

'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein in die voorbereiding van grondslagfase- onderwysers

A Human
20669003

Verhandeling voorgelê ter nakoming vir die graad *Magister
Educationis* in Wiskunde-Onderwys aan die
Potchefstroomkampus van die Noordwes-Universiteit

Studieleier: Prof MS van der Walt

Medestudieleier: Dr AB Posthuma

Mei 2014

Opgedra aan my ouers Hans en Magda Human

Bedankings

Ek wil dankie sê vir my Hemelse Vader wat my gelei het – nie net tót by die jaar van my Meestersstudie nie, maar ook déur hierdie Meestersstudie. Ek is Hom ewig dankbaar vir Sy plan met my lewe en ware vreugde is om saam met Hom hierdie plan uit te voer.

Ek wil my opregte dank betuig teenoor die volgende persone:

Prof Marthie van der Walt – baie dankie vir Prof se ondersteuning, geduld met my en leiding tydens die studie. Sonder Prof sou ek nooit hierdie navorsing kon deurvoer nie.

Dr Barbara Posthuma – baie dankie dat u saam met ons in die boot geklim het en 'n ander kritiese perspektief gegee het. Ek waardeer elke "track change" en kritiese kommentaar in die kantlyn.

Prof Maarten Dolk – baie dankie vir al die kritiese gesprekke oor my navorsing en hoe om dit verder te verfyn. Sonder u insette sou my studie baie valer gewees het.

My ma, pa, Mariaan, Tone, Jolene, Conrad, Steyn, Tiaan en JP – baie dankie dat julle my ondersteun en bystaan deur dik en dun. Dankie dat julle verstaan as ek min kom kuier omdat ek my studies wil voltooi.

André – dankie dat jy in my geglo het toe niemand anders dit wou waag nie. Dankie vir al jou ondersteuning en bemoediging. Sonder jou sou ek nie my nagraadse studies kon uitvoer nie.

Nadia, Hannelie, Ruan, Kimmey-Li, Tanya-Lee, Oom Albert en Christien, Christien en Wikus, Maritsa, Tiaan, Vickey, Liliya, Tannie Saartjie, Tannie Erna, Dinah, Jana en Monica – baie dankie vir elkeen van julle se ondersteuning. Julle is ware steunpilare en vriende soos min. Michael – dankie vir al die bidgroepies en ondersteuning; dit was voorwaar 'n seën om jou te herontmoet. My vriendin Michelle en familie – dankie vir julle ondersteuning, aanmoediging en gebede. Julle is baie spesiale mense in my lewe.

Oom Gideon en tannie Sannie – dankie dat julle al in my voorgraadse jare in my geglo het en dat julle my aangemoedig het om na meer in die lewe te soek.

Mev Isabel Claassen – baie dankie vir die taalversorging van hierdie dokument; sonder u skerp oog sou die finale produk nie so professioneel gewees het nie.

The financial assistance of the National Research Foundation (DAAD-NRF) towards this research is hereby acknowledged. Opinions expressed and conclusions arrived at, are those of the author and are not necessarily to be attributed to the DAAD-NRF.

'n Spesiale dankie aan SANPAD (die *South Africa Netherlands Research Programme on Alternatives in Development*) wat my finansiële ondersteun het.

Laastens – my dank en waardering aan die Fakulteit Opvoedingswetenskappe aan die Noordwes-Universiteit (Potchefstroom-kampus) wat die Prestige Beurs aan my toegeken het.

Opsomming

'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein in die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers

Die Suid-Afrikaanse Departement van Basiese Onderwys en Departement van Hoër Onderwys en Opleiding (2011a) bepleit die ontwikkeling van kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde in die grondslagfase om as standaardriglyne te dien vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers aan verskillende hoër onderwysinstellings. Die doel van hierdie studie was om 'n voorlopige dokument saam te stel wat die kennis- en praktykstandaarde in die getalldomein vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers beskryf (later genoem die kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde of KPSW's). Hierdie standaard moet nog verfyn en verbeter word in verdere studies om uiteindelik as kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde te dien vir die voorbereiding van alle grondslagfase-onderwysers in Suid-Afrika.

Die navorser het deur die konseptuele kwalitatiewe navorsingsmetodologie dokumente doelgerig ingesamel en deur inhoudsanalise ontleed. Die data-insamelingsprosedure het in drie fases plaasgevind. Tydens die eerste fase is die beleidsdokumente rakende algemene standaarde vir onderwyservoorbereiding, die geskrewe skoolkurrikulumdokumente en wiskundestandaarde vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers in Suid-Afrika (waar van toepassing), die Verenigde State van Amerika, Australië en Nederland ingesamel. Die tweede fase het 'n doelgerigte insameling behels van artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke oor die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers om die getalldomein te onderrig van die bogenoemde lande. Tydens die eerste en tweede data-insamelingsfases is hierdie dokumente ontleed volgens wiskundekennis vir onderrig soos beskryf deur Ball, Thames en Phelps (2008) en op grond hiervan is 'n stel voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde ontwikkel. Tydens die derde data-insamelingsfase is kritiese evalueringsverslae verkry van kenners op die gebied van wiskundeonderwys (met inbegrip van navorsers by universiteite en grondslagfase-onderwysers in die praktyk). Die kritiese evaluering sluit in leemtes in die voorlopige dokument oor kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde, asook kommentaar oor die duidelikheid, toepaslikheid en funksionaliteit van die dokument.

Die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's) met die oog op die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers sluit in:

Standaard 1: Algemene inhoudskennis – Die grondslagfase-onderwyser het 'n duidelike begrip van die algemene inhoudskennis met betrekking tot die getalldomein.

Standaard 2: Gespesialiseerde inhoudskennis – Die grondslagfase-onderwyser het 'n gespesialiseerde begrip van die getalldomein.

Standaard 3: Kennis op die horison – Die grondslagfase-onderwyser verstaan hoe wiskundige temas van die getalldomein binne die grondslagfase-jaargroepe met mekaar verband hou, asook hoe dit verband hou met wiskundige temas in ander fases

Standaard 4: Kennis van inhoud en onderrig – Die grondslagfase-onderwyser kan lesse beplan en weet hoe om die getalldomein te onderrig

Standaard 5: Kennis van inhoud en van die leerders – Die grondslagfase-onderwyser ken die grondslagfase-leerders en weet hoe hulle die getalldomein leer.

Standaard 6: Kennis van inhoud en die kurrikulum – Die grondslagfase-onderwyser verstaan die Suid-Afrikaanse kurrikulum, asook internasionale tendense in die skoolkurrikulum aangaande die getalldomein.

Die kenners op die gebied van wiskunde-onderwys in die grondslagfase wat aan die studie deelgeneem het, meen dat die kennis- en praktykstandaarde in die getalldomein die potensiaal het om 'n verbetering in die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers in Suid-Afrika teweeg te bring.

Sleuteltermes: Grondslagfase-onderwyser (GSF-onderwyser); voorbereiding; kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's); getalldomein; algemene inhoudskennis; kennis op die horison; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; kennis van inhoud en die kurrikulum.

Summary

An exploratory investigation into knowledge and practice standards in the number domain for the preparation of foundation phase teachers

The South African Department of Basic Education and Department of Higher Education and Training (2011a) made a call for the development of mathematics knowledge and practice standards in the foundation phase to serve as guidelines for the preparation of foundation phase teachers in the different higher education institutions. The purpose of the study in hand was to develop draft knowledge and practice standards in the number domain for the preparation of foundation phase teachers (referred to as mathematics knowledge and practice standards). These standards have to be refined and improved in further studies and should in the end serve as knowledge and practice standards for the preparation of foundation phase teachers in South Africa.

Through a conceptual qualitative research methodology the researcher purposefully collected documents and analysed them through content analysis. The data-gathering process took place in three phases. During the first phase, policy documents with regard to general standards for teacher preparation, written school curriculum documents and mathematical standards for the preparation of foundation phase teachers in South Africa, the United States of America, Australia and the Netherlands were gathered. The second phase involved the purposeful gathering of articles, research reports and teacher preparation textbooks with regard to the preparation of foundation phase teachers to teach the number domain. During the first and second phases of data gathering, the documents were analysed according to mathematical knowledge for teaching as described by Ball, Thames and Phelps (2008) and the first draft of mathematical knowledge and practice standards was compiled. During the third data-gathering phase, critical evaluation reports were gathered from experts in the field of mathematics education (including researchers at universities and practising foundation phase teachers). The critical evaluation includes gaps/shortcomings in the draft mathematics knowledge and practice standards, as well as comments with regard to the clarity, applicability and functionality of the document.

The draft mathematics knowledge and practice standards (MKPSs) for the preparation of foundation phase teachers include:

Standard 1: Common content knowledge – The foundation phase teacher has a clear understanding of the common content knowledge of the number domain.

Standard 2: Specialised content knowledge – The foundation phase teacher has a clear understanding of the specialised content of the number domain.

Standard 3: Knowledge at the mathematical horizon – The foundation phase teacher understands how mathematical themes in the number domain relate to other themes in the different foundation phase year groups and in other phases.

Standard 4: Knowledge of content and teaching – The foundation phase teacher is able to plan lessons and knows how to teach the number domain.

Standard 5: Knowledge of content and learners – The foundation phase teacher knows the foundation phase learners and knows how they learn the number domain.

Standard 6: Knowledge of content and the curriculum – The foundation phase teacher understands the South African school curriculum, as well as international trends in the school curriculum concerning the number domain.

Those experts in the field of mathematics education in the foundation phase who participated in the study all indicated that the mathematics knowledge and practice standards in the number domain have the potential to boost the preparation of foundation phase teachers in South Africa.

Key concepts: Foundation phase teacher; preparation; knowledge and practice standards; number domain; common content knowledge; knowledge at the mathematical horizon; specialised content knowledge; knowledge of content and teaching; knowledge of content and learners; knowledge of content and the curriculum.

Inhoudsopgawe

Bedankings	ii
Opsomming.....	iv
Summary.....	vi
Lys van Afkortings.....	xiii
Lys van Bylae.....	xiv
Lys van Figure.....	xv
Lys van Tabele.....	xvi
HOOFSTUK 1 ORIËTERING.....	1
1.1 Inleiding	2
1.2 Beredeneerde grondrede	3
1.3 Aanleiding tot die probleemidentifisering.....	3
1.3.1 Die aard van skoolwiskunde in die Grondslagfase-klaskamer	3
1.3.2 Filosofiese en sielkundige beskouings van kennis in die algemeen	5
1.3.3 Kennisverwagtings van die GSF-onderwyser	5
1.3.4 Die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig	7
1.3.4.1 Vakinhoudskennis.....	8
1.3.4.2 Pedagogiese inhoudskennis	8
1.3.4.3 Kennis van die kurrikulum	8
1.3.5 Kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's)	9
1.4 Probleemidentifisering	9
1.5 Navorsingsvrae	10
1.6 Navorsingsdoelstellings	11
1.7 Begripsverklaring	11
1.8 Navorsingsontwerp en -metodologie	12
1.8.1 Literatuur	12
1.8.2 Metodologie.....	12
1.8.3 Ontwerp of paradigma	12
1.8.5 Data-insamelingprosedures.....	12
1.8.5 Dataontleding	13
1.9 Bydrae van die studie	13

Inhoudsopgawe (vervolg)

1.10 Samevatting	13
HOOFSTUK 2 KONSEPTUELE RAAMWERK VIR DIE ONTWIKKELING VAN KENNIS- EN PRAKTYKSTANDAARDE VIR WISKUNDE (KPSW'S).....	15
2.1 Inleiding	16
2.2 Interpretivisme	17
2.3 Ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika.....	17
2.3.1 Samevatting van die ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika.....	23
2.4 Sosiaal konstruktivisme.....	23
2.5 Die betekenis van wiskunde in die GSF-klaskamer.....	26
2.5.1 Getalldomein	27
2.6 Wiskundekennis vir onderrig	28
2.6.1 Vakinhoudskennis	29
2.6.1.1 Algemene inhoudskennis	29
2.6.1.2 Gespesialiseerde inhoudskennis.....	29
2.6.1.3 Kennis op die horison.....	30
2.6.2 Pedagogiese inhoudskennis.....	30
2.6.2.1 Kennis van inhoud en onderrig.....	30
2.6.2.2 Kennis van inhoud en leerders.....	30
2.6.2.3 Kennis van inhoud en die kurrikulum.....	31
2.6.3 Wiskundekennis vir onderrig en metakognitiewe kennis	31
2.7 Beleidsdokumente: Nasionaal en internasionaal	31
2.7.1 VSA.....	33
2.7.2 Australië	34
2.7.3 Nederland.....	34
2.8 Voorlopige KPSW's.....	35
2.9 Samevatting.....	35
HOOFSTUK 3 NAVORSINGONTWERP	36
3.1 Inleiding	37
3.2 Navorsingsprobleem en -doelwitte	37
3.3 Navorsingsontwerp en -metodologie	38
3.3.1 Metodologie.....	39

Inhoudsopgawe (vervolg)

3.3.2 Ontwerp of paradigma	39
3.3.3 Navorsingskonteks en deelnemers	40
3.3.4 Data-insamelingprosedure.....	40
3.3.4.1 Eerste geleentheid van data-insameling.....	40
3.3.4.2 Tweede geleentheid van data-insameling	41
3.3.4.5 Derde geleentheid van data-insameling	42
3.3.5 Dataontleding	43
3.3.5.1 Dataontleding: beleidsdokumente	43
3.3.5.2 Dataontleding: Artikels, hoofstukke in boeke en onderwyservorbereidingshandboeke	45
3.3.5.3 Dataontleding: Evalueringsverslae	46
3.6 Geloofwaardigheid en betroubaarheid	48
3.7 Navorsers se rol	48
3.8 Etiese oorwegings.....	49
3.9 Samevatting.....	49
HOOFSTUK 4 BEVINDINGS EN INTERPRETASIE: NASIONALE EN INTERNASIONALE BELEIDSDOKUMENTE.....	50
4.1 Inleiding	51
4.2 Nasionale beleidsdokumente	51
4.2.1 Baccalaureus Educationis in die GSF	52
4.2.2 Betekenis van die term ‘standaarde’	53
4.2.3 Vereistes ten opsigte van die voorbereiding van onderwysers.....	53
4.2.4 Die tipe leerder wat deur die KABV in die vooruitsig gestel word	55
4.3 Kwalitatiewe ontleding van die internasionale beleidsdokumente.....	57
4.3.1 Vergelyking van algemene standaarde.....	57
4.3.2 Vergelyking van geskrewe skoolkurrikula	61
4.3.2.1 Refleksie en interpretasie van die tema ‘getalbegrip’.....	64
4.3.2.2 Refleksie en interpretasie van die tema ‘beredenering en regverdiging van antwoorde’	67
4.3.2.3 Refleksie en interpretasie van die tema ‘hoofrekeners’	69
4.3.2.4 Refleksie oor en interpretasie van die tema ‘geld’	71
4.3.2.5 Refleksie en interpretasie van die tema ‘probleemoplossing’	74

Inhoudsopgawe (vervolg)

4.3.2.6 Refleksie en interpretasie van die tema 'plekwaarde'	76
4.3.2.7 Refleksie en interpretasie van die tema 'breuke'	78
4.3.2.8 Refleksie en interpretasie van die tema 'bewerkings: optel en aftrek'	82
4.3.2.9 Refleksie en interpretasie van die tema 'bewerkings: vermenigvuldig en deel' ...	87
4.3.2.10 Refleksie en interpretasie van die tema 'algemene strategieë'	90
4.3.3 Vergelyking van die standaard vir wiskundeonderwysers	90
4.3.3.1 Algemene inhoudskennis	91
4.3.3.2 Kennis op die horison.....	92
4.3.3.3 Gespesialiseerde inhoudskennis.....	92
4.3.3.4 Kennis van inhoud en leerders.....	94
4.3.3.5 Kennis van inhoud en onderrig.....	95
4.3.3.6 Kennis van inhoud en die kurrikulum.....	96
4.4 Samevatting.....	96
HOOFSTUK 5 WISKUNDEKENNIS VIR ONDERRIG MET DIE OOG OP DIE	
GETALLEDOMEIN	98
5.1 Inleiding	99
5.2 Voorbereiding van GSF-onderwysers	99
5.3 Vakinhoudskennis.....	102
5.3.1 Algemene inhoudskennis.....	103
5.3.2 Gespesialiseerde inhoudskennis	103
5.3.2.1 Verduideliking van wiskundekonsepte.....	104
5.3.2.2 Bruikbare modelle, voorstellings en manipuleerders van wiskundekonsepte....	104
5.3.2.3 Gespesialiseerde inhoudskennis met betrekking tot leerders	105
5.3.2.4 Gespesialiseerde inhoudskennis en taal	106
5.3.2.5 Probleemstelling	107
5.3.2.6 Beredenering	108
5.3.2.7 Getalbegrip	108
5.3.2.8 Plekwaarde	109
5.3.2.9 Bewerkings	109
5.3.2.10 Breuke	117
5.3.2.11 Hoofrekene	118
5.3.3 Kennis op die horison	118
5.3.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's	119
5.4 Pedagogiese inhoudskennis	120

Inhoudsopgawe (vervolg)

5.4.1 Kennis van inhoud en onderrig	120
5.4.2 Kennis van inhoud en leerders	123
5.4.3 Kennis van inhoud en die kurrikulum	128
5.4.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's	128
5.5 Bespreking van die terugvoer deur kenners op die gebied van GSF-onderwys vir wiskunde.....	129
5.5.1 Resentheid	130
5.5.2 Volledigheid.....	130
5.5.3 Toepaslikheid vir GSF-voorbereiding.....	131
5.5.4 Funkisionaliteit van fisiese uitleg	132
5.6 Samevatting.....	133
HOOFSTUK 6 SAMEVATTING EN AANBEVELINGS.....	134
6.1 Inleiding	135
6.2 Samevatting van die studie	135
6.2.1 Hoofstuk 1	135
6.2.2 Hoofstuk 2	135
6.2.3 Hoofstuk 3	136
6.2.4 Hoofstuk 4	136
6.2.5 Hoofstuk 5	137
6.3 Bevindings van die studie	138
6.3.1 Bevindings van subvraag 1.....	138
6.3.2 Bevindings van subvraag 2.....	140
6.3.3 Bevindings van subvraag 3.....	141
6.4 Beperkings van die studie	143
6.5 Aanbevelings vir toekomstige navorsing	143
6.6 My refleksie oor die studie	144
6.7 Samevatting.....	146
Verwysings	147

Lys van Afkortings

A	-	Australië
AAME	-	The Australian Association of Mathematics Education
ACARA	-	Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority
ACRE	-	Accountability and Curriculum Reform Effort
AITSL	-	Australian Institute for Teaching and School Leadership
CCSS	-	Common Core State Standards
CCSSI	-	Common Core State Standards Initiative
CHE	-	Council on Higher Education
DBE	-	Department of Basic Education
DHET	-	Department of Higher Education and Training
DoE	-	Department of Education
EIU	-	The Economist Intelligence Unit
GSF	-	Grondslagfase
IKT	-	Inligting- en Kommunikasietegnologieë
KABV	-	Kurrikulum en assesseringsbeleidsverklaring
KPSW	-	Kennis- en Praktykstandaarde vir Wiskunde
LPN	-	Learning pathway for numbers
N	-	Nederland
NC	-	Noord-Carolina
NCSBE	-	North Carolina State Board of Education
OOO	-	Onderwyseropleiding en –ontwikkeling
SANPAD	-	South Africa Netherlands Research Programme on Alternatives in Development
SBE	-	State Board of Education
TIMSS-	-	Trends in International Mathematics and Science Study
VDE	-	Virginia Departement of Education
VKO	-	Vroeë kinderontwikkeling
VSA	-	Verenigde State van Amerika

Lys van Bylae

Bylae	158
Bylaag A Korrespondensie met deelnemers	159
Uitnodigingsbrief	160
Afrikaanse evalueringsbrief.....	162
Engelse evalueringsbrief.....	163
Bylaag B Toestemming van die etiekkomitee	164
Bylaag C Voorlopige Kennis- en Praktykstandaarde vir Wiskunde.....	166
Voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde – Afrikaanse weergawe	167
Voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde – Engelse weergawe	191
Bylaag D Verklaring	214

Lys van Figure

Figuur 1.1: Basiese voorstelling van onderwyserkennis – verskillende beskouings	6
Figuur 1.2: Van algemene kennis vir onderrig tot wiskundekennis vir onderrig	7
Figuur 2.1: Konseptuele raamwerk	16
Figuur 2.2: KPSW's vir die voorbereiding van GSF-onderwysers	31
Figuur 3.1: Navorsingsontwerp	38
Figuur 3.2: Navorsingsproses	47
Figuur 4.1: Suid-Afrikaanse beleidsdokumente vir die voorbereiding van GSF-onderwysers.....	52
Figuur 5.1: Diagrammatiese voorstelling van verbande tussen bewerkings	110

Lys van Tabelle

Tabel 1.1: Onderrigtyd vir vakke in die GSF volgens die KABV	5
Tabel 1.2: Begripsverklaring	11
Tabel 2.1: Ooreenkomste tussen die KABV, die progressiewe-opvoeder-ideologie en die publieke-opvoeder-ideologie	18
Tabel 2.2: Ooreenkomste tussen die KABV en die progressiewe-opvoeder-ideologie.....	21
Tabel 2.3: Ooreenkomste tussen die KABV en die publieke-opvoeder-ideologie.....	22
Tabel 4.1: Bevoegdheidsde waaroor die beginneronderwyser moet beskik	55
Tabel 4.2: Vergelyking – fisiese uitleg van Australië, Ohio en Virginia se standarde vir onderwysers.....	58
Tabel 4.3: Vergelyking – inhoud van Australië, Ohio en Virginia se standarde vir onderwysers	60
Tabel 4.4: Tema – Getalbegrip	62
Tabel 4.5: Tema – Beredenering en regverdiging van antwoorde.....	66
Tabel 4.6: Tema – Hoofrekene	68
Tabel 4.7: Tema – Geld.....	70
Tabel 4.8: Tema – Probleemoplossing	72
Tabel 4.9: Tema – Plekwaarde.....	75
Tabel 4.10: Tema – Breuke	77
Tabel 4.11: Tema – Bewerkings: Optel en aftrek.....	79
Tabel 4.12: Tema – Bewerkings: Vermenigvuldig en deel	84
Tabel 4.13: Tema – Algemene strategieë	89
Tabel 5.1: Dokumente benut vir die beskrywing van die GSF-onderwyser se wiskundekennis vir onderrig in die getalgedomein	100
Tabel 5.2: Optelstrategieë	111
Tabel 5.3: Aftrekstrategieë	113
Tabel 5.4: Vermenigvuldigingstrategieë.....	115
Tabel 5.5: Verdellingstrategieë.....	117

HOOFSTUK 1

ORIËTERING

1.1 Inleiding

1.2 Beredeneerde grondrede

1.3 Aanleiding tot die probleemidentifisering

1.3.1 Die aard van skoolwiskunde in die Grondslagfase-klaskamer

1.3.2 Filosofiese en sielkundige beskouings van kennis in die algemeen

1.3.3 Kennisverwagtings van die GSF-onderwyser

1.3.4 Die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig

1.3.5 Kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde

1.4 Probleemidentifisering

1.5 Navorsingsvrae

1.6 Navorsingsdoelstellings

1.7 Begripsverklaring

1.8 Navorsingsontwerp en -metodologie

1.8.1 Literatuur

1.8.2 Metodologie

1.8.3 Ontwerp of paradigma

1.8.4 Data-insamelingsprosedures

1.8.5 Dataontleding

1.9 Bydrae van die studie

1.10 Samevatting

HOOFSTUK 1 ORIËTERING

1.1 Inleiding

Gebeure op die politieke toneel sedert die 1990's het 'n invloed gehad op die ontwikkeling van die skoolkurrikulum in Suid-Afrika (Graham-Jolly, 2009; Graven, 2002; Jansen, 1999). Suid-Afrika was voor 1990 gekenmerk as 'n land met 'n eenvormige kurrikulumbeleid wat beskryf is as rassisties, Euro-sentries, seksisties, outoritêr, voorskriftelik, onveranderlik, blind vir kontekste en diskriminerend (Jansen, 1999; Graven, 2002). Dié beskrywings dui daarop dat die kurrikulumbeleid eng was (Graham-Jolly, 2009) en dit het meegebring dat onderrig meer behavioristies van aard was en dat die grondslagfase- (GSF-) onderwyser¹ as die enigste kennisbron opgetree het (Hackman, 2004; Murray, Olivier & Human, 1998).

In 1990 het die kurrikulum-debat in Suid-Afrika 'n kritieke verandering ondergaan wat gelei het tot die aanvaarding en ontwikkeling van die uitkomsgebaseerde onderrigbenadering (Jansen, 1999; Graven, 2002). Die uitkomsgebaseerde onderrigbenadering impliseer dat 'n onderwyser as fasiliteerder van leer moet optree, en dat die leerder se rol in die leerproses beklemtoon moet word (Hackman, 2004). Leerders moet sosiaal by die leerproses betrek word sodat kennis aktief vanuit hul eie ervarings gekonstrueer kan word (Hackman, 2004). Sedert 1990 is verskeie veranderinge aan die skoolkurrikulum aangebring; die mees onlangse verwickelinge is die implementering van die Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring (KABV) in Januarie 2012 (Department of Basic Education [DBE], 2011a). Dit het nuwe verwagtinge geskep ten opsigte van die tipe leerder en onderwyser wat in die klaskamer moet wees (Murray et al., 1998; Spady & Schlebusch, 1999) en hou direkte implikasies in vir die voorbereiding van GSF-onderwysers, veral met betrekking tot die kennis wat vir onderrig nodig is.

Hoofstuk 1 dien as oriëntering ten opsigte van die hoofstukke wat volg. Hierdie hoofstuk begin met die beredeneerde grondrede waarin die navorser haar ervarings verskaf, asook die redes waarom sy die studie voltooi het. Daarna volg die aanleiding tot die probleemidentifisering; die probleemidentifisering; die navorsingsvraag; die navorsingdoelstellings en die begripsverklaring; 'n oorsigtelike beskrywing van die navorsingontwerp en -metodologie; die bydrae van die studie; die hoofstukindeling, en laastens die samevatting. In die volgende afdeling begin ek dus om die grondrede vir my studie te beredeneer.

¹ Wanneer die term GSF-onderwyser gebruik word, verwys dit na beide manlike en vroulike onderwysers aan die begin van hulle onderwysloopbaan aan die einde van vier jaar se voorbereiding.

1.2 Beredeneerde grondrede

Aangesien ek wiskunde reeds vanaf 'n vroeë ouderdom geniet het, het ek my as 'n grondslagfase-onderwyser bekwaam met die pertinente doel om wiskunde ook met ander op 'n vroeë ouderdom te kan deel. Ek het egter begin belangstel in die akademiese voorbereiding van die GSF-onderwyser; gevolglik het ek verder studeer en 'n honneursgraad in kurrikulumstudies en wiskunde verwerf. Gedurende my studieloopbaan het ek agtergekom dat slegs enkele van my medestudente in die grondslagfase my liefde vir wiskunde deel. 'n Dosent het op 'n keer gevra: "Wie hou van wiskunde?" In 'n klas van byna 150 GSF-studente het slegs vyf hulle hande opgesteek, wat my laat besef het dat daar in hierdie opsig 'n probleem bestaan wat aandag moet geniet. My insig dat GSF-onderwysers se houdings teenoor wiskunde hul leerders se houdings teenoor wiskunde beïnvloed, blyk ooreen te stem met dié van Goulding, Rowland en Barber (2002). Dit het my gemotiveer om deur my nagraadse studie in wiskundeonderwys 'n moontlike bydrae te lewer tot GSF-onderwysers se voorbereiding en vakkennis vir die suksesvolle onderrig van wiskunde.

My vasbeslotenheid om kennis vir die onderrig van wiskunde verder te ondersoek is versterk deur die Departement van Hoër Onderwys en Opleiding (DHET, 2010) se doelwitte om die voorbereiding van GSF-onderwysers te verbeter. Hierbenewens het ek 'n leemte in die literatuur ontdek rakende die beskrywing van kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's) vir GSF-onderwysvoorbereiding vir die getallemrein binne die Suid-Afrikaanse konteks. My uiteindelijke doel is om waarde toe te voeg tot die beskrywing van dié aspek van KPSW's vir GSF-voorbereiding.

1.3 Aanleiding tot die probleemidentifisering

Die aanleiding tot die probleemidentifisering word bespreek onder verskillende afdelings, naamlik die aard van skoolwiskunde in die GSF-klaskamer; filosofiese en sielkundige beskouings van kennis in die algemeen; kennisverwagtinge van die GSF-onderwyser; die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig; en wiskundekennis- en praktykstandaarde. In die volgende afdeling word daar uitgebrei op die aard van skoolwiskunde in die GSF-klaskamer.

1.3.1 Die aard van skoolwiskunde in die Grondslagfase-klaskamer

Die antwoord op die vraag "wat is wiskunde?" het 'n impak op die beoefening en onderrig van wiskunde (Dossey, 1992); die sienings van Plato en Aristoteles word vervolgens bespreek aangesien dit twee benaderings tot die onderrig-leer van wiskunde uitwys. Plato het wiskunde beskou as staties, 'n verenigde liggaam van absolute kennis, wat buite individue in die eksterne wêreld ontstaan het waar mense dit moet ontdek (Nieuwoudt, 2000). Volgens die absolute siening van wiskunde is wiskunde universeel en objektief, en moet waarhede deur die intuïsie van wiskundiges ontdek en dan deur bewyse vasgestel word (Ernest, 1999). Aansluitend hierby

beskryf Thomson (1992) wiskunde as 'n dissipline wat gekenmerk word deur akkurate resultate en betroubare prosedures wat die basiese elemente rekenkundige uitvoerings, algebraïese prosedures asook geometriese terme en teorieë insluit.

In teenstelling met die argument dat wiskunde absoluut is, het Aristoteles wiskunde vanuit 'n relatiewe perspektief beskou as iets wat "verander en groei" (Nieuwoudt, 2000). Dit word in die menslike verstand gekonstrueer en word voortdurend deur menslike skeppings en uitvindings uitgebrei (Nieuwoudt, 2000). Ernest (1991) bevestig 'n paradigmatuif vanaf die siening van wiskunde as abstrak na 'n meer konstruktivistiese siening van wiskunde. Thomson (1992) verduidelik dat wiskundiges en filosowe wiskunde voorstel as 'n tipe verstandelike aktiwiteit – 'n sosiale konstruksie wat veronderstellings en bewyse behels waarvan die resultate van verandering afhang, en waarvan die geldigheid binne 'n sosiale en kulturele situasie beoordeel moet word.

Ten die agtergrond van hierdie twee sienings (i. wiskunde is abstrak en onveranderlik, en ii. wiskunde 'verander en groei' in die menslike verstand) oor wiskunde, word die KABV (DBE, 2011a, p. 8) se definisie van wiskunde bestudeer:

... 'n menslike aktiwiteit wat die volgende behels: Waarneming, voorstelling en ondersoek van patrone, en kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels, asook tussen wiskundige voorwerpe self. Deur hierdie proses word nuwe wiskundige idees en insigte ontwikkel. In wiskunde word 'n eie, gespesialiseerde taal gebruik wat simbole en notasies behels om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. Wiskunde-idees en -begrippe bou op mekaar voort om 'n samehangende struktuur te vorm.

Dit blyk dat bogenoemde definisie van wiskunde in die GSF-klaskamer ooreenstem met dié van Aristoteles (Nieuwoudt, 2000), aangesien wiskunde beskou word as aktiewe konstruering van wiskundekennis wat verander en groei, asook as 'n menslike aktiwiteit waar taal belangrik is. Vir die doel van die onderhawige studie gaan die beskrywing van wiskunde soos hierbo aangehaal (DBE, 2011a, p. 8) as definisie gebruik word. Dit stem ooreen met die sosiaal konstruktivisme wat as die filosofiese grondslag van die studie dien en ten doel het dat kontekste, kennis en betekenis gekonstrueer en geherkonstrueer moet word deur verskeie diskoerse wat plaasvind (Green & Gredler, 2002). Die klaskamer is 'n ontluikende gemeenskap van deelnemers wat saam kennis herontwerp (Green & Gredler, 2002). Die leerders neem aktief aan 'n praktykesisteem deel en werk só saam om kennis te konstrueer waar die onderwyser verskeie besprekings vir die klas beplan (Green & Gredler, 2002; Kamii & Joseph, 2004). In die volgende deel gaan beskouings rakende kennis onder die loep geneem word aangesien die uiteindelijke doel van die studie is om KPSW's te ontwikkel.

1.3.2 Filosofiese en sielkundige beskouings van kennis in die algemeen

Verskillende verklarings word oor die aard van kennis gemaak en dit verander voortdurend. Volgens Ellis (2007) kan kennis vanuit 'n filosofiese beskouing beskryf word – ooreenkomstig regverdiging en waarheid, of vanuit die sielkunde – ooreenkomstig ontwikkeling en hoe mense se kennis ontwikkel.

Omdat beskouings aangaande kennis vanweë die snelle ontwikkeling van tegnologie vinnig verander, word kennis nie meer beskou as iets wat absoluut is nie (Kelly, Luke & Green, 2008). In die onderhawige studie is die opvatting van wat kennis is belangrik en die vraag is hoe KPSW's vir die getaliedomein in die GSF vanuit beide 'n filosofiese en sielkundige beskouing ontwikkel kan word.

In die volgende afdeling word die kennisverwagtinge van die GSF-onderwyser beskryf.

1.3.3 Kennisverwagtings van die GSF-onderwyser

Die onderwyser in die GSF moet vier verskillende vakke onderrig, soos in Tabel 1.1 aangedui. Dit het direkte implikasies vir die tipe kennis waarvoor hy/sy moet beskik om hierdie fase suksesvol te kan onderrig.

Tabel 1.1: Onderrigtyd vir vakke in die GSF volgens die KABV

Vak	Graad R (uur)	Graad 1-2 (uur)	Graad 3 (uur)
1. Huistaal	10	7/8	7/8
2. Eerste addisionele taal		2/3	¾
3. Wiskunde	7	7	7
4. Lewensvaardighede:	6	6	7
Aanvangskennis	(1)	(1)	(2)
Skeppende kunste	(2)	(2)	(2)
Liggaamsopvoeding	(2)	(2)	(2)
Persoonlike en sosiale welsyn	(1)	(1)	(1)
Totaal	23	23	25

Bron: DBE (2011a, p. 5)

Uit Tabel 1.1 blyk dit dat die onderwyser in die GSF-klaskamer verskeie vakke in die loop van 'n week moet aanbied. Daar word van die universiteit (of ander onderwyseropleidingsinstansie) verwag om die GSF-onderwyser voldoende voor te berei om aan die eise van die KABV (DBE, 2011a) te kan voldoen. Tabel 1.1 dui nie alleen die vakke aan nie, maar ook hoeveel uur aan elke vak bestee moet word. Sewe uur per week word aan Wiskunde toegeken. Die GSF-onderwyser moet dus weet hoe om leerders te begelei om kennis te konstrueer en ook met ander vakke te integreer (Ball, Thames and Phelps, 2008). Figuur 1.1 dien as 'n verdere

voorstelling en verleen perspektief aan die studie van die kennis waaroor die GSF-onderwyser moet beskik.

Kennis vanuit filosofiese perspektief (Ellis, 2007)	Wiskundekennis vir onderrig		Kennis van tegnologie (Kelly et al., 2008)	Eerste addisionele taal-kennis vir onderrig (DBE, 2011a)
Kennis vanuit sielkundige perspektief (Ellis, 2007)	Vakinhoudskennis	Pedagogiese inhoudskennis	Huistaalkennis vir onderrig (DBE, 2011a)	'tacit' / 'weet hoe' kennis (Ernest, 1999)
Fatalistiese perspektief van wiskundekennis (Ernest, 1999)	Algemene vakinhoudskennis Horisontale inhoudskennis Gespesialiseerde inhoudskennis (Ball et al., 2008)	Kennis van die inhoud en die leerders Kennis van inhoud en onderrig Kennis van die inhoud en die kurrikulum	Fokus op die sosiale konteks en professionele gemeenskappe (Ernest, 1999)	Lewensvaardig-hedekennis vir onderrig (DBE, 2011a)
Metakognitiewe kennis (Kuhn, 1997)	Algemene kennis vir onderrig (Shulman, 1986)			Moontlike kennis
Moontlike kennis	Vakinhoudskennis	Pedagogiese inhoudskennis	Kennis van die kurrikulum	Moontlike kennis

Figuur 1.1: Basiese voorstelling van onderwyserkennis – verskillende beskouings

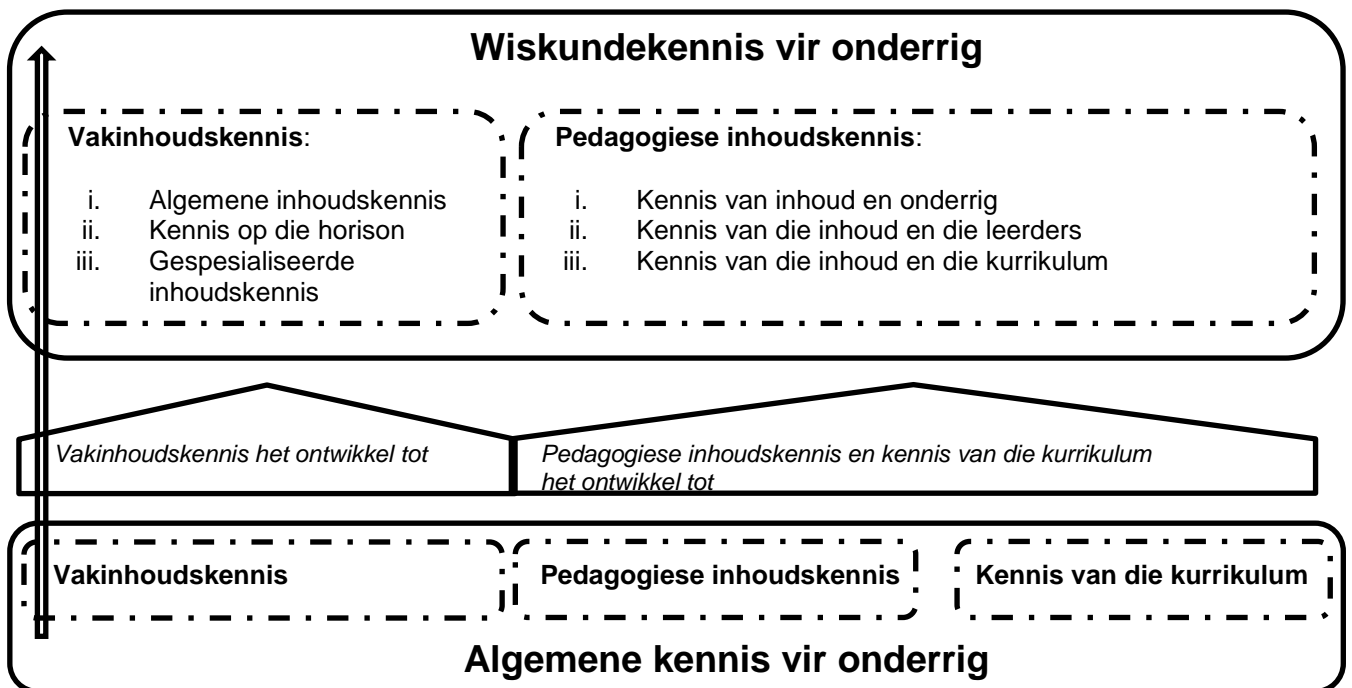
Bronne: Ball et al., 2008; Ellis, 2007; Ernest, 1999; Kelly et al., 2008; Kuhn, 1997; DBE, 2011a

Uit Figuur 1.1 blyk dit dat die kennis waaroor die GSF-onderwyser moet beskik om suksesvol in die GSF-klaskamer te funksioneer kompleks is. Figuur 1.1 dien bloot as 'n voorlopige verwysingsraamwerk van die kennis wat nodig is vir die GSF-onderwyser om suksesvol in die GSF-klaskamer te funksioneer. Die GSF-onderwyser moet nie net kennis van een vak hê nie, maar van vier, naamlik huistaal, eerste addisionele taal, wiskunde en lewensvaardighede (DBE, 2011a). Volgens Shulman (1986) het die GSF-onderwyser ook ander vorms van kennis nodig om in die klaskamer te kan oorleef, naamlik proposionele kennis (empiriese of filosofiese navraag, praktiese ervaring en morele of etiese beredenering); gevallekennis (kennis van spesifieke gedokumenteerde gebeure); en strategiese kennis (wanneer die onderwyser metakognitief bewus is van kennis as gevolg van 'n situasie waarmee die onderwyser gekonfronteer word wat nie 'n spesifieke oplossing het nie) (Shulman, 1986).

Omdat hierdie slegs 'n verhandeling met die oog op 'n MEd-kwalifikasie is, is dit onmoontlik om op elke aspek te fokus; daarom konsentreer ek in hierdie studie bloot op die wiskundekennis wat vir onderrig nodig is (blou gemerkte afdeling in Figuur 1.1). In die volgende afdeling word meer indringend aandag geskenk aan die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig.

1.3.4 Die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig

'n GSF-onderwyser wat meer weet, onderrig beter (Poulson, 2001). Vir onderrig om effektief te wees, is dit nodig dat die kennis wat geleer/opgedoen moet word, duidelik geïdentifiseer moet wees (Simon, 2008); daarom is kennis vir onderrig belangrik. Shulman (1986) se artikel dien as 'n basis vir talle navorsingsverslae (Askew, 2008) en hy identifiseer die volgende drie kategorieë as inhoudskennis wat noodsaaklik is vir onderrig: vakinhoudskennis, pedagogiese inhoudskennis en kennis van die kurrikulum. Ball et al. (2008) het verder navorsing gedoen oor die wiskundekennis wat nodig is vir onderrig en Figuur 1.2 demonstreer hoe hul werk op dié van Shulman (1986) voortbou.



Figuur 1.2: Van algemene kennis vir onderrig tot wiskundekennis vir onderrig

Bronne: Ball et al., 2008; Shulman, 1986

Uit Figuur 1.2 blyk dit dat Shulman in 1986 algemene kennis vir onderrig gekategoriseer het as vakinhoudskennis, pedagogiese inhoudskennis en kennis van die kurrikulum. Ball et al. (2008) het na aanleiding van Shulman (1986) se artikel ondersoek ingestel na die wiskundekennis wat nodig is vir onderrig en bevind dat wiskundekennis vir onderrig in twee kennisdomeine ingedeel kan word, naamlik vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. Goulding et al. (2002) het egter gewaarsku dat die kennisareas binne wiskundekennis vir onderrig verweef en moeilik skeibaar is. Daar moet interaksie wees tussen 'n GSF-onderwyser se vakinhoudskennis, pedagogiese inhoudskennis en kennis van die kurrikulum sodat onderrig effektief kan wees (Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009). Hill, Rowan en Ball (2005) definieer wiskundekennis vir onderrig as die wiskundekennis wat onderwysers tydens die onderrig van wiskunde toepas.

1.3.4.1 Vakinhoudskennis

Vakinhoudskennis is indringende kennis van die spesifieke vak wat die onderwyser aanbied (Shulman, 1986). Shulman (1986) het ook beklemtoon dat 'n onderwyser nie alleen moet weet dát iets so is nie, maar ook wáárom dit so is. Wiskunde vakinhoudskennis bestaan uit algemene inhoudskennis, inhoudskennis op die horison en gespesialiseerde inhoudskennis (Ball et al., 2008). Algemene inhoudskennis kan beskryf word as kennis wat algemeen is by mense wat wiskunde ken en dit daaglik gebruik (Ball et al., 2008). Inhoudskennis op die horison verwys na die visie om spesifieke wiskundebegrippe in die wiskundige landskap te plaas; en om te weet hoe die wiskunde onderwerpe waarmee die GSF-onderwyser in 'n sekere stadium besig is met groter wiskundige idees, strukture en beginsels verband hou (Ball et al., 2008). Gespesialiseerde inhoudskennis verwys na gedetailleerde kennis wat mense in ander beroepe nie in hul daaglikse lewe toepas nie (Ball et al., 2008).

1.3.4.2 Pedagogiese inhoudskennis

Pedagogiese inhoudskennis behels dat die onderwyser sy/haar spesifieke idees of konsepte kan voorstel, illustreer, verduidelik en demonstreer (Shulman, 1986). Pedagogiese inhoudskennis sluit ook in die onderwyser se begrip van wat sekere temas moeilik maak om te leer, sy/haar kennis aangaande ontwikkelingsstadia en kennis van die agtergronde van leerders in die klas (Shulman, 1986). Soos reeds geïllustreer in Figure 1.1 en 1.2, bestaan wiskundige pedagogiese inhoudskennis uit kennis van die inhoud en die leerders, kennis van inhoud en onderrig, en kennis van die inhoud en die kurrikulum (Ball & Bass, 2009). Kennis van die inhoud en leerders verwys daarna dat die GSF-onderwyser kennis moet dra van die leerder se ontwikkelingsstadia, agtergrond en tipiese foute wat leerders begaan (Ball & Bass, 2009). Kennis van die inhoud en onderrig verwys na die kennis van die volgorde van voorbeelde wat die GSF-onderwyser gebruik om 'n nuwe konsep of metode aan die leerders bekend te stel (Ball & Bass, 2009). Pedagogiese inhoudskennis vir wiskunde sluit ook in dat die GSF-onderwyser moet weet hoe om sekere temas te onderrig en hoedat die individuele leerder 'n begrip van die verskillende temas kan ontwikkel (Askew, 2008).

1.3.4.3 Kennis van die kurrikulum

Kennis van die kurrikulum behels die onderwyser se vermoë om van alternatiewe kurrikulummateriaal gebruik te kan maak (Shulman, 1986). Dit sluit in dat die onderwyser oor gespesialiseerde kennis van die kurrikulum en die implementering daarvan moet beskik (Shulman, 1986). Die onderwyser moet verder ook bewus wees van beide die eng en breë kurrikulumperspektief (Graham-Jolly, 2009) en hoe dit onderrig beïnvloed. Kennis van die wiskunde-inhoud en wiskundekurrikulum verwys na die opvoedkundige doelwitte wat die GSF-onderwyser stel, sowel as dié van die beleidsdokumente van die regering vir die leersituasie (Ball & Bass, 2009). In die volgende afdeling word KPSW's bespreek.

1.3.5 Kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's)

In die Verenigde State van Amerika (VSA) is die standaard waaraan onderwysers moes voldoen, verlaag sodat genoeg onderwysers aangestel kon word (Stykes, 1999). Uit die DBE en DHET (2011) se strategiese raamwerk is dit duidelik dat so 'n standaardverlaging ook die geval in Suid-Afrika is; daarom is dit nodig om KPSW's te ontwikkel sodat dit tot die moontlike verbetering van die gehalte van onderwyservoorbereiding kan lei. Standaard is nodig om die leerders teen skade te beskerm en sodat onderwysers aan die publiek se verwagtinge kan voldoen (naamlik om wiskunde nie net te ken nie, maar dit ook te kan onderrig) (Stykes, 1999). Navorsing het ook al bewys dat GSF-onderwysers wat reeds op universiteit goed toegerus word, die klaskamer beter voorbereid betree en dan ook beter onderrig gee as dié wat nie behoorlik gereedmaak is nie (Roth, 1996). In die volgende afdeling word die agtergrond en identifisering van die probleem aangebied.

1.4 Probleemidentifisering

In die "Integrated strategic planning framework for teacher education and development in South Africa 2011-2025" het die DBE en DHET (2011) dit duidelik gestel dat 'n verskeidenheid behoeftes bestaan wat onder andere insluit dat meer onderwysers voorberei moet word en dat spesiale aandag aan die gehalte van onderwyservoorbereiding geskenk moet word, sodat onderwysers oor toereikende vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis kan beskik om effektief te kan onderrig. Dit blyk duidelik uit die volgende aanhaling: "While it must be recognised that a wide variety of factors interact to impact on the quality of the education system in South Africa, teachers' poor subject matter knowledge and pedagogical content knowledge are important contributors" (DBE & DHET, 2011, p. 4). Volgens Wilson, Floden en Ferrini-Mundy (2001) bestaan daar 'n positiewe verband tussen onderwysers se voorgraadse voorbereiding ten opsigte van hul vak- en pedagogiese inhoudskennis, en hul onderrig in die klaskamer.

Een van die doelwitte van die DBE en DHET (2011) is om die kapasiteit en bekwaamheid van voornemende vroeë kinderonwikkeling (VKO) en GSF-onderwysers wat aan universiteite voorberei word te verbeter sodat GSF-onderwysers van 'n hoë gehalte vir die skoolsisteem voorsien kan word. Onderwyservoorbereiding vir die Suid-Afrikaanse konteks benodig intervensie wat onder andere op spesifieke behoeftes in GSF-onderwys gefokus word (DBE & DHET, 2011) en laasgenoemde is geïdentifiseer as een van die areas wat dringende aandag verg (DBE & DHET, 2011). Plaaslike navorsing wat bevestig dat intervensie nodig is, blyk uit die Jaarlikse Nasionale Assessering (beter bekend as "Annual National Assessments"). Daarvolgens het Graad 3-leerders in 2010 'n gemiddeld van 28% vir gesyferdheid behaal (DBE, 2011b); onderwysers begaan dikwels dieselfde foute as leerders (Ryan & Williams, 2007); en na die ouderdom van sestien jaar is leerders geneig om te spesialiseer in nie-wiskundige vakke

en teen die tyd wat hulle op universiteit inskryf as voornemende GSF-onderwysers (enige ouderdom van 18 jaar af en ouer) is daar 'n groot leemte in hulle wiskundekennis (Goulding et al., 2002).

Die ontwikkeling van KPSW's vir onderwysers in die GSF behoort onderwyseropleiding en -ontwikkeling (OOO) te fasiliteer en te verbeter (DBE & DHET, 2011). Bloch (2009) beweer dat dit nodig is om spesifieke standaarde vir onderwysers neer te lê sodat hulle sal weet wat van hulle verwag word. Met KPSW's vir GSF-onderwysers word die kennis en vaardighede beskryf waaroor 'n GSF-onderwyser moet beskik om die gespesialiseerde onderrig-leeraktiwiteit te fasiliteer ten einde onderrig-leer effektief en professioneel te verseker (DBE & DHET, 2011).

Die probleem is dat daar in die Suid-Afrikaanse konteks geen KPSW's vir die GSF-onderwyser beskryf is nie. In die huidige studie word 'n aspek van wiskundeonderwysers in die GSF se vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis nie-empiries ondersoek en in die vorm van KPSW's beskryf. Vervolgens word die primêre navorsingsvraag en subvrae gestel.

1.5 Navorsingsvrae

Die studie word deur die volgende primêre navorsingsvraag gerig:

Watter kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein is relevant vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers?

Die volgende subvrae het die primêre navorsingsvraag gefasiliteer:

- i. Hoe beskryf nasionale en internasionale beleidsdokumente vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalldomein in die grondslagfase te onderrig?
- ii. Hoe beskryf nasionale en internasionale navorsingsdokumente vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalldomein in die grondslagfase te onderrig?
- iii. Hoe kan kennis- en praktykstandaarde wat nodig is vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers in die getalldomein beskryf word?

In die volgende afdeling (1.6) word die hoofdoel en ander doelwitte gestel wat aan die hand van die primêre navorsingsvraag en subvrae geformuleer is.

1.6 Navorsingsdoelstellings

Die hoofdoel van die studie is die volgende:

Om 'n voorlopige dokument op te stel wat die kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein vir die voorbereiding van Grondslagfase-onderwysers beskryf.

Die doelwitte vir die studie is om

- i. vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis vir die onderrig van die getalldomein volgens internasionale en nasionale beleidsdokumente te beskryf;
- ii. vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis vir die onderrig van die getalldomein volgens internasionale en nasionale navorsingsdokumente te beskryf; en
- iii. kennis- en praktykstandaarde wat nodig is vir die onderrig van die getalldomein te beskryf.

In die volgende afdeling word die begrippe en terminologie verklaar.

1.7 Begripsverklaring

Tabel 1.2: Begripsverklaring

Terminologie	Beskrywing
GSF-onderwysers	Onderwysers (manlik of vroulik) wat vier jaar se voorbereiding vir onderwys in die GSF deurloop het en in die eerste jaar van onderrig vir leerders in grade 1 tot 3 is.
Kennerse op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF	Die vier navorsers van vier verskillende universiteite en twee onderwysers uit twee verskillende provinsies in Suid-Afrika wat aan die navorsing deelgeneem het.
Leer	Die aktiewe proses van konstruering van kennis binne 'n sosiale omgewing (Hackman, 2004).
Leerders	Kinders in die ouderdomsgroep 6 tot 10 jaar wat 'n skool bywoon en in graad 1, graad 2 of graad 3 is.
Onderwyservoorbereiding	Die voorbereiding en ontwikkeling van GSF-studente as onderwysers (McGraner, Van der Heyden & Holdheide, 2011).
Wiskunde	"Wiskunde is 'n menslike aktiwiteit wat die volgende behels: Waarneming, voorstelling en ondersoek van patrone, en kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels, asook tussen wiskundige voorwerpe self. Deur hierdie proses word nuwe wiskundige idees en insigte ontwikkel. In wiskunde word 'n eie, gespesialiseerde taal gebruik wat simbole en notasies behels om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. Wiskunde-idees en -begrippe bou op mekaar voort om 'n samehangende struktuur te vorm." (DBE, 2011a, p. 8).
Wiskundekennis vir onderrig	Wiskundekennis kan beskryf word as dié kennis wat nodig is om wiskunde aan die leerders te onderrig (Ball, Thames & Phelps, 2008).

1.8 Navorsingsontwerp en -metodologie

Om die navorsingsvrae in afdeling 1.5 te beantwoord is gebruik gemaak van 'n nie-empiriese konseptuele studie waar dokumente doelgerig ingesamel en deur inhoudsanalise ontleed is om voorlopige KPSW's te beskryf. Eerstens word die verkry van literatuur vir die studie beskryf, gevolg deur afdelings waarin daar verder uitgebrei word op die metodologie, navorsingsparadigma, data-insamelingsprosedures en dataontleding.

1.8.1 Literatuur

Vir Hoofstuk 2 en Hoofstuk 5 van die verhandeling is die databasisse Ebsco Host, Google Scholar, Sabinet en Eric besoek. Sleutelwoorde wat gebruik is, sluit in *mathematics education, teacher education, teacher preparation, teacher training, early childhood development, misconceptions in mathematics, foundation phase, kindergarten, mathematical knowledge for teaching, teacher knowledge, knowledge for teaching, subject matter knowledge, pedagogical content knowledge, disciplinary knowledge, knowledge standards for teacher certification, instructional knowledge, knowledge for teaching, whole numbers, problem solving, operations* en *pre-service mathematics preparation*. Nasionale en internasionale beleidsdokumente met betrekking tot wiskundekennis vir onderrig en die opstel van standaarde is van die Internet afgetrek en met die oog op Hoofstuk 2 en Hoofstuk 4 bestudeer.

1.8.2 Metodologie

Die navorsingsmetodologie het 'n kwalitatiewe konseptuele studie behels waar dokumente in die vorm van artikels, navorsingsverslae, onderwyservoorbereidingshandboeke en beleidsdokumente ingesamel en ontleed is. Die studie is onderneem om 'n begrip van wiskundekennis vir onderrig te vorm sodat voorlopige KPSW's daaruit beskryf kon word.

1.8.3 Ontwerp of paradigma

Die studie is vanuit 'n interpretivistiese paradigma benader. Die artikels, navorsingsverslae, onderwyservoorbereidingshandboeke en beleidsdokumente is deur die navorser geïnterpreteer en sy het voorlopige KPSW's daaruit ontwikkel. Die interpretivistiese paradigma was die mees gepaste paradigma omdat die navorser betekenis wou skep en nie iets wou verander (kritiese teorie) of kwantitatief wou meet nie (positivisme) (Nieuwenhuis, 2007b).

1.8.5 Data-insamelingprosedures

Tydens die uitvoer van die navorsing is data op drie verskillende tye ingesamel. Eerstens is nasionale en internasionale (VSA, Australië en Nederland) beleidsdokumente ten opsigte van GSF-onderwysstandaarde en die wiskunde-skoolkurrikulumdokumente vir Graad 1 tot Graad 3 leerders ingesamel. Tweedens is artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke ingesamel wat te doen het met die voorbereiding van GSF-onderwysers vir onderrig

van die getalldomein. Dertens is voorlopige KPSW's ontwikkel wat na nasionale kenners op die gebied van wiskundeonderrig in die GSF gestuur is en hul evalueringsverslae is verkry.

1.8.5 Dataontleding

Soos wat die data in drie fases ingesamel is, is dit ook in drie ooreenstemmende fases ontleed. Tydens al drie die dataontledingsfases is die data ontleed volgens die ses stappe van Creswell (2009) soos beskryf in Hoofstuk 3. Tydens die eerste dataontleding is nasionale en internasionale beleidsdokumente (uit die VSA, Australië en Nederland) ontleed. Gedurende die tweede fase het artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke aan die beurt gekom en in die laaste fase is die kritiese evalueringsverslae van kenners op die gebied van wiskundeonderrig in die GSF ontleed.

1.9 Bydrae van die studie

Die studie kan 'n bydrae lewer op die volgende terreine:

- i. Op akademiese gebied deurdat dit 'n indringende studie bied aangaande wiskundekennis wat nodig is vir die onderrig van die getalldomein in die grondslagfase
- ii. In die praktyk deurdat 'n voorlopige dokument met KPSW's vir die voorbereiding van GSF-onderwysers ontwikkel is
- iii. Tot plaaslike en internasionale literatuur wat betrekking het op wiskundekennis vir die onderrig van die getalldomein

1.10 Samevatting

Hoofstuk 1 verskaf 'n oriëntering tot die navorsing wat onderneem is en toon dat die ontwikkeling van KPSW's 'n prioriteitsarea van die DBE en DHET (2011) is. Die studie poog om 'n positiewe bydrae te maak tot die ontwikkeling van KPSW's en bestaan uit ses hoofstukke wat soos volg verdeel word:

Hoofstuk 1 – Oriëntering

Hoofstuk 1 bied 'n algemene oorsig van die studie.

Hoofstuk 2 – Konseptuele raamwerk vir die ontwikkeling van kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde

Hoofstuk 2 voorsien die konseptuele raamwerk vir die studie.

Hoofstuk 3 – Navorsingsontwerp

Hoofstuk 3 beskryf die navorsingsproses.

Hoofstuk 4 – Bevindings en interpretasie: nasionale en internasionale beleidsdokumente

Hoofstuk 4 voorsien die bevindings en interpretasie van nasionale en internasionale beleidsdokumente aangaande die wiskundekennis vir onderrig van die getalldomein.

Hoofstuk 5 – Wiskundekennis vir onderrig en kennis van, asook praktykstandaarde vir die getalldomein

Hoofstuk 5 voorsien die bevindings en interpretasie van nasionale en internasionale navorsingsdokumente aangaande die wiskundekennis wat nodig is vir onderrig van die getalldomein. Dit voorsien ook die voorlopige KPSW's soos dit aan kenners op die gebied van wiskundeonderrig in die GSF gestuur is, en daarna word die evalueringsverslae soos geanaliseer aangebied.

Hoofstuk 6 – Samevatting en aanbevelings

Hoofstuk 6 bied samevatting en beperkings van die navorsing, asook voorstelle vir toekomstige navorsing.

In Hoofstuk 2 word daar uitgebrei op die konseptuele raamwerk vir die ontwikkeling van KPSW's.

HOOFSTUK 2

KONSEPTUELE RAAMWERK VIR DIE ONTWIKKELING VAN KENNIS- EN PRAKTYKSTANDAARDE VIR WISKUNDE (KPSW'S)

2.1 Inleiding

2.2 Interpretivisme

2.3 Ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika

2.3.1 Samevatting van die ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika

2.4 Sosiaal konstruktivisme

2.5 Die betekenis van wiskunde in die GSF-klaskamer

2.5.1 Getalldomein

2.6 Wiskundekennis vir onderrig

2.6.1 Vakinhoudskennis

2.6.2 Pedagogiese inhoudskennis

2.6.3 Wiskundekennis vir onderrig en metakognitiewe kennis

2.7 Beleidsdokumente: Nasionaal en internasionaal

2.7.1 VSA

2.7.2 Australië

2.7.3 Nederland

2.8 Voorlopige KPSW's

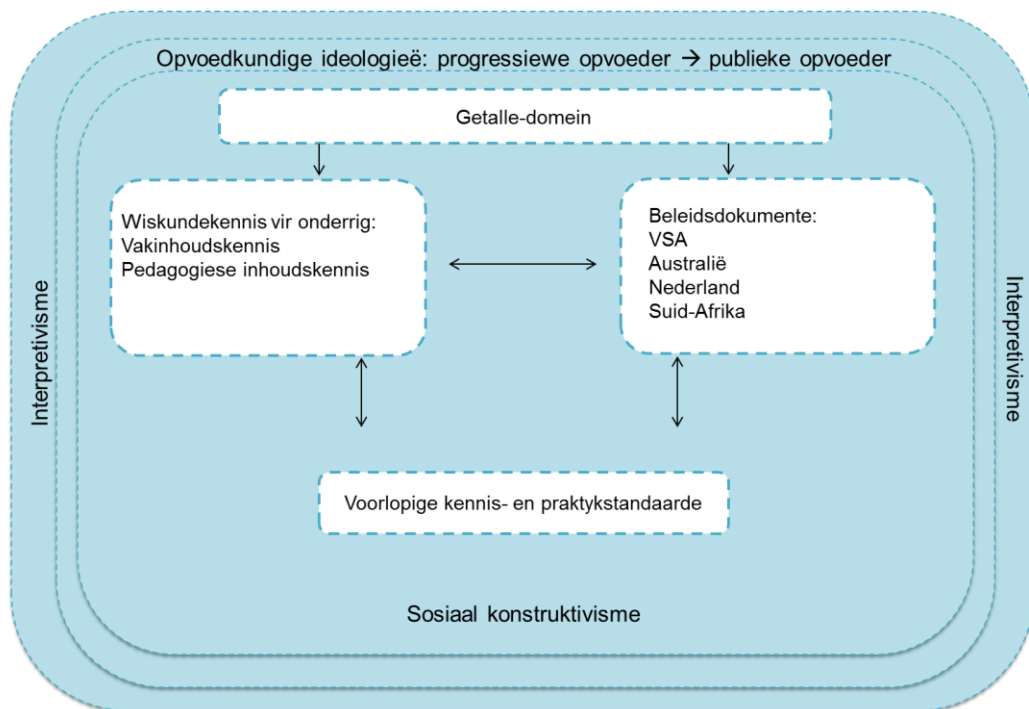
2.9 Samevatting

HOOFSTUK 2

KONSEPTUELE RAAMWERK VIR DIE ONTWIKKELING VAN KENNIS- EN PRAKTYKSTANDAARDE VIR WISKUNDE (KPSW'S)

2.1 Inleiding

In Hoofstuk 1 is die behoefte aan Kennis- en Praktykstandaarde vir Wiskunde (KPSW's) bespreek. In hierdie hoofstuk word die konseptuele raamwerk vir die ontwikkeling van KPSW's in meer diepte beskryf. Die raamwerk bestaan uit verskillende lae en elemente wat visueel voorgestel word soos in Figuur 3.1. Alhoewel lyne in Figuur 3.1 gebruik word om die verskillende lae en elemente van mekaar te skei, word dit bloot gedoen om die raamwerk makliker voor te stel, want al hierdie verskillende elemente vloei in mekaar en vorm 'n geheelbeeld.



Figuur 2.1: Konseptuele raamwerk

In Figuur 2.1 stel die buitenste laag interpretivisme voor. Die navorser het die dokumente (beleidsdokumente, artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke) wat vir die studie bestudeer is, geïnterpreteer en tot verskillende gevolgtrekkings gekom.

Die volgende laag stel die ideologieë van wiskundeonderwys voor wat prominent in die KABV na vore kom (DBE, 2011a; Ernest, 1991). Dit blyk dat die KABV 'n GSF-onderwyser beskryf wat in die ideologieë van progressiewe opvoeder en publieke opvoeder (DBE, 2011a; Ernest, 1991) behoort te funksioneer.

Die middelste laag stel die sosiaal konstruktivisme voor en dit speel 'n groot rol in die beskrywing van KPSW's. Sosiaal konstruktivisme is een van die kenmerke van die wiskundebeskouing van die publieke-opvoeder-ideologie (Ernest, 1991). Wanneer daar na die strukturering van kennis verwys word, dan is dit vanuit die sosiaal konstruktivistiese oogmerk.

In die middel van die konseptuele raamwerk (sien Figuur 3.1) is daar vier elemente wat die fokus van die studie vorm, naamlik die 1) die getalldomein as tema; 2) nasionale en internasionale navorsing oor wiskundekennis vir onderrig; 3) nasionale en internasionale beleidsdokumente rakende KPSW's vir die GSF-onderwyser, en 4) voorlopige KPSW's. In die volgende afdelings gaan elk van die lae en elemente in die skets in groter diepte beskryf word.

2.2 Interpretivisme

Die interpretivisme poog om die aard van die menslike bestaan te verstaan en te beskryf (Wagner, Kawulich & Garner, 2012). In hierdie geval word die KPSW's deur die navorser volgens haar insig en oortuigings verstaan en beskryf. Realiteit hang af van elke individu se oortuiging en daarom is die interpretivisme 'n persoonlike en sosiale konstruk (Wagner et al., 2012). Omdat daar individuele realiteite en groepegedeelde realiteite is (Wagner et al., 2012), het die navorser ander kundiges gevra om die voorlopige KPSW's te evalueer. Kennis is subjektief omdat dit sosiaal gekonstrueer word (McMillan & Schumacher, 2010; Wagner et al., 2012) en in hierdie geval word kennis ook as sosiaal konstruktivisties beskou. Eerder as om objektief te bly, word die navorser se professionele mening en perspektief oorweeg vir die interpretering en opstelling van die KPSW's (McMillan & Schumacher, 2010). In Hoofstuk 3 word die interpretivisme verder beskryf, aangesien dit die navorsingsparadigma is waaruit die studie benader word. In die volgende afdeling word die ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika beskryf.

2.3 Ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika

Ernest (1991) beskryf vyf opvoedkundige ideologieë, naamlik 1) die industriële opleier; 2) die tegnologiese pragmatist; 3) die oud-humanist; 4) die progressiewe opvoeder, en 5) die publieke opvoeder. Volgens die industriële opleier, wat wiskunde as absoluut beskou, is wiskundeonderwys daarop gerig om mense te voorsien van basiese wiskundevaardighede wat in die industrie nodig is (Ernest, 1991). Tegnologiese pragmatisme het vanuit hierdie benadering ontwikkel aangesien die industriële opleier kennis as nie-problematies en gegewe beskou en dit vergelyk met 'n instrument wat prakties aangewend kan word (Ernest, 1991). Die oud-humanistiese groep beskou kennis as die moeite werd as dit binne eie reg bestaan (Ernest, 1991). Wiskunde word beskou as intrinsiek waardevol, as 'n sentrale element van kultuur en verhewe bo enige ander wetenskap (Ernest, 1991). Die progressiewe opvoeder het 'n absolute siening van wiskundige waarheid, maar heg waarde aan die proses om by hierdie waarheid uit

te kom (Ernest, 1991). Laastens is daar die publieke-opvoeder-ideologie, wat erkenning gee aan die beginsel dat alle kennis kultuurgebonde, met waarde belaa en interverbandhoudend is, en dat dit op menslike aktiwiteite en ondersoek gebaseer is (Ernest, 1991).

Ernest (1991) het hierdie ideologieë in 'n tabel met mekaar vergelyk. Vir die ontwikkeling van KPSW's is dit belangrik om te bepaal binne watter ideologieë Suid-Afrika se beleidsdokumente val sodat die KPSW's ook hiermee bely kan word. Die navorser het bevind dat die KABV (DBE, 2011a) ooreenkom met beide die progressiewe-opvoeder- en publieke-opvoeder-ideologieë. In Tabel 2.1 tot Tabel 2.3 word uitgebreide vergelykings tussen die KABV en hierdie twee ideologieë verskaf. Dit kan wel gebeur dat die KABV in praktyk nie geïmplementeer word soos wat dit voorgeskryf word nie, maar aangesien dit eers in 2011 in werking gestel is, is daar nog nie genoeg navorsing gedoen om hierdie vermoede te bevestig nie. In Tabel 2.1 word die ooreenkomste tussen die KABV, die progressiewe-opvoeder- en publieke-opvoeder-ideologieë aangedui. Na Tabel 2.1 volg 'n bondige bespreking van die inhoud daarvan.

Tabel 2.1: Ooreenkomste tussen die KABV, die progressiewe-opvoeder-ideologie en die publieke-opvoeder-ideologie

Siening van wiskunde (Ernest, 1991)	
Progressiewe opvoeder	Publieke opvoeder
<p><i>Sentrale siening: Prosesbeskouing: verpersoonlikte wiskunde</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Wiskunde</p> <ul style="list-style-type: none"> • is 'n taal, • is kreatief, • het 'n menslike kant, en • se subjektiewe kennis word waardeur en beklemtoon. 	<p><i>Sentrale siening: Sosiaal konstruktivisme</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Wiskunde</p> <ul style="list-style-type: none"> • is 'n sosiale konstruksie, • is ingebed in kultuur (etno-wiskunde), • is tentatief, • groei as gevolg van die mens se besluitneming, en • hou verband met ander terreine van kennis, kultuur en sosiale lewe.
KABV (DBE, 2011a, p. 8 & p.12)	
<p><i>KABV stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskunde</p> <ul style="list-style-type: none"> • is 'n menslike aktiwiteit, • het 'n eie gespesialiseerde taal wat simbole en notasies behels om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. <p>(DBE, 2011a, p. 8).</p>	<p><i>KABV stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskunde behels</p> <ul style="list-style-type: none"> • waarneming, • voorstelling, • die ondersoek van patrone, • die ondersoek van kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels, en • die ondersoek van patrone tussen wiskundige voorwerpe. <p>Wiskunde-idees en -begrippe bou op mekaar voort om 'n samehangende struktuur te vorm.</p> <p>Wiskunde behoort altyd geïntegreerd te wees.</p>

Tabel 2.1 (vervolg)

Teorie van wiskundeonderrig (Ernest, 1991)	
Progressiewe opvoeder	Publieke opvoeder
<p><i>Sentrale siening: Fasiliteer persoonlike ontdekking, voorkom mislukking</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Wiskunde-onderrig behels</p> <ul style="list-style-type: none"> • aanmoediging, • die rangskikking van gestruktureerde omgewings en situasies vir ontdekkings, • die beplanning van verskillende wiskundige aktiwiteite, en • die beplanning van geïntegreerde multidissiplinêre projekte. 	<p><i>Sentrale siening: Bespreking, konflik, bevraagtekening van inhoud en pedagogie</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Wiskunde-onderrig behels</p> <ul style="list-style-type: none"> • bespreking tussen leerder en leerder, • bespreking tussen leerder en onderwyser, • leer wat die sosiale konstruksie is van betekenis, • groepwerk, projekwerk, probleemoplossing, betrokkenheid, bemeestering, outonome projekte, ontdekking, probleemstelling, ondersoekende werk, • aanmoediging van leerders wat wiskunde krities bevraagteken, en • sosiale betrokkenheid en bemagtiging.
KABV (DBE, 2011a, pp. 12-13 & DHET, 2011)	
<p><i>KABV stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskundeonderrig behoort</p> <ul style="list-style-type: none"> • in graad R gebaseer te wees op leer-deur-te-speel, • in graad R verskillende aktiwiteite soos stories, liedjies, versies en vingerbordspeletjies, asook waterspel, opvoedkundige speelgoed, konstruksie en ontdekkingsaktiwiteite (massa, tyd, volume, meting, en fantasiespel, buitenspel en speelgrondspeletjies (Wolf, Wolf hoe laat is dit?) te behels, en • deeglike beplanning van aktiwiteite, veral tydens groepwerk, te behels. 	<p><i>KABV stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskundeonderrig behoort</p> <ul style="list-style-type: none"> • proaktiewe optrede van die onderwyser te vereis, • van die onderwyser te verwag om 'n tussenganger en fasiliteerder te wees, • klassikale sowel as groepwerk te behels, • hoofrekena, vaslegging van begrippe en selfstandige leer te versterk, • groepwerk (insluitend werkboeke, werkkaarte en klaswerkboeke, interaktiewe groepsessies) te behels • te vereis dat die onderwyser leerders aanmoedig om te praat, te doen en te demonstreer om sodoende wiskundige denke te ontwikkel, • van die onderwyser te verwag om selfstandige aktiwiteite aan leerders te stel, en • in klein groepe leerders (dieselfde vaardigheidsvlak) plaas te vind en besprekings tussen leerder en leerder, asook tussen onderwyser en leerder te vereis.
Teorie van die leerder (Ernest, 1991)	
Progressiewe opvoeder	Publieke opvoeder
<p><i>Sentrale siening: Leerder-gesentreerd, progressiewe beskouing; leerder groei soos 'n blom en is onskuldig en wreed</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Individue is gebore as gelykes met</p> <ul style="list-style-type: none"> • gelyke regte, • oor die algemeen gelyke gawes en potensiaal. <p>Leerders is</p> <ul style="list-style-type: none"> • klei wat gevorm moet word deur sosiale magte en kulture; • aktief en ondersoek betekenis en kennis waar taal en sosiale interaksie 'n sentrale rol speel in die verkryging en skepping van kennis in die kinderjare. 	<p><i>Sentrale siening: Beskouing berus op sosiale omstandighede: klei wat gevorm word deur die omgewing</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Die kind is</p> <ul style="list-style-type: none"> • 'n groeiende blom; • gebore met alle behoeftes vir verstandelike en fisiese groei; • benodig 'n toepaslike koesterende omgewing en verrykte ervarings om selfstandig te ontwikkel tot sy/haar volle potensiaal; • 'n individu wat regte het.

Tabel 2.1 (vervolg)

Teorie van die leerder	
Teorie van leer (Ernest, 1991)	
Progressiewe opvoeder	Publieke opvoeder
<p><i>Sentrale siening: Aktiwiteit, speel en ontdekking</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei</p> <p>Leerdere leer</p> <ul style="list-style-type: none"> • deur ervarings tydens die manipulasie van verskeie hulpmiddels in wiskunde, • deur te ontdek en te ondersoek, • in 'n omgewing wat ryk, uitdagend en veilig is, • in 'n omgewing wat selfvertroue, positiewe waardes en goeie gevoelens bevorder, en • deur te speel, aktiwiteite, projekte en bespreking. 	<p><i>Sentrale siening: Bevraagtekening, besluitneming, onderhandelings</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei</p> <p>Teorie vir die aanleer van wiskunde is gebaseer op sosiaal konstruktivisme en afkomstig van die werke van Vygotsky en ander.</p> <p>Leerdere moet</p> <ul style="list-style-type: none"> • aktief betrokke wees by wiskunde, • probleme stel, • probleme oplos, • wiskunde in hul eie lewens en omgewings bespreek (Etno-wiskunde).
KABV (2011a, p. 12)	
<p><i>KABV stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Leerdere</p> <ul style="list-style-type: none"> • leer deur te speel in graad R, • ontwikkel fisiese koördinasie, • ontwikkel gesproke taalbevoegdheid, • leer deur te doen, praat en demonstreer. 	<p><i>KABV stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Leerdere</p> <ul style="list-style-type: none"> • leer deur interaktiewe groepsessies, • doen aktiwiteite wat insluit tel, skatting, vaslegging van getalbegrip en probleemoplossing, asook aktiwiteite wat patrone, ruimte en vorm, meting en datahantering behels.
Wiskundige doelwitte (Ernest, 1991)	
Progressiewe opvoeder	Publieke opvoeder
<p><i>Sentrale siening: Kreatiwiteit, selfrealisering deur wiskunde (kindgesentreerd)</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei</p> <p>Wiskundige doelwitte</p> <ul style="list-style-type: none"> • dra by tot die geheelontwikkeling van die groeiende mens, • dra by daartoe om die leerder se kreatiwiteit te ontwikkel, • kweek selfrealisering deur ervarings van leer in wiskunde, • betrek die ontwikkeling van die leerder as 'n selfstandige ondersoeker en kenner van wiskunde, en • bevorder die leerder se selfvertroue, positiewe houdings en selfbeeld ten opsigte van wiskunde. 	<p><i>Sentrale siening: Kritiese bewustheid en demokratiese burgerskap deur wiskunde</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei</p> <p>Wiskundige doelwitte</p> <ul style="list-style-type: none"> • ontwikkel demokratiese burgerskap deur kritiese denke in wiskunde, • behels die bemagtiging van individue om probleme binne sosiale kontekste te kan stel en oplos, • vereis begrip van die sosiale institusie van wiskunde, en • dra by tot die bevordering van sosiale geregtigheid vir almal in die samelewing.
KABV (2011a pp. 8-9)	
<p><i>KABV stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskundige doelwitte vereis</p> <ul style="list-style-type: none"> • dat leerders selfvertroue en bevoegdheid het om enige wiskundige situasie te hanteer sonder om deur 'n vrees vir wiskunde gekniehalter te word, • dat leerders 'n gees van weetgierigheid en 'n liefde vir wiskunde ontwikkel, • 'n waardering vir die skoonheid en elegansie van wiskunde, • die erkenning dat wiskunde 'n kreatiewe deel van menslike aktiwiteit is, • dat leerders persoonlik ontwikkel, en • spesifieke kennis en vaardighede wat nodig is vir die toepassing van wiskunde op fisiese, sosiale en wiskundige probleme; die studie van verwante vakmateriaal; verdere studie van wiskunde. 	<p><i>KABV stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie</i></p> <p>Wiskundige doelwitte vereis dat</p> <ul style="list-style-type: none"> • leerders 'n bewustheid ontwikkel van die belangrike rol wat wiskunde in alledaagse situasies speel, • die volgende in die leerder ontwikkel word: 'n kritiese bewustheid van hoe wiskundige verwantskappe in sosiale omgewings, asook in kulturele en ekonomiese verband gebruik word en diepgaande konseptuele begrippe ten einde wiskunde te verstaan, • die leerder 'n bewustheid ontwikkel van die belangrike rol wat wiskunde in alledaagse situasies speel.

Bronne: DBE, 2011a; Ernest, 1991

Ter opsomming – in Tabel 2.1 is die ooreenkomste tussen die KABV (DBE, 2011a), die progressiewe-opvoeder-ideologie en die publieke-opvoeder-ideologie uitgewys. Hierdie ooreenkomste behels die volgende: siening van wiskunde, teorie van wiskundeonderrig, teorie van die leerder, teorie van leer en wiskundige doelwitte. Die siening van wiskunde beteken kortliks dat wiskundekennis binne 'n sosiale omgewing deur leerders in hul eie taal deur verskillende ervarings gekonstrueer word. Die teorie van wiskundeonderrig behels die fasilitering van leer waar daar kommunikasie tussen leerders onderling asook tussen leerders en die GSF-onderwyser is. Die teorie van die leerder en leer beskou die GSF-leerder as 'n individu wat sy/haar eie regte het, wat holisties ontwikkel en wat aktief leer deur verskeie aktiwiteite, asook groepwerk. Wiskundige doelwitte het ten doel om selfversekerde, nuuskierige, kreatiewe, kritiese GSF-leerders te ontwikkel tot die bevordering van sosiale geregtigheid vir almal.

In Tabel 2.2 word daar vervolgens meer uitgebrei oor die ooreenkomste tussen verskillende aspekte van die progressiewe-opvoeder-ideologie en die KABV (DBE, 2011a).

Tabel 2.2: Ooreenkomste tussen die KABV en die progressiewe-opvoeder-ideologie

Teorie van vermoë volgens die progressiewe-opvoeder-ideologie
<p><i>Sentrale siening: Vermoë wissel, maar moet gekoester word</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Wiskundige vermoë</p> <ul style="list-style-type: none"> • hang af van die individu (die sentrale aanname is dat daar inherente verskille is in wiskundige vermoë), • lei tot gedifferensieerde individuele tempo van ontwikkeling, • lei tot verskillende vlakke van geleentheid van verdere wiskundige ontwikkeling, en • vereis toepaslike ervarings om ten volle te realiseer.
KABV (DBE, 2011a, p. 12) stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie
<p>Wiskundige vermoë lei tot</p> <ul style="list-style-type: none"> • gedifferensieerde aktiwiteite, • inklusiewe onderrig, wat 'n belangrike deel van die skool behoort te vorm, • die uitdaging van leerders op verskillende vlakke, • groepering van leerders in dieselfde vaardigheidsvlak, • gemengde vaardigheidsgroepe tydens konstruksie, meting, ontdekking van patrone, sortering of speletjies, en • doelgerigte aktiwiteite volgens vaardigheidsvlak.
Teorie van hulpbronne volgens die progressiewe-opvoeder-ideologie
<p><i>Sentrale siening: Ryk omgewing om te ontdek</i></p> <p>Sentrale siening uitgebrei:</p> <p>Die klaskamer moet 'n omgewing wees</p> <ul style="list-style-type: none"> • met verskeie apparate en hulpbronne waar dit 'n sentrale rol in leer speel, en • waar daar eksterne voorstellings van idees voorsien word.
KABV (DBE, 2011a, p. 12) stem ooreen met die progressiewe-opvoeder-ideologie
<p>Die klaskamer moet 'n omgewing wees waar</p> <ul style="list-style-type: none"> • verskeie hulpbronne en apparate teenwoordig is, en • eksterne voorstelling van wiskundige idees voorsien word.

Bronne: DBE, 2011a; Ernest, 1991

Uit Tabel 2.2 blyk dit dat die KABV (DBE, 2011) ooreenkom met die progressiewe-opvoeder-ideologie ten opsigte van die teorie van vermoë en die teorie van hulpbronne. Volgens die teorie van vermoë is daar GSF-leerders met verskeie wiskundige vermoëns, wat beteken dat die GSF-onderwyser gedifferensieerde aktiwiteite moet ontwikkel en GSF-leerders moet uitdaag om hul eie potensiaal te bereik. Die teorie van hulpbronne vereis van die GSF-onderwyser om 'n klaskameromgewing te skep met volop hulpbronne en apparaat wat 'n sentrale rol in leer speel sodat wiskundige idees en begrippe ontwikkel kan word. Die klaskamer wat ryk is aan verskeie hulpbronne en apparaat vereis egter ook dat die GSF-onderwyser oor gespesialiseerde inhoudskennis moet beskik (Ball et al., 2008). In Tabel 2.3 hierna word daar verder uitgebrei oor die ooreenkomste tussen verskillende aspekte van die publieke-opvoeder-ideologie en die KABV.

Tabel 2.3: Ooreenkomste tussen die KABV en die publieke-opvoeder-ideologie

Morele waardes volgens die publieke-opvoeder-ideologie
<p>Morele waardes sluit in:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sosiale geregtigheid, sosiale regverdigheid, vryheid, gelykheid, broederskap, sosiale bewustheid, betrokkenheid, burgerskap, respek vir individue se regte en respek vir individue se gevoelens.
KABV (DBE, 2011a) stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie
<p>Morele waardes sluit in:</p> <ul style="list-style-type: none"> • genesing van verdeeldhede van die verlede, sosiale samelewing gebaseer op demokratiese waardes, sosiale geregtigheid, fundamentele menseregte, verbetering van die lewenskwaliteit van alle burgers, bevryding van die potensiaal van elke persoon, en gelyke beskerming.
Teorie van assessering in wiskunde volgens die publieke-opvoeder-ideologie
<p>Verskeie metodes; gebruik sosiale kwessies en inhoud</p> <p>Assessering moet</p> <ul style="list-style-type: none"> • regverdig wees, • bevoegdheid eerder as ras, geslag, klas of ander sosiale veranderlikes assesser, • verskeie vorms aanneem, • oop wees vir bespreking, • oop wees vir ondersoek en onderhandeling, en • lei tot kritiese denke aangaande die sosiale rol van wiskunde.
KABV (DBE, 2011a p. 13 & 484) stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie
<p>Assessering moet</p> <ul style="list-style-type: none"> • verskeie vorms aanneem, • lei tot die identifisering van leerders se behoeftes, • leerders nie etiketteer nie, • die onderwyser in staat stel om leerders se vordering te monitor, • lei tot die ondersteuning van leerders met leerstruikelblokke, • oop wees vir alle rolspelers, • op verskillende maniere gerapporteer word en oop wees vir bespreking.
Teorie van die samelewing en teorie van sosiale diversiteit volgens die publieke-opvoeder-ideologie
<p>Onregverdige hiërargie, vereis hervorming</p> <p>Die samelewing</p> <ul style="list-style-type: none"> • is dinamies, waar sosiale ontwikkeling en verandering beskou word as 'n behoefte om sosiale geregtigheid vir almal te bereik; • vereis hervorming sodat sosiale gelykheid bereik word, en • vereis akkommodasie van sosiale en kulturele diversiteit wat daarna streef om leerders van verskillende kulturele en linguïstiese agtergronde te akkommodeer.

Tabel 2.3 (vervolg)

Teorie van die samelewing en teorie van sosiale diversiteit volgens die publieke-opvoeder-ideologie
KABV (DBE, 2011a, p. 4) stem ooreen met die publieke-opvoeder-ideologie
Die samelewing is die ruimte waar leerders <ul style="list-style-type: none"> • ongeag hul sosio-ekonomiese agtergrond, ras, geslag, fisiese of intellektuele vermoë toegerus word met kennis, vaardighede en waardes wat nodig is vir selfvervulling en betekenisvolle deelname in die samelewing; • se oorgang vanaf onderwysinstellings na die werkplek gefasiliteer word om sodoende aan elke leerder 'n voldoende profiel van sy/haar vermoëns te verskaf.
Bronne: DBE, 2011a; Ernest, 1991

Uit Tabel 2.3 wil dit voorkom dat die KABV (DBE, 2011a) met die volgende aspekte van die publieke-opvoeder-ideologie ooreenstem: morele waardes; teorie van assessering in wiskunde; teorie van die samelewing; en teorie van sosiale diversiteit. Die morele waardes sluit in alle kwessies aangaande sosiale geregtigheid, demokratiese waardes en menseregte. Die teorie van die samelewing en teorie van sosiale diversiteit sluit aan by die morele waardes deurdat die samelewing wat in die vooruitsig gestel word, een is wat hervormd is en wat diversiteit nastreef sodat GSF-leerders vanuit uiteenlopende agtergronde geakkommodeer word.

2.3.1 Samevatting van die ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika

Die publieke-opvoeder-groep in spesifiek wiskunde het ontwikkel as gevolg van sosiaal konstruktivistiese filosofieë wat eers later uitgespel is (Ernest, 1991). Dit blyk uit die interpretasie van die navorser dat Suid-Afrika besig is om in die publieke-opvoeder-ideologie te funksioneer, daarom word die ideologieë in Figuur 2.1 voorgestel as: progressiewe opvoeder → publieke opvoeder. In die volgende afdeling word aandag gegee aan sosiaal konstruktivisme wat die siening van wiskunde in die onderhawige studie asook in die publieke-opvoeder-ideologie verteenwoordig.

2.4 Sosiaal konstruktivisme

Soos in Hoofstuk 1.3.1 verduidelik, neig die definisie van wiskunde in die geskrewe Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum na die sosiaal konstruktivistiese beskouing van wiskunde en leer. Vanuit die sosiaal konstruktivistiese perspektief word wiskunde beskou as 'n sosiale konstruk (Ernest, 1991). Menslike taal, reëls en ooreenstemming speel 'n rol in die vasstelling en regverdiging van waarheid in wiskunde (Ernest, 1991). Die progressiewe opvoeder se siening van wiskunde is gedeeltelik gebou op die werke van Piaget (Ernest, 1991) wat onder andere die voorloper van sosiaal konstruktivisme is (Slavin, 2006). Die publieke opvoeder se siening van wiskunde word gekenmerk deur sosiaal konstruktivisme (Ernest, 1991).

Sosiaal konstruktivisme is 'n spesifieke siening oor hoe kennis gekonstrueer word (Oldfather, West, White & Wilmarth, 1999). 'n Unieke eienskap van die sosiaal konstruktivisme is dat dit die leer van wiskunde as 'n sentrale en onvermybare deel van die filosofie van wiskunde beskou (Ernest, 1998). Wiskundige kennis is gewortel in die kultuur van wiskunde, wat afhang van die persone wat in die openbaar of privaat daaraan deelneem om wiskunde te skep en om dit te onderhou (Ernest, 1998). In die wiskundeklaskamer werk leerders saam om wiskundige kennis te konstrueer deur gesamentlike aan betekenisvolle wiskundige take mee te werk (Harkness, D'Ambrosio & Morronne, 2007).

Die volgende vier kernbeginsels van sosiaal konstruktivisme word afgelei uit Vygotsky se idees (Slavin, 2006):

- 1) **Die sosiale aard van leer** – leerders leer wanneer daar interaksie is met ander bekwame leerders en 'n volwasse persoon wat 'n kenner op die gebied is (Slavin, 2006).
- 2) **Die sone van proksimale ontwikkeling** – hoeveel die leerder met die hulp van 'n onderwyser of ander bekwame persoon kan doen (Slavin, 2006). Die sone van proksimale ontwikkeling impliseer ook dat die onderwyser naby sal staan en die leerder ondersteun wanneer laasgenoemde met 'n konsep sukkel, maar nie die antwoord bevestig totdat die leerder suksesvol is nie (Slavin, 2006). Die sone van proksimale ontwikkeling beteken volgens Troutman en Lichtenberg (2003) wanneer die leerder se interne voorstelling van 'n konsep gereed is om tot volle potensiaal ontwikkel te word. Om hierdie potensiaal te bereik is die hulp van 'n bemiddelaar nodig (Troutman & Lichtenberg, 2003).
- 3) **Kognitiewe vakleerlingskap** – wanneer 'n leerder geleidelik kundigheid opdoen as gevolg van gereelde interaksie met 'n kundige (Slavin, 2006).
- 4) **Bemiddelde leer** – komplekse, moeilike, realistiese opdragte moet aan leerders gegee word sodat hulle die take kan bemeester eerder as om gereeld brokkies kennis te leer en dan eendag 'n komplekse taak te doen (Slavin, 2006).

Sosiaal konstruktivisme berus verder op spesifieke aannames van realiteit (wat deur menslike aktiwiteite gekonstrueer word), kennis en leer (Kim, 2001). Kennis volgens dié beskouing is 'n menslike produk wat sosiaal gekonstrueer word waar leer 'n sosiale proses is (Harkness et al., 2007; Kim, 2001). Volgens Young (2008) se interpretasie is kennis die uitkoms van sosiale interaksie tussen persone in 'n groep. Leer word beskou as betekenis maak eerder as die verkryging van kennis wat buite die leerder bestaan (Harkness et al., 2007; Oldfather et al., 1999). Volgens hierdie siening word leer gekonstrueer deur interaksies met ander binne 'n spesifieke sosio-kulturele konteks (Harkness et al., 2007; Oldfather et al., 1999).

Sosiaal konstruktivisme beteken verder dat onderwysers leer vanuit die leerders se perspektief beskou. Die leerdoelwitte is om leerders se selfkennis te verbeter, leerders se identiteit te ontwikkel en leerders te oortuig dat hulle 'n verskil in die wêreld kan maak (Oldfather et al., 1999). Sosiaal konstruktivistiese onderwysers help leerders om te verstaan dat hulle self hul eie kennis moet konstrueer en self sin moet maak van konsepte (Oldfather et al., 1999). Leerders behoort verbande te lê tussen verskillende wiskundige konsepte en so eie wiskundekennis te konstrueer (Harkness et al., 2007). Wanneer die leerders 'n wanbegrip van iets het, gee die onderwyser nie bloot vir hulle die regte antwoorde nie en aanvaar ook nie alle antwoorde as reg nie. Sy/hy lei die leerders om na te dink oor hulle vrae en gee teenstrydige bewyse; die leerders moet dan hul antwoorde kan regverdig (Oldfather et al., 1999).

Leer vind nie in isolasie van die omgewing plaas nie (Kim, 2001). Die sosiaal konstruktivistiese beskouing beklemtoon die belangrikheid van kultuur en konteks in die verstaan van wat in die samelewing gebeur en die feit dat die konstruering van kennis op hierdie begrip gebaseer is (Kim 2001). Sosiaal konstruktivistiese beskou beide die konteks waarbinne leer voorkom, sowel as die sosiale konteks wat die leerders na die leeromgewing bring, as belangrik (Kim, 2001).

Vygotsky was volgens Dolya (2010) oortuig dat ware opvoeding/onderwys nie eenvoudig die aanleer van spesifieke kennis en vaardighede is nie, maar die ontwikkeling van die leerder se leervermoëns. Die sleutel tot menslike intelligensie is die vermoë om verskeie hulpmiddele as gereedskap te gebruik om fisiese vermoëns uit te brei (Dolya, 2010). Net so het die mens ook fisiologiese hulpmiddels om verstandelike vermoëns uit te brei (Dolya, 2010). Hierdie hulpmiddels is simboliese sisteme wat die mens gebruik om te kommunikeer en om realiteit te analiseer. Dit sluit in simbole, kaarte, planne, getalle, musieknotasies, modelle, prente en taal (Dolya, 2010). Kulturele hulpmiddels word nie geneties oorgeërf nie; dit word ontwikkel en bewaar deur kultuur (Dolya, 2010). Hoe beter leerders se begrip van die toepaslike kulturele hulpmiddels, hoe beter is hul vermoëns in enige veld (Dolya, 2010).

Die sosiaal konstruktivistiese benadering ontken nie die waarde van papegaaierk of memorisering nie, solank as wat leer binne 'n betekenisvolle konteks plaasvind (Oldfather et al., 1999). Papegaaierk is belangrik vir die memorisering van maaltafels, maar die begrip en toepassing van maaltafels moet eers plaasvind voordat die memorisering daarvan betekenisvol en bruikbaar kan wees (Oldfather et al., 1999). Fosnot en Dolk (2001) dui verder aan dat wanneer leerders gereeld met konsepte te doen kry, outomatisering eerder as die blote herroep van feite plaasvind.

Uit die bespreking van die sosiaal konstruktivisme het die volgende temas na vore gekom: die belangrikheid van die sosiale omgewing/sosiale aard van leer; die sone van proksimale ontwikkeling; kognitiewe vakleerlingskap; bemiddelde leer; kenniskonstruering deur sosiale interaksies; 'n leerdergesentreerde benadering; die neem van verantwoordelikheid vir leer; die kenmerke van 'n sosiaal konstruktivistiese klaskamer; vermoëns; en die waarde van outomatisering. Hierdie temas speel 'n belangrike rol in die ontwikkeling van veral die praktykstandaarde vir wiskundeonderrig, aangesien dit 'n aanduiding gee van hoe die onderwyser moet onderrig. In die volgende afdeling volg 'n bondige oorsig aangaande die betekenis van wiskunde in die GSF-klaskamer.

2.5 Die betekenis van wiskunde in die GSF-klaskamer

In Hoofstuk 1 is daar onderskeid getref tussen twee sienings – die absolute siening van wiskunde en die relatiewe perspektief dat wiskunde iets is wat in die menslike verstand verander en groei (DBE, 2011a, Nieuwoudt, 2000). Die bewering is gemaak dat die definisie vir wiskunde in die GSF-onderwys daarop dui dat die KABV (2011a) die tweede siening van wiskunde aangeneem het. Hierdie beskouing van wiskunde sluit ook aan by bogenoemde bespreking, naamlik dat die KABV (DBE, 2011a) klaarblyklik vereis dat 'n GSF-onderwyser in beide die progressiewe-opvoeder- en publieke-opvoeder-ideologieë moet funksioneer. Die GSF-onderwyser se beskouing van wiskunde beïnvloed hoe hy/sy wiskunde gaan onderrig (Siemon, Beswick, Brady, Clark, Faragher & Warren, 2011).

Tradisioneel is wiskunde op dieselfde wyse as 'n 'doeie taal' (soos Latyn) onderrig – iets wat in die verre verlede uitgevind is en wat onderrig moet word (Fosnot & Dolk, 2001). Wanneer wiskunde/wiskundebegrippe as universele, absolute waarhede beskou word, is die GSF-onderwyser geneig om die kennis bloot aan leerders te wil oordra. As wiskundebeoefening egter as 'n sosiale reflektiewe menslike aktiwiteit beskou word, dan betrek onderwysers hul leerders by betekenisvolle praktyke en word leer as konseptuele verandering beskou (Siemon et al., 2011). Wiskunde word in só 'n konteks eerder beskou as 'n aktiwiteit waar die daaglikse wêreld gematematiseer word; daarom moet leerders stoei met wiskundige idees, hulle moet strategieë ontwikkel om na elegansie in wiskunde te soek en om wiskundige modelle te skep sodat hul begrip van hul daaglikse wêreld uitgebeeld kan word (Fosnot & Dolk, 2001). Hierdie proses is konstruktief en daarom moet die onderwyser die struktuur van wiskunde sowel as die ontwikkeling van die leerder verstaan (Fosnot & Dolk, 2001). Wiskunde kom in alle kulture voor en is 'n manier waardeur mense die wêreld waarin ons lewe probeer verstaan (Siemon et al., 2011). Wiskunde is 'n menslike konstruksie wat op die samelewing se waardes en prioriteite op 'n spesifieke oomblik in tyd reflekteer (Siemon et al., 2011).

Wiskunde in die GSF is 'n menslike aktiwiteit van ontdekking, ondersoeking, probleemoplossing, waarneming en voorstelling waartydens kennis groei en verander deurdat wiskunde-idees en -begrippe op mekaar voortbou en verbande geskep word om 'n samehangende struktuur in die menslike verstand te vorm en om die daaglikse wêreld te matematiseer deur 'n gespesialiseerde taal te gebruik (DBE, 2011a; Ernest, 1991; Nieuwoudt, 2000). In die volgende afdeling word die getalldomein beskryf, aangesien dit die fokus van die onderhawige studie is.

2.5.1 Getalldomein

In hierdie studie word daar gefokus op die getalldomein van wiskunde. Volgens Ball et al. (2005) domineer die getalldomein die skoolkurrikulum en dus is dit noodsaaklik vir leerders se leer. As deel van vakinhoudskennis vir onderrig moet die leerder en daarom die GSF-onderwyser standvastige konseptuele en prosedurele kennis van getalle hê (Adams, 1998). Onderwysers in die GSF moet seker wees van hoe om leerders se kennisdomein van getalle, basis tien, plekwaarde, vermoë om versamelings met mekaar te vergelyk, tel, een-tot-een ooreenkoms en gelykopverdeling, te ontwikkel (Fosnot & Dolk, 2001; Kamii & Joseph, 2004).

Terwyl dit vanselfsprekend blyk dat GSF-onderwysers kennis moet hê van die temas wat hulle onderrig, moet hulle ook 'n helder begrip hê van die bykomende dimensies van wiskundekennis vir onderrig wat belangrik is, naamlik faktorisering, priemgetalle, ekwivalente breuke, funksies, translasies, roterings ensovoorts (Ball et al., 2005). Die getalldomein verwys verder ook na getalbegrip; beredenering en regverdiging van antwoorde; hoofrekene; geld; probleemoplossing; plekwaarde; breuke; bewerkings; strategieë tydens bewerkings; tel; getalsimbole en getalname; beskryf, rangskik en vergelyk; een-tot-een ooreenkoms; behoud; en plekwaarde (DBE, 2011a).

Om te weet wat telgetalle is, behels meer as net die vermoë om getalle te kan manipuleer. Dit beteken om betekenis te heg aan simbole, om verskillende voorstellings van getalle te kan verstaan, om getalgroottes met mekaar te kan vergelyk, hoofrekene te kan doen en ook om moontlike voorstellings te herken (Kulm, 2008). Die beginsel van een-tot-een ooreenkoms is baie belangrik vir suksesvolle tel, aangesien dit 'n invloed het op die leerder se vermoë om die aantal voorwerpe van 'n versameling te kan bepaal (Ryan & Williams, 2007). Plekwaarde is 'n fundamentele konsep van getal en daarom moet onderwysers 'n deeglike begrip hiervan hê (Ryan & Williams, 2007). Volgens Sarama en Clements (2009) beïnvloed die vroeë kennis wat leerders opdoen hul sukses in wiskunde. Al bogenoemde fasette van getalle en die aanleer daarvan impliseer dat die onderwyser moet weet watter kennis daar verwag word dat die leerder in die GSF-klaskamer sal opdoen (Ball et al., 2008).

2.6 Wiskundekennis vir onderrig

Tchoshanov (2011) bevind dat die aard van die wiskundige kennis wat 'n GSF-onderwyser konstrueer, eerder as die hoeveelheid, belangrik is. Ten opsigte van wiskundekennis vir onderrig beskryf Bair en Rich (2011) dat die GSF-onderwyser moet weet *dat*, moet weet *hoekom* en moet weet *hoe* om kennis in die wiskundeonderrigsituasie te gebruik. Wiskundige kennis vir onderrig sluit in wiskundige feite, prosedures, konsepte, veralgemenings en modelle, sowel as die wete hoekom iets waar is en kennis van hoe die kennis gegenerer en gestruktureer word (Tchoshanov, 2011).

Tchoshanov (2011) stel dit dat spesifieke wiskundige kennis vir onderrig nodig is in veral grondslagfase- en intermediêrefase-klaskamers. Volgens Tsamir, Tirosh en Levenson (2011) is daar 'n gebrek aan navorsing oor wiskunde in die vroeë kinderjare, asook oor watter kennis nodig is vir onderrig van wiskunde in die vroeë kinderjare. Henning (2013) dui aan dat daar in Suid-Afrika 'n tekort is aan langtermynnavorsing oor die leerkurwe en hoe leer plaasvind. Henning (2013) is daarvan oortuig dat navorsing hieroor moontlik die rede vir swak prestasie in internasionale toetse kan vind. Tsamir et al. (2011) beveel aan dat wiskundige programme vir wiskundevoorbereiding van GSF-onderwysers op navorsingsbevindings gebaseer moet wees. Teen die agtergrond van Tsamir et al. (2011) en Henning (2013) se bevindings het die navorser alle moontlike navorsing wat hierop van toepassing is, opgesoek, geanaliseer en geïnterpreteer.

Oor die afgelope twee dekades het internasionale navorsers ondersoek ingestel na die soort inhoudsbegrip wat nodig is vir onderrig en bevind dat onderwysers oor uitgebreide kennis moet beskik, asook oor kennis oor hoe leerders aan die vak bekend gestel moet word (Ball & Forzani, 2010). Die grondslag vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde is vakinhoudskennis van wiskunde (Adams, 1998). Tchoshanov (2011) het bevind dat daar 'n positiewe korrelasie tussen die GSF-onderwyser se vakinhoudskennis en leerders se prestasie is, en daarom is kennis van onderrig en leer ewe belangrik (Sztajn, Confrey, Wilson & Edgington, 2012). Standaard vir die voorbereiding van onderwysers van wiskunde berus op omvattende vakinhoudskennis (Adams, 1998).

Hill et al. (2005) stel dit dat daar twee belangrike kwessies is aangaande wiskundekennis vir onderrig – kennis van inhoud en kennis van hoe om dit aan leerders bekend te stel. In ooreenstemming hiermee beskryf Ball et al. (2008) wiskundekennis vir onderrig as die kennis wat onderwysers tydens die onderrig van wiskunde toepas en wat in twee kennisdomeine ingedeel kan word, naamlik vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. Wiskunde vakinhoudskennis bestaan uit algemene inhoudskennis, gespesialiseerde inhoudskennis en inhoudskennis op die horison (Ball et al., 2008). Wiskundige pedagogiese inhoudskennis

bestaan uit kennis van inhoud en onderrig, kennis van inhoud en die leerders, en kennis van inhoud en die kurrikulum (Ball & Bass, 2009). Die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig is in Hoofstuk 1 beskryf, en in die volgende afdelings word elkeen van hierdie soorte kennis verder verduidelik.

2.6.1 Vakinhoudskennis

Vakinhoudskennis verwys na kennis wat nie verband hou met pedagogie of die leerders nie (Ball et al., 2008). Die onderwyser moet self vaardig wees in die doen van wiskunde en hierdie vaardigheid moet vakinhoudskennis reflekteer (Ball et al., 2008). Vakinhoudskennis is ook die totale kennis wat in die onderwyser se verstand gekonstrueer is (Rowland & Turner, 2008). Vakinhoudskennis verwys na substansiële of deeglike kennis van wiskunde waar die onderwyser verbande tussen verskillende onderwerpe moet ken (Rowland et al., 2009). Behalwe vir substansiële kennis, is dit ook nodig dat die onderwyser moet weet hoekom daar verbande is en hoekom sekere prosedures korrek en ander nie korrek is nie (Rowland et al., 2009).

2.6.1.1 Algemene inhoudskennis

Algemene inhoudskennis is daardie kennis wat algemeen in die samelewing gebruik word – nie net deur GSF-onderwysers nie (Ball et al., 2008). Een voorbeeld van algemene inhoudskennis is dat die GSF-onderwysers 'n algoritme kan gebruik om 'n antwoord te bereken. Wanneer die so 'n onderwyser in die klaskamer wiskunde onderrig, is dit belangrik dat hy/sy nie foute op die skryfbord maak en so leerders verwar of onderrigtyd vermors nie (Ball et al., 2008). Daar word van die GSF-onderwyser verwag om algemene definisies van konsepte te verstaan en te weet hoe om algemene wiskundige prosedures uit te voer sodat die onderwyser ook in staat sal wees om verkeerde antwoorde maklik raak te sien (Hill & Ball, 2009).

2.6.1.2 Gespesialiseerde inhoudskennis

Om in sy/haar eerste jaar van skoolhou doeltreffend te wees, moet die GSF-onderwyser oor gespesialiseerde wiskundekennis beskik om sonder veel moeite en binne 'n beperkte tyd wiskundige kwessies in die klas te kan oplos (Ball, Hill & Bass, 2005). Die onderwyser in die GSF moet diepgaande en verweefde kennis van die getalldomein hê en nie net weet dat iets so is nie, maar ook hoekom dit so is (Bair & Rich, 2005). Die gespesialiseerde kennis vereis van die GSF-onderwyser om 'n self-gerigte, selfversekerde wiskundige te wees wat van sy/haar eie metakognitiewe denkprosesse bewus is (Morris, Hiebert & Spitzer, 2009). Daar word van die GSF-onderwyser as wiskundige verwag om verskillende bewerkingsstrategieë in diverse kontekste te kan toepas (Ball et al., 2005). Gespesialiseerde kennis met die oog op onderrig onderskei die GSF-onderwyser van iemand in enige ander beroep (Ball et al., 2008).

2.6.1.3 Kennis op die horison

Effektiewe GSF-onderwysers ken nie net die wiskunde wat toepaslik is tot die graad wat hy/sy onderrig nie, maar ook wiskundebegrippe wat leerders tydens die voorskoolse en intermediêre fase aanleer (Ball & Bass, 2008). Die GSF-onderwyser is in staat daartoe om leerders te begelei op die landskap van wiskundige idees en het 'n visie van hoe wiskunde-idees, -strukture en -eenskappe wat later geleer gaan word, verband hou met die idees wat die GSF-onderwyser op 'n spesifieke oomblik onderrig (Fosnot & Dolk, 2001). Kennis op die horison vereis dat die GSF-onderwyser keuses maak oor hoe en wat om te onderrig (Ball et al., 2008).

2.6.2 Pedagogiese inhoudskennis

Pedagogiese inhoudskennis word gereflekteer wanneer GSF-onderwysers wiskundeonderrig fasiliteer (Adams, 1998). Soos wat GSF-onderwysers meer van wiskunde-inhoud leer en hul gespesialiseerde kennis vermeerder, ontwikkel hul pedagogiese inhoudskennis ook (Bair & Rich, 2011). 'n GSF-onderwyser moet weet watter tipe denke hindernisse vir leerders se verstaan veroorsaak, en moet die maniere kan verduidelik waarop leerders verstaan, wat impliseer dat hy/sy meer as net die vak ken (Ball & Forzani, 2010).

2.6.2.1 Kennis van inhoud en onderrig

Onderrig verwys na alles wat die GSF-onderwyser moet doen om die leer van leerders te ondersteun en behels ook die beplanning van lesse en interaktiewe lesaanbieding (Ball et al., 2008). Kennis van inhoud en onderrig beteken dat die GSF-onderwyser genoeg kennis van die vakinhoud sal hê om die leerders tydens wiskunde-aktiwiteite te ondersteun (Ball et al., 2008). Die GSF-onderwyser rangskik inhoude vir onderrig en kies voorbeelde asook lewenswerklike probleme om mee te begin, sodat leerders aktief kennis kan konstrueer (Rowland et al., 2009). Die GSF-onderwyser evalueer die voor- en nadele van voorstellings om 'n spesifieke idee te onderrig (Ball et al., 2008). Elk van hierdie take vereis interaksie tussen spesifieke wiskundige kennis en pedagogiese kennis sodat leerders se leer positief beïnvloed word (Ball et al., 2008).

2.6.2.2 Kennis van inhoud en leerders

Kennis van inhoud en van die leerders verbind kennis van leerders en kennis van wiskunde. Die GSF-onderwyser moet soos die leerder kan dink en moet weet wat die leerder maklik of moeilik sal vind (Oldfather et al., 1999). Wanneer die GSF-onderwyser wiskundetake beplan, help kennis van die leerder en inhoud hom/haar om te kan voorspel wat leerders moeilik of maklik gaan vind (Ball et al., 2008). Die GSF-onderwyser moet ook bewus wees van wanopvattinge/struikelblokke wat leerders in verband met die getalldomein ervaar (Lawton, 2005). Suid-Afrika is 'n land met multi-kulturele klaskamers en die GSF-onderwyser moet hiervan weet en voorbereid wees om in 'n diverse omgewing skool te hou.

2.6.2.3 Kennis van inhoud en die kurrikulum

In Suid-Afrika verander die skoolkurrikulum gereeld en dus is dit noodsaaklik dat die GSF-onderwyser die kurrikulumveranderinge verstaan en interpreteer (DBE & DHET, 2011). Hierdie onderwyser moet weet hoe om die Suid-Afrikaanse geskrewe skoolkurrikulum aan te bied, maar moet ook verstaan wat in ander lande se skoolkurrikulumdokumente staan. Die GSF-onderwyser moet weet watter hulpbronne, handboeke en lesplanne vir onderrig doeltreffend is (Rowland et al., 2009).

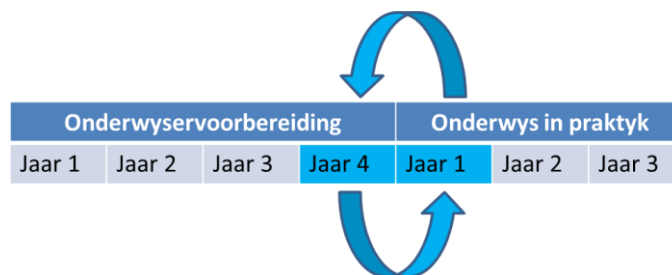
GSF-onderwysers moet 'n duidelike begrip hê van wat spesifieke wiskundige inhoud moeilik maak om aan te leer (inhoudskennis), watter voorstellings en onderrigstrategieë die beste is om in die behoeftes van individuele leerders te voorsien (pedagogie) en hoe om verbande binne die leeromgewing (sosiale konteks) te hanteer (Siemon et al., 2011). Daar word van leerders verwag om te kan matematiseer, met ander woorde om sin te maak van die wêreld deur wiskunde vir modellering en probleemoplossing te gebruik (Siemon et al., 2011). Dit is krities belangrik vir GSF-onderwysers om die leerders wat deur hulle onderrig word te verstaan, sowel as die sosiale konteks waarbinne onderrig plaasvind (Siemon et al., 2011).

2.6.3 Wiskundekennis vir onderrig en metakognitiewe kennis

Die 'wat', 'hoe' en 'wanneer' wiskundekennis vir onderrig kom ooreen met metakognitiewe kennis (verklarende, proseduurmatige en voorwaardelike kennis). Verklarende kennis het te doen met om te weet dat iets so is (wat), dus kennis van strategieë (Zohar & David, 2009). Proseduurmatige kennis verwys na die wete hoe om strategieë te gebruik, in watter volgorde en hoekom (Zohar & David, 2009). Voorwaardelike kennis verwys na die wanneer, dit wil sê wanneer die GSF-onderwyser sekere strategieë gebruik (Zohar & David, 2009).

2.7 Beleidsdokumente: Nasionaal en internasionaal

Soos in Hoofstuk 1 bespreek, is daar 'n behoefte aan die ontwikkeling van standaarde vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in Suid-Afrika (DHET & DBE, 2011). Aansluitend by hierdie behoefte word daar in hierdie studie gefokus op die kennis waarvoor die GSF-onderwyser aan die einde van vier jaar se voorbereiding moet beskik om suksesvol in die skoolomgewing aan te pas (sien Figuur 2.2).



Figuur 2.2: KPSW's vir die voorbereiding van GSF-onderwysers

In Figuur 2.2 word die gaping (deur die twee pyle aangedui) wat deur hierdie studie geïdentifiseer word, uitgebeeld – naamlik die tekort aan KPSW's waaraan die GSF-onderwyser moet voldoen om getalle suksesvol in die eerste en daaropvolgende jare te onderrig. Hieruit blyk dit dat die KPSW's moontlik 'n invloed op kurrikulumontwikkeling kan hê. In hierdie verhandeling word die term GSF-onderwyser gebruik om te verwys na die finalejaarstudent wat aan die begin van sy/haar loopbaan staan om te begin skoolgee..

Soos in Hoofstuk 1 en Hoofstuk 3 gemeld, is internasionale standaarde ontleed op drie vlakke: die algemene standaarde vir onderwyservoorbereiding, die skoolwiskundekurrikulum en wiskundestandaarde vir onderwyservoorbereiding. Die navorser het internasionale standaarde geraadpleeg aangesien die demografiese toestande en tekorte aan onderwysers in spesifieke gebiede toenemend beteken dat onderwysers van een land na 'n ander land kan trek om daar onderrig te gee (Townsend & Bates, 2007). Globalisering het 'n invloed op die behoefte aan kwaliteit voorbereidingsprogramme vir onderwysers. Dit beïnvloed verder die behoefte aan die tipe onderwyser wat in die toekoms nodig is, naamlik een wat konsekwent en reflekerend is, en wat tegnologie vir effektiewe leer in die klaskamer kan gebruik (Townsend & Bates, 2007). Volgens Jansen (2007) het globalisering tot gevolg dat *hoe* onderrig word, *wat* onderrig word, *waar* onderrig word en selfs *wie* onderrig word, opnuut gedefinieer moet word.

Globalisering lei ook daartoe dat lande op verskeie maniere met mekaar vergelyk word. Een van hierdie maniere is die *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) (Jansen, 2007). Die lande waarvan die standaarde in die onderhawige studie ontleed is, is die VSA (Noord-Carolina), Nederland en Australië. Vir die Graad 4-toetse van die TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012) is 59 lande in totaal getoets, en die VSA het 11de, Nederland 12de en Australië 19de geëindig. Suid-Afrika het nie aan die graad 4-toetse deelgeneem nie, maar wel aan die graad 8-toetse – waar Suid-Afrika se graad 9-leerders getoets is en Suid-Afrika die voorlaaste plek uit 59 lande behaal het (Mullis et al., 2012).

Die lande wat aan die TIMSS deelgeneem het (Mullis et al., 2012) en wat volgens die navorser as eweknielande van Suid-Afrika beskou kan word, is Ghana, Marokko en Honduras. Al drie hierdie lande is saam met Suid-Afrika geklassifiseer omdat hul gemiddelde prestasie nie betroubaar gemeet kon word nie vanweë die feit dat meer as 25% van die leerders se prestasie te laag was om 'n skatting te maak (Mullis et al., 2012). Die navorser kon nie standaarde van Honduras of Ghana in die hande kry nie. Marokko is in die proses om standaarde op te stel (Ezzaki, 2011). Botswana, een van Suid-Afrika se buurlande wat ook aan die TIMSS deelgeneem het, is ook in die proses om kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde te ontwikkel (African Development Bank Group, 2013).

’n Tweede manier waarop lande met mekaar vergelyk word, is *The Learning Curve Lessons in Country Performance in Education* (The Economist Intelligence Unit [EIU], 2012). Volgens die EIU (2012) het suksesvolle onderwysstelsels ’n aantal dinge in gemeen. Byvoorbeeld, hulle vind effektiewe maniere om die beste mense tot die professie te werf; hulle voorsien relevante voortgesette voorbereiding/opleiding; hulle voorsien aan onderwysers ’n status wat soortgelyk is as ander gewaardeerde professies; en die stelsel stel duidelike doelwitte en verwagtings, en bemagtig onderwysers om dit te bereik. In ’n verslag deur die EIU (2012) aangaande kognitiewe vaardighede en opvoedkundige prestasie het Nederland ’n 7de, Australië ’n 13de en die VSA ’n 17de plek behaal. Dit dui aan dat hierdie lande se onderwysstelsels die moeite werd is om te bestudeer en is een van die redes waarom die drie lande gekies is om in hierdie studie bestudeer te word. Verder is wiskundeonderrig ’n veld van studie met sterk wortels in die VSA, Australië en Europa (Adler et al., 2005). Elk van die lande gaan kortliks bespreek word om aan te dui waarom die bepaalde land gekies is vir ontleding.

2.7.1 VSA

In beide Suid-Afrika en die VSA word die onderwysers gekritiseer en blameer vir die verval van die onderwysstelsel (Bantwini & King-McKenzie, 2011). Jansen (2006) dui op verskeie ooreenkomste tussen Suid-Afrika en die VSA: beide lande was beset deur Europese setlaars; beide het ’n geskiedenis van slawerny; beide het gediskrimineer teen rasse en gesegregeerde onderwysstelsels gehad waar die onderwys vir wit mense beter was as dié vir swart mense; beide het ’n intense stryd gevoer teen rasseoorheersing en ongelyke skoolgeleenthede; en uiteindelik het beide nuwe wette en beleide in plek gesit om diskriminasie op grond van ras onwettig te maak en gelyke onderwysgeleenthede vir almal te bied. Ten spyte van hierdie ooreenkomste is Amerika ’n eerstewêreldland en Suid-Afrika ’n vinnig-ontwikkelende land (Bantwini & King-McKenzie, 2011). In beide die VSA en Suid-Afrika is daar groot kommer oor leerders en hul opvoeding, asook oor die vermoë om goeie onderwysers te werf en te behou (Bantwini & King-McKenzie, 2011). Volgens Jansen (1999) het die VSA ’n invloed gehad op die ontwikkeling van die Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum na 1994. Die een Amerikaanse staat wat gekies is vir die vergelyking van wiskundestandaarde vir onderwyservoorbereiding, is Noord-Carolina, onder andere omdat dit een van die state van die VSA is wat aan TIMSS deelgeneem het (Mullis et al., 2011). ’n Verdere rede waarom dié staat gekies is, is omdat dit volgens die *Accountability and Curriculum Reform Effort* (ACRE) (2012) een van die eerste state van die VSA was wat die *Common Core State Standards* (CCSS) op 2 Junie 2010 aanvaar het.

2.7.2 Australië

Ná 1994 toe die skoolkurrikulum herskryf is, het Suid-Afrika na uitkomsgebaseerde onderwys beweeg en konstruktivistiese konsepte vanuit Australië se beleidsdokumente oorgeneem (Jansen, 1999). Pam Christie, 'n dosent aan die Universiteit van die Witwatersrand wat haar doktorsale studie in Australië voltooi het, het 'n duidelike invloed op die ontwikkeling van die Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum gehad (Jansen, 1999). Kenners vanuit onder andere Skotland, Australië, Nieu-Zeeland, Engeland en die VSA het na Suid-Afrika gekom en 'n bydrae gemaak tot die ontwikkeling van die Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum (Jansen, 1999). Uiteindelik het Suid-Afrika hoofsaaklik geleen by die stelsels van uitkomsgebaseerde onderrig soos dit in Australië en die VSA gebruik word (Jansen, 1999).

Jansen (2007) waarsku teen die blindelose ontlening of selfs kopiëring van beleidsdokumente soos dit in die verlede gebeur het. Soos byvoorbeeld was Australië se hoofbydrae tot Suid-Afrika uitkomsgebaseerde onderrig, 'n stelsel wat nie by die Suid-Afrikaanse omstandighede aangepas is nie (Jansen, 2007). Die navorser moet daarteen waak om nie bloot die standaard vanaf ander lande se standaard te kopieer nie en dit eers vir die Suid-Afrikaanse konteks aanpas. Verder dui Young (2008) aan dat daar ten spyte van die goeie intensies van beleidsontwikkelaars groeiende bewyse is dat nuwe beleide nie werk nie, maar ook dat die bereikingstempo nie verbeter nie. Verder is onderwysers dikwels verward oor wat hulle moet onderrig.

2.7.3 Nederland

Die huidige studie vorm deel van 'n SANPAD-projek waarvoor die navorser 'n navorsingsbeurs ontvang het. SANPAD is die afkorting vir *South Africa Netherlands Research Programme on Alternatives in Development*. Verder is Nederland deel van die groep lande van die Europese Unie wat befondsing verskaf vir die projek *Developing Scientific Evidence-based Knowledge and Practice Standards for Teacher Preparation Programmes: A Focus on Literacy and Numeracy in English, Setswana and Afrikaans*, wat in Suid-Afrika onderneem word. Die navorser kan Nederlands redelik lees en verstaan, en het ander persone wat meer bekwaam is in Nederlands se opinie gevra oor dele wat sy nie heeltemal verstaan nie. Die vereistes van die Nederlandse kennisbasis (standaarde) vir die voorbereiding van onderwysers om wiskunde aan te bied sluit in dat die onderwyser oor die bevoegdhede van kennis, vaardighede en houdings moet beskik (Otten, 2009). Dit stem ooreen met die bevoegdhede wat van die Suid-Afrikaanse onderwyser verwag word (DHET, 2011). Die kennisstandaarde van Nederland is meer omskrywend as dié van Australië en die VSA, en dit is 'n verdere rede waarom Nederland se standaard vir vergelyking gekies is. In die volgende afdeling word daar kortliks geskryf oor kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's).

2.8 Voorlopige KPSW's

Uiteindelik is die doel van hierdie studie om voorlopige KPSW's op te stel wat in verdere studies geëvalueer en verfyn kan word. In die laaste hoofstuk van hierdie verhandeling word die voorlopige KPSW's aangebied en in besonderhede bespreek. 'n Samevatting van die temas in Hoofstuk 2 volg in die volgende afdeling.

2.9 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die konseptuele raamwerk vir hierdie studie beskryf en daar is uitgebrei op elke element. Die navorser het beskryf dat wiskunde beskou word as 'n menslike aktiwiteit waar wiskundekennis groei en verandering in die menslike verstand teweegbring. Wiskundekennis vir onderrig en die getalldomein is oorsigtelik beskryf (in Hoofstuk 5 word 'n meer diepgaande bespreking van die getalldomein verskaf). In die volgende hoofstuk word die besonderhede van die navorsingsmetodologie van die huidige studie beskryf.

HOOFSTUK 3

NAVORSINGONTWERP

3.1 Inleiding

3.2 Navorsingsprobleem en -doelwitte

3.3 Navorsingsontwerp en -metodologie

3.3.1 Metodologie

3.3.2 Ontwerp of paradigma

3.3.3 Navorsingskonteks en deelnemers

3.3.4 Data-insamelingprosedure

3.3.5 Dataontleding

3.6 Geloofwaardigheid en betroubaarheid

3.7 Navorser se rol

3.8 Etiese oorwegings

3.9 Samevatting

HOOFSTUK 3

NAVORSINGONTWERP

3.1 Inleiding

In Hoofstuk 2 is die konseptuele raamwerk vir die studie bespreek en in die huidige hoofstuk word daar op die navorsingsontwerp uitgebrei. Eerstens word die metodologie beskryf, daarna die paradigma en die navorsingskonteks. Dan volg die data-insameling en dataontleding, asook 'n bespreking van die geloofwaardigheid en betroubaarheid van die studie. Die navorser se rol word geskets en daarna word die etiese oorwegings bespreek. 'n Samevatting sluit hierdie hoofstuk af. In die volgende afdeling word die navorsingsprobleem en navorsingsdoelwitte beskryf.

3.2 Navorsingsprobleem en -doelwitte

In Hoofstuk 1 is gemeld dat die navorsingsprobleem die feit is dat daar geen kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's) vir die Suid-Afrikaanse onderwyser in die Grondslagfase beskryf is nie. In hierdie studie word die getalldomein van GSF-wiskunde-onderwysers se vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis nie-empiries ondersoek en in die vorm van KPSW's beskryf.

Die studie se doel was om die volgende primêre navorsingsvraag te beantwoord:

Watter kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein is relevant vir die voorbereiding van Grondslagfase-onderwysers?

Die volgende subvrae het die primêre navorsingsvraag gefasiliteer:

- i. Hoe beskryf nasionale en internasionale beleidsdokumente vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalldomein in die Grondslagfase te onderrig?
- ii. Hoe beskryf nasionale en internasionale navorsingsdokumente vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalldomein in die Grondslagfase te onderrig?
- iii. Hoe kan kennis- en praktykstandaarde wat nodig is vir die voorbereiding van Grondslagfase-onderwysers in die getalldomein beskryf word?

Die hoofdoel van die studie wat uit die primêre navorsingsvraag voortspruit kan soos volg geformuleer word:

Om 'n voorlopige dokument op te stel wat die kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein vir die voorbereiding van Grondslagfase-onderwysers beskryf.

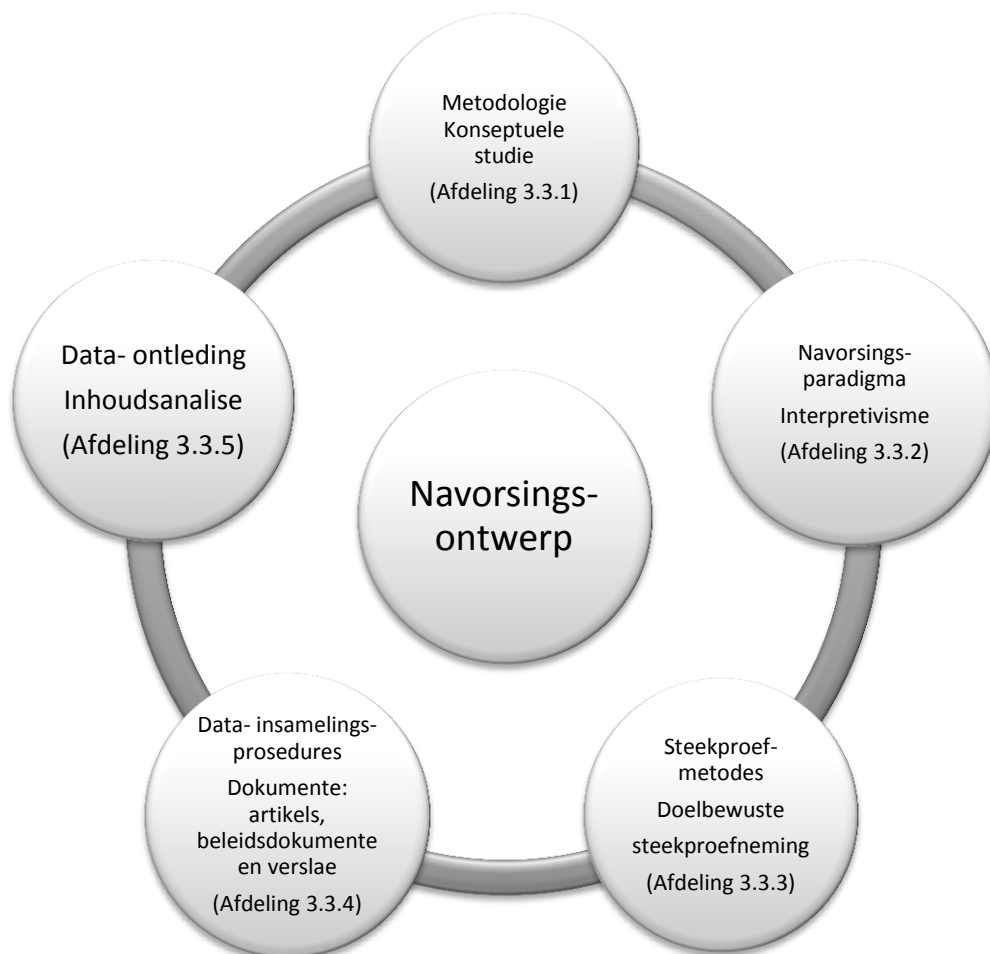
Die doelwitte wat uit die subvrae van die studie voortspruit is die volgende:

- i. Om vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis vir die onderrig van die getallemoëin volgens internasionale en nasionale beleidsdokumente te beskryf
- ii. Om vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis vir die onderrig van die getallemoëin volgens internasionale en nasionale navorsingsdokumente te beskryf
- iii. Om kennis- en praktykstandaarde wat vir die onderrig van die getallemoëin nodig is te beskryf

In die volgende afdeling volg 'n bespreking van die navorsingsontwerp en -metodologie wat saamgestel is om die navorsingsvrae te beantwoord en uiteindelik die navorsingsdoelwitte te bereik.

3.3 Navorsingsontwerp en -metodologie

Die navorsingsontwerp word visueel deur Figuur 3.1 voorgestel. Dit is 'n nie-empiriese konseptuele studie waar dokumente doelgerig in die vorm van artikels, navorsingsverslae, onderwyservoorbereidingshandboeke en beleidsdokumente (nasionaal en internasionaal) ingesamel en met behulp van inhoudsanalise vanuit die interpretivistiese paradigma ontleed is.



Figuur 3.1: Navorsingsontwerp

Bron: Du Preez, 2010

Op grond van Figuur 3.1 word die verskillende dele van die navorsingsontwerp in meer diepte in die volgende afdelings bespreek.

3.3.1 Metodologie

Die navorsingsmetodologie wat gevolg is, behels 'n kwalitatiewe konseptuele studie, oftewel die ontleding van die betekenis van woorde of konsepte deur verduideliking en uitbreiding van die verskeie dimensies van betekenis (Mouton, 2001). Konseptuele studies word grootliks gebaseer op sekondêre bronne, en daar word gepoog om krities 'n begrip van konsepte te vorm. Die oogmerk is dus om begrip by die bestaande liggaam van kennis te voeg (Nieuwenhuis, 2007c). 'n Konseptuele studie vereis 'n deurtastende analise van die literatuur (Nieuwenhuis, 2007c) en hierdie navorsingsmetode is gekies omdat dit 'n verkennende ondersoek is waarmee die navorser wou bepaal of daar vanuit die literatuur beskrywings gevind kan word vir die ontwikkeling van KPSW's. Sodoende kan 'n aanduiding gekry word oor of daar in die toekoms eerder van 'n ander navorsingsontwerp gebruik gemaak moet word. In die volgende afdeling word die navorsingsparadigma beskryf.

3.3.2 Ontwerp of paradigma

Daar is verskillende navorsingsparadigmas. Positivisme is die oortuiging dat realiteit observeer kan word, terwyl postpositivisme die oortuiging is dat realiteit empiries is, maar dat ons begrip daarvan beperk is omdat realiteit kompleks is en deur die voorkeure en beperkings van navorsers beïnvloed word (Check & Schutt, 2012). Interpretivisme word deur Check en Schutt (2012) gedefinieer as die oortuiging dat realiteit sosiaal gekonstrueer word en dat dit die oogmerk van navorsers is om te verstaan watter betekenis mense aan die realiteit heg. Konstruktivisme is die beklemtoning van die perspektief waardeur verskillende belanghebbendes in die opvoedkundige konteks oortuigings konstrueer (Check & Schutt, 2012).

Die huidige studie is vanuit die interpretivistiese paradigma benader. Die doelwit van interpretivisme is om insig te verkry oor hoe ander mense sin maak van wat bestudeer word (Babbie, Mouton, Vorster & Prozesky, 2001; Neuman, 2006). Dit beteken dat die data geïnterpreteer is (Creswell, 2009) sodat die betekenis van wiskundevakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis omskryf kan word in die KPSW's vir GSF-onderwysers (Neuman, 2006). Soos in Hoofstuk 1 gemeld, is die interpretivistiese paradigma die mees gepaste paradigma omdat die navorser betekenis wou skep en nie iets wou verander (kritiese teorie) of kwantitatief wou meet nie (positivisme) (Nieuwenhuis, 2007b). In die volgende afdeling word die navorsingskonteks en deelnemers aan die studie beskryf.

3.3.3 Navorsingskonteks en deelnemers

Wiskundekennis vir die onderrig van die getallemoë in die GSF vorm die navorsingskonteks. In die studie is daar gepoog om die kwessie van wiskundekennis vir onderrig holisties onder oë te neem (Creswell, 2009). Sewentien navorsers en drie onderwysers in wiskunde-onderwys in die GSF is doelgerig gekies en genooi om aan die studie deel te neem, en daar word in die studie na hierdie persone verwys as kenners op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF. Die kenners in die gebied van GSF-wiskundeonderwys is gekies volgens die volgende kriteria: elkeen moes of 'n navorser of 'n onderwyser in die GSF wees wat te doen het met GSF-wiskundeonderwys. Die navorser het verder gepoog om een verteenwoordiger van elke universiteit wat GSF-onderwys as 'n BEd graad aanbied vir deelname aan die studie te nader. Slegs nege navorsers en drie GSF-onderwysers het ingestem om aan die navorsing deel te neem. Net vier van die navorsers en twee GSF-onderwysers het kritiese kommentaar aan die navorser teruggestuur. Die erkende navorsers verteenwoordig vier hoëronderwysinstellings wat GSF-onderwysers vir die praktyk voorberei. Twee van die navorsers en albei die onderwysers wat deelgeneem het, het aangedui dat hul identiteite bekend gemaak mag word, terwyl een navorser niks aangedui het nie en een navorser versoek het dat sy/haar identiteit nie bekend gemaak moet word nie. Die kenners op die gebied van GSF-wiskundeonderwys wie se identiteite bekend gemaak mag word, is die volgende: Prof DC Sibaya (Universiteit van Zululand); Dr HM Wessels (Stellenbosch Universiteit); Me M Pieters (Noord-Wes); en Me A Botha (Gauteng). In die volgende afdeling word die data-insamelingsprosedure beskryf.

3.3.4 Data-insamelingprosedure

Data is op drie verskillende tye tydens die navorsingsproses ingesamel. Daar word nou verder uitgebrei op die verskillende tye waartydens data as deel van die navorsingsproses ingesamel is.

3.3.4.1 Eerste geleentheid van data-insameling

Tydens die eerste geleentheid is beleidsdokumente ingesamel wat te doen het met kennis- en praktykstandaarde in die algemeen, en tweedens is doelgerigte beleidsdokumente wat spesifiek te doen het met wiskundeonderwys in die GSF ingesamel aangesien die einddoel van die studie was om KPSW's te ontwikkel. Die redes waarom die beleidsdokumente van bepaalde lande versamel is, is reeds in Hoofstuk 2 beskryf.

Die beleidsdokumente wat te doen het met algemene kennis- en praktykstandaarde is uit die VSA en Australië versamel. Die betrokke beleidsdokumente was die *National Professional Standards for Teachers* (Australian Institute for Teaching and School Leadership [AITSL], 2011); *Standards for Ohio educators* (State Board of Education [SBE], 2005); en die *Virginia*

Standards for the Professional Practice of Teachers (Virginia Department of Education [VDE], 2008).

Die beleidsdokumente wat met wiskunde spesifiek te doen het, is in twee kategorieë ingesamel. Die eerste kategorie was skoolkurrikulumbelidsdokumente van Suid-Afrika, die VSA, Australië en Nederland. Die lande wie se onderwyserstandaarde vir wiskundeonderwys ingesamel is, was die VSA, Australië en Nederland.

Die nasionale beleidsdokumente wat geraadpleeg is, was die volgende: *A framework for qualification standards in higher education* (Council on Higher Education [CHE], 2011); *The higher education qualification framework* (Department of Education [DoE], 2007); *The minimum requirements for teacher education qualifications* (DHET, 2011); *Integrated strategic planning framework for teacher education and development in South Africa 2011-2025* (DBE & DHET, 2011); en die *Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring* (DBE, 2011a).

Die internasionale beleidsdokumente wat standaard vir GSF-wiskundeonderwysers stel en wat ingesamel is, was die volgende: *Common core state standards for mathematics* (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010); *Teacher education specialty area standards* (North Carolina State Board of Education [NCSBE], 2009); *The Australian curriculum: Mathematics* (Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2013); *Standards for excellence in teaching mathematics in Australian schools* (The Australian Association of Mathematics Education [AAME], 2006); *Kerndoelen rekenen/wiskunde* (Buijs, Klep & Noteboom, 2009); en *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo* (Otten, 2009). In die volgende afdeling word die tweede geleentheid van data-insameling beskryf.

3.3.4.2 Tweede geleentheid van data-insameling

Die tweede insamelingsproses het plaasgevind toe artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke aangaande wiskunde vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis ingesamel is, met kriteria wat vir hierdie proses geïdentifiseer is. Tydens die tweede data-insamelingsproses is doelbewuste steekproefmetodes toegepas deurdat elke dokument doelbewus gekies is op grond van die unieke bydrae wat dit tot die studie lewer (Check & Schutt, 2012; Nieuwenhuis, 2007c). Dokumente is nagespeur deur op die volgende databasisse te soek: Google Scholar, ERIC, EbscoHost, Sabinet en A-Z-vaktydskriflys. Bykomstige artikels is opgespoor deur die verwysingslys van relevante literatuurorsig-artikels te gebruik. Die onderwyservoorbereidingshandboeke is gekies op grond van die studieleier se professionele mening.

Omdat doelbewuste steekproefmetodes gevolg is, moes die dokumente wat vir die konseptuele studie gebruik is aan van die volgende kriteria (Nieuwenhuis, 2007c) voldoen:

- Dit moes betrekking hê op wiskundevakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis van die getalldomein in die GSF in die Suid-Afrikaanse konteks en internasionaal.
- Dit moes te doen hê met die voorbereiding van GSF-onderwysers.
- Dit moes betroubare bronne wees.
- Artikels moes reeds in wetenskaplike vaktydskrifte gepubliseer wees
- Dit moes resente bronne wees (dus gepubliseer in die jare 1998-2013).

3.3.4.5 Derde geleentheid van data-insameling

Die derde geleentheid was toe die voorlopige KPSW's aan nege kenners op die gebied van GSF-wiskundeonderwys gestuur is. Hulle het die dokument bestudeer en op 'n verslag die resenteheid, volledigheid, toepaslikheid vir GSF-vorbereiding en funksionaliteit van die fisiese uitleg daarvan aangedui. Die volgende vrae is aan die deelnemers gestel as riglyne om die standaard te ontleed:

1. Is die voorlopige kennis- en praktykstandaarde relevant vir die Suid-Afrikaanse konteks? Indien nie, watter voorstelle het u om dit meer tersaaklik te maak?
2. Word al die aspekte van die getalldomein in die voorlopige kennis- en praktykstandaarde aangespreek? Indien nie, wat moet bygewerk word?
3. Is die inhoud van hierdie voorlopige standaard voldoende? Indien nie, watter voorstelle kan u maak om dit aan te vul?
4. Wat is die leemtes/tekortkomings in die voorlopige kennis- en praktykstandaarde?
5. Sal die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein voldoende wees om as riglyne vir onderwyservorbereidingsprogramme by alle instellings in Suid-Afrika te dien? Indien nie, hoe kan die standaard verbeter word sodat dit moontlik is?
6. Is die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein maklik om te volg? Indien nie, watter voorstelle het u om dit te makliker te maak?
7. Is hierdie voorlopige standaard op samehangende wyse georganiseer? Indien nie, watter voorstelle het u om dit te verbeter?
8. Wat is u opinie aangaande die uitleg en voorstelling van die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein?
9. Is die voorlopige standaard duidelik en bondig geformuleer?
10. Het u enige ander kommentaar aangaande hierdie kennis- en praktykstandaarde?

3.3.5 Dataontleding

Creswell (2009) stel ses stappe voor waarvolgens data ontleed kan word:

- Stap 1 – Orden die data en bereid dit voor vir ontleding.
- Stap 2 – Lees deur al die data om 'n algemene begrip van die inligting te verkry en besin oor die betekenis daarvan in die geheel.
- Stap 3 – Ontleed die data deur middel van 'n koderingsproses.
- Stap 4 – Gebruik die koderingsproses om 'n beskrywing van die kategorieë of temas te genereer.
- Stap 5 – Beskryf hoe die temas in die kwalitatiewe narratief verteenwoordig gaan word.
- Stap 6 – Interpreteer die data en vind betekenis daarin.

Elk van hierdie dataontledingsprosedures gaan nou beskryf word in die volgende afdelings.

3.3.5.1 Dataontleding: beleidsdokumente

- Stap 1 – Orden die data en berei dit voor vir ontleding

Die artikels is georden volgens skoolkurrikulumbeleidsdokumente en onderwyser-voorbereidingsdokumente.

- Stap 2 – Lees deur al die data om 'n algemene begrip van die inligting te verkry en besin oor die betekenis daarvan in die geheel

Die navorser het al die data deurgelees en voorlopige idees verkry van hoe die beleidsdokumente bymekaar inpas om sodoende te bepaal watter kodes daaruit kan voortspruit.

- Stap 3 – Ontleed die data deur middel van 'n koderingsproses

Tydens die derde stap het die navorser die algemene standaarde vir onderwyservoorbereiding met mekaar vergelyk op grond van uitleg. Kodes is toegeken vir elke titel in die dokument sodat 'n toepaslike uitleg vir die skryf van KPSW's bepaal kan word. Tweedens is die dokumente ontleed deur induktiewe kodering toe te pas. Kodes is toegeken aan die standaarde en temas is geïdentifiseer.

Die navorser het die skoolkurrikulumbeleidsdokumente met mekaar vergelyk in terme van die getalldomein, waar soortgelyke frases saamgegroepeer was. Die vergelyking is in tabelvorm gedoen, en daarna het die navorser kodes induktief aan soortgelyke frases toegeken. Temas het voortgespruit op grond van die kategorisering van die kodes.

Die standaarde vir wiskundeonderwysers is op 'n soortgelyke manier met mekaar vergelyk (waar die fokus op die getalldomein was), behalwe dat daar twee temas vooraf deduktief bepaal is. Die temas was vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis (Creswell, 2009) en

kodes is deduktief aan die data toegeken (Creswell, 2009; Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012; Nieuwenhuis, 2007a).

- Stap 4 – Gebruik die koderingsproses om 'n beskrywing van die kategorieë of temas te genereer

Die volgende temas vanuit die algemene standaard vir onderwyservoorbereiding het na vore gekom: kennis van leerders; kennis van die inhoud; onderrig; leeromgewing; assessering; professionele leer en ontwikkeling; en professionele betrokkenheid Hierdie temas sal in Hoofstuk 4 bespreek word.

Die kodes uit die skoolkurrikulumbelidsdokumente is saamgegroeper en die volgende temas het uit die data na vore gekom: getalbegrip; plekwaarde; beredenering en regverdiging van antwoorde; hoofreken; geld; probleemoplossing; plekwaarde; breuke; bewerkings; en algemene strategieë (Nieuwenhuis, 2007a). Die kategorieë en kodes het gedien as riglyne vir die opstelling van die KPSW's vir die getalldomein in die GSF.

In die internasionale beleidsdokumente wat standaard vir GSF-wiskundeonderwysers voorskryf, is die volgende kategorieë bepaal waarin die data verdeel was: algemene inhoudskennis; kennis op die horison; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; en kennis van inhoud en die kurrikulum. Die data wat ontleed is, moes aan die definisies (soos beskryf in Hoofstuk 5) van hierdie ses kategorieë voldoen, voordat dit onder dié kategorieë gesorteer is. Hierdie kategorieë is onder die temas vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis gegroeper.

- Stap 5 – Beskryf hoe die temas in die kwalitatiewe narratief verteenwoordig gaan word
- Stap 6 – Interpreteer die data en vind betekenis daarin

Die navorser het besluit om die data van die algemene standaard vir onderwyservoorbereiding en die skoolkurrikulumbelidsdokumente in tabelvorm voor te stel. Elke tabel is vervolgens bespreek en die interpretasie en betekenis van die data in die tabel is aan die einde van die tabel in Hoofstuk 4 verskaf. Die navorser het besluit om die internasionale beleidsdokumente wat standaard vir GSF-wiskundeonderwysers bied te bespreek aan die hand van die volgende kategorieë: algemene inhoudskennis; kennis op die horison; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; en kennis van inhoud en die kurrikulum. In die volgende afdeling word die dataontleding van die artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke beskryf.

3.3.5.2 Dataontleding: Artikels, hoofstukke in boeke en onderwyservoorbereidings-handboeke

- Stap 1 – Orden die data en berei dit voor vir ontleding

Die artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke is georden volgens vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis en in die volgende kategorieë geplaas: algemene inhoudskennis; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis op die horison; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; en kennis van inhoud en die kurrikulum.

- Stap 2 – Lees deur al die data om 'n algemene begrip van die inligting te verkry en besin oor die betekenis daarvan in die geheel

Die navorser het al die data deurgelees en voorlopige idees verkry van hoe die artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke bymekaar inpas en om te bepaal watter kodes daaruit kan voortspruit.

- Stap 3 – Ontleed die data deur middel van 'n koderingsproses

Tydens hierdie stap het die navorser die vakinhoudskennis, pedagogiese inhoudskennis verder verdeel in die volgende kategorieë: algemene inhoudskennis; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis op die horison; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; kennis van inhoud en die kurrikulum; kategorieë van die getalldomein (soos beskryf in Hoofstuk 4). Dit het as 'n breë raamwerk gebruik om kodes toe te dien aan die data (Creswell, 2009; Fraenkel et al., 2012; Nieuwenhuis, 2007a). Die inligting binne-in die dokumente moes voldoen aan die beskrywings van die kategorieë soos in Hoofstuk 5 uiteengesit.

- Stap 4 – Gebruik die koderingsproses om 'n beskrywing van die kategorieë of temas te genereer

Nadat die kodes in die data neergeskryf is, is dit in kategorieë versamel en onder die twee hoofkategorieë ingedeel (Nieuwenhuis, 2007a). Uiteindelik het die kategorieë en kodes gedien as 'n raamwerk vir die KPSW's. Die volgende temas word dus in Hoofstuk 5 bespreek: algemene inhoudskennis; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis op die horison; kennis van inhoud en onderrig; kennis van inhoud en leerders; en kennis van inhoud en die kurrikulum. In die kategorieë gespesialiseerde inhoudskennis, kennis van inhoud en onderrig, en kennis van inhoud en leerders het daar subkategorieë na vore gekom in die data wat bespreek is (sien later Hoofstuk 5).

- Stap 5 – Beskryf hoe die temas in die kwalitatiewe narratief verteenwoordig gaan word
- Stap 6 – Interpreteer die data en vind betekenis daarin

Die navorser het gekies om die data voor te stel deur die verskillende kategorieë te bespreek. Daar is uitgebrei op elke kategorie en aan die einde van elke tema is 'n interpretasie van die

kategorieë in die tema gemaak, waaruit die betekenis daarvan na vore gekom het. Die navorser het ook aangedui hoe die data 'n invloed gehad het op die ontwikkeling van KPSW's. In die volgende afdeling word die dataontleding van die evalueringsverslae deur kundiges beskryf.

3.3.5.3 Dataontleding: Evalueringsverslae

- Stap 1 – Orden die data en berei dit voor vir ontleding

Die verslae is georden volgens die vrae wat gestel is.

- Stap 2 – Lees deur al die data om 'n algemene begrip van die inligting te verkry en besin oor die betekenis daarvan in die geheel

Die navorser het al die data deurgelees en voorlopige idees verkry van hoe die verskillende kommentaar wat op die KPSW's gelewer is, bymekaar inpas om te bepaal watter kodes daaruit kan voortspruit.

- Stap 3 – Ontleed die data deur middel van 'n koderingsproses

Tydens hierdie stap het die navorser die vrae wat aan die buitenavorsers gestel is, gebruik om kodes aan die data toe te ken. Die kodes was soos volg: relevansie, volledigheid, tekortkomings, onderwyserervoorbereiding, leesbaarheid, organisasie, uitleg en taal.

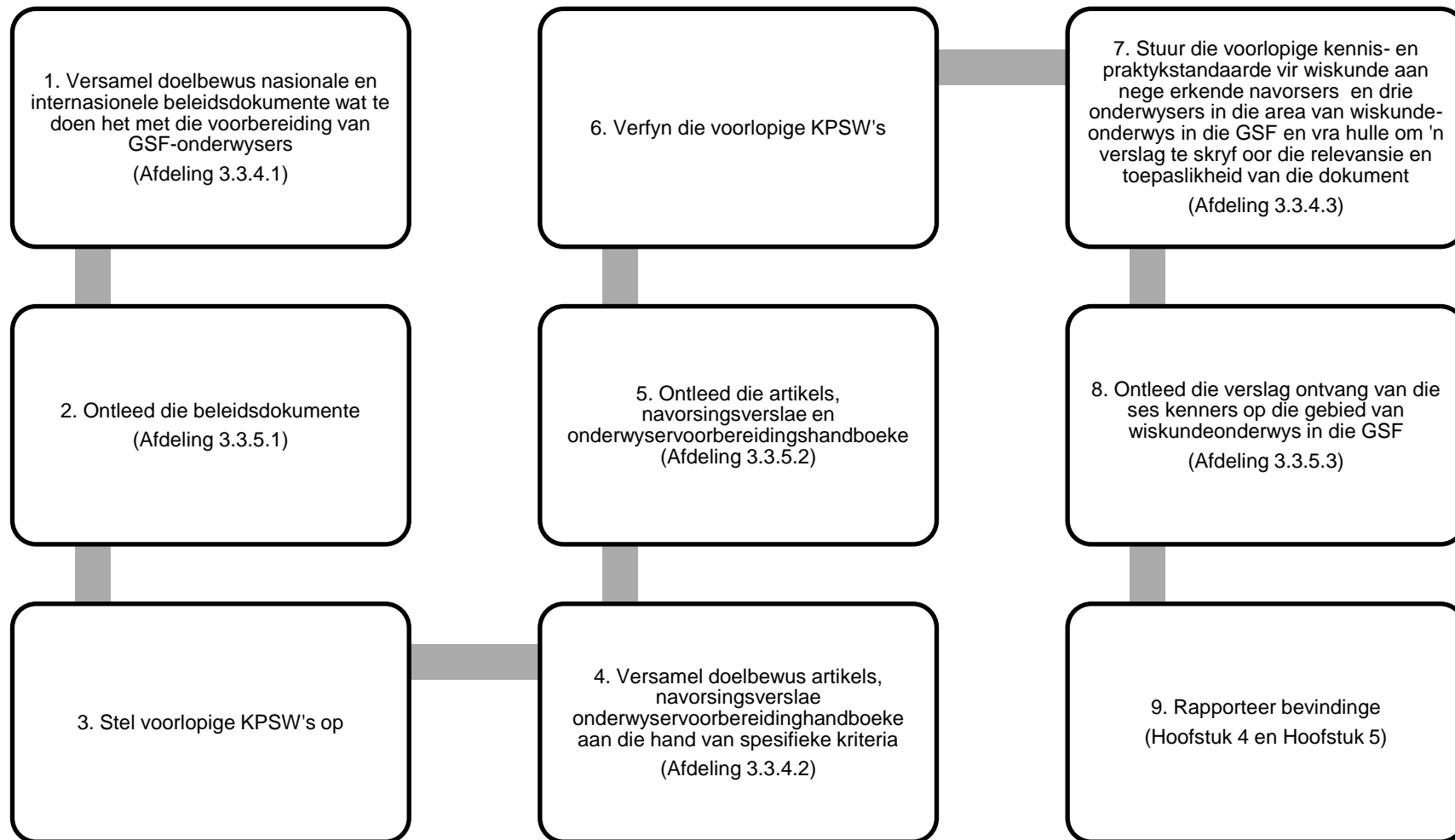
- Stap 4 – Gebruik die koderingsproses om 'n beskrywing van die kategorieë of temas te genereer

Nadat die kodes in die data neergeskryf is, is dit in kategorieë versamel en onder verskillende temas ingedeel, naamlik resenteheid, volledigheid, toepaslikheid vir GSF-onderwyser-voorbereiding, en funksionaliteit en fisiese uitleg (Nieuwenhuis, 2007a).

- Stap 5 – Beskryf hoe die temas in die kwalitatiewe narratief verteenwoordig gaan word
- Stap 6 – Interpreteer die data en vind betekenis daarin

Die navorser het besluit om die data voor te stel in die verhandeling deur die temas te bespreek wat na vore gekom het soos in Stap 4 aangedui. Die temas volledigheid, toepaslikheid vir GSF-onderwyser-voorbereiding, asook funksionaliteit en fisiese uitleg het gelei tot aanbevelings vir die verbetering van KPSW's.

In Figuur 3.2 word die navorsingsproses soos verduidelik in Afdeling 3.3 visueel voorgestel. Die navorsingsproses sluit die data-insamelingsprosedures (3.3.4) en dataontleding (3.3.5) in.



Figuur 3.2: Navorsingsproses

Figuur 3.2 dien as 'n visuele voorstelling van hoe die KPSW's ontwikkel is. Die beleidsdokumente is versamel en ontleed, waarna voorlopige KPSW's opgestel is. Daarna is die artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke versamel en ontleed, en skaafwerk is aan die voorlopige KPSW's gedoen. Die verbeterde KPSW's is vervolgens aan kenners op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF gestuur. Laastens is daar gerapporteer oor die hele navorsingsproses wat oorhoofs ten doel gehad het om die primêre navorsingsvraag te beantwoord. In die volgende afdeling word die geloofwaardigheid en betroubaarheid van die KPSW's bespreek.

3.6 Geloofwaardigheid en betroubaarheid

Die data is getrianguleer op grond van verskillende statistiese bronne, deurdat daar gebruik gemaak is van nasionale beleidsdokumente, internasionale beleidsdokumente, artikels, navorsingsverslae, onderwyservoorbereidingshandboeke, en evalueringsverslae deur ses kenners op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF (Creswell, 2009; Nieuwenhuis, 2007c). Slegs resente en toepaslike dokumente is ingesamel en alleenlik konsepte (van wiskundevakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis) waaroor outeurs saamstem, is gebruik (Fraenkel et al., 2012). Die navorsingsbesluite is noukeurig aangeteken (Nieuwenhuis, 2007c). Die navorser het gebruik gemaak van "peer debriefing"-sessies waartydens sy met studieleiers en ander kundiges oor haar studie gesprekke gevoer het ten einde die geldigheid van haar uiteindelijke bevindings te verhoog (Creswell, 2009). Gesprekke met studieleiers het op 'n gereelde basis tydens die koderingsproses van die data plaasgevind (Creswell, 2009; Nieuwenhuis, 2007c).

3.7 Navorser se rol

Die navorser het die

- nasionale en internasionale navorsings- en beleidsdokumente ingesamel;
- nasionale en internasionale navorsings- en beleidsdokumente ontleed;
- KPSW's opgestel op grond van die dokumente wat ontleed is; en
- KPSW's vir evaluering uitgestuur aan kenners in GSF-wiskundeonderwys.

Die navorser was die navorsingsinstrument tydens die data-insamelingsprosedure (Nieuwenhuis, 2007c).

3.8 Etiese oorwegings

Die navorser het 'n ingeligte toestemmingsbrief opgestel en dit elektronies aan die potensiële deelnemers gestuur om hulle uit te nooi om aan die navorsing deel te neem (Creswell, 2009). In die toestemmingsbrief is die volgende aspekte aangeraak en/of aangedui: die navorser se identiteit en status; SANPADMATH as die omgewing waarbinne die navorsing geskied; kriteria vir deelname; die doel van die navorsing; die vlak van betrokkenheid van die deelnemer; 'n waarborg ten opsigte van die reg op die handhawing van vertroulikheid van die deelnemer; en die name en kontakbesonderhede van die navorser, studieleier en medestudieleier vir indien daar vrae sou opduik (Creswell, 2009). Die deelnemers is die geleentheid gegun om te kies of hulle hul identiteit bekendgemaak wou hê al dan nie, aangesien hulle dalk op eienaarskap van hul bydraes sou wou aanspraak maak (Creswell, 2009). Geen bevindings is vervals of versin nie (Creswell, 2009).

Die huidige MEd-studie maak deel uit van die SANPADMATH-projek wat oorhoofs alreeds etiese klaring verkry het. Die etieknommer is NWU-00027-11-S2.

3.9 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die navorsingsmetodologie breedvoerig beskryf. As deel van die nie-empiriese, konseptuele studie wat onderneem is, is dokumente as data ingesamel en die navorser kon die voorlopige KPSW's ontwikkel op grond van dataontleding uit hierdie dokumente. Die volgende hoofstuk bied die resultate aan van die beleidsdokumente wat versamel en ontleed is.

HOOFSTUK 4

BEVINDINGS EN INTERPRETASIE: NASIONALE EN INTERNASIONALE BELEIDSDOKUMENTE

4.1 Inleiding

4.2 Nasionale beleidsdokumente

4.2.1 Baccalaureus Educationis in die GSF

4.2.2 Betekenis van die term 'standaarde'

4.2.3 Vereistes ten opsigte van die voorbereiding
van onderwysers

4.2.4 Die tipe leerder wat deur die KABV in die
vooruitsig gestel word

4.3 Kwalitatiewe ontleding van die internasionale
beleidsdokumente

4.3.1 Vergelyking van algemene standaarde

4.3.2 Vergelyking van geskrewe skoolkurrikula

4.3.3 Vergelyking van standaarde vir
wiskundeonderwysers

4.4 Samevatting

HOOFSTUK 4

BEVINDINGS EN INTERPRETASIE: NASIONALE EN INTERNASIONALE BELEIDSDOKUMENTE

4.1 Inleiding

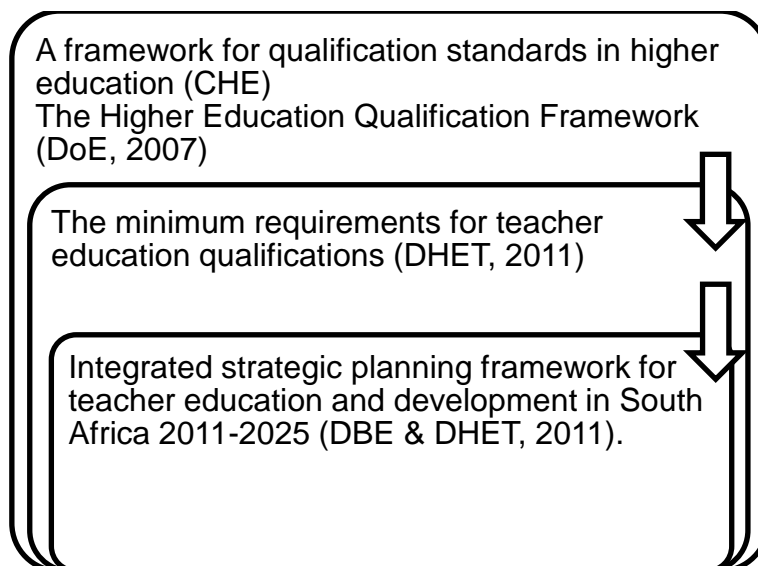
In Hoofstuk 3 is die metodologie waarvolgens die studie uitgevoer is, bespreek. In die huidige hoofstuk word daar gepoog om 'n antwoord te verskaf op die volgende navorsingsvraag: *Hoe beskryf nasionale en internasionale beleidsdokumente die vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getaliedomein in die grondslagfase te onderrig?*

Die beleidsdokumente wat 'n primêre invloed op die voorbereiding van GSF-onderwysers en die ontwikkeling van KPSW's het, word eerstens binne 'n nasionale konteks beskryf. Hierna volg die kwalitatiewe ontleding van die data onder die volgende opskrifte: 1) Vergelyking van algemene standaarde, 2) Vergelyking van skoolkurrikula; en 3) Vergelyking van standaarde vir wiskundeonderwysers. Aan die einde van die hoofstuk volg 'n samevatting.

4.2 Nasionale beleidsdokumente

In hierdie studie het die fokus geval op die ontwikkeling van kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (KPSW's) vir die voorbereiding van onderwysers wat aan 'n universiteit geregistreer is om die graad Baccalaureus Educationis (Grondslagfase) te verwerf. Die volgende vier nasionale beleidsdokumente is geraadpleeg om die ontwikkeling van KPSW's in die Suid-Afrikaanse konteks te verduidelik (sien die verhouding van die dokumente tot mekaar in Figuur 4.1):

- *A Framework for Qualification Standards in Higher Education* (CHE, 2011)
- *The Higher Education Qualification Framework* (DoE, 2007)
- *The Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications* (DHET, 2011)
- *Integrated Strategic Planning Framework for Teacher Education and Development in South Africa 2011-2025* (DBE & DHET, 2011)



Figuur 4.1: Suid-Afrikaanse beleidsdokumente vir die voorbereiding van GSF-onderwysers

Die beleidsdokumente *A Framework for Qualification Standards in Higher Education* (CHE, 2011) en *The Higher Education Qualification Framework* (DoE, 2007) bied die riglyne en standaarde vir die ontwikkeling van voorbereidingsprogramme en ook onder andere onderwyservoorbereiding. Die dokument *The Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications* definieer generiese standaarde vir alle onderwyservoorbereidingskwalifikasies wat in lyn is met die vereistes van *The Higher Education Qualification Framework*, maar meer spesifieke standaarde moet ontwikkel word wat verband hou met areas van kundigheid sodat onderwysers daarin kan spesialiseer (DBE & DHET, 2011).

In die dokument *Integrated Strategic Planning Framework for Teacher Education and Development in South Africa 2011-2025* dui die DBE en DHET (2011) aan dat onderwysers se vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis 'n belangrike impak het op die kwaliteit in die onderwysstelsel binne Suid-Afrika. In hierdie dokument stel die DBE en DHET (2011) dat die skoolstelsel meer en beter onderwysers nodig het wat gekwalifiseerd en bevoeg is om spesifieke vakke of leerareas in spesifieke fases in alle skole aan te bied. Die behoefte aan die ontwikkeling van KPSW's word in hierdie dokument uitgespel (DBE & DHET, 2011). In die volgende afdeling word die graad Baccalaureus Educationis in die GSF beskryf.

4.2.1 Baccalaureus Educationis in die GSF

Die hoofdoelwit van die Baccalaureus Educationis graad is om goedaferonde onderrig te bied sodat gegradueerdes toegerus word met die verwagte vakinhoudskennis, opvoedkundige teorieë en metodologieë wat hulle in staat stel om bevoegdheid en

verantwoordelikheid as akademiese en professionele gekwalifiseerde beginner-GSF-onderwysers te demonstreer (DHET, 2011). Beginsels en teorieë word beklemtoon as die basis vir suksesvolle intrede in 'n professionele onderwysloopbaan (DHET, 2011). Hieruit lei ons die belangrikheid af van die kennisbasis waaroor die gegradueerde moet beskik en daarom poog die studie om 'n bydrae te lewer tot die kennis- en praktykbasis van die Baccalaureus Educationis in die GSF.

4.2.2 Betekenis van die term 'standaarde'

Standaarde moet altyd geldigheid, geloofwaardigheid en 'n algemene betekenis hê, en dit moet riglyne voorsien vir die ontwikkeling, implementering en kwaliteitsversekering van programme (DoE, 2007).

Die CHE (2011) stel dit dat die ontwikkeling van standaarde vir hoërondewyskwalifikasies nie iets nuuts is nie, alhoewel die betekenis van die term 'standaarde' van instelling tot instelling verskil. Standaarde het in die verlede die volgende beteken: vereistes ten opsigte van toelating tot 'n kwalifikasie; die handhawing van 'n verhouding van personeel tot studente wat toepaslik is vir effektiewe onderrig en assessering; en die meting van sukses aan die hand van die hiërargiese posisies van studente (CHE, 2011). Die mees betroubare manier waarop die gelykwaardigheid van standaarde verkry is, was 'n stelsel van internasionale en nasionale eksterne eksaminering (CHE, 2011). Standaarde is altyd gesien in die lig van spesifieke kwalifikasies wat verwerf word, byvoorbeeld BEd Educationis in die GSF (CHE, 2011).

Standaarde word in hierdie verhandeling beskou as stellings wat definieer wat onderwysers moet weet en kan doen sodat hulle die kernfunksie van professionaliteit en effektiwiteit kan vervul wat aan 'n spesifieke vak of skoolfase verbind word (in hierdie geval, wiskunde in die GSF) (DBE & DHET, 2011). Standaarde word nie gekoppel aan 'n spesifieke skoolkurrikulumstelling nie; dit hou verband met akademiese en praktiese kennis wat benodig word om 'n spesifieke vak te onderrig sodat die onderwyser ook kan aanpas wanneer daar kurrikulumverandering is (DBE & DHET, 2011). In die volgende afdeling word die vereistes vir die voorbereiding van onderwysers in die Suid-Afrikaanse konteks bespreek.

4.2.3 Vereistes ten opsigte van die voorbereiding van onderwysers

Onderrig is 'n komplekse aktiwiteit wat berus op die konstruering, integrasie en toepassing van verskillende soorte kennis en leerpraktyke (DHET, 2011). 'n Kennisbasis is baie belangrik sodat GSF-onderwysers kennis in verskeie kontekste – en nie net in 'n spesifieke

konteks nie – kan toepas (DHET, 2011). Die kennisbasis word opgebou op grond van verskillende tipes leer wat plaasvind, naamlik dissiplinêre leer; pedagogiese leer; praktiese leer; fundamentele leer; en leer binne bepaalde situasies/omstandighede (DHET, 2011). Elk van hierdie tipes leer gaan vervolgens bespreek word.

Dissiplinêre leer verwys na vakkennis wat op twee maniere geleer word, naamlik die studie van opvoedkunde en opvoedkundige beginsels, en die studie van spesifieke gespesialiseerde vakkennis (DHET, 2011). *Pedagogiese leer* verwys na algemene pedagogiese kennis (met inbegrip van kennis van leerders, leer, kurrikulum en algemene onderrig- en assesseringstrategieë) en gespesialiseerde pedagogiese inhoudskennis (DHET, 2011). *Praktiese leer* sluit in die leer *binne* praktyk (tydens werkgeïntegreerde leer) en *van* praktyk (tydens die bestudering van gevallestudies, video-opnames, leswaarnemings ens.) (DHET, 2011). *Fundamentele leer* verwys daarna om bekwaam om te gaan in 'n tweede amptelike taal, die vermoë om inligting en kommunikasietegnologieë (IKT) bevoeg te hanteer en om oor akademiese geletterdheid te beskik (DHET, 2011). *Situasionele leer* (situational learning) verwys na kennis van verskillende leersituasies, kontekste en omgewings van opvoedkunde soos klaskamers, skole, gemeenskappe, distrikte en streke. Die studente moet spesifiek oor kontekste leer sodat hulle Suid-Afrika se komplekse en gedifferensieerde aard verstaan.

Die Baccalaureus Educationis-graad het ten doel om onderwysers te ontwikkel wat gefokusde kennis en vaardighede kan demonstree in spesifieke gespesialiseerde fases en/of vakke (DHET, 2011). Dié graad vereis 'n spesifieke diepte en gespesialiseerde kennis saam met praktiese vaardighede en werkplekervaring om studente toe te laat om suksesvol as beginneronderwysers te kwalifiseer (DHET, 2011). Vir die graad Baccalaureus Educationis GSF moet die beginneronderwyser beskik oor uitgebreide en gespesialiseerde kennis van vroeë kinderontwikkeling en wiskunde om sodoende leerders te begelei om sleutelkonsepte en vaardighede te ontwikkel wat as die fondasie dien vir verdere leer in ander fases (DHET, 2011).

Om aan die vereistes vir 'n Baccalaureus Educationis-graad te voldoen is daar sekere bevoegdhede (Tabel 4.1) waaroor die GSF-onderwyser aan die begin van sy/haar loopbaan moet beskik.

Tabel 4.1: Bevoegdhede waaroor die beginneronderwyser moet beskik

Vakinhoudskennis	Pedagogiese inhoudskennis
<p>Die onderwyser moet beskik oor</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegronde vakkennis; en • die vermoë om effektief te kommunikeer in terme van die vak wat hy/sy aanbied. 	<p>Die onderwyser moet</p> <ul style="list-style-type: none"> • beskik oor kennis van hoe om die vak te onderrig; hoe om inhoud te kies en te orden; en wanneer om watter inhoud aan te bied; • kennis dra van wie die leerders is en hoe hulle leer; • oor hoogs ontwikkelde geletterdheids-, gesyferdheids- en inligtingstegnologievaardighede beskik; • kennis van die skoolkurrikulum hê en die gespesialiseerde inhoud kan uitpak; • beskikbare hulpbronne toepaslik benut en geskikte leerprogramme kan beplan en ontwerp; • alle leerders tydens onderrig insluit; en • leerders op betroubare en verskillende maniere assesser en onderrig, en leer op grond van assesseringsresultate kan aanpas.

Bron: DHET (2011)

Tabel 4.1 gee 'n opsomming van die bevoegdhede waaroor die beginneronderwyser moet beskik soos dit in twee kolomme volgens vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis deur die DHET (2011) uiteengesit is. Hierdie inligting beïnvloed die ontwikkeling van die KPSW's en sal as grondslag dien vir die ontwikkeling daarvan. In die volgende afdeling word die tipe leerder beskryf wat deur die KABV in die vooruitsig gestel word (DBE, 2011a).

4.2.4 Die tipe leerder wat deur die KABV in die vooruitsig gestel word

Volgens die navorser het die KABV (DBE, 2011a) 'n invloed op hoe die GSF-onderwyser voorberei word, hoewel dit nie die enigste dokument is wat die voorbereiding van GSF-onderwysers beïnvloed nie. Die KABV (DBE, 2011a) is die aanvaarde skoolkurrikulum in Suid-Afrika wat deur onderwysers implementeer moet word. Dit is ook 'n dokument wat die minimum vereistes stel waaraan leerders aan die einde van 'n graad en/of fase moet voldoen. Die doel van die KABV is om verdeeldhede van die verlede te heel en sodoende 'n samelewing te skep wat gebaseer is op demokratiese waardes, sosiale geregtigheid en fundamentele menseregte. Dit behoort die lewensgehalte van alle burgers en die potensiaal van elke persoon te verbeter en dit moet ook die fondament lê vir 'n demokratiese, oop samelewing waar die staatsgesag gebaseer is op die wil van die mense en waar elke burger gelyke beskerming deur die wet geniet (DBE, 2011a). Laastens het die KABV ten doel om 'n verenigde en demokratiese Suid-Afrika te bou wat 'n geregtigde plek inneem as 'n soewereine staat tussen al die nasies (DBE, 2011a). Soos blyk uit Hoofstuk 2, kom hierdie doel van die KABV ooreen met die publieke-opvoeder- en demokratiese-opvoeder-ideologieë soos beskryf deur Ernest (1991).

Die KABV stel verskillende algemene doelwitte, sowel as die tipe leerder wat in die vooruitsig gestel word, maar vir die doeleindes van hierdie verhandeling word daar net gefokus op die spesifieke doelwitte en spesifieke vaardighede wat daar vir wiskunde gestel word. Omdat die leerder hierdie wiskundedoelwitte en -vaardighede moet bereik, beteken dit dat die GSF-onderwyser dit op 'n hoër vlak moet bereik voordat hy/sy dit in leerders kan ontwikkel.

Die onderrig en leer van wiskunde is daarop gerig om die volgende aspekte in die leerder te ontwikkel (DBE, 2011a, p. 8):

- 'n kritiese bewustheid van hoe wiskundige verwantskappe in sosiale, omgewings-, kulturele en ekonomiese verband gebruik word;
- die nodige selfvertroue en bevoegdheid om enige wiskundige situasie te hanteer, sonder om deur 'n vrees vir wiskunde gekniehalter te word;
- 'n gees van weetgierigheid en 'n liefde vir wiskunde;
- 'n waardering vir die skoonheid en elegansie van wiskunde;
- erkenning dat wiskunde 'n kreatiewe deel van menslike aktiwiteit is;
- diepgaande konseptuele begrippe ten einde wiskunde te verstaan;
- spesifieke kennis en vaardighede wat nodig is vir
 - die toepassing van wiskunde op fisiese, sosiale en wiskundige probleme;
 - die studie van verwante vakmateriaal (byvoorbeeld ander vakke);
 - verdere studie van wiskunde.

In die KABV word die volgende spesifieke vaardighede van wiskunde uiteengesit (DBE, 2011a, pp. 8-9):

Vir die nodige wiskundige vaardighede, behoort die leerder

- die korrekte wiskundige taal aan te leer;
- getalbegrip te ontwikkel, en bewerkinge en die toepassings daarvan te kan doen;
- te leer om te luister, te kommunikeer, te dink en logies te redeneer, asook die wiskundige kennis te kan toepas;
- inligting te ondersoek, te analiseer, te interpreteer en voor te stel;
- vaardig te wees in probleemstelling en probleemoplossing;
- 'n bewustheid te ontwikkel van die belangrike rol wat wiskunde in alledaagse situasies speel.

Behalwe vir bogenoemde doelwitte en spesifieke wiskundevaardighede wat in leerders ontwikkel moet word, is wiskunde verdeel in verskillende inhoudsareas. Vir die doel van hierdie studie word daar gefokus op die getalgedeelte en daarom word die inhoudsarea “Getalle, bewerkings en verbande” volgens die KABV beskryf. Die algemene inhoudsfokus dui daarop dat die ontwikkeling van getalbegrip die volgende insluit: betekenis van verskillende soorte getalle; verbande tussen verskillende soorte getalle; relatiewe grootte van verskillende getalle; voorstelling van getalle op verskillende maniere; en bewerkings doen met getalle (DBE, 2011a). Die spesifieke inhoudsfokus, daarenteen, dui aan dat leerders aan die einde van Graad 3 'n getalreeks moet ontwikkel wat telgetalle tot ten minste 1 000 en algemene breuke moet insluit (DBE, 2011a). Die leerders se getalbegrip word ontwikkel deur die hantering van fisiese voorwerpe; die tel van voorwerpe; verdeling en kombinerings van hoeveelhede; springtel op verskeie maniere; oplos van kontekstuele probleme; en die opbou en afbreek van getalle. Deurdat die leerders tel, word hulle in staat gestel om hoofrekeninge, getalbegrip, rekenvaardighede, skatting en die herkenning van patrone te ontwikkel. Getalbegrip help leerders om strategieë te ontwikkel om berekenings makliker te maak en om die eienskappe van getalle te leer. Leerders leer om probleme op te los in kontekste wat hulle in staat stel om te kommunikeer deur te praat en te skryf.

Nou dat die nasionale konteks aan die hand van verskeie nasionale beleidsdokumente verduidelik is, word die resultate van die ontleding van internasionale dokumente beskryf.

4.3 Kwalitatiewe ontleding van die internasionale beleidsdokumente

In Hoofstuk 2 is daar uitgebrei op die redes vir die keuse van die verskillende lande (VSA, Australië en Nederland) wat met mekaar vergelyk word ten opsigte van skoolkurrikula en standaarde vir GSF-onderwysers in wiskunde. Hierdie afdeling (4.3) bied resultate aan van die verskillende dokumente wat met mekaar vergelyk is ten opsigte van algemene standaarde, skoolkurrikula, en kurrikulumstandaarde vir GSF-wiskundeonderwysers.

4.3.1 Vergelyking van algemene standaarde

Die algemene standaarde is met mekaar vergelyk om 'n beter begrip te verkry van wat in die algemeen van onderwysers in die eerste jaar van praktyk verwag word. In hierdie afdeling word die standaarde met mekaar vergelyk op twee vlakke – eerstens op 'n fisiese vlak, waar die uitleg van die dokumente met mekaar vergelyk word, en tweedens op 'n inhoudsvlak, waar die inhoud met mekaar vergelyk word.

Tabel 4.2: Vergelyking – fisiese uitleg van Australië, Ohio en Virginia se standaarde vir onderwysers

Australië	Ohio	Virginia
<p>Voorblad Telefoonnommer, faksnommer, e-posadres, uitgewers Titel: Australian Institute for Teaching and School Leadership</p>	<p>Voorblad Titel: Standaarde vir Ohio onderwysers.</p>	<p>Voorblad Titel: Virginia standaard vir die professionele praktyk van onderwysers Datum waarop dit goedgekeur is; naam van paneel wat dit goedgekeur het; posadres.</p>
<p>Tweede bladsy Inligting oor samestellers van standaard; jaartal waarin dit gedoen is.</p>	<p>Tweede bladsy Die State Board of Education en betrokkenes by die samestelling van die standaard; jaar waarin die standaard saamgestel is.</p>	
	<p>Inhoudsopgawe Afdeling een: Inleiding Afdeling twee: Ohio standaard vir die onderwys Afdeling drie: Ohio standaard vir skoolhoofde Afdeling vier: Ohio standaard vir professionele ontwikkeling Afdeling vyf: Verstaan en gebruik van die standaard</p>	<p>Inhoudsopgawe Inleiding Standaard vir die professionele praktyk van alle onderwysers Standaard vir die professionele praktyk van onderwysers in spesifieke vakke en spesialisingsareas Addendums Erkenning</p>
	<p>Brief aan die onderwyser</p>	
<p>Voorwoord Die belangrike rol van die onderwyser Professionele standaard vir onderwysers Doelwit van die standaard</p>	<p>Afdeling een: Inleiding Wat is ingesluit in die dokument? Wie is die gehoor vir die dokument? Hoekom 'n standaard-gebaseerde opvoeding? Oorsigtelike geskiedenis van Ohio se standaard-gebaseerde stelsel. Die ontwikkelingsproses van die standaard Sleutelareas van belyning tussen die standaard Hoe is die standaard georganiseer? Wat beteken die standaard vir my? Die aanduiders vlakke: bekwame vlak, vaardige vlak en uitnemende vlak. Gebruik van die standaard Ondersteuning vir die gebruik en implementering van die standaard</p>	<p>Inleiding Standaard vir die professionele praktyk van alle onderwysers Standaard 1: Kennis van die leerders Standaard 2: Kennis van die inhoud Standaard 3: Beplanning, aflewering en assessering van onderrig Standaard 4: Veilige, effektiewe leeromgewing Standaard 5: Kommunikasie en samewerking Standaard 6: Professionaliteit</p>
<p>Organisering van die nasionale professionele standaard vir onderwysers <i>Domeine van onderrig</i> Professionele kennis Professionele praktyk Professionele betrokkenheid</p>	<p>Afdeling twee: Ohio se standaard vir die onderwys Inleiding Doel van die standaard Verbande tussen die standaard Kategorieë van standaard:</p>	<p>Standaard vir die professionele praktyk van onderwysers in spesifieke vakke en spesialisingsareas Engels Geschiedenis- en sosiale wetenskap Wiskunde</p>

Tabel 4.2 (Vervolg)

Australië	Ohio	Virginia
<p><i>Nasionale professionele standaard vir onderwysers</i></p> <p>Standaarde 1-7</p> <p>Fokusareas en beskrywers</p> <p>Professionele vermoë teenoor die vier loopbaanstadiums</p> <p>Gegradueerde onderwyser</p> <p>Vaardige onderwyser</p> <p>Hoogs bekwame onderwyser</p> <p>Voorbeeld onderwyser</p> <p>Samevatting</p> <p>Professionele kennis</p> <p>Standaarde 1 & 2</p> <p>Professionele praktyk</p> <p>Standaarde 3-5</p> <p>Professionele betrokkenheid</p> <p>Standaarde 6 & 7</p>	<p>Die fokus van onderrig en leer, voorwaardes vir onderrig en leer, en onderrig as 'n beroep</p> <p>Standaard 1 Leerders</p> <p>Standaard 2 Inhoud</p> <p>Standaard 3 Assessering</p> <p>Standaard 4 Onderrig</p> <p>Standaard 5 Leeromgewing</p> <p>Standaard 6 Samewerking en kommunikasie</p> <p>Standaard 7 Professionele verantwoordelikheid en groei</p> <p>Afdeling drie: Ohio se standaard vir skoolhoofde</p> <p>Afdeling vier: Ohio se standaard vir professionele ontwikkeling</p> <p>Afdeling vyf: Verstaan en gebruik die standaard</p> <p>Hoe kan die standaard onderwysers affekteer?</p> <p>Gebruik van die standaard vir onderwys en selfassessering</p> <p>Selfassesseringsinstrument vir onderwysers:</p> <p>Standaardgebaseerde vrae</p> <p>Hoe kan die standaard die skoolhoof affekteer?</p> <p>Gebruik van die standaard vir skoolhoofde vir selfassessering</p> <p>Skoolhoof se selfassesseringsinstrument:</p> <p>Standaard-gebaseerde vrae.</p> <p>Verstaan hoe om die standaard vir professionele ontwikkeling te gebruik</p> <p>Die gehoor vir die Ohio standaard vir professionele ontwikkeling</p> <p>Verstaan en gebruik van die standaard vir professionele ontwikkeling</p>	<p>Wetenskap</p> <p>Loopbaan- en tegniese onderwys</p> <p>Engels as tweede taal</p> <p>Kuns</p> <p>Uitheimse taal</p> <p>Spesiale onderwys</p> <p>Addenda</p> <p>Addendum A: Aanvullend</p> <p>Dokument A – Navraagformaat</p> <p>Addendum B – Aanvullend</p> <p>Dokument B – Voorbeeldformaat</p>
Woordelys		
Verwysings		
Erkennings		Erkennings
	Samevatting	
Totale hoeveelheid bladsye: 24	Totale hoeveelheid bladsye: 100.	Totale hoeveelheid bladsye: 65

Bron: AITSL, 2011; SBoE, 2005 & VDoE, 2008

In Tabel 4.1 is die standaard met mekaar vergelyk op grond van die fisiese uitleg van elke dokument. Dit blyk dat die verskillende dokumente (kortweg daarna verwys as Australië, Ohio en Virginia) die volgende basiese komponente het wat ooreenkom: voorblad, inleiding

en inhoud. Virginia het een aanvullende komponent, naamlik 'n inhoudsopgawe. Ohio het drie aanvullende komponente, naamlik 'n bladsy wat die outeurs en jaartal aandui, 'n inhoudsopgawe en 'n brief aan die onderwyser. Australië het vier aanvullende komponente – 'n bladsy waarop die outeurs en jaar aangedui word; 'n woordelys om duidelik te maak wat met die terminologie bedoel word; 'n verwysingslys en erkennings. Wanneer al die komponente bymekaar geplaas word, kan gesê word dat die standarde uit die volgende komponente bestaan: voorblad; outeur en jaartal; inhoudsopgawe; inleiding; inhoud; woordelys; verwysings en erkennings. Vervolgens word die standarde van Australië, Ohio en Virginia met mekaar vergelyk op grond van hul inhoud.

Tabel 4.3: Vergelyking – inhoud van Australië, Ohio en Virginia se standarde vir onderwysers

Australië	Ohio	Virginia
Kennis van leerders		
Standaard 1 Ken leerders en weet hoe hulle leer	Standaard 1 Leerders Onderwyser verstaan leerders se leer en ontwikkeling en respekteer die diversiteit van die leerders wat hulle onderrig.	Standaard 1 Kennis van leerders Onderwyser verstaan hoe leerders leer en ontwikkel en voorsien leergeleenthede om intellektuele, sosiale en persoonlike ontwikkeling te ondersteun.
Kennis van die inhoud		
Standaard 2 Ken die inhoud en weet hoe om dit te onderrig	Standaard 2 Inhoud Onderwysers ken en verstaan die inhoudsarea wat hulle onderrig.	Standaard 2 Kennis van die inhoud Onderwyser verstaan die sentrale konsepte, strukture en prosesse van die vak wat hy/sy onderrig en skep leerervarings wat hierdie aspekte van die vak vir die leerders betekenisvol maak.
Onderrig		
Standaard 3 Beplan vir en implementeer effektiewe onderrig en leer	Standaard 4 Onderrig Onderwysers beplan en verskaf effektiewe onderrig wat leer vir elke individuele leerder bevorder	Standaard 3 Beplanning, aanbieding en assessering van onderrig
Leeromgewing		
Standaard 4 Skep en onderhou ondersteunende en veilige leeromgewings	Standaard 5 Leeromgewing Onderwysers skep leeromgewings wat hoë vlakke van leer bevorder sodat alle leerders presteer	Standaard 4 Veilige en effektiewe leeromgewing
Assessering		
Standaard 5 Assesseer en verskaf terugvoering van leerders se leer	Standaard 3 Assessering Onderwyser verstaan en gebruik assessering om onderrig in te lig; evalueer en verseker leerders se leer	Standaard 3 Beplanning, aanbieding en assessering van onderrig

Tabel 4.2 (vervolg)

Australië	Ohio	Virginia
Professionele leer en ontwikkeling		
Standaard 6 Wees betrokke by professionele leer	Standaard 7 Professionele verantwoordelikheid en groei Onderwysers neem verantwoordelikheid vir professionele groei, prestasie en betrokkenheid as individue en lede van 'n leergemeenskap	Standaard 6 Professionalisme
Professionele betrokkenheid		
Standaard 7 Wees professioneel betrokke by kollegas, ouers/voogde en die gemeenskap	Standaard 6 Samewerking en kommunikasie Onderwysers werk saam en kommunikeer met leerders, ouers, ander opvoeders, administrerders en die gemeenskap om leerders se leer te ondersteun	Standaard 5 Kommunikasie en samewerking Vestig vennootskappe en samewerking met families, administrerders, kollegas en gemeenskapslede om leerders se sukses te ondersteun en bevorder

Bronne: AITSL, 2011; TDA, 2007; SBoE, 2005; VDoE, 2008

In Hoofstuk 3 is die dataontledingsproses verduidelik waarvolgens kodes aan die data toegeken is. In Tabel 4.3 word die temas aangedui wat uit die data na vore gekom het, naamlik: 1) Kennis van leerders; 2) Kennis van die inhoud; 3) Onderrig; 4) Leeromgewings; 5) Assessering; 6) Professionele leer en ontwikkeling; 7) Professionele betrokkenheid. Daar is dus sewe areas van belang waarvoor die GSF-onderwyser voorberei moet word sodat sy/hy suksesvol in die onderrigpraktyk kan wees. Die VSA (Ohio & Virginia) en Australië stem klaarblyklik ooreen ten opsigte van die standarde waarvoor GSF-onderwysers voorberei moet word.

In die volgende afdeling word die skoolkurrikula van Suid-Afrika, die VSA en Australië vergelyk.

4.3.2 Vergelyking van geskrewe skoolkurrikula

Die navorser het in Hoofstuk 3 beskryf hoe die data van die skoolkurrikula ontleed is. Sy het eers al die kurrikulumdokumente deurgelees om 'n geheelbeeld te verkry, en daarna kodes induktief aan die data toegeken. Verskillende temas het na vore gekom en die volgende tabelle stel elk 'n ander tema voor met die onderskeie kategorieë wat daarop van toepassing is. In Nederland word groepe leerders byvoorbeeld saamgegroepeer in pare, naamlik groep 3 & 4 en groep 5 & 6 (sien Tabelle 4.3 – 4.12). Groep 3 in Nederland stem ooreen met die ouderdom van leerders in Graad 1 in Suid-Afrika, die VSA en Australië. Dit word gevolg deur refleksie en interpretasie deur die navorser.

Tabel 4.4: Tema – Getalbegrip

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Tel (0-)	50	200	1 000	120	1 000		100	1000	10 000	1 000	100 000
Tel aan en terug (springtel)	2's, 5'e, 10'e	1's, 2's, 3's, 4's, 5e, 10'e	1's, 2's, 3's, 4's, 5e, 10'e, 20's, 25's, 50's 100'e		5'e, 10'e, 100'e		1'e, 2's, 5'e, 10'e	2's, 3'e, 5'e, 10'e		2's, 5'e, 10'e	2's, 5'e, 10'e, 100'e, 1000'e
Ewe en onewe getalle (ondersoek voorwaardes)				0-20					X		
Identifiseer en skryf die reëls vir getalpatrone									X		
Ondersoek en beskryf getalpatrone gevorm deur springtel							0-100				
Identifiseer rekenkundige patrone en verduidelik						X					
Herken, identifiseer en lees getalsimbole	1-10	1-200	0-1 000	0-120	0-1 000		0-100				
Ontwikkel vlotheid in die skryf van getalle							X	X			
Skryf getalsimbole	1-10	1-200	0-1 000	0-120	0-1 000		0-100	0-1 000	0 - 10 000		

Tabel 4.3 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Herken, identifiseer, lees en skryf getalname	1-10	1-200	0-1 000	0-120	0-1 000		0-100	0-1 000	0-10 000		
Modelleer getalle				0-120			0-100	0-1 000	0-10 000		
Beskryf, vergelyk (<, =, >) en rangskik voorwerpe	0-20	0-99	0-999		0-1 000			0-1 000	0-10 000		
Orden/vergeelyk grootte van getalle											X
Posisioneer getalle op die getallelyn							0-100			X	X
Gebruik getalle in verskillende kontekste										X	
Vlotheid: tel in volgorde, vorentoe, agtertoe en identifiseer getalle op 'n getallelyn. Gebruik Koreaanse telspeletjie vir springtel en vlotheid vir vorentoe en agtertoe tel.							X				
Vlotheid: tel in volgorde								X			

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.1 Refleksie en interpretasie van die tema 'getalbegrip'

(a) Domein van aantal getalle

In Suid-Afrika word daar van leerders verwag om in Graad 3 'n getalbegrip tot by 1 000 te ontwikkel, in kontras met die VSA waar leerders al in Graad 2 'n getalbegrip tot by 1 000 ontwikkel. In Australië moet leerders in Graad 3 reeds 'n begrip van getalle tot by 10 000 ontwikkel en in Nederland moet Groep 5 en 6 (gelykstaande aan graad 3 en 4) 'n getalbegrip tot by 100 000 ontwikkel.

(b) Springtel

Wat betref springtel, blyk dit vir Suid-Afrika en Nederland ewe belangrik te wees om te springtel in grade 1-3, terwyl leerders in die VSA net in Graad twee springtel en in Australië in graad 1 en graad 2. Leerders in al vier die lande springtel in 5'e en 10'e.

(c) Ondersoek voorwaardes vir ewe en onewe getalle

Gr. 1-leerders in die VSA en Gr. 3's in Australië ondersoek leerders die voorwaardes vir ewe en onewe getalle. Gr. 3-leerders in Australië moet ook reëls identifiseer en skryf vir getalpatrone.

(d) Getalsimbole en getalname

Gr. 1-3's in Suid Afrika, Gr. 1-2's in die VSA en Gr. 1's in Australië behoort getalsimbole te kan herken, identifiseer en lees. Die herken, identifiseer en lees van getalsimbole is nie duidelik in die Nederlandse dokument genoem nie, alhoewel taal baie belangrik in die Nederlandse dokument is. 'n Kerndoel is toegewy aan die taalgebruik van leerders in die Nederlandse klaskamer. Die skryf van getalsimbole kom ooreen met die herkenning, identifisering en lees daarvan, en in Australië moet leerders in Gr. 2-3 ook getalsimbole kan skryf.

Van Gr. 1-3's in Suid-Afrika, Gr. 1-2's in die VSA en Gr. 1-3's in Australië word daar verwag om getalname te kan herken, identifiseer, lees en skryf. Soos met die getalsimbole is daar geen duidelike verwysing na getalname in die Nederlandse dokument nie, maar die ontwikkeling van wiskundetaal word belangrik geag in die dokument.

(e) Modelleer, posisioneer, rangskik getalle/voorwerpe, gebruik getalle in verskillende kontekste en ontwikkel vlotheid

In die VSA moet Gr. 1-leerders en in Australië moet Gr. 1-3-leerders getalle kan modelleer. Gr. 1-3's in Suid-Afrika, Gr. 2's in die VSA en Gr. 2-3's in Australië behoort voorwerpe te kan beskryf, vergelyk (<, =, >) en rangskik, terwyl Nederlandse leerders in Groep 4-5 getalle moet kan orden en vergelyk.

Van Australiese Gr. 1's en Nederlandse leerders in Groep 3-5 word verwag om getalle op die getallelyn te posisioneer.

Groep 3-4-leerders in Nederland moet getalle in verskillende kontekste kan gebruik en Gr. 1-2's in Australië behoort vlotheid te ontwikkel tydens die gebruik van getalle.

(f) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit wil voorkom asof die leerders in Suid-Afrika net die basiese vaardighede in die gebruik van getalle ontwikkel en asof daar nie diepgaande leer of ontwikkeling van vaardighede is nie. Die GSF-onderwyser moet voorberei word om hierdie basiese vaardighede in leerders te ontwikkel, maar moet ook in staat wees om die dieper betekenis van getalle te verstaan. Dit is nie genoeg om bloot die kurrikulum aan die GSF-onderwyser te onderrig nie, want die skoolkurrikulumdokument in Suid-Afrika het al verskeie veranderings ondergaan en GSF-onderwysers moet ook aan die vereistes van internasionale standaarde voldoen (DBE, 2011a).

Tabel 4.5: Tema – Beredenering en regverdiging van antwoorde

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Beredeneer hoe die antwoord bereik is											X
Regverdig metode of verduidelik redenasie en beoordeel noukeurigheid van bewerkings				X	X						X
Verduidelik optel- en aftrekstrategieë (verwys na plekwaarde en eienskappe van bewerkings)				X	X						
Beredenering sluit in die verduideliking van patrone wat geskep is							X				
Beredenering sluit in die gebruik van bekende feite om strategieë af te lei vir onbekende bewerkings, vergelyking en kontrastering van modelle vir bewerkings								X			
Beredenering sluit in die veralgemening van getaleienskappe en die resultate van bewerkings									X		

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.2 Refleksie en interpretasie van die tema 'beredenering en regverdiging van antwoorde'

(a) Beredenering van hoe antwoord bereik is

Volgens die bestudeerde skoolkurrikulumdokumente vereis slegs Nederland (Groep 5-6) van die leerders om te beredeneer hoe 'n antwoord bereik is. Die skoolkurrikulumdokumente van Suid-Afrika, die VSA en Australië verwag nie sodanige beredenering van die leerders nie, alhoewel dit mag gebeur dat onderwysers in die klas van die leerders mag verwag om te verduidelik hoe 'n antwoord bereik is.

(b) Regverdiging van metode en verduideliking van strategieë

In die VSA word daar van Gr. 1-2-leerders verwag om 'n metode te regverdig of 'n redenasie te verduidelik en die noukeurigheid van bewerkings te beoordeel. Hierdie selfde groep leerders in die VSA moet ook optel- en aftrekstrategieë kan verduidelik.

(c) Progressie ten opsigte van beredenering

In Australië wil dit voorkom asof progressie ten opsigte van die beredeneringsvermoë van die leerders in Gr. 1-3 vereis word. Eerstens moet hulle kan verduidelik hoe patrone geskep word (Gr. 1), daarna moet hulle bekende feite gebruik om strategieë af te lei vir onbekende bewerkings (Gr. 2), en laastens moet hulle kan veralgemeen op grond van getaleienskappe en as gevolg van die resultate van bewerkings (Gr. 3).

(d) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit blyk dat die KABV (DBE, 2011a) nie fokus op die beredenering en regverdiging van antwoorde, metodes of strategieë nie. Dit kan gebeur dat GSF-onderwysers – ten spyte daarvan dat hierdie aspek nie deur die KABV aangespreek word nie (DBE, 2011a) – informeel (of formeel) van leerders kan verwag om daartoe in staat te wees om te beredeneer en om antwoorde, metodes of strategieë te regverdig. Soos vroeër genoem, moet die GSF-onderwyser nie net aan nasionale vereistes voldoen nie, maar moet ook bewus wees van internasionale neigings.

Tabel 4.6: Tema – Hoofrekene

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Hoofrekene: + en – vlot					0-20						
Hoofrekene: (+/- veelvoude van 10)				0-90							
Hoofrekene: (+/- veelvoude van 10 en 100)					0-900						
Outomatisering en memorisering van optel en aftrek										0-20	0-20
Herroep optel- en aftrekfeite sodat effektiewe bewerkingsstrategieë vir hoofrekene ontwikkel kan word									0-9		
Ontwikkel en gebruik hoofrekenestrategieë vlot vir optel en aftrek: kommutatiewe eienskap vir optel; bou met 10; verdubbeling; feite van 10; modellering en voorstelling; getalsinne							X	X			0-100
Hoofrekene: voor en na; rangskik; vergelyk; vinnige herroeping; tel aan of terug; verdubbeling en halvering; opbou en afbreek van getalle	0-20	0-99	0-999								
Hoofrekene: Gebruik verband tussen optel en aftrek		X									
Hoofreken: vermenigvuldigingsfaktore; deelfaktore; gebruik verwantskap tussen vermenigvuldig en deling			0-999								

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.3 Refleksie en interpretasie van die tema 'hoofrekene'

(a) Doen hoofrekene met betrekking tot optel en aftrek vlot

Van Gr. 1-2-leerders in die VSA word verwag om vlot hoofrekene te kan doen; in Gr. 1 behoort die leerders vlot hoofrekene te kan doen in veelvoude van 10 deur 10 by te tel of 10 af te trek. In Gr. 2 behoort die leerders hoofrekene te kan doen deur veelvoude van 10 en 100 by te tel of af te trek.

(b) Outomatisering en memorisering

In Nederland (Groep 3-6) en Australië (Gr. 3) blyk dit belangrik te wees dat leerders optel- en aftrekfeite memoriseer sodat hulle dit outomaties kan gebruik.

(c) Hoofrekenestrategieë

In Australië (Gr. 1-2) en Nederland (Groep 5-6) is dit belangrik dat hoofrekenestrategieë ontwikkel. In Suid-Afrika word daar ook gefokus op die ontwikkeling van hoofrekene, maar op 'n meer oppervlakkige vlak as die hoofrekene wat in die ander lande vereis word. In Suid-Afrika is dit belangrik dat leerders die verband tussen optel en aftrek tydens hoofrekene verstaan en gebruik. Gr. 3-leerders in Suid-Afrika behoort vermenigvuldigingsfaktore en deelfaktore tot en met 999 te kan gebruik.

(d) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

In die tema 'hoofrekene' kan ons sien dat al vier die lande hoofrekene as belangrik beskou en dat leerders hoofrekene moet ontwikkel. Dit is egter by die beskrywing van hoofrekene en die tipe hoofrekene wat ontwikkel moet word dat die lande verskil. Dit is belangrik dat die GSF-onderwyser nie net weet wat hoofrekene is nie, maar dat hy/sy self ook hoofrekene sal kan toepas – op 'n hoër vlak as die leerders wat tydens sy/haar eerste jaar in die praktyk in sy/haar klas gaan wees.

Tabel 4.7: Tema – Geld

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Herken en identifiseer muntstukke en banknote	X	X	X								
Los geldprobleme op wat totale en kleingeld insluit	R20 en 20c	R99 en 90c	X								
Skakel rand na sent om			X								
Beskryf geldeenhede										X	
Herken, beskryf en orden geld							X	X			
Vergelyk geldeenhede met dié van ander lande							X				
Identifiseer ekwivalente waardes vir note en muntstukke								X			
Stel geldwaardes op verskeie maniere voor en tel kleingeld vir eenvoudige transaksies tot die naaste 5c af									X		

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.4 Refleksie oor en interpretasie van die tema 'geld'

(a) Geld

Dit blyk dat die ontwikkeling van 'n begrip van geld veral vir Gr. 1-3's in Suid-Afrika en Gr. 1-3's in Australië belangrik is in die getallemoedigheid-afdeling van die skoolkurrikulumdokumente. In Australië moet leerders nie net muntstukke en banknote kan herken nie, maar hulle moet dit ook kan beskryf, orden, vergelyk met dié van ander lande, ekwivalente waardes kan identifiseer, geldwaardes voorstel op verskeie maniere, kleingeld aftel en eenvoudige transaksies tot die naaste 5c kan doen. In Suid-Afrika moet Gr. 1-3-leerders muntstukke en banknote kan herken en identifiseer, geldprobleme kan oplos en rande na sente kan omskakel. Nederlandse leerders in Groep 3 & 4 behoort die geldeenhede te kan beskryf.

(b) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit is belangrik dat die GSF-onderwyser sal weet hoe om geld te gebruik as 'n konteks waarbinne betekenisvolle wiskunde kan plaasvind. Die begrip van skuld kan ook 'n basis skep waarop heelgetalle in die hoër grade ontwikkel word. Verder kan geld as 'n konteks gebruik word vir die ontwikkeling van plekwaardebegrip.

Tabel 4.8: Tema – Probleemoplossing

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Ontwikkel probleemoplossings-tegnieke: konkrete apparaat; teken; opbou en afbreek van getalle; verdubbeling en halvering; getallelyn	X	X	X	X	X						
Los probleme in konteks op en verduidelik oplossing deur herhaalde optel te gebruik	0-20	0-50	0-100								
Los woordsomme op deur al vier bewerkings te gebruik en gebruik vermenigvuldiging en deling om probleme op te los						X					
Stel probleme wat optel en aftrek, struktuur, verbande en bewerkingsstrategieë behels										X	X
Stel probleme wat die volgorde van bewerkings en kommas behels											X
Stel probleme voor wat vermenigvuldiging behels, en los dit op deur gebruik te maak van hoofrekenre, geskrewe strategieë en tegnologiese hulpmiddels									X		
Verduidelik en los probleme op wat groepering en gelyke deling insluit, en verduidelik waarom 'n antwoord 'n res kan hê	0-20	0-50	0-100								X
Verduidelik en los probleme op waar die oplossings tot eenheidsbreuke lei		X	X								

Tabel 4.7 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Materiale om outentieke probleme te modelleer; gebruik van bekende telvolgordes om onbekende probleme op te los en bespreking van die redelikheid van die antwoord							X				
Formulering van probleme in outentieke situasies, maak van modelle en gebruik van getalsinne wat probleemsituasies voorstel								X			
Formulering en modellering van outentieke situasies wat behels beplanning en die gebruik van getaleienskappe om getalpatrone uit te brei.									X		

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.5 Refleksie en interpretasie van die tema 'probleemoplossing'

(a) Probleemoplossingstegnieke en probleemoplossing in konteks

In Suid-Afrika en in die VSA word daar onderskeidelik van Gr. 1-3- en Gr. 1-2-leerders verwag om probleemoplossingstegnieke te kan gebruik om probleme op te los. In Suid-Afrika behoort Gr. 1-3-leerders ook probleme in konteks te kan oplos en hulle moet probleemoplossing kan verduidelik. Dit blyk dat daar in Australië en Nederland nie beskrywings is vir probleemoplossingstegnieke en vir probleemoplossing binne konteks nie.

(b) Bewerkings en probleemoplossing

In die VSA word daar verwag dat Gr. 3-leerders al vier die bewerkings moet kan gebruik om woordsomme op te los; die leerders behoort ook deur vermenigvuldiging en deling probleme op te los. In Nederland word daar in Groep 3-6 klem gelê op die struktuur van getalle, verbande en bewerkingsstrategieë tydens probleemoplossing. Van Groep 5-6 in Nederland word daar ook verwag om die volgorde van bewerkings en die gebruik van kommas tydens probleemoplossing te verstaan. In Suid-Afrika en Nederland behoort Gr. 1-3-leerders en leerders in Groep 5-6 onderskeidelik probleme te kan oplos en te verduidelik wat groepering en gelyke deling behels. Hulle moet ook kan antwoord waarom 'n antwoord 'n res kan hê. In Suid-Afrika word daar van leerders verwag om probleme op te los waar die oplossings eenheidsbreuke bevat.

(c) Probleemoplossing en outentieke situasies

In Australië word daar van Gr. 1-3's progressie in die probleemoplossing binne outentieke situasies verwag.

(d) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Probleemoplossing is 'n tema wat sterk na vore kom in al vier die lande se skoolkurrikulumdokumente. Dit is belangrik dat leerders probleemoplossing effektief kan doen, en in Suid-Afrika behels probleemstelling en probleemoplossing die spesifieke vaardighede wat van leerders verwag word. Die GSF-onderwyser moet dus daartoe in staat wees om nie net self probleme op te los deur verskeie strategieë te gebruik nie, maar moet ook weet hoe om probleme op te stel. Hy/sy moet ook weet watter probleme die mees gepaste is vir 'n sekere graadgroep en moet leerders kan leer hoe om probleme op te los.

Tabel 4.9: Tema – Plekwaarde

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Herken plekwaarde	0-20	0-99	0-999				0-100				
Benoem die waarde van opgebreekte getalle		0-99	0-100	0-100			0-100				
Verstaan dat drie syfers van 'n driesyfergetal honderde, tiene en ene voorstel					0-1000			0-1 000			
Modelleer plekwaarde (konkrete apparaat en getallelyn)								0-1 000			
Doen optelling (konkrete modelle of tekeninge gebaseer op plekwaarde, eienskappe van bewerkings, verband tussen optel en aftrek, bytel van tweesyfergetal by eensyfergetal)				0-100							
Gebruik plekwaarde en skryf getalle in die uitgebreide vorm	0-20	0-99	0-100		0-1 000		0-100			X	
Vergelyk getalle met mekaar (<=>)				0-99							
Gebruik plekwaardebegrip om telgetalle af te rond						10-100					
Pas plekwaarde toe, herrangskik en hergroepeer getalle tydens bewerkings en oplos van patrone								0-1 000	0-10 000		X
Doen optel en aftrek op grond van insig en struktuur van getalle										0-100	

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.6 Refleksie en interpretasie van die tema 'plekwaarde'

(a) Begryp plekwaarde

In Suid-Afrika en in Australië word daar van Gr. 1-3 en Gr. 1-leerders onderskeidelik verwag om plekwaarde te herken. Gr. 2-3's in Suid-Afrika, en Gr. 1's in die VSA en Australië moet die plekwaarde van opgebreekte getalle kan benoem. In die VSA en Australië word daar van Gr. 2-leerders verwag om die waardes van elke syfer in 'n driesyfergetal te ken.

(b) Modelleer plekwaarde

In Australië behoort Gr. 2-leerders plekwaarde te kan modelleer deur konkrete apparaat en die getallelyn te gebruik. In die VSA gebruik Gr. 1-leerders ook konkrete modelle vir die optel van getalle sover dit die begryp van plekwaarde betref.

(c) Skryf plekwaarde in die uitgebreide vorm

In Suid-Afrika word daar van Gr. 1-3's, in die VSA van Gr. 2's, in Australië van Gr. 1's en in Nederland van leerders in Groep 3-4 verwag om getalle op te breek en in 'n uitgebreide vorm te kan skryf.

(d) Hergroepeer, vergelyk en doen berekenings met plekwaarde

In die VSA vergelyk Gr. 1-leerders getalle met mekaar en in Gr. 2 gebruik die leerders die plekwaardebegrip om telgetalle af te rond. In Australië en in Nederland kan Gr. 2-3-leerders en in Groep 5-6 onderskeidelik getalle hergroepeer tydens bewerkings. In Nederland is daar by Groep 3-4 'n sterk fokus op die struktuur van getalle en hoe daardie struktuur optel en aftrek beïnvloed.

(e) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Plekwaarde is 'n tema wat in elkeen van die lande se skoolkurrikulumdokumente na vore kom. Begrip van plekwaarde is belangrik aangesien leerders die struktuur van getalle só ontdek en betekenis gee aan die posisie van syfers wat 'n getal voorstel. Dit is belangrik dat die GSF-onderwyser se eie plekwaardebegrip baie goed is sodat hy/sy kan begryp hoe leerders 'n begrip van plekwaarde ontwikkel en sal weet hoe om leerders daarmee te help.

Tabel 4.10: Tema – Breuke

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Herken breuke in diagrammatiese vorm		X	X								
Benoem en gebruik eenheidsbreuke		$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$								
Herken 'n hele wat in gelyke dele verdeel is as breuke; skryf breuke as 'n halwe of twee derdes			X			X					
Skryf breuke as desimaal, as verhoudingsgetal, as gewone breuke en om mates aan te dui.											X
Verstaan breuke as punt op 'n getallelyn						X					
Verduidelik ekwivalente breuke in spesiale gevalle en vergelyk breuke deur te redeneer oor die grootte						X					
Herken en beskryf een helfte as een van twee gelyke dele van 'n geheel							X				
Herken en interpreteer algemene gebruike van halwes, kwarte en agtstes								X			
Herken en stel deling voor as die groepering in ewe groot hoeveelhede								X			
Modelleer en stel breuke voor, insluitend $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ en hul veelvoude as 'n geheel									X		

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.7 Refleksie en interpretasie van die tema 'breuke'

(a) Herken en benoem breuke in verskillende vorme

In Suid-Afrika en die VSA is dit belangrik dat Gr. 2-3 en Gr. 3-leerders onderskeidelik breuke in verskillende vorme kan herken. In Nederland is dit belangrik om breuke as desimaal, as verhoudingsgetal, en as gewone breuk te kan insien en gebruik asook om breuke in verband met mates te bring.

(b) Verstaan grootte van breuke en verstaan die verband tussen deling en breuke

In die VSA verstaan Gr. 3-leerders breuke as 'n getal op 'n getallelyn en hulle kan ekwivalente breuke vind en breuke met mekaar vergelyk deur te redeneer oor die grootte van die verskillende breuke. In Australië verstaan leerders in Gr. 1 die betekenis van 'n halwe en in Gr. 2 herken en interpreteer hulle die algemene gebruike van halwes, kwarte en agstes. Hierdie leerders verstaan ook dat deling die groepering in ewe groot hoeveelhede is.

(d) Modelleer breuke

Gr. 3-leerders in Australië kan breuke modelleer.

(e) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Breuke is 'n tema wat deur al vier die lande se skoolkurrikulumdokumente aangespreek word. Dit wil voorkom of daar van leerders in Suid-Afrika op 'n Gr. 2-3-vlak bloot verwag word om breuke te kan herken, benoem en gebruik. In Nederland word daar egter van leerders verwag om die verskillende verbande van breuke in te sien. In die VSA moet die leerders breuke kan vergelyk en daaroor redeneer op grond van hul grootte. In Australië moet leerders die verband tussen breuke en deling snap en hulle moet ook breuke kan modelleer. Dit is noodsaaklik dat die GSF-onderwyser nie net breuke kan herken, benoem en gebruik nie, maar dat die hy/sy 'n sterk kennisbasis opbou aangaande breuke.

Tabel 4.11: Tema – Bewerkings: Optel en aftrek

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Bring tel in verband met optel en aftrek				X							
Skep bewustheid van inverse van optel en aftrek										X	
Vorm netwerk van getalverbande vir optel en aftrek											0-100
Herken en verduidelik verband tussen optel en aftrek				X				X	X		
Verstaan optel en aftrek (gebruik toepaslike simbole)	0-20	0-99	0-999								
Doen optel en aftrek in konteks en verduidelik antwoord	0-20	0-99	0-999	0-20	0-100						
Doen optel en aftrek op basis van getalstruktuur en deur gebruik van hulpmiddels										0-20	
Verken eienskappe van optel en aftrek										X	
Gee betekenis aan die bewerkings optel en aftrek aan die hand van konkrete situasies										X	
Doen bewerkings + en – deur gebruik maak van konkrete modelle, teken, plekwaarde, eienskappe van bewerkings, verband tussen optel en aftrek.					0-1 000						

Tabel 4.10 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
<p>Maak gebruik van die volgende strategieë tydens optel en aftrek:</p> <p>Tel aan om tien te maak (bv. $8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 10 + 4 = 14$);</p> <p>Breek 'n getal op wat tot tien lei (bv. $13 - 4 = 13 - 3 - 1 = 10 - 1 = 9$);</p> <p>Gebruik die verwantskap tussen optel en aftrek (bv. weet dat $8 + 4 = 12$, dan weet 'n mens ook dat $12 - 8 = 4$);</p> <p>Skep makliker ekwivalente somme (bv. optel van $6 + 7$ deur die bekende ekwivalent te gebruik van $6 + 6 + 1 = 13$).</p>										X	X
<p>Bereken deur eenvoudige strategieë te gebruik soos:</p> <p>Verwissel: $3+6=6+3$</p> <p>Byna verdubbel: $6+5=5+5+1$</p> <p>Omskakeling: $4+6=5+5$</p> <p>Kompensasie: $5+8=5+10-2$</p> <p>Bereken deur middel van 10: $6+8=6+4+4$</p> <p>Inversieverband: $12-6=6$ want $6+6=12$</p>										X	X
<p>Tel vlot op en trek vlot af deur gebruik te maak van strategieë gebaseer op plekwaarde, eienskappe van bewerkings en/of die verband tussen optel en aftrek</p>					0-100						

Tabel 4.10 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Doen bewerkings (+ en -) deur 'n reeks strategieë soos aantal, opbreking van getalle, herrangskikking van dele							X				
Verken kolomsgewyse prosedure vir optel en aftrek											X
Verstaan en pas eienskappe van bewerkings toe				X				X			
Verstaan kommutatiewe en assosiatiewe eienskappe van optel				X							
Herken dat sekere enkelvoudige syferkombinasies se resultate altyd dieselfde antwoord gee vir optel en aftrek, en gebruik hierdie kennis vir die optel en aftrek van groter getalle.									X		
Beskryf, voltooi en skep getalpatrone op grond van optel en aftrek									X		
Oefen getalkombinasies	0-10	0-20	0-30								
Tel vlot op en trek vlot af deur gebruik te maak van strategieë en algoritmes gebaseer op plekwaarde, eienskappe van bewerkings en/of die verband tussen optel en aftrek						0-1 000					

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.8 Refleksie en interpretasie van die tema 'bewerkings: optel en aftrek'

(a) Optel en aftrek (verband) en modelle

Dit blyk dat dit in die VSA, Australië en Nederland belangrik is vir onderskeidelik Gr. 1, Gr. 2-3 en Groep 3-6-leerders om die verband tussen optel en aftrek te verstaan. In Nederland word daar verder van Groep 4-5-leerders verwag om 'n netwerk van getalverbande vir optel en aftrek te vorm. In Suid-Afrika word daar net van leerders verwag om die toepaslike simbole tydens optel en aftrek te gebruik, en om optel- en aftreksomme in konteks te doen en die antwoord te verduidelik. In Nederland vorm optel en aftrek die basis van getalstruktuur en moet Groep 3-4-leerders die eienskappe van optel en aftrek verken. Hierdie leerders heg ook betekenis aan bewerkings deur binne konkrete situasies op te tel en af te trek.

(b) Optel- en aftrekstrategieë

In die skoolkurrikulumdokumente van Australië, die VSA en Nederland word die ontwikkeling van optel- en aftrekstrategieë aangespreek, maar in Suid-Afrika blyk dit 'n leemte te wees. Nederland het die mees eksplisiete voorskrifte oor strategieë wat Groep 3-6-leerders moet ontwikkel.

(c) Eienskappe van optel en aftrek

In Australië is dit belangrik dat Gr. 2's en in die VSA dat Gr. 1's die eienskappe van bewerkings moet kan verstaan en ook toepas.

(d) Tel vlot op en trek vlot af, oefen getalkombinasies en beskryf getallepatrone

In Australië word daar van Gr. 3-leerders verwag om enkelvoudige syferkombinasies te ken en om hierdie kennis te gebruik vir die optel en aftrek van groter getalle. Hierdie leerders behoort ook getalpatrone te beskryf, te voltooi en te skep deur gebruik te maak van optel en aftrek. In Suid-Afrika word daar van Gr. 1-3-leerders verwag om getalkombinasies te oefen. In die VSA behoort Gr. 3-leerders vlot optel- en aftreksomme te doen deur strategieë en algoritmes wat gebaseer is op plekwaarde, die eienskappe van bewerkings en die verband tussen optel en aftrek.

(e) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Bewerkings in terme van optel en aftrek is 'n belangrike komponent van die getalgedeelte. Dit wil voorkom of daar van Suid-Afrikaanse leerders verwag word om optel- en aftreksimbole te gebruik, optel en aftrek in konteks te doen en getalkombinasies te ken. Die fokus in ander lande is nie net op hierdie basiese vaardighede nie, maar ook op die

ontwikkeling van strategieë en die kennis en toepassing van die eienskappe van optel en aftrek. Die GSF-onderwyser moet self nie net kan optel en aftrek nie, maar moet ook op hoogte wees van internasionale neigings ten opsigte van berekenings waar optel en aftrek ter sprake is.

Tabel 4.12: Tema – Bewerkings: Vermenigvuldig en deel

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Verken eienskappe van vermenigvuldig en deel, en wees bewus van die inverse kenmerk van vermenigvuldiging en deling											X
Verstaan verbande: vergroting en verkleining van figuur; aantal en prys; resepte; eenvoudige skaal										X	
Vermenigvuldig en deel vlot deur gebruik te maak van strategieë soos die verband tussen vermenigvuldiging en deling						0-100					
Bepaal onbekende getal in vermenigvuldig- of deilvergelyking						X					
Pas eienskappe van bewerkings toe as strategieë om te vermenigvuldig en te deel, bv. kommutatiewe eienskap, assosiatiewe eienskap en distributiewe eienskap						X					
Verken vermenigvuldigingseienskappe										X voorbeeld $3 \times 5 = 6$ en $5 \times 3 = 6$	
Wees vlot in die oproep van vermenigvuldigingsfeite									X		

Tabel 4.11 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Herroep vermenigvuldigingsfeite en delingsfeite									2, 3, 5, 10		
Interpreteer produkte van telgetalle						X					
Verken betekenis van vermenigvuldiging										X	
Gebruik vermenigvuldigingstrategieë: Verdeel: $5 \times 28 \rightarrow 2 \times 20 + 5 \times 8$ Kompenseer: $4 \times 148 \rightarrow 4 \times 150 - 4 \times 2$ Omskakel: $25 \times 8 \rightarrow 8 \times 25$ Verdubbel = halveer 50×28 is net soos 100×14										X	X
Herhaalde optel wat tot vermenigvuldiging lei	0-20	0-50 2x, 3x, 4x	0-100 2x, 3x, 4x, 5x, 10x								
Gebruik modelle en tabelle tydens die gebruik van vermenigvuldiging										X	
Beskou tafels as verhoudingstabel										X	X
Gebruik optelling om reghoeke te vorm en vermenigvuldiging te verduidelik					0-5 rye 0-5 kolomme			X			
Vermenigvuldig eensyfergetalle met veelvoude van 10						X					

Tabel 4.11 (vervolg)

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Groep 3 & 4	Groep 5 & 6
Brei tafels uit, memoriseer tafels, vorm netwerk van tafels						X				X	X
Doen deling			0-99: 2, 3, 4, 5, 10								
Delingstrategieë Deling: $252 : 6 \rightarrow 240 : 6 + 12 : 6$ Kompensasie: $995 : 5$ via $1000 : 5 - 5 : 5$ Analogie: $810 : 9$ of $8100 : 9$ analogie van $81 : 9$ Omskakeling $600 : 50$ is ewe veel as $1200 : 100$											X
Gee betekenis aan deling aan die hand van konkrete situasies											X
Gebruik groepering en herhaalde aftrek as oplossing vir deel											X
Outomatisering en doen vlot deling met en sonder res											X
Interpreteer en verduidelik deling						X					
Verstaan deel as 'n onbekende-faktor-probleem						X					

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.9 Refleksie en interpretasie van die tema 'bewerkings: vermenigvuldig en deel'

(a) Verband tussen vermenigvuldiging en deling

In Nederland en die VSA is dit belangrik dat Groep 5-6 en Gr. 3-leerders onderskeidelik die inverse verband tussen vermenigvuldiging en deel verstaan. In Nederland behoort die leerders in Groep 5-6 ook verbande tussen vermenigvuldiging en deel te sien met die vergroting en verkleining van 'n figuur; die aantal van 'n item wat gekoop word teen 'n spesifieke prys; in resepte; en in die gebruik van eenvoudige skaal. In die VSA is die klem in Gr. 3 op vermenigvuldiging en moet die leerders 'n onbekende getal kan bepaal in 'n vermenigvuldiging- en delingvergelyking. Hierdie leerders (VSA, Gr. 3) kan ook die kommutatiewe en assosiatiewe eienskap toepas tydens vermenigvuldiging en deling, en hulle weet hoe om vlot te vermenigvuldig en deel deur gebruik te maak van die verband tussen vermenigvuldiging en deling.

(b) Vermenigvuldiging en vermenigvuldigingstrategieë

In die VSA word daar van Gr. 3-leerders verwag om produkte met telgetalle te interpreteer. In Nederland behoort leerders in Groep 3-4 die betekenis van vermenigvuldiging te verken en in Groep 3-6 moet hulle verskeie vermenigvuldigingstrategieë kan ontwikkel. In Suid-Afrika val die fokus op herhaalde optel wat tot vermenigvuldiging lei. Leerders in Nederland in Groep 3-4 gebruik modelle en tabelle tydens vermenigvuldiging en dié in Groep 3-6 beskou tafels as 'n verhoudingstabel. Gr. 2-leerders in die VSA en Australië gebruik optelling om reghoeke te vorm en vermenigvuldiging te verduidelik. Gr. 3's in die VSA en Nederlandse leerders in Groep 3-6 memoriseer tafels en vorm 'n netwerk op grond van die verskillende tafels.

(c) Deling en delingstrategieë

In Suid-Afrika word daar van Gr. 3-leerders verwag om eenvoudige deelsomme te kan doen. In Nederland word daar van leerders in Groep 5-6 verwag om delingstrategieë te ontwikkel, betekenis te gee aan deling, groepering en herhaalde aftrek as oplossing vir deling te gebruik, outomatisering en vlot deling te doen. In die VSA behoort Gr. 3-leerders deling te kan interpreteer en verduidelik. Dieselfde leerders in die VSA behoort ook deling te verstaan as 'n onbekende-faktor-probleem.

(d) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit blyk asof daar van die Suid-Afrikaanse leerders (in teenstelling met ander lande se leerders) nie hoër kognitiewe vaardighede verwag word ten opsigte van vermenigvuldiging en deling nie. Die GSF-onderwyser moet, soos vroeër genoem aan internasionale vereistes

voldoen, aangesien die kurrikulum gereeld verander. Dit is nie genoeg vir die GSF-onderwyser om net die vereistes van die KABV, te weet en dit te kan doen nie. Die GSF-onderwyser behoort die verband tussen vermenigvuldiging en deling te verstaan en hy/sy moet oor 'n wye repertoire van verskillende bewerkingstrategieë beskik.

Tabel 4.13: Tema – Algemene strategieë

Beskrywing van konsep/begrip	Suid-Afrika			VSA			Australië			Nederland	
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	3 & 4	5 & 6
Skat*	0-50	0-200	0-1 000							0-50 50<100	0-50 50<100
Herken watter skatstrategie is die mees gepaste vir die situasie											X
Rond af tot naaste 10			X								
Verken afronding en strategieë vir bewerkings (+, -, x, ÷)										X	X
Doen halvering en verdubbeling van getalle										X	
Verstaan die betekenis van die = teken en bepaal of vergelykings waar of vals is				X							
Bepaal die onbekende getal in 'n vergelyking				X							
Stel algoritme bekend en oefen algoritme waar plekwaarde in kolomme geskryf word en getalle so bymekaar getel word											X
Verduidelik betekenis van bewerkings aan die hand van konkrete voorbeelde										X	
Gebruik die volgende tegnieke wanneer bewerkings gedoen word: tekeninge of konkrete apparaat; opbou en afbreek van getalle; verdubbeling en halvering; getallelyn.	X	X	X								

Bronne: Suid-Afrika (DBE, 2011a), VSA (CCSSI, 2010), Australië (ACARA, 2013) en Nederland (Buijs et al., 2009)

4.3.2.10 Refleksie en interpretasie van die tema 'algemene strategieë'

(a) Algemene strategieë

Dit wil voorkom asof Nederland ten opsigte van Groep 3-6-leerders fokus op die ontwikkeling van algemene strategieë tydens bewerkings. Dit is belangrik vir Gr. 1-3's in Suid-Afrika en vir Groep 3-6 in Nederland om te kan skat. In Nederland moet leerders in Groep 5-6 ook kan identifiseer wanneer 'n bepaalde skatstrategie die mees gepaste in 'n situasie is. Hierbenewens moet hierdie Nederlandse leerders ook kan afrond en afrondingstrategieë tydens bewerkings gebruik. In Nederland behoort leerders in Groep 4-5 bekend gestel te word aan 'n algoritme waar plekwaarde in kolomme voorgestel word en terwyl leerders in Groep 3-4 betekenis behoort te heg aan bewerkings aan die hand van konkrete voorbeelde. In die VSA is dit belangrik dat Gr. 1-leerders die is-gelyk-aan teken (=) verstaan en dat hulle die onbekende getal in 'n vergelyking kan vind. In Suid-Afrika word daar van Gr. 1-3-leerders verwag om sekere tegnieke te gebruik wanneer bewerkings gedoen word.

(b) Effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit blyk dat in Suid-Afrika daar van Gr. 1-3-leerders verwag word om te kan skat, tot die naaste tien af te rond en tegnieke te gebruik tydens die uitvoer van bewerkings. Die strategieë is meer oppervlakkig in vergelyking met dié van Nederland. Die GSF-onderwyser behoort dit wat die KABV van leerders verwag, self te doen en nog baie meer. Daarom is dit goed as die onderwyser meer van die ander strategieë van ander lande ook bemeester.

4.3.3 Vergelyking van die standaarde vir wiskundeonderwysers

Die VSA (Noord-Carolina), Australië en Nederland se wiskundestandaarde vir onderwysers is met mekaar vergelyk in Hoofstuk 2. Die Amerikaanse staat Noord-Carolina se standaard is gemik op GSF-onderwysers wat aan die begin van hul onderrigpraktyk staan. Dit wil sê, dit is standaard wat die vereistes beskryf waaraan 'n GSF-onderwyser aan die einde van sy/haar universiteitsloopbaan moet voldoen om uiteindelik 'n graad in GSF-onderwys te verwerf. Nederland se standaard is soos dié van Noord-Carolina bedoel vir GSF-onderwysers aan die einde van hul universiteitsloopbaan en begin van onderrigpraktyk. Australië se standaard is egter geskryf vir wiskundeonderwysers wat reeds in die onderrigpraktyk staan. Telkens wanneer daar in die ontleding na die verskillende lande verwys word, word daar van die volgende kodes gebruik gemaak: Die VSA word voorgestel deur NC wat staan vir Noord-Carolina, Australië deur A, en Nederland deur N.

Tydens die ontleding van die standaard vir onderwysers het die navorser die verskillende standaard geklassifiseer volgens Ball et al. (2008) se domeine en onderverdelings van wiskundekennis vir onderrig. Die domeine en onderverdelings van wiskunde het die raamwerk gevorm vir die skryf van die kennis- en praktykstandaarde. Elke onderverdeling het 'n tema gevorm, naamlik: (a) Algemene inhoudskennis; (b) Gespesialiseerde inhoudskennis; (c) Kennis op die horison; (d) Kennis van die inhoud en leerders; (e) Kennis van die inhoud en onderrig; en (f) Kennis van die inhoud en die kurrikulum. Elk van hierdie temas gaan nou beskryf word, gevolg deur die refleksie en interpretasie van die navorser en 'n aanduiding van die effek wat dit op die ontwikkeling van KPSW's het.

4.3.3.1 Algemene inhoudskennis

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit algemene inhoudskennis betref soos volg opgesom word:

- Kennis van getalle, voorstellings van getalle, verbande tussen getalle, struktuur van getalle en getallestelsels (Noord-Carolina [NC])
- Verstaan plekwaarde (Nederland [N])
- Bewerkings: Verband tussen bewerkings; doen bewerkings deur gebruik te maak van die eienskappe van optel en vermenigvuldiging; interpreteer die resultate van bewerkings; doen vlot bewerkings; gebruik negatiewe getalle in bewerkings; gebruik hakies in bewerkings; benader en skat (N; NC)
- Maak gebruik van magte, negatiewe eksponente en wortels (N)
- Kennis van, en begrip asook vermoë om bewerkings te doen met verskillende soorte getalle soos priemgetalle, wortels, irrasionele getalle, reële getalle, breuke en desimale (N)
- Gebruik wetenskaplike sakrekenaars (N)
- Doen bewerkings sonder IKT, voer standaard algoritmes uit (N)
- Kennis van breuke, doen bewerkings met breuke, verstaan verband tussen breuke, desimale en afronding (N; NC)
- Bevoegde en selfversekerde matematiseerders (Australië [A]; N)
- Verstaan verbande in wiskunde en verbande wat wiskunde met ander vakke het (A)
- Kennis van getalnotasies tot en met een miljard (N)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit wil voorkom asof Nederland die meeste standaard het wat onder die tema 'algemene inhoudskennis' inpas. Noord-Carolina het die tweede meeste standaard onder die tema algemene inhoudskennis en Australië het twee standaard wat onder die tema 'algemene inhoudskennis' inpas. Dit blyk dat GSF-onderwysers self 'n algemene-inhoudskennisbasis moet hê wat ooreenstem met ander persone wat nie GSF-onderwysers is nie. In Nederland word daar van GSF-onderwysers by intrede in die onderwyspraktik verwag om bevoegde en selfversekerde wiskundiges te wees wat bewerkings kan doen met verskeie getalle in verskeie kontekste. Die invloed wat algemene inhoudskennis op die ontwikkeling van KPSW's het, is dat dit 'n voorbeeld stel vir die ontwikkeling van so 'n dokument vir die Suid-Afrikaanse konteks.

4.3.3.2 Kennis op die horison

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit kennis op die horison betref soos volg opgesom word:

- Begryp waar die wiskunde wat onderrig gaan word, in die breë wiskundekurrikulum inpas (A)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Ten opsigte van die tema 'kennis op die horison' is daar slegs een standaard van Australië gevind wat met hierdie tema ooreenkom. In Australië is dit belangrik dat onderwysers verstaan waar die wiskunde wat hulle onderrig, in die breë wiskundekurrikulum inpas. In die Suid-Afrikaanse konteks beteken dit dat die GSF-onderwyser ook in staat moet wees om te begryp waar sy/haar wiskunde-onderrig in die breë wiskundekurrikulum inpas.

4.3.3.3 Gespesialiseerde inhoudskennis

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit gespesialiseerde inhoudskennis betref soos volg opgesom word:

- Beredeneer tydens probleemoplossing, tydens bewerkings met breuke, tydens bewerkings met desimale en die gebruik van wiskundenotasies (N)
- Verifieer bewerkings en beredenering (N)
- Verstaan en ken wiskunde-inhoud om voortdurende ontwikkeling in wiskunde te verseker (NC)

- Gebruik wiskundetaal vir die volgende: uitspraak, skryfwyse, betekenis van getalle, simbole, verbande, heelgetalle, formele taal, bewerkings, plekwaarde, desimale getalle en heelgetalle (N)
- Ken die skryfwyse van die volgende: negatiewe getalle, simbole groter en kleiner as, wortelteken, magte, breuke en desimale getalle (N)
- Kennis en betekenis van heelgetalle, kenmerke van die getallestelsel, desimale getallestelsels, ander getallestelsels, verband tussen breuke en getalle, desimale, verbande tussen getallestelsels en patrone in getalle (N)
- Voorstelling en modellering: weet hoe om getalle op verskeie maniere voor te stel (N)
- Gebruik die getallelyn om die posisie en volgorde van getalgrootte duidelik te maak (N)
- Ondersteun leerders se ontwikkeling van denke deur te wissel tussen konteks-vrye en konteks-gebonde tel en bewerkings (N)
- Bou repertoire van getallenetwerke op (N)
- Bring getalle in verband met situasies (N)
- Bewerkings: Eienskappe, redeneer, negatiewe getalle, weet hoe en waarom om hakies te gebruik, skat, wees vaardig in optel, aftrek, maal en deel (N)
- Komplekse situasies: pas bewerkingsprosedures toe (N)
- Bepaal watter bewerking is die effektiwste of die vinnigste (N)
- Skat tydens bewerkings met desimale getalle (N)
- Kies oplossingstrategie en kontroleer vir akkuraatheid (N)
- Hoofrekene: doen vlot hoofrekene, doen hoofrekene met desimale getalle (N)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Gespesialiseerde inhoudskennis is dit wat die GSF-onderwyser onderskei van iemand in 'n ander beroep. Dit is byna net Nederland wat uitbrei op die gespesialiseerde inhoudskennis waaroor die GSF-onderwyser moet beskik aan die begin van sy/haar onderwysloopbaan. Die GSF-onderwyser moet nie net weet dat 'n antwoord reg of verkeerd is of hoe om die antwoord te bereken (soos in die geval van algemene inhoudskennis) nie, maar die GSF-onderwyser moet ook weet hoekom dit so is en hoe om op verskillende maniere by die antwoord uit te kom. Die GSF-onderwyser moet verder weet hoe om getalle, verbande, probleme en berekenings deur verskillende modelle voor te stel. Nie alleen is dit belangrik dat die GSF-onderwyser dit op verskillende maniere deur verskillende modelle kan voorstel nie, maar hy/sy moet ook weet wanneer watter model die geskikste is. Dit is ook belangrik dat die GSF-onderwyser die korrekte wiskundetaal gebruik tydens die onderrig van wiskunde. In terme van die ontwikkeling van KPSW's het gespesialiseerde inhoudskennis 'n groot invloed, aangesien dit juis hierdie standaard is wat die GSF-onderwyser onderskei van enige iemand anders in 'n ander beroep.

4.3.3.4 Kennis van inhoud en leerders

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit kennis van inhoud en leerders betref soos volg opgesom word:

- Kennis van leerteorieë relevant tot wiskundeonderrig (A)
- Kennis van die ontwikkeling van die leerders (A)
- Kennis van die leerders se verstandelike voorstellings van die inhoud, vooraf opgestelde idees, miskonsepsies, foute, leerkurwe, sosiale en kulturele kontekste, maniere waarop hulle leer (A; NC)
- Kennis vir die vermeerdering van leergeleenthede (A)
- Stel hoë standaard vir elke leerder (A)
- Ontwikkel selfgerigte leerders wat wiskunde geniet (A)
- Vestig leeromgewing wat leergeleenthede uitbrei (A)
- Weet hoe om leerders in staat te stel om wiskundebegrippe te konstrueer sodat hulle kennis en waardering vir wiskunde verbreed word (N)
- Neem leerders se voorkennis in ag (A)
- Verseker leerders begryp die funksies, struktuur en eienskappe van getalle (N)
- Lewenswerklike voorbeelde uit leerders se lewe tydens die verkenning van getalle (N)
- Weet hoe om leerders se getalbegrip en hoofrekenne te ontwikkel (N)
- Stimuleer leerders in die proses van matematisering (N)
- Help leerders om probleemoplossingsvaardighede te ontwikkel; verskeie strategieë toe te pas; te reflekteer oor die proses van wiskundige probleemoplossing; denke te kommunikeer; wiskundige denke en strategieë van ander te analiseer en evalueer; wiskundige taal te gebruik om wiskunde-idees uit te druk; verbande te lê; wiskunde binne en buite die klas toe te pas; voorstellings van wiskunde te ontwikkel, en wiskundige idees te organiseer en kommunikeer (NC)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Dit wil voorkom asof Australië meer standaard het wat ooreenkom met die tema 'kennis van inhoud en leerders'. Dit kan wees omdat hul standaard geskryf is vir GSF-onderwysers wat reeds in die praktyk staan, met die gevolg dat daar in groter mate van die GSF-onderwysers in Australië verwag word om te kan weet en doen in die praktyk. Die standaard van Australië is 'n goeie voorbeeld van die doel waarna onderrig moet streef, dus die standaard wat van die GSF-onderwyser op 'n langer termyn verwag kan word. Die kennis van inhoud en leerders is meer teoreties vir die GSF-onderwyser en word later sterker ontwikkel tydens werkgeïntegreerde leer.

4.3.3.5 Kennis van inhoud en onderrig

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit kennis van inhoud en onderrig betref soos volg opgesom word:

- Betrek leerders by aktiewe leer (A)
- Entoesiasies oor die aanleer van wiskunde (A)
- Beplan samehangende leerervarings wat geleenthede bied vir spontane, selfgerigte leer (A)
- Fasiliteer om getalgebied tot 100 uit te brei vir hoofreken (A)
- Ken en verstaan prosesvaardighede om voortdurend ontwikkeling in wiskunde te verseker (NC)
- Verstaan dat probleemoplossing, beredenering, kommunikasie, verbande en voorstelling oor inhoudsareas en metodes heen geïntegreer is (NC)
- Gebruik IKT tydens onderrig en ontdekking van wiskundekonsepte (A; NC)
- Bewus van effektiewe wiskundeonderrig en leerstrategieë en -tegnieke (A)
- Bevorder leerders se houdings teenoor wiskunde positief (A)
- Fasiliteer leer (A)
- Modelleer wiskundige denke, hoofreken en redenering (N; NC)
- Kennis van die onderrig van getalle (N)
- Kennis van die gebruik van 'n sakrekenaar tydens onderrig (N)
- Onderrig standaardprosedures en sluit verskillende leerders in (N)
- Gebruik modelle en skemas vir die oorgang vanaf konteksgebonde na konteksvrye formele bewerkings en redenering (N)
- Weet hoe om bewerkings van breuke aan die leerders te verduidelik (N)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Soos in die geval met 'kennis van inhoud en leerders' is Australië meer omskrywend as die ander beleidsdokumente ten opsigte van die 'kennis van inhoud en onderrig'. Die dokument van Australië verwys meer na praktykkennis, terwyl die Nederlandse dokument meer verwys na teoretiese kennis wat van die onderwyser verwag word. Die standaard van beide hierdie lande dien as 'n voorbeeld vir die ontwikkeling van KPSW's. Dit wys op spesifieke kennis van inhoud en onderrig wat nodig is tydens die onderrig van wiskunde. Die dokument van Australië is meer breedvoerig teenoor die dokument van die Nederland wat meer spesifiek is ten opsigte van die getalldomein.

4.3.3.6 Kennis van inhoud en die kurrikulum

Die standaard vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in wiskunde met 'n fokus op die getalldomein kan sover dit kennis van inhoud en die kurrikulum betref soos volg opgesom word:

- Kennis van die wiskunde toepaslik tot die graad waarin leerders is (A)
- Leerervarings betrek substansiële wiskunde (A)
- Inkorporeer onderrigstrategieë, tegnologie en ander hulpbronne by leerervarings (A; NC)
- Toon kennis van inhoud ten opsigte van onderrighulpbronne en -strategieë soos: volgorde van temas, verskeie voorbeelde, metafore, modelle, take, hulpmiddels en tegnologieë wat gebruik word (NC)

(a) Refleksie, interpretasie en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Sover dit kennis van inhoud en die kurrikulum aangaan, is Australië en Noord-Carolina meer omskrywend. Dit is belangrik dat die GSF-onderwyser kennis het van die wiskunde wat toepaslik is vir die graad waarin die leerders is. Die navorser het in afdeling 4.3.2 die skoolkurrikulumdokumente met mekaar vergelyk en op grond daarvan verduidelik watter kennis volgens die skoolkurrikulumdokumente belangrik is in die getalldomein. By die ontwikkeling van die KPSW's speel kennis van die inhoud en van die kurrikulum 'n belangrike rol, veral in Suid-Afrika waar kurrikulumveranderings gereeld plaasvind.

4.4 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die nasionale konteks volgens nasionale beleidsdokumente geskilder, en daar is bevind dat sekere beleidsdokumente in plek is wat die ideale GSF-onderwyser en leerder beskryf. Hierdie dokumente is egter nie voldoende nie en daar is 'n leemte ten opsigte van spesifieke KPSW's. Die navorser het daarom spesifieke beleidsdokumente van die VSA, Australië en Nederland ingesamel en ontleed om 'n raamwerk te skep vir die ontwikkeling van KPSW's vir Suid-Afrika.

In die vergelyking van algemene standaard is daar bevind dat standaard op verskillende maniere uitgelê word en dat verskillende lande ooreenkom oor die tipe standaard wat vir die beginneronderwyser gestel word. Die temas wat uit die huidige studie na vore gekom het, was die volgende: kennis van die inhoud; kennis van leerders; onderrig; leeromgewing; assessering; professionele leer en ontwikkeling; en professionele betrokkenheid. Die navorser het net op vier van hierdie temas gefokus, aangesien hulle binne die omvang van die studie geval het. Die vier temas was: kennis van die inhoud, kennis van leerders, onderrig en assessering.

In die vergelyking van skoolkurrikulumdokumente het daar tien temas na vore gekom wat die getalldomein in die skoolkurrikulum voorstel in Suid-Afrika, die VSA, Australië en Nederland. Die tien temas was getalbegrip, beredenering en regverdiging van antwoorde, hoofreken, geld, probleemoplossing, plekwaarde, breuke, optel en aftrek, vermenigvuldig en deel, en algemene strategieë. Hierdie temas dien as boustene vir die ontwikkeling van KPSW's, aangesien dit die temas is wat die GSF-onderwyser in staat moet wees om te kan onderrig. Die beoogde KPSW's moet dus hierdie temas aanspreek en nog meer.

Die laaste vergelyking is gedoen ten opsigte van die wiskundestandaarde vir onderwysers. Soos vroeër genoem, is die standaard van Australië geskryf vir onderwysers wat alreeds in die praktyk is, terwyl die standaard van Nederland en Noord-Carolina vir beginner GSF-onderwysers bedoel is. Die wiskundestandaarde is ontleed ten opsigte van die raamwerk van Ball et al. (2008) se beskrywing van wiskundekennis vir onderrig as twee domeine, naamlik vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. Die verdelings van die twee domeine is as temas gebruik en die wiskundestandaarde is ontleed volgens hierdie verdelings. Die verskillende temas wat na vore gekom het, was algemene inhoudskennis, kennis op die horison, gespesialiseerde inhoudskennis, kennis van inhoud en die leerder, kennis van inhoud en onderrig, en kennis van inhoud en die kurrikulum.

Suid-Afrika se nasionale beleidsdokumente dien as die basis vir die ontwikkeling van die KPSW's. Die internasionale beleidsdokumente wat ontleed is, dien bloot as raamwerk vir die ontwikkeling van KPSW's. In die volgende hoofstuk word wiskundekennis vir onderrig volgens vakkundige artikels en onderwyservoorbereidingshandboeke beskryf. Die standaard is later verder verfyn deur die resultate van Hoofstuk 5 in ag te neem.

HOOFSTUK 5**WISKUNDEKENNIS VIR ONDERRIG MET DIE OOG OP DIE GETALLEDOMEIN**

5.1 Inleiding

5.2 Voorbereiding van GSF-onderwysers

5.3 Vakinhoudskennis

5.3.1 Algemene inhoudskennis

5.3.2 Gespesialiseerde inhoudskennis

5.3.3 Kennis op die horison

5.3.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's

5.4 Pedagogiese inhoudskennis

5.4.1 Kennis van inhoud en onderrig

5.4.2 Kennis van inhoud en leerders

5.4.3 Kennis van inhoud en die kurrikulum

5.4.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's

5.5 Bespreking van die terugvoer deur kenners op die gebied van GSF-onderwys vir wiskunde

5.5.1 Resentheid

5.5.2 Volledigheid

5.5.3 Toepaslikheid vir GSF-voorbereiding

5.5.4 Funksionaliteit van fisiese uitleg

5.6 Samevatting

HOOFSTUK 5

WISKUNDEKENNIS VIR ONDERRIG MET DIE OOG OP DIE GETALLEDOMEIN

5.1 Inleiding

In Hoofstuk 4 is die resultate van die ontleding van nasionale en internasionale beleidsdokumente gegee. Afdelings van die getalledomein is as van belang aangedui en die standaard wat ontleed is, het aanduidings gegee vir die ontwikkeling van KPSW's. In hierdie hoofstuk word daar gepoog om die volgende navorsingsvrae te beantwoord:

"Hoe beskryf nasionale en internasionale navorsingsdokumente vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalledomein in die grondslagfase te onderrig?" en

"Hoe kan kennis- en praktykstandaarde wat nodig is vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers in die getalledomein beskryf word?"

Eerstens word die voorbereiding van GSF-onderwysers kortliks bespreek; tweedens word die vakinhoudskennis volgens nasionale en internasionale navorsingsdokumente en onderwyservoorbereidingshandboeke beskryf; derdens word pedagogiese inhoudskennis volgens nasionale en internasionale navorsingsdokumente en onderwyservoorbereidingshandboeke beskryf; vierdens word die kritiese terugvoering op die voorlopige KPSW's deur kenners op die gebied van GSF-onderwys bespreek, en laastens volg 'n samevatting van die hoofstuk.

5.2 Voorbereiding van GSF-onderwysers

In baie lande – ook in Suid-Afrika – is die wiskundekennis waarmee GSF-studente na die universiteit toe kom, beperk (Adler et al., 2005). Kuntze, Lerman, Murphy, Kurz-Milcke, Siller & Win-Bourne (2011) dui verder daarop dat GSF studente dikwels nie daartoe in staat is om wiskundige inhoud in verband te bring met groot idees in wiskunde of om hierdie idees te kommunikeer nie. Wat meer is, as gevolg van kurrikulumhervormingsprosesse is daar 'n beduidende verskil tussen die wiskunde wat GSF-studente op skool geleer het en dit wat hulle aan die einde van hul universiteitsloopbaan moet onderrig (Adler et al., 2005). Daarom is dit nodig om die wiskundekennis vir onderrig wat GSF-onderwysers tydens voorbereiding behoort te ontwikkel, te heroorweeg en te beskryf.

Volgens Morris et al. (2009) is die voorbereiding van GSF-onderwysers om effektief te onderrig een van die dringendste probleme vir GSF-onderwysers en beleidsmakers wat leerders se leer wil verbeter. Dit wil voorkom dat gespesialiseerde inhoudskennis die bepaalde kennis is wat krities vir die voorbereiding van GSF-onderwysers is (Morris et al.,

2009). Wiskundige programme behoort GSF-onderwysers aan te moedig om 'n deeglike begrip van wiskunde te ontwikkel sodat hul siening van wiskunde kan verbreed om gespesialiseerde vakinhoudskennis, bewustheid van leerders se denke en die geskrewe kurrikulum dokument in te sluit (Thanheiser, Browning, Moss, Watanabe, & Garza-Kling, 2010). Die hoofdoelwit van GSF-onderwyservoorbereiding is om onafhanklike, reflektiewe GSF-onderwysers te ontwikkel wat op hul eie sin kan maak van nuwe idees, aangesien dosente op universiteit maar 'n beperkte tyd met hierdie GSF-onderwysers spandeer (Thanheiser et al., 2010).

Die navorser het verskeie navorsingsdokumente en onderwyservoorbereidingshandboeke geraadpleeg (sien Tabel 5.1) wat geskryf is oor GSF-onderwysers of vir GSF-onderwysers om wiskunde te onderrig. Sy het ook al daardie dele wat die vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis beskryf, onder toepaslike temas bespreek. Die dokumente wat geraadpleeg is, word vervolgens in Tabel 5.1 gelys:

Tabel 5.1: Dokumente benut vir die beskrywing van die GSF-onderwyser se wiskundekennis vir onderrig in die getalgedomein

Artikels	<i>Nasionaal</i>	
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>
	Human (2009)	Leer deur probleemoplossing in wiskundeonderwys
	Adler, Ball, Krainer, Lin & Novotna (2005)	Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education
	<i>Internasionaal</i>	
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>
	Swars, Smith, Smith & Hart (2009)	A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs
	Bair & Rich (2011)	Characterizing the development of specialised mathematical content knowledge for teaching in algebraic reasoning and number theory
	Ball, Thames & Phelps (2008)	Content knowledge for teaching – what makes it special?
	Thanheiser, Browning, Moss, Watanabe & Garza-Kling (2010)	Developing mathematical content knowledge for teaching elementary school mathematics
	Hill, Rowan & Ball (2005)	Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement
	Estes, Mintz & Gunter (2011)	Instruction: A models approach
	Ball, Hill & Bass (2005)	Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?
	Morris, Hiebert & Spitzer (2009)	Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn?

Tabel 5.1 (vervolg)

Artikels	<i>Internasionaal</i>		
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>	
	Hill & Ball (2009)	The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching	
	Conference Board of the Mathematical Sciences (2001)	The Mathematical Education of Teachers. Providence RI and Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America	
	Charlesworth & Leali (2012)	Using problem solving to assess young children's mathematics knowledge	
Onderwyser-voorberei-dings-handboeke	<i>Nasionaal</i>		
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>	
	McDermott, & Rakgokong (1998)	Excell onderwysershandboek: 'n Holistiese benadering tot die onderrig en aanleer van syfervaardigheid in die grondslagfase	
	<i>Internasionaal</i>		
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>	
	Troutman & Lichtenberg (2003)	Mathematics a good beginning	
	Bennett, Burton & Nelson (2010)	Mathematics for elementary teachers – a conceptual approach	
	Siemon, Beswick, Brady, Clark, Faragher & Warren (2011)	Teaching mathematics foundations to middle years	
	Boeke	<i>Nasionaal</i>	
		<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>
Van den Heuvel-Panhuizen, Kühne & Lombard (2012)		Learning pathway for number in the early primary grades	
<i>Internasionaal</i>			
<i>Outeur(s)</i>		<i>Titel</i>	
Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep (2009)		Developing primary mathematics teaching	
Lawton (2005)		Number	
Kamii & Joseph (2004)		Young children continue to reinvent arithmetic 2nd grade – implications of Piaget's theory	
Fosnot & Dolk (2001)		Young mathematicians at work: constructing number sense, addition, and subtraction	
Konferensie-verslae		<i>Nasionaal</i>	
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>	
	Murray, Olivier & Human (1998)	Learning through problem solving	
	<i>Internasionaal</i>		
	<i>Outeur(s)</i>	<i>Titel</i>	
	Rowland & Turner (2008)	How shall we talk about 'subject knowledge' for mathematics teaching?	
Ball & Bass (2009)	With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures		

Tabel 5.1 dui die verskillende dokumente aan wat in hierdie studie gebruik is vir die beskrywing van die twee domeine naamlik vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. In die volgende afdeling word die eerste domein van wiskundekennis vir onderrig beskryf.

5.3 Vakinhoudskennis

Vakinhoudskennis het te doen met beide substantiewe en sintaktiese kennis (Rowland et al., 2009). Substantiewe kennis verwys na die feite, konsepte en prosesse van wiskunde en die verbande daartussen, terwyl sintaktiese kennis verwys na die wete hoe wiskundige feite gevestig word (Rowland et al., 2009). Sintaktiese kennis het te doen met die proses van wiskunde doen, eerder as die produk van so 'n aktiwiteit (Rowland et al., 2009).

Die domein 'vakinhoudskennis' word verdeel in drie afdelings, naamlik algemene inhoudskennis (5.2.1), gespesialiseerde inhoudskennis (5.2.2) en kennis op die horison (5.2.3). Elk van die afdelings funksioneer as kategorieë in dié hoofstuk. Ten einde die dokumente te ontleed en onder die verskillende kategorieë te groepeer, is die volgende definisies as riglyne gebruik.

Algemene inhoudskennis word beskryf as die kennis wat algemeen in die samelewing gebruik word, bv. die toepassing van algoritmes om antwoorde te bereken en algemene prosedures uit te voer, die ken en verstaan van algemene definisies en konsepte, en die vermoë om maklik raak te sien dat 'n antwoord reg of verkeerd is (Hill & Ball, 2009).

Gespesialiseerde inhoudskennis word beskryf as die kennis wat die GSF-onderwyser onderskei van ander persone in ander beroepe, dit is diepgaande, verweefde kennis van temas in die getalldomein sodat die GSF-onderwyser nie net weet hoe om wiskunde te doen nie, maar ook hoekom sekere prosedures, eienskappe en reëls waar is (Ball et al., 2007; Ball et al., 2008; Bair & Rich, 2005).

Kennis op die horison word beskryf as die kennis wat die GSF-onderwyser in staat stel om nie net dit wat hy/sy moet onderrig te ken nie, maar om ook te weet met watter wiskundige idees en konsepte leerders in die toekoms gekonfronteer gaan word (Ball & Bass, 2008; Fosnot & Dolk, 2001). Elk van hierdie kategorieë gaan nou in meer diepte bespreek word.

5.3.1 Algemene inhoudskennis

Ball et al. (2005) dui aan dat algemene inhoudskennis veronderstel dat die GSF-onderwyser 'n betroubare algoritme kan gebruik om 'n antwoord te bereken. Algemene inhoudskennis sluit in om onder andere op die oog af te sien of 'n antwoord korrek (of verkeerd) is, om 'n definisie van 'n konsep of voorwerp te ken, en om 'n prosedure uit te voer (Hill & Ball, 2009). Wanneer die GSF-onderwyser op die bord in die klas werk doen, is dit belangrik dat hy/sy self die terme en notasies korrek gebruik, want as GSF-onderwyser (nou student) self foute maak, terme verkeerd uitspreek of vasbrand om 'n probleem op te los, ly onderrig daaronder en gaan waardevolle onderrig/leer-tyd verlore (Ball et al., 2008).

5.3.2 Gespesialiseerde inhoudskennis

Morris et al. (2009) stel dit dat dit nie moontlik is om reeds op voorgraadse vlak al die aspekte van wiskundekennis vir onderrig (soos beskryf deur Ball en kollegas sedert 1987) te ontwikkel wat GSF-onderwysers in hul beroep gaan benodig nie. Die meeste GSF-onderwysers het beperkte geleenthede om kennis oor leerders en onderrig in die klaskamer te konstrueer en dus is dit moeilik om aspekte van wiskundekennis vir onderrig te ontwikkel wat afhanklik is van klaskamerbaseerde kennis tot tyd en wyl hulle begin onderrig (Morris et al., 2009). Daarom is die gespesialiseerde inhoudskennis die grootste deel van wiskundekennis vir onderrig waarin GSF-onderwyser dikwels kennis konstrueer.

Gespesialiseerde vakinhoudskennis word onderskei van pedagogiese inhoudskennis en van ander wiskundekennis wat nie vir wiskundeonderrig nodig is nie. Dit is hierdie uniekheid wat gespesialiseerde inhoudskennis spesiaal maak (Ball, Thames & Phelps, 2008). Gespesialiseerde inhoudskennis kan dus beskryf word as die unieke wiskundige inhoudskennis wat benodig word vir die onderrig van wiskunde met begrip (Bair & Rich, 2011). GSF-onderwysers benodig kennis bo en behalwe dit wat aan leerders onderrig word (Ball et al., 2008).

GSF-onderwysers het dikwels effektiewe algoritmes of prosedures vir probleemoplossing aangeleer sonder om 'n begrip te hê van die onderliggende strukture van wiskundige verwantskappe tussen nuwe idees en vorige konsepte (Bair & Rich, 2011). Vir die GSF-onderwyser om ondersoek in te stel na die begrip van wiskundige konsepte beteken dit dat hy/sy self 'n diep en samehangende begrip van verskillende temas in wiskunde moet hê (Bair & Rich, 2011). Gespesialiseerde inhoudskennis sluit verder in die uiteensit van wiskundige kennis om sodoende spesifieke aspekte toeganklik vir leerders te maak sodat hulle in staat sal wees om betekenis op grond van die wiskundige idees te konstrueer (Bair

& Rich, 2011; Morris et al., 2009). In die volgende dele probeer die navorser verskillende aspekte van gespesialiseerde inhoudskennis toelig.

5.3.2.1 Verduideliking van wiskundekonsepte

Dit is noodsaaklik dat die GSF-onderwyser bewerkings korrek kan doen, maar hierbenewens moet hy/sy wiskundekonsepte kan verduidelik deur die 'hoekom' en 'hoe' aspekte in te sluit (Ball et al., 2005). Die GSF-onderwyser moet prosedures ken en kan verduidelik (Ball et al., 2008). Bair en Rich (2011) meen dat die GSF-onderwyser wiskundig akkurate verduidelikings wat verstaanbaar en bruikbaar is vir leerders moet kan ontwerp, en dat hy/sy wiskunde-idees sorgvuldig aan leerders moet kan bekendstel. Die verduideliking van wiskundekonsepte sluit byvoorbeeld in dat die GSF-onderwyser sal weet hoe om die delingsreëls wiskundig te verduidelik (Hill et al., 2005).

5.3.2.2 Bruikbare modelle, voorstellings en manipuleerders van wiskundekonsepte

Die GSF-onderwyser moet die bruikbare en mees toepaslike modelle en voorbeelde kan uitkies om 'n sekere tema te onderrig of bekend te stel, en hierdie taak vereis addisionele wiskunde-insig en -begrip wat persone in ander beroepe nie nodig het nie (Ball et al., 2005). Die GSF-onderwyser moet oor die vermoë beskik om voorstellings te kies wat die subkonsepte van wiskundige idees uitwys (Morris et al., 2009). Hy/sy behoort in staat te wees om verbande tussen voorstellings te trek, asook om verbande tussen simbole en prentvoorstellings duidelik te maak. Verder moet hy/sy die wiskundige kwaliteit daarvan kan beoordeel en aanpas indien nodig (Bair & Rich, 2011; Hill & Ball, 2009).

Die GSF-onderwyser behoort verskillende modelle te gebruik tydens die bekendstelling en onderrig van bewerkings (Bennett et al., 2010; Siemon et al., 2011). Gespesialiseerde inhoudskennis vereis byvoorbeeld dat 'n waardering getoon moet word vir die verskil tussen die 'wegneem'- en 'vergelyking'-modelle van aftrek enersyds, en die verskil tussen meting en verdelende modelle van deling andersyds (Ball et al. 2008). Gespesialiseerde inhoudskennis sluit in die begrip van watter modelle die mees gepaste vir 'n aftrek algoritme is, soos byvoorbeeld: 'n spesifieke aftrekprobleem kan beter met geld voorgestel word, maar hoe is dit anders as die gebruik van teelepels wat in bondels vasgemaak is? Of wanneer sal die basis-tien-blokke meer geskik wees? (Ball et al., 2008). Elkeen van die modelle kan aftrekking korrek voorstel, maar elkeen kan op verskillende maniere 'n verskil maak in leerders se leerproses (Ball et al., 2008).

Onderrig sluit in die gebruik van voorstellings (Ball et al., 2005; Hill & Ball, 2009). Een van die maklikste waarneembare onderrigtake is om voorstellings te konstrueer wat wiskundig

akkuraat en nuttig vir leerders is (Hill & Ball, 2009). Voorstellings behels 'n substansiële vaardigheid om verbande te lê tussen wiskundige idees, asook om te weet watter getalle of strategieë om te gebruik om 'n voorbeeld te maak (Ball et al., 2005). Voorstellings voorsien die konteks vir die vorming van begrip en dit laat leerders ook toe om wiskundige idees en begrip te kommunikeer (Siemon et al., 2011). Voorstellings behoort sorgvuldig geselekteer en geskep te word sodat leerders vanaf die konkrete na die simboliese kan beweeg om uiteindelik wiskundige idees met mekaar in verband te bring en abstrak oor wiskunde te kan dink (Ball et al., 2008; Siemon et al., 2011).

Siemon et al. (2011) verwys na interne en eksterne voorstellings, waar interne voorstellings verbaal, formele notasies, visuele prente en affektief is, terwyl eksterne voorstellings verwys na fisiese, waarneembare groeperings. Laasgenoemde sluit in tradisionele voorstellings en ander konkrete materiale wat gebruik word tydens die onderrig van wiskunde. Verder kan twee soorte voorstellings – wat die leerder se begrip asook oplossing van probleme beïnvloed – geklassifiseer word, naamlik onderrigvoorstellings en kognitiewe voorstellings (waar leerders kennis konstrueer) (Siemon et al., 2011).

Siemon et al. (2011) gee verskeie voorbeelde van voorstellings wat die GSF-onderwyser kan gebruik in die getalldomein: 1) tel en bewerkings: knope, klippe, tellers, strooitjies, hande, sorteerrame, honderdkaart, dobbelsteen, getallelyne, patroonblokke, funksiebokse, balansskale, pennetjiesborde en telrame; 2) plekwaarde: bondelstokkies, abakus, honderdkaart en plekwaardekaarte; 3) breuke: vorms, lengtes, volumes, getallelyne, breukeborde, breukestokkies, breukesirkels en breukereghoeke.

McDermott en Rakgokong (1998) verduidelik dat GSF-onderwyser verskillende manipuleerders in die klas moet gebruik, met ander woorde manipuleerders vir die GSF-onderwyser en manipuleerders vir leerders. Die GSF-onderwyser moet in staat wees om self manipuleerders van afvalmateriaal te maak of om vervaardigde materiale daarvoor te gebruik (McDermott & Rakgokong, 1998).

5.3.2.3 Gespesialiseerde inhoudskennis met betrekking tot leerders

Die GSF-onderwyser moet daartoe in staat wees om te bepaal wat leerders verkeerd gedoen het, asook om die oorsaak van die fout te ontleed en reg te stel (Ball et al., 2005; Morris et al., 2009). Die GSF-onderwyser moet die geldigheid beoordeel van leerders se modelle en nie-standaardmetodes om probleme op te los (Ball et al., 2005). Die GSF-onderwyser evalueer of 'n leerder se reaksie op begrip van die subkonsepte duidelik en of die leerder algoritmes kan regverdig (Morris et al., 2009).

Gespesialiseerde inhoudskennis vereis die interpretasie en neem van wiskundige en pedagogiese besluite aangaande leerders se vrae, oplossings, probleme en insig, en om produktief op leerders se wiskundige vrae en nuuskierigheid te reageer (Bair & Rich, 2011). Gespesialiseerde inhoudskennis vereis begrip van verskillende interpretasies van die bewerkings op maniere wat leerders nie so duidelik hoef te onderskei nie (Ball et al., 2008). Gespesialiseerde inhoudskennis vereis verder dat die GSF-onderwyser leerders se werk bestudeer, interpreteer en ontleed, asook om te luister na leerders se vrae (Ball et al., 2005; Hill & Ball, 2009).

5.3.2.4 Gespesialiseerde inhoudskennis en taal

Wiskunde het 'n eie unieke taal wat die GSF-onderwyser moet leer praat (Siemon et al., 2011). In wiskunde is daar sekere terme wat gebruik word waarvan die betekenis verskil van hul algemene betekenis in die samelewing (Siemon et al., 2011). Leerders wat nie Engels as moedertaal praat nie maar wat in Engels onderrig word, vind dit moeilik om wiskundige taal te gebruik en te interpreteer in hul tweede taal (Engels) (Siemon et al., 2011).

Gespesialiseerde inhoudskennis vereis die verduideliking van die beginsels van 'n algoritme in woorde wat leerders kan verstaan (Ball et al., 2005), asook die gebruik van wiskundig toepaslike en verstaanbare definisies (Bair & Rich, 2011). GSF-onderwysers behoort definisies te ken van wiskundige terme wat bruikbaar en betroubaar is in terme van idees wat leerders alreeds verstaan (Ball et al., 2005). GSF-onderwysers moet deurentyd besluite neem oor hoe om terme te definieer, of informele taal toelaatbaar is, of wanneer om tegniese woordeskat, grammatika en sinsleer bekend te stel en te gebruik (Ball et al., 2005). Gespesialiseerde inhoudskennis vereis ook dat die GSF-onderwyser sal weet wanneer nie-presiese of dubbelsinnige taal pedagogies verkieslik is en wanneer dit die ontwikkeling van korrekte begrip kan bedreig of verhinder (Ball et al., 2005).

Die GSF-onderwyser moet ook weet hoe om wiskundige verduideliking van byvoorbeeld verdelingsreëls te verskaf, of hoe om die wiskundige geldigheid van alternatiewe oplossingsmetodes vir 'n probleem te waardeer (Hill et al., 2005).

In terme van gespesialiseerde inhoudskennis en taal verskaf stories 'n konteks waarbinne leerders wiskundige vaardighede kan aanleer, byvoorbeeld stories oor diere en speelgoed, volksverhale, en stories oor reuse (McDermott & Rakgokong, 1998). Verder bied speletjies 'n konteks waarbinne leerders wiskundekennis kan konstrueer (McDermott & Rakgokong, 1998).

5.3.2.5 Probleemstelling

Bair en Rich (2011) meen dat GSF-onderwysers daartoe in staat moet wees om probleme te stel wat produktief vir leerders se leer is, en ook om probleme op te los. Volgens die *Conference Board of the Mathematical Sciences* (2001) is dit belangrik dat GSF-onderwysers self goeie probleemoplossingsvaardighede sal ontwikkel (CBMS, 2001). McDermott en Rakgokong (1998) beveel aan dat die GSF-onderwyser metakognisie tydens die probleemoplossingsproses moet kan toepas. GSF-onderwysers behoort probleemoplossing te kan uitvoer volgens Polya se 4-stap-model, naamlik (1) verstaan die probleem, (2) maak 'n plan, (3) voer die plan uit en (4) kyk terug en evalueer die plan (Bennett et al., 2010; McDermott & Rakgokong, 1998; Human, 2009). Verder is dit nodig dat GSF-onderwysers tydens die oplossing van 'n probleem 'n model moet kan gebruik (Bennett et al., 2010).

McDermott and Rakgokong (1998) dui aan dat die GSF-onderwyser verskillende soorte probleme moet kan formuleer. Hy/sy moet ook daartoe in staat te wees om verskillende strategieë tydens probleemoplossing te gebruik, byvoorbeeld die volgende: teken 'n prent; voorstelling van die probleem; raai en kontroleer die oplossing; gebruik 'n tekening; soek 'n patroon; maak 'n georganiseerde lys; werk agteruit; gebruik visuele redenering; en gebruik logiese beredenering. Verder moet die GSF-onderwyser probleme opstel wat aan die volgende vereistes voldoen: dit moet nie altyd die onbekende elemente duidelik omskryf nie; nie te veel of te min inligting verskaf nie; op verskillende maniere opgelos kan word; verskillende stappe vereis tot die oplossing; ruimte bied vir raaiskote om by die oplossing uit te kom; nie te vinnig opgelos kan word nie, nie te maklik maar ook nie te moeilik wees nie; en dit moet die leerders interesseer (McDermott & Rakgokong, 1998).

Deur gebruik te maak van probleemoplossing in die klaskamer kan die GSF-onderwyser 'n aanduiding kry van hoe die leerder wiskundig dink en redeneer (Charlesworth & Lealie, 2012). Troutman en Lichtenberg (2003) voer aan dat probleemoplossing so belangrik is dat dit een van die basiese redes is waarom leerders skool toe gaan. Estes et al. (2011) verduidelik dat leerders op skool geleer word dat al die antwoorde vir belangrike vrae in handboeke staan, maar in die werklike lewe word individue gekonfronteer met probleme wat verskeie moontlike antwoorde kan hê. Daarom is dit so belangrik dat leerders in die GSF-klaskamer met probleemoplossing te make moet kry. Volgens Murray et al. (1998) vereis die keuse van probleme waaraan leerders blootgestel word dat die onderwyser 'n goeie begrip toon van hoe leerders konsepte en wankonsepte ontwikkel.

As probleemgesentreerde benadering stel Murray et al. (1998) gevolglik 'n eenvoudige model voor wat op drie pilare berus:

- Goed beplande getalkonsep-aktiwiteite
- Goed beplande probleme
- Effektiewe klasbespreking

Indien een van die drie pilare ontbreek, kan effektiewe leer nie plaasvind nie (Murray et al., 1998).

Human (2009) skryf verder dat leer deur middel van probleemoplossing plaasvind, maar in Suid-Afrika gebeur dit dikwels dat leerders nie die eerste en laaste stap van Polya se 4-stap-raamwerk tydens probleemoplossing uitvoer nie. Die vier verskillende stappe wat Polya voorstel, is: verstaan die probleem, maak 'n plan, voer die plan uit en evalueer die plan (Bennett et al., 2010)

5.3.2.6 Beredenering

Gespesialiseerde inhoudskennis korreleer met sekere denkgewoontes soos om sorgvuldige aandag aan wiskundige detail en beredenering te gee (Hill & Ball, 2009). Bair en Rich (2011) bevind dat GSF-onderwysers op 'n intreevlak algemene inhoudskennis van die skoolkurrikulum het en dat hulle gewoonlik so min as moontlik neerskryf wanneer probleme opgelos word. Die GSF-onderwyser kan maklik al die wiskundige stappe aandui, maar om te verduidelik wat gedoen is, bly vir hom/haar problematies (Bair & Rich, 2011). GSF-onderwysers moet daartoe in staat wees om meer te doen as net probleme oplos; hulle moet duidelik en bondig verduidelik *wat* hulle doen en *hoekom* hulle dit doen, sodat hulle hul leerders kan help om 'n spesifieke probleem op te los (Bair & Rich, 2011). Siemon et al. (2011) verwys na die verskillende soorte wiskundige denke – begrip, vlotheid, probleemoplossing en beredenering – wat by GSF-onderwyser ontwikkel moet word.

5.3.2.7 Getalbegrip

Getalbegrip sluit die vermoë in om op kritiese wyse die maniere te bevraagteken waarop getalle gebruik word om kwantitatiewe beredenering te ondersteun (Siemon et al., 2011). Kamii en Joseph (2004) wys daarop dat getalbegrip te doen het met die sintese van hiërargiese insluiting en volgorde. Hiërargiese insluiting verwys na die kognitiewe vermoë om een by twee in te sluit, twee in drie en drie in vier (Kamii & Joseph, 2004). Volgorde daarenteen beteken die kognitiewe vermoë om 'n stel voorwerpe te organiseer vanaf eerste, tweede, derde, ensovoorts (Kamii & Joseph, 2004).

Die GSF-onderwyser behoort kennis te konstrueer aangaande verskillende getalstelsels en die historiese oorsprong van getalstelsels (Bennett et al., 2010; Siemon et al., 2011). Verder behoort hy/sy te verstaan hoe dit gebeur het dat mense getalle begin groepeer het en getalstelsels met verskillende getalbasisse ontwikkel het (Bennett et al., 2010). Die GSF-onderwyser moet let op die lees en skryf van getalle, aangesien dit gewoonlik van taal tot taal verskil (Bennett et al., 2010).

5.3.2.8 Plekwaarde

Plekwaarde is die waarde van syfers in 'n getal in die desimale/tiendelige/basis-10 getalstelsel, waar die waarde van die getal aan die linkerkant tien keer meer is as die plek aan die regterkant (CBMS, 2001). Plekwaarde impliseer dat 'n syfer in verskillende posisies in 'n getal verskillende waardes kan voorstel en dit het twee basiese kenmerke: die groepering in tiene en waar dieselfde syfers gebruik word in verskillende posisies in die getal om verskillende waardes voor te stel (McDermott & Rakgokong, 1998). Thanheiser et al. (2010) beweer dat baie GSF-onderwysers syfers in 'n getal beskou as ene eerder as die waarde van die syfer. Byvoorbeeld, die 2 in 324 word gesien as 'n 2 eerder as 20 of 2 tiene, daarom is dit nodig dat GSF-onderwysers gehelp word om die syfers met die waarde in verband te bring (Thanheiser et al., 2010). English (2013) wys daarop dat die verstaan van plekwaarde onder andere te doen het met die verstaan van die deelbaarheidsreëls en dat leerders (en daarom GSF-onderwysers) deelbaarheidsreëls van die getalle 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 behoort te ken.

5.3.2.9 Bewerkings

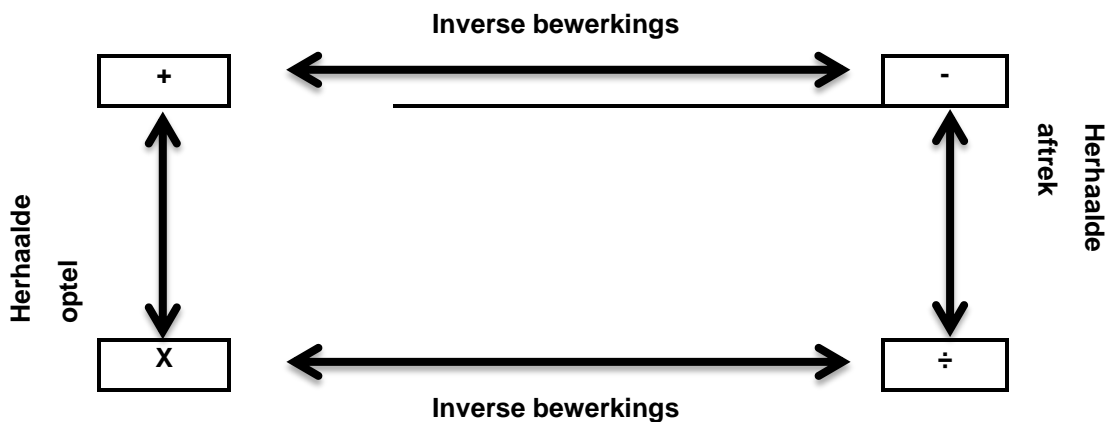
Die GSF-onderwyser moet weet hoe om optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling vir leerders lewenswerklik te maak (McDermott & Rakgokong, 1998). Wanneer leerders die groot beginsels verstaan wat betrokke is by optel- en aftrek-bewerkings, kan hulle verskeie situasies modelleer en feite outomatiseer (Fosnot & Dolk, 2001). Outomatisering verskil van memorisering in die sin dat outomatisering verkry word deur die vorming van verbande tussen feite; dit veroorsaak dat die leerder baie minder feite moet memoriseer (Fosnot & Dolk, 2001). Feite wat gememoriseer moet word, is dubbel getalle en kombinasies wat tien maak (Fosnot & Dolk, 2001).

Wanneer die fokus op die verhoudings tussen verskillende begrippe in wiskunde val, dan verminder die feite wat leerders moet memoriseer, en wanneer die leerder 'n antwoord vergeet het, kan hy/sy makliker weer by die antwoord uitkom deur terug te val op sy/haar kennis van verbande tussen getalle en bewerkings (Fosnot & Dolk, 2001). Wanneer 'n getal verdubbel word, kan in twees getel word. Hierdie is 'n belangrike beginsel in wiskunde wat

die idee van verhouding tussen ewe en onewe getalle onderskraag en dit dien as 'n voorbeeld van die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging (Fosnot & Dolk, 2001).

Die GSF-onderwyser behoort bekendgestel te word aan verskillende numeriese verbande sodat hulle in hul klasse leerders daartoe in staat kan stel om numeriese verbande te ontwikkel (Fosnot & Dolk, 2001; Kamii & Joseph, 2004). 'n Voorbeeld hiervan is die getal sewe wat onder andere op die volgende maniere voorgestel kan word: $3 + 4 = 7$, $(3 + 3) + 1 = 7$, $(5 + 4) - 2 = 7$, en $7 =$ helfte van 14 (Kamii & Joseph, 2004). Wanneer dié netwerk gekonstrueer is, kan $7 + 8$ verander word in $(7 + 7) + 1$, of $(7 + 3) + 5$ of $(8 + 2) + 5$. 'n Netwerk van numeriese verbande sal die leerder in die toekoms help. Die ontwikkeling van numeriese verbande tussen getalle lei tot vlotheid in byvoorbeeld die gebruik van enkelvoudige syfers wat opgetel word (Kamii & Joseph, 2004). Namate 'n mens meer ervaring opdoen met getalle en hul verbande, groei die hoeveelheid feite wat 'n mens ken (English, 2013).

Vir die doel van hierdie studie word daar gefokus word op die optel, aftrek, vermenigvuldig en deel van telgetalle (DBE, 2011). Dit kan diagrammaties soos volg voorgestel word:



Figuur 5.1: Diagrammatiese voorstelling van verbande tussen bewerkings

Bronne: O'Daffer, Charles, Cooney, Dossey & Schielack, 2000.

Uit Figuur 5.1 is dit duidelik dat optel die inverse van aftrek is en eweneens dat vermenigvuldiging die inverse is van deling, en omgekeerd. Vermenigvuldig is herhaalde optel en deel is herhaalde aftrek. Daar is 'n verskil tussen die betekenis van die twee terme "bewerkings" en "berekening". Bewerkings verwys na die begrip van 'wat jy moet doen' en berekening is die uitvoer van die bewerking (O'Daffer et al., 2000). In die

volgens tabel word die bewerkingsstrategieë weergegee soos wat die verskillende dokumente dit aangedui het en ná elke tabel volg 'n kort opsomming van die inhoud daarvan.

Tabel 5.2: Optelstrategieë

Optel	
<p>Outeurs: McDermott en Rakgokong (1998)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tel alles: Groepe voorwerpe word deur fisiese voorwerpe voorgestel en dan word elke voorwerp getel. • Tel verder aan – gebruik vingers om te tel: Bv. $4 + 6$, dan sal die leerder by 4 begin en dan 5, 6, 7, 8, 9, 10 op sy/haar vingers tel. • Tel verder aan van die grootste getal af: Bv. $4 + 6$, dan sal die leerder die getal 6 kies en van daar af 4 aantel. • Visualisering: Die leerder visualiseer die groepering. • Om tiene te sien: Die leerder het die vermoë om 'n stelsel ene saam te stel as 'n tien en weet dadelik dat $4 + 6 = 10$. • Verdubbeling en halvering: • Wanneer die leerder getalle kan verdubbel en halveer, sal hy/sy weet dat $4 + 6 = 5 + 5 = 10$ as gevolg van die kennis van verskeie verdubbelings en halverings. • Gebruik bekende kombinasies: Die leerders oefen bekende kombinasies en dit help hulle tydens die oplos van 'n probleem.
<p>Outeurs: Fosnot en Dolk (2001)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Dubbel en naby dubbel of dubbel plus of minus: Bv. $5 + 5 \rightarrow 5 + 6$ of $5 + 4$ of $6 + 7 = 6 + 6 + 1$ (of $7 + 7 - 1$) = 13 • Verdeling: 'n Strategie wat leerders ontwikkel sodra hulle plekwaarde begryp, is om die getalle in vriendeliker dele te verdeel – gewoonlik in honderde, tiene en ene. $28 + 44$ word opgelos as $20 + 40$ en dan $8 + 4$ en dan $60 + 10 + 2$. • Spronge van tien: Met hierdie strategie word die een getal heel gehou en dan word spronge van tien bygevoeg, soos byvoorbeeld $28 + 44 = 44 + 10 + 10 + 8$ (die 8 word opgebreek in 6 en 2, om gebruik te maak van 70). Hierdie tipe denke kan maklik aangedui word op 'n getallelyn. • Beweeg na die volgende 'vriendelike' getal: Hierdie strategie hou verband met die spronge-van-tien-strategie; eenhede word bygevoeg om die volgende vriendelike getal te bereik. Byvoorbeeld, by $98 + 37$ moet leerders agterkom dat 98 naby aan 100 is en die beweeg-na-die-volgende-vriendelike-getal-strategie gebruik om die som te verander na $100 + 35$. • Uitruiling: Uitruiling vind plaas wanneer die eenhede in verskillende getalle uitgeruil word, byvoorbeeld $32 + 99 \rightarrow 39 + 92$. Konstante verskil. • Kompensasie: Wanneer twee getalle bymekaar getel word, is kompensasie 'n algemene strategie. Byvoorbeeld, wanneer $49 + 51$ bymekaar getel word, kan een by 49 gevoeg word en een word weggeneem van 51 sodat die som verander na $50 + 50$. • Werk met die struktuur van vyf: Bv. $6 + 7 = 5 + 1 + 5 + 2 = 10 + 3 = 13$ • Maak tiens: Bv. $9 + 7 = 10 + 6 = 16$ • Gebruik kompensasie: Bv. $6 + 8 = 7 + 7 = 14$ • Gebruik bekende feite: Bv. $6 + 8 = 14$ so $7 + 8$ moet $14 + 1 = 15$ wees
<p>Outeur: English (2013)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Verdeel die syfers in tiens en ene of honderde, tiens en ene: Bv. $57 + 39 \rightarrow 50 + 30 = 80$ en $7 + 9 = 16$, dus $57 + 39 = 80 + 16 = 96$ • Rond af tot die naaste veelvoud van tien en pas dan die antwoord aan: Bv. $57 + 39$, rond 39 af na 40 en tel dit by 57, wat dan 97 word. Trek dan 1 af wat tydens die afronding gebruik is en die antwoord is 96.

Tabel 5.2 (vervolg)

Optel	
Outeur: English (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • Kyk na 'n lys van getalle en sien watter kan effektief verbind word: Bv. $28 + 16 + 14$, kyk na die getalle en kyk watter maklik bymekaar getel kan word. In dié geval is dit $16 + 14 = 30$; tel dan 28 by sodat die vergelyking so lyk: $28 + 16 + 14 = 28 + (16 + 14) = 28 + 30 = 58$. • Een getal kan vermeerder word met 'n hoeveelheid en die ander getal word verminder met dieselfde hoeveelheid en dit sal nie die antwoord beïnvloed nie: Bv. $29 + 36 = 30 + 35$
Outeurs: Kamii en Joseph (2004)	<ul style="list-style-type: none"> • Dubbel en naby dubbel met optel Bv. $8 + 6 = 6 + 6 + 2$

In Tabel 5.2 is verskillende optelstrategieë van verskillende outeurs aangedui. Al drie die outeurs dui aan dat die verdubbeling van getalle groot waarde het tydens aktiwiteite wat met optel verband hou. Soos vroeër genoem, is dit ook belangrik vir leerders om verbande tussen verskillende getalle te konstrueer en dit blyk uit Tabel 5.2 dat die verdubbeling van getalle belangrik is vir die konstruering van verbande tussen getalle. Die gebruik van tiene of die plekwaardebegrip is klaarblyklik die volgende belangrike strategie tydens die gebruik van optelstrategieë. Die GSF-onderwyser moet self 'n begrip van al die strategieë ontwikkel, maar hy/sy moet ook daartoe in staat wees om dit toe te pas en aan te dui wanneer watter strategie meer gepas is. Hierbenewens is dit ook belangrik dat die GSF-onderwyser sal weet hoe om leerders te help om die strategieë te ontwikkel.

Bennett et al. (2010) sluit hierby aan en stel dat die GSF-onderwyser die verskillende eienskappe van optel ten opsigte van telgetalle moet ken, naamlik die geslote eienskap van optel, die identiteitseienskap van optel, die assosiatiewe eienskap van optel, en die kommutatiewe eienskap vir optel. Hierdie vier eienskappe word vervolgens beskryf.

Geslote eienskap van optel: As 'n bewerking vir elke paar getalle in 'n gegewe versameling uitgevoer word en die resultaat is ook 'n getal in dié versameling, dan is die versameling geslote vir bewerkings (Bennett et al., 2010). As 'n voorbeeld gevind kan word waar die bewerking nie 'n element in die gegewe versameling produseer nie, dan is die versameling geslote vir bewerkings (Bennett et al., 2010).

Identiteitseienskap van optel: Ingesluit by telgetalle is 'n spesiale getal naamlik nul (Bennett et al., 2010). Nul word die identiteit vir optel genoem, want wanneer dit by 'n ander getal getel word, is daar is geen verandering in die getal nie. Dit beteken dat wanneer nul by enige getal getel word, dan bly die identiteit van die oorspronklike getal onaangeraak. Byvoorbeeld: vir enige telgetal b , $0 + b = b + 0 = b$ en nul is 'n unieke identiteit vir optel (Bennett et al., 2010).

Assosiatiewe eienskap van optel: In enige optelsom waar daar drie getalle is, kan die middelste getal aan een van die twee eindes getel (geassosieer) word. Hierdie eienskap word genoem die assosiatiewe eienskap van optel, byvoorbeeld vir enige telgetalle a , b en c : $a + (b + c) = (a + b) + c$ (Bennett et al., 2010).

Kommutatiewe eienskap van optel: Wanneer twee getalle bygetel word, dan kan die getalle verwissel/omgeruil word sonder enige effek op die som. Hierdie eienskap word die kommutatiewe eienskap van optel genoem, byvoorbeeld vir enige telgetalle a en b , $a + b = b + a$ (Bennett et al., 2010).

Tabel 5.3: Aftrekstrategieë

Aftrek	
Outeurs: McDermott en Rakgokong (1998)	<ul style="list-style-type: none"> • Tel agteruit: Die leerder moet die som beantwoord: $10 - 5$ en gebruik 'n groepie van 10 tellers en vat 5 tellers weg • Tel verder: Vir die som $7 + ? = 15$ tel die leerder vorentoe en kry dan die antwoord 8. • Skeiding: Gebruik vingers om af te trek. • Gebruik bekende feite: Die leerders gebruik bekende feite en herrangskik die getalle om 'n oplossing te kry. Byvoorbeeld $3 + 4 = 7$, dus is $7 - 3 = 4$.
Outers: Fosnot en Dolk (2001)	<ul style="list-style-type: none"> • Dubbel en naby dubbel by aftrek: Wanneer die dubbel van 25 geken word, kan $52 - 25$ maklik opgelos word omdat die leerder weet dat $50 = 25 + 25$. Die leerder weet dat as hy/sy 25 van 52 af wegvat, is die antwoord 25 en nog twee. • Maak spronge van tien agteruit: • Wanneer die leerders in tiene vorentoe en agtertoe op 'n getalrelyn kan beweeg, kan hierdie kennis gebruik word om 'n magtige hoofrekenstrategie te vorm. Voorbeeld: $137 - 84$ kan opgelos word deur 30, dan 50, dan 4, af te trek of deur 20, dan 30, dan 3 by te tel. • Beweeg na die volgende vriendelike tien: 'n Naby verbandhoudende strategie aan spronge van tien is om aan te beweeg na die volgende vriendelike tien en om dan agteruit in tiene te tel. Byvoorbeeld, om $143 - 24$ op te los, beweeg drie terug tot by 140, dan 20 terug tot by 120 en dan 1 terug na 119. • Kanselleer eenderse hoeveelhede: Voorbeeld: $120 - 109 \rightarrow 20 - 9 = 11$ Die twee honderde kanselleer mekaar uit.

Tabel 5.3 (vervolg)

Aftrek	
	<ul style="list-style-type: none"> • Verskil tussen twee getalle: By aftrek dink ons aan die verskil tussen twee getalle eerder as wegneem. Wanneer die som verander word van $39 - 21$ na $40 - 20$, word die verskil tussen die twee getalle vermeerder met twee wat dan verkeerd is. Om die verskil tussen die twee getalle dieselfde te hou moet dieselfde getal by elke getal bygetel of verwyder word. Voorbeeld: $1226 - 189 \rightarrow 1237 - 200$ deurdat 11 by elke getal getel word. • Aan tel teenoor verwydering: • Aftrek hou inherent verband met optel en daarom moet die strategieë en die verband tussen aftrek en optel binne sekere kontekste ontwikkel word. Byvoorbeeld die probleem $62 - 54$ maak meer sin deur van 54 tot by 62 aan te tel as om 54 weg te vat. Wanneer getalle naby aan mekaar is, is dit makliker om aan te tel en wanneer die getalle ver van mekaar af is, is dit makliker om agteruit te werk.
Outeur: English (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • Vermeerder of verminder beide getalle met dieselfde hoeveelheid en dit het nie 'n effek op die antwoord nie: Byvoorbeeld: $81 - 24 = 80 - 23$ • Tel van die laagste tot die hoogste getal en herken die verband tussen optel en aftrek: Byvoorbeeld $75 - 23$: tel van 23 na 75: 23 tot 30 (7) tot 60 (40) tot 75 (5), tel dan bymekaar $7 + 40 + 5 = 52$ dus is $75 - 23 = 52$ Of $75 - 32$: tel van 23 na 73 (50) en dan van 73 na 75 (2); tel dan bymekaar $50 + 2 = 52$; dus is $75 - 23 = 52$. • Herken dat die twee getalle naby mekaar is en tel van die kleinste tot die grootste getal: Byvoorbeeld: $502 - 496$, tel van 496 na 502 of van 502 na 496 en die antwoord is 6.

Volgens Bennett et al. (2010) en Siemon et al. (2011) kan drie konsepte van aftrek by aftrekprobleme betrokke wees: die wegneem-konsep, die vergelyking-van-die-verskil-konsep en die vermiste-optelgetal-konsep. Aftrek is 'n belangrike begrip wat dui op die veralgemening van die verband tussen die modelle en tussen die aksies van wegneem en verskil (Fosnot & Dolk, 2001). Uit Tabel 5.3 blyk dit dat die aftrekstrategieë te doen het met hierdie drie aftrekkonsepte. Siemon et al. (2011) dui verder daarop dat die aftrekkontekste verskuil of deursigtig kan wees. Dit is beter om leerders eers aan situasies bloot te stel waar die bewerking wat vereis word, deursigtig is, voordat hulle aan 'n situasie bekend gestel word waar die bewerking wat vereis word, verskuil is (Siemon et al., 2011). In Tabel 5.3 blyk dit ook dat plekwaarde (soos in die geval van optel) 'n invloed het op die ontwikkeling van aftrekstrategieë. Net soos in die geval van optelstrategieë behoort die GSF-onderwyser 'n duidelike begrip te ontwikkel van hierdie strategieë en daartoe in staat te wees om leerders te help om ook die strategieë te ontwikkel.

Tabel 5.4: Vermenigvuldigingstrategieë

Vermenigvuldiging	
Outeurs: McDermott en Rakgokong (1998)	<ul style="list-style-type: none"> • Tel alles: Die leerder rangskik die voorwerpe in veelvoude en tel alles. • Herhaalde optel: Die leerder doen die som $3 \times 4 = ?$ en rangskik 4 groepe met 3 sade in en tel $3 + 3 = 6 + 3 = 9 + 3 = 12$. • Verdubbeling: Byvoorbeeld 8×6: $2 \times 6 = 12$ en $12 + 12$ is 24 en $24 + 24 = 48$ daarom is $8 \times 6 = 48$. • Tel patrone: Die leerders tel in tweë, drieë, vyfs, neges, ens. • Die gebruik van tiene en halvering: Die leerders doen 4×10 en weet dan $4 \times 5 = 20$ en $20 \times 2 = 40$; daarom is $4 \times 10 = 40$. • Gebruik van omsetting: Die leerder weet dat 6×7 dieselfde is as 7×6. • 'n Bekende kombinasie en optel: Wanneer die leerder die antwoord op 6×7 moet kry, gebruik hy/sy 'n bekende kombinasie om die antwoord te kry: $5 \times 7 + 7$. • Visualisering: Die leerder visualiseer die groepering om die oplossing te vind. • Kennis van bekende kombinasies: Die leerder kan bekende kombinasies oproep.
Outeur: English (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • Vermenigvuldig een getal met 'n spesifieke hoeveelheid en verdeel die ander getal met dieselfde hoeveelheid – dit sal geen effek op die antwoord hê nie: Byvoorbeeld $15 \times 18 = (15 \div 5) \times (18 \times 5) = 3 \times 90$

In Tabel 5.4 word daar minder klem gelê op vermenigvuldigingstrategieë, moontlik omdat daar in die GSF sterker op optel en aftrek gefokus word. Die GSF-onderwyser moet wel daartoe in staat wees om nie net 'n deeglike begrip van optel en aftrek te vorm nie, maar ook van vermenigvuldiging en deling.

Bennett et al. (2010) beskryf vyf ooreenkomstige eienskappe van vermenigvuldiging en optel wat belangrik is vir GSF-onderwyser om te ken: die geslote eienskap van vermenigvuldiging, die identiteitseienskap van vermenigvuldiging, die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging, die assosiatiewe eienskap van vermenigvuldiging en die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging. Elk van hierdie eienskappe word vervolgens vlugtig beskryf.

Geslote eienskap van vermenigvuldiging: Die eienskap stel dat die produk van enige twee telgetalle ook 'n telgetal is. Byvoorbeeld, vir enige telgetal a en b is $a \times b$ 'n unieke telgetal (Bennett et al., 2010).

Identiteitseienskap van vermenigvuldiging: Die getal 1 word die identiteitsgetal vir vermenigvuldiging genoem want wanneer dit met enige ander telgetal vermenigvuldig word, bly die identiteit van die getal onveranderd. Byvoorbeeld, vir enige telgetal b , is $1 \times b = b \times 1 = b$ en 1 is dus 'n unieke identiteitsgetal vir vermenigvuldiging (Bennett et al., 2010).

Kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging: Wanneer die produk van twee getalle bepaal word, kan die twee getalle verwissel (omgeruil) word sonder dat dit die produk van die getalle affekteer. Hierdie eienskap word die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging genoem; byvoorbeeld, vir enige telgetal a en b is $a \times b = b \times a$ (Bennett et al., 2010).

Assosiatiewe eienskap van vermenigvuldiging: In enige produk van drie getalle, kan die middelste getal eerste geassosieer of vermenigvuldig word met enige van die twee getalle aan die buitekant. Hierdie eienskap word die assosiatiewe eienskap van vermenigvuldiging genoem; byvoorbeeld, vir enige telgetal a , b en c is $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ (Bennett et al., 2010).

Distributiewe eienskap van vermenigvuldiging: Wanneer die som van twee getalle vermenigvuldig word met 'n derde getal, kan die twee getalle eers bymekaar getel word en dan met die derde getal vermenigvuldig word, of elke getal van die som kan met die derde getal vermenigvuldig word en daarna word die twee produkte bymekaar getel. Byvoorbeeld, vir enige telgetal a , b en c is $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (Bennett et al., 2010). Neem die volgende voorbeeld:

$$\begin{aligned}
 &2 \times 13 \\
 &= 2 \times (10 + 3) \text{ (uitgebreide notasie)} \\
 &= (2 \times 10) + (2 \times 3) \text{ (distributiewe eienskap)} \\
 &= 20 + 6 \\
 &= 26
 \end{aligned}$$

Hierdie eienskap vorm een van die basiselemente van vermenigvuldiging met twee of meer syfergetalle. Dus, vermenigvuldiging met 234 beteken vermenigvuldiging met 200, met 30 en met 4, en hierdie beginsel word steeds in algebra toegepas (byvoorbeeld: $a(b + c) = ab + ac$).

Tabel 5.5: Verdellingstrategieë

Verdeling	
Outeurs: McDermott en Rakgokong (1998)	<ul style="list-style-type: none"> • Herhaalde aftrek: Al die voorwerpe word getel, in veelvoude gerangskik en weer getel • Herhaalde aftrek tel agteruit in veelvoude: Die leerders tel die voorwerpe agteruit in veelvoude • Om verhoudings te sien: Leerders sien die verband tussen verdubbeling en die oplossing van vermenigvuldigingsprobleme en tussen halvering en die oplossing van deelprobleme. • Herhaalde aftrek: Die leerders trek herhaaldelik af om die oplossing te verkry. • Herrangskikking: Die leerders herrangskik die berekeninge soos $6 \times 7 = 42$ en $42 \div 7 = 6$, dus sien die leerders die verband tussen vermenigvuldiging en deel. • Kennis: Die leerders ken verskeie kombinasies en kan dadelik die oplossing verskaf. • Visualisering: Die leerder visualiseer die probleem en kan die groeperings sien.
Outeur: English (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • Verdeel of vermenigvuldig beide getalle met dieselfde hoeveelheid en dit sal geen effek op die antwoord hê nie: Byvoorbeeld $390 \div 15 = (390 \div 10) \div (15 \div 10) = (39 \times 2) \div (1.5 \times 2) = 78 \div 3$

In Tabel 5.5 – soos in Tabel 5.4 – word daar minder klem op verdellingstrategieë, wat moontlik kan wees omdat daar in die GSF sterker gefokus word op optel en aftrek. Weer eens moet die GSF-onderwyser wel daartoe in staat wees om nie net 'n deeglike begrip van optel en aftrek te vorm nie, maar ook van vermenigvuldiging en deling.

GSF-onderwysers moet ook die verdellingsteorie ken. In die geval van optel en vermenigvuldiging het getalle 'n geslote eienskap, maar in die geval van aftrek en verdeling van telgetalle geld dié eienskappe nie (Bennett et al., 2010). Dit beteken dat die verskil of kwosiënt van twee telgetalle nie altyd 'n ander telgetal is nie (Bennett et al., 2010).

5.3.2.10 Breuke

Die CBMS (2001) vereis dat die GSF-onderwyser kennis van telgetalle, heelgetalle en rasionele getalle, asook bewerkings met hierdie getalle konstrueer. Die GSF-onderwyser moet ook meer as een interpretasie van breuke ontwikkel, byvoorbeeld as 'n gedeelte van 'n hele, as 'n uitdrukking van 'n verdeeldheid, as 'n punt op die getallelyn en as 'n bewerking (CBMS, 2001).

Die GSF-onderwyser moet leer om die verskillende betekenis en voorstellings van breuke te waardeer (Siemon et al., 2011). Hy/sy moet weet hoe om hoeveelhede soos breuke deur diagramme voor te stel (Hill et al., 2005). 'n Konseptuele begrip van breuke word ontwikkel deur probleemoplossing wat op die volgende berus: ervaring in die werklike lewe; die gebruik van fisiese manipuleerders; spreektaal; en geskrewe simbole (McDermott &

Rakgokong, 1998). Breuke het verskillende vorms, naamlik breuke as deel van 'n geheel, breuke as 'n mate, breuke as 'n bewerking, breuke as 'n kwosiënt en breuke as 'n verhouding (Siemon et al., 2011).

5.3.2.11 Hoofrekene

McDermott en Rakgokong (1998) dui aan dat hoofrekene nie altyd in klaskamers die aandag kry wat dit verdien nie. Hulle glo dat wanneer 'n leerder hoofrekene kan doen, sy/haar selfvertroue ontwikkel en die vermoë om oor syfers te redeneer neem toe. Bennett et al. (2010) argumenteer dat hoofrekene belangrik is, omdat dit die maklikste en vinnigste metode is om 'n antwoord te verkry. Om hoofrekene uit te voer, vereis die kombinasie van 'n verskeidenheid vaardighede: die vermoë om verskillende algoritmes te gebruik; die vermoë om plekwaarde te verstaan; en die vermoë om getaleienskappe te gebruik (Bennett et al., 2010). Volgens Bennett et al. (2010) is hoofrekene bruikbaar en 'n voorvereiste vir skatting.

McDermott en Rakgokong (1998) beveel aan dat skatting as 'n unieke verstandelike strategie behoort gebruik te word en deel vorm van hoofrekene. Siemon et al. (2011) beweer dat die vermoë om te skat 'n goed ontwikkelde getalbegrip, kennis van getallefeite en verbande, en 'n begrip van die betekenis van bewerkings vereis. Skatting is dus 'n komplekse vaardigheid wat integrasie van getalle-idees en strategieë vereis (Siemon et al., 2011).

Hoofrekene kan slegs effektief gedoen word wanneer jy toegang het tot die relevante getal feite. Volgens English (2013) is daar 'n verskil tussen die herkenning van getallefeite en hoofrekene. Die herkenning van getallefeite beteken dat somme slegs die vinnige herroeping van antwoorde op eenvoudige kombinasies is. Hoofrekene, daarenteen, beteken dat jy nie die antwoord ken nie en dit eers verstandelik moet uitpluis (English, 2013). Daar word van leerders (en daarom ook van GSF-onderwysers) vereis om sekere getallefeite te ken om uiteindelik hoofrekene effektief te kan doen.

5.3.3 Kennis op die horison

Kennis op die horison verskil volgens Ball en Bass (2008) van kennis van inhoud en die kurrikulum in die sin dat dit meer kennis as 'n bewustheid is – soos 'n ervare toeris eerder as 'n toergids van die wiskundige landskap waarbinne die huidige ervaring en onderrig is. Kennis op die horison is 'n bewustheid van hoe wiskundige temas met mekaar verband hou in die wyer raamwerk van wiskunde soos aangedui in die geskrewe skoolkurrikulum-beleidsdokument (Ball et al., 2008). Dit sluit ook die visie in van die insien van verbande tussen wiskundige idees, die kennis van wat in die toekoms in wiskunde onderrig gaan word

en help om besluite te neem oor hoe wiskunde op die oomblik onderrig moet word (Ball & Bass, 2008).

Die tipe kennis kan die volgende onderrigverantwoordelikhede en -optredes rig: beoordeel die wiskundige belangrikheid van voorstellings; luister na wiskundige belangrikheid van wat leerders sê; antisipeer en lê verbande; neem kennis van en evalueer wiskundige geleenthede; bespeur wiskundige wanpersepsies of moontlike voorlopers van latere wiskundige verwarring of wanvoorstelling (Ball & Bass, 2008). Die huidige konsep van kennis op die horison bestaan uit vier elemente: 1) 'n sin van die wiskundige omgewing wat die huidige posisie van onderrig omsluit; 2) belangrike dissiplinêre idees en strukture; 3) kern wiskundige praktyke; 4) kern wiskundige waardes (Ball & Bass, 2008).

5.3.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Soos aangedui, is al drie soorte kennis wat onder vakinhoudkennis ressorteer belangrik vir die voorbereiding van GSF-onderwysers. Elk van hierdie soorte kennis (of kategorieë volgens hierdie verhandeling) konstrueer 'n standaard in die KPSW's.

Die GSF-onderwyser moet volgens die kategorie 'algemene inhoudskennis' vaardig wees in die doen van wiskunde soos wat van enige persoon in Suid-Afrika met 'n matrieksertifikaat verwag word. Die KPSW's moet die feit dat die GSF-onderwyser algemene kennis van wiskunde behoort te konstrueer, aanspreek.

Volgens die kategorie 'kennis op die horison' moet die GSF-onderwyser nie net die inhoudskenne wat die leerders moet ken nie, maar hy/sy moet reeds die wiskundige konsepte verstaan waarmee leerders eers later te doen gaan kry. Die GSF-onderwyser moet ook beseftig hoe hierdie begrippe wat later gevorm gaan word, sy/haar onderrig van konsepte in die GSF beïnvloed. Die KPSW's moet hierdie verwagtings ten opsigte van die GSF-onderwyser aanspreek.

Soos bevestig deur Morris et al. (2009), is gespesialiseerde vakinhoudskennis die belangrikste en mees omskrewe kennisstandaard. Die KPSW's moet so ontwikkel word dat daar genoeg ruimte is om in detail te beskryf hoe die spesifieke verwagtings ten opsigte van die vermoëns en vaardighede van die GSF-onderwyser (sien Afdeling 5.5.2) aangespreek behoort te word. In die volgende afdeling word pedagogiese inhoudskennis met betrekking tot die getalldomein bespreek.

5.4 Pedagogiese inhoudskennis

Pedagogiese inhoudskennis fokus op voorstellings en persepsies/miskonsepsies aangaande die invloed van wiskundekennis op onderrig (Ball et al., 2008). Pedagogiese inhoudskennis is nie net kennis van die inhoud of kennis van pedagogie nie, maar eerder 'n amalgamasie van kennis van inhoud en pedagogie wat sentraal is tot die kennis wat nodig is vir onderrig (Ball et al., 2008). Pedagogiese inhoudskennis het ook te doen met die manier waarop GSF-onderwysers idees in verstaanbare dele opbreek en konsepte aan leerders verduidelik (Rowland et al., 2009).

Die domein 'pedagogiese inhoudskennis' word verdeel in drie afdelings, naamlik kennis van inhoud en onderrig, kennis van inhoud en leerders, en kennis van inhoud en die kurrikulum. Elk van die afdelings funksioneer as 'n tema in hierdie hoofstuk. Ten einde die dokumente te ontleed en onder die verskillende temas te groepeer, is die volgende definisies as riglyne gebruik.

Kennis van inhoud en onderrig word beskryf as die wiskundekennis van die GSF-onderwyser om leerders tydens wiskundeaktiwiteite te ondersteun en om lesse te beplan sodat interaksie tussen die GSF-onderwyser, vakinhoud en leerders kan plaasvind (Ball et al., 2008).

Kennis van inhoud en leerders word beskryf as die kennis van leerders en die kennis van wiskunde wat met mekaar in verband gebring word (Ball et al., 2008).

Kennis van inhoud en die kurrikulum word beskryf as die kennis wat van leerders verwag word om te leer en ook kennis van verbandhoudende hulpbronne soos handboeke en gepubliseerde planne wat by onderrig gebruik kan word (Ball et al., 2008; Rowland et al., 2009). Dit sluit in kennis van opvoedkundige doelwitte, standaarde, assessering deur die DBE opgestel, graadvlakke, en spesifieke temas soos deur die KABV (DBE, 2011) uiteengesit.

5.4.1 Kennis van inhoud en onderrig

Soos beskryf in Hoofstuk 1, het die rol van onderrig en leer in die afgelope twee dekades verander. Leer is nou meer aktief aangesien die leerder verantwoordelikheid neem vir leer en die GSF-onderwyser nie bloot kennis aan leerders oordra nie. Dit impliseer dat die GSF-onderwyser nou nie net meer kan verduidelik in die klas nie, maar dat hy/sy aktiwiteite moet beplan vir leerders om idees en temas te bespreek om sodoende kennis te konstrueer (Rowland et al., 2009). McDermott en Rakgokong het reeds in 1998 genoem dat onderrig

aktief moet wees en dat leerders betrek moet word om aktief betrokke te wees. Die veranderinge in die rol van onderrig en leer lei tot die aanneem van 'n sosiaal konstruktivistiese pedagogie wat bestaan uit die volgende: stel van waardevolle wiskundige take in die vorm van storieprobleme; ondersteuning van leerders se denke en probleemoplossing; samestelling van diskoerse oor oplossingstrategieë wat leerders gebruik om storieprobleme op te los; die maak van onderrigkeuses oor onderrigprobleme gebaseer op leerders se huidige denke en begrip (Swars et al., 2009). Onderrig verwys na dit wat GSF-onderwysers doen om die leerders se leer te ondersteun (Ball et al., 2008).

GSF-onderwysers rangskik die spesifieke inhoud vir onderrig – hulle kies watter voorbeelde om mee te begin en watter voorbeelde om te gebruik om leerders dieper in die inhoud te neem (Ball et al., 2008). Kennis van inhoud en onderrig sluit die volgende take in: die selekteer en/of ontwerp van onderrigaktiwiteite; identifiseer en werk na 'n wiskundige doelwit van die les; luister na en interpreteer leerders se reaksies; analiseer leerders se werk; onderskei tussen wiskunde en wiskundige praktyk; gebruik foute as 'n waardevolle leergeleentheid; gee aandag aan dubbelsinnige en onbekende woorde; besluit wat om meer presies en duidelik te maak (Ball & Bass, 2008).

Die bespreking in Afdeling 3.3.2 dui daarop dat daar sekere algemene foute is wat leerders maak. Hierdie foute het 'n invloed op die beplanning vir onderrig en die GSF-onderwyser moet weet hoe om sodanige foute deel te maak van die beplanning van 'n les (Ball et al., 2008). Dit sluit in onderrig self, maar ook die beplanning vir lesse, refleksie oor lesse, evaluering van leerders se werk, assessering, verduideliking van klaswerk vir ouers, opstel en bestuur van huiswerk, en aandag gee aan kwessies van gelykheid (Ball et al., 2005; Ball et al., 2008).

Die enigste manier om te bepaal of onderrig plaasgevind het, is wanneer iemand iets geleer het (Siemon et al., 2011). Die GSF-onderwyser moet weet hoe om te assesseer of wiskunde leer wel plaasgevind het, nie net om leerder se prestasie aan te dui nie, maar om onderrig te beoordeel sodat dit verbeter kan word (Siemon et al., 2011). Aangesien dit moeilik is om te toets of die onderrig leerders gehelp het om te leer, behoort die GSF-onderwyser te leer om lesse deeglik te beplan deur duidelike doelwitte te stel (Morris et al., 2009). Die GSF-onderwyser moet lesse beplan volgens die hipotetiese leerkurwe (ook beskryf as 'n landskap) wat bestaan uit groot idees, wiskundige modelle en strategieë wat leerders konstrueer terwyl hulle te doen kry met wiskundige temas (getal, plekwaarde, optel, aftrek, ens.) (Fosnot & Dolk, 2001). Die GSF-onderwyser se rol is om leerders te begelei na nuwe horisonne in die landskap van wiskundige konsepte (Fosnot & Dolk, 2001).

Kamii en Joseph (2004) stel vyf beginsels voor vir die beplanning van 'n les:

- 1) Begin met woordprobleme en laat bewerkings ontwikkel uit die woordprobleme.
- 2) Moet nie vir leerders wys hoe om die probleme op te los nie; moedig hulle aan om hul eie prosedures te ontdek.
- 3) Weerhou van die versterking van korrekte antwoorde en die korrigering van verkeerde antwoorde – moedig die uitruil van verskillende sienings aan tussen leerders.
- 4) Moedig leerders aan om verskillende maniere te ontdek om 'n probleem op te los.
- 5) Moedig leerders aan om te dink eerder as om te skryf.

GSF-onderwysers moet aangemoedig word om fasiliteerders van leer te wees. Hulle moet die leerders bevraagteken en konkrete apparaat, samewerkende leer (groeppwerk) en besprekings gebruik om sodoende die leerders se konstruksies van leer te ondersteun (Fosnot & Dolk, 2001). Die konteks is die beginpunt vanwaar nuwe kennis gekonstrueer moet word (Fosnot & Dolk, 2001). In Engeland is die term 'vakinhoudskennis van GSF-onderwysers in wiskunde' 'n belangrike kwessie – selfs vir beleidsmakers en beleidsdokumente (Rowland & Turner, 2008).

GSF-onderwysers evalueer die onderrigvoordele en -nadele van voorstellings wat gebruik word om 'n spesifieke idee te onderrig, en hulle identifiseer verskillende metodes en prosedures wat positief tot onderrig bydra (Ball et al., 2008). Praktiese voorbeelde in hierdie verband is dat die GSF-onderwyser moet weet watter modelle vir plekwaarde toepaslik is om iets van die aftrekalgoritme aan te dui, en dat hy/sy moet weet wanneer geld nuttig is vir 'n onderrigaktiwiteit, eerder as om teelepels in groepe van tien saam te bind (Ball et al., 2008).

Waar Siemon et al. (2011) die volgende teorieë as leerteorieë voorgestel het, dui McDermott en Rakgokong (1998) dit aan as onderrigteorieë waarvoor die GSF-onderwyser kennis moet konstrueer. Die betrokke teorieë is gedragsleer (behaviourisme) en kognitief-georiënteerde teorieë (konstruktivisme, Piaget se teorie en Vygotsky se teorie). Siemon et al. (2011) wys daarop dat die leerteorieë sekere implikasies vir onderrig het, maar nie 'n onderrigbenadering voorskryf nie. Verder is Siemon et al. (2011) daarvan oortuig dat onderrig deesdae minder geteoretiseer is en as 'n kuns eerder as 'n wetenskap beskou word. GSF-onderwysers se oortuigings ten opsigte van onderrig-leer in wiskunde het 'n invloed op hoe sy/hy onderrig sal gee (Siemon et al., 2011); daarom is dit belangrik dat GSF-onderwysers met beskrywings van verskillende oortuigings te doen kry sodat hulle kan sien hoe dit hul eie onderrigfilosofie beïnvloed.

Rowland et al. (2009) het 'n raamwerk opgestel waarvolgens GSF-onderwysers vakinhoudskennis in die GSF-klaskamer kan bestudeer tydens die studie of observering van lesse om sodoende hul eie wiskundeonderrig te verbeter. Daar word na hierdie raamwerk verwys as die kenniskwartet en dit bestaan uit die volgende vier dele:

- 1) Fundamentele kennis
- 2) Transformasie
- 3) Verbande
- 4) Voorbereidheid vir onvoorsiene gebeure

Fundamentele kennis het betrekking op die vakkennis sowel as oortuigings aangaande wiskunde en pedagogie wat die GSF-onderwyser na die onderrigsituasie bring, en dit kan duidelik gesien word in beide sy/haar beplanning en onderrig. Transformasie verwys na hoe die GSF-onderwyser weet hoe om kennis te verander sodat dit toeganklik is vir leerders (Rowland et al., 2009). Verbande verwys na besluite oor die volgorde en aansluiting deur die GSF-onderwyser sodat die lesse samehangend is en verband hou met die konteks van vorige lesse sowel as met die leerders se kennis (Rowland et al., 2009). Laastens verwys voorbereidheid vir onvoorsiene gebeure na die vermoë om op jou voete te dink en op die onverwagte (dit waarvoor nie beplan is nie) te reageer (Rowland et al., 2009).

Siemon et al. (2011) wys daarop dat onderrig en leer eintlik onafskeidbaar is, dus kan ons tussen leer en onderrig onderskei en dit bespreek, maar ons kan dit nie van mekaar skei nie.

5.4.2 Kennis van inhoud en leerders

Hierdie domein kombineer kennis van leerders en kennis van wiskunde (Ball et al., 2008). GSF-onderwysers moet kan antisipeer wat leerders geneig is om te dink en wat hulle verwarrend, interessant en motiverend mag vind. Wanneer 'n taak gestel word, moet GSF-onderwyser antisipeer wat leerders geneig sal wees om daarmee te doen en wat hulle moeilik of maklik behoort te vind (Ball et al., 2008). GSF-onderwysers moet leerders se onvoltooide en ontluikende denke kan 'hoor' en interpreteer (Ball et al., 2008).

Volgens Siemon et al. (2011) is dit belangrik dat die GSF-onderwyser aan verskeie leerteorieë blootgestel word, sodat die GSF-onderwyser 'n gunstige omgewing kan skep waarbinne leerders kennis kan konstrueer. Die verskillende leerteorieë wat Siemon et al. (2011) voorstel, is die volgende: Piaget se fases van kognitiewe ontwikkeling; Bruner se drie modelle van voorstelling; brein-gebaseerde leer; leer as die verandering van gedrag (behaviourisme); leer as die verandering van denke (sosiale leerteorie, konstruktivisme); leer as die verandering van sosiale deelname; leer as die verandering van breinstrukture, en

uiteindelik die ontwikkeling van 'n eie leerteorie vir wiskunde wat in lyn is met die verwagtings van die land. Hierbenewens is dit ook belangrik dat die GSF-onderwyser 'n begrip sal ontwikkel van die verband tussen die leerteorieë en die praktiese aktiwiteit van leer. Die GSF-onderwyser moet waardering ontwikkel vir die oortuigings van wiskunde en wiskundeleerders wat die leerteorieë onderskraag. Verder voer Siemon et al. (2011) aan dat die GSF-onderwyser diverse leerders tydens die konstruksie van wiskundekennis moet ondersteun. Daar word aanvaar dat GSF-onderwysers bewus moet wees en kennis moet hê van hoe leerders wiskunde leer en hierdie bewustheid en kennis lewer 'n bydrae tot die praktyk van onderrig (Even & Tirosh, 2002).

Wanneer die GSF-onderwyser sin maak van die landskap (leercurve), kan dit die volgende elemente ondersteun: groei van wiskundekennis vir onderrig; keuse van take; interaksie met die leerders; en die gebruik van leerders se terugvoer/response ten opsigte van verdere leer (Sztajn et al., 2012).

Piaget (volgens Kamii & Joseph, 2004; McDermott & Rakgokong, 1998) dui aan dat daar drie soorte kennis is wat leerders moet bemeester, naamlik fisiese kennis (kennis van voorwerpe in die eksterne wêreld); sosiaal-konvensionele kennis (word tydens sosiale interaksie geskep); en logies-wiskundige kennis (bestaan uit verstandelike/kognitiewe verbande).

Daar heers 'n debat in skole aangaande die konsepte 'begrip' teenoor 'memorisering' (Fosnot & Dolk, 2001). Leerders is enersyds toegelaat om op hul vingers te tel en andersyds om geïsoleerde feite te memoriseer (Fosnot & Dolk, 2001). Hoewel leerders eers 'n begrip van wiskundige konsepte behoort te vorm, lei begrip van konsepte nie noodwendig tot outomatisering nie (Fosnot & Dolk, 2001). Die kwessie is nie of die feite uiteindelik gememoriseer word nie, maar eerder hoe dit gememoriseer word – deur dril, oefening en memorisering, of deur te fokus op verbande tussen wiskundige begrippe (Fosnot & Dolk, 2001).

Volgens Fosnot en Dolk (2001) is dit moeilik vir leerders om getalbegrip te ontwikkel, en wanneer leerders 'n begrip vir getalle konstrueer, neem hulle 'n reusestap in die rigting van die matematisering van hul daaglikse leefwêreld. Dit is belangrik dat die leerders eers een-tot-een-ooreenstemming verstaan voordat hulle leer van kardinaliteit (hoeveel). Kardinaliteit word gevolg deur die begrip van eenhede (Fosnot & Dolk, 2001). Dit is verder belangrik dat leerders 'n begrip van hiërargiese insluiting het – dit beteken dat leerders nie net kan tel nie, maar ook begrip het van die waarde van 'n getal (Kamii & Joseph, 2004).

Leerders vorder deur verskillende kenmerkende vlakke in die leerproses van getalle. Van den Heuvel-Panhuizen et al. (2012) het die *learning pathway for numbers* (LPN) beskryf as vier vlakke van numeriese ontwikkeling binne die GSF in Suid-Afrika. Elke vlak beskryf die spesifieke kwaliteite van begrip wat leerders behoort te kan demonstree en wat in onderrig-en-leersituasies aangemoedig en uitgebrei kan word (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2012). Die vlakke is nie rigied vasgestel nie (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2012) en behels ontluikende/groeiende getalbegrip; tel en berekenings; bewerkings; en gevorderde bewerkings.

Ontluikende getalbegrip verwys na die eerste vlak/fase van die LPN en beskryf hoe begrip van getalle gedurende die voorskool en Graad R-jare ontluik. Dit ontwikkel geleidelik en kan onderskei word in twee subvlakke: ontluikende getalbegrip en groeiende getalbegrip. Tel en berekening verwys na getalbegrip soos wat dit in Graad R en Graad 1 ontwikkel. Op hierdie vlak ontwikkel leerders dieper kennis van getalle wat bou op aspekte van getalbegrip in vlak 1. In vlak 3 (Bewerking) bou leerders verder op dit wat hulle in vlak 2 ontwikkel het. Die belangrikste ontwikkeling wat in vlak 3 plaasvind, is dat leerders meer diepgaande kennis van getalle en eienskappe van bewerkings bemeester wat hulle in staat stel om bewerkings te doen. Die fase van ontwikkeling gebeur vir die meeste leerders in Graad 1 en Graad 2. Vlak 4 verwys na die begrip van getal wat leerders aan die einde van die GSF en aan die begin van die Intermediêre fase ontwikkel (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2012). Die leerders bou op hul getalkennis en -begrip wat van vlak 1 tot vlak 3 ontwikkel is, en hulle vorder van tel en berekening en getalgebaseerde berekening tot by meer gevorderde berekening (Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2012).

In Hoofstuk 4 is aangedui dat die GSF-onderwyser in staat moet wees om leerders te leer tel. Gelman en Gallistel (in Rowland & Turner, 2008) meld dat die GSF-onderwyser bepaalde pedagogiese kennis aangaande tel nodig het vir die onderrig van aantal. Die meeste volwassenes vind dit maklik om te tel, daarom veronderstel mense dat die kennis wat nodig is om dit te onderrig algemeen is. Daar is egter navorsing gedoen aangaande die aard van pedagogie van die onderrig van tel (Rowland & Turner, 2008).

Gelman en Gallistel (aangehaal deur Rowland & Turner, 2008) verwys na die volgende beginsels vir die leer van tel:

1. Een-tot-een-ooreenkoms-beginsel:

Vir elke item in 'n versameling is daar een telwoord – maar dit kan nie genoeg wees nie, want kinders kan tel soos volg: 1, 3, 4.

2. Die stabiele-volgorde-beginsel:

Die volgorde van die telwoorde moet altyd dieselfde wees; leerders moet leer om die tradisionele telwoorde te gebruik, maar die opsê van die getalrympie beteken nie noodwendig dat die leerders die een-tot-een-ooreenkoms-beginsel van tel verstaan nie.

3. Die kardinaal-beginsel:

Die kardinaal-beginsel verwys na die idee dat die laaste getal die antwoord is op die vraag 'hoeveel?' Dit word ook genoem die aantal van die versameling.

4. Die abstrakte beginsel:

Dit beteken leerders herken eenhede wat getel kan word, hetsy fisies of abstrak, en hierdie eenhede hoef nie eenders te wees om getel te word nie.

5. Die volgorde-irrelevant-beginsel:

Behels die kennis om te weet dat dit nie saak maak in watter volgorde items getel word nie. Die beginsel beskou tel as 'n poging om 'n antwoord te kry op die vraag 'hoeveel' en nie om voorwerpe te merk nie.

Die GSF-onderwyser behoort te kan identifiseer wanneer die leerders gereed is om bekend gestel te word aan plekwaarde. Siemon et al. (2011) stel voor dat wanneer leerders die volgende kan doen, hulle gereed is om bekend gestel te word aan die konsep plekwaarde: tel vlot in ene tot by 20 en verder; modelleer, lees en skryf getalle tot by 10 deur materiale, diagramme woorde en simbole te gebruik; herken versamelings tot en met 10 sonder om te tel; demonstreer begrip van getalle na tien in terme van 1 tien en nog; en tel groter versamelings in tweë, vyfs en tiens.

McDermott en Rakgokong (1998) identifiseer aktiwiteite wat die GSF-onderwyser met leerders kan doen om breuke bekend te stel, naamlik vou van papier en die gebruik van lengte, water, tyd, stories, 'n pizza, 'n koek of die pennetjiesbord. Die GSF-onderwyser moet tydens hierdie aktiwiteite let op die mondelinge name van breuke en dit vir leerders tydens aktiwiteite aanleer (breukname moenie uit die koppe aangeleer word nie) (McDermott & Rakgokong, 1998). Verder moet die leerders heel laaste aan die simbole van breuke bekend gestel word (McDermott & Rakgokong, 1998).

Siemon et al. (2011) beveel aan dat, in terme van getalle, die GSF-onderwyser moet verstaan watter wiskundige kennis, vaardighede en strategieë jong leerders saam met hulle na die skool bring. Verder moet die GSF-onderwyser ook weet wat betrokke is by die kenniskonstruering van 0 tot 9. Ten opsigte van die bespreking van wiskunde in die klas, dui English (2013) aan dat dit belangrik is om leerders aan te moedig om hul hoofrekenstrategieë te verduidelik, te deel, te vergelyk en te kontrasteer. Dit kan gebeur deur geselsvennote of deur leerders in pare te deel. Die GSF-onderwyser moet in staat wees om vir leerders die strategieë soos aantal, springtel, tel van voorwerpe en groepe aan te leer (Fosnot & Dolk, 2001).

Die GSF-onderwyser moet wiskundig begin dink en wegbeweeg van die gebruik van algoritmes sodat hulle leerders kan help om hoofrekenstrategieë te ontwikkel (Fosnot & Dolk, 2001; Kamii & Joseph, 2004). Wanneer GSF-onderwysers self situasies wiskundig modelleer en oplossings konstrueer, verbande tussen begrippe vorm en hul idees verdedig, dan begin hul siening oor wiskundige pedagogie en die definisie van wiskunde verander (Fosnot & Dolk, 2001). Wanneer hulle reflekteer oor hul eie maniere van leer en hoe dit gefasiliteer is, begin hulle om nuwe oortuigings aangaande wiskunde te vorm (Fosnot & Dolk, 2001). GSF-onderwysers het meer situasie-spesifieke kennis nodig wat hulle kan help om keuses te maak. Dit sluit in kennis oor hoe leerders wiskundige idees en strategieë ontwikkel, en die vermoë om leerders se wiskunde te begryp (Fosnot & Dolk, 2001). Hulle het nodig om wiskunde te verstaan as 'n menslike aktiwiteit om hulle eie leefwêreld te matematiseer (Fosnot & Dolk, 2001).

Die GSF-onderwyser moet kennis van verskillende foute wat leerders maak of wanopvattinge wat leerders koester (Ball & Bass, 2008; Rowland & Turner, 2008) in 'n spesifieke onderrigtema ontwikkel (Ball et al., 2008). Die GSF-onderwyser moet in ag neem wat dit beteken om vir die eerste keer met 'n wiskundige idee te doen te kry of dit te verstaan (Ball et al., 2005). Lawton (2005) wys daarop dat leerders baie tyd spandeer aan aktiwiteite wat te doen het met die getalldomein en dat baie van die temas binne die getalldomein hiërargies aangebied moet word aangesien leerders se vermoë om moeiliker konsepte te verstaan, afhang van hul begrip van vroeëre beginsels in die kurrikulum. Volgens Lawton (2005) maak leerders gereeld foute in die volgende areas van die getalldomein: tel; plekwaarde; geld; breuke; desimale; persentasies; ratio en proporsie; die vier reëls van bewerkings; woordprobleme; en getalpatrone en volgordes.

Die belangrike beginsels aangaande telgetalle wat GSF-onderwysers moet fasiliteer, is een-tot-een-ooreenkoms, kardinaliteit, hiërargiese insluiting (getalle bou op mekaar en elkeen is presies een groter as die vorige getal), kompensasie en gedeelte/heel verhoudings (Fosnot & Dolk, 2001; Kamii & Joseph, 2004). Dit is belangrik om vir leerders te laat ontdek dat die verskil tussen twee opeenvolgende getalle een is, aangesien dit iets is waarmee hulle sukkel (Fosnot & Dolk, 2001).

5.4.3 Kennis van inhoud en die kurrikulum

Volgens Rowland et al. (2009) is kurrikulumkennis daardie kennis wat van leerders verwag word om te leer, asook kennis van verbandhoudende hulpbronne soos handboeke en gepubliseerde planne wat vir onderrig gebruik kan word. Die wiskundekurrikulum speel 'n kritiese rol tydens die beplanning en uitvoer van onderrig (Ball et al., 2008). Die kurrikulum is die reeks programme wat ontwerp is vir die onderrig van spesifieke vakke en temas op 'n spesifieke vlak, dit wil sê die hoeveelheid onderrigmateriaal wat beskikbaar is (Ball et al., 2008). Shulman (in Ball & Bass) dui twee dimensies van kurrikulumkennis aan, naamlik laterale en vertikale kurrikulumkennis. Laterale kennis verwys na kennis wat ooreenkom met kennis in ander vakke waarin leerders onderrig word en vertikale kennis dui op die bekendheid van temas in dieselfde vak wat te doen het met temas wat vroeër of later aan die leerders onderrig word (Shulman in Ball & Bass, 2008). Siemon et al. (2011) argumenteer verder dat die GSF-onderwyser in staat moet wees om die kurrikulum te diversifiseer. Ball en Bass (2008) stel ook dat kennis van inhoud en die kurrikulum het ook te doen met opvoedkundige doelwitte, standaarde, die regering se assessering, graadvlakke en spesifieke temas wat onderrig moet word.

5.4.4 Refleksie oor en effek op die ontwikkeling van KPSW's

Die ontwikkeling van pedagogiese kennis tydens die voorbereiding van GSF-onderwysers is kardinaal, aangesien dit die GSF-onderwyser in staat gaan stel om te kan effektief onderrig al dan nie. Elke een van die verskillende kategorieë van pedagogiese inhoudskennis moet in die KPSW's aangespreek word en soos met vakinhoudskennis vorm elke een van hierdie kategorieë 'n standaard in die KPSW's.

Kennis van inhoud en onderrig vereis van die GSF-onderwyser om die inhoudskennis en kennis van onderrig met mekaar in verband te bring. Die GSF-onderwyser kan moontlik baat by praktiese onderwys en dan volgens die kenniskwartet (soos beskryf deur Rowland et al. (2009)) kennis van onderrig ontwikkel. Die KPSW's moet as 'n praktykstandaard die kennis van inhoud en onderrig aanspreek en daar moet gefokus word op die dinge wat die GSF-onderwyser moet kan doen.

Kennis van inhoud en leerders gaan hand aan hand met kennis van inhoud en onderrig; die twee kan nie van mekaar geskei word nie. Die GSF-onderwyser moet kennis ontwikkel ten opsigte van elke dimensie van die leerder en weet hoe dit onderrigkeuses beïnvloed. Ball et al. (2008) het tereg daarna verwys dat onderrig die ondersteuning van leer behels; dus moet die GSF-onderwyser daartoe in staat wees om leerders te ondersteun sodat leer as 'n resultaat daarvan ontwikkel. Dit kan moontlik gebeur wanneer die GSF-onderwyser voldoen aan die vereistes soos bespreek in die kategorie 'kennis van inhoud en leerders'. Kennis van inhoud en leerders vorm 'n praktykstandaard in die KPSW's.

Kennis van inhoud en die kurrikulum hou nou verband met kennis op die horison. Kennis van inhoud en die kurrikulum vereis nie net dat die GSF-onderwyser sal weet hoe wiskundige temas wat later onderrig word, huidige onderrig beïnvloed nie, maar ook dat die GSF-onderwyser lesse volgens sy/haar kennis van die kurrikulum moet kan beplan. In Suid-Afrika is dit vanweë kurrikulumveranderinge veral belangrik dat die GSF-onderwyser kennis van die kurrikulum ontwikkel, maar nie net kennis van die kurrikulum wat tans geïmplementeer word nie – ook van die kurrikulums wat voorheen geïmplementeer is, kennis van ander lande se kurrikulums, en kennis van hoe, wanneer en hoekom die kurrikulum verander. Die GSF-onderwyser moet nie 'n eng siening van die kurrikulum hê en die kurrikulum slegs as 'n sillabus beskou nie; hy/sy moet al die aspekte van die kurrikulum in ag neem tydens beplanning. Die verwagtings van die GSF-onderwyser ten opsigte van kennis van inhoud en die kurrikulum vorm deel van die praktykstandaarde (KPSW's) wat tans ontwikkel word. In die volgende afdeling word die terugvoer van kenners op die gebied van GSF-wiskundeonderwys bespreek.

5.5 Bespreking van die terugvoer deur kenners op die gebied van GSF-onderwys vir wiskunde

In Addendum C bevat die KPSW's soos dit gestuur is aan die kenners op die gebied van wiskundeonderwys. Hierdie kenners het elkeen 'n verslag opgestel volgens die vrae wat die navorser aan hulle gevra het aangaande die KPSW's. Hul verslae is ontleed en soos in Hoofstuk 3 aangedui, is die volgende kodes aan die data toegeken: relevansie; volledigheid; tekortkomings; onderwyservoorbereiding; leesbaarheid, organisasie; uitleg en taal. Die kodes vorm saam vier temas, naamlik resenteheid, volledigheid, toepaslikheid vir GSF-voorbereiding en funksionaliteit van fisiese uitleg. Terugvoer oor elk van die temas gaan nou in meer detail bespreek word.

5.5.1 Resentheid

Die twee GSF-onderwysers het aangedui dat die KPSW's relevant is vir die Suid-Afrikaanse konteks, veral omdat die KABV (DBE, 2011a) die ontwikkeling van die KPSW's beïnvloed het. Die navorsers van die vier verskillende universiteite het ook aangedui dat die KPSW's relevant is.

5.5.2 Volledigheid

Die twee GSF-onderwysers het aangedui dat al die aspekte van die getalldomein in die voorgestelde KPSW's aangespreek is. GSF-onderwyser 1 het aangedui dat dit belangrik is dat die wiskundige konsepte met ander vakke en leerareas geïntegreer word. GSF-onderwyser 2 het aangedui dat die leerstyle van leerders ook in die standaard aangespreek moet word, en voorgestel dat standaard 4.11 verfyn kan word na "weet hoe om verskillende leerders te bereik ten opsigte van verskeie leerstyle en moontlike geremdheid". GSF-onderwyser 2 het verder aangedui dat die vermoë om apparaat doeltreffend te gebruik, sowel as om effektief te kan assesser, verdere leemtes in die voorgestelde standaard is.

Uit die vier navorsers het, drie aangedui dat al die aspekte van die getalldomein aangespreek is. Navorser 1 het voorgestel dat aangesien dit 'n generiese dokument vir die GSF is, visuele voorstellings vir die verskillende standaard gemaak moet word. Verder het Navorser 1 moontlike probleme voorsien in die vertaling van die voorgestelde KPSW's in al die amptelike tale van Suid-Afrika.

Navorser 2 het aangedui dat daar konseptuele progressie is in die getalldomein self, maar dat daar 'n leemte is in die integrasie daarvan met die ander twee leerareas in die GSF. Volgens Navorser 3 sou dit meer effektief wees om standaard op te stel vir al vyf die inhoudsareas soos aangedui in kurrikulum, aangesien dit moeilik is om te bepaal watter persentasie van 'n kursus slegs op die getalldomein sal fokus en aangesien aspekte van algebraïese denke ook in die getalldomein ingesluit moet word. Vir Navorser 4 sou dit die ideaal wees om verbande tussen die verskillende domeine en wiskundekonsepte aan te dui wanneer KPSW's ook vir die ander domeine van wiskunde ontwikkel is.

Navorser 3 het aangedui dat daar meer spesifieke verwysing gemaak moet word na hoe die *Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications* die voorgestelde standaard se ontwikkeling beïnvloed het. Daar met ook duideliker verwys word na dissiplinêre leer, pedagogiese leer, fundamentele leer, situasionele leer en praktiese leer. Volgens Navorser 3 is die balans tussen inhoud en pedagogie essensieel en kan die praktykstandaard verfyn word om 'n duideliker verband tussen teorie en praktyk aan te dui.

Dieselfde kenner (Navorsers 3) het ook aangedui dat die substandaarde baie lank is en dat sekere van die kolpunte wat in verskillende standaarde herhaal word, eerder onder soortgelyke temas saamgegroepeer behoort te word. Navorsers 4 stem saam met Navorsers 3 dat sekere van die standaarde saamgegroepeer moet word en dit is duidelik deur die volgende direkte aanhaling uit sy/haar terugvoer: "Ek is van mening dat die uitleg van die standaarde verryk kan word indien daar 'n verdere verfyning is, bv. deur tussen onderrigteoretiese en onderrigpraktykgerigte elemente te onderskei in die 4e Standaard. Tans is groter teoretiese (kennis) elemente soos 4.4, 4.5, 4.13, 4.17 ens. ens. versprei tussen ander praktykgerigte (doen) elemente soos 4.16, 4.20 ens. Nog 'n voorbeeld is 5.4 (praktykgerigte element) tussen 5.3 en 5.5 (kognitiewe elemente). Sommige elemente kan agv die spesifieke formulering by meer as een standaard tuishoort, bv. 2.36 wat ook by S5 inpas, en 2.48 by S4. Ander elemente soos 2.40, 2.51 en 2.55 sou beter tuishoort by S5, en 2.52 by S4."

Navorsers 4 dui verder aan dat daar enkele aspekte van die getalldomein nog aangespreek kan word, naamlik beperkende konstruksies (verskil van wanopvatting/miskonsepsies) en kennis van horisontale en vertikale matematisering. Navorsers 4 wys uit dat outeurs/intellektuele eienaars soms ingevoeg en ander kere uitgelaat word, en dat dit liewer konsekwent ingevoeg of weggelaat moet word. Voorbeelde is die telbeginsel van Gelman en Gellistel wat ingevoeg is en geleenthede waar daar na kennistipes verwys is sonder om na die intellektuele eienaar soos Piaget te verwys.

5.5.3 Toepaslikheid vir GSF-voorbereiding

Die twee GSF-onderwysers het aangedui dat die KPSW's voldoende is vir die voorbereiding van GSF-onderwysers in Suid-Afrika, aangesien die verdere nodige kennis en vaardighede eers werklik ontwikkel wanneer die GSF-onderwyser in die praktyk is.

Die vier navorsers het aangedui dat die huidige navorsing onderwyservoorbereiding positief kan beïnvloed. Volgens Navorsers 1 is die KPSW's "a fluid and coherent document for teacher preparation programmes in a fully comprehensive way". Navorsers 2 het aangedui dat die KPSW's kan help om die voorbereiding van GSF-onderwysers in alle universiteite eenvormig te maak, aangesien dit nie tans 'n realiteit in Suid-Afrika is nie. Navorsers 2 sê, "in my view this is ground-breaking research" en dui verder aan dat die studie belangrik is vir die verandering van sillabus deur die DOE en vir ander vakke se sillabusse vir instansies van onderwyservoorbereiding, aangesien die praktykstandaarde in enige GSF-sillabus geïnkorporeer kan word.

Volgens Navorsers 3 het navorsing bewys dat die inhoudskennis en effektiwiteit van die onderwyser beduidende faktore is in die bepaling van onderwyserkwaliteit en leerderprestasie. Navorsers 3 dui aan dat hoewel die KPSW's in kennis- en praktykstandaarde verdeel is om vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis aan te spreek, is dit nie moontlik om alle vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis aan te spreek gedurende die verloop van 'n GSF-onderwyser se voorbereidingskursus nie. Navorsers 3 beklemtoon dus dat sorgvuldige selektering van die fokus nodig is en dat die KPSW's nie net vir die getalldomein ontwikkel moet word nie.

5.5.4 Funkisionaliteit van fisiese uitleg

Die twee GSF-onderwysers het aangedui dat die KPSW's maklik is om te volg en dat dit op 'n samehangende wyse georganiseer is. Volgens GSF-onderwyser 1 is Standaard 2 en Standaard 4 wye begrippe en sou moontlike subopskrifte meer ideaal wees. GSF-onderwyser 2 het aangedui dat die standaarde 'n geheel vorm, maar dat die praktykstandaarde belangriker is as die kennisstandaarde. Hy/sy het verder aangedui dat die uitleg en die voorstelling van die standaarde baie goed is, maar dat daar 'n samevatting aan die einde van die dokument nodig is om aan te dui wat die doel van die standaarde is en hoe die onderskeie standaarde veronderstel is om samehangend te funksioneer.

Twee van die navorsers het ook aangedui dat die KPSW's maklik is om te volg, asook dat die volgorde en die uitleg goed is. Navorsers 2 dui egter aan dat wanneer standaarde ontwerp word, ruimte vir buigsaamheid toegelaat moet word om al die vereiste bevoegdhede aan te spreek. Navorsers 4 het etlike voorstelle gemaak om die funksionaliteit en fisiese uitleg van die KPSW's te verbeter:

- 'n Paar formulerings kan verander/uitbrei/duideliker gestel word.
- In 2.1 behoort die volgorde te wees: telgetalle, heelgetalle, rasionale getalle.
- 2.6 maak melding van die getallelyn – verskeie weergawes van die getallelyn kan gebruik word, dus sou die lidwoord 'n dalk beter gepas wees.
- Die vertaling van “manipuleerders” vir “manipulatives” is nie korrek nie (2.9).
- By 2.57 is dit nie duidelik wat met kriteria vir probleemoplossing bedoel word nie? Is dit 'n verwysing na Polya se model?
- Strategiese kennis (heuristieke) word tans ook beskou as 'n bykomende kennistipe (4.5).
- Die mees resente siening van die gebruik van IKT in onderrig is 'n meer geïntegreerde siening wat bekend staan as vermengde leer (blended learning).
- Nie almal is bekend met die term “Learning Pathway for Number” nie – dit behoort omskryf te word.

5.6 Samevatting

In hierdie hoofstuk is uitgebrei op die betekenis van wiskundekennis vir onderrig met betrekking tot die getalldomein in die GSF. Die verskillende onderafdelings in wiskundekennis vir onderrig is beskryf aan die hand van verskillende artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke. Dit wil voorkom of verskillende navorsers die klem lê op gespesialiseerde inhoudskennis vir die voorbereiding van GSF-onderwysers. Dit is die tema waaraan daar aandag gegee is in die meeste dokumente wat ontleed is. In hoofstuk 5 is die kritiese terugvoer van kenners op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF aangebied. Al die kenners het aangedui dat die huidige navorsing 'n waardevolle bydrae maak tot GSF-onderwyservoorbereiding. Elkeen van die kenners het ook verskeie verbeterings ten opsigte van die KPSW's aangedui.

In Hoofstuk 6 word 'n samevatting van die studie gebied, aanbevelings word gemaak en daar word uitgebrei op geleenthede vir toekomstige navorsing.

HOOFSTUK 6

SAMEVATTING EN AANBEVELINGS

6.1 Inleiding

6.2 Samevatting van die studie

6.2.1 Hoofstuk 1

6.2.2 Hoofstuk 2

6.2.3 Hoofstuk 3

6.2.4 Hoofstuk 4

6.2.5 Hoofstuk 5

6.3 Bevindings van die studie

6.3.1 Bevindings van subvraag 1

6.3.2 Bevindings van subvraag 2

6.3.3 Bevindings van subvraag 3

6.4 Beperkings van die studie

6.5 Aanbevelings vir toekomstige navorsing

6.6 My refleksie oor die studie

6.7 Samevatting

HOOFSTUK 6

SAMEVATTING EN AANBEVELINGS

6.1 Inleiding

In Hoofstuk 5 is die resultate van die artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke wat ontleed is, bespreek in terme van wiskundekennis vir onderrig van die getalldomein. Kritiese terugvoer van kenners op die gebied van GSF-wiskunde-onderwys is ook in Hoofstuk 5 beskryf. In Hoofstuk 6 word 'n opsomming van die studie verskaf en die tema van elke hoofstuk word kortliks beskryf. Sekere van die bevindings en beperkings van die studie word uitgelig, en aanbevelings en moontlike temas vir toekomstige navorsing met betrekking tot die ontwikkeling van KPSW's word voorgestel.

6.2 Samevatting van die studie

6.2.1 Hoofstuk 1

In Hoofstuk 1 is die agtergrond tot die probleem geskets onder die volgende opskrifte: die aard van skoolwiskunde in die GSF-klaskamer (1.3.1); filosofiese en sielkundige beskouings van kennis in die algemeen (1.3.2); kennisverwagtings ten opsigte van die GSF-onderwyser (1.3.3); die ontwikkeling van wiskundekennis vir onderrig (1.3.4); en kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde (1.3.5). Die probleem of leemte dat daar nie KPSW's vir die GSF gedefinieer is nie, word uitgelig in Hoofstuk 1, terwyl die navorsingsmetodologie ook oorsigtelik uitgelê word. Die doel van dié hoofstuk is om as 'n oriëntering te dien vir die hoofstukke wat daarop volg, en gevolglik word daar ten slotte kortliks verwys na die spesifieke hoofstukke wat in die verhandeling voorkom.

6.2.2 Hoofstuk 2

Hoofstuk 2 verskaf die konseptuele raamwerk vir die studie, wat bestaan uit die volgende elemente: interpretivisme, ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika, sosiaal konstruktivisme, wiskundekennis vir onderrig, en perspektiewe van nasionale en internasionale beleidsdokumente. Interpretivisme word beskryf as die paradigma waaruit die navorser die studie benader het, aangesien sy die inligting volgens haar eie ervaring geïnterpreteer het. Tydens die bespreking van die ideologieë van wiskundeonderwys in Suid-Afrika het die navorser aangedui dat dit Suid-Afrika klaarblyklik die progressiewe-opvoeder- en publieke-opvoeder-ideologieë ondersteun. Sosiaal konstruktivisme is uitgewys as die beskrywing van hoe kennis gekonstrueer word. Dit is ook hoe kennis in hierdie studie beskou word, naamlik as 'n sosiale konstruksie wat in 'n sosiale omgewing gekonstrueer word. Die betekenis van wiskunde in die GSF is beskryf met spesiale verwysing na die getalldomein, aangesien dit die inhoudsarea is wat die grootste tydstoedeling kry in die

KABV (2011a). Wiskundekennis vir onderrig is uiteengesit volgens Ball et al. (2008) se beskrywing, waar wiskundekennis vir onderrig verdeel word in twee kennisdomeine, naamlik vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. Die beleidsdokumente wat nasionaal en internasionaal bestudeer is, is kortliks beskryf in dié hoofstuk. Die navorser het ook aangedui waarom die kurrikulumdokumente van verskillende lande naamlik die VSA, Australië en Nederland, gekies is.

6.2.3 Hoofstuk 3

In Hoofstuk 3 is die navorsingsvrae en -doelwitte, asook die navorsingsontwerp en -metodologie beskryf. Die metodologie wat gevolg is, was 'n kwalitatiewe, konseptuele studie waar dokumente in die vorm van beleidsdokumente, artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidingshandboeke versamel is. Die dokumente is deur middel van doelgerigte steekproefmetodes gekies aangesien die dokumente aan sekere kriteria moes voldoen. Die studie is vanuit 'n interpretatiewe navorsingsparadigma benader, waar die navorser die data geïnterpreteer het en betekenis daaruit geskep het in die vorm van voorgestelde KPSW's. Die dokumente is ontleed deur middel van inhoudsanalise. In Hoofstuk 3 word die geloofwaardigheid en betroubaarheid van die studie, asook die navorser se rol en etiese oorwegings bespreek.

6.2.4 Hoofstuk 4

Hoofstuk 4 verskaf die bevindings en interpretasie van nasionale en internasionale beleidsdokumente. Die navorser het begin en die nasionale konteks geskep deur te verwys na die graad Baccalaureus Educationis, die betekenis van die term 'standaarde' in die Suid-Afrikaanse konteks, die vereistes vir die voorbereiding van GSF-onderwysers, en die tipe leerder wat deur die KABV in die vooruitsig gestel word. Die nasionale konteks is nodig, aangesien dit deel van die basis van die KPSW's gevorm het. In Hoofstuk 4 is die resultate van die volgende vergelykings voorsien: Vergelyking van algemene onderwyservoorbereidingstandaarde; vergelyking van die geskrewe skoolkurrikula; en vergelyking van die standaarde vir wiskundeonderwys.

Die vergelyking van algemene onderwyservoorbereidingstandaarde het aangedui hoe die fisiese uitleg van sodanige standaarde daar uitsien en het ook daarop gewys dat verskillende temas belangrik is vir die voorbereiding van onderwysers. Voorbeelde hiervan is kennis van leerders; kennis van die inhoud; onderrig; leeromgewing; assessering; professionele leer en ontwikkeling; en professionele betrokkenheid.

Die vergelyking van die geskrewe skoolkurrikula het verskillende onderafdelings van die getalldomein uitgewys. Hierdie onderafdelings is soos volg: getalbegrip; beredenering en regverdiging van antwoorde; hoofrekene; geld; probleemoplossing; plekwaarde; breuke; bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldig en deel); en algemene strategieë. Hierdie onderafdelings van die getalldomein het die KPSW's beïnvloed in die sin dat dit 'n aanduiding verskaf het van die bepaalde temas aangaande die getalldomein waarin die GSF-onderwyser wiskundekennis vir onderrig moet ontwikkel.

Wiskundestandaarde vir die voorbereiding van GSF-onderwysers is ontleed volgens Ball et al. (2008) se raamwerk van wiskundekennis vir onderrig. Die volgende temas is beskryf: algemene inhoudskennis; kennis op die horison; gespesialiseerde inhoudskennis; kennis van inhoud en leerders; kennis van inhoud en onderrig; en kennis van inhoud en die kurrikulum.

6.2.5 Hoofstuk 5

Hoofstuk 5 bied die resultate van artikels, navorsingsverslae en onderwyservoorbereidings-handboeke se beskrywing van wiskundekennis vir onderrig, asook 'n verwysing na die akademiese voorbereiding van GSF-onderwysers. Hierna volg 'n bespreking van die nodige wiskundekennis vir onderrig in die GSF in terme van die getalldomein met spesifieke verwysing na algemene inhoudskennis, gespesialiseerde inhoudskennis, kennis op die horison, kennis van inhoud en onderrig, kennis van inhoud en leerders, en kennis van inhoud en die kurrikulum. Dié resultate het gelei tot die verfyning van die voorgestelde KPSW's.

In Hoofstuk 5 is die kritiese terugvoer van kenners op die gebied van wiskundeonderwys in die GSF bespreek aan die hand van verskillende temas, naamlik resenteid, volledigheid, toepaslikheid vir GSF-onderwyservoorbereiding, en funksionaliteit en fisiese uitleg. Die kenners het almal aangedui dat die voorlopige KPSW's resente en van toepassing op die Suid-Afrikaanse konteks is. Die navorsers was opgewonde oor die studie en het dit beskryf as onder andere "interessant", "potential to be of benefit to those involved in Foundation Phase teacher education programmes" en "ground-breaking". Die kenners op die gebied van wiskunde-onderwys is gevra om tekortkominge aan te dui en sodanige leemtes word dus in Hoofstuk 5 aangedui.

6.3 Bevindings van die studie

Die studie was 'n verkennende ondersoek met die primêre doelwit om 'n voorlopige dokument op te stel wat die kennis- en praktykstandaarde vir die getalgedomein met die oog op die voorbereiding van Grondslagfase-onderwysers beskryf. Die navorsingsvraag wat gestel is om die doelwit te bereik, was soos volg: "*Watter kennis- en praktykstandaarde vir die getalgedomein is relevant vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers?*"

Etlike van die bevindings van die verskillende navorsingsvrae word hieronder gelys om aan te dui hoe die verskillende subvrae in hierdie studie beantwoord is. Die subvrae het uiteindelik die primêre navorsingsvraag beantwoord.

6.3.1 Bevindings van subvraag 1

Hoe beskryf nasionale en internasionale beleidsdokumente die vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getalgedomein in die grondslagfase te onderrig?

Bevindings ten opsigte van **vakinhoudskennis** wat van die GSF-onderwyser verwag word:

- Die GSF-onderwyser moet beskik oor gegronde vakkennis en die vermoë om effektief te kommunikeer in terme van die vak wat hy/sy aanbied.
- Die GSF-onderwyser moet beskik oor gegronde kennis oor die volgende onderafdelings van die getalgedomein: getalbegrip; beredenering en regverdiging van antwoorde; hoofrekenre; geld; probleemoplossing; plekwaarde; breuke; bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldig en deel) en algemene strategieë.
- Die GSF-onderwyser moet kennis van die getalgedomein bemeester waarvoor leerders nie hoef te beskik nie, soos magte, negatiewe eksponente, wortels, priemgetalle, rasonale getalle, irrasionele getalle, reële getalle en desimale.
- Die GSF-onderwyser moet nie net 'n getalbegrip hê nie, maar gespesialiseerde kennis van die verskillende onderafdelings van die getalgedomein. Hy/sy moet byvoorbeeld die vermoë hê om verbande tussen wiskundige konsepte te trek; om die struktuur van getalle te verstaan; om bewerkings te doen deur gebruik te maak van die eienskappe van optel, vermenigvuldiging en ander bewerkingsstrategieë; en om deur voorstellings en modelle van wiskundige konsepte tydens onderrig van wiskunde konsepte te benut.
- Die GSF-onderwyser moet bewerkings kan doen deur die gebruik van standaard algoritmes en IKT en hy/sy moet dit ook daarsonder kan doen.

- Vakinhoudskennis behels verder dat die onderwyser verbande kan insien tussen wiskunde en ander vakke, asook sal weet waar die wiskundige begrippe wat hy/sy onderrig in die breë wiskundekurrikulum inpas.
- Vakinhoudskennis vereis dat die GSF-onderwyser tydens die oplos van probleme bewerkings kan verifieer en beredeneer, en dat hy/sy oplossingstrategieë kan kies en vir akkuraatheid kontroleer.
- Die gebruik van wiskundetaal is ook belangrik vir die volgende: uitspraak; skryfwyse; betekenis van getalle; simbole; verbande; heelgetalle; formele taal; bewerkings; plekwaarde; desimale getalle; en heelgetalle. Die GSF-onderwyser ken die skryfwyse van die volgende: negatiewe getalle; simbole groter en kleiner as; wortelteken; magte; breuke; en desimale getalle.

Bevindings ten opsigte van **pedagogiese inhoudskennis** wat van die GSF-onderwyser verwag word:

- Die onderwyser moet kennis dra oor hoe om vak te onderrig, hoe om inhoud te kies, te orden en wanneer om watter inhoud aan te bied; asook van wie die leerders is en hoe hulle leer.
- Die onderwyser moet beskik oor hoogs ontwikkelde geletterdheids-, gesyferdheids- en inligtingstechnologievaardighede.
- Die onderwyser moet die skoolkurrikulum en die gespesialiseerde inhoud kan uitpak, beskikbare hulpbronne toepaslik benut en beplan, en geskikte leerprogramme kan ontwerp.
- Die onderwyser moet alle leerders tydens onderrig insluit; en leerders op betroubare en uiteenlopende maniere assesser en onderrig. Gevolglik moet hy/sy sy/haar leer en onderrig op grond van assesseringsresultate kan aanpas.
- Pedagogiese inhoudskennis vereis kennis van leerteorieë wat relevant is tot wiskundeonderrig; kennis van die ontwikkeling van die leerders; kennis van die leerders (verstandelike voorstellings van die inhoud, voorafopgestelde idees, miskonsepsies, foute, leerkurwe, sosiale en kulturele kontekste, maniere waarop hulle leer); en kennis van die vermeerdering van leergeleenthede. Dit stel hoë standaarde vir elke leerder, maar ontwikkel selfgerigte leerders wat wiskunde geniet.
- Die GSF-onderwyser moet leerders betrek by aktiewe leer, en self entoesiasties wees oor die aanleer en fasiliteer van wiskunde.
- Die onderwyser moet IKT gebruik tydens die onderrig en ontdekking van wiskundekonsepte, bewus wees van effektiewe onderrig- en leerstrategieë en -tegnieke

vir wiskunde, leerervarings beplan wat geleenthede bied vir spontane, selfgerigte leer, en leerders se houdings teenoor wiskunde positief bevorder.

- Die onderwyser moet wiskundige denke, hoofrekene en redenering modelleer, kennis toon van die wiskunde toepaslik tot die graad waarin leerders is, en oor kennis van inhoud beskik ten opsigte van onderrighulpbronne en -strategieë soos die volgende: volgorde van temas, verskeie voorbeelde, metafore, modelle, take, asook hulpmiddels en tegnologieë wat gebruik word.

6.3.2 Bevindings van subvraag 2

Hoe beskryf nasionale en internasionale navorsingsdokumente die vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis wat nodig is om die getallemein in die grondslagfase te onderrig?

Bevindings ten opsigte van **vakinhoudskennis** wat van die GSF-onderwyser verwag word:

- Die GSF-onderwyser behoort algemene kennis te toon van die verskeie subafdelings van die getallemein deur getalle te kan gebruik en bewerkings suksesvol te kan uitvoer.
- Die GSF-onderwyser behoort gespesialiseerde kennis te ontwikkel van die volgende temas: verduideliking van wiskundekonsepte; aanwending van bruikbare modelle, voorstellings en manipuleerders om wiskundekonsepte duidelik te maak; ontleding van leerders se foute en nie-standaardmetodes; gebruik van korrekte wiskundetaal tydens die verduideliking van wiskundekonsepte; gespesialiseerde kennis van probleemstelling, beredenering, getalbegrip, plekwaarde, bewerkings, breuke en hoofrekene.
- Die GSF-onderwyser behoort wiskundekennis op die horison te ontwikkel deur te weet hoe die wiskundelandskap lyk, watter wiskundige begrippe later ontwikkel gaan word en hoe dit die huidige wiskundige take beïnvloed.

Bevindings ten opsigte van **pedagogiese inhoudskennis** wat van die GSF-onderwyser verwag word:

- Die GSF-onderwyser behoort kennis van die inhoud en onderrig van wiskunde te ontwikkel. Die beskouing van onderrig het oor die afgelope dekades van behaviouristies na sosiaal konstruktivisties verander en dit is nodig dat die GSF-onderwyser kennis konstrueer oor hoe om leerders aktief betrokke te maak. Die GSF-onderwyser behoort ook 'n selfgerigte leerder te wees en te weet hoe om selfgerigte leerders te ontwikkel. Daar is 'n noue verband tussen pedagogiese inhoudskennis en gespesialiseerde inhoudskennis aangesien albei tipes kennis van voorstellings en modelle insluit.

Gespesialiseerde inhoudskennis verwys na die onderwyser wat moet weet watter voorstellings en modelle beskikbaar is en in watter situasie watter een die geskikste is vir 'n spesifieke les op grond van die pedagogiese waarde.

- Kennis van inhoud en leerders kombineer die kennis van leerders en die kennis van wiskunde en die GSF-onderwyser moet vooraf antisipeer hoe leerders se reaksie sal wees. Kennis van inhoud en leerders betrek ook kennis van leerteorieë, ontwikkeling van die leerders, kennis van die diverse agtergronde van leerders, die wete hoe leerders spesifieke begrippe van die getalldomein konstrueer en hoe dit voel om vir die eerste keer aan 'n tema bekendgestel te word, en die ontwikkeling van 'n repertoire van leerders se foute/miskonsepte. Daar is 'n noue verband tussen kennis van inhoud en leerders en gespesialiseerde inhoudskennis aangesien albei tipes kennis van leerders se foute insluit. Gespesialiseerde inhoudskennis verwys na die ontleding van foute in die daaglikse omgewing, terwyl kennis van inhoud en leerders verwys na die onderwyser se bewustheid van algemene foute en wanopvattinge van leerders, en sy/haar vermoë om vooraf 'n les te beplan wat sulke algemene foute en wanopvattinge aanspreek.
- Die GSF-onderwyser behoort ook kennis van inhoud en die kurrikulum te ontwikkel in terme van verskeie hulpbronne en IKT. Hy/sy moet kennis konstrueer van die kurrikulum in Suid-Afrika soos dit toepaslik is op die graad waarin die leerders is, maar ook van fases vóór en ná die GSF om vertikale kennis van wiskunde te ontwikkel. Die GSF-onderwyser behoort ook kennis ontwikkel van kurrikulums in ander lande sodat hy/sy aan internasionale eise kan voldoen.

6.3.3 Bevindings van subvraag 3

Hoe kan die kennis- en praktykstandaarde wat nodig is vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers in die getalldomein beskryf word?

Hoofstuk 4 en Addendum C bied die voorlopige KPSW's wat in die studie ontwikkel is. Die standaard is geskryf deur Ball et al. (2008) se raamwerk vir wiskundekennis vir onderrig te gebruik. Die volgende ses hoofstandaarde word geïdentifiseer:

- Standaard 1: Algemene inhoudskennis

Die grondslagfase-onderwyser het 'n duidelike begrip van die algemene inhoudskennis met betrekking tot die getalldomein.

- Standaard 2: Gespesialiseerde inhoudskennis

Die grondslagfase-onderwyser het 'n gespesialiseerde begrip van die getalldomein.

- Standaard 3: Kennis op die horison

Die grondslagfase-onderwyser verstaan hoe wiskundige temas van die getalgedomein binne die grondslagfase-jaargroepe met mekaar verband hou, asook hoe dit met wiskundige temas in ander fases verband hou.

- Standaard 4: Kennis van inhoud en onderrig

Die grondslagfase-onderwyser kan lesse beplan en weet hoe om die getalgedomein te onderrig.

- Standaard 5: Kennis van inhoud en van die leerders

Die grondslagfase-onderwyser ken die grondslagfase-leerders en weet hoe hulle die getalgedomein leer.

- Standaard 6: Kennis van inhoud en die kurrikulum

Die grondslagfase-onderwyser verstaan die Suid-Afrikaanse kurrikulum, asook internasionale tendense in die skoolkurrikulum aangaande die getalgedomein.

Die kenners wat by hierdie studie betrek is, het verbeterings aan die voorlopige KPSW's voorgestel wat die volgende insluit:

- Die integrasie van KPSW's met ander leerareas en vakke;
- Die aanspreek van leergeremdheid;
- Die vermoë om apparaat doeltreffend te gebruik;
- Effektiewe assessering;
- Visuele voorstellings van die standaarde;
- Die vertaling van die KPSW's na ander amptelike tale;
- Ontwikkeling van KPSW's vir die vyf inhoudsareas van wiskunde;
- Die insluiting van algebraïese denke;
- Meer spesifieke verwysing na die *Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications*;
- Balans tussen inhoud en pedagogie;
- Onderskeid tussen onderrigteoretiese en onderrigpraktykgerigte elemente;
- Kenniskonstruksies van wanopvattinge/miskonsepsies asook kennis van horisontale en vertikale matematisering.

In die volgende afdeling word die beperkings van die studie bespreek.

6.4 Beperkings van die studie

Die studie is beperk deur vier hoofkategorieë wat elkeen kortliks beskryf word.

- Gebrek aan plaaslike navorsing oor leerders se kenniskonstruering: Daar is nie genoeg navorsing gedoen in die Suid-Afrikaanse konteks oor hoe leerders in die GSF kennis konstrueer in terme van die getalldomein nie. Verder is daar is maar 'n beperkte aantal studies beskikbaar oor wiskundekennis vir onderrig in die GSF.
- Gebrek aan plaaslike navorsing oor GSF-onderwysers se kenniskonstruering: Daar is nie voldoende navorsing gedoen is oor hoe GSF-onderwysers tydens hul voorbereiding vir die onderwyspraktiek by 'n universiteit kennis konstrueer nie.
- Gebrek aan terugvoer: Nie al die kenners op die gebied van GSF-wiskundeonderwys wat aangedui het hulle aan die navorsing gaan deelneem, het terugvoer verskaf nie. Die ideaal sou wees dat ten minste een navorser by elke universiteit die standarde kon evalueer.
- Gebrek aan tyd: Tyd is 'n beperkende faktor en daarom kon die studie nie die finale weergawe van die KPSW's voorsien nie.

6.5 Aanbevelings vir toekomstige navorsing

Alhoewel wiskundekennis vir onderrig in beperkte mate in die Suid-Afrikaanse konteks (veral in die GSF) ondersoek is, dien die studie as 'n verkennende ondersoek met die oog op die beskrywing van KPSW's. Die invloed wat KPSW's op die moontlike verbetering van GSF-onderwyservoorbereiding in Suid-Afrika kan hê, is onbekend. Moontlike aspekte waarvoor navorsing in die toekoms gedoen kan word, word vervolgens gelys:

- Verbetering van die beskrywing van KPSW's en verdere verfyning van die voorlopige KPSW's deur ander menings te verkry en die KPSW's in die praktyk te evalueer.
- Verskillende metodologieë waarop KPSW's ontwikkel kan word om uiteindelik die beste een vir die situasie en konteks te kies .
- Hoe leerders in verskeie kontekste in Suid-Afrika kennis konstrueer op grond van die verskillende onderafdelings van die getalldomein.
- Hoe GSF-onderwysers tydens hul voorbereidingsjare aan universiteit kennis konstrueer op grond van die verskillende onderafdelings van die getalldomein
- Die agtergrond van GSF-onderwysers tydens hul intreejare in wiskundeonderrig in die GSF.
- Uitbreiding van die KPSW's om die vyf inhoudsareas van wiskunde soos uiteengesit deur die KABV (DBE, 2011a) aan te spreek.

- Die invloed van KPSW's op die verbetering van GSF-onderwyseropleiding om uiteindelik leerders se prestasie positief te beïnvloed.
- Hoe GSF-onderwysers se oortuigings van wiskunde hul kenniskonstruering tydens onderwyservoorbereiding beïnvloed.
- Uitbreiding van die KPSW's sodat daar integrasie tussen wiskunde en ander vakke in die GSF is.
- Vertaling van die KPSW's in al die amptelike tale van Suid-Afrika.
- Meer duidelikheid aangaande assessering en die gebruik van aparate.
- Leerderemdhede wat ten opsigte van wiskunde in die Suid-Afrikaanse konteks voorkom. Indien wel, of dit met die leerder of onderrig verband hou, en watter standarde ontwikkel moet word sodat GSF-onderwysers leerderemdhede in wiskunde in die klaskamer kan aanspreek.
- Toepaslike vermengde leer (meer as net IKT) en die kennis wat die GSF-onderwyser nodig het om wiskunde in die Suid-Afrikaanse konteks te onderrig.

6.6 My refleksie oor die studie

In hierdie afdeling wil ek graag drie aspekte uitlig wat ek duidelik opgemerk het.

Met die aanvang van my navorsing het ek elke afsonderlike afdeling van wiskundekennis vir onderrig (soos beskryf deur Ball et al., 2008) as 'n aparte eenheid gesien en nie as 'n geheel nie. My siening van wiskundekennis vir onderrig het gegroei en verander tot waar ek wiskundekennis vir onderrig nou beskou as 'n multidimensionele bril met verskillende kleure lense, waar die lense of een vir een, of in pare, of in verskillende groeperings saam, of alles tesaam ingesit kan word om na dieselfde begrip te kyk. Elkeen van die lense of verskeie groeperings van lense verskaf 'n nuwe dimensie van die wiskundebegrip/-konsep. Laat my toe om 'n voorbeeld te gee van hoe die multidimensionele bril gebruik kan word om na tel in Graad 1 te kyk.

Wanneer ek die lens van 'algemene inhoudskennis' in die bril sit, dan beteken dit dat ek self kan tel en verstaan wat dit beteken om te tel. Ek kan tel in die daaglikse omgewing gebruik deur my kleingeld te tel of wanneer ek koffie maak vir gaste. Ek kan tel hoeveel gaste koffie wil drink; ek kan ook tel hoeveel leerders in die klas teenwoordig is en verder kan ek insien dat wanneer 'n leerder 1, 3, 4,... tel, dat hy/sy 2 mis getel het. Wanneer ek egter die lens van 'kennis op die horison' hierby insit, kyk ek na tel met die begrip dat leerders vir die res van hul lewens moet kan tel en dat daar progressie van tel is. Dit beteken dat leerders elke jaar daartoe in staat moet wees om verder as die vorige jaar te kan tel.

Hierdie kennis op die horison hou ook nou verband met kennis van inhoud en die kurrikulum. Na my mening is laasgenoemde meer noukeurig, aangesien die GSF-onderwyser weet dat die leerder aan die einde van Graad 3 in Suid-Afrika tot 1 000 moet kan tel. Hierbenewens verstaan die GSF-onderwyser watter verskillende hulpbronne hy/sy tydens tel kan gebruik (bv. die honderdkaart, die getallelyn en tellers). Dit vereis verder om te weet watter waardes die verskillende hulpbronne inhou, wat dan weer nou verband hou met gespesialiseerde inhoudskennis en kennis van inhoud en die leerders.

Gespesialiseerde inhoudskennis vereis dat die GSF-onderwyser die verskillende voorstellings vir tel ken en die foute kan ontleed wat leerders tydens tel in die klaskamer maak. Kennis van inhoud en die leerders vereis dat die GSF-onderwyser algemene wanopvattinge oor tel moet ken en weet wat die een-tot-een-beginsel en hiërargiese insluiting beteken. Hy/sy moet ook weet wat om te doen wanneer leerders dit nie verstaan nie. Verder moet die GSF-onderwyser teorieë oor tel ken om te weet hoe leerders getalbegrip ontwikkel deur te tel. Laastens moet die GSF-onderwyser die lens van kennis van inhoud en onderrig insit om verskillende voorstellings teenoor mekaar op te weeg en te besluit wanneer om watter voorstellings te gebruik om te tel. Hy/sy moet lesse beplan deur al die genoemde soorte kennis in ag te neem. Die GSF-onderwyser moet dus metakognitief oor die verskillende tipes kennis reflekteer en sien hoe elkeen hiervan die lesbeplanning en lesaanbieding beïnvloed. Hierdie verskillende soorte kennis smelt saam in een geheel, maar behou verskillende uitkykpunte na verskillende wiskundebegrippe/wiskundekonsepte in die getalgedomein.

Namate ek gelees en gedink het oor kennis en wiskundekennis vir onderrig, het ek myself afgepra – as ons al hierdie wonderlike dinge weet van wiskunde, hoe om leerders aktief te betrek in die klas, en watter voordele aktiewe leer het, waarom wil dit voorkom asof GSF-onderwysers dit nie doen nie? (Ek dink aan my eie ervaring tydens praktiese onderrig of my waarneming terwyl ons navorsing vir die projek gedoen en onderrig geobserveer het terwyl hulle klasgee.) Ek het besef dat ons elkeen sekere oortuigings het, en dat – hoewel ek nie veel aandag in hierdie verhandeling aan oortuigings gegee het nie – ek tog hier aan die einde van my studie dink dat dit 'n veld is waarvoor navorsing gedoen moet word. Myn insiens moet ondersoek ingestel word na die invloed van GSF-onderwysers se oortuigings op die konstruering van kennis en ervaring soos voorgestel deur die KPSW's. Ek het ook begin dink dat vrese vir wiskunde dalk verband hou met oortuigings aangaande wiskunde. Wat nog verder interessant kan wees, is om te sien of die vrese vir wiskunde minder sal

word en of dit 'n invloed sal hê op onderrig indien die GSF-onderwysers se kennisbasis van wiskunde op universiteit goed ontwikkel word.

Die laaste punt wat ek wil aanraak, is dat ek tydens die ontwikkeling van die KPSW's opgemerk het dat gespesialiseerde inhoudskennis dié kennis is wat die onderwyser se spesifieke kennisbasis aanspreek. Dit lê myns insiens grootliks die fondasie van wiskundekennis vir onderrig, omdat dit verbandhoudende netwerke van wiskundebegrippe vereis. Ek is daarvan oortuig dat as hierdie basis so sterk as moontlik gelê word, die ander kennis soos 'n huis daarop gebou sal kan word. Gespesialiseerde inhoudskennis gee selfvertroue, wat die GSF-onderwyser in staat sal stel om die storms van praktyk-skok te hanteer. Verder is ek oortuig dat hierdie die kennis is wat die GSF-onderwyser se eie onsekerhede aanspreek en diepgaande leer van wiskunde veroorsaak. As gespesialiseerde inhoudskennis goed ontwikkel word, sal dit die konstruering van die ander afdelings van kennis vergemaklik.

6.7 Samevatting

In Hoofstuk 6 word 'n samevatting van die studie verskaf deurdat elke hoofstuk wat in die verhandeling voorkom, opgesom is en die hooftrekke daarvan aangedui is. Die navorsingsvrae en die verskillende bevindings is aangebied, met elke subvraag wat kortliks beantwoord is. Subvraag 1 is in meer detail beantwoord in Hoofstuk 4, terwyl subvrae 2 en 3 in Hoofstuk 5 beantwoord is. Die voorlopige KPSW's wat ontwikkel is, word volledig in Addendum C gelys. Die navorser het vier beperkings geïdentifiseer, naamlik te min kennis in Suid-Afrika oor hoe Suid-Afrikaanse leerders kennis konstrueer; beperkte navorsing oor hoe Suid-Afrikaanse GSF-onderwysers tydens hul voorbereidingsjare kennis konstrueer; nie al die deelnemers wat so aangedui het, het uiteindelik deelgeneem nie; en tyd. Ten slotte is aanbevelings gemaak vir toekomstige navorsing.

Verwysings

- Accountability and Curriculum Reform Effort. (2012). *Common core state and NC essential standards*. Retrieved from <http://www.ncpublicschools.org/acre/standards/>
- Adams, T. L. (1998). Prospective elementary teachers' mathematics subject matter knowledge: The real number system. *Action in Teacher Education*, 20(2), 35-48.
- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- African Development Bank Group. (2013). *Educational standards and technical and vocational education and training*. Retrieved from <http://www.afdb.org/en/projects-and-operations/project-portfolio/project/p-bw-iaz-001/>
- Askew, M. (2008). Mathematical discipline knowledge requirements for prospective primary teachers, and the structure and teaching approaches of programs designed to develop that knowledge. In P. Sullivan, & T. Wood (Eds.), *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 13-35). Rotterdam: Sense Publishers.
- Australië. The Australian Association of Mathematics Education. (2006). *Standards for excellence in teaching mathematics in Australian schools*. Retrieved from www.aamt.edu.au/content/download/499/2265/file/standxhtm.pdf
- Australië. Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority. (2013). *The Australian curriculum: Mathematics*. Retrieved from <http://www.australiancurriculum.edu.au/Print/PdfOptions>
- Australië. Australian Institute for Teaching and School Leadership. (2011). *National professional standards for teachers*. Retrieved from http://www.aitsl.edu.au/verve/resources/AITSL_National_Professional_Standards_for_Teachers.pdf

- Babbie, E., Mouton, J., Vorster, P., & Prozesky, B. (2001). *The practice of social research*. Cape Town: Oxford University Press Southern Africa.
- Bair, S. L., & Rich, B. S. (2011). Characterizing the development of specialised mathematical content knowledge for teaching in algebraic reasoning and number theory. *Mathematical Thinking in Learning*, 13(4), 292-321.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik, Oldenburg.
- Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2010). What does it take to make a teacher. *Kappan*, 92(2), 8-12.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14-17; 20-22; 43-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Bantwini, B. D., & King-McKenzie, E. (2011). Some issues that teachers are confronted with: A case of the United States of America and South Africa. *Journal of Emerging Markets*, 3, 361-374.
- Bennett, A. B., Burton, L. J., & Nelson, L. T. (2010). *Mathematics for elementary teachers: A conceptual approach* (8th ed.). Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- Bloch, G. (2009). *The toxic mix: What's wrong with South Africa's schools and how to fix it*. Cape Town: NB Publishers.
- Buijs, K., Klep, J., & Noteboom, A. (2009). Kerndoelen rekenen/wiskunde. Retrieved from <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-KDRekenenWiskunde.html>
- Charlesworth, R., & Leali, S. A. (2012). Using problem solving to assess young children's mathematics knowledge. *Early Childhood Education Journal*, 39, 373-382.
- Check, J., & Schutt, R. K. (2012). *Research methods in education*. Los Angeles: Sage.

- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Conference Board of the Mathematical Sciences. (2001). *The Mathematical Education of Teachers*. Providence RI and Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America. Retrieved from http://www.cbmsweb.org/MET_Document/
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Dolya, G. (2010). *Vygotsky in action in the early years: The 'key to learning' curriculum*. London: Routledge.
- Dossey, J. A. (1992). The nature of Mathematics: Its role and its influence. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 39-48). New York: Macmillan.
- Du Preez, P. (2010). *Research designs*. PowerPoint presentation at a RESF 411 lecture at North-West University Potchefstroom Campus, Potchefstroom.
- Economist Intelligence Unit. (2012). *The learning curve lessons in country performance in education*. Retrieved from <http://thelearningcurve.pearson.com/the-report#none>
- Ellis, V. (2007). *Subject knowledge and teacher education: The development of beginning teachers' thinking*. New York: Continuum.
- English, R. (2013). *Teaching arithmetic in primary schools*. Los Angeles: Sage.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany: State University of New York Press.
- Ernest, P. (1999). Forms of knowledge in mathematics and mathematics education: Philosophical and rhetorical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 67-83.

- Estes, T. H., Mintz, S. L., & Gunter, M. A. (2011). *Instruction: A models approach* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Even, R., & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 219-240). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ezzaki, A. (2011). *Developing standards-based teacher education in Morocco*. Paper presented at the annual meeting of the 55th Annual Conference of the Comparative and International Education Society, Fairmont Le Reine Elizabeth, Montreal, Quebec, Canada.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth: Heinemann.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). Columbus, OH: McGraw-Hill.
- Goulding, M., Rowland, T., & Barber, P. (2002). Does it matter? Primary teacher trainees' subject knowledge in Mathematics. *British Educational Research Journal*, 28, 698-704.
- Graham-Jolly, M. (2009). The nature of curriculum. In U. Hoadley, & J. Jansen (Eds.), *Curriculum. organizing knowledge for the classroom* (2nd ed., pp. 247-253). Cape Town: Oxford University Press.
- Graven, M. (2002). Coping with new mathematics teacher roles in a contradictory context of curriculum change. *The Mathematics Educator*, 12(2), 21-27.
- Green, S. K., & Gredler, M. E. (2002). A review and analysis of constructivism for school-based practice. *School Psychology Review*, 31, 53-70.
- Hackman, D. G. (2004). Constructivism and block scheduling: Making the connection. *Phi Delta Kappan*, 85, 697-702.
- Harkness, S. S., D'Ambrosio, B., & Morronne, A. S. (2007). Preservice elementary teachers' voices describe how their teacher motivated them to do Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 235-254.

- Henning, E. (2013, January 18). Solving the problem of maths. *Mail and Guardian*. Retrieved from <http://mg.co.za/article/2013-01-18-solving-the-problem-of-maths>
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2009). The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- Human, P. (2009). Leer deur probleemoplossing in wiskundeonderwys. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 28, 303-318.
- Jansen, J. (2007). Learning and leading in a globalized world: The lessons from South Africa. In T. Townsend, & R. Bates (Eds.), *Handbook of teacher education* (pp. 25-40). Dordrecht: Springer.
- Jansen, J. D. (1999). Setting the scene: Historiographies of curriculum policy in South Africa. In J. Jansen, & P. Christie (Eds.), *Changing curriculum: Studies on Outcomes-based Education in South Africa* (pp. 3-20). Kenwyn: Juta.
- Jansen, J. D. (2006). The ties that bind: Race and restitution in education law and policy in South Africa and the United States of America. In A. Ball (Ed.), *With more deliberate speed: Achieving equity and excellence in education - Realizing the full potential of Brown v. Board of Education. The 105th yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II* (pp. 211–230). Malden, MA: Blackwell.
- Kamii, C. & Joseph, L. L. (2004). *Young children continue to reinvent arithmetic 2nd grade – Implications of Piaget's theory* (2nd ed.). New York: Teachers College Press.
- Kelly, G. J., Luke, A., & Green, J. (2008). What counts as knowledge in educational settings: Disciplinary knowledge, assessment, and curriculum. *Review of Research in Education*, 32, vii-x.
- Kim, B. (2001). Social constructivism. In M. Orey (Ed.). *Emerging perspectives on learning, teaching, and technology*. Retrieved from <http://projects.coe.uga.edu/epltt/>

- Kuhn, D. (1997). The view from giants' shoulders. In L. Smith, J., Dockrell, & P. Tomlinson (Eds.), *Piaget, Vygotsky and beyond: Future issues for developmental psychology and education* (pp. 187-195). London: Routledge.
- Kulm, G. (2008). Theoretical framework for mathematics knowledge in teaching middle grads. In G. Kulm (Ed.), *Teacher knowledge and practice in middle grades mathematics* (pp. 3-18). Rotterdam: Sense Publishers.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.-St., & Win-Bourne, P. (2011). Professional knowledge related to big ideas in mathematics – An empirical study with pre-service teachers. Paper presented at the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, University of Rzeszów, Poland.
- Lawton, F. (2005). Number. In A. Hansen, D. Drews, J. Dudgeon, F. Lawton, & L. Surtees (Eds.), *Children's errors in Mathematics: Understanding common misconceptions in primary schools* (pp. 22-75). Exeter: Learning Matters.
- McDermott, L., & Rakgokong, L. (1998). *Excell onderwysershandboek: 'n Holistiese benadering tot die onderrig en aanleer van syfervaardigheid in die grondslagfase*. Bloemfontein: Colorgraphic.
- McGraner, K.L., Van Der Heyden, A. & Holdheide, L. (2011), *Preparation of effective teachers in mathematics*. Washington: National Comprehensive Center for Teacher Quality.
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2010). *Research in education evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston: Pearson.
- Mouton, J. (2001). *How to succeed in your master's and doctoral studies: A South African guide and resource book*. Pretoria: Van Schaik.
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40, 491-529.

- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Retrieved from <http://timss.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html>
- Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1998). Learning through problem solving. In A. Olivier, & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 169-185.). Stellenbosch, South Africa.
- Neuman, W. L. (2006). *Social research methods: Qualitative and quantitative approaches*. Boston: Pearson.
- Nieuwenhuis, J. (2007a). Analysing qualitative data. In K. Maree (Ed.), *First steps in research* (pp. 99-117). Pretoria: Van Schaik.
- Nieuwenhuis, J. (2007b). Introducing qualitative research. In K. Maree (Ed.), *First steps in research* (pp. 46-68). Pretoria: Van Schaik.
- Nieuwenhuis, J. (2007c). Qualitative research designs and data gathering techniques. In K. Maree (Ed.), *First steps in research* (pp. 69-97). Pretoria: Van Schaik.
- Nieuwoudt, H. D. (2000). *Approaches to the teaching and learning of mathematics*. Potchefstroom: Keurkopie.
- North Carolina State Board of Education. (2009). *Teacher Education Specialty Area Standards*. Retrieved from <http://aplus.ncdpi.wikispaces.net/NC+Elementary+Standards>
- O'Daffer, P., Charles, R., Cooney, T., Dossey, J., & Schielack, J. (2000). *Mathematics for elementary school teachers*. Boston: Pearson Education.
- Oldfather, P., West, J., White, J., & Wilmarth, J. (1999). *Learning through children's eyes: Social constructivism and the desire to learn*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Otten, M. (2009). *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo*. Retrieved from <http://www.hs-ipabo.edu/sf.mcgi?2624>

- Poulson, L. (2001). Paradigm lost? Subject knowledge, primary teachers and education policy. *British Journal of Educational Studies*, 49, 40-55.
- Roth, R. (1996). Standards for certification licensure and accreditation. In J. Sikula, T. Buttery, & E. Guyton (Eds.), *Handbook of Research on teacher education* (pp. 242-278). New York: Macmillan.
- Rowland, T., & Turner, F. (2008). How shall we talk about 'subject knowledge' for mathematics teaching? In M. Joubert (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into learning mathematics*, 28(2). Retrieved from <http://bsrim.org.uk>
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the knowledge quartet*. Los Angeles: Sage.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: Learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: McGraw-Hill/Open University Press.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge Taylor & Francis Group.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Siemon, D., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R., & Warren, E. (2011). *Teaching mathematics foundations to middle years*. Australia: Oxford University Press.
- Simon, A.M. (2008). The challenge of mathematics teacher education in an era of mathematics education reform. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional* (pp. 17-29). Rotterdam: Sense Publishers.
- Slavin, R.E. (2006). *Educational psychology theory and practice* (8th ed). Boston: Pearson A and B.
- South-Africa. Council on Higher Education. (2011). *A framework for qualification standards in higher education*. Retrieved from <http://www.che.ac.za/documents/d000227/>

- South Africa. Department of Basic Education. (2011a). *Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring Graad 1-3 Wiskunde*. Pretoria: Outeur.
- South Africa. Department of Basic Education. (2011b). *Report on the Annual National Assessments of 2011*. Pretoria: Author.
- South Africa. Department of Education. (2007, October 5). The Higher Education Qualification Framework. (Notice 928 of 2007) *Government Gazette*, 30353, pp. 3-29.
- South Africa. Department of Higher Education and Training. (2010). *Revised strategic plan 2010/11 – 2014/15 and operational plans for the 2011/12 financial year*. Retrieved from <http://www.dhet.gov.za/LinkClick.aspx?fileticket=XfAHmalvQjw%3d&tabid=352&mid=1174>
- South Africa. Department of Higher Education and Training. (2011, July 15). The minimum requirements for teacher education qualifications. (Notice 583 of 2011). *Government Gazette*, 34467, pp. 3-59.
- South-Africa. Department of Basic Education & Department of Higher Education and Training. (2011). *Integrated strategic planning framework for teacher education and development in South Africa 2011-2025*. Pretoria: Author.
- Spady, W., & Schlebusch, A. (1999). *Curriculum 2005: A guide for parents*. Cape Town: Renaissance.
- State Board of Education. (2005). *Standards for Ohio educators*. Retrieved from http://esb.ode.state.oh.us/PDF/Standards_OhioEducators.pdf
- Stykes, G. (1999). No standards or new standards? The future of teacher certification. In R.A. Roth (Ed.), *The role of the university in the preparation of teachers* (pp. 31-40). Philadelphia: Falmer Press.
- Swars, S. L., Smith, S. Z., Smith, M. E., & Hart, L. C. (2009). A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 47-66.

- Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P. H., & Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction: Toward a theory of teaching. *Educational researcher*, 41, 147-156.
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164.
- Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T., & Garza-Kling, G. (2010). Developing mathematical content knowledge for teaching elementary school mathematics. *IUMPST: The Journal*, 1.
- Thomson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Townsend, T., & Bates, R. (2007) Teacher education in a new millennium: pressures and possibilities. In T. Townsend, & R. Bates (Eds.), *Handbook of teacher education* (pp. 3-22). Dordrecht: Springer.
- Troutman, A. P., Lichtenberg, B. K. (2003). *Mathematics: A good beginning* (6th ed.). Belmont, CA: Thomson Wadsworth.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2011). Windows to early childhood mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 89-92.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kühne, C., & Lombard, A. (2012). *Learning pathway for number in the early primary grades*. Northlands: Macmillan South Africa.
- Virginia Department of Education. (2008). *Virginia standards for the professional practice of teachers*. Retrieved from http://www.doe.virginia.gov/teaching/regulations/prof_practice_standards.pdf
- Wagner, C., Kawulich, B., & Garner, M. (2012). *Doing social research: A global context*. London: McGraw-Hill Higher Education.
- Wilson, S. M., Floden, R. E., & Ferrini-Mundy, J. (2001). *Teachers' preparation research: Current knowledge, gaps and recommendations*. A research report prepared for the U.S. Department of Education by the Center for the Study of Teaching and Policy in

collaboration with Michigan University. Retrieved from

<http://depts.washington.edu/ctpmail/PDFs/TeacherPrep-WFFM-02-2001.pdf>

Young, M. F. D. (2008). *Bringing knowledge back in: From social constructivism to social realism in the sociology of education*. London: Routledge Taylor and Francis.

Zohar, A., & David, A. B. (2009). Paving a clear path in a thick forest: A conceptual analysis of a metacognitive component. *Metacognition Learning*, 4, 177-195.

Bylae

Bylaag A Korrespondensie met deelnemers

Uitnodigingsbrief

Please note that the english version of the invitation letter follows the Afrikaans.

Geagte

Ek is 'n meestersgraadstudent in Wiskunde-onderwys aan die NWU Potchefstroomkampus en wil u uitnooi om deel te neem aan die navorsing vir my MEd studies. Dit sal vir my 'n groot eer en voorreg wees as u my versoek positief oorweeg. My studieleiers is Prof MS van der Walt (NWU) en Dr AB Posthuma (TUT). Die titel van my studie is " 'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalle-domein in die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers". Die hoofnavorsingsvraag is: "Watter kennis- en praktykstandaarde vir die getalle-domein is relevant vir voorbereiding van grondslagfase-onderwysers?" Die hoofdoelwit is om 'n voorlopige dokument te ontwikkel wat die kennis- en praktykstandaarde vir die getalle-domein in die Grondslagfase beskryf.

Indien u die versoek positief oorweeg, sal u taak wees om die voorlopige kennis- en praktykstandaarde - vir die getalle-domein wat relevant is vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers - te evalueer. Indien u dit verkies dat ek u naam in die verhandeling, moontlike artikels en/of konferensie verslae noem, sal ek dit doen. U kan ook verkies om anoniem te bly.

Indien u belangstel om deel te neem sal ek die voorlopige kennis- en praktykstandaarde (nie meer as 16 bladsye) teen 12 Augustus 2013 aan u stuur en sal dit waardeer as ek dit kan terug ontvang teen 6 September 2013.

Kan u asseblief - deur terug te antwoord op hierdie e-pos - aandui of u belangstel om deel te neem aan hierdie navorsing?

Vriendelike groete

Anja Human

E-pos: anja.human@nwu.ac.za

Tel: 018 299 4769 of sel: 072 949 8259

Studieleier: Prof Marthie van der Walt (marthie.vanderwalt@nwu.ac.za)

Mede-studieleier: Dr Barbara Posthuma (barbara.posthuma@gmail.com)

Dear

I am a Master's degree student in Mathematics Education at the NWU Potchefstroom Campus and invite you to participate in the research for my MEd studies. It will be an honour and privilege for me if you accept my invitation. My supervisors are Prof MS van der Walt (NWU) and Dr AB Posthuma (TUT). The title of my study is "An explorative study into knowledge and practice standards for the number domain in the preparation of foundation phase students". The main research question is: "What knowledge and practice standards in the number domain is relevant for the preparation of teachers in the foundation phase?". The aim of this research is to develop draft knowledge and practice standards for the number domain in the foundation phase.

If you accept my invitation, I would like you to please evaluate the first draft knowledge and practice standards for the number domain that is relevant for the preparation of foundation phase teachers. You could choose whether to stay anonym or if you would like me to make your name known in the dissertation, possible articles and/or conference papers.

If you want to participate, I will send the draft knowledge and practice standards (not more than 16 pages) to you by 12 August 2013 and would like you to please send it back to me by 6 September 2013.

Please reply to this email if you would like to participate in the research.

Kind regards

Anja Human

E-mail: anja.human@nwu.ac.za

Tel: 018 299 4769 of cell:072 949 8259

Supervisor: Prof Marthie van der Walt (marthie.vanderwalt@nwu.ac.za)

Co-supervisor: Dr Barbara Posthuma (barbara.posthuma@gmail.com)

Afrikaanse evalueringsbrief

Beste

Weereens baie dankie dat u ingestem het om die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein te evalueer. Hieronder volg vrae wat u in hierdie verband kan beantwoord – beskou dit gerus as riglyne. Onthou asseblief om aan te dui of u anoniem wil wees en of u naam bekend gemaak mag word in my verhandeling en/of moontlike artikels/konferensieverslae wat daaruit mag voortspruit.

Vrae vir die evaluering van die voorlopige kennis-en praktykstandaarde vir die getalldomein

1. Is die voorlopige kennis- en praktykstandaarde relevant vir die Suid-Afrikaanse konteks? Indien nie, watter voorstelle het u om dit meer tersaaklik te maak?
2. Word al die aspekte van die getalldomein in die voorlopige kennis- en praktykstandaarde aangespreek? Indien nie, wat moet bygewerk word?
3. Is die inhoud van hierdie voorlopige standaard voldoende? Indien nie, watter voorstelle kan u maak om dit aan te vul?
4. Wat is die gapings/tekortkomings in die voorlopige kennis- en praktykstandaarde?
5. Sal die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein voldoende wees om as riglyne vir onderwysvoorbereidingsprogramme by alle instellings in Suid-Afrika te dien? Indien nie, hoe kan die standaard verbeter word sodat dit moontlik is?
6. Is die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein maklik om te volg? Indien nie, watter voorstelle het u om dit te makliker te maak?
7. Is hierdie voorlopige standaard op samehangende wyse georganiseer? Indien nie, watter voorstelle het u om dit te verbeter?
8. Wat is u opinie aangaande die uitleg en voorstelling van die voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein?
9. Is die voorlopige standaard duidelik en bondig geformuleer?
10. Het u enige ander kommentaar aangaande hierdie kennis- en praktykstandaarde?

Engelse evalueringsbrief

Dear

Thank you once again for participating in the evaluation of the draft knowledge and practice standards for the number domain. A number of questions to be answered in this regard are provided below – please consider them as guidelines. Kindly indicate whether you prefer to stay anonymous or would want to be identified in my dissertation and/or possible articles/conference reports that may ensue from this research.

Questions as guidelines to evaluate the draft number domain knowledge and practice standards

1. Are the draft knowledge and practice standards for the number domain relevant in the South African context? If not, what suggestions do you have to make them more pertinent?
2. Are all aspects of the number domain presented accurately (i.e. all elements covered) in the draft knowledge and practice standards? If not, what additions should be made?
3. Are the contents of these provisional standards sufficient? If not, what recommendations can you make to supplement them?
4. What are the gaps/shortcomings in the proposed knowledge and practice standards for the number domain?
5. Will these draft knowledge and practice standards for the number domain be sufficient to serve as guidelines for teacher preparation programmes in all institutions in South Africa? If not, how can they be improved so as to make this possible?
6. Are the draft number domain knowledge and practice standards easy to follow? If not, what suggestions do you have to make this easier?
7. Have these draft standards been organised in a coherent manner? If not, what suggestions do you have to improve them?
8. What is your opinion about the layout and presentation of the draft number domain knowledge and practice standards?
9. Have the draft standards been formulated clearly and concisely?
10. Do you want to make any other comments with regard to these knowledge and practice standards?

Bylaag B Toestemming van die etiekkomitee

Etiëknommer:

NWU-00027-11-S2

Titel van projek:

Using adapted lesson study to facilitate mathematics teachers' meta-cognitive thinking skills

Projekhoof:

Prof MS van der Walt

Titel van studie in projek:

'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein in die voorbereiding van grondslagfase onderwysers

Bylaag C Voorlopige Kennis- en Praktykstandaarde vir Wiskunde

Voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde – Afrikaanse weergawe

1. Inleiding

Baie dankie dat u aan hierdie navorsing deelneem; dit is vir my 'n groot voorreg dat u ingestem het om daarby betrokke te wees.

In hierdie dokument word daar eerstens 'n breë oorsig gegee oor kennis- en praktykstandaarde vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers, en daarna volg die konseptuele teoretiese raamwerk en die navorsingsontwerp. Die voorgestelde ses standaarde wat u asseblief moet evalueer, verskyn op bladsy 1 en verder. Die evalueringvrae is as 'n aparte MSWord-dokument aangeheg en u kan die vrae beantwoord op enige manier wat u wil. Dui asseblief ook aan of u anoniem wil bly en of u instem om in die verhandeling en/of moontlike artikels of konferensieverlae aangehaal te word.

2. Voorlopige kennis- en praktykstandaarde

Hierdie dokument bevat kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde met die oog op die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers. Die kennis- en praktykstandaarde beskryf aan watter standaarde die grondslagfase-onderwyser moet voldoen aan die einde van minimum vier jaar maksimum ses jaar se opleiding.

Tabel 1 toon die uiteensetting van die kennis- en praktykstandaarde wat vir die getalgedomein ontwerp is. Die doel van die standaarde in hierdie dokument is om die grondslagfase-onderwyser voor te berei om wiskunde (spesifiek die getalgedomein) suksesvol in sy/haar eerste jaar in die praktyk te onderrig. Die getalgedomein sluit in verskillende getalgestelsels, getalbegrip, beredenering, hoofrekene, geld, probleemoplossing, plekwaarde, breuke en bewerkings.

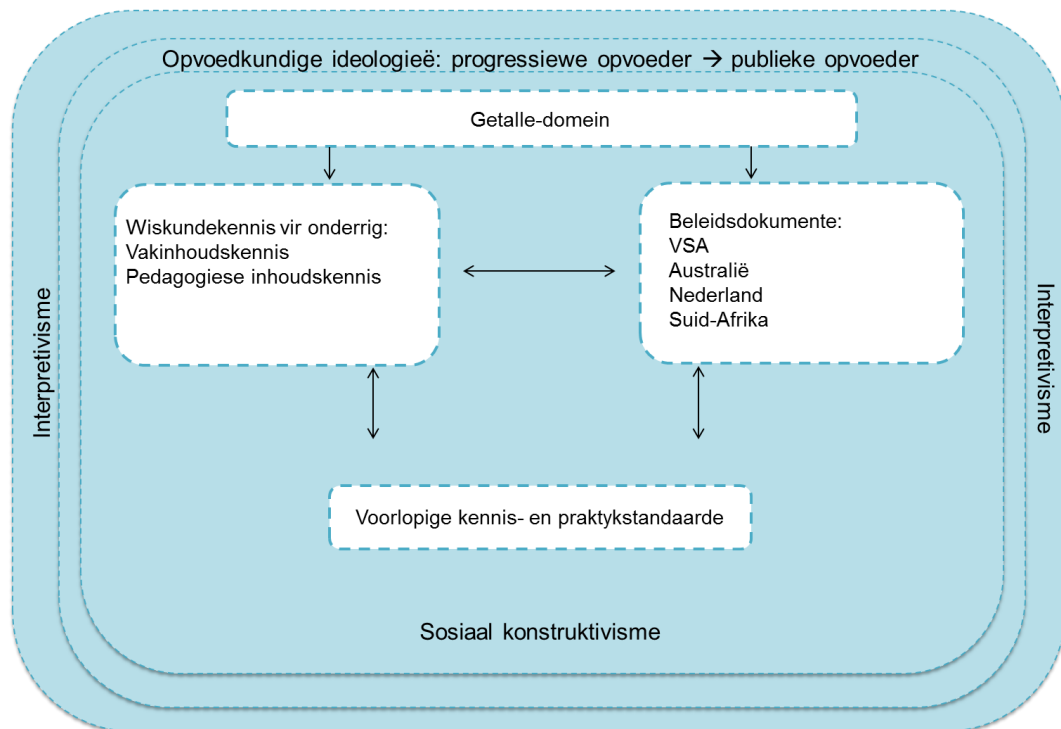
Tabel 1: Kennis- en praktykstandaarde

Kennisstandaarde	Praktykstandaarde
Standaard 1: Algemene inhoudskennis Die grondslagfase-onderwyser het 'n duidelike begrip van die algemene inhoudskennis van die getalgedomein.	Standaard 4: Kennis van inhoud en onderrig Die grondslagfase-onderwyser kan lesse beplan en weet hoe om die getalgedomein te onderrig.
Standaard 2: Gespesialiseerde inhoudskennis Die grondslagfase-onderwyser het 'n duidelike begrip van die gespesialiseerde inhoud van die getalgedomein.	Standaard 5: Kennis van inhoud en van die leerders Die grondslagfase-onderwyser ken die grondslagfase-leerders en weet hoe hulle die getalgedomein leer.
Standaard 3: Kennis op die horison Die grondslagfase-onderwyser verstaan hoe wiskunde-temas oor die getalgedomein binne die grondslagfase se verskillende jaargroepe met mekaar verband hou, asook hoe dit met wiskunde-temas in ander fases verband hou.	Standaard 6: Kennis van inhoud en die kurrikulum Die grondslagfase-onderwyser verstaan die Suid-Afrikaanse skoolkurrikulum asook internasionale tendense in die skoolkurrikulum aangaande die getalgedomein.

In Tabel 1 word die standaarde gelys. Alhoewel ek die standaarde binne die raamwerk van Ball et al. (2008) se beskrywing van wiskundekennis vir onderrig geskryf het, is dit belangrik om daarop te let dat die verskillende afdelings van wiskundekennis vir onderrig onderskei, maar nie geskei kan word nie. Die konseptuele teoretiese raamwerk word in die volgende afdeling bespreek.

3. Konseptuele teoretiese raamwerk

Figuur 1 voorsien die konseptuele teoretiese raamwerk waarbinne die huidige studie voltooi is. Daarna volg 'n kort verduideliking van elke element.



Figuur 1: Konseptuele teoretiese raamwerk

3.1. Interpretivisme

Ek het nasionale en internasionale beleidsdokumente en navorsingsdokumente geïnterpreteer en volgens hierdie interpretasie die kennis- en praktykstandaarde geformuleer.

3.2. Sosiale konstruktivisme

Sosiale konstruktivisme is 'n spesifieke siening van hoe kennis in 'n sosiale omgewing gekonstrueer word (Oldfather, West, White & Wilmarth, 1999). 'n Unieke kenmerk van sosiale konstruktivisme is dat dit as 'n sentrale deel van die filosofie van wiskunde beskou word (Ernest, 1998).

3.3. Opvoedkundige ideologieë

Onder die vyf opvoedkundige ideologieë wat deur Ernest (1991) beskryf word, het ek bevind dat Suid-Afrika se geskrewe skoolkurrikulum (KABV) (DBE, 2011) volgens die progressiewe- en publieke-opvoeder-ideologieë beskryf kan word. Die progressiewe opvoeder beskou wiskundige kennis as absoluut, maar heg waarde aan die proses van konstruksie van die kennis (Ernest, 1991). Die publieke-opvoeder-ideologie beskou kennis as kultureel afhanklik, waardevol, tussenverbandhoudend en gebaseer op menslike aktiwiteite (Ernest, 1991).

3.4. Wiskundekennis vir onderrig

Vir die huidige studie is Ball, Thames en Phelps (2008) se beskrywing van twee domeine van wiskundekennis vir onderrig as die raamwerk vir die beskrywing van standaarde gebruik. Die twee domeine is vakinhoudskennis en pedagogiese inhoudskennis. Vakinhoudskennis behels algemene inhoudskennis, gespesialiseerde inhoudskennis en kennis op die horison (Ball et al., 2008), terwyl pedagogiese inhoudskennis bestaan uit kennis van inhoud en leerders, kennis van vakinhoud en onderrig, en kennis van vakinhoud en die kurrikulum (Ball & Bass, 2009).

3.5. Nasionale en internasionale dokumente

Grondredes vir die gebruik van internasionale beleidsdokumente:

- As gevolg van demografiese toestande en tekorte aan onderwysers beweeg onderwysers van een land na die ander om leerders te onderrig (Townsend & Bates, 2007).
- Globalisering beïnvloed die behoefte aan onderwyseropleidingsprogramme van hoë gehalte en die tipe onderwyser wat in die toekoms benodig word (Townsend & Bates, 2007; Jansen, 2007).

- As gevolg van internasionale vergelykings is sekere lande se onderrigstelsels die moeite werd om te bestudeer (The Economist Intelligence Unit [EIU], 2012).

Tabel 2: Redes waarom die beleidsdokumente van spesifieke lande gekies is

Verenigde State van Amerika	Australië	Nederland
11de plek: <i>Trends in International Mathematics and Science Studies</i> (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012)	19de plek: <i>Trends in International Mathematics and Science Studies</i> (Mullis et al., 2012)	12de plek: <i>Trends in International Mathematics and Science Studies</i> (Mullis et al., 2012)
17de plek: <i>Learning Curve Lessons in Country Performance in Education</i> (EIU, 2012)	13de plek: <i>Learning Curve Lessons in Country Performance in Education</i> (EIU, 2012)	7de plek: <i>Learning Curve Lessons in Country Performance in Education</i> (EIU, 2012)
Het voorheen 'n sterk invloed op beleidsontwikkeling gehad, veral met betrekking tot UGO (Bantwini & King-McKenzie, 2011).	Het voorheen sterk invloed op beleidsontwikkeling gehad, veral met betrekking tot UGO (Jansen, 1999).	Die studie vorm deel van 'n groter projek wat deur die <i>South Africa Netherlands Research Programme on Alternative Development</i> befonds word. Nederland is deel van die Europese Unie wat die projek <i>Developing Scientific Evidence-based Knowledge and Practice Standards for Teacher Preparation Programmes: A Focus on Literacy and Numeracy in English, Setswana and Afrikaans</i> befonds.

3.6. Voorlopige kennis- en praktykstandaarde

Nadat ek die verslae van die verskillende navorsers wat die standaard evalueer ontvang het, sal ek in my verhandeling daarvoor verslag lewer. Ek beplan om die kommentaar by te werk en om die kennis- en praktykstandaarde as "*Voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers*" aan die Departement van Basiese Onderwys en die Departement van Hoër Onderwys en Opleiding aan te bied.

Die navorsingsontwerp kom in die volgende afdeling aan die beurt.

4. Navorsingsontwerp

Tans bestaan daar geen gedefinieerde kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde met die oog op die voorbereiding van grondslagfase-onderwysstudente in Suid-Afrika nie (Department of Basic Education & Department of Higher Education and Training [DBE & DHET], 2011). Die hoofnavorsingsvraag in my studie was dus soos volg: "*Watter kennis- en praktykstandaarde is relevant in die getalldomein vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers?*"

Die sub-vrae wat die beantwoording van die hoofnavorsingsvraag fasiliteer, was die volgende:

- Hoe beskryf nasionale en internasionale beleidsdokumente die vak- en pedagogiese inhoudskennis wat vir die onderrig van die getalldomein in die grondslagfase nodig is?
- Hoe beskryf nasionale en internasionale navorsingsdokumente die vak- en pedagogiese inhoudskennis wat vir die onderrig van die getalldomein in die grondslagfase nodig is?
- Hoe kan die kennis- en praktykstandaarde beskryf word wat vir die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers vir die getalldomein nodig is?

Die navorsingsontwerp wat gebruik is om die navorsingsvrae te beantwoord kan beskryf word as 'n kwalitatiewe konseptuele studie met 'n interpretivistiese navorsingsparadigma. Beleidsdokumente en navorsingsdokumente is doelbewus versamel, geselekteer en aan 'n inhoudsanalise onderwerp. Die Kurrikulum en Assesseringsbeleidsverklaring (KABV) (DBE, 2011) is met internasionale skoolstandaarde van die VSA, Australië en Nederland vergelyk. Tabel 2 lys die beleidsdokumente vanuit die verskillende lande wat ontleed is.

Tabel 3: Beleidsdokumente van elke land ontleed

VSA	Australië	Nederland
<i>Common Core State Standards for Mathematics (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010)</i>	<i>The Australian Curriculum: Mathematics (Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2013)</i>	<i>Kerdoelen rekenen/wiskunde (Buijs, Klep & Noteboom, 2009)</i>
<i>Teacher Education Specialty Area Standards (North Carolina State Board of Education [NCSBE], 2009)</i>	<i>Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools (The Australian Association of Mathematics Education [AAME], 2006)</i>	<i>Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo (Otten, 2009)</i>

Nadat die beleidsdokumente ontleed is, is die inhoud van artikels oor wiskundekennis vir die onderrig van die getalldomein in die grondslagfase ontleed.

Die bevindings van die beleidsdokumente en navorsingsdokumente is met mekaar vergelyk en 'n stel voorlopige kennis- en praktykstandaarde is opgestel. Ek het 'n lys bekom van universiteite wat grondslagfase-onderrig verskaf en een navorser by elke universiteit gekontak om die voorlopige kennis- en praktykstandaarde te evalueer. Vier onderwysers wat tans in die praktyk staan, gaan ook die voorlopige kennis- en praktykstandaarde evalueer. Die voorlopig geformuleerde kennis- en praktykstandaarde word in die volgende afdeling beskryf.

Standaard 1: Algemene inhoudskennis

Die grondslagfase-onderwyser het 'n duidelike begrip van die algemene inhoudskennis met betrekking tot die getalldomein.

Narratiewe opsomming

Algemene inhoudskennis is daardie kennis wat algemeen in die samelewing gebruik word en nie net deur grondslagfase-onderwysers nie. Een voorbeeld van algemene inhoudskennis is dat die grondslagfase-onderwysers 'n algoritme kan gebruik om 'n antwoord te bereken. Wanneer die grondslagfase-onderwyser in

die klaskamer wiskunde onderrig, is dit belangrik dat hy/sy nie foute op die skryfbord maak en so leerders verwar of onderrigtyd vermors nie. Daar word van die grondslagfase-onderwyser verwag om algemene definisies van konsepte te verstaan en te weet hoe om algemene wiskundige prosedures uit te voer.

Elemente

Die grondslagfase-onderwyser

- 1.1 vertoon algemene kennis van verskillende getalstelsels en die struktuur van getalle;
- 1.2 beskik oor die vermoë om algemene bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldig en deel) vlot uit te voer;
- 1.3 maak gebruik van magte, negatiewe eksponente en wortels tydens bewerkings;
- 1.4 beskik oor die vermoë om eenvoudige bewerkings vinnig en met gemak te voltooi;
- 1.5 kan standaardprosedures uitvoer en algemene foute raaksien; en
- 1.6 verstaan algemene definisies van wiskundige konsepte wat met die getalldomein te doen het.

Standaard 2: Gespesialiseerde inhoudskennis

Die grondslagfase-onderwyser het 'n gespesialiseerde begrip van die getalgedomein.

Narratiewe opsomming

Om in sy/haar eerste jaar van skoolhou selfversekerde wiskundige te wees wat doeltreffend te wees, moet die bewus is van sy/haar eie metakognitiewe grondslagfase-onderwyser oor gespesialiseerde wiskundekennis beskik om sonder denkprosesse. Daar word van die veel moeite en binne 'n beperkte tyd grondslagfase-onderwyser as wiskundige wiskundige kwessies in die klas te kan verwag om verskillende bewerkingsstrategieë oplos. Die onderwyser in die grondslagfase in diverse kontekste te kan toepas. moet diepgaande en verweefde kennis van Gespesialiseerde kennis met die oog op die getalgedomein hê en nie net weet dat iets onderrig onderskei die grondslagfase- so is nie, maar ook hoekom dit so is. Die onderwyser van iemand in enige ander beroep. gespesialiseerde kennis vereis van die grondslagfase-onderwyser om 'n selfgerigte,

Sub-standaarde

Die grondslagfase-onderwyser

- 2.1. het deeglike kennis van telgetalle, rasionale getalle en heelgetalle;
- 2.2. het 'n getalnetwerk-repertoire;
- 2.3. verstaan verbande tussen getalgestelsels, patrone in getalle en die verband wat getalle met lewenswerklike situasies het;
- 2.4. kan getalle op verskillende maniere voorstel en modelleer, soos byvoorbeeld deur simbole, woorde, grafieke en diagramme/prentjies;
- 2.5. gebruik wiskundig akkurate voorstellings;
- 2.6. weet hoe om die getallelyn te gebruik om die posisie en volgorde van getalgrootte te onderrig;
- 2.7. weet watter getalle om strategies te gebruik vir die onderrig van spesifieke begrippe;
- 2.8. is daartoe in staat om tradisionele asook moderne voorstellings vir die onderrig van die getalgedomein te gebruik;
- 2.9. weet hoe om manipuleerders effektief tydens wiskunde-aktiwiteite te benut;
- 2.10. het 'n goeie begrip van plekwaarde;
- 2.11. verstaan die een-tot-een-ooreenkoms van telgetalle en waarom dit belangrik is;
- 2.12. weet wat die historiese oorsprong van getalle en getalgestelsels is;
- 2.13. het 'n deeglike kennis van rasionale getalle as breuke en desimale en verstaan die verband tussen hulle;

- 2.14. kan verskillende aktiwiteite uitvoer om die begrip van breuke duidelik te maak;
- 2.15. weet hoe om die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe van optel en vermenigvuldiging toe te pas;
- 2.16. kan verskeie bewerkingsstrategieë, algoritmes en alternatiewe prosedures tydens die doen van bewerkings uitvoer;
- 2.17. het algemene kennis van optel, aftrek, vermenigvuldig, deel, hakies en skat, en kan bewerkings daarmee vlot uitvoer;
- 2.18. kan verskillende modelle gebruik om bewerkings, prosedures en strategieë voor te stel;
- 2.19. kan bewerkingsprosedures in komplekse situasies toepas;
- 2.20. weet watter bewerking of bewerkingstrategie die effektiëfste is;
- 2.21. weet hoe om met 0 en 1 te vermenigvuldig en wat die bytel van 0 behels;
- 2.22. doen bewerkings met breuke en desimale;
- 2.23. kan skat tydens bewerkings;
- 2.24. het kennis en begrip van bewerkings met heelgetalle;
- 2.25. weet wat die verskil tussen die oproep van feite en hoofrekenis is;
- 2.26. het 'n repertoire van hoofrekenis-strategieë;
- 2.27. doen hoofrekenis vlot met verskillende getalle;
- 2.28. kan foute en struikelblokke/wanopvattinge identifiseer en diagnoseer;
- 2.29. weet hoe om 'n fout/struikelblok as 'n geleentheid vir onderrig en leer te gebruik;
- 2.30. ken wiskundenotasies tot en met een miljard;
- 2.31. gebruik notasies in bewerkings;
- 2.32. ken verskeie wiskundesimbole, insluitend $!$, $<$, $>$, vierkantswortels, magte, breuke, desimale, ens.;
- 2.33. gebruik wiskundetaal vir uitspraak, skryfwyse, betekenis van getalle, verbande, heelgetalle, formele taal, bewerkings, plekwaarde, desimale getalle en breuke;
- 2.34. gebruik die korrekte wiskundetaal tydens beredenering en verduideliking;
- 2.35. gebruik wiskundig toepaslike definisies;
- 2.36. formuleer, analiseer en pas definisies aan by leerders se begrip;
- 2.37. ontwikkel metakognitiewe denkvaardighede;
- 2.38. redeneer tydens probleemoplossing;
- 2.39. is daartoe in staat om beredenerings en bewerkings te verifieer/regverdig;
- 2.40. weet hoe om leerders se denkontwikkeling te ondersteun;
- 2.41. redeneer oor hoe daar by antwoorde uitgekom is;
- 2.42. kan die noukeurigheid van bewerkings beoordeel;
- 2.43. kan verduidelik hoe en waarom 'n algoritme werk;
- 2.44. kan wiskundige kennis uitpak;

- 2.45. kan moontlike vrae van leerders beantwoord;
- 2.46. verstaan die rasionaal vir prosedures, betekenis van terme en verduideliking van konsepte van getalle;
- 2.47. bring getalle in verband met lewenswerklike situasies;
- 2.48. bepaal die gehalte van onderrigmateriaal en pas dit aan by die onderrig;
- 2.49. stel wiskundevrae en -probleme sodat leerders aktief kan leer;
- 2.50. assesseer en interpreteer leerders se wiskundeleer en neem 'n ingeligte besluit aangaande toekomstige onderrig;
- 2.51. verstaan die leerder se denkontwikkeling;
- 2.52. weet hoe om wiskundige begrippe bekend te stel en te verduidelik;
- 2.53. kies probleemoplossingstrategieë en kontroleer vir akkuraatheid;
- 2.54. kan probleme oplos deur van verskeie probleemoplossingstrategieë en -stappe gebruik te maak;
- 2.55. kan leerders se maniere van probleemoplossing interpreteer;
- 2.56. kan probleme stel en oplos; en
- 2.57. ken die kriteria vir probleemoplossing en kan dit toepas.

Standaard 3: Kennis op die horison

Die grondslagfase-onderwyser verstaan hoe wiskundige temas van die getalldomein binne die grondslagfase jaargroepe met mekaar verband hou asook hoe dit verband hou met wiskundige temas in ander fases

Narratiewe opsomming

Effektiewe grondslagfase-onderwysers ken wiskunde nie net toepaslik tot die graad wat hy/sy onderrig nie maar ken ook wiskunde begrippe wat leerders voorskool en in die intermediêre fase aanleer. Die grondslagfase-onderwyser is in staat daartoe om leerders te begelei op die landskap van wiskundige idees en het 'n

visie van hoe wiskunde idees, strukture en eienskappe wat later geleer gaan word verband hou met dit die idees wat die grondslagfase-onderwyser op 'n spesifieke oomblik onderrig. Kennis op die horison vereis dat die grondslagfase-onderwyser keuses maak oor hoe en wat om te onderrig.

Elemente

Die grondslagfase-onderwyser

- 3.1. begryp waar die wiskunde wat onderrig gaan word by die breë wiskundekurrikulum inpas;
- 3.2. verstaan wiskundebegrippe uit die kleuterskool- en intermediêre fase; en
- 3.3. weet hoe kennis op die horison onderrigkeuses beïnvloed.

Standaard 4: Kennis van inhoud en onderrig

Die grondslagfase-onderwyser kan lesse beplan en weet hoe om die getalldomein te onderrig.

Narratiewe opsomming

Onderrig verwys na alles wat die grondslagfase-onderwyser moet doen om die leer van leerders te ondersteun. Onderrig behels ook die beplanning van lesse en interaktiewe lesaanbieding. Kennis van inhoud en onderrig beteken dat die onderwyser in die grondslagfase genoeg kennis van die vakinhoud sal hê om die leerders tydens wiskunde-aktiwiteite te ondersteun. Hierdie

onderwysers rangskik inhoude vir onderrig en kies voorbeelde asook lewenswerklike probleme om mee te begin sodat leerders aktief kennis kan konstrueer. Die onderwyser evalueer die voor- en nadele van voorstellings om 'n spesifieke idee te onderrig. Elk van hierdie take vereis interaksie tussen spesifieke wiskundige kennis en pedagogiese kennis sodat leerders se leer positief geaffekteer word.

Elemente

Die grondslagfase-onderwyser

- 4.1. is entoesiasies oor wiskunde en die aanleer daarvan;
- 4.2. weet hoe belangrik leerders se positiewe houding teenoor wiskunde is en bevorder hierdie houdings;
- 4.3. is bewus van hoe sy/haar eie oortuigings rakende wiskunde sy/haar onderrig beïnvloed;
- 4.4. kan verskillende onderrigteorieë toepas omdat hy/sy weet watter benadering die toepaslikste vir aktiewe leer is;
- 4.5. ken die drie tipes kennis (fisiese, sosiale en logies-numeriese) wat in wiskunde voorkom en hoe dit wiskundeonderrig beïnvloed;
- 4.6. weet hoe om leerders by aktiewe leer te betrek;
- 4.7. kan verskeie onderrig-leerstrategieë en -tegnieke effektief toepas;
- 4.8. weet hoe en kan wiskundeleer fasiliteer;
- 4.9. het kennis van die onderrig van die getalldomein;
- 4.10. weet hoe om standaardprosedures bekend te stel en te onderrig;
- 4.11. weet hoe om verskillende leerders te betrek;
- 4.12. evalueer die voor- en nadele van die gebruik van verskillende voorstellings;
- 4.13. is bekend met die kennis-kwartet (fundamentele kennis; transformasie/verandering/herskepping; konneksies/samehang; voorbereidheid vir onvoorsiene gebeure) en weet wat die invloed daarvan op onderrig is;

- 4.14. weet wat die waarde van speletjies is en hoe om dit tydens onderrig aan te wend;
- 4.15. ken die sogenaamde '*learning pathway for number*' en weet hoe dit onderrig beïnvloed;
- 4.16. beplan samehangende leerervarings wat geleenthede vir spontane selfgerigte leer bied;
- 4.17. ken en verstaan prosesvaardighede om leerders se wiskunde-ontwikkeling te verseker;
- 4.18. kan IKT effektief tydens onderrig en die ontdekking van wiskundige konsepte gebruik;
- 4.19. weet hoe om modelle en skemas vir die oorgang vanaf konteksgebonde na konteks-vrye formele bewerkings en denke te implementeer;
- 4.20. kan lesse beplan deur die geskrewe skoolkurrikulum en ander bronne te benut;
- 4.21. stel duidelike leerdoelwitte tydens die beplanning van lesse;
- 4.22. beplan 'n les met verskillende momente (aansluiting by voorkennis, probleemstelling, aktiwiteite, ens.);
- 4.23. beplan en bied lesse aan vanuit die sosiaal-konstruktivistiese benadering;
- 4.24. beplan aktiwiteite sodat leerders kennis kan konstrueer;
- 4.25. stel betekenisvolle wiskundetake op;
- 4.26. ondersteun leerders se denke en probleemoplossing;
- 4.27. organiseer en fasiliteer besprekings oor oplossingstrategieë;
- 4.28. neem ingeligte besluite oor probleme wat opgevolg moet word;
- 4.29. voorspel leerders se reaksies en response tydens die beplanning van onderrigaktiwiteite;
- 4.30. weet hoe om te voorspel wat leerders interessant en motiverend sal vind;
- 4.31. beplan die bespreking van bewerkings in wiskunde in lewenswerklike situasies vir leerders;
- 4.32. besef die belangrikheid van wiskundetaal in die onderrig van elke begrip in die getalldomein;
- 4.33. weet hoe om
 - a. voorbeelde en take effektief te kies;
 - b. onderrigmomente raak te sien;
 - c. te modelleer;
 - d. voorstellings effektief te gebruik;
 - e. vrae op verskillende maniere te stel en wanneer om vrae te vra;
- 4.34. beplan vir assessering;
- 4.35. verstaan dat die volgende dwarsoor inhoudsareas en metodes geïntegreer is:
 - a. probleemoplossing

- b. beredenering (metakognitiewe denkvaardighede om kognisie te bestuur en beheer)
 - c. kommunikasie en wiskundetaal
 - d. verbande tussen wiskundige idees
 - e. verskillende voorstellings
- 4.36. is daartoe in staat om leerders se taal en halwe sinne te verstaan;
- 4.37. modelleer wiskundige denke, hoofrekenen en beredenering, en bied geleentheid dat dit toegepas word;
- 4.38. weet hoe om die telgetalgebied vir hoofrekenen vir leerders tot en met 100 uit te brei;
- 4.39. weet hoe om al die komponente van die getalgedeelte voor te stel en te onderrig;
- 4.40. weet watter aktiwiteit in 'n bepaalde situasie toepaslik is om wiskunde-idees en wiskundebegrippe duidelik te maak; en
- 4.41. is daartoe in staat om te reflekteer/besin oor lesse wat aangebied is en dit te verfyn.

Standaard 5: Kennis van inhoud en van die leerders

Die grondslagfase-onderwyser ken die grondslagfase-leerders en weet hoe hulle die getalldomein leer.

Narratiewe opsomming

Kennis van inhoud en van die leerders verbind kennis van leerders en kennis van wiskunde. Onderwysers in die grondslagfase moet soos die leerder kan dink en moet weet wat die leerder maklik of moeilik sal vind. Wanneer hierdie onderwysers wiskundetake beplan, help kennis van die leerder en inhoud hulle om te kan voorspel wat leerders moeilik of maklik gaan vind. Die grondslagfase-onderwyser moet ook bewus wees van wanopvattinge/struikelblokke wat leerders in verband met die getalldomein ervaar. Suid-Afrika is 'n land met multi-kulturele klaskamers en die grondslagfase-onderwyser moet hiervan weet en voorbereid wees om in 'n diverse omgewing skool te hou.

Elemente

Die grondslagfase-onderwyser

- 5.1. het kennis van die holistiese ontwikkeling van die leerders;
- 5.2. moet kennis hê van leerders se
 - a. verstandelike voorstellings van inhoud;
 - b. voorafopgestelde idees;
 - c. wanopvattinge en foute;
 - d. leerkurwe;
 - e. sosiale kontekste;
 - f. kulturele kontekste, en
 - g. maniere van leer;
- 5.3. weet hoe om Gelman en Gellistel se beginsels van tel te interpreteer en hoe dit onderrig beïnvloed;
- 5.4. weet hoe om wiskunde-idees op te breek en begrippe aan leerders bekend te stel;
- 5.5. moet gegronde kennis hê van leer as ontwikkeling, leer as verandering van gedrag, leer as die verandering van denke, asook begrip as 'n individuele of sosiale aktiwiteit;
- 5.6. moet binne die raamwerk van nasionale en internasionale tendense ten opsigte van die aanleer van wiskunde sy/haar eie onderrigteorie ontwikkel, formuleer en regverdig;
- 5.7. weet hoe om leergeleenthede vir leerders te optimaliseer;
- 5.8. weet hoe om 'n leeromgewing te vestig wat leergeleenthede fasiliteer en uitbrei;

- 5.9. weet hoe om leerders in staat te stel om wiskunde-begrippe te konstrueer sodat hulle wiskundekennis en waardering vir wiskunde verbreed;
- 5.10. weet hoe om leerders se voorkennis in ag te neem, op te roep en daarop voort te bou;
- 5.11. weet hoe om te verseker dat leerders die funksies, struktuur en eienskappe van getalle verstaan;
- 5.12. kan lewenswerklike voorbeelde stel tydens die verkenning van getalle;
- 5.13. weet hoe om leerders se probleemoplossingstrategieë, bewerkingstrategieë, getalbegrip, hoofrekenne, breukbegrip, plekwaardebegrip en skattingsvermoë te ontwikkel;
- 5.14. weet hoe leerders se begrip van getalle volgens die *'learning pathway for number'* ontwikkel;
- 5.15. weet hoe om probleme te stel en die oplos daarvan te fasiliteer sodat leerders verskeie maniere ontdek om by die antwoord uit te kom;
- 5.16. weet hoe om probleme op te stel en die oplos daarvan te fasiliteer;
- 5.17. weet hoe om leerders te help ontwikkel tot selfgerigte leerders wat wiskunde geniet;
- 5.18. weet hoe om leerders te leer om selfgerigte wiskundiges te word;
- 5.19. weet hoe om te assesser of leer plaasgevind het;
- 5.20. het kennis van die uiteenlopende sosiale omgewings waaruit leerders na die skool toe kom en verstaan hoe dit leer beïnvloed;
- 5.21. weet hoe om leerders te help om
 - a. metakognitiewe denkvaardighede te ontwikkel;
 - b. probleemoplossingsvaardighede te ontwikkel;
 - c. verskeie strategieë toe te pas;
 - d. oor prosesse van wiskundige probleemoplossing te reflekteer;
 - e. hul denke te kommunikeer;
 - f. die wiskundige denke en strategieë van ander leerders te analiseer en te evalueer;
 - g. wiskundige taal te gebruik om wiskundige idees uit te druk;
 - h. verbande raak te sien;
 - i. wiskunde binne en buite die klas toe te pas;
 - j. wiskundige voorstellings van wiskunde te ontwikkel;
 - k. wiskundige idees te organiseer en kommunikeer;
 - l. Polya se probleemoplossingsmodel te verstaan en te implementeer;
- 5.22. weet hoe om leerders se denke te volg en kan 'n probleem vanuit die leerder se perspektief verstaan (hoe dit is om 'n wiskunde-idee vir die eerste keer te verstaan);

- 5.23. het 'n repertoire van algemene wanopvattinge/struikelblokke aangaande die getalldomein en kan dit dus voorspel en voorkomend onderrig; en
- 5.24. weet watter inhoude maklik en watter inhoude moeilik is.

Standaard 6: Kennis van inhoud en die kurrikulum

Die grondslagfase-onderwyser verstaan die Suid-Afrikaanse kurrikulum asook internasionale tendense in die skoolkurrikulum aangaande die getalldomein.

Narratiewe opsomming

In Suid-Afrika verander die skoolkurrikulum gereeld en dus is dit noodsaaklik dat die grondslagfase-onderwyser die kurrikulumveranderinge verstaan en interpreteer. Hierdie onderwyser moet weet hoe om die Suid-

Afrikaanse geskrewe skoolkurrikulum aan te bied, maar moet ook verstaan wat in ander lande se skoolkurrikulumdokumente staan. Die grondslagfase-onderwyser moet weet watter hulpbronne, handboeke en lesplanne vir onderrig doeltreffend is.

Elemente

Die grondslagfase-onderwyser

- 6.1. het deeglike kennis van die wiskunde wat van toepassing is op die graad waarin sy/haar leerders is;
- 6.2. kan leerervarings beplan wat substansiële wiskunde betrek;
- 6.3. weet hoe om onderrigstrategieë, tegnologie en ander hulpbronne by leerervarings te inkorporeer;
- 6.4. toon kennis van inhoud met betrekking tot onderrighulpbronne en -strategieë, soos die volgorde van temas, uiteenlopende voorbeelde, metafore, modelle, take, hulpmiddels en tegnologieë wat gebruik word;
- 6.5. beskik oor horisontale en vertikale kennis van die kurrikulum.

Bibliografie

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- Australian curriculum assessment and reporting authority. (2013). *The Australian curriculum: mathematics*. Retrieved from <http://www.australiancurriculum.edu.au/Print/PdfOptions>
- Bair, S. L., & Rich, B. S. (2011). Characterizing the development of specialised mathematical content knowledge for teaching in algebraic reasoning and number theory. *Mathematical Thinking in Learning*, 13(4), 292-321.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik, Oldenburg.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14-17; 20-22; 43-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bantwini, B.D., & King-McKenzie, E. (2011). Some issues that teachers are confronted with: A case of the United States of America and South Africa. *Journal of Emerging Markets*, 3, 361-374.
- Bennett, A.B., Burton, L.J., & Nelson, L.T. (2010). *Mathematics for elementary teachers a conceptual approach*. 8th ed. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- Buijs, K., Klep, J., & Noteboom, A. (2009). *Kerndoelen rekenen/wiskunde*. Retrieved from <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-KDRekenenWiskunde.html>
- Charlesworth, R., & Leali, S.A. (2012). Using problem solving to assess young children's mathematics knowledge. *Early Childhood Education Journal*, 39, 373-382.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Conference Board of the Mathematical Sciences. (2001). *The Mathematical Education of Teachers*. Providence RI and Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America. http://www.cbmsweb.org/MET_Document/
- Department of Basic Education. (2011). *Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) Grade 1-3 Mathematics*. Pretoria: Author.

- Department of Basic Education. (2011b). *Report on the Annual National Assessments of 2011*. Pretoria: Author.
- Department of Basic Education & Department of Higher Education and Training (2011). *Integrated strategic planning framework for teacher education and development in South Africa 2011-2025*. Pretoria: Author.
- Department of Education. (2007). The Higher Education Qualification Framework. (Notice 928 of 2007). *Government Gazette*, 30353, 3-29.
- Department of Higher Education and Training. (2011). Notice on National Qualifications Framework Act 67 of 2008 Policy on the Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications. (Notice 583 of 2011). *Government Gazette*, July 15, 34467, 3-62.
- English, R. (2013). *Teaching arithmetic in primary schools*. Los Angeles: SAGE.
- Ernest P 1991. *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Ernest P 1998. *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. United States of America: State University of New York Press.
- Estes, T. H., Mintz, S. L., & Gunter, M. A. (2011). *Instruction: A models approach* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth: Heinemann.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2009). The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Human, P. (2009). Leer deur probleemoplossing in wiskundeonderwys. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 28(4), 303-318.
- Jansen, J. (1999). Setting the Scene: Historiographies of Curriculum Policy in South Africa. In J. Jansen & P. Christie (Eds), *Changing Curriculum: Studies on Outcomes-based Education in South Africa*. Kenwyn: Juta.
- Jansen, J. (2007). Learning and leading in a globalized world: The lessons from South Africa. In T. Townsend & R. Bates (Eds.). *Handbook of teacher education*. The Netherlands: Springer.
- Kamii, C. & Joseph, L.L. (2004). *Young Children continue to reinvent arithmetic 2nd grade – implications of Piaget's theory*. 2nd ed. New York: Teachers College Press.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.-St., & Win-bourne, P. (2011). Professional knowledge related to Big Ideas in Mathematics – an empirical study with

- pre-service teachers. In *From a study of teaching practices to issues in teacher education (CERME 7)*.
- Lawton, F. (2005). Number. In A. Hansen, D. Drews, J. Dudgeon, F. Lawton, & L. Surtees (Eds.). (2005). *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary Schools*. Exeter: Learning matters.
- McDermott, L., & Rakgokong, L. (1998). *Excell onderwysershandboek 'n Holistiese benadering tot die onderrig en aanleer van syfervaardigheid in die grondslagfase*. Pretoria: Kagiso Uitgewers.
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491-529.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Retrieved from <http://timss.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html>
- Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1998). Learning through problem solving. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (1, pp. 169-185.) Stellenbosch, South Africa.
- North Carolina State Board of Education (NCSBE). (2009). *Teacher Education Specialty Area Standards*. Retrieved from <http://aplus.ncdpi.wikispaces.net/NC+Elementary+Standards>
- Oldfather, P., West, J., White, J., & Wilmarth, J. (1999). *Learning through children's eyes: Social constructivism and the desire to learn*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Otten, M. (2009). *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo*. Retrieved from <http://www.hs-ipabo.edu/sf.mcgi?2624>
- Rowland, T., & Turner, F. (2008). How shall we talk about 'subject knowledge' for mathematics teaching? In Joubert, M. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 28(2) June 2008
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching*. Los Angeles: SAGE.
- Siemon, D., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R., & Warren, E. (2011). *Teaching mathematics foundations to middle years*. Australia: Oxford University Press.
- Swars, S.L., Smith, S.Z., Smith, M.E., & Hart, L.C. (2009). A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs. *Journal Mathematics Teacher Education*, 12(1):47-66.

- Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T., & Garza-Kling, G. (2010). Developing mathematical content knowledge for teaching elementary school mathematics. *IUMPST: The Journal*. Vol 1 (Content Knowledge).
- The Australian Association of Mathematics Education. (2006). *Standards for excellence in teaching mathematics in Australian schools*. Retrieved from www.aamt.edu.au/content/download/499/2265/file/standxtm.pdf
- The Economist Intelligence Unit. (2012). *The learning curve lessons in country performance in education*. Retrieved from <http://thelearningcurve.pearson.com/the-report#none>
- Troutman, A. P., & Lichtenberg, B. K. (2003). *Mathematics a good beginning* (6th ed.). Belmont, CA: Thomson-Wadsworth.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kühne, C., & Lombard, A. (2012). Learning pathway for number in the early primary grades. Northlands: Macmillan South Africa (Pty) Ltd.

Voorlopige kennis- en praktykstandaarde vir wiskunde – Engelse weergawe

1. Introduction

Thank you once again for participating in this study; I consider it an honour and privilege that you agreed to be involved.

This document provides a brief overview of knowledge and practice standards for the preparation of foundation phase teachers, followed by a discussion of the conceptual theoretical framework and research design of this study. The proposed six standards to be evaluated by you follow from page 1 onwards. The questions for the evaluation are attached as a separate MSWord document and you are welcome to answer the questions in any way that you like. Please indicate whether you want to stay anonymous or agree to be quoted by name in my dissertation and/or possible articles or conference papers.

2. Draft knowledge and practice standards

This document contains draft mathematical knowledge and practice standards to be used in the preparation of foundation phase teachers. The draft standards describe what standards a foundation phase teacher should comply with after a minimum of four years' and a maximum of six years' study.

Table 1 shows the outline of the knowledge and practice standards designed for the number domain. The standards in this document aim to prepare the foundation phase teacher to successfully teach maths (the number domain in particular) during his/her first year as a qualified teacher. The number domain includes different number systems, number sense, reasoning, mental arithmetic, money, problem solving, place value, fractions and calculations.

Table 1: Knowledge and practice standards

Knowledge standards	Practice standards
Standard 1: Common content knowledge The foundation phase teacher has a clear understanding of the common content knowledge of the number domain.	Standard 4: Knowledge of content and teaching The foundation phase teacher is able to plan lessons and knows how to teach the number domain.
Standard 2: Specialised content knowledge The foundation phase teacher has a clear understanding of the specialised content of the number domain.	Standard 5: Knowledge of content and learners The foundation phase teacher knows the foundation phase learners and knows how they learn the number domain.
Standard 3: Knowledge at the mathematical horizon The foundation phase teacher understands how mathematical themes on the number domain relate to other themes in the different foundation phase year groups and in other phases.	Standard 6: Knowledge of content and curriculum The foundation phase teacher understands the South African school curriculum as well as international trends in the school curriculum concerning the number domain.

The knowledge and practice standards have been outlined in Table 1. Even though the standards were written within the framework of Ball et al. (2008), it is important to note that the different sections of mathematical knowledge for teaching can be described but not separated. In the next section the conceptual theoretical framework is provided.

3. Conceptual theoretical framework

Figure 1 provides the conceptual theoretical framework within which this study was conducted. A brief explanation of each element is subsequently provided.

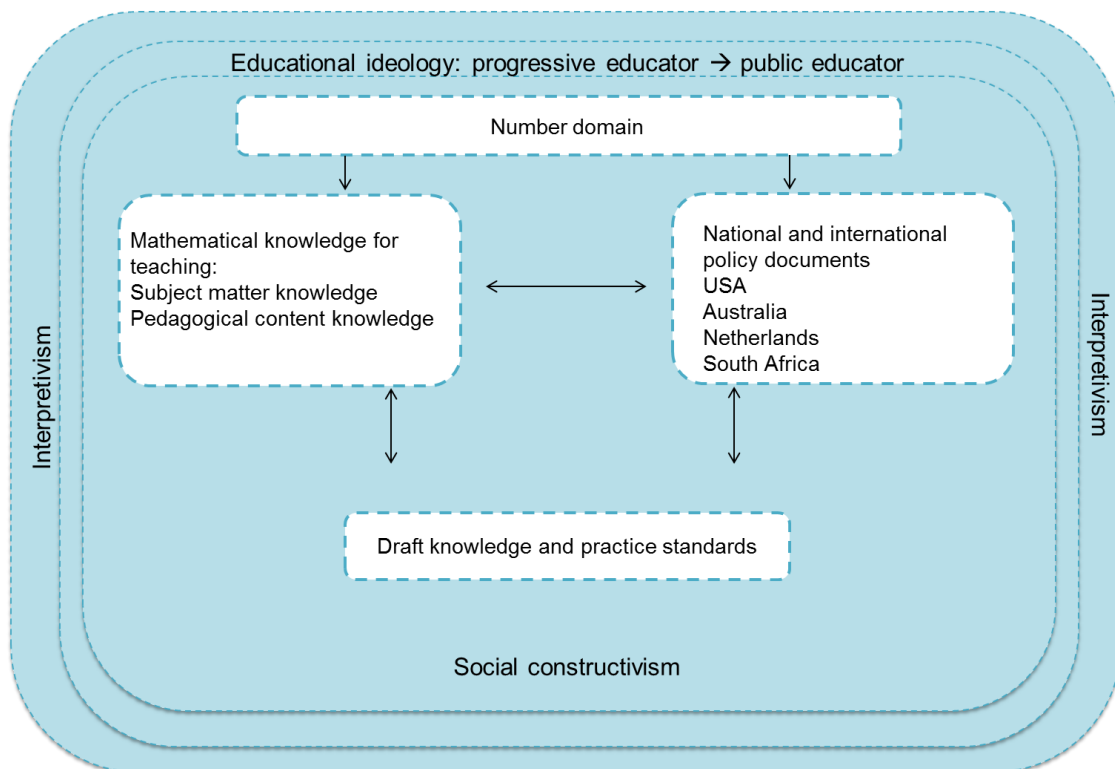


Figure 1: Conceptual theoretical framework

3.1. Interpretivism

I interpreted national and international policy and research documents and described knowledge and practice standards according to this interpretation.

3.2. Social constructivism

Social constructivism involves a specific view about how knowledge is constructed in a social environment (Oldfather, West, White & Wilmarth, 1999). A unique quality is that social constructivism is viewed as a central part of the philosophy of mathematics (Ernest, 1998).

3.3. Education ideologies

Among the five educational ideologies described by Ernest (1991), I found that the South African intended curriculum (CAPS) (DBE, 2011) can be described according to the progressive and public educator ideologies. The progressive educator views mathematical truth as absolute, but values the process of constructing this truth (Ernest, 1991). The public educator ideology views knowledge as cultural dependant, value laden, inter related and based on human activities (Ernest, 1991).

3.4. Mathematical knowledge for teaching

For this study, Ball, Thames and Phelps' (2008) description of two domains of mathematical knowledge for teaching was used as the framework for describing standards. The two domains are subject matter knowledge and pedagogical content knowledge. Subject matter knowledge entails common content knowledge, specialised content knowledge and horizon content knowledge (Ball et al., 2008). Pedagogical content knowledge consists of knowledge of content and students, knowledge of content and teaching, and knowledge of content and the curriculum (Ball & Bass, 2009).

3.5. National and international policy documents

Rationale for choosing international policy documents:

- Due to demographical conditions and shortages of teachers, teachers move from one country to another to teach (Townsend & Bates, 2007).
- Globalisation influences the need for quality teacher programmes and the type of teacher that will be needed in the future (Townsend & Bates, 2007; Jansen, 2007).
- Due to international comparisons, the educational systems of some countries are worth observing (The Economist Intelligence Unit [EIU], 2012).

Table 2: Rationale for choosing specific countries' policy documents

United States of America	Australia	The Netherlands
Ranked 11 th : Trends in International Mathematics and Science Studies (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012)	Ranked 19 th : Trends in International Mathematics and Science Studies (Mullis et al., 2012)	Ranked 12 th : Trends in International Mathematics and Science Studies (Mullis et al., 2012)
Ranked 17 th : Learning Curve Lessons in Country Performance in Education (EIU, 2012)	Ranked 13 th : Learning Curve Lessons in Country Performance in Education (EIU, 2012)	Ranked 7 th : Learning Curve Lessons in Country Performance in Education (EIU, 2012)
Had an influence on policy development, especially with regard to OBE (Bantwini & King-McKenzie, 2011).	Had an influence on policy development, especially with regard to OBE (Jansen, 1999).	This study forms part of a bigger project funded by the South Africa Netherlands Research Programme on Alternative Development. Netherlands is part of the European Union that funds the project: Developing Scientific Evidence-based Knowledge and Practice Standards for Teacher Preparation Programmes: A Focus on Literacy and Numeracy in English, Setswana and Afrikaans.

3.6. Provisional knowledge and practice standards

Once I have received all the evaluation reports, I will report on them in my dissertation. I plan to include the comments in my dissertation and present the knowledge and practice standards as a document entitled "*Draft number domain knowledge and practice standards for the preparation of foundation phase teachers*" to the Department of Basic Education and the Department of Higher Education and Training.

The research design is discussed in the next section.

4. Research design

Currently there are no mathematics knowledge and practice standards defined for the preparation of Foundation Phase student teachers in South Africa (Department of Basic Education & Department of Higher Education and Training [DBE & DHET], 2011). The main research question that guided this research was: "*What knowledge and practice standards are relevant for the number domain in the preparation of foundation phase teachers?*"

The sub questions that facilitated the answering of the main research question were the following:

- How do national and international policy documents describe the subject matter knowledge and pedagogical content knowledge needed to teach the number domain in the foundation phase?

- How do national and international research documents describe the subject matter knowledge and pedagogical content knowledge needed to teach the number domain in the foundation phase?
- How can the knowledge and practice standards needed for the preparation of foundation phase teachers for the number domain be described?

The research design that was used to answer the research questions can be described as a qualitative conceptual study with an interpretivist research paradigm. Policy documents and research documents were purposefully collected, selected and content analysis was implemented. The Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) (DBE, 2011) was compared to international school standards of America, Australia and the Netherlands. Table 2 provides the policy documents of the different countries that were analysed.

Table 3: Policy documents of each country analysed

United States of America	Australia	The Netherlands
Common Core State Standards for Mathematics (Common Core State Standards Initiative [CCSSI, 2010])	The Australian curriculum: Mathematics (Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2013)	Kerdoelen rekenen/wiskunde (Buijs, Klep & Noteboom, 2009)
Teacher Education Specialty Area Standards (North Carolina State Board of Education [NCSBE], 2009)	Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools (The Australian Association of Mathematics Education [AAME], 2006)	<i>Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo</i> (Otten, 2009)

After the policy documents had been analysed, articles addressing mathematical knowledge for teaching the number domain were analysed by means of content analysis.

I compared the findings of the policy documents with the findings of the research documents and compiled a draft set of knowledge and practice standards. I also obtained a list of universities that provide foundation phase teacher education, identified one researcher on foundation phase mathematics education at each institution and sent a kind request to each to participate in this research. Four practising teachers will also be requested to evaluate the draft number domain standards.

In the next section the first draft of the knowledge and practice standards are provided.

Standard 1: Common content knowledge

The foundation phase teacher should have a clear understanding of common content knowledge with regard to the number domain.

Narrative summary

Common content knowledge involves knowledge used in society in general and not only by foundation phase teachers. An example of common content knowledge is that foundation phase teachers are able to use an algorithm to calculate an answer. When the foundation phase teacher teaches mathematics, it is important that

he/she does not make mistakes on the blackboard so as not to confuse learners or waste education time. The foundation phase teacher is expected to understand common definitions of concepts and to know how to perform standard mathematical procedures.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 1.7 shows common knowledge of different number systems and the structure of numbers;
- 1.8 can do calculations (addition, subtraction, multiplication and division) fluently;
- 1.9 uses positive and negative exponents, square roots for calculations;
- 1.10 is able to do simple calculations swiftly and fluently;
- 1.11 understands standard procedures and recognises general errors; and
- 1.12 understands general definitions of mathematical concepts with regard to the number domain.

Standard 2: Specialised content knowledge

The foundation phase teacher has a specialised understanding of the number domain.

Narrative summary

For the foundation phase teacher to be effective in his/her first year of teaching, he/she needs specialised knowledge of mathematics to solve mathematical issues in the classroom without consuming too much time. The foundation phase teacher should have substantial interwoven knowledge of the number domain and should not only know that something is so, but also why it is so. The specialised knowledge expects of the foundation

phase teacher to be a self-directed, confident mathematician who is aware of his/her meta-cognitive thinking processes. The foundation phase teacher as a mathematician must be able to use different calculation strategies in different contexts. The specialised knowledge for teaching distinguishes the foundation phase teacher from someone in any other profession.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 2.1. has sound knowledge of whole numbers, rational numbers and integers;
- 2.2. has a number network repertoire;
- 2.3. understands relationships between number systems, patterns in numbers and the relationships between numbers and real-life examples;
- 2.4. can represent and model numbers in different ways, for example symbols, words, graphs and diagrams/pictures;
- 2.5. uses mathematically accurate representations;
- 2.6. knows how to use the number line to teach the position and order of numbers;
- 2.7. knows which numbers to use strategically for the teaching of specific concepts;
- 2.8. is able to use traditional and modern representations for the teaching of the number domain;
- 2.9. knows how to use manipulators effectively in mathematics activities;
- 2.10. understands place value;
- 2.11. understands one-to-one correspondence of whole numbers and knows why it is important;
- 2.12. knows the historical origin of numbers and number systems;
- 2.13. understands rational numbers as fractions and decimals, and understands the relationship between them;
- 2.14. is able to use different activities to make the meaning of fractions understandable;

- 2.15. knows how to use the commutative, associative and distributive laws of addition and multiplication;
- 2.16. is able to use different calculation strategies, algorithms and alternative procedures;
- 2.17. understands addition, subtraction, multiplication, division, brackets and estimation and is able to use them fluently to do calculations;
- 2.18. is able to use different models to represent calculations, procedures and calculation strategies;
- 2.19. is able to apply calculation procedures in complex situations;
- 2.20. knows which calculation or calculation strategy is the most effective;
- 2.21. knows how to multiply by 0 and 1 and understands what the addition of 0 means;
- 2.22. does calculations with fractions and decimals;
- 2.23. knows how to estimate;
- 2.24. has knowledge and understanding of calculations with integers;
- 2.25. understands the difference between the recall of facts and mental calculations;
- 2.26. has a repertoire of mental calculation strategies;
- 2.27. is able to apply mental calculations fluently to different numbers (e.g. whole numbers, integers, rational numbers, etc.);
- 2.28. is able to identify and diagnose errors and stumbling blocks/misconceptions;
- 2.29. is able to use an error or stumbling block as a teaching opportunity;
- 2.30. knows number notations up to one billion;
- 2.31. uses number notations during calculations;
- 2.32. knows different mathematical symbols such as I , $<$, $>$, square roots, exponents, fractions, decimals, etc.;
- 2.33. uses mathematical language for speaking, writing, meaning of numbers, relationships, integers, formal language, calculations, place value, decimal numbers and fractions;
- 2.34. uses the correct mathematical language for reasoning and explanation;
- 2.35. uses mathematically applicable definitions;
- 2.36. formulates, analyses and adapts definitions to the understanding of learners;
- 2.37. develops metacognitive thinking skills;
- 2.38. reasons during problem solving;
- 2.39. is able to verify/justify reasoning and calculations;
- 2.40. knows how to support learners' thinking development;
- 2.41. reasons about how answers are reached;
- 2.42. judges the accuracy of calculations;
- 2.43. is able to explain how and why an algorithm works;
- 2.44. is able to unpack mathematical knowledge;

- 2.45. can answer possible questions of learners;
- 2.46. understands the rationale for procedures, meaning of terms and the explanation of concepts of numbers;
- 2.47. relates numbers to real-life situations;
- 2.48. judges the quality of teaching material and adapts it to the teaching situation;
- 2.49. poses mathematical questions and problems for learners to be actively learning;
- 2.50. assesses and interprets learners' mathematical learning and makes an informed decision about future teaching;
- 2.51. understands the learner's thinking development;
- 2.52. knows how to introduce and explain mathematical concepts;
- 2.53. chooses problem-solving strategies and checks for accuracy;
- 2.54. is able to solve problems by applying different problem-solving strategies and steps;
- 2.55. is able to interpret learners' ways of problem solving;
- 2.56. is able to pose problems and find solutions for these problems; and
- 2.57. knows the criteria for problem solving and how to apply them.

Standard 3: Knowledge at the mathematical horizon

The foundation phase teacher understands how mathematical themes of the number domain relate to other themes within the foundation phase year group and to themes in other phases.

Narrative summary

Effective foundation phase teachers do not only know mathematics for the grades they teach, but also understand mathematical concepts that learners learned in pre-school and will learn in the intermediate phase. The foundation phase teacher is able to guide learners on the landscape of mathematical ideas and has

a vision of how mathematical ideas, structures and properties that will be taught in later grades relate to the ideas that the foundation phase teacher is teaching at a specific moment. Knowledge at the mathematical horizon expects from the teacher to make decisions about how and what to teach.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 3.1. understands where the mathematics to be taught fits in with the broad mathematics curriculum;
- 3.2. understands mathematical ideas from the pre-school and intermediate phase; and
- 3.3. knows how knowledge at the mathematical horizon influences teaching choices.

Standard 4: Knowledge of content and teaching

The foundation phase teacher is able to plan lessons and knows how to teach the number domain.

Narrative summary

Teaching refers to everything the foundation phase teacher does to support learners. Teaching also involves the planning of lessons and the interactive presentation of lessons. Knowledge of content and teaching means that the foundation phase teacher has enough knowledge about the content to support learners during mathematical activities. The foundation phase teacher organises

content for teaching and choose examples as well as real-life problems to start with in order for learners to actively construct knowledge. The teacher evaluates the advantages and disadvantages of representations to teach a specific idea. Each of these tasks requires interaction with specific mathematical knowledge and pedagogical knowledge for learners to be positively influenced.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 4.1. is enthusiastic about mathematics and learning mathematics;
- 4.2. knows how important learners' positive attitude is with regard to mathematics and therefore promotes a positive attitude;
- 4.3. knows how his/her own beliefs about mathematics affect his/her teaching approach;
- 4.4. is able to apply different teaching theories and knows which one is the most appropriate for active learning;
- 4.5. knows the three types of knowledge (physical, social-conventional, logico-mathematical) of mathematics and knows how they influence mathematical teaching;
- 4.6. knows how to involve learners in active learning;
- 4.7. is able to effectively apply different teaching-learning strategies;
- 4.8. knows and is able to facilitate learning in mathematics;
- 4.9. has knowledge about teaching the number domain;
- 4.10. knows how to introduce standard procedures and how to teach them;
- 4.11. knows how to involve different learners;
- 4.12. evaluates the advantages and disadvantages of the use of different representations;
- 4.13. knows the knowledge quartet (foundation, transformation, connection and contingency) and is aware of its effect on teaching;
- 4.14. knows what the value of games is and how to implement them during teaching;
- 4.15. knows the learning pathway for number and knows how it influences teaching;

- 4.16. plans coherent learning experiences that provide natural opportunities for self-directed learning;
- 4.17. knows and understands process skills to ensure learners' mathematical development;
- 4.18. is able to use ICT effectively while teaching and during the discovery of mathematical concepts;
- 4.19. knows how to implement models and schemes for the transition from context-bound to context-free formal calculations and thinking;
- 4.20. is able to plan lessons by using the written school curriculum and other resources;
- 4.21. sets clear teaching and learning goals while planning a lesson;
- 4.22. plans a lesson with different moments (connecting with prior knowledge, problem statement, activities, etc.);
- 4.23. plans and presents lessons from a social constructivist approach;
- 4.24. is able to plan activities in which learners can construct knowledge;
- 4.25. creates meaningful mathematical tasks;
- 4.26. supports learners' thinking during problem-solving activities;
- 4.27. organises and facilitates discussions about problem-solving strategies;
- 4.28. makes informed decisions about problems to be followed up;
- 4.29. predicts learners' reactions and responses while planning teaching activities;
- 4.30. knows how to predict what learners will find interesting and motivating;
- 4.31. plan discussions about calculations in real-life situations that are relevant to the learners;
- 4.32. understands the importance of mathematical language in the teaching of concepts of the number domain;
- 4.33. knows how to
 - a. effectively choose examples and tasks;
 - b. see teaching moments;
 - c. model;
 - d. use representations effectively;
 - e. pose questions in different ways and when to ask which question;
- 4.34. plans for assessment;
- 4.35. understands that the following are integrated between content areas and methods:
 - a. problem solving
 - b. reasoning (metacognitive thinking skills to manage and control cognitive thinking skills)
 - c. communication and mathematical language
 - d. relationships between mathematical ideas

e. different representations

- 4.36. is able to understand learners' language and half sentences;
- 4.37. models mathematical thinking, mental calculations and reasoning, and provides opportunities for learners to apply them;
- 4.38. knows how to expand the number domain of mental calculations to 100;
- 4.39. knows how to represent all the components of the number domain and how to teach them;
- 4.40. knows which activities are suitable in a specific situation to make mathematical ideas and concepts clear;
- 4.41. is able to reflect on previously presented lessons in order to refine them.

Standard 5: Knowledge of content and learners

The foundation phase teacher knows the foundation phase learners and knows how these children learn the number domain.

Narrative summary

Knowledge of content and learners relates knowledge about learners and knowledge about mathematics. Foundation phase teachers should be able to think like the learner does and should know what he/she finds easy or difficult. When foundation phase teachers plan mathematical tasks, their knowledge of content and the learner enables them to predict what learners will find easy and

what they will find difficult. The foundation phase teacher should be aware of the misconceptions/stumbling blocks that learners experience in the number domain. South Africa is a country with multi-cultural classrooms and the foundation phase teacher should be knowledgeable about this and prepared to teach in diverse conditions.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 5.1. has knowledge about the holistically development of learners
- 5.2. has knowledge about learners'
 - a. mental representation of content;
 - b. preconceived ideas;
 - c. misconceptions and errors;
 - d. learning curve;
 - e. social contexts;
 - f. cultural contexts; and
 - g. manner of learning;
- 5.3. knows how to interpret Gelman and Gellistel's principles of counting and knows how they influence teaching;
- 5.4. knows how to break up mathematical ideas and how to introduce concepts to learners;
- 5.5. should have profound knowledge about learning as development, learning as changing behaviour, learning as changing thinking and understanding as an individual or social activity;
- 5.6. should develop, formulate and justify his/her own learning theory within the framework of national and international trends;
- 5.7. knows how to maximise learning opportunities for learners;

- 5.8. knows how to establish a learning environment that facilitates and extends learning opportunities;
- 5.9. knows how to enable learners to construct mathematical concepts to extend their own mathematical knowledge and appreciation of mathematics;
- 5.10. knows how to take into account learners' pre-knowledge and how to activate and build upon it;
- 5.11. knows how to ensure that learners understand the functions, structure and properties of numbers;
- 5.12. is able to pose real-life examples in activities that explore number;
- 5.13. knows how to develop learners' problem-solving strategies, calculation strategies, number sense, mental calculations, fraction understanding, place value understanding and estimation;
- 5.14. knows how learners' understanding of numbers develops according to the learning pathway for number;
- 5.15. knows how to pose problems and facilitate problem solving so that learners may explore different ways of finding the answer;
- 5.16. knows how to pose problems and facilitate the finding of solutions
- 5.17. knows how to develop learners into self-directed learners who enjoy mathematics;
- 5.18. knows how to teach learners to develop into self-directed mathematisers;
- 5.19. knows how to assess for learning;
- 5.20. is familiar with the different social environments from which learners attend school and know how these environments influence learning;
- 5.21. knows how to help learners to
 - a. develop metacognitive thinking skills;
 - b. develop problem-solving skills;
 - c. apply different strategies;
 - d. reflect on the processes of mathematical problem solving;
 - e. communicate their thinking;
 - f. analyse and evaluate other learners' thinking and strategies;
 - g. use mathematical language to explain mathematical ideas;
 - h. see relationships;
 - i. apply mathematics in and outside the classroom;
 - j. develop mathematical representations of mathematics;
 - k. organise mathematical ideas and communicate them;
 - l. understand and implement Polya's model of problem solving;
- 5.22. knows how to follow learners' thinking and is able to understand a problem from a learner's perspective (how a learner would grasp it for the first time);

- 5.23. has a repertoire of general misconceptions/stumbling blocks with regard to the number domain and can therefore predict them and teach preventatively;
- 5.24. knows which content is easy and which content is difficult for learners.

Standard 6: Knowledge of content and curriculum

The foundation phase teacher understands the South African curriculum and international trends in the school curriculum about the number domain.

Narrative summary

In South Africa the school curriculum changes regularly and therefore it is of essence that foundation phase teachers should be able to adapt to these changes, understand them and interpret the school curriculum. The foundation phase teacher should be able to teach the South African

school curriculum, but should also understand the development of other countries' school curriculum documents. The foundation phase teacher should know which resources, textbooks and lesson plans are effective for teaching.

Sub-standards

The foundation phase teacher

- 6.1. has substantial knowledge of the mathematics he/she teaches;
- 6.2. is able to plan learning experiences on substantial mathematics;
- 6.3. knows how to incorporate teaching strategies, technology and other resources with learning experiences;
- 6.4. shows knowledge of the content with regard to teacher resources and strategies like the sequence of themes, different examples, metaphors, models, tasks, resources and technology that can be used;
- 6.5. has horizontal and vertical curriculum knowledge.

Bibliography

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- Australian curriculum assessment and reporting authority. (2013). *The Australian curriculum: mathematics*. Retrieved from <http://www.australiancurriculum.edu.au/Print/PdfOptions>
- Bair, S. L., & Rich, B. S. (2011). Characterizing the development of specialised mathematical content knowledge for teaching in algebraic reasoning and number theory. *Mathematical Thinking in Learning*, 13(4), 292-321.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Paper prepared based on keynote address at the 43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik, Oldenburg.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14-17; 20-22; 43-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bantwini, B.D., & King-McKenzie, E. (2011). Some issues that teachers are confronted with: A case of the United States of America and South Africa. *Journal of Emerging Markets*, 3, 361-374.
- Bennett, A.B., Burton, L.J., & Nelson, L.T. (2010). *Mathematics for elementary teachers a conceptual approach*. 8th ed. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- Buijs, K., Klep, J., & Noteboom, A. (2009). *Kerndoelen rekenen/wiskunde*. Retrieved from <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-KDRekenenWiskunde.html>
- Charlesworth, R., & Leali, S.A. (2012). Using problem solving to assess young children's mathematics knowledge. *Early Childhood Education Journal*, 39, 373-382.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Conference Board of the Mathematical Sciences. (2001). *The Mathematical Education of Teachers*. Providence RI and Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America. http://www.cbmsweb.org/MET_Document/
- Department of Basic Education. (2011). *Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS) Grade 1-3 Mathematics*. Pretoria: Author.

- Department of Basic Education. (2011b). *Report on the Annual National Assessments of 2011*. Pretoria: Author.
- Department of Basic Education & Department of Higher Education and Training (2011). *Integrated strategic planning framework for teacher education and development in South Africa 2011-2025*. Pretoria: Author.
- Department of Education. (2007). The Higher Education Qualification Framework. (Notice 928 of 2007). *Government Gazette*, 30353, 3-29.
- Department of Higher Education and Training. (2011). Notice on National Qualifications Framework Act 67 of 2008 Policy on the Minimum Requirements for Teacher Education Qualifications. (Notice 583 of 2011). *Government Gazette*, July 15, 34467, 3-62.
- English, R. (2013). *Teaching arithmetic in primary schools*. Los Angeles: SAGE.
- Ernest P 1991. *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Ernest P 1998. *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. United States of America: State University of New York Press.
- Estes, T. H., Mintz, S. L., & Gunter, M. A. (2011). *Instruction: A models approach* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth: Heinemann.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2009). The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Human, P. (2009). Leer deur probleemoplossing in wiskundeonderwys. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 28(4), 303-318.
- Jansen, J. (1999). Setting the Scene: Historiographies of Curriculum Policy in South Africa. In J. Jansen & P. Christie (Eds), *Changing Curriculum: Studies on Outcomes-based Education in South Africa*. Kenwyn: Juta.
- Jansen, J. (2007). Learning and leading in a globalized world: The lessons from South Africa. In T. Townsend & R. Bates (Eds.). *Handbook of teacher education*. The Netherlands: Springer.
- Kamii, C. & Joseph, L.L. (2004). *Young Children continue to reinvent arithmetic 2nd grade – implications of Piaget's theory*. 2nd ed. New York: Teachers College Press.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.-St., & Win-bourne, P. (2011). Professional knowledge related to Big Ideas in Mathematics – an empirical study with

- pre-service teachers. In *From a study of teaching practices to issues in teacher education (CERME 7)*.
- Lawton, F. (2005). Number. In A. Hansen, D. Drews, J. Dudgeon, F. Lawton, & L. Surtees (Eds.). (2005). *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary Schools*. Exeter: Learning matters.
- McDermott, L., & Rakgokong, L. (1998). *Excell onderwysershandboek 'n Holistiese benadering tot die onderrig en aanleer van syfervaardigheid in die grondslagfase*. Pretoria: Kagiso Uitgewers.
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491-529.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Retrieved from <http://timss.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html>
- Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1998). Learning through problem solving. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (1, pp. 169-185.) Stellenbosch, South Africa.
- North Carolina State Board of Education (NCSBE). (2009). *Teacher Education Specialty Area Standards*. Retrieved from <http://aplus.ncdpi.wikispaces.net/NC+Elementary+Standards>
- Oldfather, P., West, J., White, J., & Wilmarth, J. (1999). *Learning through children's eyes: Social constructivism and the desire to learn*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Otten, M. (2009). *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo*. Retrieved from <http://www.hs-ipabo.edu/sf.mcgi?2624>
- Rowland, T., & Turner, F. (2008). How shall we talk about 'subject knowledge' for mathematics teaching? In Joubert, M. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 28(2) June 2008
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching*. Los Angeles: SAGE.
- Siemon, D., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R., & Warren, E. (2011). *Teaching mathematics foundations to middle years*. Australia: Oxford University Press.
- Swars, S.L., Smith, S.Z., Smith, M.E., & Hart, L.C. (2009). A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs. *Journal Mathematics Teacher Education*, 12(1):47-66.

- Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T., & Garza-Kling, G. (2010). Developing mathematical content knowledge for teaching elementary school mathematics. *IUMPST: The Journal*. Vol 1 (Content Knowledge).
- The Australian Association of Mathematics Education. (2006). *Standards for excellence in teaching mathematics in Australian schools*. Retrieved from www.aamt.edu.au/content/download/499/2265/file/standxtm.pdf
- The Economist Intelligence Unit. (2012). *The learning curve lessons in country performance in education*. Retrieved from <http://thelearningcurve.pearson.com/the-report#none>
- Troutman, A. P., & Lichtenberg, B. K. (2003). *Mathematics a good beginning* (6th ed.). Belmont, CA: Thomson-Wadsworth.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Kühne, C., & Lombard, A. (2012). Learning pathway for number in the early primary grades. Northlands: Macmillan South Africa (Pty) Ltd.

Bylaag D Verklaring

VERKLARING

Ek verklaar hiermee dat ek,

Isabel M. Claassen (APBVert(SAVI)),

voltydse vryskutvertaler, taalversorger/redigeerder en taalkonsultant

van

Lawsonlaan 1367, Waverley, Pretoria
(tel. 012 332 2040; selfoon 082 701 7922)

en

geakkrediteerde lid (No. 1000583) van die Suid-Afrikaanse Vertalersinstituut (SAVI)

die *taalversorging** gedoen het van die M-verhandeling getiteld

**'n Verkennende ondersoek na kennis- en praktykstandaarde vir die getalldomein
in die voorbereiding van grondslagfase-onderwysers**

wat aan my voorgelê is deur

Anja Human

Selfoon: 072 949 8259

E-posadres: Anja Human [20669003@nwu.ac.za]

Datum afgehandel: 18-10-2013

**Neem asseblief kennis dat die taalversorger geen verantwoordelikheid neem vir die korrektheid van stellings of argumente in die betrokke dokument, of vir veranderings wat na afhandeling van die taalversorging aangebring is nie. Let ook daarop dat inhoudsredigering nie deel uitmaak van die taalversorger se taak nie en dat dit inderdaad oneties is.*