optiese model is vir neutronverstrooiing in die energiegebied tot by ongeveer 30 MeV, terwyl daar aanduidings is dat dit met sekere wysigings ook by hoër energieë sal geldig bly. Dié model verklaar al die beskikbare empiriese gegewens met 'n enkele stel parameters. Die konstante nie-lokale potensiaal V_N is ekwivalent aan 'n energie-afhanklike lokale potensiaal V_L deur die eksakte verband

$$V_N = V_L(E) \exp \frac{m\beta^2}{\hbar^2} [E + V_L(E)] \quad (4.48)$$

soos reeds aangetoon is.

In Figg. 15, 16 en 17 word $V_L(E)$, $\alpha(E)$ en die loki van maksima en minima volgens (4.43) bereken vir die nie-lokale parameters van Perey en Buck:

$$\begin{aligned}V_N &= 71 \text{ MeV} \\r_0 &= 1.22 \text{ fermi} \\\beta &= 0.85 \text{ fermi}\end{aligned}$$

Dit word vergelyk met die ooreenkomstige kurwes van Peterson. Uit die figure blyk dit dat:

i) Die verskil in die refraksiefaktor $\alpha(E)$ onbeduidend klein is ($\leq 0.4\%$). Die relatiewe verskuiwing tussen die twee stelle loki is m.a.w. as eerste benadering net te wyte aan die verandering in r_0 en die verandering in die potensiaal $V_L(E)$ ($\leq 6\%$). Die verandering in die parameters verskuif die loki vir maksima verder en die loki vir minima nader aan die waargenome posisies vir hoër energieë, maar laat die loki feitlik onveranderd in die lae energiegebied ($E \leq 5 \text{ MeV}$).

ii) Die algemene aanpassing van al die loki word merkbaar verbeter. Die loki vir maksima ($m = 1, 3, 5$) voorspel die maksima van die steuringsfunksie $g(E)$ by hoër energieë as die waargenome maksima in die totale deursnitte, terwyl die teenoorgestelde gedrag deur die loki vir minima ($m = 2, 4, 6$) voorspel word. Die verskil tussen teorie en eksperiment word sistematies minder vir die hoër loki. Dié gedrag beantwoord beter aan die vereiste gedrag in terme van die

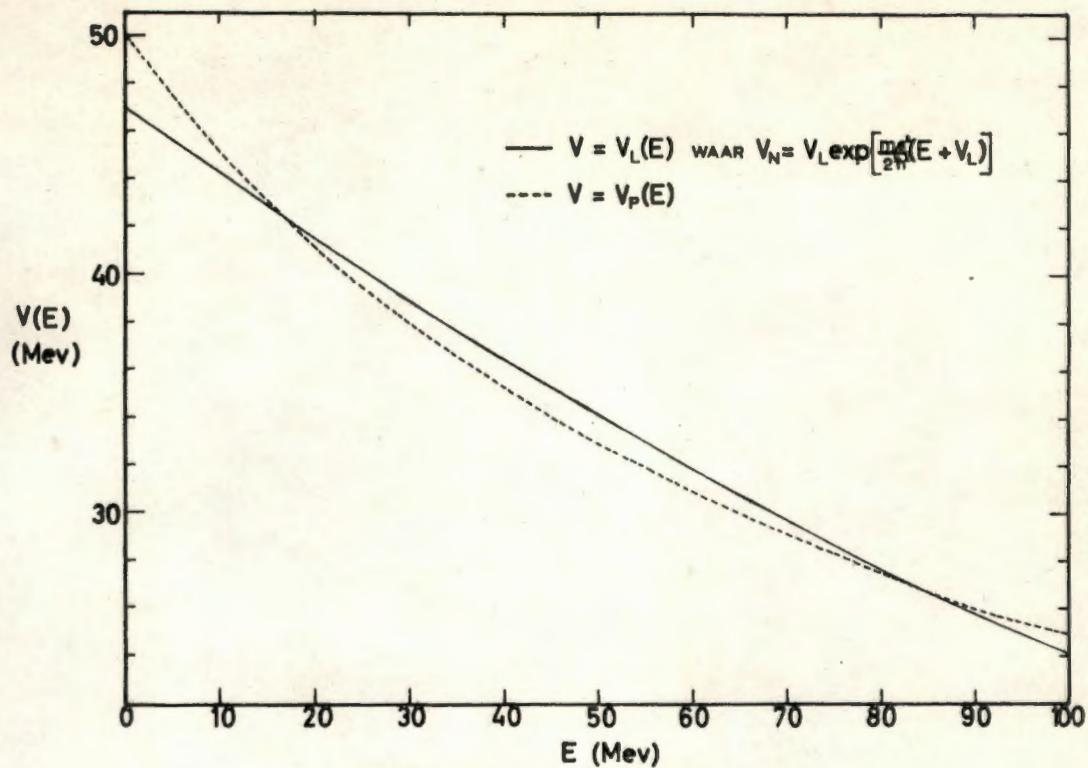


Fig.15: DIE REËLE OPTIESE POTENSIAAL $V(E)$.

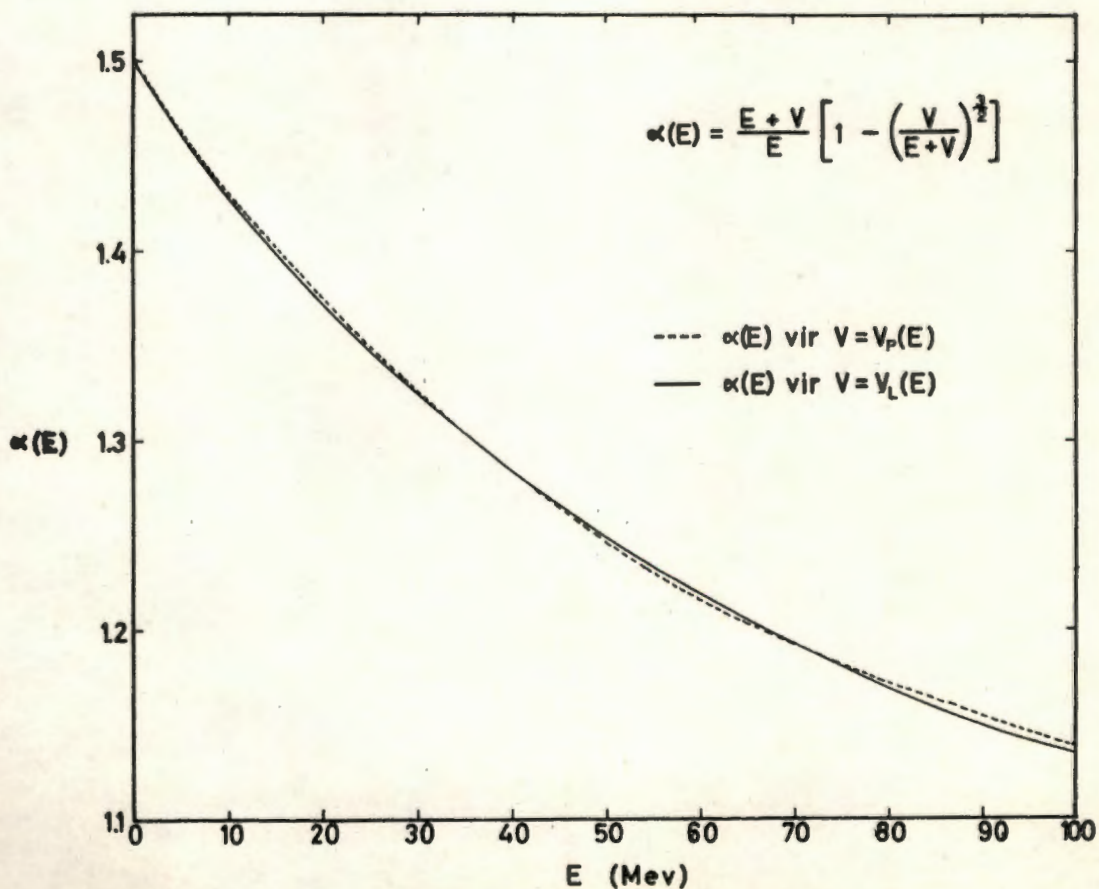


Fig.16: DIE REFRAKSIEFAKTOR $\alpha(E)$.

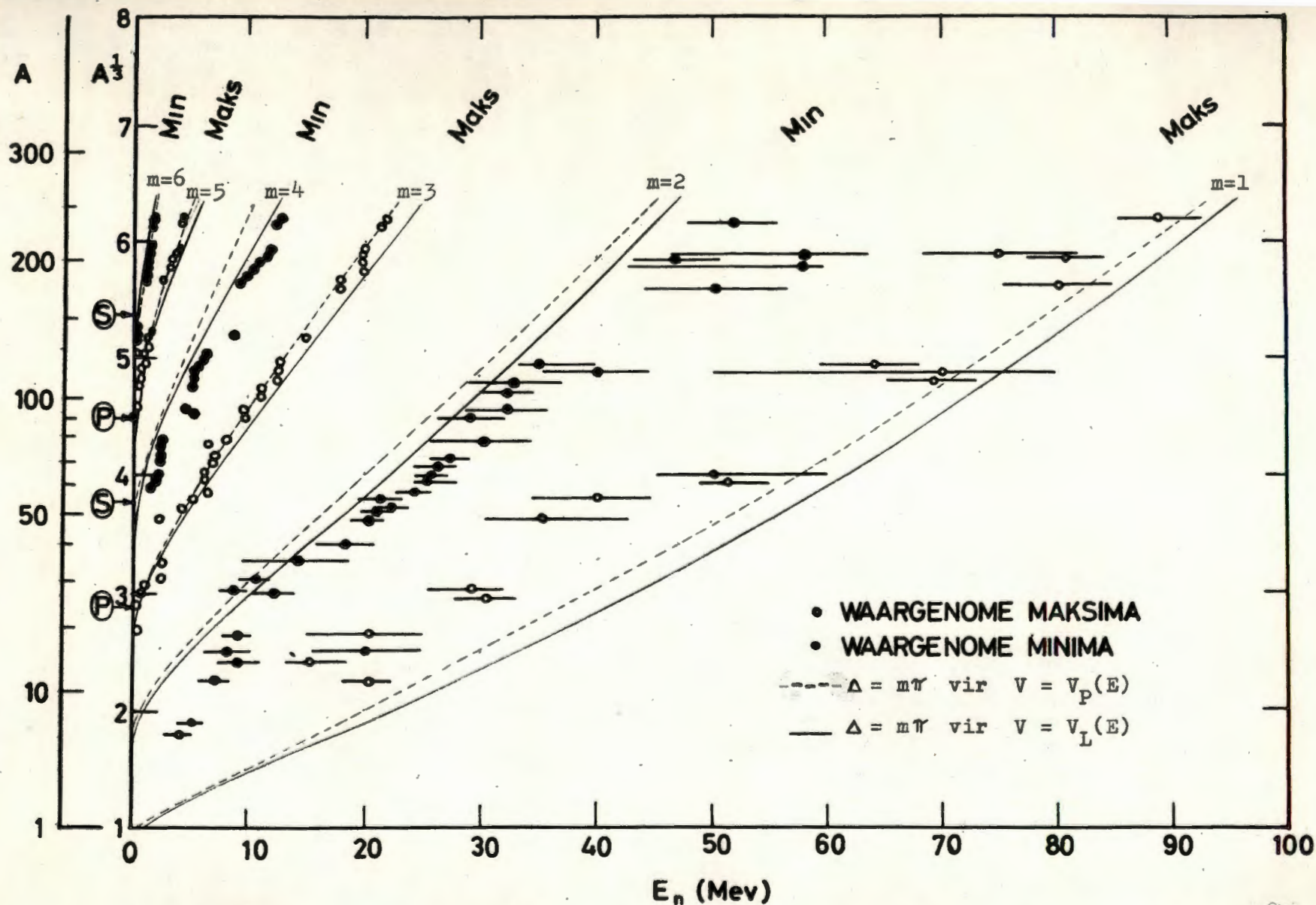


Fig. 17: Vergelyking tussen die berekende posities van maksima en minima in die $(E, A^{1/3})$ -vlak vir die empiriese optiese potensiaal $V_P(E)$ van Peterson⁵⁾ en die ekwivalente lokale potensiaal $V_L(E)$ van Perey en Buck⁶⁾.

steuring van $g(E)$ op $F(E)$ in

$$\sigma_t \approx 2\pi (R + \lambda)^2 + g(E) \quad (4.49)$$

as die loki van Peterson.

Dit wil voorkom asof die lokus vir $m = 1$ 'n slegter aanpassing gee as die model van Peterson, maar daar moet onthou word dat daar in die analise van die eksperimentele gegewens aangetoon is dat die amplitudes van die maksima in hierdie reeks relatief sterk gedemp is, sodat die verskuiwing vir dié reeks 'n maksima sal wees.

4.2.5. Motivering van die Lokivergelyking van Peterson.

Waaraan die suksesvolle kwalitatiewe interpretasie van die reuse resonansies deur die kern-Ramsauer-effek i.t.v. die lokivergelyking van Peterson te danke is, word nou ondersoek deur na te gaan in hoeverre elk van die basiese aannames van die afleiding van Peterson gemotiveer kan word.

Die basiese aannames is die volgende:

i) Die posisies waarby maksima en minima optree word bepaal deur die gemiddelde faseverskuiwing van die hele golffront wat deur die kern onderskep word.

Peterson toon aan dat dié aanname deur volledige optiese model berekeninge van Bjorklund bevestig word. Deur uit te gaan vanaf die algemene uitdrukking vir die totale deursnit

$$\sigma_t = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{t,l} = \frac{4\pi}{k_0^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - \text{Re } \eta_l) \quad (4.50)$$

met $\eta_l = e^{2i\delta_l}$ en $\delta_l = \alpha_l + i\beta_l$

bereken Peterson vir geen absorpsie ($\beta_l = 0$) die fasefaktor

$$b_l \equiv 1 - \text{Re } \eta_l = \frac{k_l^2}{4\pi} \frac{\sigma_{t,l}}{(2l+1)} \quad (4.51)$$

deur gebruik te maak van die hidraes $\sigma_{t,l}$ van elke parsiale golf tot die totale deursnit by die betrokke maksimum. Die berekende fasefaktor distribusie by die resonansenergie word vir drie verteenwoordigende elemente in die middelste familie van maksima deur Peterson⁵⁾ aangetoon. Dit toon duidelik aan dat die faseverskuiwings van al die parsiale golwe met $l \leq k_0 R$ van vergelykbare orde is, terwyl die fasefaktore van die parsiale golwe met $l \geq k_0 R$ verontagsaam kan word.

Die fundamentele gedagte van die kern-Ramsauer-effek is dus reeds implisiet bevat in die algemene formalisme van die optiese model.

ii) Die gemiddelde faseverskuiwing is sterk afhanklik van refraksie van die golffront by die kernoppervlakte.

Dit is reeds aangetoon dat Peterson die lokivergelyking van Lawson uitgebrei en verbeter het deur sowel die energie-afhanklikheid van die optiese potensiaal as refraksie in ag te neem. Dit is nie sondermeer duidelik in hoe 'n mate elk van hierdie faktore bydra tot die suksesvolle interpretasie van die posisies van die reuse resonansies deur die lokivergelyking van Peterson nie. Die rol van refraksie kan egter direk afgelei word deur daarop te let dat die

$$\begin{aligned} \text{refraksiefaktor } \alpha &= \frac{E+V}{E} \left[1 - \left(\frac{V}{E+V} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= n^2 \left[1 - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow 1 \end{aligned}$$

vir geen refraksie ($n = 1$). (Dit kom ooreen met $\epsilon = 0.67$ in die algemene formule (4.37) van Lawson.)

In fig. 18 word die loki volgens (4.43) vir $m = 1, 2, 3$ met $n = 1$ (geen refraksie) vergelyk met die loki volgens (4.43) vir $\alpha = \alpha(E)$.

Dit is onmiddellik duidelik dat die inter-familiêre verhouding van die maksima en minima sterk afhanklik is van die energie-afhanklike refraksie-effekte. Om meer spesifiek aan te toon dat die relatiewe afstand tussen opeenvolgende maksima en minima ook sterk afhanklik is van die energie-afhanklikheid van die refraksiefaktor $\alpha(E)$, word die loki vir 'n gemiddelde refraksiëkoëffisiënt $\bar{\alpha} \equiv \alpha(50) = 1.25$ ook in fig. 18 aangetoon. Dit is duidelik dat die aanname van 'n gemiddelde refraksiëkoëffisiënt nie eers voldoende is nie vir selfs net 'n kwalitatiewe verklaring van die verband tussen die families as funksies van massagetal en energie.

Refraksie van die neutrongolwe deur die semi-deursigtige kern moet dus gekonsolideer word in die konsep van 'n kern-Ramsauer-effek om 'n sinvolle konsep vir neutronverstrooiing in die hele $(E, A^{\frac{1}{2}})$ -vlak te verseker.

iii) Absorpsie beïnvloed nie die relatiewe posisies van die maksima en minima nie.

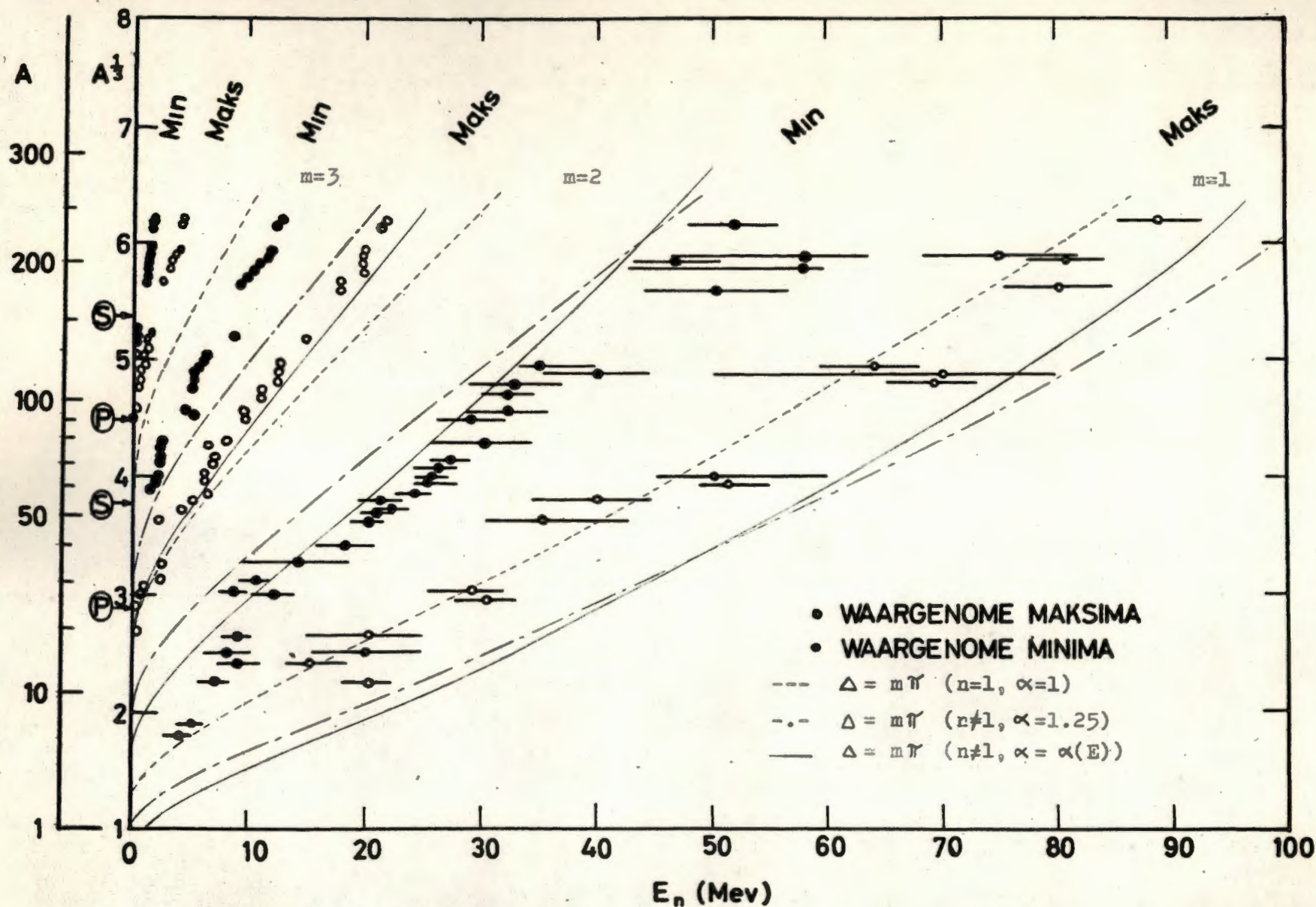


Fig. 18: Die invloed van refraksie op die verband tussen die drie families van maksima en minima in die $(E, A^{1/2})$ -vlak.

As absorpsie in ag geneem word deur die byvoeging van 'n imaginêre potensiaal, word die lokivergelyking (4.43) van Peterson

$$\begin{aligned} A^{\frac{1}{2}} &= \frac{3m\pi}{0.88\alpha r_0 [(E+V+iW)^{\frac{1}{2}} - E^{\frac{1}{2}}]} \\ &= \frac{3m\pi}{0.88\alpha r_0 \{(E+V)^{\frac{1}{2}} [1 + i\frac{W}{(E+V)}]^{\frac{1}{2}} - E^{\frac{1}{2}}\}} \\ &\approx \frac{3m\pi}{0.88\alpha r_0 [(E+V)^{\frac{1}{2}} - E^{\frac{1}{2}}]} \end{aligned} \quad (4.52)$$

mits

$$\zeta \equiv \frac{W(E)}{2(E+V)} \ll 1 \quad (4.53)$$

Die energie-afhanklikheid van ζ word in fig. 19 aangetoon vir $W(E)$ volgens Lane en Wandel²³⁾ vir $r_0 = 1.20f$ en $V_L(E)$ van Perey en Buck.

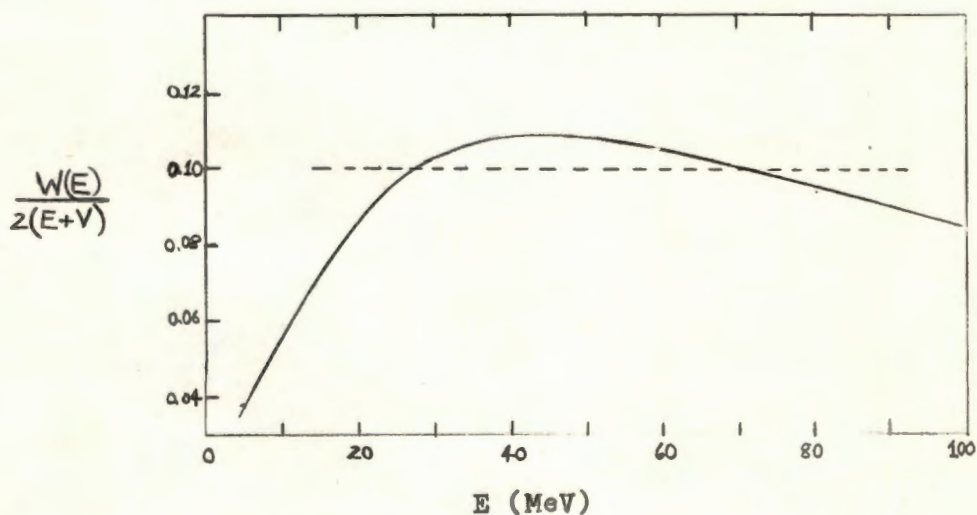


Fig. 19: $\zeta(E)$ as funksie van neutronenergie.

Dit blyk dat $\zeta(E) \approx 0.1$ vir $E > 20$ MeV sodat in (4.52)

$$| [1 + i\frac{W}{(E+V)}]^{\frac{1}{2}} | = | (1 + 0.2i)^{\frac{1}{2}} | \approx (\sqrt{1 + 0.04})^{\frac{1}{2}} \approx 1.01 \approx 1.00$$

Dit regverdig die weglating van die imaginêre potensiaal in die uitdrukkings vir die gemiddelde faseverskil en die lokivergelyking van Peterson.

Alhoewel dit nou duidelik is dat absorpsie nie die gemiddelde faseverskil beïnvloed nie, moet dit onthou word dat die relatiewe amplitudes van die interferensie maksima en minima die belangrikste faktor is waardeur die relatiewe verskuiwing tussen die maksima en minima van die steuringsterm $g(E, A^{1/2})$ en die totale deursnit

$$\sigma_t \approx 2\pi (R + \lambda)^2 + g(E, A^{1/2})$$

bepaal word.

Die posisie van die maksima en minima is dus wel indirek afhanklik van absorpsie. Dit speel die grootste rol by die maksima vir $m = 1$ vir $E > 20$ MeV.

iv) Eksterne en interne refleksies versteur nie die posisies van die maksima en minima nie.

Dit is reeds aangetoon dat die afwesigheid van 'n duidelike resonansiestruktuur in die absorpsiedeursnitte en die verhouding van halfbreedtes tot separasie-afstande van die reuse resonansies in die totale deursnitte daarop dui dat sterk interne refleksies van die neutrongolf klaarblyklik nie optree by hoë en intermediêre energieë nie. By lae energieë sal herhaaldelike interne refleksies aanleiding gee tot compound-elastiese verstrooiing wat nie bydra tot die gemiddelde totale deursnit nie, sodat die posisies van maksima en

minima nie daardeur beïnvloed word nie.

By hoë energieë, waar die totale deursnit hoofsaaklik deur die voorwaartse amplitude bepaal word, speel eksterne refleksies geen direkte rol by die gemiddelde faseverskuiwing nie. By lae energie sal eksterne refleksies wel indirek die posisies van maksima en minima kan beïnvloed.

Indirek kan refleksies aan alle oppervlaktes wel klein verskuiwings van die maksima en minima ten gevolge hê, omdat refleksie die relatiewe verhouding van die amplitudes van die interfererende golwe bepaal.

v) Die geometriese benadering van die algemene formalisme van die optiese model is geldig.

In die afleiding van die gemiddelde refraksiefaktor word die wette van geometriese optika toegepas. Die afleiding is dus alleen geldig vir die energiegebied waar $\lambda \ll R$, d.i. die hoë en intermediêre energiegebied. By lae energie waar $\lambda \gtrsim R$, is die uitdrukking vir $\alpha(E)$ nie meer geldig nie, alhoewel die basiese gedagte van interferensie tussen 'n golf wat om die kern beweeg en 'n golf wat deur die kern beweeg nog geldig bly.

4.2.6. Gevolgtrekkings.

i) Die interpretasie van die reuse resonansies as 'n kern-Ramsauer-effek is klaarblyklik ten opsigte van posisie in die $(E, A^{\frac{1}{2}})$ -vlak en die verband tussen die drie families goed gemotiveer in die

intermediêre en hoë energiegebied waar die geometriese benadering van die optiese model nog geregverdig kan word ($\lambda \ll R$).

ii) Refraksie van die neutrongolwe speel 'n oorwegende rol in die bepaling van die gemiddelde faseverskil tussen die interfererende golwe.

iii) Absorpsie beïnvloed nie die posisies van maksima en minima in die interferensiefunksie nie, maar bepaal wel indirek die posisies van die maksima en minima in die totale deursnitte, omdat die relatiewe verskuiwing direk afhanklik is van die amplitudes en half-breedtes van die steuringsfunksie.

iv) Refleksies is slegs belangrik in die lae energiegebied waar die lokivergelyking van Peterson in elk geval nog slegs benaderd geldig is.

v) Die lokivergelyking van Peterson maak geen voorspellings oor die vorms van die reuse resonansies nie. Dit word direk bepaal deur absorpsie.

vi) Die konsep van die kern-Ramsauer-effek kan alleen na die lae energiegebied uitgebrei word deur 'n grondige ondersoek in te stel na die faktore waarvan die gemiddelde faseverskil by baie lae energieë afhanklik word.

vii) Om die interpretasie van die reuse resonansies as 'n kern-Ramsauer-effek kwalitatief te voltooi, moet daar ondersoek word of

dié konsep ook 'n bevredigende interpretasie van die vorms van die reuse resonansies kan gee.

5. DIE ENERGIE-AFHANKLIKHEID VAN DIE DEURSNITTE.

Die energie-afhanklikheid van die deursnitte in die energiegebied van 1 tot 100 MeV word nader ondersoek binne die raamwerk van die nie-lokale model van Perey en Buck deur gebruik te maak van die kern-Ramsauer-effek. Analitiese uitdrukkings vir die deursnitte word afgelei deur die teorie van Fernbach, Serber en Taylor na die intermediêre energiegebied uit te brei. Die absorpsiedeursnitte en die totale deursnitte van Cu en Pb word vanaf hierdie uitdrukkings bereken deur gebruik te maak van die imaginêre optiese potensiaal van Lane en Wandel. Die resultate toon dat die kern-Ramsauer-effek ook kwalitatief die vorms van die reuse resonansies kan verklaar.

In die vorige hoofstuk is aangetoon dat refraksie van die neutrongolwe by die kernoppervlakte direk die verhouding tussen die families van maksima en minima bepaal. Die teorie van Fernbach, Serber en Taylor kan dus na die intermediêre energiegebied uitgebrei word deur refraksie in ag te neem. Die uitdrukkings wat verkry word, kan gebruik word om die afwykings tussen die loki en die eksperimentele punte as 'n steuringseffek op 'n meer kwantitatiewe basis te illustreer. Dit sal ook aantoon tot watter mate absorpsie wel indirek die relatiewe verskuiwings van die maksima en minima beïnvloed. Aangesien eksakte optiese model analyses die vorms van die reuse resonansies korrek voorspel, behoort die energie-afhanklikheid van die deursnitte kwalitatief aan te toon of die kern-Ramsauer-effek bo en behalwe die

posisies van die maksima en minima, ook die vorms van die reuse resonansies kan beskrywe.

5.1. Afleiding van die Uitdrukkings vir die Deursnitte:

Vir die afleidings van die absorpsiedeursnit σ_a , diffraksiedeursnit σ_d en die totale deursnit σ_t word dieselfde semi-klassieke metode van Fernbach, Serber en Taylor gevolg.

Refleksie aan alle oppervlaktes word verwaarloos en daar word as eerste benadering weer aangeneem dat die totale deursnit alleen deur die voorwaartse verstrooiingsamplitude bepaal word. Met hierdie aannames word die absorpsiedeursnit σ_a en die diffraksiedeursnit σ_d volgens die metode van Fernbach, Serber en Taylor gedefinieer deur (4.24) en (4.25) as

$$\sigma_a = 2\pi \int_0^R (1 - |\eta_p|^2) p \, dp \quad (5.1)$$

$$\text{en} \quad \sigma_d = 2\pi \int_0^R |1 - \eta_p|^2 p \, dp \quad (5.2)$$

waar die relatiewe fasefaktor

$$\eta_p = e^{(-\frac{\kappa}{2} + ik_1)2s_p} = e^{(-\kappa + 2ik_1)s_p} \quad (5.3)$$

tussen die deurgelate en gediffrakteerde golwe vir elke differensiaal-element in 'n sirkelvormige skil met straal p en breedte dp bepaal word deur die absorpsiekoëffisiënt κ en die relatiewe faseverskil $2k_1 s_p$.

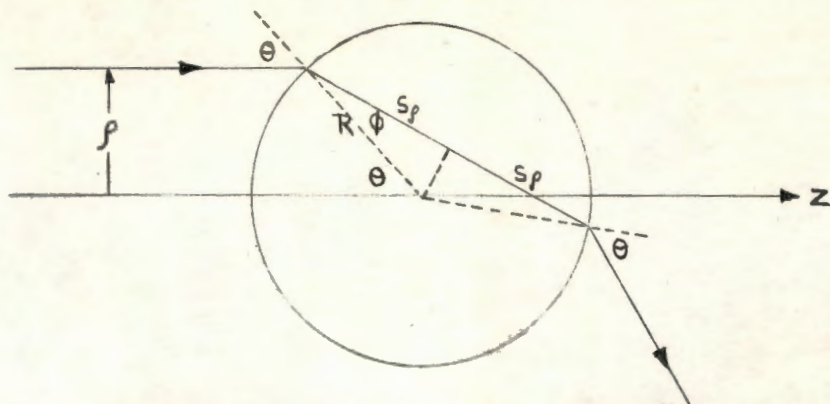


Fig. 20: Refraksie van neutrongolwe deur 'n semi-deursigtige sfeer.

Vir refraksie by die kernoppervlakte is vanaf fig. 20

$$s_\rho = R \cos \phi \quad (5.4)$$

waar ϕ , die brekingshoek, in terme van die invalshoek θ en die brekingsindeks n bepaal word deur die wet van Snellius:

$$\sin \theta = n \sin \phi \quad (5.5)$$

Verder is $\rho = R \sin \theta = nR \sin \phi \quad (5.6)$

Substitusie van (5.6) in (5.1) en (5.2) en substitusie van (5.4) in (5.3) gee

$$\sigma_a = 2\pi n^2 R^2 \int_0^\gamma (1 - |\eta_\phi|^2) \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (5.7)$$

en $\sigma_d = 2\pi n^2 R^2 \int_0^\gamma |1 - \eta_\phi|^2 \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (5.8)$

met

$$\eta_\phi = e^{(-\kappa + 2ik_1)R \cos \phi} \quad (5.9)$$

en $\gamma = \arcsin \frac{1}{n} \quad (5.10)$

In Appendix A word aangetoon dat direkte integrasie van (5.7) en (5.8) tot die volgende eksakte uitdrukkings lei vir die absorpsie-

deursnit en die totale deursnit, waar

$$\beta \equiv \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} = \left(\frac{V_L}{E+V_L} \right)^{1/2} \quad (5.11)$$

$$\sigma_a = \pi R^2 \left\{ 1 - \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1+2\kappa R\beta) e^{-2\kappa R\beta} - (1+2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right\} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_d = \pi R^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1+2\kappa R\beta) e^{-2\kappa R\beta} - (1+2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right. \\ \left. + \frac{n^2}{(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)^2 R^2} \left\{ \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \beta \right] e^{-\kappa R\beta} \cos 2k_1 R\beta \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R\beta + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R\beta} \sin 2k_1 R\beta \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \right\} \quad (5.13) \end{aligned}$$

sodat

$$\begin{aligned} \sigma_t = 2\pi R^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)^2 R^2} \left\{ \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \beta \right] e^{-\kappa R\beta} \cos 2k_1 R\beta \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R\beta + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R\beta} \sin 2k_1 R\beta \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \right\} \quad (5.14) \end{aligned}$$

Vir $n = 1$ (geen refraksie) reduceer (5.12), (5.13) en (5.14) onderskeidelik na die ooreenkomstige uitdrukkings (4.26), (4.27) en (4.28) van Fernbach, Serber en Taylor.

Die uitdrukking (5.12) vir die absorpsiedeursnit σ_a word ook deur Nemirovskii³⁷⁾ aangegee, asook die uitdrukking vir σ_d in integraalvorm (5.8). Die integraal word egter nie deurgevoer nie.

Die analise van die eksperimentele gegewens en die kontinuümteorie van Feshbach en Weisskopf het egter aangetoon dat die middelwaarde van die deursnit σ_t beter benader word deur $2\pi(R+\lambda)^2$ as $2\pi R^2$ terwyl σ_a weer beter deur $\pi(R+\lambda)^2$ benader word.

Deur nou aan te neem dat R^2 in (5.12) en (5.14) deur $(R + \lambda)^2$ vervang kan word, is

$$\sigma_a \approx \pi(R + \lambda)^2 - f(E, A^{1/2}) \quad (5.15)$$

waar $f(E, A^{1/2}) \equiv \frac{\pi n^2}{2\kappa^2} [(1 + 2\kappa R/\beta) e^{-2\kappa R/\beta} - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R}]$ (5.16)

en

$$\sigma_t \approx 2\pi(R + \lambda)^2 + g(E, A^{1/2}) \quad (5.17)$$

waar

$$g(E, A^{1/2}) \equiv \frac{\pi n^2}{(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)R^2} \left\{ \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R/\beta \right] e^{-\kappa R/\beta} \cos 2k_1 R/\beta \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R/\beta + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R/\beta} \sin 2k_1 R/\beta \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \quad (5.18)$$

5.2. Vergelyking met die Uitdrukkings van Fernbach, Serber en Taylor.

1) Die Absorpsiedeursnit σ_a :

Die konstante term 1 binne die vierkantige hakkie in die uitdrukking (4.26) van Fernbach, Serber en Taylor vir σ_a word deur refraksie verander na $(1 + 2\kappa R/\beta) e^{-2\kappa R/\beta} > 1$ in (5.16) sodat die verskil tussen die terme in die hakkie nou groter is. Die korreksie-term word verder verhoog in (5.16) deur die faktor $n^2 > 1$. Refraksie verminder dus die absorpsiedeursnit. Die uitdrukking (5.16) is meer simmetries en steeds onafhnaklik van $k_1 R$. Geen resonansies is moontlik aangesien $e^{-\kappa R/\beta}$ en $e^{-\kappa R}$ eksponensieel afneem met toenemende

energie.

ii) Die Totale Deursnit σ_t :

Die konstante term $(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2)$ in die korreksieterm van die uitdrukking van F.S.T. word gewysig na 'n gedempte ossillatoriese funksie

$$[(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2) + (\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)\kappa R\beta] e^{-\kappa R\beta} \cos 2k_1 R\beta$$

Verder word 'n addisionele ossillatoriese term

$$[(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)2k_1 R\beta + k_1 \kappa] e^{-\kappa R\beta} \sin 2k_1 R\beta$$

deur die refraksie-effekte bygevoeg. Hierdie term is van dieselfde grootte-orde as die ooreenkomstige term

$$[(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)2k_1 R + k_1 \kappa] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R$$

in die uitdrukking van F.S.T. omdat $0 < \beta < 1$, terwyl die term in $\cos 2k_1 R\beta$ weer van dieselfde grootte-orde is as die ooreenkomstige term in $\cos 2k_1 R$ van F.S.T. Net soos by die absorpsiedeursnit, verskyn die faktor n^2 weer buite die hakkie van die korreksieterm $g(E, A^{1/2})$.

5.3. Berekening van die Deursnitte:

Die faktore

$$\begin{aligned} \kappa &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \frac{W}{(E + V_L)^{1/2}} \\ k_1 &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} [(E + V_L)^{1/2} - E^{1/2}] \\ n &= \left(\frac{E + V_L}{E} \right)^{1/2} \\ \beta &= \sqrt{\frac{n^2 - 1}{n^2}} = \left(\frac{V_L}{E + V_L} \right)^{1/2} \\ \text{en } R &= r_0 A^{1/2} \end{aligned}$$

in die uitdrukking vir die deursnitte is afhanklik van die parameters $W(E)$, $V_L(E)$ en r_0 . In die berekeninge van die deursnitte is

i) $V_L(E)$ die ekwivalente lokale potensiaal van Perey en Buck (fig. 15)

$$V_N = V_L(E) \exp \frac{m\beta^{1/2}}{\hbar^2} [E + V_L(E)]$$

met $V_N = 71$ MeV, $\beta = 0.85$ fermi.

ii) $W(E)$ die imaginêre optiese potensiaal van Lane en Wandel vir $r_0 = 1.20$ fermi³⁰⁾.

iii) $r_0 = 1.20$ fermi. Aangesien $W(E)$ net vir $r_0 = 1.20$ fermi en $r_0 = 1.48$ fermi beskikbaar was, is eersgenoemde gekies omdat dit die naaste aan die radiusparameter $r_0 = 1.22$ fermi van die nie-lokale model van Perey en Buck is.

5.3.1. Absorpsiedeursnitte:

In fig. 21 word die absorpsiedeursnitte σ_a volgens (5.15) aangetoon vir Cu ($A^{2/3} = 3.99$) en Pb ($A^{2/3} = 5.91$) vir $5 < E < 30$ MeV. Dit is duidelik dat die berekende kurwes vir $5 < E < 10$ MeV die geleidelike afname in die eksperimentele punte voorspel. By hoër energieë is $\sigma_a \approx \pi(R + \lambda)^2$. Let op dat die eksperimentele punte by hoër energieë ($E > 14$ MeV) benaderd verloop soos $\pi(R + \lambda)^2$ vir $r_0 = 1.35$ fermi. Aangesien $r_0 = 1.20$ fermi gebruik is, is die berekende kurwes vertikaal na onder verskuif.

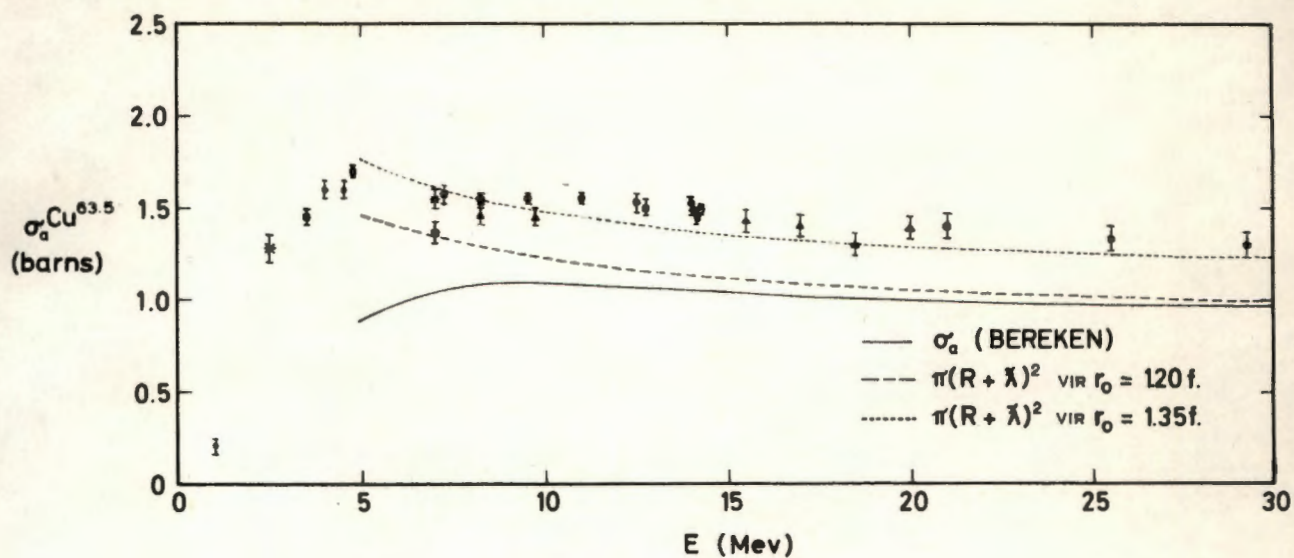
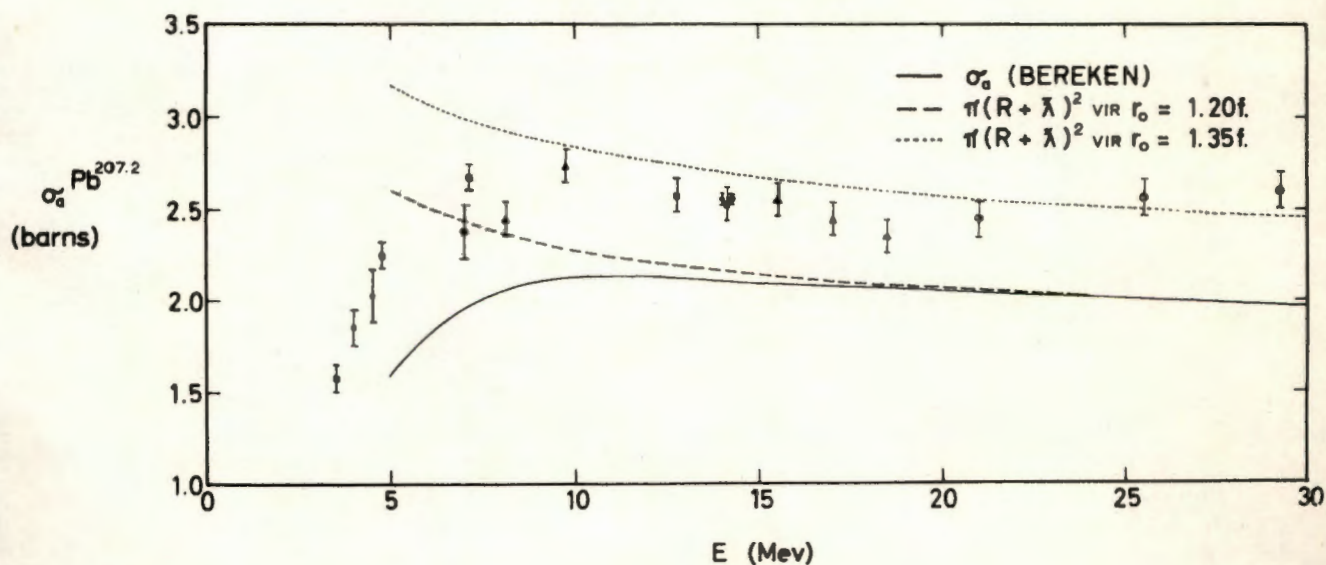


Fig.21: DIE ENERGIE-AFHANKLIKHEID VAN DIE ABSORPSIEDEURSNIJTE
VAN Cu EN Pb .

- Verwysing 13.
- * Verwysing 14.
- Verwysing 15.
- ▲ Verwysing 16.
- Verwysings 17,18 en 19.



5.3.2. Totale Deursnitte:

Dit word in Appendix B aangetoon dat die totale deursnitte (4.28) en (5.14) in terme van

$$A(E) \equiv \frac{\left(\frac{\kappa}{2k_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\kappa}{2k_1}\right)^2} \quad (5.19)$$

onder die aanname dat R^2 vervang kan word met $(R + \chi)^2$ eksak geskryf kan word as

$$\sigma_t^F = 2\pi(R+\chi)^2 + (1-A) \frac{\pi}{2k_1^2} \left\{ [\kappa R - (1-2A)] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R + (1-2A) \right. \quad (5.20)$$

$$\left. - [2k_1 R + (1-A)\frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\}$$

en

$$\sigma_t \approx 2\pi(R+\chi)^2 + g(E, A^{1/2}) \quad (5.21)$$

met

$$\begin{aligned} g(E, A^{1/2}) = (1-A) \frac{\pi^2}{2k_1^2} \{ & [\kappa R - (1-2A)] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \\ & - [\kappa R\beta - (1-2A)] e^{-\kappa R\beta} \cos 2k_1 R\beta \\ & + [2k_1 R\beta + (1-A)\frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R\beta} \sin 2k_1 R\beta \\ & - [2k_1 R + (1-A)\frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \end{aligned} \quad (5.22)$$

In figg. 22 en 23 word die totale deursnitte volgens (5.20) en (5.21) bereken vir Cu en Pb met mekaar en die eksperimentele gewens vergelyk. Die korreksiet Terme tot die betrokke deursnitte word ook vir elke element met mekaar vergelyk. In fig. 24 word $A(E)$ aangetoon.

5.4. Bespreking van die Resultate vir die Totale Deursnitte:

i) Die totale deursnit van die refraksieteorie volg die algemene verloop van die eksperimentele punte redelik, maar ossilleer

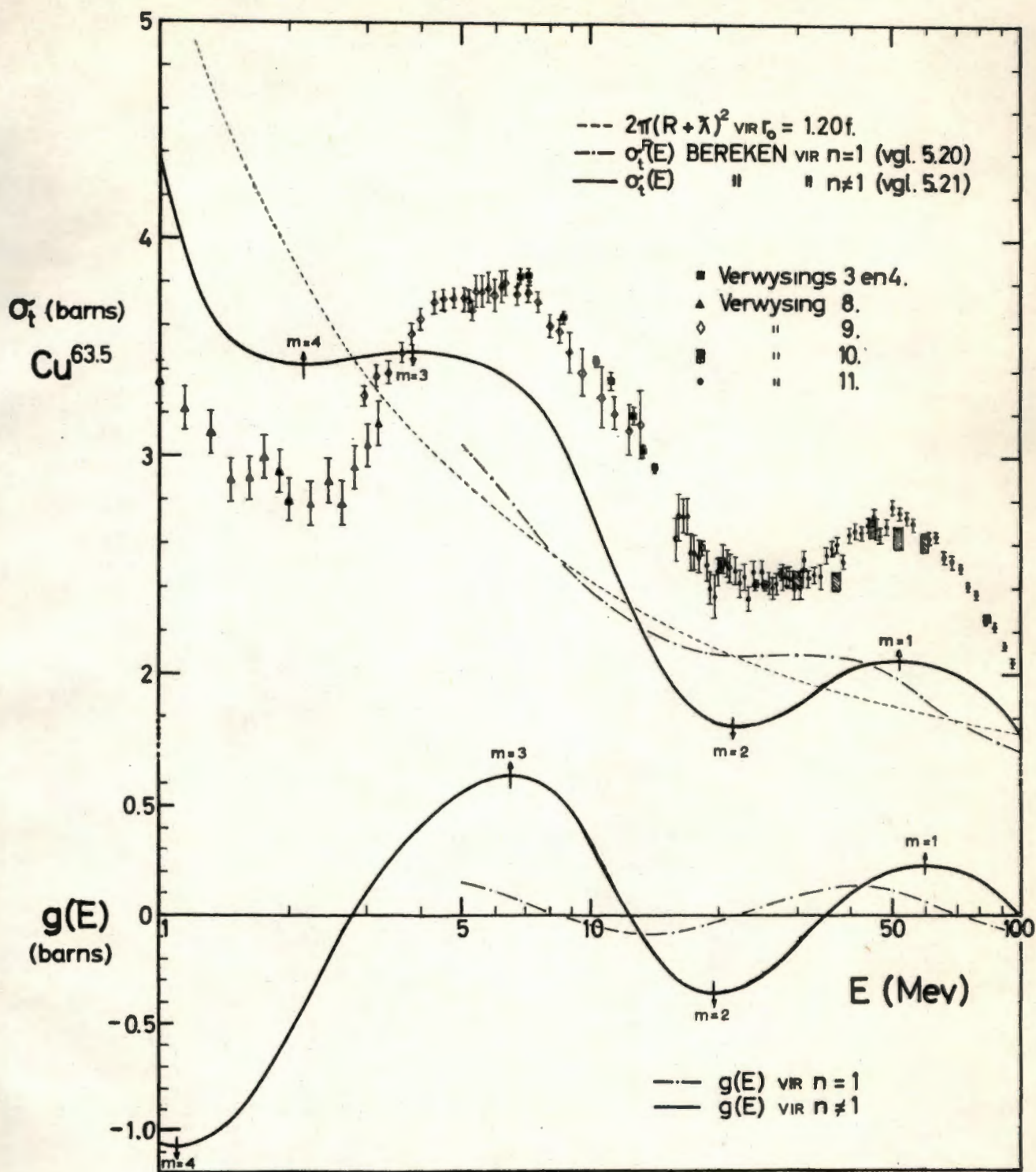


Fig. 22: DIE ENERGIE-AFHANKLIKHEID VAN DIE TOTALE DEURSNIT σ_t
 VAN Cu EN DIE STEURINGSFUNKSIE $g(E)$ VIR Cu.

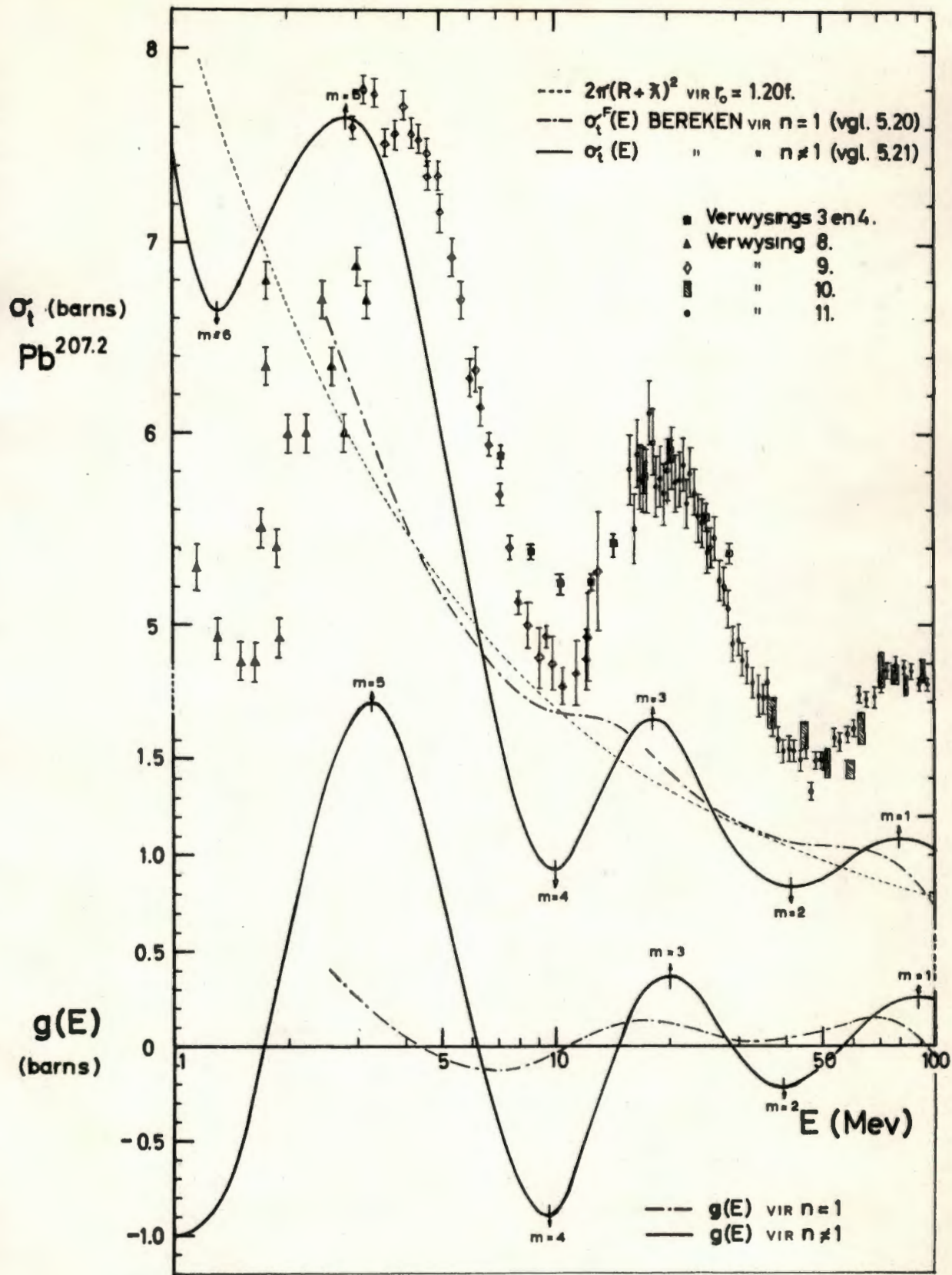


Fig.23: DIE ENERGIE-AFHANKLIKHEID VAN DIE TOTALE DEURSNIET σ_t VAN Pb EN DIE STEURINGSFUNKSIE $g(E)$ VIR Pb.

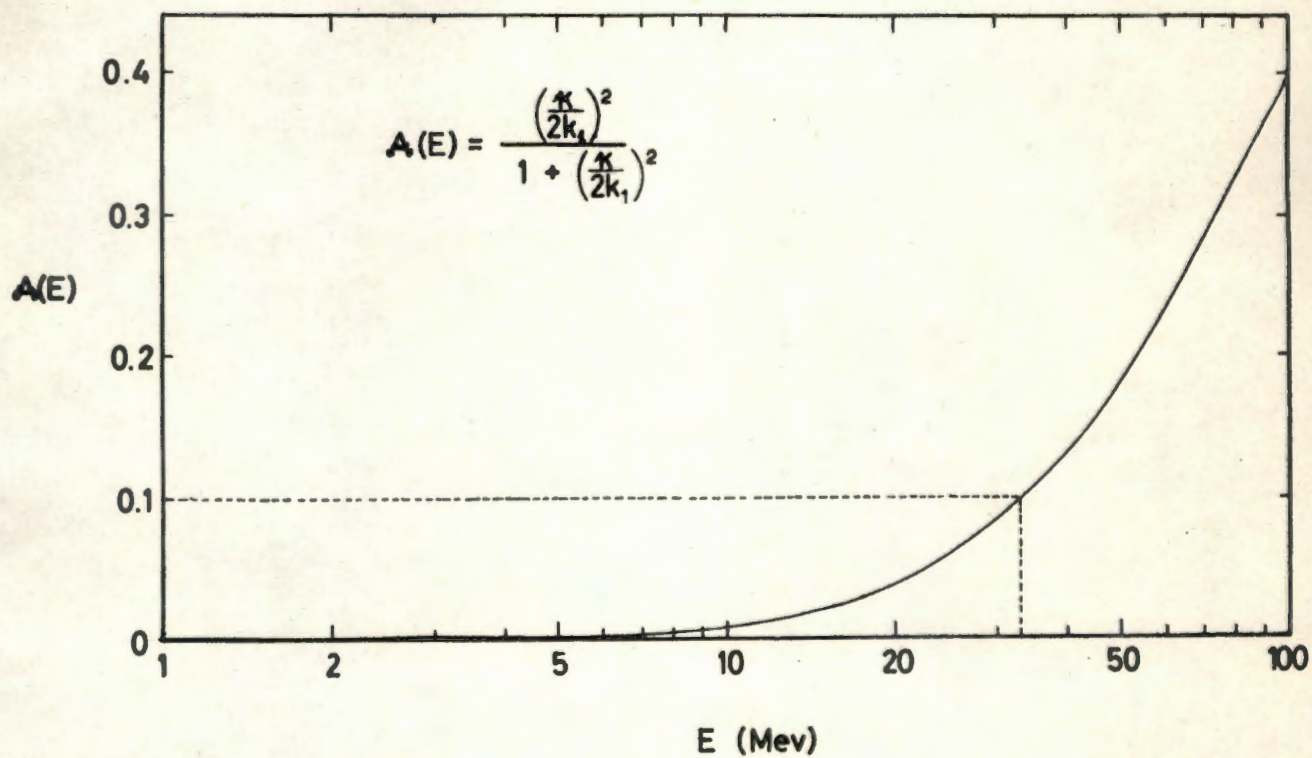


Fig. 24: DIE PARAMETER $A(E)$

om 'n middelwaarde $2\pi(R + \lambda)^2$ wat laer is as die eksperimentele middelwaarde. Die totale deursnit vir geen refraksie (Fernbach, Serber en Taylor) wys vir dieselfde stel parameters min ooreenkoms met die eksperimentele punte. Die amplitudes is te klein en die maksima en minima is by verkeerde energieë.

ii) Die refraksieteorie voorspel sowel die posisies as die relatiewe afstande tussen die maksima naastenby korrek. Die maksima en minima vir sowel Cu as Pb lê almal sistematies by effens laer energieë as die waargenome maksima en minima.

iii) Die algemene vorm van die berekende resonansies is naastenby dieselfde as dié van die waargenome deursnitte. Die middelste maksimum ($m = 3$) in Pb is besonder sterk gedemp.

iv) Die relatiewe verskuiwing tussen ooreenkomstige maksima en minima in $g(E)$ en $\sigma_t(E)$ is die grootste by die hoogste energieë en die kleinste by die lae energieë. Dit is in ooreenstemming met die kwalitatiewe verklaring van Peterson.

v) By die laagste energieë ($E < 5$ MeV) is daar groot afwykings tussen die absolute bedrag van die teoretiese en eksperimentele minimum, maar die posisie van die minimum word nog reg voorspel.

Waarom die verskil tussen die deursnitte van die refraksieteorie en die teorie van Fernbach, Serber en Taylor te wyte is, word duidelik deur daarop te let dat volgens $A(E)$ (vgl. fig. 24) $\frac{\kappa}{2k_1} < 1$, sodat die belangrikste faktore in $g(E)$

$$X = - \left[2k_1 R + (1-A) \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R$$

en

$$Y = \left[2k_1 R \beta + (1-A) \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R \beta} \sin 2k_1 R \beta$$

is. Eersgenoemde is ook die belangrikste faktor in die uitdrukking van Fernbach, Serber en Taylor vir die totale deursnit terwyl laasgenoemde nie daarin voorkom omdat refraksie verwaarloos is. In fig. 25 word $X(E)$, $Y(E)$ en $X(E) + Y(E)$ respektiewelik vir Cu en Pb aangetoon. Omdat $\frac{\kappa}{2k_1} < 1$, kan die terme $(1-A) \frac{\kappa}{k_1}$ as eerste benadering in $X(E)$ en $Y(E)$ verwaarloos word, sodat

$$X(E) \approx - 2k_1 R e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R$$

$$Y(E) \approx 2k_1 R \beta e^{-\kappa R \beta} \sin 2k_1 R \beta$$

Dit is duidelik dat die faktore $e^{-\kappa R}$ en $e^{-\kappa R \beta}$ direk die amplitudes van X en Y bepaal en dus die posisie van die maksima en minima indirek beïnvloed. Let op dat X en Y van vergelykbare grootte bly in die hele $(E, A^{1/2})$ -vlak. Die vorm en posisies van die maksima en minima van X word sterk beïnvloed deur die addisie van die refraksieterm Y . Die maksima en minima van $(X + Y)$ is tussen die maksima en minima van $X(E)$ en $Y(E)$ geleë. Let ook op dat alhoewel $(X + Y)$ van dieselfde grootte-orde as X is, is $g(E)$ vir refraksie groter as $g(E)$ vir geen refraksie weens die term $n^2 > 1$ in $g(E)$.

Vir laer energieë is $\beta \approx 1$, sodat X en Y mekaar ophef. Dit is die redes vir die klein amplitudes van $g(E)$ en is 'n aanduiding daarvoor dat die uitdrukking vir die refraksiefaktor $\beta(E)$ waarskynlik nie meer korrek is in dié energiegebied nie.

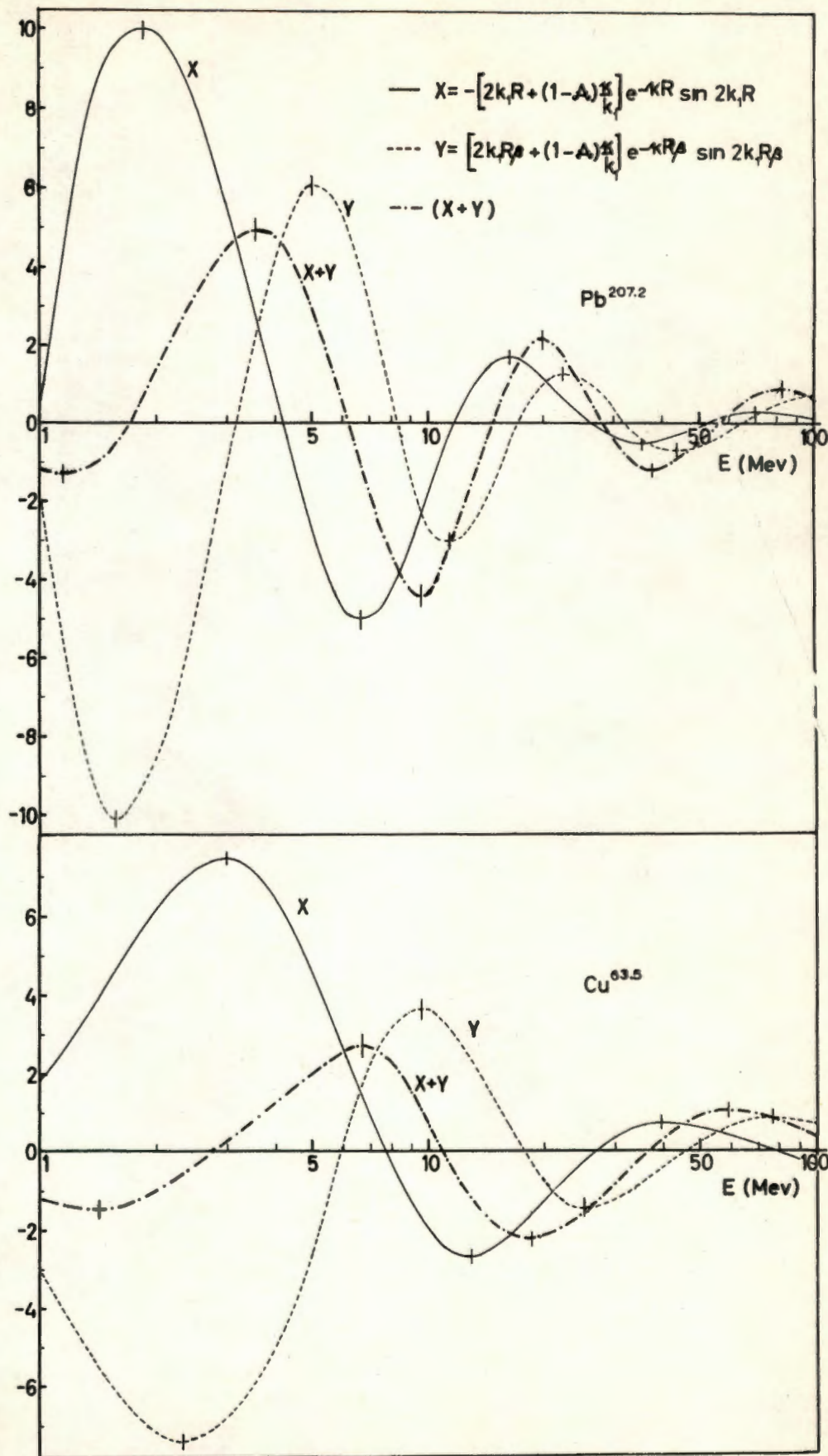


FIG 25: BELANGRIJKSTE KOMPONENTE VAN DIE STEURINGSELINKSIE

5.5. Gevolgtrekkings:

i) Dit is weereens duidelik dat die refraksieeffekte 'n oorwegende rol speel by die bepaling van die resonansenergieë en vorms van die reuse resonansies. Absorpsie beïnvloed indirek die posisies waarby die maksima en minima optree.

ii) Die uitdrukkings van Fernbach, Serber en Taylor is slegs in die baie hoë energiegebied (waar $n \approx 1$) eksak.

iii) Dit wil blyk asof die konsep van 'n kern-Ramsauer-effek 'n volledige interpretasie van die reuse resonansies kan bied in die intermediêre en hoë energiegebied van die $(E, A^{1/3})$ -vlak.

6. OPSOMMING.

Die algemene formalisme van die optiese model en eksakte optiese model analyses van die gemiddelde deursnitte vir neutrone toon dat die reëlmatighede in die deursnitte nie geïnterpreteer kan word as die resonansies van enkele parsiale golwe nie. 'n Volledige interpretasie van die eienskappe van die maksima en minima in die totale deursnitte in terme van 'n „kern-Ramsauer-effek" is alleen moontlik wanneer refraksie van die neutrongolwe en die invloed van absorpsie op die amplitudes, posisies en verband tussen die drie kontinue families van reuse resonansies in die $(E, A^{1/2})$ -vlak in ag geneem word. Die kern-Ramsauer-effek is in die lae energiegebied waar $\lambda \ll R$, nie meer goed gedefinieer nie.

APPENDIX A.INTEGRASIE VAN DIE UITDRUKKINGS VIR DIE DEURSNITTE.

Die uitdrukings (5.8) en (5.9) vir die absorpsiedeursnit en die diffraksiedeursnit is onderskeidelik

$$\text{en } \sigma_a = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} (1 - |\eta_\phi|^2) \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_d = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} |1 - \eta_\phi|^2 \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.2})$$

$$\text{met } \eta_\phi = e^{(-\kappa + 2ik_1)R \cos \phi} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{en } \gamma = \arcsin \frac{1}{n} \quad (\text{A.4})$$

Substitusie van (A.3) in (A.1) gee

$$\sigma_a = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} (1 - e^{-2\kappa R \cos \phi}) \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} &= \pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} \sin 2\phi d\phi - 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} e^{-2\kappa R \cos \phi} \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &= \pi n^2 R^2 \left[\sin^2 \phi - \frac{1}{2} \right]_0^{\gamma} - \frac{\pi n^2 R^2}{\kappa R} \int_0^{\gamma} (2\kappa R \sin \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} \cos \phi d\phi \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

Deur daarop te let dat

$$\frac{d}{d\phi} (e^{-2\kappa R \cos \phi}) = (2\kappa R \sin \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} \quad (\text{A.7})$$

volg deur die tweede term in (A.6) deelwyse te integreer

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \pi R^2 - \frac{\pi n^2 R^2}{\kappa R} \left[(\cos \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} \right]_0^{\gamma} - \frac{\pi n^2 R^2}{2\kappa^2 R^2} \int_0^{\gamma} (2\kappa R \sin \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} d\phi \\ &= \pi R^2 - \frac{\pi n^2 R^2}{\kappa R} \left[(\cos \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} \right]_0^{\gamma} - \frac{\pi n^2 R^2}{2\kappa^2 R^2} \left[e^{-\kappa R \cos \phi} \right]_0^{\gamma} \quad (\text{van (A.7)}) \\ &= \pi R^2 \left\{ 1 - \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1 + 2\kappa R \cos \phi) e^{-2\kappa R \cos \phi} \right]_0^{\gamma} \right\} \\ &= \pi R^2 \left\{ 1 - \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1 + 2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}) e^{-2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right\} \quad (\text{A.8}) \end{aligned}$$

Die diffraksiedeursnit (A.2) kan geskryf word as

$$\begin{aligned}\sigma_d &= 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} (1 - \eta_\phi)(1 - \eta_\phi^*) \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &= 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} (1 + |\eta_\phi|^2) \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &\quad - 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} \eta_\phi \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &\quad - 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} \eta_\phi^* \sin \phi \cos \phi d\phi\end{aligned}\quad (\text{A.9})$$

waar η_ϕ^* die komplekse toegevoegde van η_ϕ is.

Substitusie van (A.3) in (A.9) gee

$$\sigma_d = I_1 - (I_2 + I_3) \quad (\text{A.10})$$

waar

$$I_1 = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} (1 + e^{-2\kappa R \cos \phi}) \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.11})$$

$$I_2 = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} e^{-(\kappa R - 2ik_1 R) \cos \phi} \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.12})$$

$$I_3 = 2\pi n^2 R^2 \int_0^{\gamma} e^{-(\kappa R + 2ik_1 R) \cos \phi} \sin \phi \cos \phi d\phi \quad (\text{A.13})$$

Deur (A.11) met (A.5) te vergelyk, volg vanaf (A.8) dat

$$I_1 = \pi R^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1 + 2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}) e^{-2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right\} \quad (\text{A.14})$$

Algemeen is deur deelwyse integrasie

$$\int_0^{\gamma} e^{-a \cos x} \sin x \cos x dx = \left[\frac{e^{-a \cos x}}{2a^2} (1 + a \cos x) \right]_0^{\gamma} \quad (\text{A.15})$$

Deur (A.15) en (A.12) te vergelyk, volg direk vir $a = (\kappa R - 2ik_1 R)$

$$I_2 = \left[\frac{e^{-(\kappa R - 2ik_1 R) \cos \phi}}{2(\kappa R - 2ik_1 R)^2} \left[1 + (\kappa R - 2ik_1 R) \cos \phi \right] \right]_0^{\gamma} \quad (\text{A.16})$$

Netso, deur (A.15) te vergelyk met (A.13) is vir $a = (\kappa R + 2ik_1 R)$

$$I_3 = \left[\frac{e^{-(\kappa R + 2ik_1 R) \cos \phi}}{2(\kappa R + 2ik_1 R)^2} \left[1 + (\kappa R + 2ik_1 R) \cos \phi \right] \right]_0^{\gamma} \quad (\text{A.17})$$

Substitutie van (A.17), (A.16) en (A.14) in (A.10) lei na eenvoudige algebraiese vereenvoudiging van die terme tot

$$\begin{aligned}
 \sigma_d = \pi R^2 & \left\{ 1 + \frac{n^2}{2\kappa^2 R^2} \left[(1 + 2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}) e^{-2\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} - (1 + 2\kappa R) e^{-2\kappa R} \right] \right. \\
 & + \frac{n^2}{(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)^2 R^2} \left\{ \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \\
 & - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} \right] e^{-\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} \cos 2k_1 R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} \\
 & + \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}}} \sin 2k_1 R \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} \\
 & \left. \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \right\} \quad (\text{A.18})
 \end{aligned}$$

APPENDIX B.

Die benaderde uitdrukking (5.17) vir die totale deursnit is

$$\begin{aligned}
 \sigma_t &= 2\pi(R+x)^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2)(R+x)^2} \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \\
 &\quad - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 - k_1^2 \right) + \left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) \kappa R \beta \right] e^{-\kappa R \beta} \cos 2k_1 R \beta \\
 &\quad + \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R \beta + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R \beta} \sin 2k_1 R \beta \\
 &\quad \left. - \left[\left(\frac{1}{4}\kappa^2 + k_1^2 \right) 2k_1 R + k_1 \kappa \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \quad (B.1) \\
 &= 2\pi(R+x)^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2(1+a^2)^2 k_1^2 (R+x)^2} \left[(1+a^2) \kappa R - (1-a^2) \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \\
 &\quad - \left[(1+a^2) \kappa R \beta - (1-a^2) \right] e^{-\kappa R \beta} \cos 2k_1 R \beta \\
 &\quad + \left[(1+a^2) 2k_1 R \beta + \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R \beta} \sin 2k_1 R \beta \\
 &\quad \left. - \left[(1+a^2) 2k_1 R + \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\} \\
 &\quad \text{waar } a = \frac{\kappa}{2k_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Dus } \sigma_t &= 2\pi(R+x)^2 \left\{ 1 + \frac{n^2}{2(1+a^2)^2 k_1^2 (R+x)^2} \left[\kappa R - \frac{(1-a^2)}{(1+a^2)} \right] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \\
 &\quad - \left[\kappa R \beta - \frac{(1-a^2)}{(1+a^2)} \right] e^{-\kappa R \beta} \cos 2k_1 R \beta \\
 &\quad + \left[2k_1 R \beta + \frac{1}{(1+a^2)} \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R \beta} \sin 2k_1 R \beta \\
 &\quad \left. - \left[2k_1 R + \frac{1}{(1+a^2)} \frac{\kappa}{k_1} \right] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right\}
 \end{aligned}$$

$$\text{Laat } x = a^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{sodat } \frac{1-a^2}{1+a^2} &= \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{1+x} - \frac{x}{1+x} \\
 &= 1 - \frac{x}{1+x} - \frac{x}{1+x} \\
 &= 1 - \frac{2x}{1+x} = 1 - 2 \frac{A(E)}{\left(\frac{\kappa}{2k_1} \right)^2}
 \end{aligned}$$

$$\text{waar } A(E) \equiv \frac{x}{1+x} \equiv \frac{a^2}{1+a^2} = \frac{\left(\frac{\kappa}{2k_1} \right)^2}{1 + \left(\frac{\kappa}{2k_1} \right)^2} \quad (B.2)$$

$$\text{Netso, } \frac{1}{1+a^2} = \frac{1}{1+x} = 1 - \frac{x}{1+x} = 1 - A(E)$$

sodat (B.1) reduceer na

B. 2.

$$\sigma_t = 2\pi(R+\lambda)^2 \left\{ 1 + (1-A) \frac{\eta^2}{2k_1^2(R+\lambda)} \left[[KR - (1-2A)] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R - [\kappa R - (1-2A)] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \beta \right. \right. \\ \left. \left. + [2k_1 R \beta + (1-A) \frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \beta - [2k_1 R + (1-A) \frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right] \right\} \quad (B.3)$$

en vir $n = 1$, $\beta = 0$ na

$$\sigma_t^F = 2\pi(R+\lambda)^2 \left\{ 1 + (1-A) \frac{1}{2k_1^2(R+\lambda)} \left[[KR - (1-2A)] e^{-\kappa R} \cos 2k_1 R \right. \right. \\ \left. \left. - [2k_1 R + (1-A) \frac{\kappa}{k_1}] e^{-\kappa R} \sin 2k_1 R \right. \right. \\ \left. \left. + (1-2A) \right] \right\} \quad (B.4)$$

ADDENDUM.

Die resultate van Bowen e.a. is verkry nadat die proefskrif reeds gereed was om gedupliseer te word.

Bowen e.a. het die totale neutroneursnitte vir H, C, Al, Cu, Cd, Pb en U gemeet by 64 energieë tussen 15 en 120 MeV met 'n algemene akkuraatheid van ongeveer 1%. Die resultate stem goed ooreen met die resultate van Bratenahl e.a.^{3,4)} en Taylor en Wood¹⁰⁾, behalwe in die energiegebied tussen 15 en 30 MeV waar die waardes blykbaar te klein is.

Die resultate van Bowen e.a. bevestig die voorkoms van die reuse resonansies wat deur Bratenahl e.a. en Taylor en Wood waargeneem is. Hierdie reuse resonansies word korrek voorspel deur die optiese model van Bjorklund en Fernbach²⁾.

VERWYSINGS.

1. H. Feshbach, C. Porter en V.F. Weisskopf, Phys. Rev., 96, 448 (1954).
2. F.E. Bjorklund en S. Fernbach, Phys. Rev., 109, 1295 (1958).
3. A. Bratenahl, J.M. Peterson en J.P. Stoering, Phys. Rev. 110, 927 (1958).
4. A. Bratenahl, J.M. Peterson en J.P. Stoering, Phys. Rev. 120, 521 (1960).
5. J.M. Peterson, Phys. Rev. 125, 955 (1962).
6. F. Perey en B. Buck, Nucl. Phys. 32, 353 (1962).
7. S. Fernbach, R. Serber en T.B. Taylor, Phys. Rev. 75, 1352 (1949).
8. H.H. Barschall, Phys. Rev. 86, 431 (1952).
D.W. Miller, R.K. Adair, C.K. Bockelman en S.E. Darden, Phys. Rev. 88, 83 (1952).
9. N. Nereson en S.E. Darden, Phys. Rev. 89, 775 (1953); 94, 1682 (1954).
10. A.E. Taylor en E. Wood, Phil. Mag. 44, 95 (1953).
11. P.H. Bowen, J.P. Scanlon, G.H. Stafford, J.J. Thresher en P.E. Hodgson, Nucl. Phys. 22, 640 (1960).
12. J.H. Coon, E.R. Graves en H.H. Barschall, Phys. Rev. 88, 562 (1952).
13. J.R. Beyster, R.L. Henkel, R.A. Nobles en J.M. Kister, Phys. Rev. 98, 1216 (1955).
14. J.R. Beyster, M. Walt en E.W. Salmi, Phys. Rev. 104, 1319 (1956).

15. H.L. Taylor, O. Lonsjö en T.W. Bonner, Phys. Rev. 100, 174 (1955).
16. T.W. Bonner en J.C. Slattery, Phys. Rev. 113, 1088 (1959).
17. W.P. Ball, M. MacGregor en R. Booth, Phys. Rev. 110, 1392 (1958).
18. W.P. Ball, M. MacGregor en R. Booth, Phys. Rev. 108, 726 (1958).
19. M.H. MacGregor, W.P. Ball en R. Booth, Phys. Rev. 111, 1155 (1958).
20. H. Feshbach, D.C. Peaslee en V.F. Weisskopf, Phys. Rev. 71, 145 (1947).
21. H. Feshbach en V.F. Weisskopf, Phys. Rev. 76, 1550 (1949).
22. H. Feshbach, Ann. Rev. Nucl. Sc. 8, 49 (1958).
23. A.M. Lane en C.F. Wandel, Phys. Rev. 98, 1524 (1955).
24. H. Fiedeldey en W.E. Frahn, Annals of Physics (N.Y.) 16, 387 (1961).
25. H. Fiedeldey en W.E. Frahn, Nucl. Phys. 38, 686 (1962).
26. W.E. Frahn, Nuovo Cimento 4, 313 (1956).
27. W.E. Frahn en R.H. Lemmer, Nuovo Cimento 5, 1564 (1957).
28. W.E. Frahn, private mededeling aan B. Buck.
29. A.M. Lane, R.G. Thomas en E.P. Wigner, Phys. Rev. 98, 693 (1955).
30. E.P. Wigner Am. J. Phys. 23, 371 (1955).
31. N.F. Mott en H.S.W. Massey, Theory of Atomic Collisions (Clarendon Press, Oxford, 1950) 2de uitgawe, bl. 206.
32. J.D. Lawson, Phil. Mag. 44, 102 (1953).
33. L.I. Schiff, Quantum Mechanics (McGraw-Hill Book Co. Inc. 1955) bl. 103.
34. L.I. Schiff, Quantum Mechanics (McGraw-Hill Book Co. Inc. 1955) bl. 184.

35. L.J. Cook, E.M. McMillan, J.M. Peterson en D.C. Sewell, Phys. Rev. 75, 7 (1949).
36. W.B. Riesenfeld en K.M. Watson, Phys. Rev. 102, 1157 (1956).
37. P.E. Nemirovskii, Nuclear Models, (Spon Limited, London) bl. 229.
38. S. Flügge, Handbuch der Physik, deel XXXIV, (Springer-Verlag, Berlin, 1958) bl. 25.

...oo0oo...