STATISTIESE METODES AS HULPMIDDEL IN DIE BESLUITNEMINGSPROSES - GEVALLE STUDIES UIT DIE STAALBEDRYF

deur

MAURICE PEREIRA

Skripsie aangebied ter gedeeltelike voldoening aan die vereistes vir die graad

MAGISTER IN BEDRYFSADMINISTRASIE

in die Fakulteit Ekonomiese Wetenskappe aan die Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys.

LEIER : PROF. A.G. DE WET

Januarie 1982

ERKENNING

My opregte dank aan almal wat 'n bydrae gelewer het om hierdie studie moontlik te maak.

'n Spesiale woord van dank aan prof. A.G. de Wet vir sy leiding.

VOORWOORD

Statistiese metodes as hulpmiddel in die besluitnemingsproses is geen nuwe begrip nie. Juis daarom is dit verbasend dat slegs enkele begrippe algemeen in die praktyk toegepas word. As gevolg van die wye toepassing in die Staalbedryf het die behoefte aan die toepassing van meer gevorderde statistiese metodes die afgelope aantal jare sterk na vore getree.

Praktiese ondervinding het besondere behoeftes aan veral die volgende onderwerpe uitgewys, nl. normaalverspreiding, kontrolekaarte en regres= sie analise. Bogenoemde drie onderwerpe is dan ook as uitgangspunt vir hierdie studie geneem.

Die doel van hierdie dokument is dus nie om 'n detail uiteensetting van die teorie saam te stel nie, maar wel om die praktiese toepassing en interpretasie van 'n aantal statistiese beginsels te illustreer. Dit dien ook gemeld te word dat hierdie dokument in die nabye toekoms as bron= dokument in 'n bestuursopleidingsprogram aangewend gaan word.

M. Pereira

INHOUDSOPGAWE

1. NORMAALVERSPREIDING

1.1 Verspreiding van data 1

1.2 Normaalverdeling vs ander verdelings 5

1.3 Formule en eienskappe van die normaalverdeling 7

1.4 Standaardnormaalverdeling 9

1.5 Toetse vir normaliteit 9

1.5.1 Persentasie waarnemings tussen kontrolegrense 10

1.5.2 Persentasie kumulatiewe frekwensieveelhoek 11

1.5.3 Normale persentasie kumulatiewe frekwensieveelhoek 13

1.5.4 Verwagte frekwensies per klasinterval 13

1.5.5 χ^2 Toets 15

1.5.6 Lilliefors-toets 17

1.6 Toepassings van die beginsels van die normaalverdeling 20

2. KONTROLEKAARTE

2.1 Prosesvariasie 24

2.2 Die doel van kontrolekaarte 24

2.3 Definisie van kontrolekaarte 25

2.4 Beginsel van kontrolekaarte 25

2.5 Statistiese beheer 26

2.6 Interpretasie van kontrolegrense 27

2.7 Tipe I en tipe II foute 28

2.8 Veranderlikes vs attribute (attributes) 29

2.9 Voordele van kontrolekaarte 29

2.10 Kontrolekaarte gebaseer op die verhouding defektiewes (p-kaarte) 30

2.10.1 p Kontrolekaart - konstante n 31

2.10.2 p Kontrolekaart - veranderlike n 33

2.11 Kontrolekaarte gebaseer op veranderlikes 37

2.11.1 $\bar{X}$ Kontrolekaart 37

	2.11.2 R Kontrolekaart	38
	2.11.3 $\bar{X}$ en R kaarte gebaseer op huidige produksie	38
2.12	σ en $\bar{R}$ kaarte	41
	2.12.1 σ Kaart	41
	2.12.2 $\bar{R}$ Kaart	42
3.	REGRESSIE ANALISE	
3.1	Definisies	43
3.2	Verband tussen veranderlikes	43
3.3	Vergelyking van die regressielyn	44
3.4	Passing van die regressielyn	45
3.5	Korrelasiekoëffisiënt	46
3.6	Standaardfout	47
3.7	Betekenistoetse	49
3.8	Meervoudige regressie analise	49
3.9	Toepassing van regressie analise	50

Bylaes

Bibliografie

HOOFSTUK 1

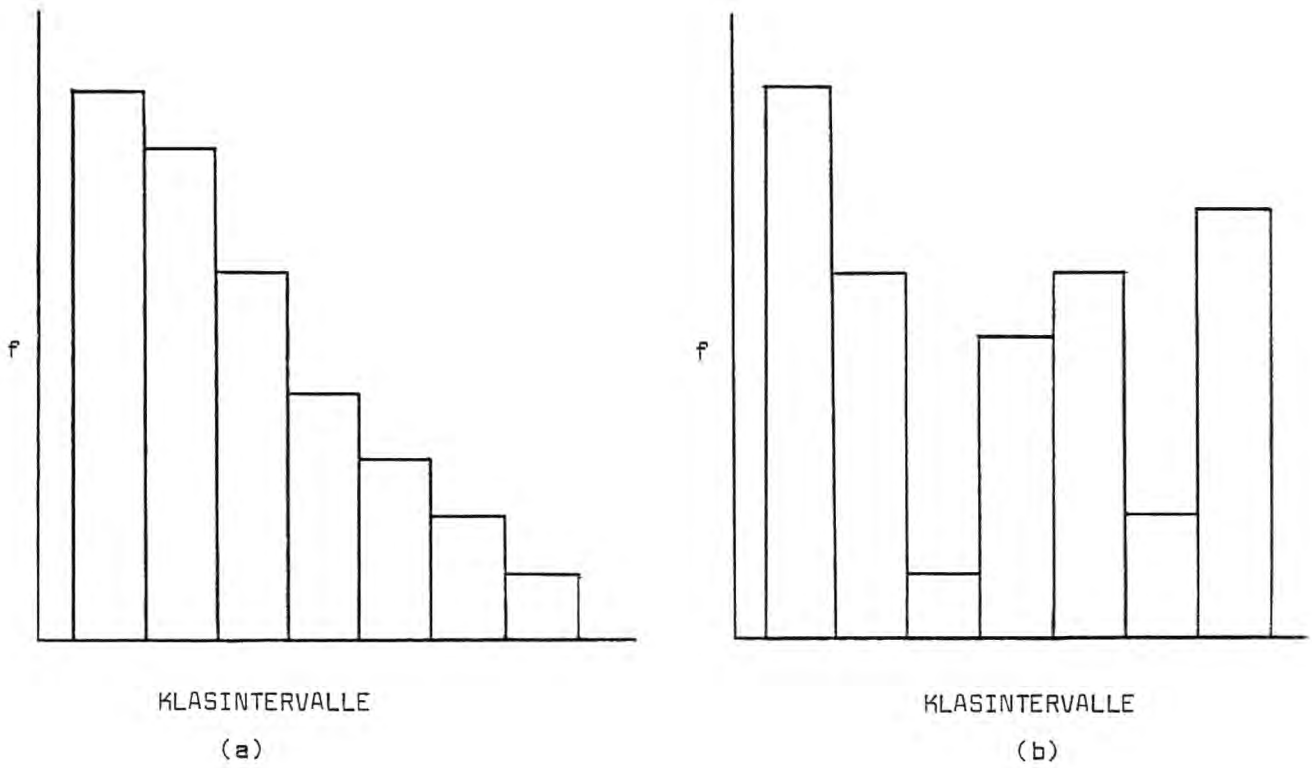
NORMAALVERSPREIDING

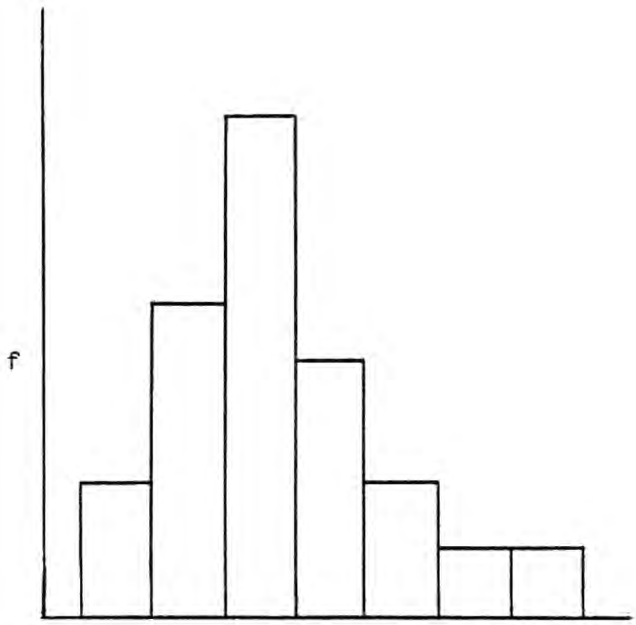
Steekproefdata neem verskeie verspreidingsvorms aan. 'n Paar voorbeelde volg in paragraaf 1.1. 'n Klokvormige verspreidingsvorm, die sogenaamde normaalverspreiding, word baie gebruik. Die redes hiervoor word in paragraaf 1.2 uiteengesit. Die formulering van hierdie verspreidingsvorm volg, tesame met die eienskappe daarvan, in paragraaf 1.3. In paragraaf 1.4 word hierdie verdeling herlei tot die standaardvorm. 'n Aantal toetse wat op steekproefdata toegepas kan word om te bepaal hoedanig die data met die standaardvorm vergelyk, word in paragraaf 1.5 behandel. Hierdie hoofstuk word afgesluit met paragraaf 1.6 wat die toepassing van die beginsels van die normaalverdeling bespreek.

1.1 Verspreiding van data

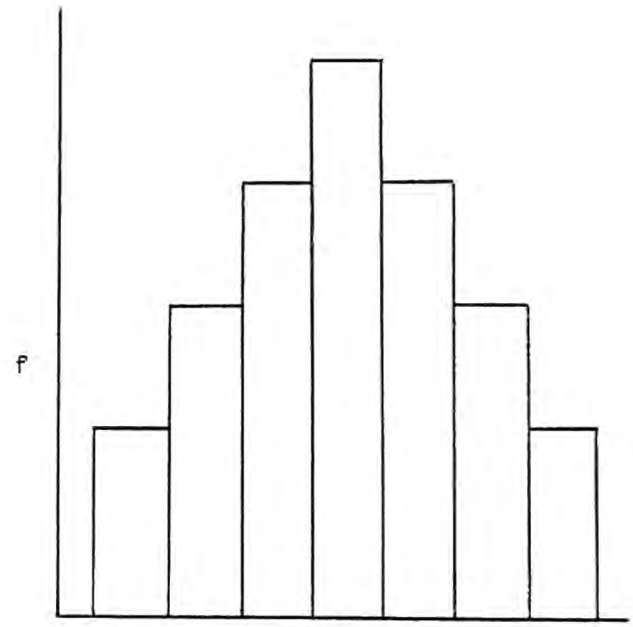
Die verspreiding van data kan grafies voorgestel word met behulp van 'n histogram. 'n Assestelsel met die frekwensies op die vertikale as en die klasintervalle op die horisontale as aangedui, is nodig. Die histogram bestaan dan uit reghoeke met hoogtes gelyk aan die frekwensie en die klasintervalle as basisse. Figuur 1.1 toon 'n paar voorbeelde van histogramme.

FIGUUR 1.1 HISTOGRAMME VAN FREKWENSIEVERDELINGS





(c)

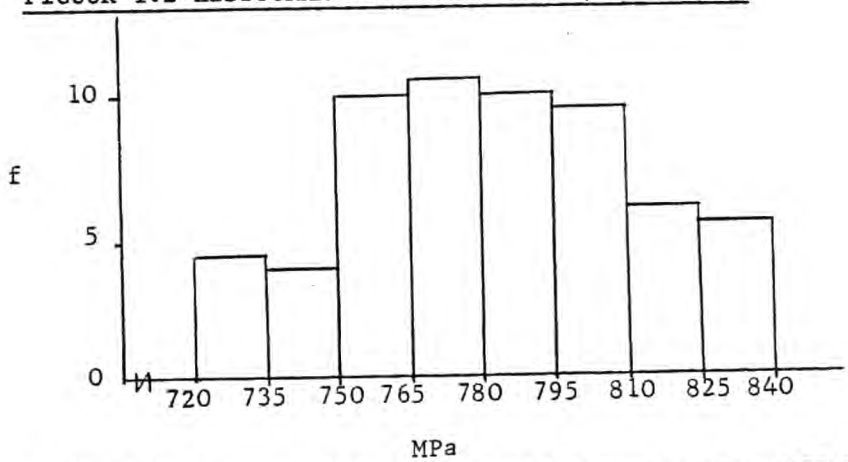


(d)

Al die klasintervalle van die voorbeelde in figuur 1.1 is ewe groot. Indien al die klasintervalle egter nie ewe groot is nie, kan dit foutief geïnterpreteer word soos die volgende voorbeeld aantoon.

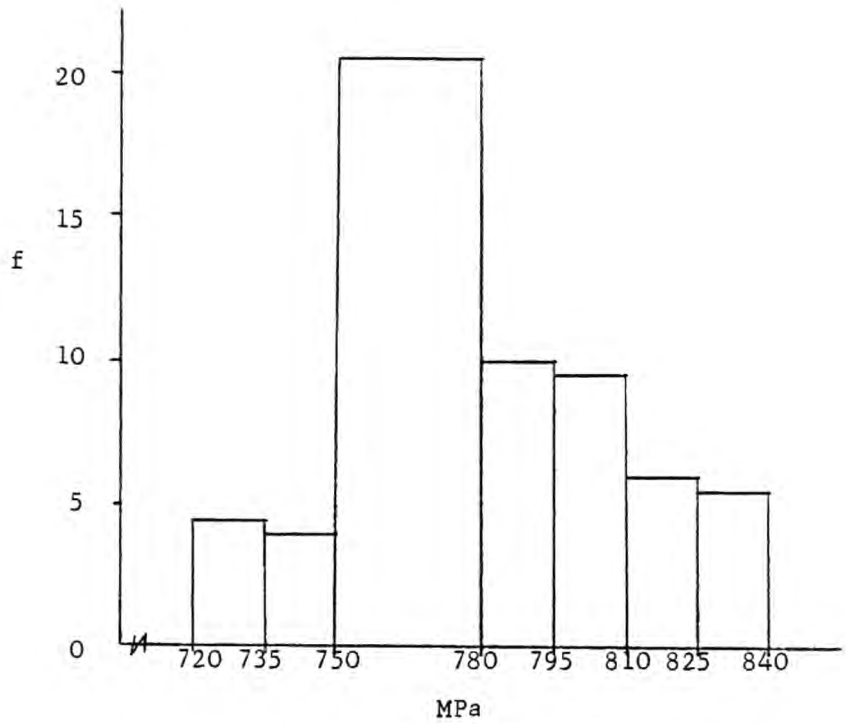
Die frekwensieverdeling van vloeispanning van die steekproefdata in bylae A, word in tabel 1.3 (p. 12) gevind. Figuur 1.2 toon die histogram van die frekwensies.

FIGUUR 1.2 HISTOGRAM VAN FREKWENSIES(TABLE 1.3)



Indien die aantal plate met 'n vloeispanning van 750 MPa tot 780 MPa in een klasinterval saamgevoeg word, vertoon die histogram soos in figuur 1.3.

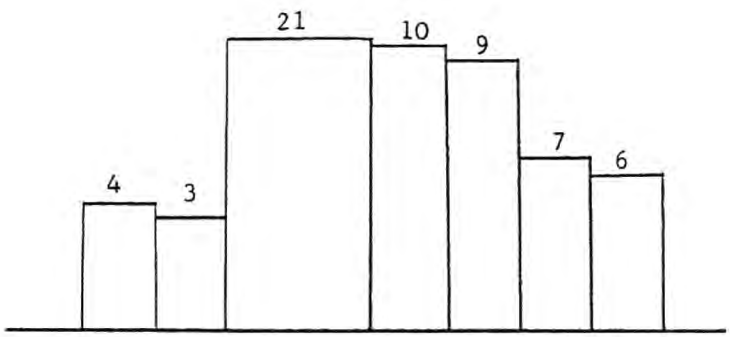
FIGUUR 1.3 HISTOGRAM VAN AANGEPASTE FREKWENSIES



As ons laasgenoemde histogram beskou, kom ons onder die indruk dat die grootste aantal waarnemings 'n vloeispanningwaarde van tussen 750 en 780 MPa het. Inderwaarheid het slegs een derde van die plate 'n vloeispanningwaarde tussen genoemde limiete.

Die rede vir die foutiewe afleiding is die gevolg van die feit dat ons die oppervlaktes van die stawe in plaas van die hoogtes daarvan vergelyk. Freund & Williams (1961, p. 34) stel die volgende verstelling voor : "If one class interval is twice as wide as the others, we divide the height of its rectangle by two ....." Deur hierdie verstelling word die frekwensie deur die oppervlakte verteenwoordig, soos in figuur 1.4.

FIGUUR 1.4 HISTOGRAM VAN DIE OPPERVLAKTES VAN FREKWENSIES



In 'n histogram kan die frekwensies vervang word met die relatiewe frekwensies. Sodoende kan die proporsie waarnemings tussen grense afgelei word. Die relatiewe frekwensies van tabel 1.3 (p. 12) lyk soos volg : 4/60; 3/60; 10/60; 11/60; 9/60; 7/60 en 6/60 of 0,07; 0,05; 0,17; 0,18, 0,17; 0,15; 0,12 en 0,10. Die totaal van die relatiewe frekwensies is gelyk aan een. Die totale oppervlakte is dus gelyk aan een.

Van die histogram van relatiewe frekwensies kan byvoorbeeld afgelei word watter deel van ie data lê tussen 750 MPa en 780 MPa, naamlik 0,35 (21/60). Die waarskynlikheid, indien 'n enkele plaat beskou word dat sy vloeispanning tussen 750 MPa en 780 MPa sal lê is ook 0,35. Dit is ook die oppervlakte. Die oppervlakte gee dus die waarskynlikheid.

'n Histogram kan egter ook benader word met 'n gladde kromme. Die oppervlakte onder die kromme is ook gelyk aan een.

FIGUUR 1.5 BENADERING VAN DIE HISTOGRAM MET 'N GLADDE KROMME

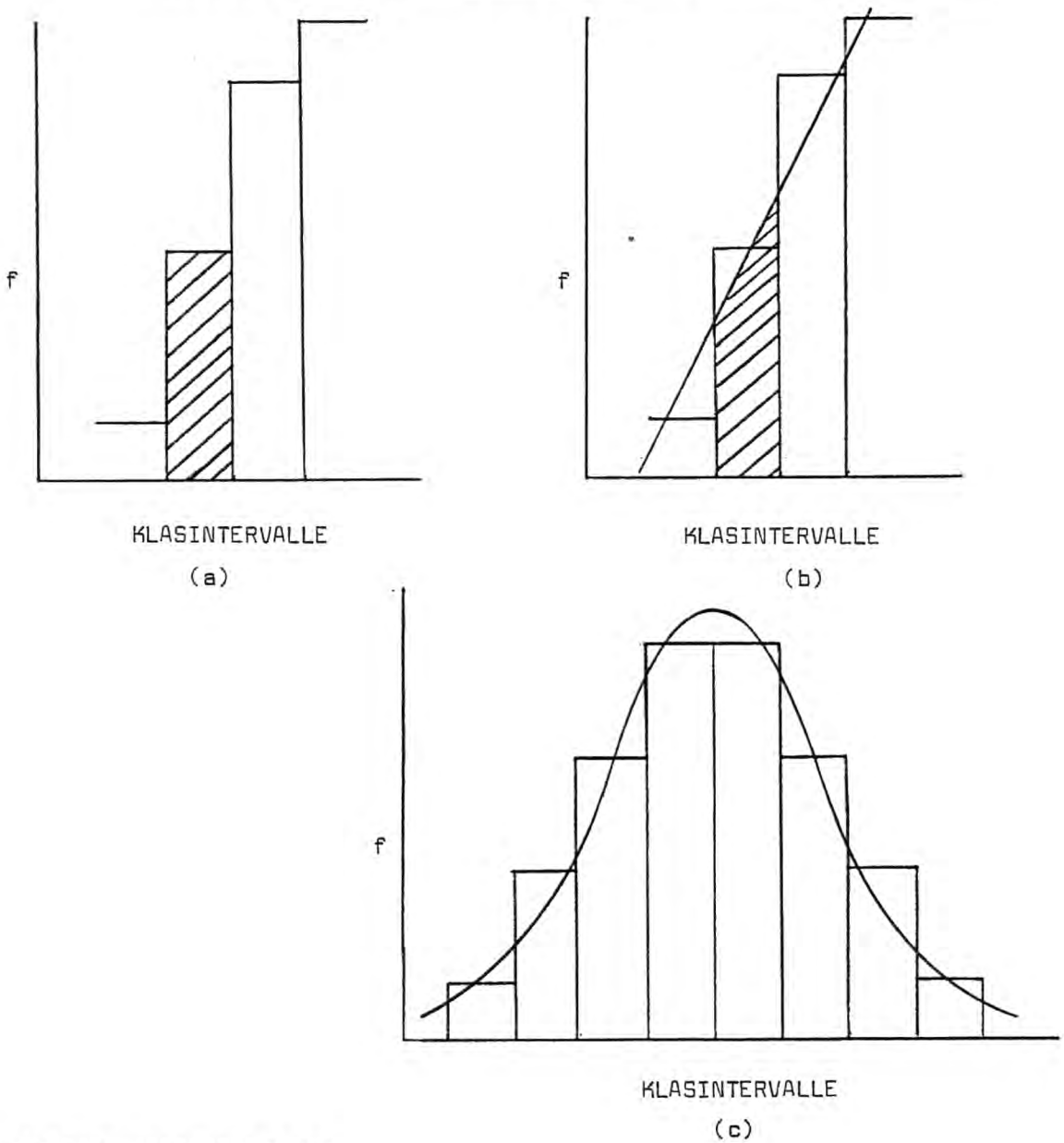


Figure 1.1 (d) en 1.2 (c) illustreer 'n baie gebruikte wiskundige model. Hierdie waarskynlikheidsverdeling staan bekend as die normaalverdeling en vertoon 'n gladde, simmetriese, klokvormige verloop.

1.2 Normaalverdeling vs. ander verdelings

Waarom word die normaalverdeling meer gebruik as ander verdelings?

Hierdie vraag word deur Box, Hunter en Hunter (1978, p. 43) beantwoord, nl. "Two facts explain the importance of the normal distribution :

1. The central limit effect, which produces a tendency for real error distributions to be 'normal-like'

2. The robustness or insensitivity of many commonly used statistical procedures to deviations from theoretical normality".

Eersgenoemde faktor kan soos volg meer volledig omskryf word.

Die "totale" fout, nl. ε verteenwoordig 'n aantal foutkomponente, bv. prosesfoute soos masjieninstelling, foute a.g.v. die variasie in die kwaliteit van grondstowwe, foute met die sny, voorbereiding, toetsing van monsters, ens.

Die totale fout ε is dus 'n funksie van 'n aantal foutkomponente, nl. ε_1, ε_2, ..., ε_n wat lineêr voorgestel kan word as $\varepsilon = a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \ldots + a_n\varepsilon_n$, waar die a's konstantes is.

Volgens die sentrale limietstelling sal die verdeling van so 'n lineêre funksie van foute, onder sekere toestande - wat normaalweg in die praktyk heers - neig na normaliteit - byna onafhanklik van die verdeling van die foutkomponente. 'n Belangrike voorbehoud is egter dat verskeie foutkomponente 'n belangrike bydrae tot die totale fout moet maak en dat geen enkele foutkomponent die ander oorheers nie. Die sentrale limietstelling word soos volg geïllustreer.

Beskou die grafiese voorstelling van populasies en steekproefverdelings in figuur 1.6. Hierdie voorstellings is geneem uit 'n artikel deur Barrett & Goldsmith (1976, p. 68).

FIGUUR 1.6 WAARSKYNLIKHEIDSVERDELINGS VAN NIE-NORMALE POPULASIE

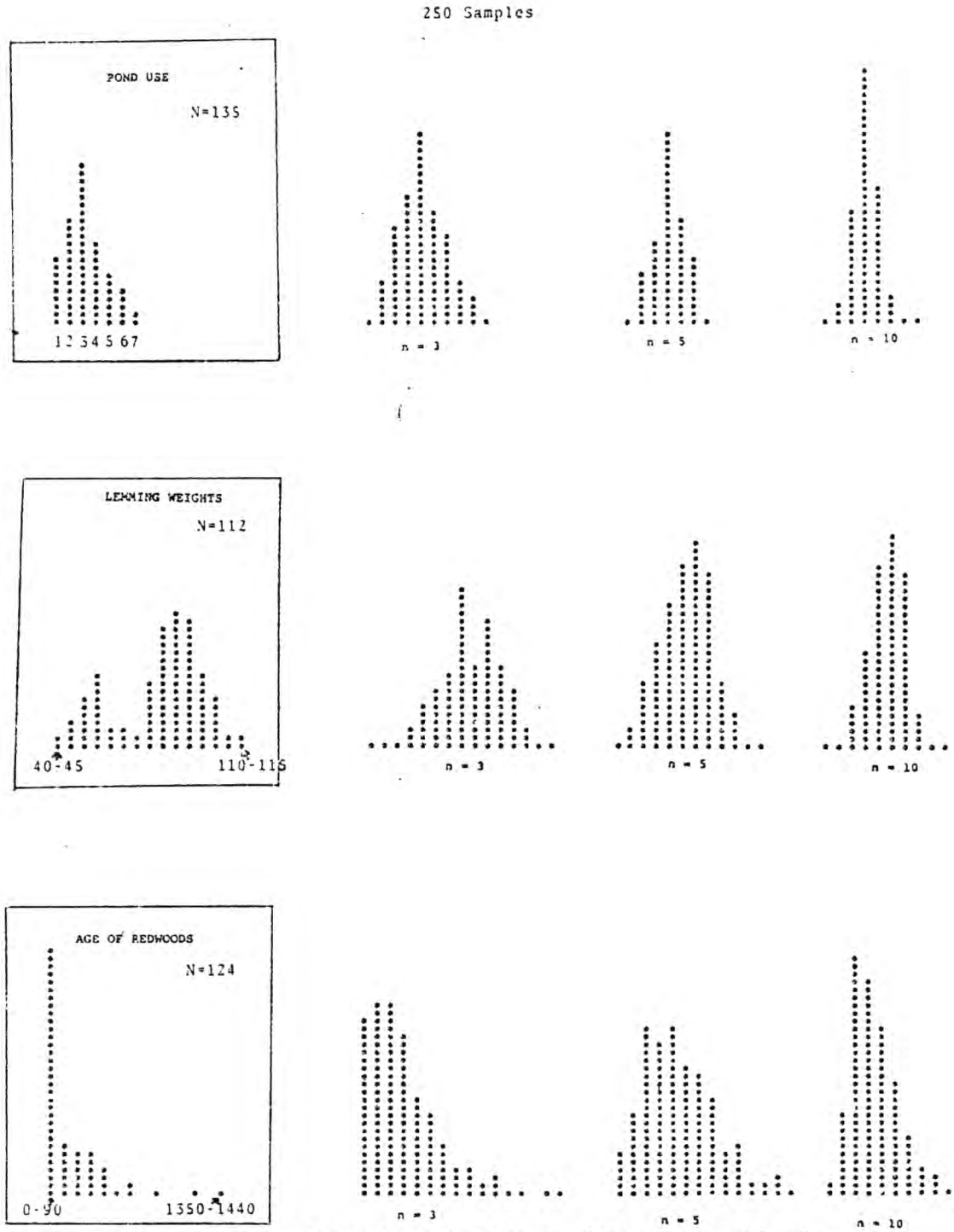


Figure 1. The Effect of Sample Size on the Distribution of Means in Repeated Sampling.

Die eerste populasie verteenwoordig die aantal ure wat 135 persone op 'n gemiddelde dag by 'n dam (pond) deurbring. Die tweede populasie toon die massa, in gram, van 112 Lemmings en die derde populasie die ouderdom in jare, van 124 bome (redwoods). Die eerste kolom toon die verdeling van die populasies. Al drie is nie-normaal. Die tweede, derde en vierde kolomme toon die waarskynlikheidsverdelings van die steekproefgemiddeldes van 250 steekproewe met grootes 3,5 en 10. Elke asterisk verteenwoordig 2 waarnemings.

Vir die eerste populasie, waarvan die data slegs effens skeef is, blyk dit dat die gemiddeldes van steekproefgroottes van 3 reeds normaal verdeel is. Die bimodale verdeling van die tweede populasie, blyk normaal verdeel te wees met steekproefgroottes van 5. Die baie skewe populasie in die derde geval (redwood) is selfs by steekproefgroottes van 10 nie normaal verdeel nie. Die skrywers van hierdie artikel het bereken dat hierdie verdeling normaal verdeel is met steekproefgroottes van 40 en meer.

Nieteenstaande die feit dat die populasie nie normaal verdeel is nie, word die verdeling van die gemiddeldes van steekproewe uit die populasie benader met 'n normaalverdeling - selfs in die geval waar die steekproefgroottes slegs 3 is. Steekproefgroottes is egter 'n funksie van die verdeling van die populasie.

1.3 Formule en eienskappe van die normaalverdeling

Met gemiddelde μ en standaardafwyking σ word die normaalverdeling soos volg geformuleer

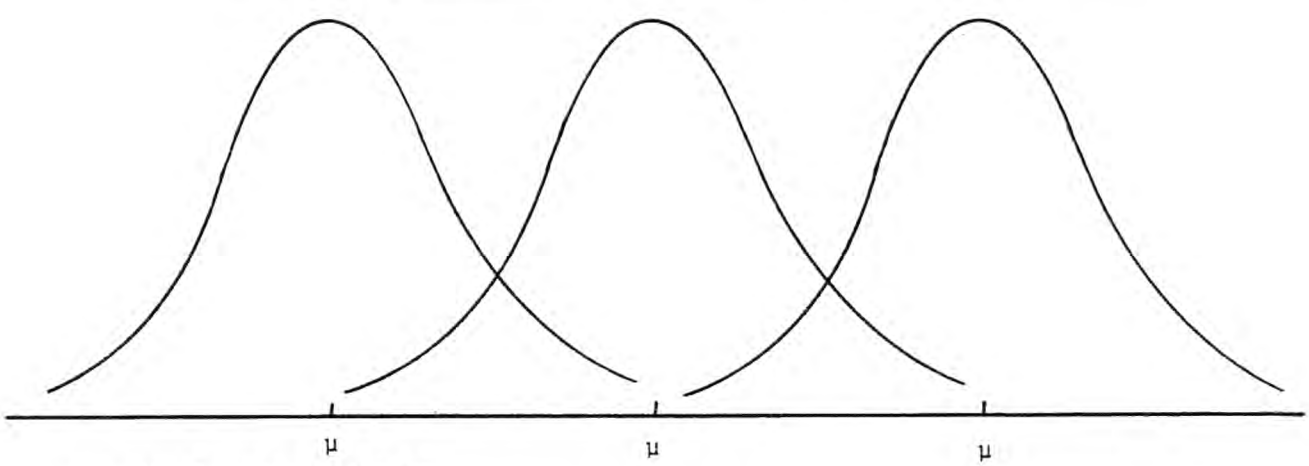
$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}\ e^{-1/2(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Die normaalverdeling toon die volgende eienskappe.

1.3.1 Die normaalverdeling is simmetries, m.a.w. die linkerkant is 'n spieëlbeeld van die regterkant met gemiddelde μ presies in die middel.

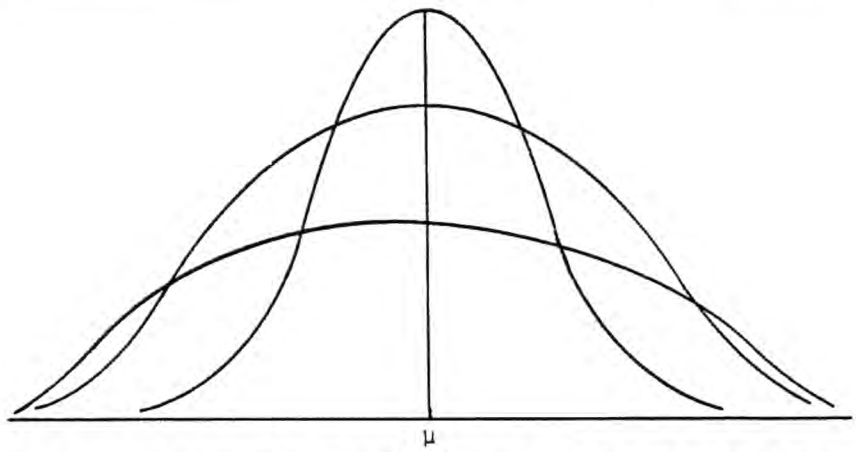
1.3.2 Die rekenkundige gemiddelde bepaal die ligging van die kromme soos in figuur 1.7 (Li, 1964, p. 21).

FIGUUR 1.7 NORMAALKROMMES MET DIESELFDE STANDAARDAFWYKING, MAAR VERSKILLENDE GEMIDDELDES



1.3.3 Die standaardafwyking bepaal die verspreiding van die kromme. Figuur 1.8 illustreer hierdie eienskap (Li, 1964, p. 22).

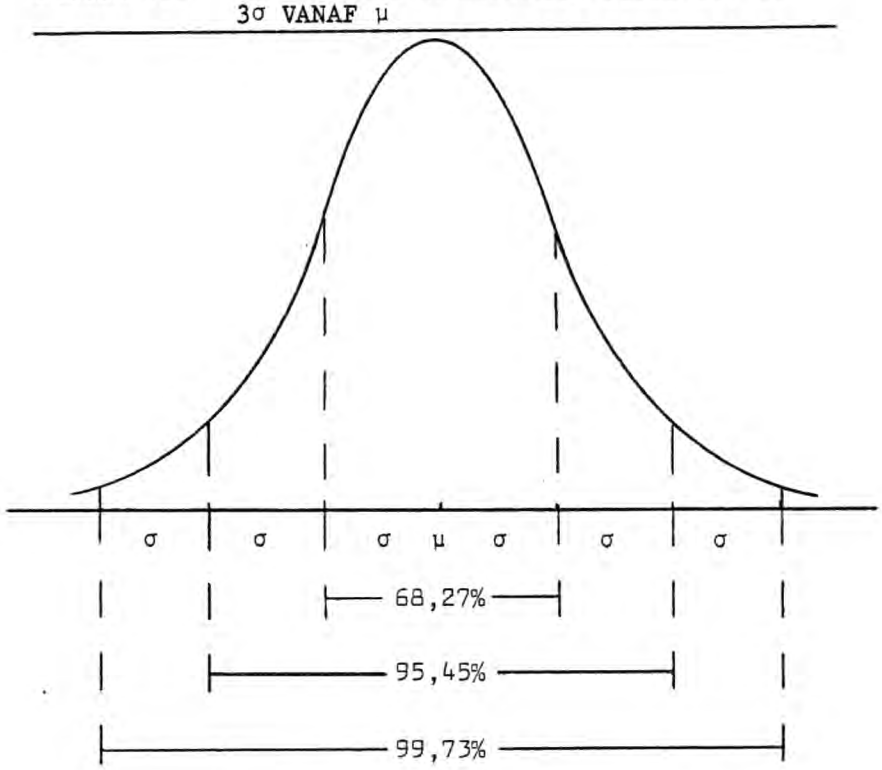
FIGUUR 1.8 NORMAALKROMMES MET DIESELFDE GEMIDDELDE, MAAR VERSKILLENDE STANDAARDAFWYKINGS



1.3.4 Onderskeidelik 68,27%, 95,45% en 99,73% van alle items in 'n normale populasie het onderskeidelik waardes tussen een, twee of drie standaardafwykings onder die populasie gemiddelde en een, twee of drie standaardafwykings daarbo (P.U. vir C.H.O., 1981).

Met ander woorde $\mu \pm 3\sigma$ sluit 99,73% van alle items in 'n normale populasie in en sluit dus slegs 0,27% daarvan uit. Figuur 1.9 illustreer hierdie eienskap.

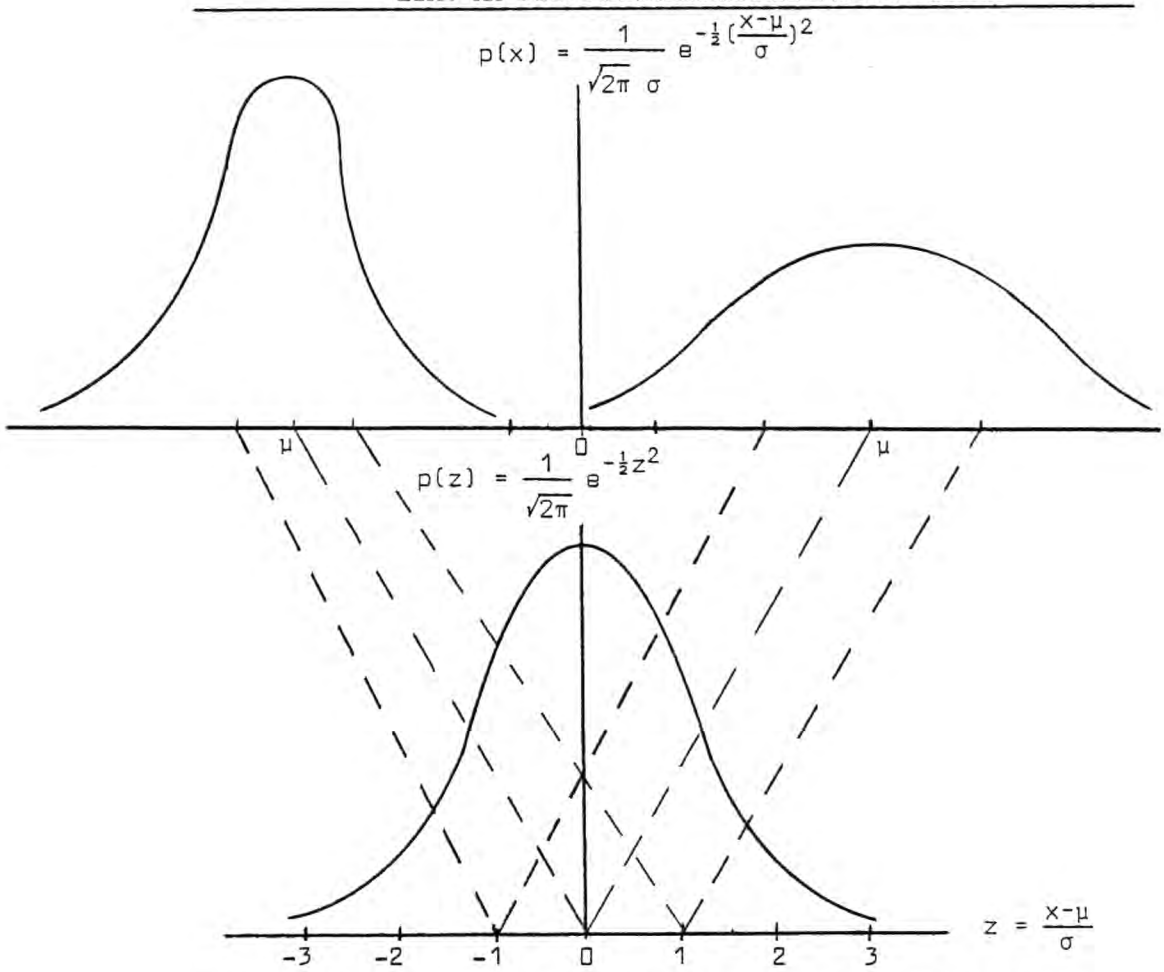
FIGUUR 1.9 PERSENTASIE WAARNEMINGS BINNE 1σ, 2σ EN 3σ VANAF μ



1.4 Standaardnormaalverdeling

Die oppervlaktes onder die normaalkromme is getabuleer. Dit is egter nie nodig om tabelle op te stel vir elke moontlike waarde van μ en σ nie. Slegs een tabel is opgestel en wel vir die standaardnormaalverdeling, m.a.w. met 'n gemiddelde van 0 en 'n standaardafwyking van 1.

FIGUUR 1.10 LINEÊRE TRANSOFRMASIE VAN ENIGE NORMAALVERANDER= LIKE NA DIE STANDAARDNORMAALVERANDERLIKE



Uit die tabelle is die oppervlakte onder die normaalkromme tussen - 1 en + 1 gelyk aan 0,6826, tussen - 2 en + 1 gelyk aan 0,9544 en tussen - 3 en + 3 gelyk aan 0,9974. Vergelyk met figuur 1.9. Vir volledigheid word die leser verwys na die kontinuïteitskorreksie wanneer diskrete data beskou word. (Yamane, 1964, p. 124).

1.5 Toetse vir normaliteit

Daar bestaan verskeie toetse waaraan die frekwensieverdeling onder beskouing onderwerp kan word om vas te stel hoedanig die verdeling met die standaardnormaalverdeling vergelyk. 'n Paar van die toetse word geïllustreer aan die hand van 'n steekproef wat in Bylae A uiteengesit is.

Let Wel

1. Slegs enkele veranderlikes is in die steekproef opgeneem.

2. Slegs treksterkte- en vloeispanningwaardes word in die illustrasie toegepas.

3. Die vloeispanningwaardes is effens gewysig om die beginsels van die normaalverdeling te illustreer.

1.5.1 Persentasie waarnemings tussen kontrolegrense

Tabel 1.1 som een van die eienskappe van 'n normaalverdeling op (kyk paragraaf 1.3.4).

TABEL 1.1 PERSENTASIE WAARNEMINGS TUSSEN KONTROLEGRENSE

GRENSE	PERSENTASIE
$\mu \pm 1\sigma$	68,27
$\mu \pm 2\sigma$	95,45
$\mu \pm 3\sigma$	99,73

Deur die werklike persentasies van waarnemings van die steekproef wat binne hierdie grense val te bepaal en met die teoretiese persentasies, soos uiteengesit in tabel 1.1, te vergelyk, kan vasgestel word of die steekproef uit 'n normale populasie onttrek is, aldan nie.

TABEL 1.2 PERSENTASIE WAARNEMINGS PER KONTROLEGRENS

KONTROLEGRENSE		% STEEKPROEFWAARNEMINGS		%
VLOEISPANNING (VS)	TREKSTERKTE (TS)	VLOEISPANNING (VS)	TREKSTERKTE (TS)	$x \sim N(\mu, \sigma^2)$
754,7 - 813,7	789,1 - 857,0	68,33 (41)	73,33 (44)	68,27
725,2 - 843,2	755,1 - 891,0	95,00 (57)	100,00 (60)	95,45
695,7 - 872,8	721,1 - 925,0	100,00 (60)	100,00 (60)	99,73

waar $\bar{X}_{VS} = 784,22$ $S_{VS} = 29,51$
$\bar{X}_{TS} = 823,05$ $S_{TS} = 33,98$

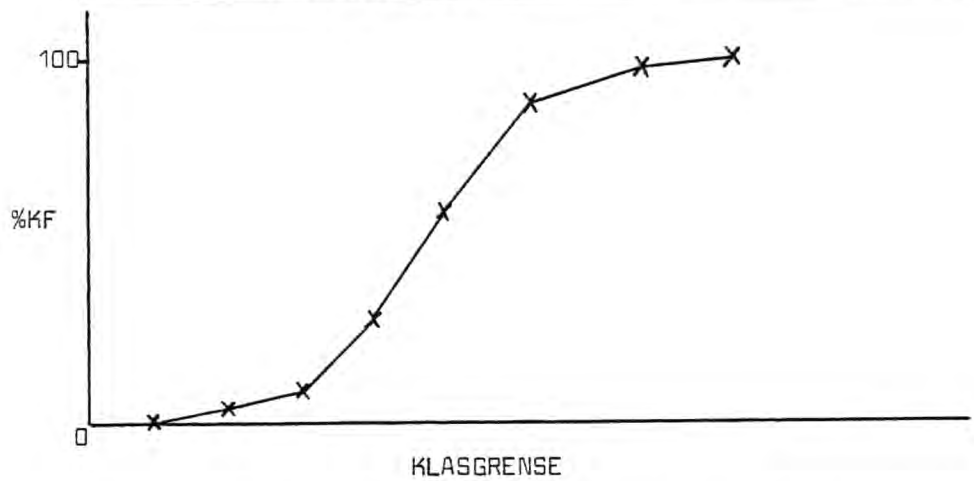
Daar kan dus met 'n groot mate van sekerheid gestel word dat vloeispanning wel normaal verdeel is, terwyl die teendeel in die geval van treksterkte skynbaar waar is.

Alhoewel dit 'n redelik eenvoudige metode is om toe te pas, is die subjektiewe maatstaf 'n groot nadeel nl. die opsteller moet besluit of die persentasies betekenisvol van mekaar verskil, al dan nie.

1.5.2 Persentasie kumulatiewe frekwensieveelhoek

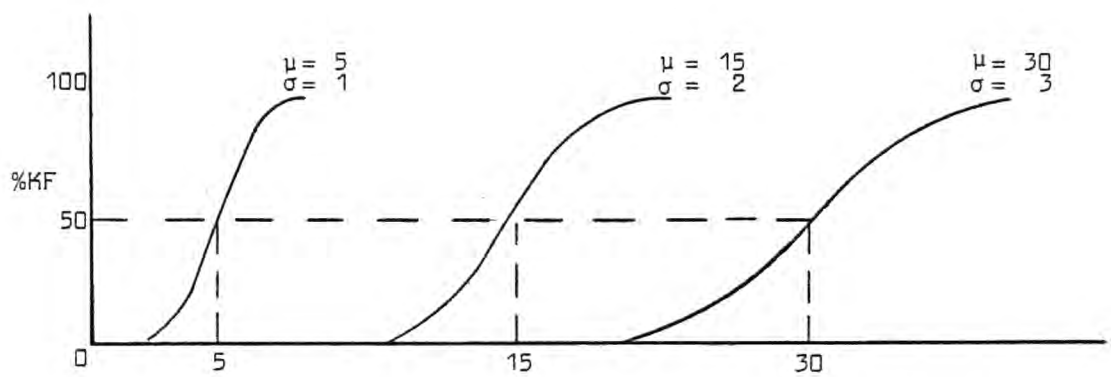
Indien die persentasie kumulatiewe frekwensies (% KF) (minder as) van 'n stel data bereken word en teenoor die klasgrense op gewone grafiekpapier geplot word, sal dit 'n tipiese vorm (S-vorm) aanneem, soos in figuur 1.11.

FIGUUR 1.11 PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIEVEELHOEK - TIPIESE VORM



Figuur 1.12 toon die % kumulatiewe veelhoeke vir die keuse $\mu = 5$, $\sigma = 1$; $\mu = 15$, $\sigma = 2$ en $\mu = 30$, $\sigma = 3$. "Hieruit is dit duidelik hoe μ se waarde die posisie van die kromme bepaal terwyl σ die helling van die middelste deel karakteriseer". (P.U. vir C.H.O., 1981, p. 8.13 en 8.14).

FIGUUR 1.12 DRIE NORMALE PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIEVEELHOEKE



Hierdie metode behels dan dat die % kumulatiewe frekwensieveelhoek van die steekproef geskets word en met die normale vorm vergelyk word. As die ooreenkoms goed is, is die steekproef afkomstig uit 'n normale populasie, anders nie.

Om die persentasie kumulatiewe frekwensieveelhoeke op te stel word die data gegroepeer.

TABEL 1.3 PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIES (MINDER AS) - VLOEISPANNING

KLASINTER= VALLE	FREKWENSIES (f)	KLASGRENSE	KUMULATIEWE FREKWENSIES (KF)	% KF
720 - 735⁻	4	720	0	0
735 - 750⁻	3	735	4	7
750 - 765⁻	10	750	7	12
765 - 780⁻	11	765	17	28
780 - 795⁻	10	780	28	47
795 - 810⁻	9	795	38	63
810 - 825⁻	7	810	47	78
825 - 840⁻	6	825	54	90
TOTAAL	60	840	60	100

TABEL 1.4 PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIES (MINDER AS) - TREKSTERKTE

KLASINTER= VALLE	FREKWENSIES (f)	KLASGRENSE	KUMULATIEWE FREKWENSIES (KF)	% KF
760 - 775⁻	2	760	0	0
775 - 790⁻	4	775	2	3
790 - 805⁻	14	790	6	10
805 - 820⁻	11	805	20	33
820 - 835⁻	10	820	31	52
835 - 850⁻	4	835	41	68
850 - 865⁻	10	850	45	75
865 - 880⁻	3	865	55	92
880 - 895⁻	2	880	58	97
TOTAAL	60	895	60	100

Bylae B toon dat vloeispanning nader aan die sogenaamde tipiese of standaardvorm is as in die geval van treksterkte. Of vloeispanning op grond van bylae B alleen beskou kan word as normaal verdeel, is egter twyfelagtig.

Die voor- en nadele van hierdie metode is dieselfde as die vorige metode.

1.5.3 Normale persentasie kumulatiewe frekwensieveelhoek

Deur die % kumulatiewe frekwensies op normaal grafiekpapier in plaas van gewone grafiekpapier, te skets los die inter= pretasieprobleem van die vorige metode tot 'n groot mate op, want eersgenoemde skets moet 'n reguit lyn wees. Die waardes teenoor 0% en 100% word nie aangedui nie, want die normaal= verdeling is asimptoties en teoreties word hierdie waardes nooit bereik nie.

Bylaes C en D toon die grafiese voorstellings van vloeispanning- en treksterktewaardes. Vloeispanningwaardes toon weer eens 'n beter verloop as treksterktewaardes.

Die beoordeling van hierdie voorstellings is egter steeds subjektief.

Bogenoemde drie metodes dui daarop dat vloeispanning wel met 'n normaalverdeling benader kan word en treksterkte nie. Rickmers & Todd (1967, p. 41) wys daarop dat indien die grafiese voorstelling van data die besluitnemer se vermoede dat die data normaal verdeel is, onderskryf, rasionele besluite geneem kan word gebaseer op die normaliteitsbeginsels.

1.5.4 Verwagte frekwensies per klasinterval

'n Meer wetenskaplike metode om te bepaal of 'n verdeling normaal verdeel is, is om die frekwensies per klasinterval te bepaal indien ons 'n normaalverdeling met dieselfde gemiddelde en standaardafwyking as ons verdeling, gehad het. Hierdie normaalverdelingfrekwensies word dan met die waargenome frekwensies vergelyk.

Die verwagte normaalverdelingfrekwensies word met behulp van die Z-transformasie, nl.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \text{ of } \frac{x - \bar{x}}{s},$$

en die normaaltabelle bereken. Die interpretasie van hierdie frekwensies word vergemaklik indien beide pare m.b.v. histogramme op dieselfde assestelsel voorgestel word.

TABEL 1.5 VERWAGTE FREKWENSIES PER KLASINTERVAL - VLOEISPANNING

KLASIN= TERVALLE (1)	KLAS= GRENSE (2)	$Z = \frac{x - \bar{x}}{S}$ (3)	TABEL= WAARDES (4)	VER= SKILLE (5)	NORMAAL= VERD. FREKW (6)	WAARGENOME FREKW. (7)
	719,5	- 2,19	0,4857			
720 - 735				0,0322	1,9	4
	734,5	- 1,68	0,4535			
735 - 750				0,0725	4,4	3
	749,5	- 1,18	0,3810			
750 - 765				0,1324	7,9	10
	764,5	- 0,67	0,2486			
765 - 780				0,1850	11,1	11
	779,5	- 0,16	0,0636			
780 - 795				0,2004	12,0	10
	794,5	0,35	0,1368			
795 - 810				0,1683	10,1	9
	809,5	0,86	0,3051			
810 - 825				0,1096	6,6	7
	824,5	1,37	0,4147			
825 - 840				0,0546	3,3	6
	839,5	1,87	0,4693			

TABEL 1.6 VERWAGTE FREKWENSIES PER KLASINTERVAL - TREKSTERKTE

KLASIN= TERVALLE (1)	KLAS= GRENSE (2)	$Z = \frac{x - \bar{x}}{S}$ (3)	TABEL= WAARDES (4)	VER= SKILLE (5)	NORMAAL= VERD. FREKW (6)	WAARGENOME FREKW. (7)
	759,5	- 1,87	0,4693			
760 - 775				0,0457	2,7	2
	774,5	- 1,43	0,4236			
775 - 790				0,0847	5,1	4
	789,5	- 0,99	0,3389			
790 - 805				0,1301	7,8	14
	804,5	- 0,55	0,2088			
805 - 820				0,1690	10,1	11
	819,5	- 0,10	0,0398			
820 - 835				0,1729	10,4	10
	834,5	0,34	0,1331			
835 - 850				0,1492	9,0	4
	849,5	0,78	0,2823			
850 - 865				0,1065	6,4	10
	864,5	1,22	0,3888			
865 - 880				0,0627	3,8	3
	879,5	1,66	0,4515			
880 - 895				0,0306	1,8	2
	894,5	2,10	0,4821			

Kolomme (1) en (2) sit die klasintervalle met die ooreenstemmende klasgrense uiteen. Kolom (3) bevat die getransformeerde waardes, m.a.w. die steekproefverdeling is omgeskakel na die standaardnormaalverdeling sodat die oppervlaktes onder die kromme direk uit die tabelle afgelees kan word. Die tabelwaardes (4) is afgelees uit die tabel in Freund en Williams (1961, p.501). Aangesien genoemde tabel die oppervlaktes regs van die nulpunt aandui, word die positiewe en negatiewe tabelwaardes van mekaar afgetrek om die oppervlakte onder die kromme tussen twee punte (klasgrense) te verkry - kolom (5). Die tabelwaardes word natuurlik bymekaar getel wanneer die een positief en die ander negatief is. Kolom (5) x 100 gee die persentasie waarnemings per klasinterval in die geval van 'n normaalverdeling. Kolom (6) bevat die verwagte frekwensie per klasinterval van 'n normaalverdeling met dieselfde gemiddelde en standaardafwyking as die steekproef, m.a.w. kolom (5) x n.

Treksterkte (tabel 1.6) toon groot afwykings wat daarop dui dat die verdeling nie normaal is nie. Vloeispanning (tabel 1.5) toon afwykings van 'n minder ernstige aard, maar of dit beduidend is of nie, berus op subjektiewe oordeel.

1.5.5 χ^2toets

Die nadeel van subjektiewe oordeel van die vorige metodes kan oorbrug word deur die verwagte normaalverdelingfrekwensies verder te beskou. Hierdie is die frekwensies wat ons in die verskillende klasintervalle verwag mits ons met 'n normaal= verdeling, met dieselfde gemiddelde en standaardafwyking as die steekproef, te doen het. Die verwagte frekwensies moet egter 'n waarde van minstens 5 per klasinterval hê. (Freund & Williams, 1961, p. 258). Klasintervalle word gekombineer sodat daar aan hierdie vereiste voldoen word.

Die volgende formule word op die verwagte en waargenome frekwensies toegepas :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(Oi - Ei)^2}{Ei}$$

waar O ≡ waargenome frekwensies
E ≡ verwagte frekwensies.

Die afwyking tussen die verwagte (teoretiese) en waargenome (werklike) frekwensies word in verhouding bepaal. Hoe kleiner die χ^2waarde dus is hoe nader is die steekproef= verdeling aan 'n normaalverdeling en omgekeerd.

Subjektiewe oordeel is hier nie nodig nie, want die berekende χ^2waarde word met 'n tabelwaarde vergelyk en beoordeel. Die tabelwaarde word opgekyk volgens 'n bepaalde betroubaarheid en grade van vryheid.

Indien die berekende waarde kleiner as die tabelwaarde is, word die hipotese nl. dat die waargenome verdeling met 'n normaalverdeling benader word, aanvaar. As die berekende waarde egter groter as die tabelwaarde is, word die hipotese verwerp.

Die grade van vryheid kan in hierdie geval omskryf word as die aantal klasintervalle minus die beperkings bo aan bladsy 17, dus k - 3.

TABEL 1.7 χ^2TOETS

VLOEISPANNING				TREKSTERKTE			
O	E	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$	O	E	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
7	6,3	0,49	0,0778	6	7,8	3,24	0,4154
10	7,9	4,41	0,5582	14	7,8	38,44	4,9282
11	11,1	0,01	0,0009	11	10,1	0,81	0,0802
10	12,0	4,00	0,3333	10	10,4	0,16	0,0154
9	10,1	1,21	0,1198	4	9,0	25,00	2,7778
13	9,9	9,61	0,9707	10	6,4	12,96	2,0250
				5	5,6	0,36	0,0643
			2,0607				10,3063

Die tabelwaardes is die volgende :

Vloeispanning : $\chi^2_{3;0,05} = 7,815$

Treksterkte : $\chi^2_{4;0,05} = 9,488$

In die geval van vloeispanning is die berekende waarde (2,0607) kleiner as die tabelwaarde (7,815) en is die afleiding dat die verskil tussen die waargenome (O) en verwagte (E) frekwensies nie betekenisvol is nie. Vloeispanning wyk dus nie betekenisvol van 'n normaalver= deling af nie.

Aangesien die berekende waarde (10,3063) in die geval van treksterkte groter is as die tabelwaarde (9,488) kan treksterkte nie as normaal verdeel beskou word nie.

Die grade van vryheid, gebaseer op die aantal klasintervalle, word in beide gevalle met 3 verminder omdat die verwagte frekwensies aan 3 vereistes moet voldoen, nl.

- die som van die waargenome frekwensies moet gelyk wees aan die som van die verwagte of normaalverdeling frekwensies. As gevolg van benaderings is hierdie frekwensies nie presies gelyk nie;

- die gemiddelde van die normaalverdeling moet gelyk wees aan die gemiddelde van die waargenome verdeling; en

- die standaardafwyking van die normaalverdeling moet gelyk wees aan die standaardafwyking van die waargenome verdeling (Freund & Williams (1961), p. 259).

1.5.6 Lilliefors-toets

Nog 'n toets vir normaliteit wat nie onderhewig is aan subjektiewe oordeel nie, is dié van Lilliefors.

Lilliefors (1967, p. 399 - 402) beskryf 'n metode vir die aanwending van die Klomogorov-Smirnov statistiek om te toets of 'n stel waarnemings afkomstig is van 'n normaalverdeling in die geval waar die gemiddelde en variansie uit die steekproef geskat moet word.

Hierdie metode behels die berekening van die kritieke waarde $\hat{D}_n(\alpha)$ deur die inskrywings in die onderstaande tabel te deel met $K(n) \equiv (n^{\frac{1}{2}} - 0{,}01 + 0{,}85n^{-\frac{1}{2}})$ (Stephens (1974, p. 730 - 737))

TABEL 1.8 TABELWAARDES VIR LILLIEFORS-TOETS

α	0,15	0,10	0,05	0,025	0,01
$K(n)\ \hat{D}n\ (\alpha)$	0,775	0,819	0,895	0,995	1,035

Die nulverdeling word geskryf as $F_o(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ S} \exp\{-\frac{1}{2}(\frac{t - \overline{x}}{S})^2\}\ dt$

$$= \Phi\ (\frac{x - \overline{x}}{S})$$

wat die standaard normaaldistribusiefunksie voorstel.

Die waarnemings word in stygende volgorde rangskik en gemanipuleer om die grootste afwyking vanaf die standaard normaaldistribusiefunksie te bepaal. Indien die waargenome waarde die kritieke waarde oorskry, word die hipotese dat die waarnemings van 'n normaalpopulasie afkomstig is, verwerp. In die geval van vloeispanning is $\overline{x}$ = 784,15 en S = 29,52. As gevolg van die metode van manipulasie, word slegs vloeispanning behandel. 'n Tweekantige toets op 'n 5% betekenispeil word behandel.

TABEL 1.9 MANIPULASIE VAN VLOEISPANNINGSWAARDE VIR LILLIEFORS-TOETS (DATA VAN BYLAE A)

i	$x_{(i)}$	$F^*_{60}(x_{(i)}) = i/n$	$(x_{(i)}-\bar{x})/S$	$\Phi((x_{(i)}-\bar{x})/S)$	$\lvert F^*_{60}(x_{(i)})-F_o(x_{(i)})\rvert$
1	724	0,0167	- 2,0376	0,02068	0,0040
2	724	0,0333	- 2,0376	0,02068	0,0126
3	724	0,0500	- 2,0376	0,02068	0,0293
4	726	0,0667	- 1,9699	0,02442	0,0423
5	735	0,0833	- 1,6650	0,04746	0,0358
6	746	0,1000	- 1,2923	0,09853	0,0015
7	749	0,1167	- 1,1907	0,11702	0,0003
8	756	0,1333	- 0,9536	0,17106	0,0378
9	758	0,1500	- 0,8858	0,18673	0,0367
10	758	0,1667	- 0,8858	0,18673	0,0200
11	760	0,1833	- 0,8181	0,20611	0,0228
12	762	0,2000	- 0,7503	0,22663	0,0266
13	762	0,2167	- 0,7503	0,22663	0,0099
14	762	0,2333	- 0,7503	0,22663	0,0067
15	762	0,2500	- 0,7503	0,22663	0,0234
16	762	0,2667	- 0,7503	0,22663	0,0401
17	764	0,2833	- 0,6826	0,24825	0,0351
18	768	0,3000	- 0,5471	0,29116	0,0088
19	768	0,3167	- 0,5471	0,29116	0,0255
20	770	0,3333	- 0,4793	0,31561	0,0177
21	772	0,3500	- 0,4116	0,34090	0,0091
22	772	0,3667	- 0,4116	0,34090	0,0258
23	776	0,3833	- 0,2761	0,38974	0,0064
24	776	0,4000	- 0,2761	0,38974	0,0103
25	776	0,4167	- 0,2761	0,38974	0,0270
26	777	0,4333	- 0,2422	0,40517	0,0281
27	777	0,4500	- 0,2422	0,40517	0,0448
28	778	0,4667	- 0,2083	0,41683	0,0499
29	780	0,4833	- 0,1406	0,44433	0,0390
30	782	0,5000	- 0,0728	0,47210	0,0279
31	784	0,5167	- 0,0051	0,49601	0,0207
32	784	0,5333	- 0,0051	0,49601	0,0373
33	784	0,5500	- 0,0051	0,49601	0,0540
34	790	0,5667	0,1982	0,57926	0,0126
35	792	0,5833	0,2659	0,60642	0,0231
36	792	0,6000	0,2659	0,60642	0,0064
37	792	0,6167	0,2659	0,60642	0,0103
38	794	0,6333	0,3337	0,62930	0,0040
39	794	0,6500	0,3337	0,62930	0,0207
40	798	0,6667	0,4692	0,68082	0,0141
41	798	0,6833	0,4692	0,68082	0,0025
42	800	0,7000	0,5369	0,70540	0,0054
43	800	0,7167	0,5369	0,70540	0,0113
44	802	0,7333	0,6047	0,72575	0,0076
45	804	0,7500	0,6724	0,74857	0,0014

i	$x_{(i)}$	$F^*_{60}(x_{(i)}) = i/n$	$(x_{(i)}-\bar{x})/S$	$\Phi((x_{(i)}-\bar{x})/S)$	$\lvert F^*_{60}(x_{(i)})-F_o(x_{(i)})\rvert$
46	806	0,7667	0,7402	0,77038	0,0037
47	806	0,7833	0,7402	0,77038	0,0129
48	810	0,8000	0,8757	0,81057	0,0106
49	815	0,8167	1,0451	0,85314	0,0364
50	822	0,8333	1,2822	0,89973	0,0664
51	822	0,8500	1,2822	0,89973	0,0497
52	822	0,8667	1,2822	0,89973	0,0330
53	824	0,8833	1,3499	0,91149	0,0282
54	824	0,9000	1,3499	0,91149	0,0115
55	828	0,9167	1,4854	0,93189	0,0152
56	828	0,9333	1,4854	0,93189	0,0014
57	828	0,9500	1,4854	0,93189	0,0181
58	832	0,9667	1,6209	0,94738	0,0193
59	834	0,9833	1,6887	0,95449	0,0288
60	834	1,0000	1,6887	0,95449	0,0455

Uit die laaste kolom vind ons $\hat{D}_{60} = 0,0664$. Die 5% kritieke waarde vir $\hat{D}_{60}$ word bereken uit $\hat{D}_{60}(0,05) \simeq 0,895/(\sqrt{60} - 0,01 + 0,85/\sqrt{60})$ wat gelyk is aan 0,1141. Die waarde van die toetsgrootheid ($\hat{D} = 0,0664$) behoort nie tot die kritieke gebied nie en dus word die hipotese dat die onderliggende verdeling N (784,15; 871,43) is, dus nie deur die data weerlê nie.

Die Lilliefors-toets is by uitstek geskik vir klein steekproewe. Lilliefors (1967, p. 399) wys op die volgende voordele wat sy toets het bo die χ^2toets "1. It can be used with small sample sizes, where the validity of the chi-square test would be questionable. 2. Often it appears to be a more powerful test than the chi-square test for any sample size".

Uit 'n praktiese oogpunt word die hele bespreking deur Freund & Williams (1961, p. 206) opgesom : "Fortunately, when n is large many of the sampling distributions which we need in actual practice can be approximated closely with normal curves".

Dit is belangrik om daarop te let dat dit hoogs onwaarskynlik is dat vloeispanning normaal verdeel is en treksterkte nie. Die vloeispanningswaardes is effens aangepas om nie normaliteit, ter illustrasie, te bewerkstellig.

1.6 Toepassings van die beginsels van die normaalverdeling

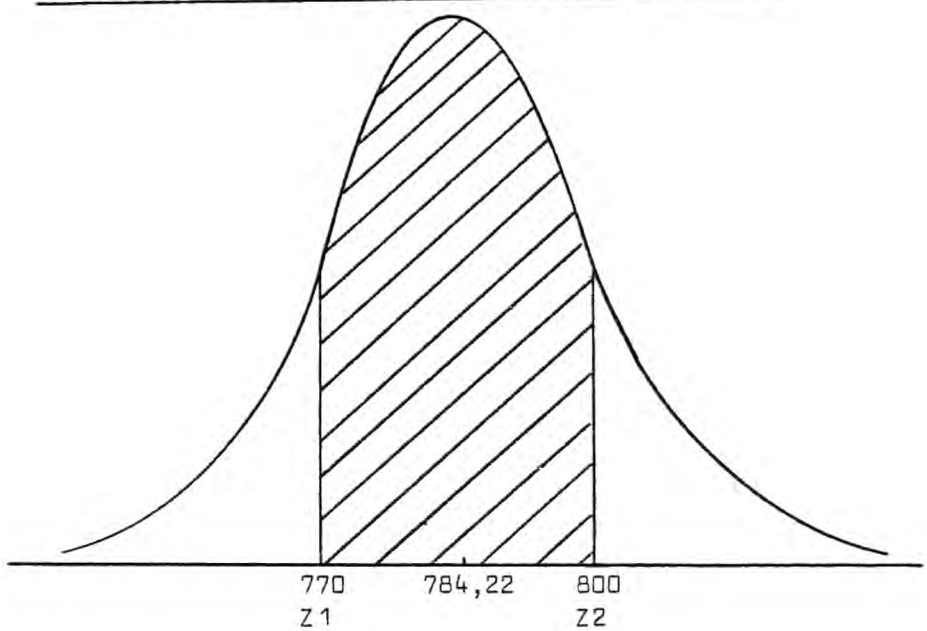
Daar kan met 'n groot mate van sekerheid aanvaar word dat vloeispanning normaal verdeel is. 'n Paar voorbeelde van hoe die beginsels van die normaalverdeling in die praktyk toegepas word, word behandel.

Voorbeeld 1

Hoeveel plate het 'n vloeispanning tussen 770 MPa en 800 MPa?

Die ingekleurde gedeelte van figuur 1.13 toon die oppervlakte onder bespreking.

FIGUUR 1.13 VLOEISPANNING TUSSEN 770 EN 800 MPa



Die rekenkundige gemiddelde en standaardafwyking is reeds bereken, nl. $\bar{x}$ = 784,22 MPa en S_x = 29,51 MPa .

$$Z_1 = \frac{770 - 784,22}{29,51} \qquad Z_2 = \frac{800 - 784,22}{29,51}$$

$$= -0,48 \qquad = 0,53$$

Freund & Williams (1961, p. 501) lys die oppervlaktes onder die standaardnormaalkromme regs van die nulpunt. Die oppervlakte onder die kromme in die geval van Z_1 is 0,1844 en Z_2 is 0,2019. Die oppervlakte van die ingekleurde gedeelte is dus 0,1844 + 0,2019 = 0,3863 of 38,63%. Ongeveer 39% of $\pm$ 23 plate het dus 'n vloeispanning van tussen 770 en 800 MPa .

Voorbeeld 2

Wat is die waarskynlikheid dat die materiaal nie aan die gestelde vereistes sal voldoen nie?

Gestel die praktiese bandwydte vir vloeispanning is 120 MPa . Die minimum en maksimum waardes is dan 724,22 MPa en 844,22 MPa ($\bar{x}$ = 784,22), wat binne die teoretiese spesifikasies lê.

$$Z_1 = \frac{724,22 - 784,22}{29,51} \qquad Z_2 = \frac{844,22 - 784,22}{29,51}$$

$$= -2,03 \qquad\qquad = 2,03$$

Die oppervlakte onder die standaardnormaalkromme is 0,4788 + 0,4788 = 0,9576. Die waarskynlikheid dat die materiaal dus nie aan die gestelde praktiese vereistes sal voldoen nie is 1 - 0,9576 = 0,0424.

Dit is duidelik dat die Z transformasie sensitief is vir die waarde van die standaardafwyking. Die oorsaak van die relatiewe groot standaardafwyking, naamlik 29,51 kan moontlik by die toetsprosesdure gevind word. Strenger beheer oor die toetsprosedure kan dus moontlik lei tot beter prestasies.

Voorbeeld 3

Hoe betroubaar is die spesifikasielimiete gemeet aan die hand van steekproefdata m.a.w. is die limiete, per element, realisties?

TABEL 1.10 SOMMIGE SPESIFIKASIES VIR ROQ-TUF AD690

ELEMENT	MINIMUM - MAKSIMUM		
% C	0,12	-	0,20
% Mn	0,45	-	0,70
% P			0,035
% S			0,004
% Si	0,20	-	0,25
Vloeispanning	690	-	840
Treksterkte	795	-	930

Die $\bar{X}$, S_x en betroubaarheidsintervalle word in onderstaande tabel uiteengesit.

TABEL 1.11 $\bar{X}$, S_x EN BETROUBAARHEIDSINTERVALLE VIR ROQ-TUF AD690

ELEMENT	$\bar{x}$	Sx	$\bar{x}$ + 1 Sx (0,6827)	$\bar{x}$ + 2 Sx (0,9545)	$\bar{x}$ + 3 Sx (0,9973)
% C	0,15200	0,01482	0,13718 - 0,16682	0,12236 - 0,18164	0,10754 - 0,19646
% Mn	0,58050	0,01080	0,56970 - 0,59130	0,55889 - 0,60211	0,54809 - 0,61291
% P	0,01135	0,00231	0,00904 - 0,01366	0,00672 - 0,01598	0,00441 - 0,01829
% S	0,00243	0,00083	0,00160 - 0,00326	0,00077 - 0,00410	0,00000 - 0,00493
% Si	0,27183	0,00983	0,26201 - 0,28166	0,25218 - 0,29149	0,24235 - 0,30132

Die gemiddelde % Si is reeds hoër as die maksimum gespesifiseer. Die waarskynlikheid dat die steekproef % Si aan die spesifikasie sal voldoen is minder as 0,6827.

Aangesien die onderste grens van die 99,73% kontrolegrens van % C kleiner is as die minimum gespesifiseer, is die waarskynlikheid hoogstens 0,9545 dat dit aan die spesifikasies sal voldoen.

In die geval van % S is die waarskynlikheid hoogstens 0,6827 dat dit aan die spesifikasies sal voldoen, aangesien die maksimum gespesifiseer 0,004 is.

Van al die elemente onder beskouing is dit slegs % Mn en % P wat een honderd persent binne spesifikasies varieer.

By 99% betroubaarheid varieer % C, % S en % Si dus buite spesifikasies. By 95% betroubaarheid varieer laasgenoemde twee elemente buite spesifikasies.

Die volgende twee alternatiewe kan oorweeg word, nl. óf die steekproefmateriaal is nie geskik vir die bedoelde aanwending nie óf die spesifikasies is te streng gestel.

Afhangende van omstandighede moet óf die materiaal hergradeer word vir 'n alternatiewe aanwending óf die spesifikasies kan bv. soos volg gewysig word.

TABEL 1.12 : GEWYSIGDE SPESIFIKASIE - AD690

ELEMENT	BESTAANDE SPESIFIKASIE	GEWYSIGDE SPESIFIKASIE
% C	0,12 - 0,20	0,10 - 0,20
% Mn	0,45 - 0,70	0,45 - 0,70
% P	0,035	0,020
% S	0,004	0,005
% Si	0,20 - 0,25	0,25 - 0,31

Indien prakties uitvoerbaar, sal bogenoemde gewysigde spesifikasielimiete meer realisties wees.

HOOFSTUK 2

KONTROLEKAARTE

Prosesvariasie is die hoeksteen van kontrolekaarte en daarom word dit in die eerste paragraaf bespreek. Die doel, definisie en beginsels van kontrolekaarte word in die daar= opvolgende paragrawe bespreek. Statistiese beheer word in paragraaf 5 behandel. Paragraaf 6 behandel die uiters belangrike aspek van interpretasie. In paragraaf 7 word gewys op die twee tipes foute wat voortspruit uit hipotese toetsing. Paragraaf 8 wys op die verskil tussen veranderlike en attribute data. Sommige van die voordele wat kontrole= kaarte vir bestuur inhou word vervolgens in paragraaf 9 uiteengesit. Die p kontrolekaarte word in paragraaf 10 bespreek. In paragraaf 11 word die $\bar{x}$ en R kaarte uiteen= gesit. Ten slotte word die σ en $\bar{R}$ kaarte vlugtig behandel.

2.1 Prosesvariasie

Is artikels wat onder gekontroleerde toestande, met dieselfde grondstowwe onmiddellik na mekaar op dieselfde toerusting vervaardig is, identies? Die antwoord is nee. Hoe groot die poging ookal, is dit selde, indien ooit, moontlik om die identiese toestande wat op 'n bepaalde tydstip heers, te dupliseer.

Wat gee aanleiding tot hierdie verskille? Dieselfde kansvariasie ter sprake by die werp van 'n dobbelsteen, is ook hier van toepassing. Freund & Williams (1961, p. 475) stel dit soos volg : "Chance variation is an inherent and inevitable part of any process and there is no way in which it can be completely eliminated". Burr (1976, p. 26) sluit hierby aan "Variation is universal, it is part of life, therefore it is the part of wisdom to learn to live with it".

2.2 Die doel van kontrolekaarte

As kansvariasie 'n inherente deel van enige proses is, kan daar nog sprake wees van prosesbeheer? Die antwoord lê in die feit dat prosesvariasie nie net deur kansvariasies veroorsaak word nie, maar ook deur aanwysbare faktore.

Aanwysbare faktore kan,anders as in die geval van kansvariasies, aandag geniet. Voorbeelde van aanwysbare faktore is onervare en/of swak opgeleide werknemers, foutiewe instelling van masjinerie en gereedskap, uitgewerkte onderdele, ens.

'n Produksieproses is dus onder statistiese beheer wanneer die variasies in die produkte slegs aan kansvariasie (onbeheerbare faktore) toe te skryf is, m.a.w. die aanwysbare faktore (beheerbare faktore) is geïdentifiseer en sover moontlik uitgeskakel.

Burr (1976, p. 32) identifiseer twee hoofdoelstellings van kontrolekaarte. Die eerste is om historiese data te ontleed en kontrolegrense vas te stel. Die tweede doelstelling van kontrolekaarte is om waargenome resultate te toets aan voorafopgestelde kontrolegrense.

Duncan (1965, p. 338) som die doelstellings soos volg op. Eerstens om standaarde te stel waarbinne beheer moet plaasvind, met ander woorde spesifisering van die doelstellings van bestuur. Tweedens om statistiese beheer te verkry en derdens om vas te stel of statistiese beheer wel verkry is.

2.3 Definisie van kontrolekaarte

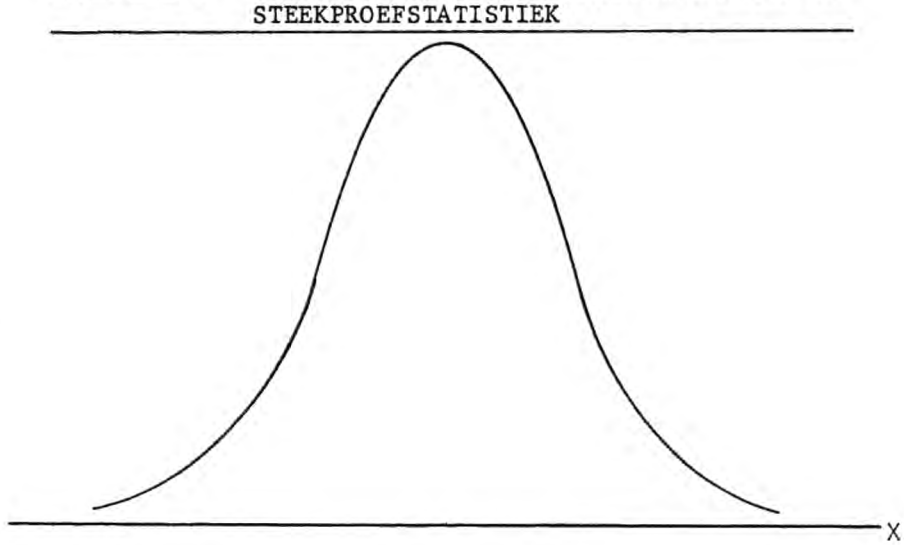
Aangesien 'n kontrolekaart ten doel het om 'n aanduiding te gee of 'n produksieproses onder statistiese beheer is, al dan nie, is dit nodig om 'n kontrolekaart te definieer.

Ostle & Mensig (1975, p. 493) formuleer kontrolekaarte as ".... a simple pictorial device for detecting unnatural patterns of variation in data resulting from repretitive processes. That is, the control chart provides criteria for detecting lack of statistical control".

2.4 Beginsel van kontrolekaarte

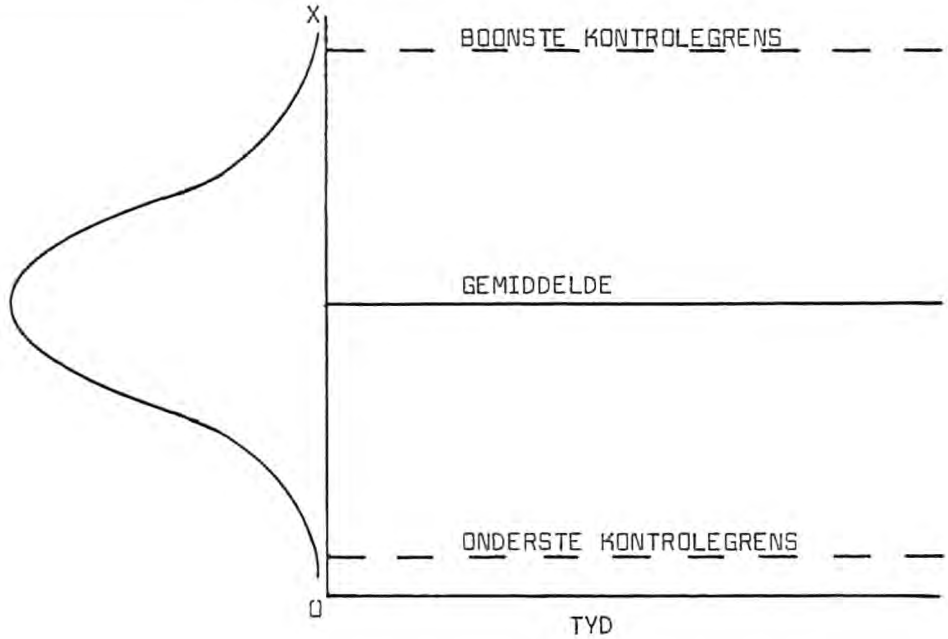
Gestel steekproewe van dieselfde grootte word met gelyke tussenposes geneem en vir elke steekproef word 'n sekere statistiek x, bv. rekenkundige gemiddelde, bereken. Aangesien x uit 'n steekproef bereken is, is dit onderhewig aan steekproefnemingvariasie. Indien geen aanwysbare faktore aanwesig is nie, sal hierdie steekproefnemingvariasies in x 'n definitiewe statistiese verdeling vorm soos in figuur 2.1.

FIGUUR 2.1 VERDELING VAN DIE KANSVARIASIES VAN 'N STEEKPROEFSTATISTIEK



Die konrolekaart van x kan voorgestel word deur die vertikale as in eenhede van x te kalibreer en die horisontale as in eenhede van tyd, of enige ander basis. Daarna word horisontale lyne deur die geskatte gemiddelde van x en deur twee ander waardes, weerskante van die gemiddelde, getrek.

FIGUUR 2.2 KONTROLEKAART VAN DIE STATISTIEK X



Volgens Rickmers & Todd (1967, p. 55) neig gemiddeldes van steekproewe om 'n normaalverdeling te gee, selfs al kom die individuele waarnemings uit 'n populasie wat nie normaal verdeel is nie. Verwys paragraaf 1.2.

Kontrolekaarte gaan dus uit vanaf die beginsel dat 'n produksieproses onder statistiese beheer is indien die proses willekeurig tussen die kontrolegrense produseer.

2.5 Statistiese beheer

Daar is egter ook ander situasies, bo en behalwe aanwysbare faktore, wat daarop dui dat die proses nie onder statistiese beheer is nie. Duncan (1965, p. 347) som op.

2.5.1 Een of meer punte buite die kontrolegrense.

2.5.2 'n Reeks van 7 of meer punte. Dit mag 'n reeks op of af of bloot 'n reeks bo of onder die gemiddelde (sentrale lyn) wees.

2.5.3 Siklusse of onwillekeurige patrone in die data.

2.5.4 'n Reeks van 2 of 3 punte buite die 2 σ grense.

2.5.5 'n Reeks van 4 of 5 punte buite die 1σ grense.

Hy sluit af met die volgende opmerking :

"It is to be noted that the use of a multiplicity of criteria will increase the risk of looking for trouble when none exists".

Grant & Leavenworth (1974, p. 97,235) gee 'n volledige uiteensetting van gebrekkige beheer gebaseer op lopies (runs) bo en onder die gemiddelde.

'n Proses is dus onder statistiese beheer indien daar geen aanwysbare faktore, of enige van genoemde faktore, teenwoordig is nie. Dit moet egter beklemtoon word dat 'n proses slegs as onder statistiese beheer beskou kan word indien hierdie toestand oor 'n lang tydperk en vir 'n groot volume produksie voortduur.

Indien geen punte buite die kontrolegrense val en daar geen bewyse van onwillekeurige variasie is nie, beteken dit egter nie dat geen aanwysbare faktore teenwoordig is nie. Volgens Duncan (1965, p. 341) beteken dit slegs dat die hipotese dat kansvariasie alleen teenwoordig is 'n verdedigbare hipotese is en dat dit waarskynlik nie lonend sal wees om ondersoek in te stel na spesifieke aanwysbare faktore nie.

2.6 Interpretasie van kontrolegrense

Die kontrolegrense van figuur 2.2 staan bekend as die 0,001 waarskynlikheidslimiete. Hierdie limiete is sodanig ontwerp dat, indien alle aanwysbare faktore uitgeskakel is, is die waarskynlikheid dat 'n waarneming buite die boonste limiet val een uit 'n duisend - dieselfde geld vir die onderste limiet. Indien 'n waarneming egter wel buite hierdie limiet val, sal daar noodwendig na aanwysbare faktore gesoek word om hierdie waarneming se posisie te verklaar. Onkoste word dus aangegaan in die vorm van verlore tyd. Hierdie limiete bepaal dus die risiko om na aanwysbare faktore te soek terwyl daar geen teenwoordig is nie. Twee uit 'n duisend is egter 'n baie klein risiko en prakties verseker die 0,001 limiete dat die variasies wat veroorsaak dat 'n waarneming buite hierdie limiete val, deur aanwysbare faktore teweeggebring is.

Duncan (1965, p. 343) verduidelik die bepaling van hierdie limiete soos volg : "If the system of chance causes produces a variation in x that follows the normal curve, the 0,001 probability limits are practically equivalent to 3σ limits; for under a normal curve the probability that a deviation from the mean will exceed 3σ in one direction is 0,00135 or in both directions is 0,0027" en verder " The use of 3σ limits is justified on the grounds that in the case of variables (as contrasted with attributes) the sampling distribution of x is frequently not known well enough to compute probability limits and that 3σ limits have been found to give good practical results".

Rickmers & Todd (1967, p. 463) wys daarop dat 3σ limiete beteken dat 99,7% van die waarnemings binne die limiete sal val indien die verdeling simmetries is. Daar kan dus 0,3% van die waarnemings buite die limiete val wat nie aan aanwysbare faktore toe te skryf is nie.

Dit is baie belangrik dat steekproewe, gebruik in kontrolekaarte, homogene groepe verteenwoordig, m.a.w. aanwysbare faktore moet uitgewys word en nie verskuil word nie. 'n Voorbeeld van 'n homogene groep is die produksie van 'n spesifieke skof. Deur 'n steekproef oor meer as een skof te laat strek, kan 'n aanwysbare faktor soos bv. 'n swak werker, nie opmerklik wees nie. Indien daar bv. in 'n proses van drie verskillende masjiene gebruik gemaak word, sal die foutiewe instelling van een van die masjiene duidelik na vore tree indien 'n afsonderlike steekproef by elke masjien geneem word.

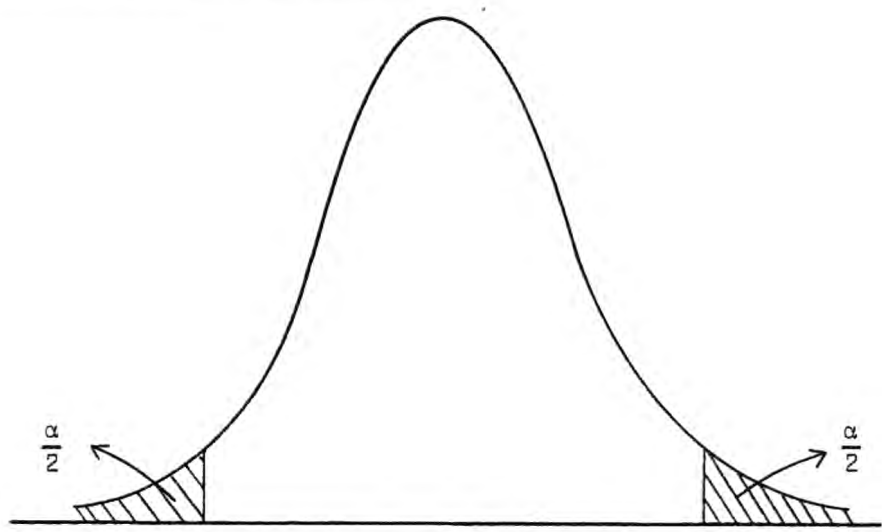
Indien die kontrolegrense nie streng genoeg is nie kan 'n verandering in die produksieproses ongesiens plaasvind. Is die kontrolegrense egter te streng, kan die proses nie voortgaan nie, want daar is voortdurend ondersoeke na probleme wat nie bestaan nie.

Enige proses moet gemeet word aan standaarde. Oor hierdie standaarde lewer Rickmers & Todd (1967, p. 467) die volgende kommentaar : "Standard values may be based on experience and prior data. Alternatively, we may set standards as aim points and base them on economic considerations of need and cost of production. Standards very often come from contract specifications and tolerances".

2.7 Tipe I en tipe II foute

'n Tipe I fout of betekenispeil (level of significance) word gedefinieer as die verwerping van 'n hipotese terwyl dit waar is. Dit word ook die α fout genoem.

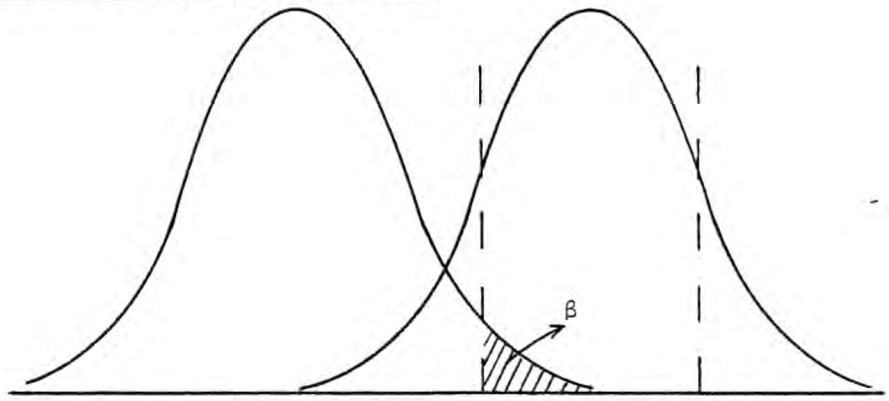
FIGUUR 2.3 TIPE I OF α FOUT



Die oppervlakte tussen die vertikale lyne staan bekend as die aannamegebied (acceptance region). Daar is dus klein oppervlaktes onder die kromme wat buite die aannamegebied lê en waar tipe I foute gemaak word.

Tipe II foute is die aanvaarding van 'n hipotese wat nie korrek is nie. Hierdie foute word aangedui deur β.

Figuur 2.4 Tipe II of β fout



Dit is dus moontlik om 'n steekproefwaarde binne die aannamegebied te kry terwyl die populasieparameters nie gelyk is aan die parameters soos gestel in die hipotese nie.

2.8 Veranderlikse vs. attribute (attributes)

Veranderlike (kontinue) data is data wat enige waarde kan aanneem binne 'n interval bv. die treksterkte van staal in MPa . Die waarde is 'n funksie van die akkuraatheid van die metingsinstrument.

Attribute (diskrete) data is data wat slegs 'n spesifieke waarde kan aanneem, bv. of materiaal aan die spesifiekasies voldoen of nie - kan aangedui word met 0 of 1.

2.9 Voordele van kontrolekaarte

'n Proses wat onder statistiese beheer is hou die volgende voordele in, aldus Burr (1976, p.34)

2.9.1 Die proses is vry van variasies wat ondersoek nodig maak. Indien die proses dus nie meer binne spesifikasies produseer nie, sal dit nodig wees om fundamentele veranderings aan te bring.

2.9.2 Om 'n proses onder goeie statistiese beheer te kry, is dit gewoonlik nodig om ongewenste aanwysbare faktore te identifiseer en sover moontlik uit te skakel. Dit is ook dikwels nodig om verbeterde metodes in te stel. So 'n proses produseer dus binne spesifikasies en lewer normaalweg produkte van 'n hoogstaande kwaliteit.

2.9.3 Indien kontrolekaarte vir laboratoriumtoetse op eenvormige materiaal buite statistiese beheer is, dan is die toetsresultate onder verdenking. Die gebrek aan beheer toon dat die toestande in die laboratorium nie bevredigend gestandaardiseer is nie. Die teenoorgestelde is natuurlik ewe waar.

2.9.4 'n Proses wat onder statistiese beheer is, is voorspelbaar. Indien 'n leweransier se produksieproses onder statistiese beheer is, kan die inspeksie op inkomende materiaal verslap word.

2.9.5 Indien ons eie produksieproses onder statistiese beheer is, kan produkkwaliteit gewaarborg word.

2.9.6 In die geval van vernietigende toetsing, sal 'n proses wat onder statistiese beheer is, groter vertroue inboesem ten opsigte van die kwaliteit van die ongetoetste materiaal. Die teenoorgestelde is weer eens ewe waar.

2.9.10 Die mees wetenskaplike manier om inspeksie te verminder is om die proses onder statistiese beheer te verkry.

Die belangrikheid van kontrolekaarte vir bestuur word deur elke punt hierbo beklemtoon.

'n Paar kontrolekaarte wat beskikbaar is, word vervolgens met enkele toepassings behandel. "Techniques of statistical quality control are divided into two broad categories : (1) Acceptance sampling or product or lot control and (2) process control. The former deals with the problem of whether a completed lot meets certain specifications; i.e. is the lot acceptable? The second type attempts to control the manufacturing process while it is operating, thereby preventing the production of poor quality product", aldus Dubois (1979, p.209).

Prosesbeheer word toegepas deur middel van kontrolekaarte en sluit onder andere p-, C-, $\bar{x}$- en R-kaarte in. Eersgenoemde twee staan bekend as kontrolekaarte van attribute. Die maatstaf hier is defektief of nie - defektief soos gemeet aan standaarde. Die $\bar{x}$- en R-kaarte word kontrolekaarte van veranderlikes genoem. Hier is die elemente meetbaar, bv. die dikte, treksterkte, koolstofinhoud, ens., van staal.

2.10 Kontrolekaarte gebaseer op die verhouding defektiewes (p-kaarte)

Daar bestaan hoofsaaklik twee tipes kontrolekaarte gebaseer op die verhouding defektiewe, nl. dié met steekproewe van konstante grootte en dié met steekproewe van wisselende grootte.

2.10.1 p-Kontrolekaart - konstante n

Beskou die voorbeeld van staal, in rolvorm, wat op die 1 850 mm fynplaatskêre in die koudwalsery van 'n staalfabriek gesny en geïnspekteer word. Inspeksie word gedoen volgens neergelegde standaarde en afkeurings geskied op grond van minderwaardige kwaliteit. Produkkwaliteit is dus hier ter sprake en nie net die prestasie van die fynplaatskêre nie.

Materiaal word op 'n roterende skofbasis geïnspekteer en 850 plate is per skof, vir 25 skofte willekeurig gekies en geïnspekteer.

TABEL 2.1 : AFKEURINGS PER SKOF VIR p-KONTROLEKAART MET KONSTANTE n

SKOF	AANTAL DEFEKTIEWES	VERHOUDING DEFEKTIEWES (p)
1	36	0,042
2	21	0,025
3	30	0,035
4	46	0,054
5	44	0,052
6	22	0,026
7	54	0,064
8	30	0,035
9	35	0,041
10	27	0,032
11	31	0,036
12	55	0,065
13	40	0,047
14	36	0,042
15	32	0,038
16	0	0,000
17	48	0,056
18	47	0,055
19	28	0,033
20	42	0,049
21	38	0,045
22	23	0,027
23	26	0,031
24	48	0,056
25	39	0,046
TOTAAL	871	

Daar moet eerstens vasgestel word of die proses onder beheer is. Die kontrolegrense word soos volge bereken :

$$\bar{p} = \frac{878}{25 \times 850} = \frac{878}{21\ 250} = 0{,}04132$$

Indien die proses onder beheer is, sal 0,04132 geneem word as die skatting van die verhouding defektiewe van die proses, nl. p'. Die proses se limiete, nl. $3\sigma'_p$ kan geskat word deur :

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}04132(1 - 0{,}04132)}{850}} = 0{,}00683$$

$$\therefore\ 3\hat{\sigma}_p = 0{,}02048$$

$\therefore$ UCL (boonste kontrolegrens) = 0,06180

en LCL (onderste kontrolegrens) = 0,02084

Uit die voorlopige kontrolekaart vir die gegewens van Tabel 2.1 (kyk bylae E) is dit duidelik dat die proses nie onder statistiese beheer is nie. Die persentasie defektiewes aangeteken gedurende skofte 7, 12 en 16 dui op die aanwesigheid van aanwysbare faktore.

Na 'n deeglike ondersoek na die omstandighede van hierdie drie skofte is gevind dat die inspekteur die aantal defektiewes gedurende skof 12 foutiewelik as 55 in plaas van 35 aangeteken het, en dat geen inspeksie gedurende skof 16 gedoen is nie. In die geval van skof 7 het die inspekteur die afkeuringsredes foutief geïnterperteer. Na herinspeksie is slegs 46 defektiewes gevind.

Uit 'n bestuursoogpunt is dit dus nodig om beter beheer oor die inspeksiefunksie te verkry. Om toekomstige produksie te beheer, is dit nou nodig om die kontrolegrense aan te pas nadat die aanwysbare faktore uitgeskakel is. Die aantal defektiewes ten opsigte van skofte 7 en 12 word reggestel en die data ten opsigte van skof 16 word geïgnoreer en die hele oefening word herhaal.

$$\bar{p} = \frac{850}{21\ 250} = 0{,}04000$$

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{0{,}04000(1 - 0{,}04000)}{850}} = 0{,}00672$$

$$\therefore\ 3\hat{\sigma}_p = 0{,}02016$$

$\therefore$ UCL = 0,06016

en LCL = 0,1984

Aangesien geen waarneming buite die kontrolegrense lê nie en die data ewekansig varieer (kyk paragraaf 2.5), word die proses as onder statistiese beheer beskou met die standaard= waardes p' = 0,04, UCL = 0,06016 en LCL = 0,1984. Verdere toetse ten opsigte van lopies word aan die hand van 'n voorbeeld deur Duncan (1965, p. 351) bespreek.

Hierdie kontrolekaart moet egter verfyn word deur voort te gaan met inspeksie, die verhouding defektiewes te plot en aanpassings te maak totdat die toestand van beheer oor 'n lang tydperk voortduur. Die rede hiervoor word deur Duncan (1965, p.352) gegee "It is possible, however, that the assignable causes unearthed by investigation might reasonably have affected other points that were themselves not outside the control limits".

Dit is belangrik om daarop te let dat die sensitiwiteit van 'n p-kontrolekaart 'n funksie is van grootte van die steekproef, wat weer 'n funksie is van die kwaliteit van die produk. Om 'n verhouding defektiewes te bepaal, moet daar defektiewes wees - hoe beter die kwaliteit, hoe minder defektiewes is daar. Om 1 defektiewe in 'n steekproef van 5 te kry, beteken 20% van die items van die populasie moet defektief wees. Indien slegs 10% van die populasie defektief is, word dieselfde resultaat verkry met n = 10.

Die p-kontrolekaart is nie van toepassing op alle attribute veranderlikes nie. Grant & Leavenworth (1974, p.271) noem 'n paar voorbeelde.

2.10.2 p-Kontrolekaarte - n veranderlik

Dit gebeur dikwels dat die steekproefgrootte nie konstant is nie, bv. in die geval van 100% inspeksie. Beskou die voorbeeld van tinplaat, in rolvorm, wat op die Tinplaatskêre in die koudwalsery van 'n staalfabriek in plaatjies gesny word. Inspeksie word gedoen volgens neergelegde standaarde en afkeurings geskied op grond van minderwaardige kwaliteit. Produkkwaliteit is dus weer ter sprake. Hierdie probleem kan op hoofsaaklik drie maniere opgelos word.

(a) Stel afsonderlike kontrolegrense vir elke steekproef op

'n Aantal plate is op 'n roterende skofbasis willekeurig by een van die Tinplaatskêre aan 'n 100% inspeksie onderwerp.

TABEEL 2.2 AFKEURINGS PER SKOF VIR p KONTROLEKAARTE MET VERANDERLIKE n

SKOF NO.	n	AANTAL DEF.	p	$\frac{3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$	UCL	LCL	$\frac{3\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$	UCL	LCL
1	1 818	137	0,075	0,01680	0,07752	0,04392	0,10706	0,07981	0,04569
2	1 430	76	0,053	0,01895	0,07967	0,04177	0,01924	0,08199	0,04351
3	1 079	57	0,053	0,02181	0,08253	0,03891	0,02215	0,08490	0,04060
4	1 943	96	0,049	0,01625	0,07697	0,04447	0,01651	0,07926	0,04624
5	6 021	401	0,067	0,00923	0,06995	0,05149	0,00938	0,07213	0,05337
6	6 505	416	0,064	0,00888	0,06960	0,05184	0,00902	0,07177	0,05373
7	4 482	286	0,064	0,01070	0,07142	0,05002	0,01087	0,07362	0,05188
8	3 460	236	0,068	0,01218	0,07290	0,04854	0,01237	0,07512	0,05038
9	3 261	182	0,056	0,01255	0,07327	0,04817	0,01274	0,07549	0,05501
10	1 776	76	0,043	0,01700	0,07772	0,04372	-	-	-
11	2 494	184	0,074	0,01435	0,07507	0,04637	0,01457	0,07732	0,04818
12	4 349	227	0,052	0,01086	0,07158	0,04986	0,01103	0,07378	0,05172
13	2 095	176	0,084	0,01565	0,07637	0,04507	-	-	-
14	1 026	81	0,079	0,02237	0,08309	0,03835	0,02271	0,08546	0,04004
15	1 360	47	0,035	0,01943	0,08015	0,04129	-	-	-
16	1 912	126	0 066	0,01638	0,07710	0,04434	0,01664	0,07939	0,04611
17	1 754	113	0,064	0,01711	0,07783	0,04361	0,01737	0,08012	0,04538
18	2 255	135	0 060	0,01509	0,07581	0,04563	0,01532	0,07807	0,04743
19	3 333	157	0,047	0,01241	0,07313	0,04831	-	-	-
20	1 775	123	0 069	0,01701	0,07773	0,04371	0,01727	0,08002	0,04548
21	1 626	58	0,036	0,01777	0,07849	0,04295	-	-	-
22	1 865	120	0 064	0,01659	0,07731	0,04413	0,01685	0,07960	0,04590
23	1 496	70	0 047	0,01852	0,07924	0,04220	0,01881	0,08156	0,04394
24	1 217	62	0,051	0,02054	0,08126	0,04018	0,02086	0,08361	0,04189
25	1 603	119	0 074	0,01789	0,07861	0,04283	0,01817	0,08092	0,04458
	61 935	3 761							

$$\bar{p} = \frac{3\ 761}{61\ 935} = 0{,}06072 \qquad \hat{p} = \frac{3\ 247}{51\ 745} = 0{,}06275$$

Die p-waardes en ooreenstemmende kontrolegrense word in bylae G weergegee. Skofte 10, 13, 15, 19 en 21 val buite die kontrolegrense. Die hoë persentasie afkeurings van skof 13 was te wyte aan foutiewe instelling van die toerusting. Die ander vier skofte se lae persentasie afkeurings is verklaar deur swak inspeksie. Meer intensiewe opleiding van inspekteurs is reeds ingestel. Hierdie vyf punte word dus buite rekening gelaat. Die nuwe kontrolegrense word regs van die dubbellyn in tabel 2.2 weergegee.

Bylae H toon die proses nou binne statistiese beheer met standaardwaarde $\hat{p} = 0{,}063$. Verdere verfyning sal op 'n kontinue basis plaasvind.

(b) Stabiliseer die veranderlike deur dit uit te druk in standaardafwykingeenhede

In hierdie geval word die waardes $\frac{p - \hat{p}}{\hat{\sigma}_p}$ of $\frac{p - \hat{p}}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$ geplot in plaas van die verhouding defektiewes. Hierdie metode word op dieselfde data as in die vorige paragraaf toegepas.

TABEL 2.3 AFKEURINGS PER SKOF VIR DIE GESTABILISEERDE p KONTROLEKAART MET VERANDERLIKE n

SKOF NO.	n	AANTAL DEF.	p	$\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \hat{\sigma}_p$	$p - \hat{p}$	$\frac{p - \hat{p}}{\hat{\sigma}_p}$	$\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \hat{\sigma}_p$	$p - \hat{p}$	$\frac{p - \hat{p}}{\hat{\sigma}_p}$
1	1 818	137	0,075	0,0056	0,0143	2,55	0,0057	0,0123	2,15
2	1 430	76	0,053	0,0063	-0,0077	-1,23	0,0064	-0,0098	-1,52
3	1 079	57	0,053	0,0073	-0,0077	-1,06	0,0074	-0,0098	-1,32
4	1 943	96	0,049	0,0054	-0,0117	-2,17	0,0055	-0,0138	-2,50
5	6 021	401	0,067	0,0031	0,0063	2,03	0,0031	0,0043	1,37
6	6 505	416	0,064	0,0030	0,0033	1,09	0,0030	0,0013	0,42
7	4 482	286	0,064	0,0036	0,0033	0,91	0,0036	0,0013	0,35
8	3 460	236	0,068	0,0041	0,0073	1,78	0,0041	0,0053	1,29
9	3 261	182	0,056	0,0042	-0,0047	-1,12	0,0042	-0,0068	-1,61
10	1 776	76	0,043	0,0057	-0,0177	-3,11	-	-	-
11	2 494	184	0,074	0,0048	0,0133	2,77	0,0049	0,0113	2,32
12	4 349	227	0,052	0,0036	-0,0087	-2,42	0,0037	-0,0108	-2,92
13	2 095	176	0,084	0,0052	0,0233	4,48	-	-	-
14	1 026	81	0,079	0,0075	0,0183	2,44	0,0076	0,0163	2,15
15	1 360	47	0,035	0,0065	-0,0257	-3,96	-	-	-
16	1 912	126	0,066	0,0055	0,0053	0,96	0,0055	0,0033	0,59
17	1 754	113	0,064	0,0057	0,0033	0,58	0,0058	0,0013	0,22
18	2 255	135	0,060	0,0050	-0,0007	-0,14	0,0051	-0,0028	-0,54
19	3 333	157	0,047	0,0041	-0,0137	-3,35	-	-	-
20	1 775	123	0,069	0,0057	0,0083	1,45	0,0058	0,0063	1,09
21	1 626	58	0,036	0,0059	-0,0247	-4,19	-	-	-
22	1 865	120	0,064	0,0055	0,0033	0,60	0,0056	0,0013	0,22
23	1 496	70	0,047	0,0062	-0,0137	-2,21	0,0063	-0,0158	-2,51
24	1 217	62	0,051	0,0068	-0,0097	-1,43	0,0070	-0,0118	-1,69
25	1 603	119	0,074	0,0060	0,0133	2,21	0,0061	0,0113	1,86
	61 935	3 761							

$$\bar{p} = \frac{3\ 761}{61\ 935} = 0{,}06072 \qquad \hat{p} = \frac{3\ 247}{51\ 745} = 0{,}06275$$

Dieselfde waarnemings as in paragraaf (a) val buite die kontrolegrense - kyk bylae I. Die oefening word dus herhaal nadat die aanwysbare faktore aandag geniet het - kyk tabel 1.3 regs van die dubbellyn.

Bylae J toon die proses nou binne statistiese beheer met standaardwaarde $p' = 0{,}063$. Verdere verfyning sal op 'n kontinue basis plaasvind.

(c) <u>Baseer die kontrolegrense op gemiddelde produksie</u>

Indien 'n waarneming naby of buite hierdie benaderde konstante grense lê, kan afsonderlike grense vir daardie waarnemings bereken word om dit te oordeel.

$$\bar{p} = \frac{3761}{61935} = 0{,}06072$$

$$n = \frac{61935}{25} = 2477$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} = 0{,}075 \text{ en } LCL = 0{,}046$$

Uit bylae K is dit duidelik dat skofte 10, 13, 14, 15 en 21 buite die kontrolegrense val, terwyl skofte 1, 11, 19 en 23 naby die grense lê. Afsonderlike grense moet dus vir hierdie punte bepaal word. In hierdie geval is dit egter nie nodig om die grense van vooraf te bereken nie, aangesien dit reeds in paragraaf (a) bereken is.

Bylae L toon dat die waarnemings ten opsigte van skofte 10, 13, 15, 19 en 21 steeds buite beheer is. Soos aangedui in die vorige twee paragrawe, is aanwysbare faktore vir hierdie skofte gevind. Skofte 1, 11, 14 en 23 is egter binne beheer.

"Where the variation in subgroup size is not too great (for example, where the maximum and minimum subgroups are not more than 25% away from the average), it often may be good enough for practical purposes to establish a single set of control limits based on the expected average subgroup size", aldus Grand & Leavenworth (1974, p.252).

Die groot variasies in die groottes van die steekproewe is waarskynlik daarvoor verantwoordelik dat daar vir 9 uit die 25 steekproewe afsonderlike grense bepaal moes word.

In hierdie geval gaan skofte 10, 13, 15, 19 en 21 weggelaat word vir die berekening van die standaardwaarde, nl. $p' = 0{,}06275$ en die verwagte gemiddelde steekproefgrootte, nl. $\frac{51\ 745}{20} = 2\ 587$

Hierdie waardes is reeds in paragrawe (a) en (b) bepaal. Konstante kontrolegrense gebaseer op bogenoemde waardes is die beginpunt vir die toekoms.

2.11 Kontrolekaarte gebaseer op veranderlikes

Die $\bar{x}$ en R kontrolekaarte is die mees algemene kontrolekaarte van veranderlikes. Die $\bar{x}$ kontrolekaart beheer die gemiddelde produksie van die proses en die R kontrolekaart beheer die algemene variasie van die proses.

Aangesien die variasie binne 'n steekproef ongewens is, moet die steekproewe so klein as moontlik wees. Die interpretasie van kontrolegrense berus op die beginsels van die normaal= verspreiding. Steekproefgroottes van 4 is in algemene gebruik en is gewoonlik voldoende vir die normale benadering.

2.11.1 $\bar{X}$ kontrolekaart

Indien hierdie kaart gebruik word om geskiedenis te beoordeel, word die middellyn deur $\bar{\bar{x}}$ voorgestel. Die UCL en LCL word bepaal deur $3\,\hat{\sigma}_{\bar{x}}$ (berekende of geskatte waarde) weerskante van $\bar{\bar{x}}$. Indien huidige produksie beheer word, kan die middellyn voorgestel word deur 'n standaardwaarde $\bar{x}'$, afgelei uit data van die verlede, of deur 'n waarde wat bestuursdoelwitte verteenwoordig.

Die volgende formules is van toepassing :

$$\left.\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \\ LCL &= \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \end{aligned}\right\} \text{Ontleding van historiese data}$$

$$\left.\begin{aligned} UCL &= \bar{x}' + \frac{3\sigma'_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \\ LCL &= \bar{x}' - \frac{3\sigma'_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \end{aligned}\right\} \text{Ontleding van produksiedata}$$

$\hat{\sigma}_{\bar{x}}$ is 'n skatting van die werklike waarde, nl. $\sigma_{\bar{x}}$. In hierdie geval word $\hat{\sigma}_{\bar{x}}$ bereken uit $\frac{\bar{R}}{d_2}$ (kyk paragraaf 2.11.3).

$\bar{\bar{x}}$ = 1,27 (Bylae M)
$\bar{R}$ = 0,19 (Bylae M)
d_2 = 2,059; vir n = 4 (kyk bylae P).

$$\therefore \quad 3\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{3(0,19)}{2,059} = 3(0,0923) = 0,2768$$

$\therefore$ UCL = 1,41
en LCL = 1,13

Bylae N toon hierdie $\bar{x}$ kaart wat onder statistiese beheer is.

Die skatting van die werklike prosesstandaardafwyking vir die berekening van grense vir $\bar{x}$ kaarte moet onaf= hanklik wees van die variasie tussen steekproewe. Indien die R kaart toon dat die proses onder beheer is, kan die skatting afgelei word vanaf die steekproef= variasiebreedtes.

Gebaseer op die 22 steekproewe van bylae M is $\bar{R} = 0,19$. Dit is die middellynwaarde van die R kaart. Uit tabel 1 van bylae P sien ons dat $\sigma_w = 0,8798$ vir $n = 4$

waar $w = \frac{R}{\sigma}$, daarom $\sigma_R = 0,8798\,\sigma$. Maar $\sigma \equiv \frac{\bar{R}}{d_2}$.

Laasgenoemde stelling word afgelei deur Duncan (1965, p.127).

$$\hat{\sigma}_R = \sigma_w \frac{\bar{R}}{d_2} = d_3\frac{\bar{R}}{d_2}, \quad d_2 = 2,059 \text{ (tabel 1, bylae P).}$$

$$= (0,8798)(0,19)/2,059$$

$$= 0,0812$$

$$\therefore \quad 3\hat{\sigma}_R = 0,2436$$

$$\therefore \quad UCL = 0,43$$

en $LCL = -0,05 \simeq 0,00$

Dieselfde resultate kan verkry word met die volgende alternatiewe metode :

Dit is so pas afgelei dat

$UCL = \bar{R} + \frac{3d_3\bar{R}}{d_2}$ wat vereenvoudig kan word na

$UCL = (1 + \frac{3d_3}{d_2})\bar{R}$

Stel $D_4 = (1 + \frac{3d_3}{d_2})$, dan is $UCL = D_4\bar{R}$

Net so is $LCL = \bar{R} - \frac{3d_3\bar{R}}{d_2}$ wat vereenvoudig word na $(1 - \frac{3d_3}{d_2})\bar{R}$

Stel $D_3 = (1 - \frac{3d_3}{d_2})$, dan is $LCL = D_3\bar{R}$

$D_4 = 2,282$ en $D_3 = 0$ (Kyk tabel 2 van bylae P)

$\therefore$ $UCL = (2,282)(0,19) = 0,43$ en

$LCL = (0)(0,19) = 0,00$

Die voorlopige middellyn en kontrolegrense vir die R kaart verskyn in bylae O. Nadat die steekproefvariasiebreedtes op hierdie kaart geplot is, is gevind dat die proses onder statistiese beheer is ten opsigte van variasie. Daar kan nou voortgegaan word met die opstel van die $\bar{x}$ kaart.

Die skatting vir $\sigma_{\bar{x}}$ is $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,19}{2,059} = 0,0923$

Die voorlopige kontrolegrense vir die $\bar{x}$ kaart is dus

$$UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} = 1,41$$

en

$$LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} = 1,13$$

Dieselfde resultate kan verkry word met die volgende alternatiewe metode :

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}, \text{ waar } A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}} = 0,7285$$

$\therefore$ UCL = 1,27 + 0,1384 = 1,41 en

LCL = 1,27 - 0,1384 = 1,13

Die waardes vir A_2 is ook getabuleer in tabel 2 van bylae P.

Hierdie grense verskyn in bylae N. Nadat die steekproef= gemiddeldes geplot is, is gevind dat die proses onder statistiese beheer is, ook ten opsigte van die gemiddelde.

Die middellynwaardes en kontrolegrense van bylaes N en O word dus nou gebruik as standaardwaardes vir die volgende produksieperiode. Gedurende hierdie periode word daar dan kontinu steekproewe geneem en op die kontrolekaarte, met die standaardwaardes, geplot. So word die produksieproses dan kontinu beheer en kan die aantal toetsstukke verminder word met die gevolglike kostebesparings.

Wanneer 'n waarneming op die $\bar{x}$ kaart buite die kontrole= grens lê en aanwysbare faktore is gevind, is dit wys om nie net die $\bar{x}$ kaartwaarde, maar ook die ooreenstemmende R kaartwaarde, weg te laat vir die berekening van die kontrolegrense vir die volgende produksieperiode.

"In fact, the points (if any) that are to be used in computing central lines and control limits for the two charts for the next period will depend largely on the types of assignable causes discovered in the investigation of out of control points. This is a matter of engineering knowledge and intuition, not a matter of statistical theory", aldus Duncan (1965, p.388).

(b) <u>Standaardwaardes wat bestuursdoelwitte reflekteer</u>

Indien bestuur standaardwaardes voorsien, waarbinne die proses beheer behoort te word, vereenvoudig dit die opstel van die $\bar{X}$ en R kaarte. Dié standaardwaardes word genoteer as $\bar{X}'$ en σ'. Dan word die kontrolegrense soos volg bereken :

$\bar{x}' \pm \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}}$, vir $\bar{x}$ kaarte en

$d_2\sigma' \pm 3d_3\sigma'$, vir R kaarte,

d_2 en d_3 waardes word verkry uit tabel 1 van bylae P.

Hierdie formules kan vereenvoudig word deur die volgende waardes : $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$; $D_1 = (d_2 - 3d_3)$ en $D_2 = (d_2 + 3d_3)$

Dus $UCL = \bar{x}' + A\sigma'$
en $LCL = \bar{x}' - A\sigma'$, vir $\bar{x}$ kaarte.

$UCL = D_2\sigma'$
en $LCL = D_1\sigma'$, vir R kaarte.

Waardes vir A, D_1 en D_2 is gelys in tabel 2 van bylae P.

'n Paar belangrike aspekte ten opsigte van die bepaling van standaardwaardes word deur Duncan (1965, p.389-390) uitgewys.

2.12 σ en $\bar{R}$ kaarte

Duncan (1965, p.396) motiveer die gebruik van "klein" steek= proewe (n = 4 of 5) soos volg :

- die koste verbonde aan klein steekproewe is laer
- kleiner waarskynlikheid dat 'n verandering in die proses plaasvind gedurende steekproefneming
- klein steekproewe oor kort tydsintervalle lewer beter resultate as groot steekproewe (n = 16 - 20) oor langer tydsintervalle omdat kwaliteitsveranderinge makliker waargeneem sal word.

  Soms is dit egter nodig om groot steekproewe te neem en dan is dit meer voordelig om die volgende kaarte aan te wend.

2.12.1 σ Kaart

Die eerste stap is om die gemiddelde standaardafwyking van die steekproewe te bereken, nl. $\bar{\sigma}$ en dit as die middellyn te gebruik. Die geskatte standaardafwyking $\hat{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$. Die kon= trole grense word soos volg bereken :

$$UCL = \bar{\sigma} + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{2n}}\sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2}$$

$$LCL = \bar{\sigma} - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{2n}}\sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2},$$ c_2 waardes is

in tabel 2 van bylae P gelys.

Hierdie formules vereenvoudig na :

$UCL = B_4\bar{\sigma}$
en $LCL = B_3\bar{\sigma}$ indien

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2} \text{ en}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}\sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2},$$ B_3 en B_4 waardes

is in tabel 2 van bylae P gelys.

Indien σ', die standaardwaarde, egter voorsien word, verander die formules soos volg :

Middellyn $= c_2 \sigma'$

UCL $= c_2 \sigma' + \frac{3\sigma'}{\sqrt{2n}} \sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2}$

LCL $= c_2 \sigma' - \frac{3\sigma'}{\sqrt{2n}} \sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2}$

Stel $B_1 = C_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}} \sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2}$

en $B_2 = C_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}} \sqrt{2(n-1) - 2nc_2^2}$

dan vereenvoudig die formules na

$UCL = B_2 \ \sigma'$
$LCL = B_1 \ \sigma'$

2.12.2 $\bar{R}$ kaart

Wanneer steekproewe groot word (bv. $n > 12$) is die variasie= breedte en dus die R kaart nie meer 'n effektiewe maatstaf nie. Die groot steekproewe kan egter in kleiner steekproewe van bv. 4 of 5 verdeel word en dan word die $\bar{R}$ kaart aangewend.

Veronderstel 'n steekproef van 40 waarnemings word per skof geneem. Verdeel hierdie steekproef in agt substeekproewe van 5 elk, dan is $n = 5$ en $k = 8$. Bepaal die variasiebreedte van elke substeekproef. Dan is $\bar{R} = \sum_{i=1}^{8} R_i / 8$

Om 'n $\bar{R}$ kaart vir die proses op te stel, word bv. ongeveer 10 skofte se data benodig. Dan is $\bar{\bar{R}} = \sum_{i=1}^{10} R_i / 10$

Nou is $\bar{\bar{R}}$ die gemiddeld van $10 \times 8 = 80$ R waardes, elk van 'n substeekproef van $n = 5$. Die geskatte standaardafwyking is dan $\hat{\sigma}_x = \bar{\bar{R}}/d_2$

vir $n = 5$. Die kontrolegrense vir die $\bar{R}$ kaart word dan soos volg bepaal.

$UCL = \bar{\bar{R}} + 3d_3 \hat{\sigma}_x / \sqrt{k}$

$LCL = \bar{\bar{R}} - 3d_3 \hat{\sigma}_x / \sqrt{k}$

Daar bestaan verskeie ander kontrolekaarte en metodes van prosesbeheer - elk met sy eie toepassing. Watter metode(s) toegepas sal word, sal bepaal word deur die voordeel gemeet aan bestuursdoelwitte wat dit vir bestuur inhou.

HOOFSTUK 3

REGRESSIE ANALISE

Hierdie hoofstuk word in die eerste paragraaf ingelei met definisies van regressie en korrelasie analise. Daarna word gewys op die verband tussen veranderlikes. Die vergelyking van die regressielyn volg in paragraaf drie. Paragraaf 4 handel oor die passing van die regressielyn deur die data. Die korrelasiekoëffisiënt word in paragraaf 5 bespreek. Die standaardfout en betekenistoetse word in paragrawe 6 en 7 behandel. In paragraaf 8 word kortliks oorgegaan van eenvoudige na meervoudige regressie met 'n praktiese toepassing daarvan in paragraaf 9.

3.1 Definisies

Regressie analise word deur Neter & Wasserman (1976, p.21) gedefinieer as ".....a statistical tool which utilises the relation between two or more quantitative variables so that one variable can be predicted from the other, or others".

Korrelasie analise word deur Wonnacott & Wonnacott (1977, p.407) gedefinieer as ".....the degree to which variables are linearly related".

Die regressievergelyking is dus 'n wiskundige formule wat die verband tussen veranderlikes beskryf terwyl die korrelasie= koëffisiënt die graad van lineêre verband tussen veranderlikes weergee.

3.2 Die verband tussen veranderlikes

Dit is bekend dat daar 'n verband bestaan tussen die treksterkte van staal en onder andere % C, % Mn, % P, % Al, dikte en temperatuur. Tabel 3.1 gee 'n uiteensetting van die resultate van 10 toetsstukke met 'n kwaliteit van C550.

TABEL 3.1 TOETSRESULTATE VAN C550 PLATE

TREK= STERKTE	% C	% Mn	% P	% Al	DIKTE	TEMPER TEMP.
690	0,19	1,15	0,009	0,03	12	480
720	0,20	1,23	0,012	0,05	12	590
685	0,18	1,16	0,009	0,04	20	480
725	0,20	1,22	0,011	0,05	25	600
710	0,19	1,18	0,010	0,04	12	600
715	0,19	1,20	0,009	0,03	25	590
700	0,18	1,17	0,008	0,05	20	600
710	0,19	1,21	0,013	0,04	25	480
700	0,19	1,20	0,012	0,03	25	600
695	0,18	1,19	0,009	0,04	25	600

Al ses genoemde veranderlikes, en baie meer, toon 'n verband met treksterkte. Om hierdie verband visueel voor te stel, is ons beperk tot twee dimensies. Beskou dus die hipotetiese geval van die invloed van % Mn op treksterkte, wat visueel met behulp van 'n verspreidingsdiagram in bylae Q voorgestel word.

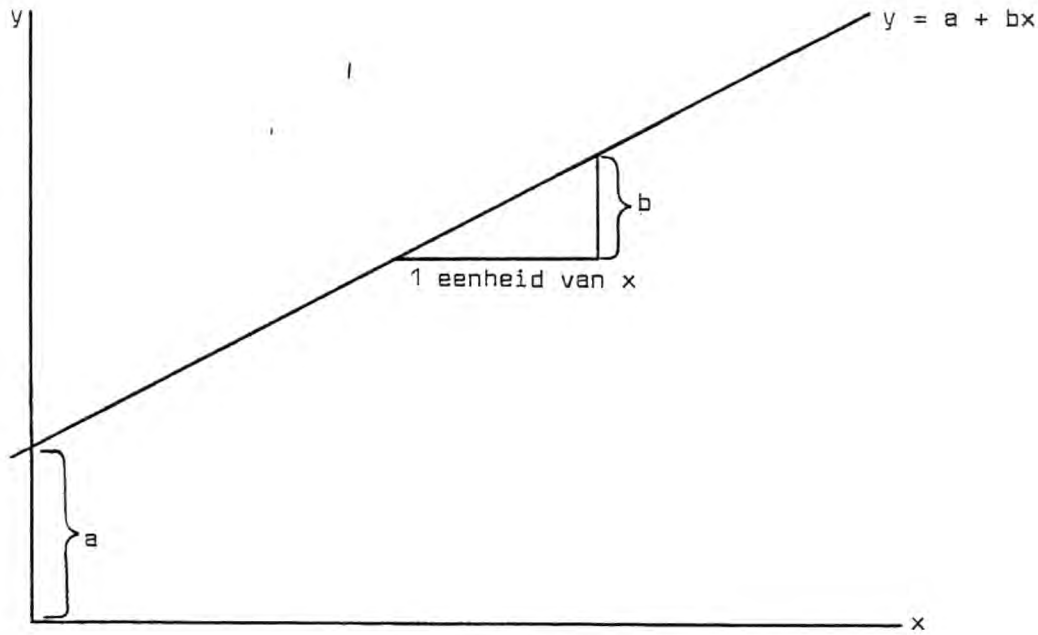
Uit bylae Q is dit duidelik dat die punte min of meer om 'n reguit lyn versprei lê wat 'n positiewe verband tussen trek= sterkte en % Mn beskryf - met ander woorde, as die % Mn toe= neem, sal treksterkte toeneem en omgekeerd.

3.3 Vergelyking van die regressielyn

Die reguit lyn deur die data word beskryf deur 'n wiskundige formule. In hoe 'n mate verander y vir elke eenheid verandering en x? Die algemene vergelyking van 'n reguit lyn word beskryf deur die formule $y = a + b\ x$.

"a" is die snypunt van die reguit lyn met die y- as. "a" is dus 'n konstante (intercept).
"b" is die helling van die lyn en dui aan hoeveel y sal verander vir elke eenheidsverandering in x. (In regressie analise word "b" die regressiekoëffisiënt genoem).

Figuur 3.1 : Voorstelling van die algemene formule vir 'n reguit lyn



Uit die grafiese voorstelling in figuur 3.1 kan gesien word dat een eenheidsverandering in x 'n halwe eenheidsverandering in y teweegbring.

3.4 Passing van die regressielyn

Watter reguit lyn pas die beste deur die punte op die verspreidingsdiagram?

Dit sal die punt wees wat die naaste aan al die punte beweeg, met ander woorde sodanig dat die somtotaal van die afwykings van die punte (waarnemings) vanaf die regressielyn, die kleinste is. Om in hierdie doel te slaag word die metode van kleinste kwadrate toegepas waaruit die volgende vereen= voudigde formule afgelei word.

$$\hat{y} = \bar{y} + \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x}), \quad \text{waar}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\Sigma x$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\Sigma y$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n}\Sigma(x - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\Sigma x^2 - \bar{x}^2$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n}\Sigma(x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \frac{1}{n}\Sigma xy - \bar{x}\bar{y}$$

Tabel 3.2 : Manipulasie van die C550 data om die regressievergelyking te bepaal

x	y	x^2	y^2	xy
1,15	690	1,32	476 100	793,50
1,23	720	1,51	518 400	885,60
1,16	685	1,35	469 225	794,60
1,22	725	1,49	525 625	884,50
1,18	710	1,39	504 100	837,80
1,20	715	1,44	511 225	858,00
1,17	700	1,37	490 000	819,00
1,21	710	1,46	504 100	859,10
1,20	700	1,44	490 000	840,00
1,19	695	1,42	483 025	827,05
11,91	7 050	14,19	4 971 800	8 399,15

LET WEL :

y^2 is in hierdie tabel ingesluit vir latere gebruik.

$\bar{x} = 1,191$

$\bar{y} = 705,0$

$S_x^2 = 1,419 - 1,418 = 0,001$

$Sxy = 839,915 - 839,655 = 0,26$

$$\therefore \quad \hat{y} = 705 + \frac{0,26}{0,000519}(x - 1,191)$$

$$= 108,36 + 500,95\,x$$

Stel x = 1,14 $\therefore \hat{y} = 679$

Stel x = 1,24 $\therefore \hat{y} = 730$

Hierdie koördinate is op bylae R aangedui en verbind om die beste passende lyn aan te dui.

Hierdie lyn sal die y-as by 108,36 sny, terwyl $\hat{y}$ 5,0096 MPa sal verander vir elke eenheid (0,01) verandering in x. In isolasie beskou, kan afgelei word dat treksterkte met 5 MPa sal toeneem vir elke 0,01 % Mn byvoeging.

3.5 Korrelasiekoëffisiënt

Wat is die graad van lineêre verband tussen x en y? Met ander woorde, hoeveel van die verandering in y word teweeg= gebring deur die verandering in x en hoeveel deur ander faktore wat nie in berekening gebring is nie?

Die korrelasiekoëffisiënt (r) verskaf die antwoord op hierdie vrae en word soos volg bereken :

$$r = \frac{Sxy}{SxSy}$$

$$Sx = \sqrt{1,419 - 1,418} = 0,031623$$

$$Sy = \sqrt{497\ 180 - 497\ 025} = 12,4499$$

$$Sxy = 0,26 \text{ (reeds bereken)}$$

$$\therefore r = \frac{0,26}{0,3937} = 0,66$$

Daar bestaan 'n redelike sterk positiewe verband tussen treksterkte en % Mn . Slegs 44% ($r^2 = 0,44$) van die verandering in treksterkte is egter toe te skryf aan 'n verandering in % Mn . Die ander 56% van die verandering is toe te skryf aan veranderlikes wat nie in die regressie= vergelyking opgeneem is nie.

Die totale variasie van die treksterkte word weergegee deur die som van die kwadrate van die afwykings vanaf die gemiddelde, nl. $\Sigma(y_i - \bar{y})^2$, wat ook geskryf kan word as $\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 + \Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2$ (Clelland, et al, 1966, p.453).

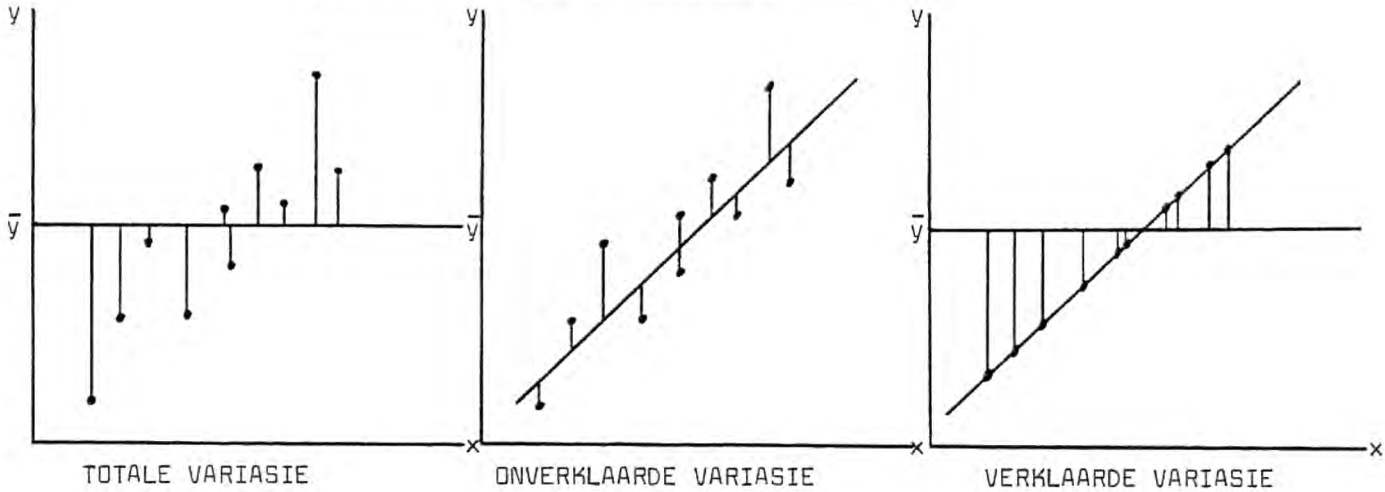
$\therefore \quad \Sigma(y_i - \bar{y})^2 = \Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 + \Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2$, waar

$\Sigma(y_i - \bar{y})^2 \equiv$ totale variasie

$\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 \equiv$ onverklaarde variasie (unexplained)

$\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 \equiv$ verklaarde variasie (explained)

Figuur 3.2 : Verdeling van totale variasie



Die term $\frac{\Sigma (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}$. 100 dui op die verklaarde variasie uitgedruk as 'n persentasie van die totale variasie. Clelland, et al (1966, p.451) bewys dat laasgenoemde stelling gelyk is aan r^2 . 100. Freund & Williams (1961, p.315) formuleer die stelling soos volg ".....if the coefficient of correlation for observations on two variables x and y is equal to r, then 100 . r^2 per cent of the variation of the y's may be counted for by the relationship with the variable x". Die voorbeeld is reeds ten opsigte van hierdie waarde geïnterpreteer. r^2 staan bekend as die bepaalheidskoëffisiënt.

Neter en Wasserman (1976, p.90) wys egter op die volgende "..... there is a tendency to use r instead of r^2 in much applied work in business and economics. It is worth noting that since for any r^2 other than 0 or 1, $r^2 < |r|$, r may give the impression of a "closer" relationship between x and y than does the corresponding r^2. For instance $r^2 = 0{,}10$ indicates that the total variation in y is reduced by only 10 per cent when x is introduced, yet $r = 0{,}32$ may give an impression of greater association between x and y".

Dit is egter makliker om r^2 te interpreteer, mits bogenoemde in gedagte gehou word.

3.6 Standaardfout

Die regressielyn op bylae R verteenwoordig die gemiddelde berekende treksterktewaardes ($\hat{y}$). Die verskille tussen die werklike data (y) en die berekende waarde ($\hat{y}$) is op bylae R aangedui deur 1, 2, 3, ..., 10.

So kan die treksterkte van 'n staalsoort met 'n % Mn inhoud van 1,17 met behulp van die regressielyn bepaal word as 694,5 MPa (punt A - bylae R). Die werklike waarde is egter 700 MPa . Die regressielyn ($\hat{y}$) "bereken" die gemiddelde treksterkte van C550-staal met 'n % Mn inhoud van 1,17. Is hierdie afwyking aanvaarbaar? Met ander woorde, hoe betroubaar is die berekende waarde?

Die antwoorde op hierdie vrae lê opgesluit in die feit dat die standaardfout (Sy) net soos die standaardafwyking (Sx) geïnterpreteer word. Die verskil tussen die standaardafwyking en die standaardfout lê daarin dat eersgenoemde 'n afwyking vanaf die rekenkundige gemiddelde ($\bar{x}$) is, terwyl laasgenoemde die afwyking van die onverwerkte data (y) vanaf die berekende data ($\hat{y}$) is.

Hierdie twee maatstawwe word soos volg geformuleer.

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(x-\bar{x})^2}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(y-\bar{y})^2}$$

Die ooreenkoms van die formules word beklemtoon deur die feit dat $\hat{y}$ 'n skatting van die gemiddelde y waardes is. Let op dat die formule vir Sy ooreenkom met die formule vir die onverklaarde variasie soos behandel in paragraaf 3.5. Die standaardfout meet dus die verandering in y wat nie toeskryfbaar is aan die veran= dering in x nie. As daar dus 'n 100% verband (korrelasie) tussen x en y bestaan, sal Sy nul wees. Hoe kleiner die waarde van Sy dus is (relatief tot die grootte orde van die onverwerkte data) hoe meer akkuraat is die berekende y waarde. Die betroubaarheid van die berekende waardes berus, net soos in die geval van die standaardafwyking, op die eienskappe van die normaalverdeling.

Tabel 3.3 : Manipulering van die data vir die berekening van die standaardfout

x	y	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
1,15	690	687,4959	2,5041	6,2705
1,23	720	721,6502	-1,6502	2,7233
1,16	685	691,7652	-6,7652	45,7678
1,22	725	717,3810	7,6190	58,0499
1,18	710	700,3038	9,6962	94,0167
1,20	715	708,8424	6,1576	37,9165
1,17	700	696,0345	3,9655	15,7253
1,21	710	713,1117	-3,1117	9,6824
1,20	700	708,8424	-8,8424	78,1874
1,19	695	704,5731	-9,5731	91,6437
				439,9835

$$\therefore \quad Sy = \sqrt{43,99835}$$

$$= 6,6331$$

Tabel 3.4 : Betroubaarheidsinterval vir C550 plate

a	x = 1,15		x = 1,19		x = 1,23	
	$\hat{y}$ - aSy	$\hat{y}$ + aSy	$\hat{y}$ - aSy	$\hat{y}$ + aSy	$\hat{y}$ - aSy	$\hat{y}$ + aSy
1	677,9	691,1	697,9	711,1	717,9	731,1
2	671,3	697,7	691,3	717,7	711,3	737,7
3	664,7	704,3	684,7	724,3	704,7	744,3

Indien die data normaal verdeel is, sal 68,26% van die data tussen $\hat{y} \pm 1$ Sy val, 95,44% tussen $\hat{y} \pm 2$ Sy en 99,73% tussen $\hat{y} \pm 3$ Sy. Uit Bylae T is dit duidelik dat 70% van die data tussen $\hat{y} \pm 1$ Sy val en 100% tussen $\hat{y} \pm 2$ Sy. Hierdie afwykings, nl. 70% teenoor 68% en 100% teenoor 95% kan toegeskryf word aan die klein steekproefgrootte.

3.7 Betekenistoetse

Verskeie betekenistoetse kan toegepas word om die hipotese, dat daar 'n verband tussen x en y bestaan, te toets. Verskillende hipoteses word aan die hand van verskillende formules getoets. In die geval van regressie analise word die t- en F betekenistoetse meestal toegepas. Die interpretasie van hierdie twee betekenistoetse word in paragraaf 3.9 bespreek.

3.8 Meervoudige regressie analise

Die beginsels wat geld vir regressie analise met twee veranderlikes (eenvoudige regressie) geld net so vir regressie analise met meer as twee veranderlikes, of meervoudige regressie analise. Die vergelyking van 'n meervoudige regressielyn word soos volg geformuleer :

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots\ldots\ldots + b_n x_n$$

Die passing van die regressielyn by die data behels baie omslagtige en ingewikkelde berekenings wat normaalweg met behulp van 'n rekenaar gedoen word. Die algoritme "trapsgewyse regressie analise" (stepwise regression analysis) word dikwels toegepas. Cooley & Lohnes (1971, p.56) som trapsgewyse regressiemetodes soos volg op : "These are methods which add or subtract one predictor at a time to the regression equation, seeking the 'best' set of predictors. Variables are added or dropped according to the statistical significance of their contributions to the reduction of uncertainty about the criterion".

Daniel & Wood (1980, p.85) wys op die beperkings in die toepassing van hierdie metode, nl. "Stepwise regression can lead to confusing results, however, when the independent variables are highly correlated ....." en "..... it is based on the implicit assumption that there is one best equation and that stepwise regression will find it". Vir 'n meer detailbeskrywing word die leser verwys na Neter & Wasserman (1976, p.384 en 385). Die wisselwerking van inter=

korrelasie word deur Wonnacott & Wonnacott (1977, p.380) bespreek wanneer hulle 'n vergelyking tref tussen eenvoudige en meervoudige regressie analise.

3.9 Toepassing van regressie analise

Die praktiese toepassing van die beginsels van regressie analise en die interpretasie daarvan kan die beste aan die hand van 'n voorbeeld geïllustreer word.

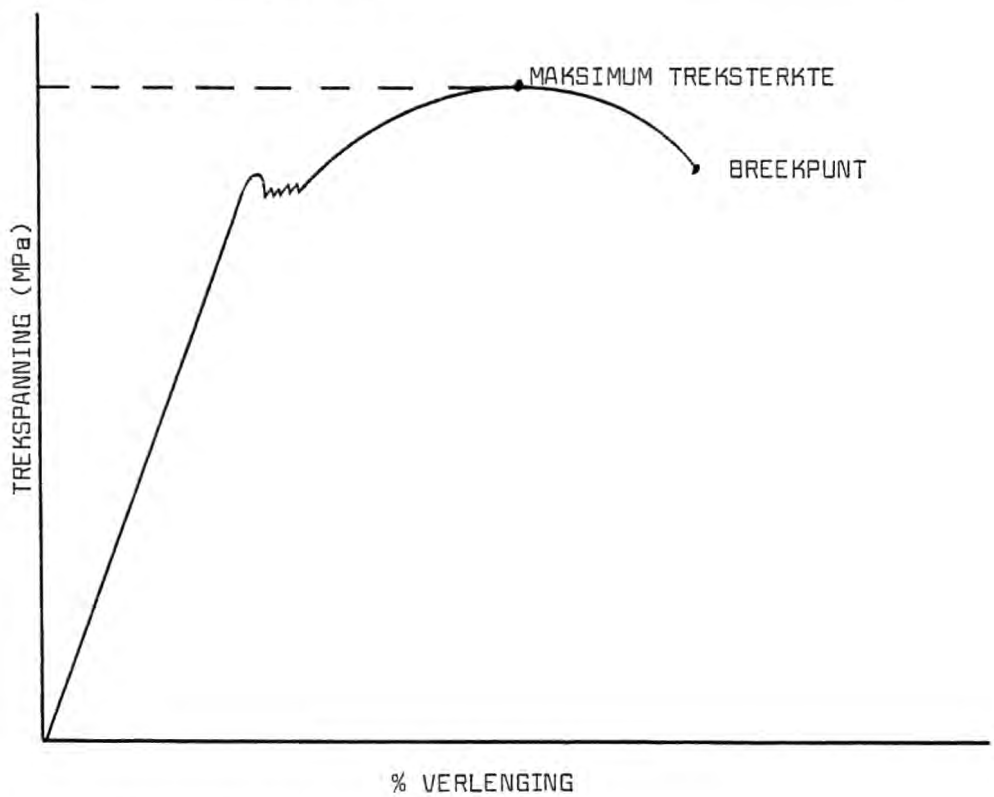
Die voorbeeld wat behandel word, is 'n tipiese probleem geneem uit die staalbedryf. Die probleem is om 'n regressie= vergelyking te bepaal waarvolgens die treksterkte van SC1 materiaal bereken kan word.

Middelbestuur moet feitlik daagliks besluite neem ten opsigte van die toepassing van staalprodukte. Verskeie besluit= nemingskriteria word toegepas waarvan slegs een, nl. trek= sterkte, bespreek word. As deel van die vernietigende toetsing van die staal, word die treksterkte daarvan bepaal. Met die verlenging van 'n toetsstuk onderworpe aan trek= spanning verminder die deursnee oppervlakte. Die trekkrag wat vir 'n sekere verlenging nodig is, gedeel deur die oppervlakte van 'n toetsstuk, word die treksterkte genoem.

$$\therefore \quad \text{treksterkte} = \frac{\text{trekkrag vir 'n sekere verlenging}}{\text{oppervlakte van die toetsstuk}}$$

Treksterkte word uitgedruk in Megapascal (MPa) .

Figuur 3.3 : Illustrasie van die meganiese eienskappe van staal



Treksterkte, as besluitnemingskriterium, se toepassing is hoofsaaklik tweërlei van aard. Eerstens word materiaal in die pyplyn afgekeur vir die bestelling waarteen dit vervaardig word. Die meganiese toetsresultate, chemiese analise, dikte, ens., van die materiaal is reeds bekend. Hierdie materiaal kan gewoonlik teen 'n ander bestelling aangewend word, mits dit 'n hoër of laer treksterktewaarde het. Afhangende van die nuwe bestellingspesifikasies, is dikte en temperature normaalweg die enigste onafhanklike veranderlikes wat in hierdie stadium aangepas kan word. Die regressievergelyking word in hierdie geval deur bestuur toegepas om vas te stel of dit moontlik is om die verlangde treksterktewaarde te verkry deur aanpassings van die onafhanklike veranderlikes in die volgende prosesse en indien wel, hoe groot moet hierdie aanpassings wees.

Tweedens word die regressievergelyking aangewend om, in die beplanningstadium, te voorspel watter invloed veranderings in een of meer van die onafhanklike veranderlikes op die onafhanklike verandering sal hê. Bogenoemde vind plaas as 'n reaksie op 'n navraag vanaf 'n klant, via die bemarkings= afdeling ten opsigte van wysigings aan bestaaande spesifi= kasies of nuwe spesifikasies.

Dit is bekend dat die volgende elemente onder andere 'n invloed op treksterkte uitoefen : % C, % Mn, % S, % Si, % Al, % P, % Nb, % Mo, % B, % Cu, % Ni, % Cr, % Ti, dikte, temper= temperatuur, tempertyd en F6 temperatuur. Hierdie elemente kom nie almal in beduidende hoeveelhede in alle staalgrade voor nie.

'n Steekproef van 170 waarnemings is van die staalgraad SC1 geneem en met behulp van 'n rekenaar ontleed. Die algoritme "trapsgewyse regressie analise" is toegepas. Die program is deel van 'n standaard pakkie wat aangepas is om spesifieke behoeftes te bevredig. Bylae T toon die volgende resultate :

- die onverwerkte data
- rekenkundige gemiddeldes)
- standaardafwykings)
- minimum waarde) per veranderlike
- maksimum waarde)
- korrelasiematriks
- verskillende stappe

Die beskrywings van die veranderlikes (variable description) word soos volg gedefinieer :

GAUGE - dikte

COIL TEM. - haspeltemperatuur, met ander woorde die temperatuur van die staal wanneer dit opgetol word.

YS	- meegeespanning	) Meganiese toetse
UTS	- treksterkte	)
C	- % C (Koolstof)	)
Mn	- % Mn (Mangaan)	)
P	- % P (Fosfor)	)
S	- % S (Swael)	)
SI	- % Si (Silikon)	) Chemiese analise
CU	- % Cu (Koper)	)
NI	- % Ni (Nikkel)	)
CR	- % Cr (Chroom)	)
AL	- % Al (Aluminium)	)
NB	- % Nb (Niobium)	)

F6 TEMP - F6 temperatuur, met ander woorde, die temperatuur van die 6de stelling van die Warmbandwals.

Treksterkte is in hierdie voorbeeld as die afhanklike veranderlike geselekteer. Die tabelwaarde vir die t bekenis= toets is 1,659 vir n - 1 grade van vryheid. In die geval van die F betekenistoets is die tabelwaarde 1,17 vir n - k - 1 en n - 1 grade van vryheid, waar k die aantal onafhanklike veranderlikes verteenwoordig. Beide waardes verteenwoordig 95% betroubaarheid. Hierdie tabelwaardes verteenwoordig die kritiese areas. Wanneer die berekende t en F waardes dus kleiner as die tabelwaarde is, is daar geen lineêre verband tussen of die individuele onafhanklike veranderlike, in die geval van die t toets of die gesamentlike effek van die onaf= hanklike veranderlikes, in die geval van die F toets, nie. In so 'n geval word die vorige stap as die finale resultaat beskou.

Indien daar egter 'n veranderlike is wat nie in hierdie stadium in die vergelyking opgeneem is nie, maar wel, om praktiese oorwegings, in die vergelyking opgeneem moet word, kan dit deur middel van 'n transformasie bewerkstellig word. Voorbeelde van transformasies wat uit ondervinding goeie resultate lewer, is kruisprodukte, vierkantswortels, omge= keerdes en logaritmes.

In die voorbeeld is besluit om op die "belangrikste" (uit praktiese ondervinding) veranderlikes, nl. dikte, haspel= temperatuur, % C, % Mn, % P, % S, % Si, % Al, %Nb en F6 temperatuur te konsentreer. Om hierdie veranderlikes almal in die vergelyking opgeneem te kry, was dit egter nodig om twee transformasies toe te pas, nl. die kruisprodukte van F6 tempertuur met % Nb en dikte met % Nb. Dit was ook nodig om nog 'n onafhanklike veranderlike, nl. koolstofekwivalent (CE), by te bring wat soos volg geformuleer word :

CE = % C + %Si/25 + (% Mn + % Cu)/16 + % Cr/20 + % Ni/60 + % Nb/15.

Altesaam elf onafhanklike veranderlikes word dus teenoor treksterkte geregres. Aangesien dikte, F6 temperatuur, % C, % Mn, % Si en % Nb egter reeds in die transformasies verteen= woordig is, word hierdie veranderlikes nie individueel toegepas nie. Bylae T bevat die finale resultate ten opsigte van treksterkte.

F6 temperatuur (F6 TEMP) is die eerste veranderlike wat in die formule opgeneem word en wel met 'n korrelasiekoëffisiënt van 0,648 en 'n bepaaldheidskoëffisiënt van 0,419 (kyk stap 1 van bylae T. Die F6 temperatuur (x_1) verteenwoordig dus 41,9% van die variasie in treksterkte (y). Die berekende waardes van die betekenistoetse, nl. F = 121,403 en t = 11,018 dui daarop dat die hipotese dat daar 'n lineêre verband tussen hierdie veranderlikes bestaan, nie verwerp kan word nie.

In hierdie vroeë stadium kan die volgende vergelyking dus geformuleer word :

Treksterkte = 4,4486702 F6 temperatuur + 464,14402
of $\hat{y} = bx + a$

In die geval van meervoudige regressie lyk die vergelyking soos volg :

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \ldots\ldots + b_n x_n$$

∴ Treksterkte = 464,14402 + 4,4486702 F6 temperatuur + $b_2 x_2 + b_3 x_3 + \ldots\ldots + b_n x_n$, waar $b_2 x_2 + b_3 x_3 + \ldots\ldots + b_n x_n$, verantwoordelik is vir 58,1% (100% - 41,9%) van die variasie in treksterkte.

Die bydrae (calculated contribution) in MPa, van die onafhanklike veranderlike word programmaties bereken gebaseer op die minimum, gemiddelde en maksimum waardes van die veranderlike.

Die bydrae van elke individuele veranderlike word weerspieël deur die waarde "proportion reduced in this step". In die eerste stap sal hierdie waarde gelyk wees aan die bepaald= heidskoëffisiënt.

Die volgende veranderlike wat in die formule opgeneem word is koolstofekwivalent, met individuele bydrae van 20,6%.

Stappe 3, 4, 5, 6 en 7 kan op dieselfde wyse vertolk word.

Step 7 lewer die finale formule. nl.
Treksterkte = 506,5720 +2,3744942 F6 temperatuur + 555,2018939 koolstofekwivalent - 1495,8553277 % S - 0,1494515 haspeltemperatuur - 205,8125654 % Al - 69,6007929 dikte + 269,4132202 % P.

By 95% betroubaarheid toon die vergelyking 'n lineêre verband, want die waarde van die F betekenistoets is 68,434, teenoor die tabelwaarde 1,17 is. Individueel beskou, toon die eerste vyf onafhanklike veranderlikes, nl. F6 TEMP, CE, S, COIL TEM en AL 'n lineêre verband met treksterkte - vergelyk met die tabelwaarde vir die t betekenistoets van 1,659.

Die laaste twee veranderlikes, nl. dikte en % P toon 'n swak lineêre verband met treksterkte. Uit die korrelasiematriks is dit egter duidelik dat daar 'n relatiewe sterk korrelasie bestaan tussen dikte en koolstofekwivalent (0,63), dikte en Nb F6 (0,52), dikte en % Nb (0,51), % P en % S (0,36), % P en % Nb (0,32) en % P en Nb F6 (0,32). Die % Nb is sterk verteenwoordig in sy kruisproduk met F6 temperatuur, nl. Nb F6. Dikte en % P se bydraes word dus grootliks deur die eerste drie veranderlikes, nl. Nb F6, CE en % S verteen= woordig. Bogenoemde plus die feit dat dikte en % P uit praktiese ondervinding as belangrik beskou word, dra daartoe by dat hulle in die vergelyking opgeneem word nieteenstaande hulle relatiewe swak berekende t waardes.

Saam met die metallurg en tegnoloog se praktiese ondervinding en fyn aanvoeling ten opsigte van die wisselwerking van hierdie en ander veranderlikes, vorm die toepassing van regressie analise 'n onontbeerlike hulpmiddel in die besluit= nemingsproses.

STEEKPROEF

In 'n staalfabriek word staal met verskillende kwaliteite geproduseer, bv. ROQ-TUF AD690. Hierdie materiale moet aan sekere minimum en/of maksimum spesifikasies voldoen volgens neergelegde standaarde. Hierdie vereistes is onder andere chemiese analise, bv. % C, % Mn, % P, ens.,
treksterkte)
vloeispanning) gewoonlik gemeet in megapascal (MPa)
% verlenging
uitgloeisiklusse
wydte
dikte
haspeltemperature
tempertemperature
ens.

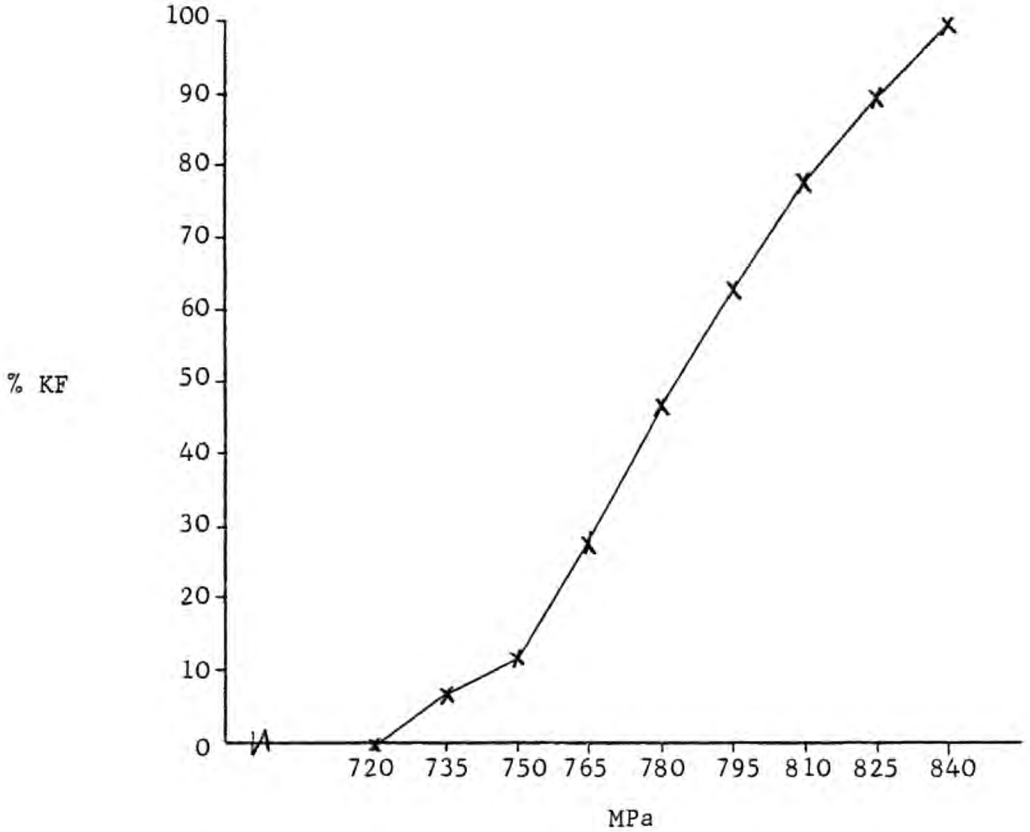
Beskou die volgende steekproef (ROQ-TUF AD690 materiaal)

% C	% Mn	% P	% S	% Si	DIKTE (mm)	TEMPER= TEMPERA= TUUR (°C)	VLOEI= SPANNING (MPa)	TREK= STERKTE (MPa)
0,17	0,56	0,010	0,002	0,28	25	640	735	784
0,17	0,56	0,010	0,002	0,28	20	640	762	800
0,17	0,56	0,010	0,002	0,28	25	640	762	816
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	780	826
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	784	814
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	828	874
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	802	850
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	776	822
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	16	650	782	820
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	762	816
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	756	808
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	777	830
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	784	822
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	777	822
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	800	836
0,17	0,59	0,009	0,004	0,27	25	650	784	836
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	822	882
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	822	854
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	804	864
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	828	858
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	806	836
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	832	854
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	834	862
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	790	836
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	800	856
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	834	880
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	822	868

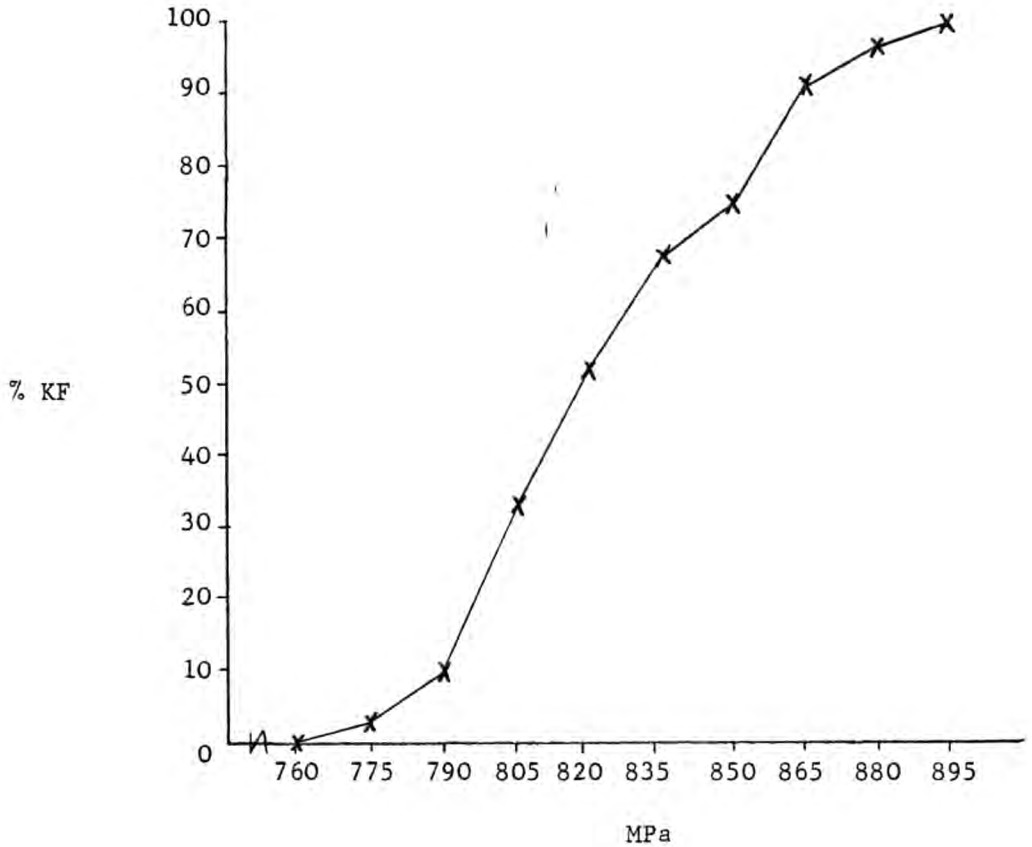
% C	% Mn	% P	% S	% Si	DIKTE (mm)	TEMPER= TEMPERA= TUUR °C	VLOEI= SPANNING (MPa)	TREK= STERKTE (MPa)
0,14	0,59	0,010	0,002	0,27	8	660	828	872
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	758	788
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	764	796
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	792	834
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	778	808
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	794	820
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	758	802
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	762	808
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	772	802
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	768	800
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	749	780
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	726	764
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	8	660	724	760
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	810	820
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	762	790
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	772	796
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	798	814
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	794	806
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	792	800
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	798	808
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	792	814
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	724	792
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	776	802
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	776	800
0,14	0,58	0,014	0,002	0,28	6	660	760	800
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	25	640	770	814
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	25	640	746	792
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	25	640	724	785
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	20	640	815	851
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	20	640	768	794
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	20	640	806	825
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	25	640	824	862
0,17	0,56	0,011	0,002	0,25	20	640	824	860

Slegs enkele veranderlikes is in die steekproef opgeneem. Daar word toetsstukke van die materiaal gesny waarop onder andere trektoetse uitgevoer word om die vloeispanning- en treksterktewaardes te bepaal. Die vloeispanningswaardes is effens gewysig om sekere beginsels te illustreer.

PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIEVEELHOEK-VLOEISPANNING



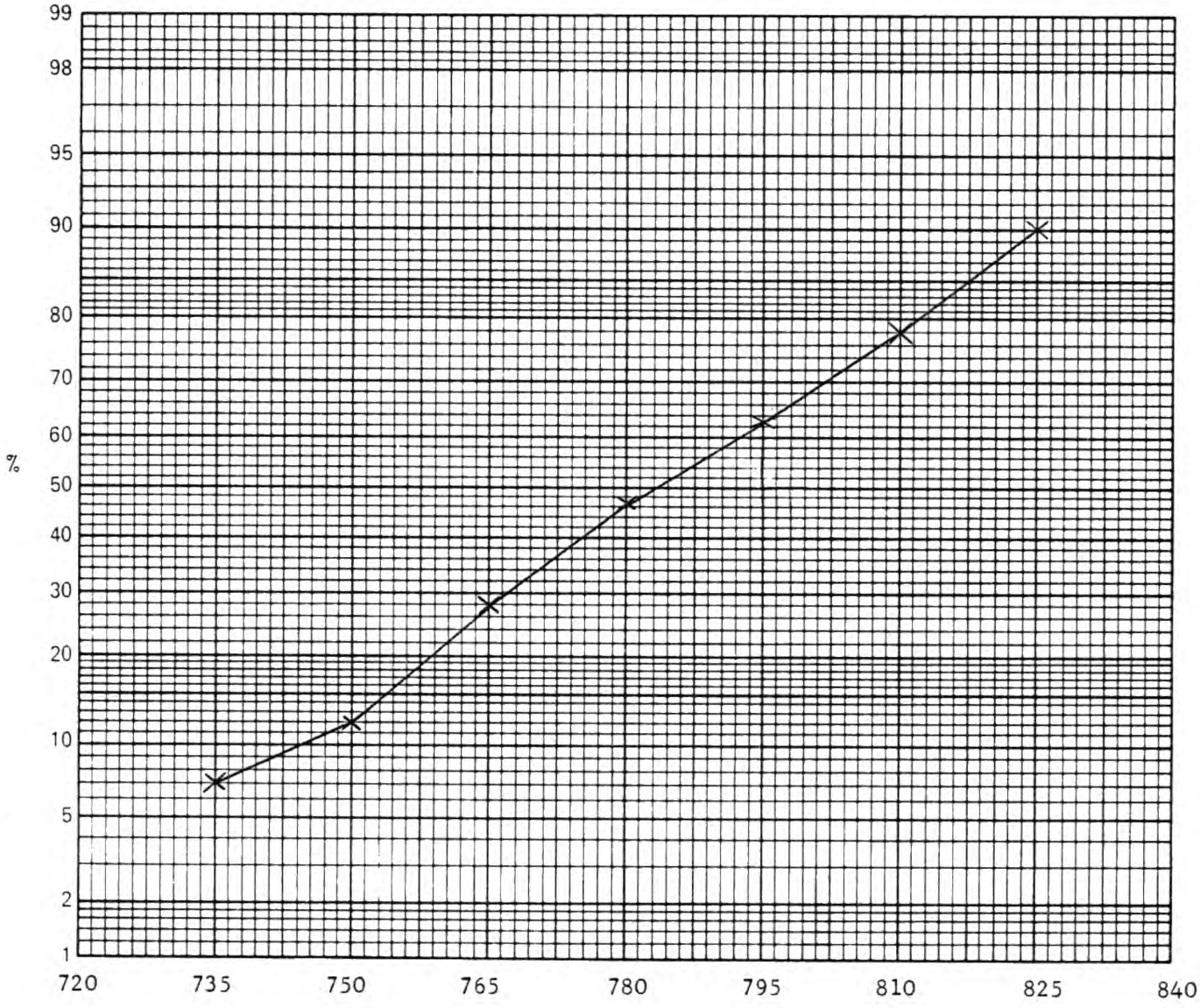
PERSENTASIE KUMULATIEWE FREKWENSIEVEELHOEK-TREKSTERKTE



BYLAE C

VLOEISPANNING

NORMALE GRAFIEKPAPIER

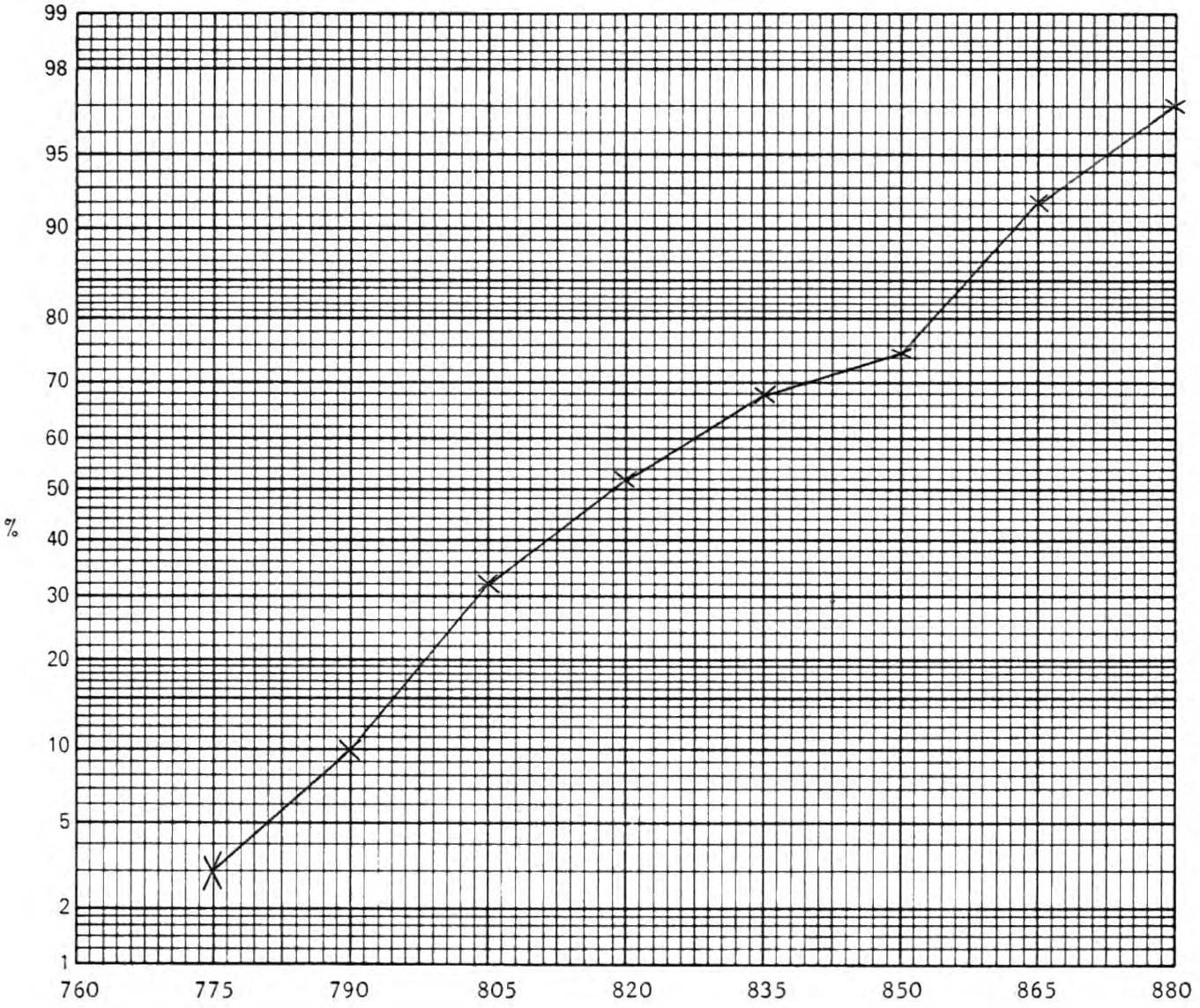


MPa

BYLAE D

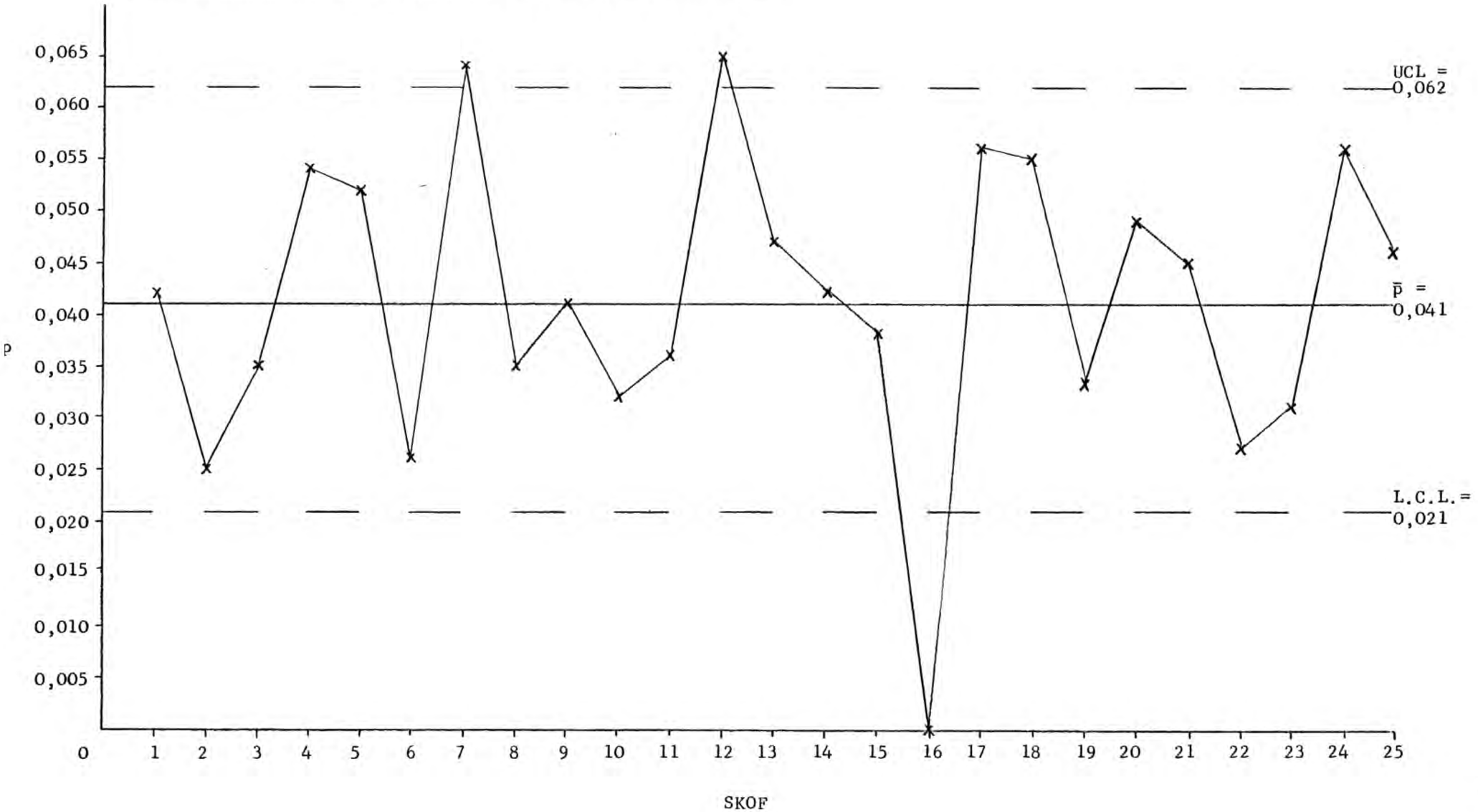
TREKSTERKTE

NORMALE GRAFIEKPAPIER



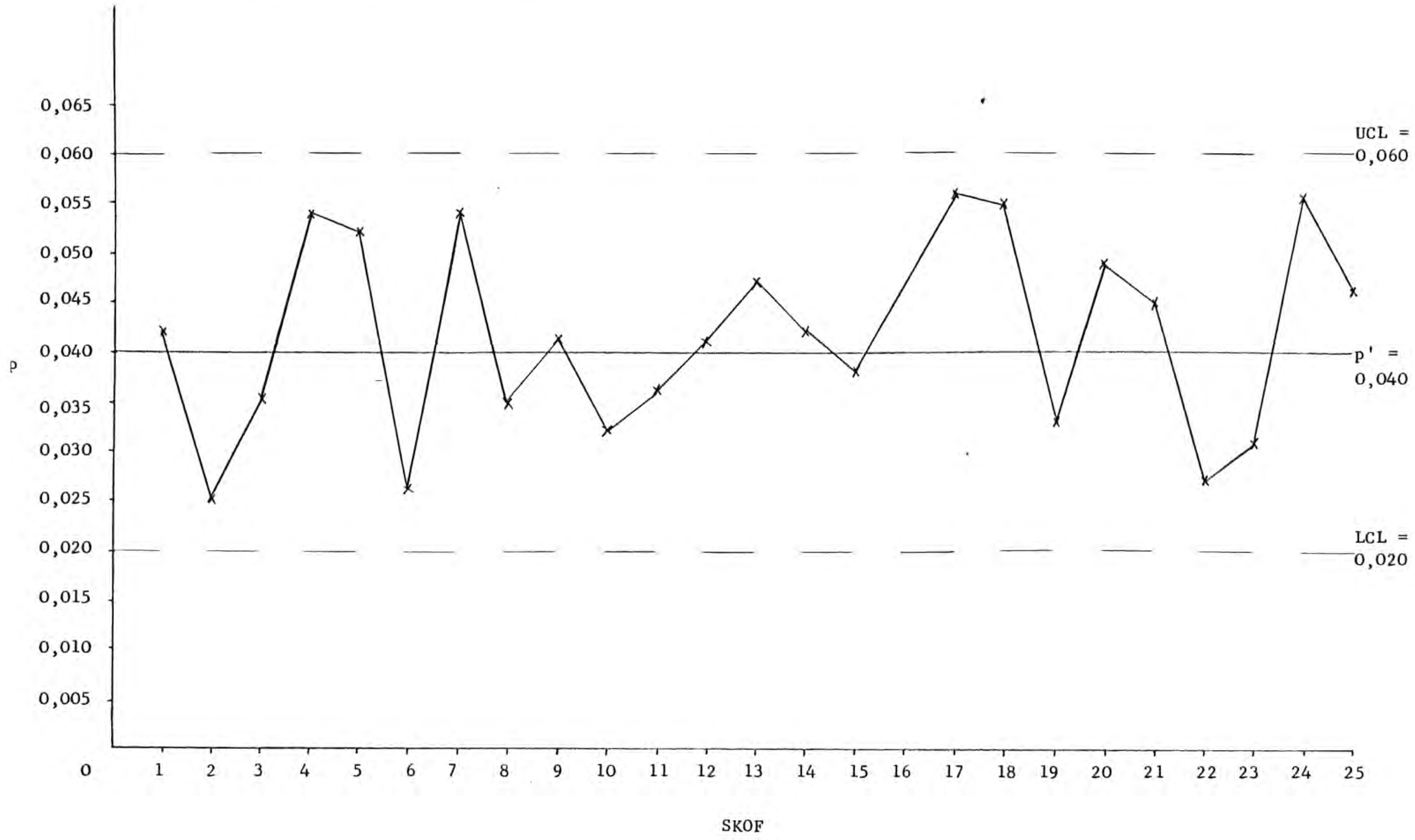
MPa

2.10.1 p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF - KONSTANTE n



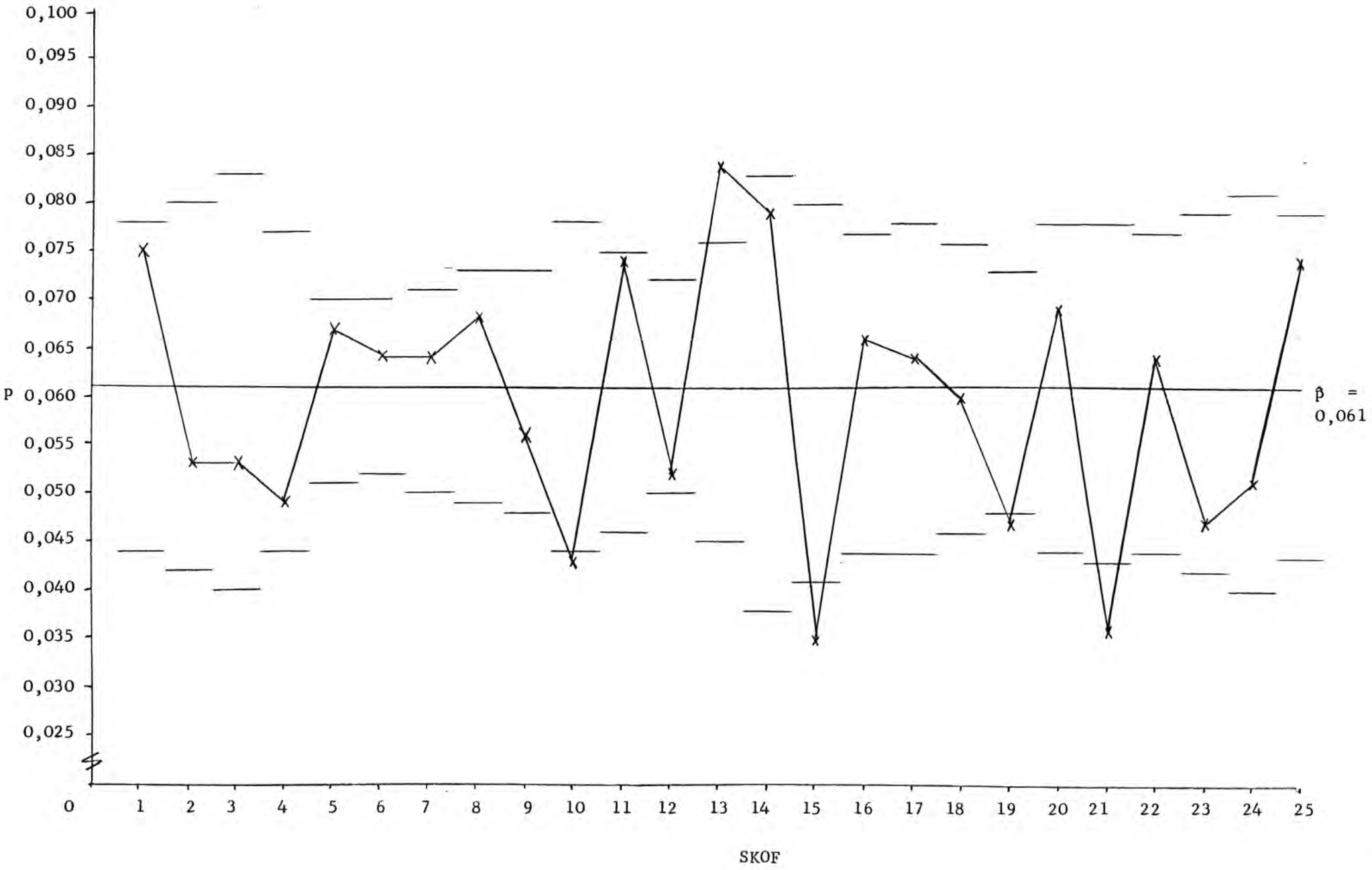
BYLAE E

2.10.1 p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF (AANGEPAS) - KONSTANTE n



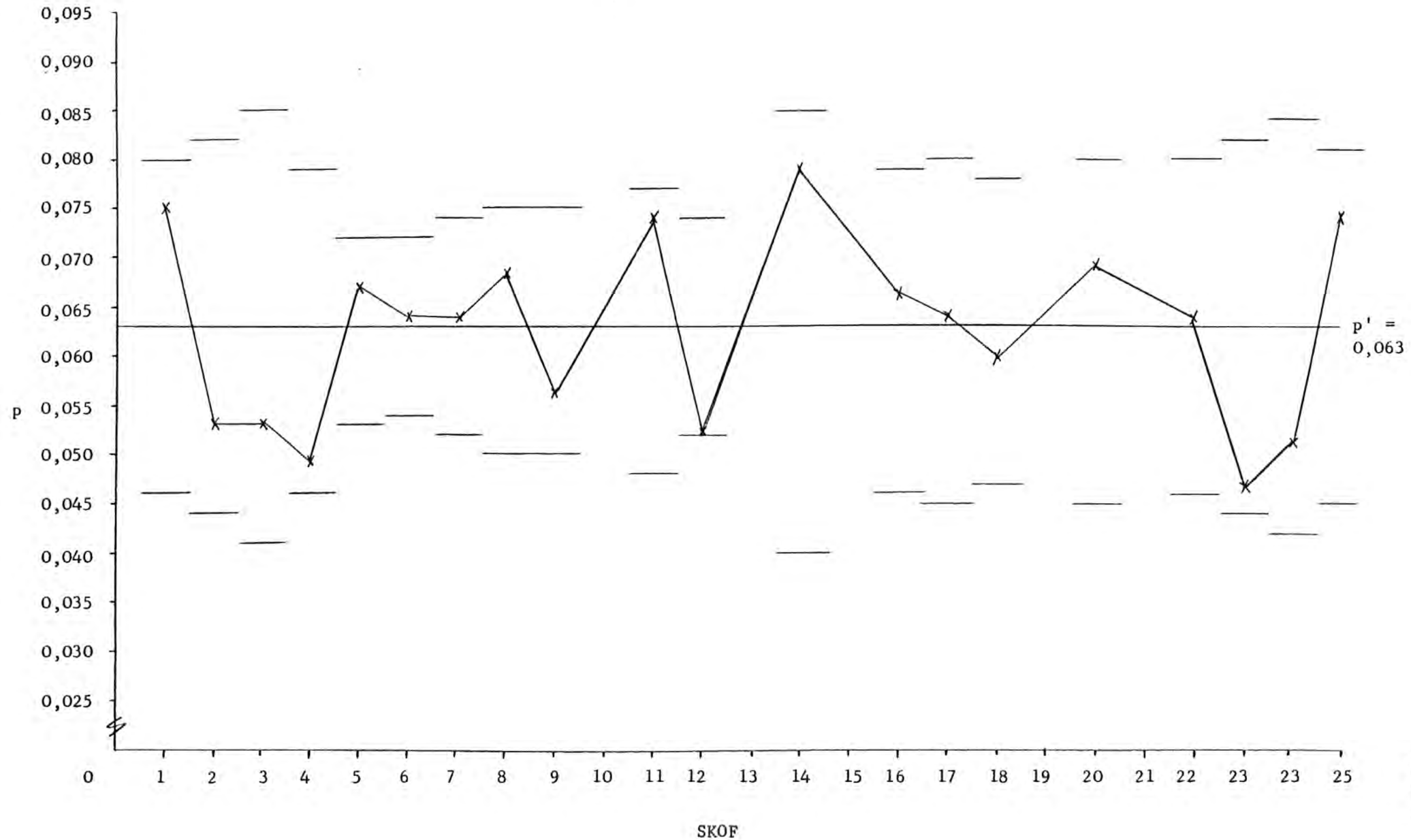
BYLAE F

2.10.2(a) p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF - VERANDERLIKE n



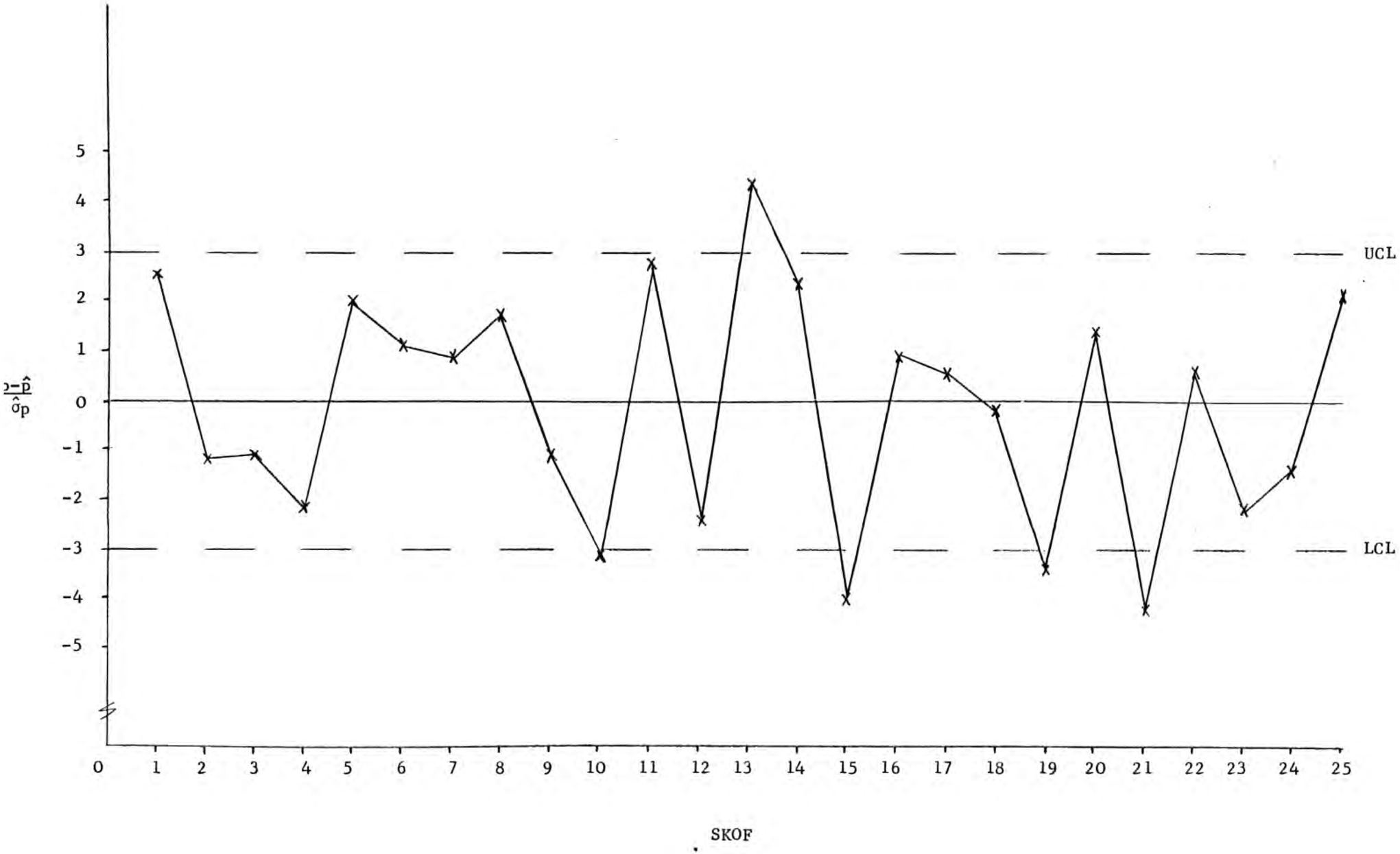
BYLAE G

2.10.2(a) p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF - VERANDERLIKE n (AANGEPAS)



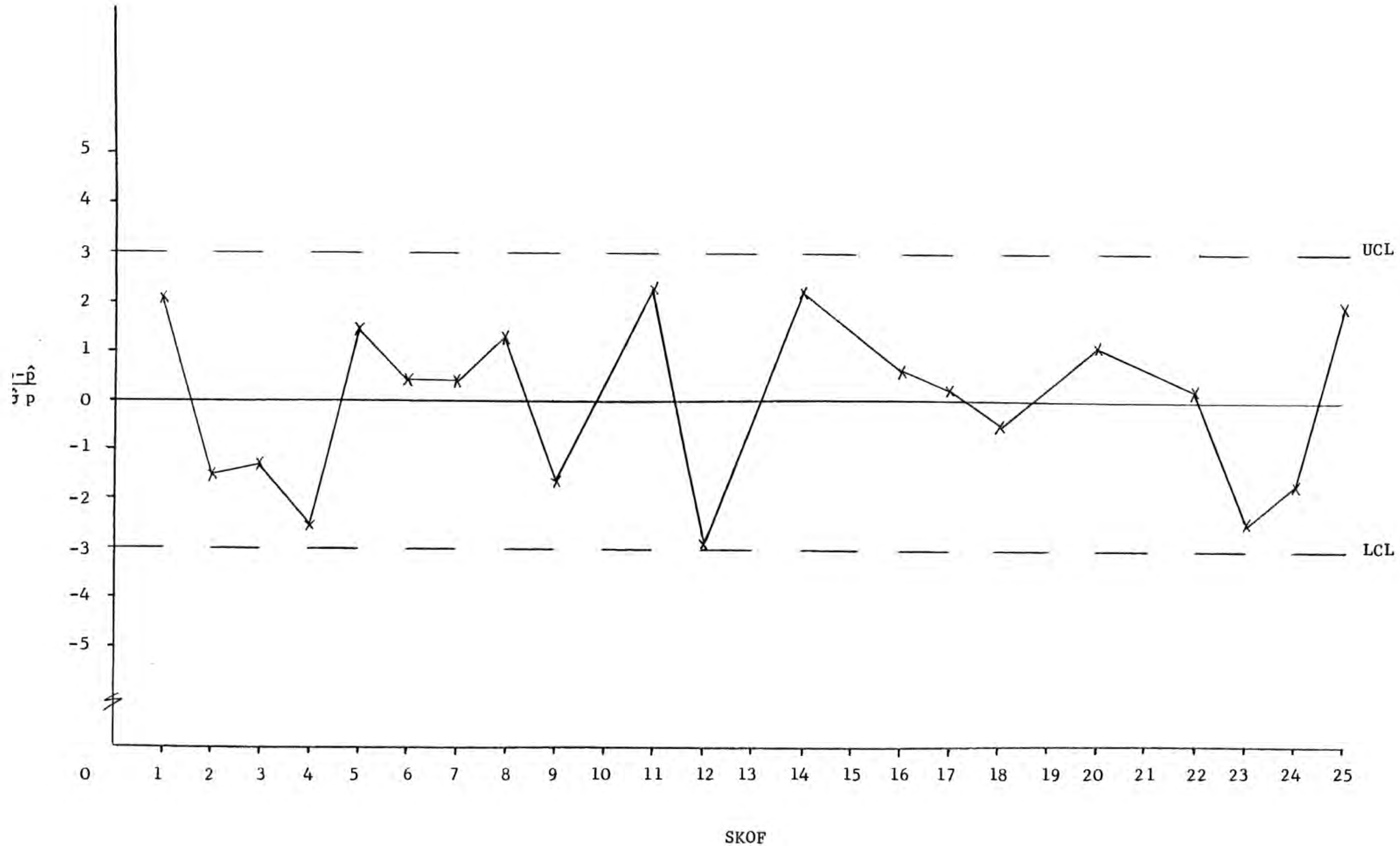
BYLAE H

2.10.2(b) GESTABILISEERDE p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF



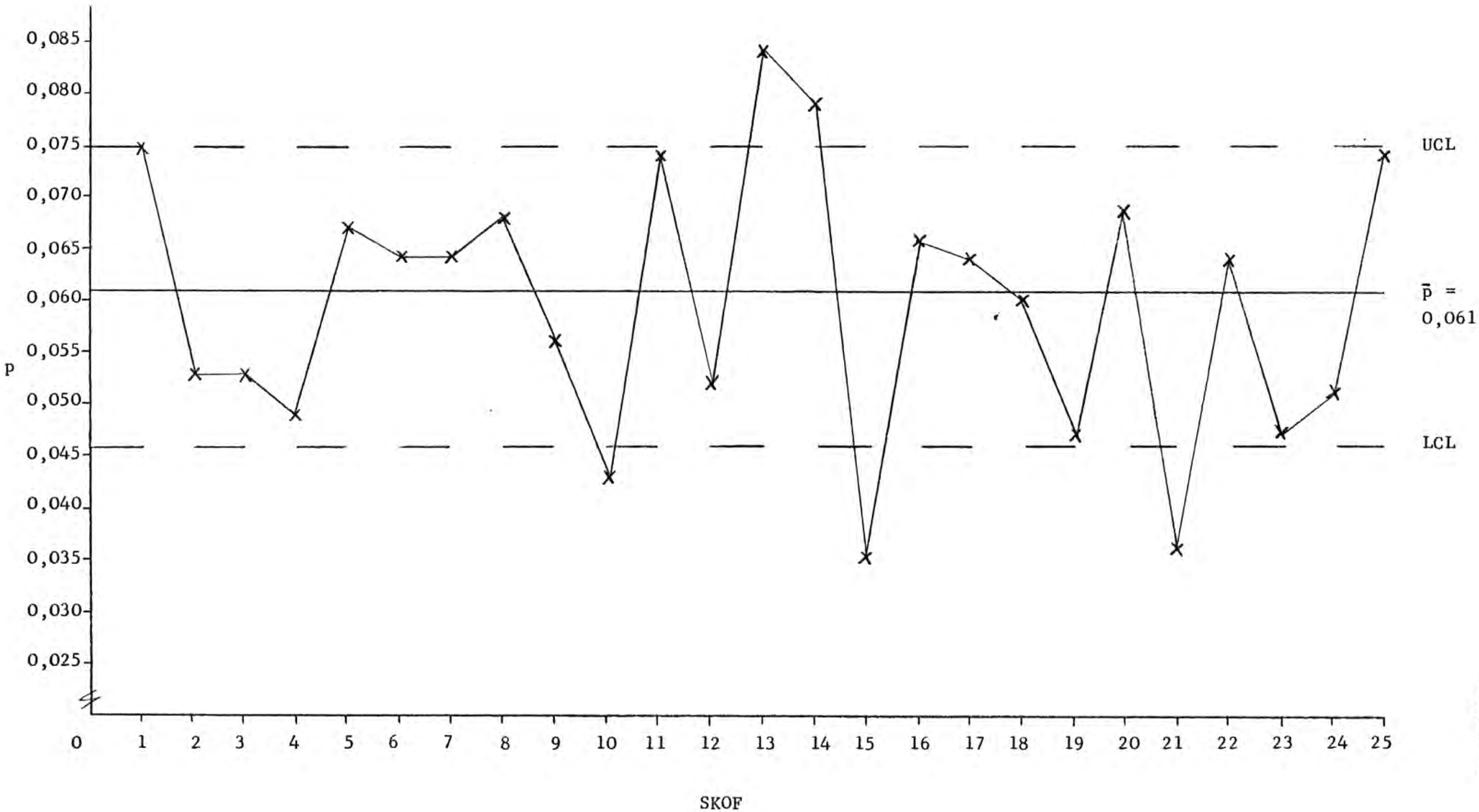
BYLAE I

2.10.2(b) GESTABILISEERDE p-KONTROLEKAART VIR AFKEURINGS PER SKOF (AANGEPAS)



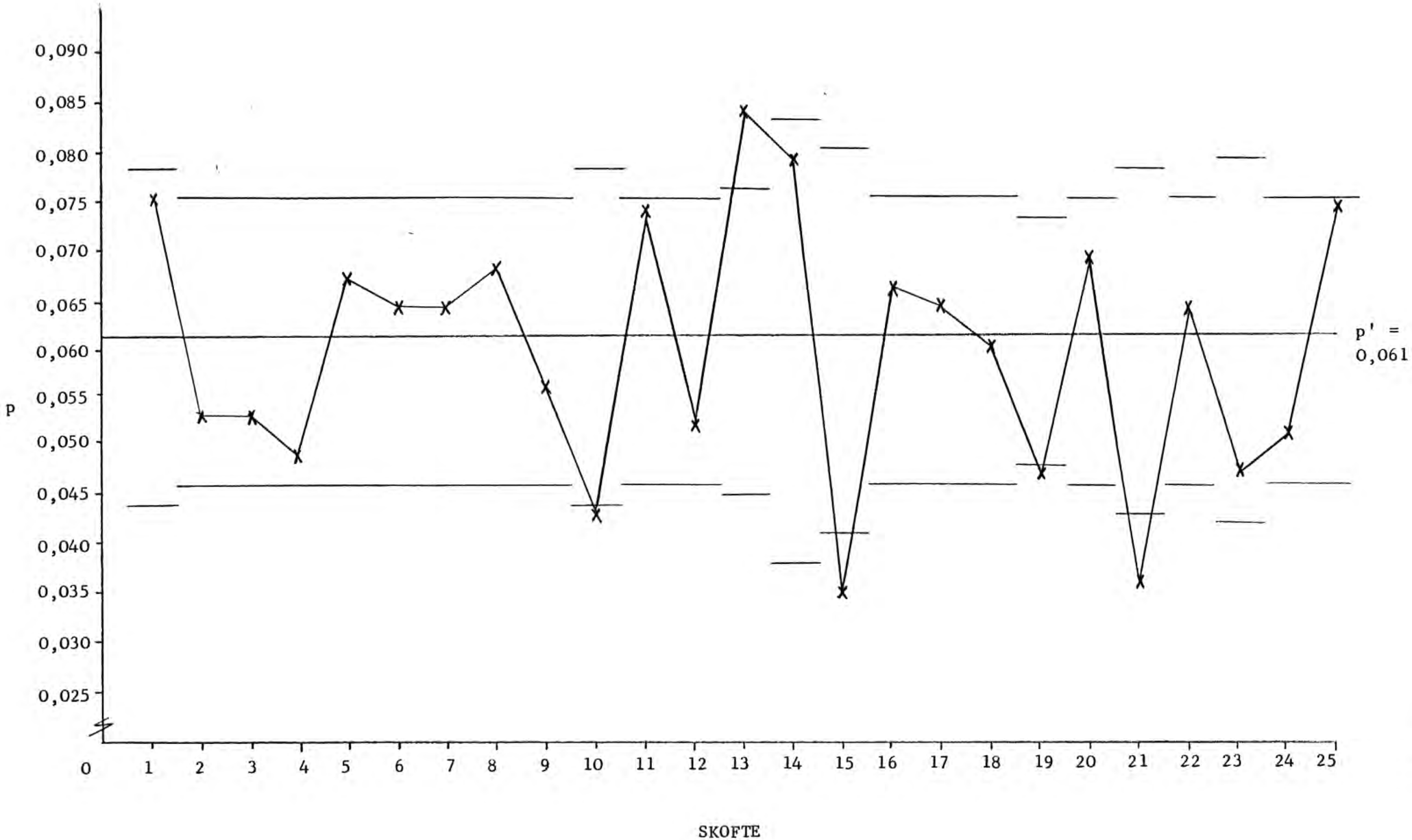
BYLAE J

2.10.2(c) p-KONTROLEKAART GEBASEER OP GEMIDDELDE PRODUKSIE



BYLAE K

2.10.2(c) p-KONTROLEKAART GABASEER OP GEMIDDELDE PRODUKSIE (AANGEPAS)



BYLAE L

BYLAE M

STEEKPROEFDATA VIR $\overline{X}$ EN R KAARTE

Die oppervlakte afwerking van koudgewalste staal is dikwels van kritiese belang, bv. vir deurpanele van 'n motorvoertuig. Twee waardes dui die oppervlakte afwerking aan, nl. PPD (pieke per duim) en MLG (middellyn gemiddelde). PPD dui die aantal pieke per duim aan en MLG meet die gemiddelde hoogte van die pieke in mikrons.

Minimum en maksimum PPD en MLG waardes word deur klante gespesifiseer. Toetsstukke word van voltooide produkte gesny en in 'n laboratorium aan toetse onderwerp om vas te stel of materiaal binne spesifikasies geproduseer word. Hierdie toetse is egter duur en tydrowend. Indien bevestig kan word dat daar binne spesifikasie geproduseer word, kan die aantal toetse verminder word met die gevolglike koste- en tyd= besparing.

Bogenoemde kaarte lewer 'n bydrae om die produksieproses onder beheer te kry en dien dan as 'n kontrolemaatreël om dit binne beheer te hou.

Die volgende waardes is van 'n sekere kwaliteit staal onttrek :

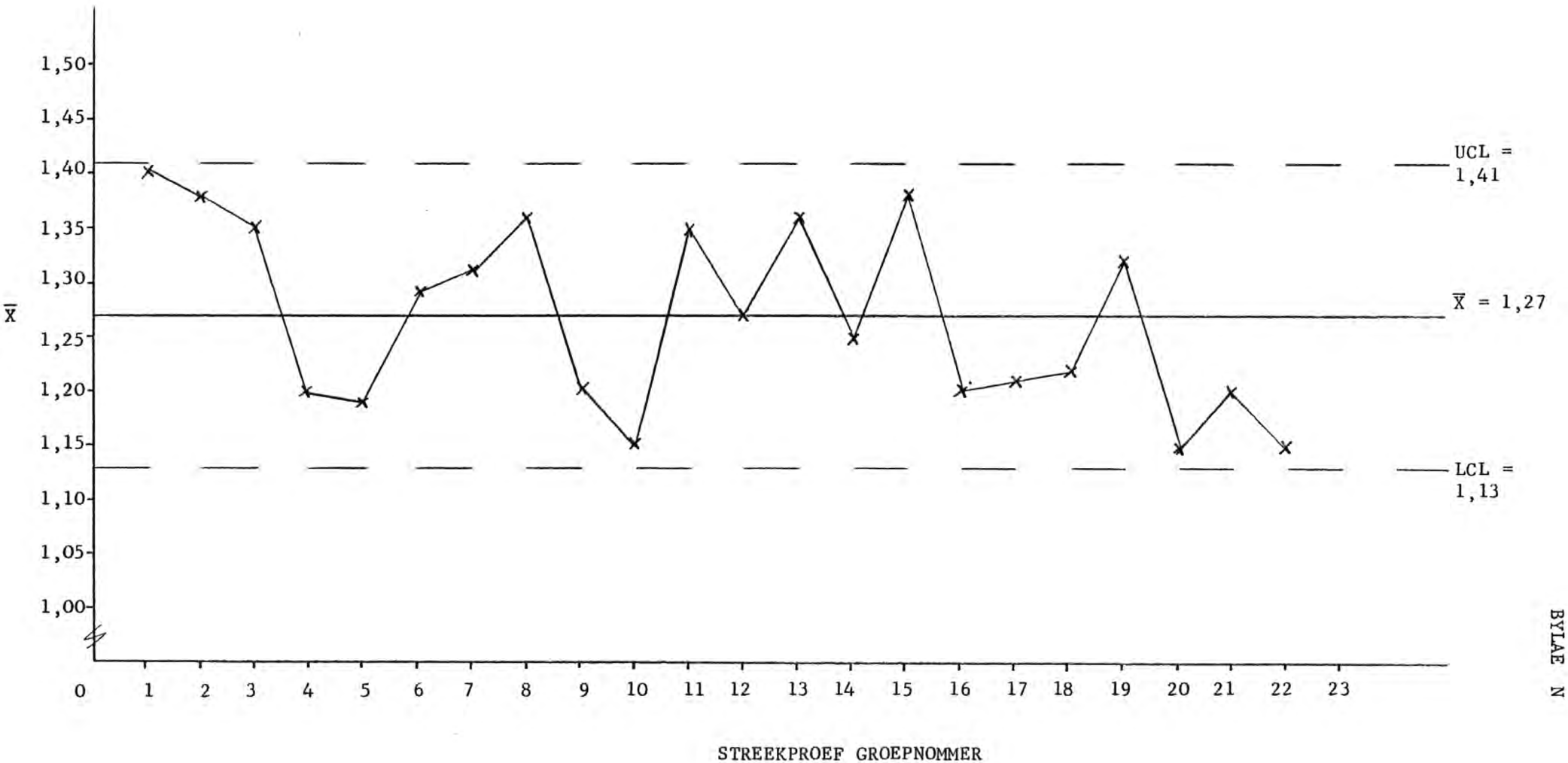
MLG	PPD	MLG	PPD	MLG	PPD
1,45	197,67	1,42	136,67	1,15	138,33
1,48	180,00	1,26	133,33	1,17	140,00
1,35	178,33	1,12	131,67	1,23	146,67
1,32	153,33	1,21	130,00	1,25	141,67
1,45	153,33	1,25	163,33	1,20	148,33
1,33	146,67	1,22	188,33	1,15	148,33
1,28	181,67	1,06	138,33	1,18	140,00
1,47	166,67	1,21	146,67	1,32	140,00
1,30	183,33	1,13	145,00	1,15	136,67
1,47	173,33	1,20	143,33	1,23	145,00
1,40	168,33	1,32	205,00	1,25	140,00
1,23	121,67	1,40	165,00	1,23	131,67
1,20	136,67	1,32	163,33	1,42	173,33
1,27	216,67	1,37	136,67	1,30	156,67
1,28	178,33	1,38	145,00	1,43	171,67
1,05	186,67	1,23	141,67	1,12	158,33
1,40	191,67	1,30	138,33	1,07	163,33
1,17	210,00	1,18	128,33	1,19	165,00
1,05	190,00	1,25	135,00	1,14	156,67
1,15	181,67	1,25	143,33	1,20	141,67
1,40	163,33	1,45	155,00	1,24	143,33
1,20	138,33	1,47	135,00	1,30	145,00
1,23	148,33	1,24	128,33	1,22	165,00
1,32	141,67	1,25	130,00	1,04	168,33
1,20	136,67	1,21	116,67	1,16	153,33
1,47	175,00	1,30	175,00	1,08	155,00
1,35	143,33	1,57	150,00	1,22	130,00
1,23	143,33	1,35	215,00	1,14	135,00
1,43	135,00	1,28	181,67	0,95	115,00
1,33	136,67	1,33	168,67	1,15	146,67

Die doel van die ontleding is nie om die materiaal te toets aan gestelde standaarde nie, maar om kontrolekaarte te bespreek. Gevolg= lik is dit voldoende om slegs die MLG waardes te ontleed. PPD word op dieselfde wyse ontleed.

GROEP NO.	STEEKPROEFWAARDES				$\bar{x}$	R
1	1,45	1,48	1,35	1,32	1,40	0,16
2	1,45	1,33	1,28	1,47	1,38	0,19
3	1,30	1,47	1,40	1,23	1,35	0,24
4	1,20	1,27	1,28	1,05	1,20	0,23
5	1,40	1,17	1,05	1,15	1,19	0,35
6	1,40	1,20	1,23	1,32	1,29	0,20
7	1,20	1,47	1,35	1,23	1,31	0,27
8	1,43	1,33	1,42	1,26	1,36	0,17
9	1,12	1,21	1,25	1,22	1,20	0,13
10	1,06	1,21	1,13	1,20	1,15	0,14
11	1,32	1,40	1,32	1,37	1,35	0,08
12	1,38	1,23	1,30	1,18	1,27	0,20
13	1,25	1,25	1,45	1,47	1,36	0,22
14	1,24	1,25	1,21	1,30	1,25	0,09
15	1,57	1,35	1,28	1,33	1,38	0,29
16	1,15	1,17	1,23	1,25	1,20	0,10
17	1,20	1,15	1,18	1,32	1,21	0,17
18	1,15	1,23	1,25	1,23	1,22	0,10
19	1,42	1,30	1,43	1,12	1,32	0,31
20	1,07	1,19	1,14	1,20	1,15	0,13
21	1,24	1,30	1,22	1,04	1,20	0,26
22	1,16	1,08	1,22	1,14	1,15	0,14
					27,89	4,17

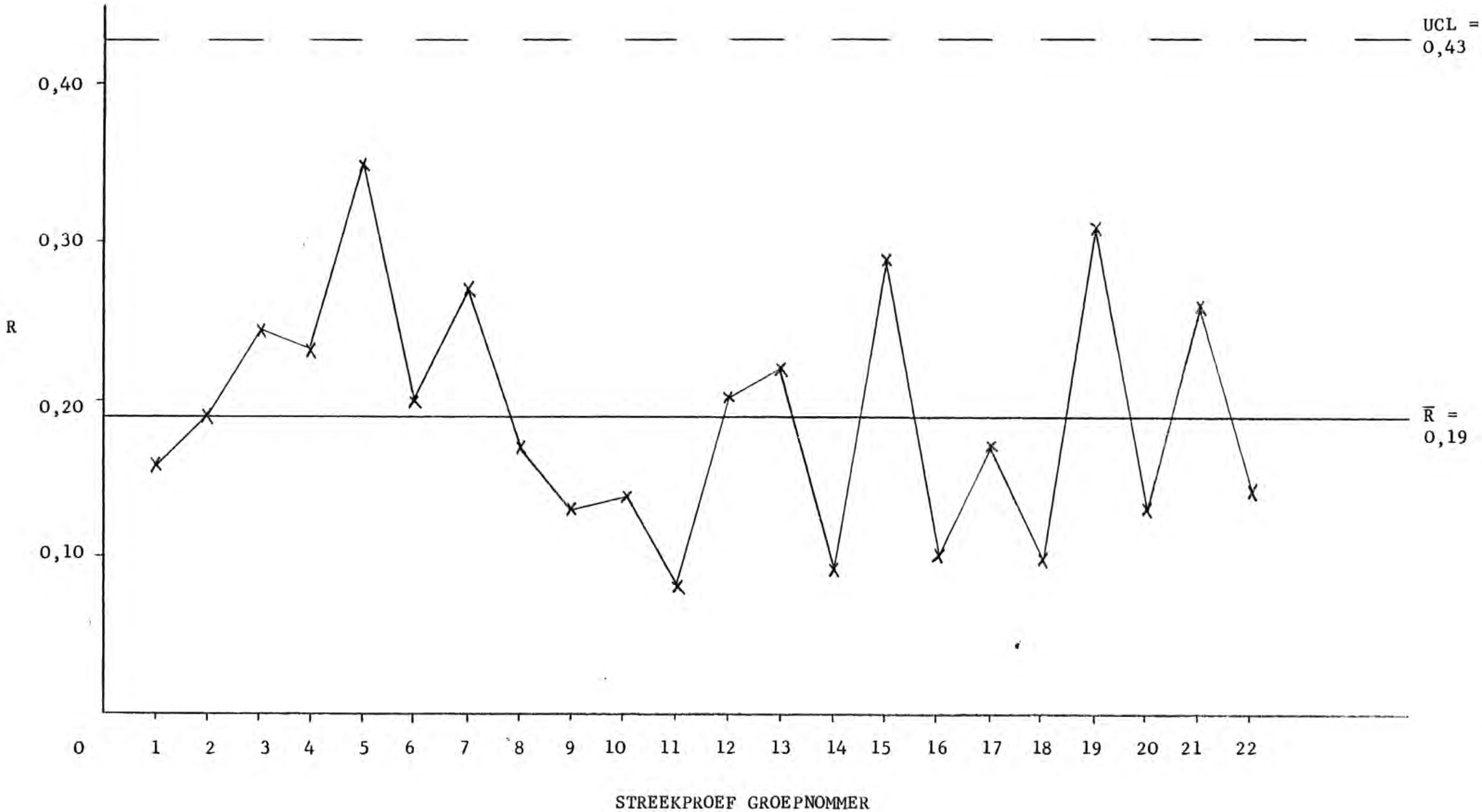
$\bar{\bar{x}} = 1,27$ $\bar{R} = 0,19$

2.11.1 $\overline{X}$ KAART VIR DIE ONTLEDING VAN GESKIEDENIS - MLG



BYLAE N

2.11.2 R-KAART VIR DIE ONTLEDING VAN HISTORIESE DATA - MLG



BYLAE O

TABEL 1

PERCENTAGE POINTS OF THE DISTRIBUTION OF THE RELATIVE RANGE $w = R/\sigma'$, NORMAL UNIVERSE*

n	Mean w or d_2	σ'_w or d_3	Probability That w Is Less than or Equal to Tabular Entry†									
			0.001	0.005	0.010	0.025	0.050	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999
2	1.128	0.8525	0.00	0.01	0.02	0.04	0.09	2.77	3.17	3.64	3.97	4.65
3	1.693	0.8884	0.06	0.13	0.19	0.30	0.43	3.31	3.68	4.12	4.42	5.06
4	2.059	0.8798	0.20	0.34	0.43	0.59	0.76	3.63	3.98	4.40	4.69	5.31
5	2.326	0.8641	0.37	0.55	0.66	0.85	1.03	3.86	4.20	4.60	4.89	5.48
6	2.534	0.8480	0.54	0.75	0.87	1.06	1.25	4.03	4.36	4.76	5.03	5.62
7	2.704	0.833	0.69	0.92	1.05	1.25	1.44	4.17	4.49	4.88	5.15	5.73
8	2.847	0.820	0.83	1.08	1.20	1.41	1.60	4.29	4.61	4.99	5.26	5.82
9	2.970	0.808	0.96	1.21	1.34	1.55	1.74	4.39	4.70	5.08	5.34	5.90
10	3.078	0.797	1.08	1.33	1.47	1.67	1.86	4.47	4.79	5.16	5.42	5.97
11	3.173	0.787	1.20	1.45	1.58	1.78	1.97	4.55	4.86	5.23	5.49	6.04
12	3.258	0.778	1.30	1.55	1.68	1.88	2.07	4.62	4.92	5.29	5.54	6.09

* Probabilities reproduced with permission from E. S. Pearson, "The Probability Integral of the Range in Samples of n Observations from a Normal Population," *Biometrika*, Vol. XXXII (1941–42), pp. 301–8. Mean and σ' reproduced with permission from E. S. Pearson, "The Percentage Limits for the Distribution of Range in Samples from a Normal Population," *Biometrika*, Vol. XXIV (1932), pp. 404–17.

† Note that, in contrast to Table C, these probabilities are cumulated from the lower end of the distribution.

TABEL 2

FACTORS USEFUL IN THE CONSTRUCTION OF CONTROL CHARTS*

Number of Observations in Sample, n	Chart for Averages: Factors for Control Limits			Chart for Standard Deviations: Factors for Central Line		Chart for Standard Deviations: Factors for Control Limits				Chart for Ranges: Factors for Central Line		Chart for Ranges: Factors for Control Limits				
	A	A_1	A_2	c_2	$1/c_2$	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924
8	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864
9	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816
10	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744
12	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716
13	0.832	0.884	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.646	0.308	1.692
14	0.802	0.848	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671
15	0.775	0.816	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652
16	0.750	0.788	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636
17	0.728	0.762	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621
18	0.707	0.738	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608
19	0.688	0.717	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596
20	0.671	0.697	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586
21	0.655	0.679	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575
22	0.640	0.662	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.647	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.632	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548
25	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541
Over 25	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	.....	.....	.....	*	**	*	**	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

* $1 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$ ** $1 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$

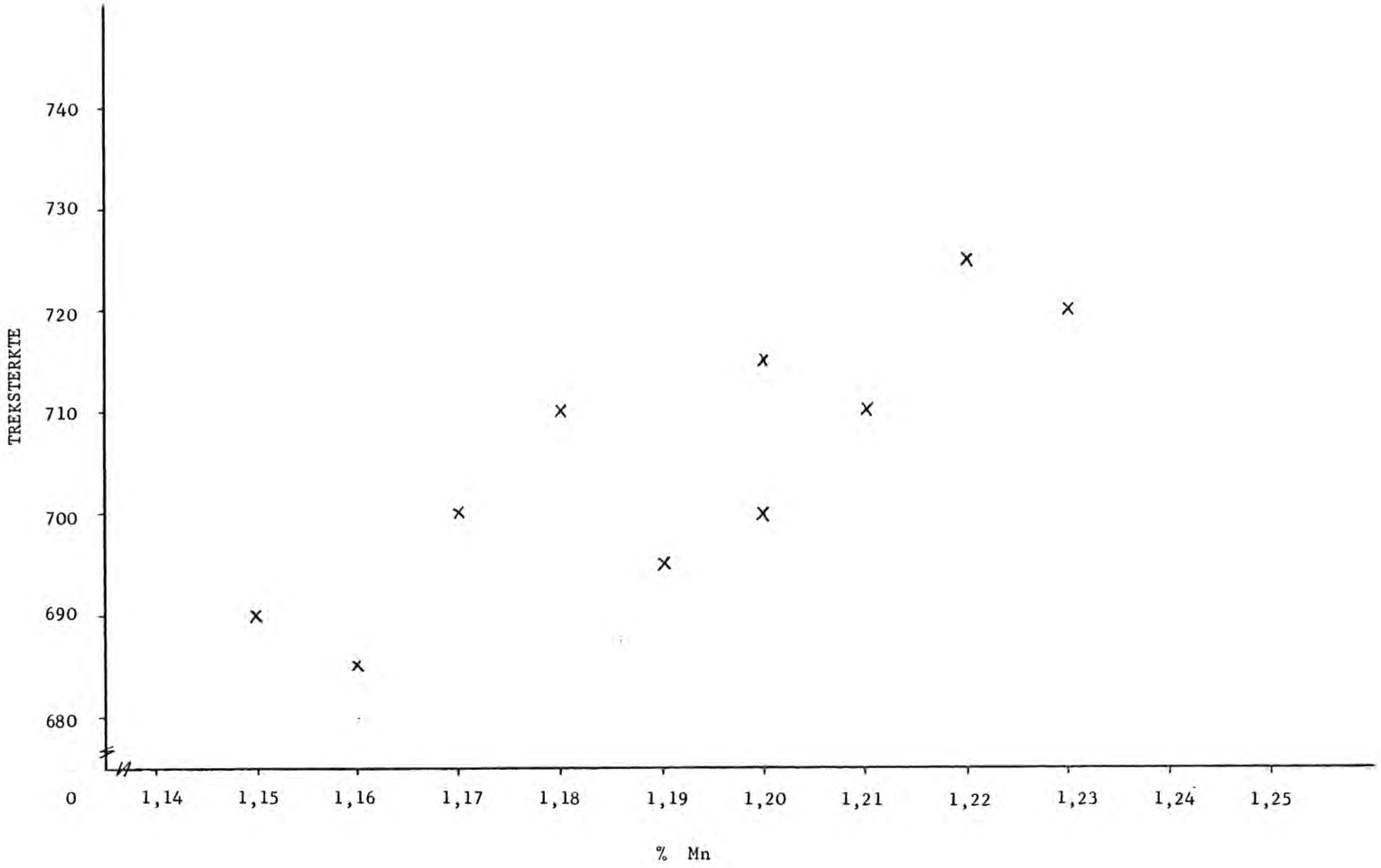
Chart	*Central Line*	*3σ Control Limits*
$\bar{X}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_1\bar{\sigma}$ or $\bar{\bar{X}} \pm A_2\bar{R}$
	$\bar{X}''$	$\bar{X}'' \pm A\sigma''$
R	$\bar{R}$	$D_3\bar{R}$ and $D_4\bar{R}$
	$d_2\sigma''$	$D_1\sigma''$ and $D_2\sigma''$
σ	$\bar{\sigma}$	$B_3\bar{\sigma}$ and $B_4\bar{\sigma}$
	$c_2\sigma''$	$B_1\sigma''$ and $B_2\sigma''$

Definitions: $A = 3/\sqrt{n}$, $A_1 = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}$, $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$, $B_1 = c_2 - K$, $B_2 = c_2 + K$, $B_3 = 1 - \frac{K}{c_2}$, $B_4 = 1 + \frac{K}{c_2}$, $D_1 = d_2 - 3d_3$, $D_2 = d_2 + 3d_3$, $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$, and $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$, where $K = 3\sqrt{\frac{(n-1)}{n} - c_2^2}$.

Note that d_2 and d_3 are the same as mean w and σ_w' appearing in Table D and have the same original source.

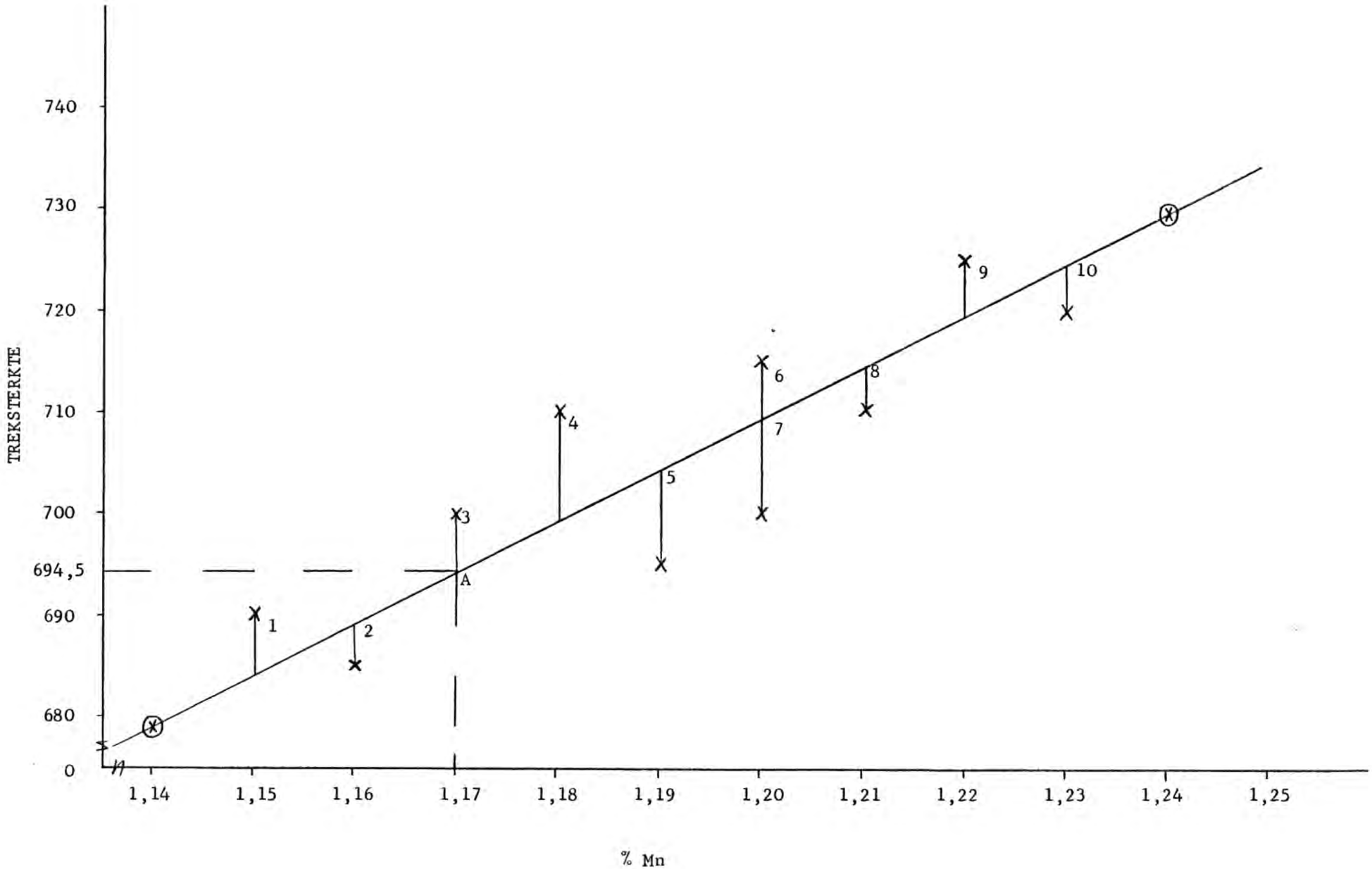
Warning: The fourth significant figures for D_1, D_2, D_3, and D_4 are in doubt for n greater than 5.

VERSPREIDINGSDIAGRAM VAN C550 PLATE



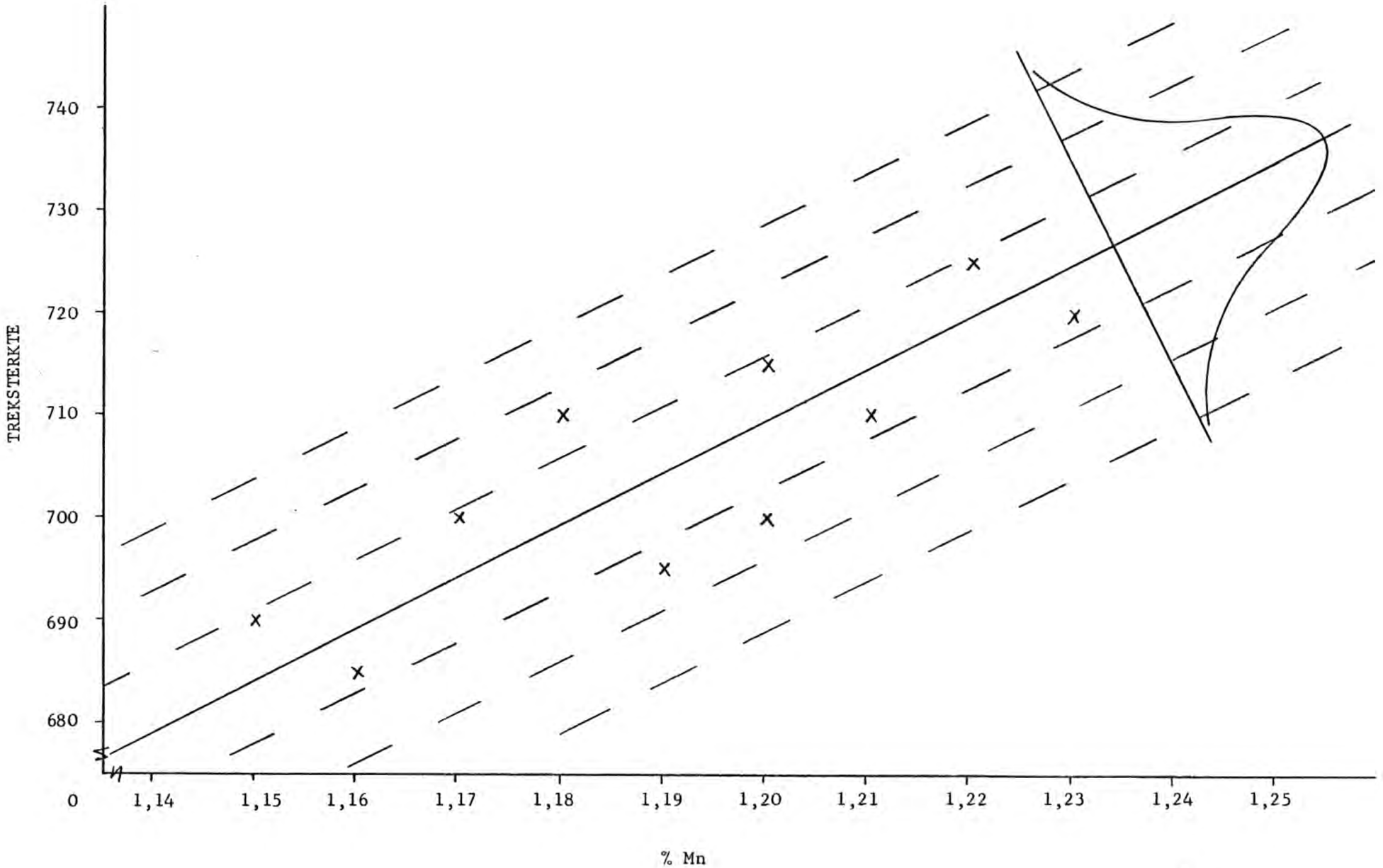
BYLAE Q

REGRESSIELYN GEPAS AAN DIE VERSPREIDINGSDIAGRAM



BYLAE R

REGRESSIELYN EN BETROUBAARHEIDSINTERVALLE



BYLAE S

BYLAE T

LISTING OF OBSERVATIONS

GAUGE C.E.	COIL NB*F6	TEM YS NB*GAUGE	UTS	C	MN	P	S	SI	CU	NI	CR	AL	NB	F6 TEMP
8.50 0.244	590.0 17.90	524.0 0.170	562.0	0.17	1.01	0.015	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.020	890.0
8.50 0.247	605.0 18.69	416.0 0.179	550.0	0.17	1.04	0.026	0.011	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	890.0
8.50 0.247	580.0 18.69	416.0 0.179	550.0	0.17	1.04	0.026	0.011	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	890.0
8.50 0.247	600.0 18.69	416.0 0.179	550.0	0.17	1.04	0.026	0.011	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	890.0
8.50 0.244	650.0 17.80	524.0 0.170	562.0	0.17	1.01	0.015	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.020	890.0
8.50 0.253	600.0 16.02	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	890.0
8.50 0.247	585.0 18.69	416.0 0.179	550.0	0.17	1.04	0.026	0.011	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	890.0
8.50 0.253	590.0 16.02	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	890.0
8.50 0.253	585.0 16.02	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	890.0
8.50 0.253	595.0 16.02	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	890.0
8.50 0.253	585.0 16.02	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	890.0
8.50 0.253	585.0 15.93	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	885.0
8.50 0.253	585.0 15.93	457.0 0.153	580.0	0.17	1.10	0.021	0.011	0.29	0.02	0.001	0.01	0.07	0.018	885.0
8.50 0.247	590.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	890.0
8.50 0.247	580.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	890.0
8.50 0.247	590.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	890.0
8.50 0.247	515.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	885.0
8.50 0.247	575.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	885.0
8.50 0.247	585.0 24.03	417.0 0.229	556.0	0.17	1.04	0.013	0.008	0.21	0.02	0.001	0.01	0.08	0.027	890.0
8.50 0.249	595.0 19.58	447.0 0.187	577.0	0.17	1.07	0.017	0.009	0.21	0.02	0.001	0.01	0.04	0.022	890.0

8.50	585.0	438.0	570.0	0.17	1.07	0.012	0.009	0.22	0.02	0.001	0.01	0.05	0.021	890.0
0.249	18.69	0.179												
8.50	585.0	447.0	577.0	0.17	1.07	0.017	0.009	0.21	0.02	0.001	0.01	0.04	0.022	890.0
0.249	18.58	0.187												
8.50	575.0	430.0	573.0	0.17	1.06	0.013	0.007	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.020	890.0
0.247	17.48	0.178												
8.50	575.0	430.0	573.0	0.17	1.06	0.013	0.007	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.020	890.0
0.247	17.48	0.178												
5.00	600.0	445.0	535.0	0.13	0.85	0.015	0.008	0.23	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	875.0
0.195	18.37	0.105												
5.00	640.0	445.0	535.0	0.13	0.85	0.015	0.008	0.23	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	890.0
0.195	18.69	0.105												
5.00	630.0	445.0	535.0	0.13	0.85	0.015	0.008	0.23	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	875.0
0.195	18.37	0.105												
5.00	620.0	445.0	535.0	0.13	0.85	0.015	0.008	0.23	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	880.0
0.195	18.48	0.105												
5.00	610.0	445.0	535.0	0.13	0.85	0.015	0.008	0.23	0.02	0.001	0.01	0.06	0.021	880.0
0.195	18.48	0.105												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	875.0
0.194	17.50	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.194	17.50	0.100												
5.00	615.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.194	17.60	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.194	17.60	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	875.0
0.194	17.50	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.194	17.60	0.100												
5.00	607.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.194	17.60	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.86	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	890.0
0.194	17.40	0.100												
5.00	610.0	460.0	540.0	0.13	0.83	0.013	0.010	0.19	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	875.0
0.193	17.50	0.100												
5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	880.0
0.182	15.44	0.088												
5.00	615.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	875.0
0.182	15.75	0.088												
5.00	610.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	875.0
0.182	15.75	0.088												
5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	880.0
0.182	15.34	0.088												

5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	880.0
0.182	15.34	0.090												
5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	880.0
0.182	15.34	0.090												
5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	880.0
0.182	15.44	0.090												
5.00	605.0	440.0	520.0	0.12	0.83	0.016	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.05	0.018	875.0
0.182	15.75	0.090												
5.00	600.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
5.00	605.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
5.00	600.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	885.0
0.192	16.31	0.095												
5.00	605.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
5.00	600.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
5.00	605.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
5.00	600.0	450.0	535.0	0.13	0.84	0.010	0.017	0.18	0.01	0.001	0.01	0.05	0.019	880.0
0.192	16.72	0.095												
10.60	635.0	393.0	531.0	0.16	0.89	0.020	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.06	0.016	890.0
0.226	14.24	0.170												
10.60	620.0	393.0	531.0	0.16	0.89	0.020	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.06	0.016	875.0
0.226	14.50	0.170												
10.60	620.0	402.0	543.0	0.16	0.90	0.020	0.013	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
0.227	13.28	0.159												
10.60	630.0	396.0	531.0	0.15	0.95	0.011	0.018	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.013	890.0
0.220	11.57	0.138												
10.60	629.0	396.0	531.0	0.15	0.95	0.011	0.018	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.013	880.0
0.220	11.44	0.138												
7.40	600.0	420.0	534.0	0.16	1.03	0.018	0.020	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.018	890.0
0.235	17.02	0.133												
7.40	625.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.222	12.39	0.104												
7.40	620.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	880.0
0.222	12.32	0.104												
7.40	615.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.222	12.39	0.104												
7.40	620.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.222	12.39	0.104												
7.40	615.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	887.0
0.222	12.42	0.104												

0.222	618.0	393.0	507.0	0.16	0.85	0.021	0.022	0.17	0.01	0.001	0.01	0.06	0.014	882.0
0.196	620.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	880.0
0.196	615.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.196	620.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
0.196	620.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.196	620.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.196	625.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.196	625.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
0.212	630.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.022	0.018	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	885.0
0.203	620.0	393.0	522.0	0.14	0.85	0.016	0.013	0.20	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	885.0
0.203	625.0	393.0	522.0	0.14	0.85	0.016	0.013	0.20	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	890.0
0.196	620.0	408.0	522.0	0.13	0.89	0.018	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	882.0
0.203	620.0	393.0	522.0	0.14	0.85	0.016	0.013	0.20	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	880.0
0.203	625.0	393.0	522.0	0.14	0.85	0.016	0.013	0.20	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	885.0
0.203	620.0	393.0	522.0	0.14	0.85	0.016	0.013	0.20	0.01	0.001	0.01	0.06	0.013	880.0
0.205	640.0	400.0	520.0	0.14	0.88	0.018	0.019	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	885.0
0.205	620.0	400.0	520.0	0.14	0.88	0.018	0.019	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	880.0
0.205	635.0	400.0	520.0	0.14	0.88	0.018	0.019	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	890.0
0.226	615.0	397.0	513.0	0.16	0.89	0.014	0.020	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.016	885.0
0.226	615.0	397.0	513.0	0.16	0.89	0.014	0.020	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.016	890.0
0.226	615.0	397.0	513.0	0.16	0.89	0.014	0.020	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.016	890.0
0.226	620.0	397.0	513.0	0.16	0.89	0.014	0.020	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.016	885.0

7.40	620.0	391.0	520.0	0.16	0.87	0.013	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
0.225	12.46	0.104												
7.40	623.0	391.0	520.0	0.16	0.87	0.013	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
0.225	12.48	0.104												
7.40	620.0	391.0	520.0	0.16	0.87	0.013	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.225	12.39	0.104												
7.40	622.0	391.0	520.0	0.16	0.87	0.013	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
0.225	12.46	0.104												
7.40	625.0	407.0	513.0	0.15	0.86	0.013	0.015	0.18	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	890.0
0.214	14.24	0.118												
7.40	625.0	407.0	513.0	0.15	0.86	0.013	0.015	0.18	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	890.0
0.214	14.24	0.118												
7.40	630.0	401.0	517.0	0.14	0.90	0.020	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.013	890.0
0.206	11.57	0.096												
5.10	595.0	441.0	574.0	0.17	1.08	0.013	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	890.0
0.249	17.80	0.102												
5.10	590.0	441.0	574.0	0.17	1.08	0.013	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	890.0
0.249	17.49	0.102												
5.10	590.0	441.0	574.0	0.17	1.08	0.013	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	885.0
0.249	17.70	0.102												
5.10	590.0	441.0	574.0	0.17	1.08	0.013	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	890.0
0.249	17.50	0.102												
5.10	575.0	441.0	574.0	0.17	1.08	0.013	0.011	0.20	0.02	0.001	0.01	0.07	0.020	880.0
0.249	17.60	0.102												
5.10	580.0	438.0	562.0	0.15	1.00	0.015	0.013	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.024	880.0
0.225	21.12	0.122												
5.10	585.0	438.0	562.0	0.15	1.00	0.015	0.013	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.024	880.0
0.225	21.12	0.122												
5.10	580.0	438.0	562.0	0.15	1.00	0.015	0.013	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.024	880.0
0.225	21.12	0.122												
5.10	585.0	438.0	562.0	0.15	1.00	0.015	0.013	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.024	885.0
0.225	21.24	0.122												
8.80	645.0	388.0	514.0	0.15	0.87	0.023	0.022	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.017	875.0
0.215	14.47	0.158												
8.80	660.0	393.0	517.0	0.15	0.86	0.026	0.017	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.018	875.0
0.215	15.75	0.158												
8.80	670.0	413.0	552.0	0.15	0.94	0.015	0.014	0.20	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	890.0
0.220	17.40	0.176												
8.80	670.0	405.0	534.0	0.15	0.98	0.014	0.012	0.23	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	890.0
0.224	17.80	0.176												
8.80	650.0	405.0	534.0	0.15	0.98	0.014	0.012	0.23	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	890.0
0.224	17.50	0.176												
8.80	645.0	405.0	534.0	0.15	0.98	0.014	0.012	0.23	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	885.0
0.224	17.70	0.176												

8.80	665.0	388.0	514.0	0.15	0.87	0.023	0.022	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.017	875.0
0.215	14.87	0.150												
8.80	645.0	413.0	552.0	0.15	0.94	0.015	0.014	0.20	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	875.0
0.220	17.50	0.176												
8.80	645.0	388.0	514.0	0.15	0.87	0.023	0.022	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.017	887.0
0.215	15.08	0.150												
8.80	645.0	388.0	514.0	0.15	0.87	0.023	0.022	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.017	883.0
0.215	15.01	0.150												
8.80	645.0	409.0	529.0	0.14	0.93	0.016	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.08	0.022	880.0
0.209	19.36	0.194												
8.80	645.0	409.0	529.0	0.14	0.93	0.016	0.017	0.19	0.02	0.001	0.01	0.08	0.022	878.0
0.209	19.32	0.194												
8.80	640.0	384.0	523.0	0.13	0.89	0.023	0.012	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.016	882.0
0.196	14.11	0.141												
8.80	642.0	384.0	523.0	0.13	0.89	0.023	0.012	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.016	880.0
0.196	14.09	0.141												
8.80	645.0	384.0	523.0	0.13	0.89	0.023	0.012	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.016	887.0
0.196	14.19	0.141												
8.80	650.0	384.0	523.0	0.13	0.89	0.023	0.012	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.016	875.0
0.196	14.00	0.141												
8.80	620.0	392.0	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	883.0
0.216	11.48	0.114												
8.80	625.0	392.0	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	882.0
0.216	11.47	0.114												
8.80	635.0	392.0	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	887.0
0.216	11.53	0.114												
8.80	640.0	402.0	543.0	0.16	0.90	0.020	0.013	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	890.0
0.227	13.35	0.132												
8.80	640.0	394.0	525.0	0.15	0.94	0.016	0.015	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.218	12.39	0.123												
8.80	635.0	394.0	525.0	0.15	0.94	0.016	0.015	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.218	12.39	0.123												
8.80	615.0	394.0	525.0	0.15	0.94	0.016	0.015	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	875.0
0.218	12.26	0.123												
8.80	630.0	394.0	525.0	0.15	0.94	0.016	0.015	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
0.218	12.39	0.123												
8.80	625.0	394.0	525.0	0.15	0.94	0.016	0.015	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	880.0
0.218	15.32	0.123												
8.80	632.0	389.0	514.0	0.15	0.94	0.025	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.07	0.016	885.0
0.219	14.16	0.141												
8.80	635.0	389.0	514.0	0.15	0.94	0.025	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.07	0.016	885.0
0.219	14.16	0.141												
8.80	630.0	389.0	514.0	0.15	0.94	0.025	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.07	0.016	887.0
0.219	14.19	0.141												

7.40	625.0	401.0	517.0	0.14	0.90	0.020	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.013	890.0
0.206	11.57	0.096												
7.40	630.0	401.0	517.0	0.14	0.90	0.020	0.014	0.19	0.02	0.001	0.01	0.05	0.013	890.0
0.206	11.57	0.096												
7.40	625.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.013	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.015	880.0
0.212	13.20	0.111												
7.40	625.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.013	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
0.212	13.28	0.111												
7.40	630.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.013	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
0.212	13.28	0.111												
7.40	630.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.013	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.015	878.0
0.212	13.17	0.111												
7.40	630.0	388.0	503.0	0.15	0.84	0.013	0.011	0.19	0.01	0.001	0.01	0.06	0.015	875.0
0.212	13.12	0.111												
7.40	630.0	401.0	507.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	880.0
0.193	13.20	0.111												
7.40	630.0	401.0	507.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	875.0
0.193	13.12	0.111												
7.40	625.0	401.0	507.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	880.0
0.193	13.20	0.111												
7.40	630.0	401.0	507.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	890.0
0.193	13.35	0.111												
7.40	625.0	401.0	507.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	880.0
0.193	13.20	0.111												
7.40	630.0	400.0	520.0	0.15	0.88	0.019	0.018	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	878.0
0.216	13.17	0.111												
7.40	625.0	400.0	520.0	0.15	0.88	0.019	0.018	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	882.0
0.216	13.23	0.111												
7.40	630.0	400.0	520.0	0.15	0.88	0.019	0.018	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
0.216	13.28	0.111												
7.40	625.0	400.0	520.0	0.15	0.88	0.019	0.018	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	890.0
0.216	13.35	0.111												
7.40	630.0	400.0	520.0	0.15	0.88	0.019	0.018	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
0.216	13.28	0.111												
7.40	630.0	400.0	520.0	0.14	0.88	0.018	0.019	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	890.0
0.205	14.24	0.118												
7.40	625.0	400.0	520.0	0.14	0.88	0.018	0.019	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	880.0
0.205	14.38	0.118												
7.40	637.0	374.0	503.0	0.14	0.90	0.016	0.010	0.18	0.02	0.001	0.01	0.04	0.014	880.0
0.205	12.32	0.104												
7.40	605.0	407.0	513.0	0.15	0.86	0.013	0.015	0.18	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	875.0
0.214	14.00	0.118												
7.40	605.0	407.0	513.0	0.15	0.86	0.013	0.015	0.18	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	880.0
0.214	14.08	0.118												

7.40 0.213	620.0 11.37	383.0 0.096	510.0	0.15	0.86	0.018	0.012	0.17	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	875.0
7.40 0.224	625.0 14.24	403.0 0.118	537.0	0.16	0.83	0.013	0.013	0.22	0.02	0.001	0.01	0.06	0.016	890.0
7.40 0.224	620.0 14.24	403.0 0.118	537.0	0.16	0.83	0.013	0.013	0.22	0.02	0.001	0.02	0.06	0.016	890.0
7.40 0.224	620.0 14.24	403.0 0.118	537.0	0.16	0.83	0.013	0.013	0.22	0.02	0.001	0.02	0.06	0.016	890.0
7.40 0.193	615.0 13.20	383.0 0.111	510.0	0.13	0.84	0.021	0.022	0.19	0.02	0.001	0.02	0.06	0.015	880.0
7.40 0.216	645.0 15.04	402.0 0.126	513.0	0.15	0.88	0.014	0.014	0.20	0.02	0.001	0.02	0.06	0.017	885.0
8.80 0.214	670.0 12.39	392.0 0.123	516.0	0.15	0.84	0.019	0.014	0.21	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
8.80 0.214	640.0 12.46	392.0 0.123	516.0	0.15	0.84	0.019	0.014	0.21	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	890.0
8.80 0.216	620.0 11.37	392.0 0.114	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	875.0
8.80 0.226	625.0 14.16	393.0 0.141	531.0	0.16	0.89	0.020	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.06	0.016	885.0
8.80 0.227	620.0 13.29	402.0 0.132	543.0	0.16	0.90	0.020	0.013	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	885.0
12.00 0.224	650.0 17.80	405.0 0.240	534.0	0.15	0.98	0.014	0.012	0.23	0.02	0.002	0.02	0.06	0.020	890.0
12.00 0.227	655.0 13.35	402.0 0.180	543.0	0.16	0.90	0.020	0.013	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	890.0
12.00 0.227	650.0 13.31	402.0 0.180	543.0	0.16	0.90	0.020	0.013	0.20	0.02	0.001	0.01	0.06	0.015	887.0
12.00 0.214	660.0 12.39	392.0 0.168	516.0	0.15	0.84	0.019	0.014	0.21	0.02	0.001	0.01	0.06	0.014	885.0
12.00 0.219	660.0 14.24	389.0 0.192	514.0	0.15	0.94	0.025	0.020	0.18	0.02	0.001	0.02	0.07	0.016	896.0
12.00 0.216	655.0 11.57	392.0 0.156	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	890.0
12.00 0.216	645.0 11.57	392.0 0.156	530.0	0.15	0.90	0.020	0.015	0.19	0.02	0.001	0.01	0.06	0.013	890.0

VARIABLE NO	MEAN	STANDARD DEVIATION	VARIABLE DESCRIPTION	MINIMUM	MAXIMUM
1	7.57941	1.72386	GAUGE	5.00000	12.00000
2	618.94118	21.35823	COIL TEM	575.00000	670.00000
3	413.24118	24.24811	YS	374.00000	460.00000
4	531.68824	20.70453	UTS	503.00000	580.00000
5	0.14800	0.01498	C	0.12000	0.17000
6	0.91194	0.08056	MN	0.83000	1.10000
7	0.01699	0.00398	P	0.01000	0.02600
8	0.01430	0.00414	S	0.00700	0.02200
9	0.19882	0.02395	SI	0.16000	0.29000
10	0.01812	0.00392	CU	0.01000	0.02000
11	0.00104	0.00019	NI	0.00100	0.00200
12	0.01129	0.00337	CR	0.01000	0.02000
13	0.06071	0.00766	AL	0.04000	0.08000
14	0.01717	0.00340	NB	0.01300	0.02700
15	884.21765	5.18586	F6 TEMP	875.00000	890.00000
16	0.21581	0.01947	C.E.	0.18182	0.25332
17	15.18301	3.01438	NB*F6	11.37500	24.03000
18	0.12849	0.03507	NB*GAUGE	0.09000	0.24000

CORRELATION MATRIX

VARIABLE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1.0000	-0.4703	-0.5960	-0.0304	0.4659	0.2479	0.4619	0.2041	0.0787	0.3655	0.1952	0.2473	0.0733	-0.2829	0.3581
	0.4298	-0.2703	0.6682												
2	-0.4703	1.0000	-0.6339	-0.6005	-0.2530	-0.4847	0.2944	0.3949	-0.3002	0.1047	0.3239	0.3212	-0.1314	-0.5042	-0.0502
	-0.3364	-0.5056	0.0255												
3	-0.5960	-0.6339	1.0000	0.6651	-0.1186	0.3099	-0.3953	-0.5322	0.4398	-0.0606	-0.0441	-0.2278	0.1064	0.6226	-0.0815
	0.0151	0.6180	-0.0821												
4	-0.0304	-0.6005	0.6651	1.0000	0.5030	0.8260	-0.1741	-0.5836	0.6423	0.3200	0.0770	-0.1495	0.2484	0.6393	0.3038
	0.6423	0.6477	0.4340												
5	0.4659	-0.2530	-0.1186	0.5030	1.0000	0.7055	0.1093	-0.0647	0.3661	0.3083	0.0256	-0.0305	0.3579	0.1961	0.5328
	0.9756	0.2135	0.5779												
6	0.2479	-0.4847	0.3099	0.8260	0.7055	1.0000	0.0702	-0.3840	0.5783	0.4257	0.1303	-0.0551	0.3296	0.5097	0.4429
	0.8405	0.5236	0.6120												
7	0.4619	0.2944	-0.3953	-0.1741	0.1093	0.0702	1.0000	0.3583	0.1033	0.1980	-0.1273	0.1700	-0.0169	-0.3239	0.0736
	0.1075	-0.3207	0.1692												
8	0.2041	0.3949	-0.5322	-0.5836	-0.0647	-0.3840	0.3583	1.0000	-0.4213	-0.0707	-0.0757	0.3117	-0.0702	-0.5224	-0.0728
	-0.1741	-0.5242	-0.2087												
9	0.0787	-0.3002	0.4398	0.6423	0.3661	0.5783	0.1033	-0.4213	1.0000	0.2661	0.1696	-0.0104	0.2916	0.3592	0.2879
	0.4878	0.3672	0.3417												
10	0.3655	0.1047	-0.0606	0.3200	0.3083	0.4257	0.1980	-0.0707	0.2661	1.0000	0.0921	0.1857	0.3401	0.1574	0.2706
	0.3764	0.1653	-0.4188												
11	0.1952	0.3239	-0.0441	0.0770	0.0256	0.1303	-0.1273	-0.0757	0.1696	0.0921	1.0000	0.4961	-0.0177	0.1596	0.0906
	0.0692	0.1623	0.3182												
12	0.2473	0.3212	-0.2278	-0.1495	-0.0305	-0.0551	0.1700	0.3117	-0.0104	0.1857	0.4961	1.0000	0.0562	-0.0349	0.0482
	-0.0276	-0.0331	0.2086												
13	0.0733	-0.1314	0.1064	0.2484	0.3579	0.3296	-0.0169	-0.0702	0.2916	0.3401	-0.0177	0.0562	1.0000	0.3566	0.1317
	0.3838	0.3602	0.3457												
14	-0.2829	-0.5042	0.6226	0.6393	0.1961	0.5097	-0.3239	-0.5224	0.3592	0.1574	0.1596	-0.0349	0.3566	1.0000	0.0271
	0.3137	0.9995	0.5108												
15	0.3581	-0.0502	-0.0815	0.3038	0.5328	0.4429	0.0736	-0.0728	0.2879	0.2706	0.0906	0.0482	0.1317	0.0271	1.0000
	0.5427	0.0572	0.3567												
16	0.4298	-0.3364	0.0151	0.6423	0.9756	0.8405	0.1075	-0.1741	0.4878	0.3764	0.0692	-0.0276	0.3838	0.3137	0.5427
	1.0000	-0.3311	0.6327												
17	-0.2703	-0.5056	0.6180	0.6477	0.2135	0.5236	-0.3207	-0.5242	0.3672	0.1653	0.1623	-0.0331	0.3602	0.9995	0.0572
	0.3311	1.0000	0.5224												
18	0.6682	0.0255	-0.0821	0.4340	0.5779	0.6120	0.1692	-0.2087	0.3417	0.4188	0.3182	0.2086	0.3457	0.5108	0.3567
	0.6327	0.5224	1.0000												

STEP 1

VARIABLE ENTERED 17 NB*F6

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 30390.857
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.419

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 30390.857
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.419 OF 72446.476

FOR 1 VARIABLES ENTERED

MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT	0.648
(ADJUSTED FOR D.F.)	0.648
MULTIPLE R-SQUARE	0.419
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE	121.403
STANDARD ERROR OF ESTIMATE	15.822
(ADJUSTED FOR D.F.)	15.822

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINIMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NB*F6	17	4.4486702	0.40375	11.018	50.604	67.544	106.902

INTERCEPT 464.14402

STEP 2

VARIABLE ENTERED 16 C.E.

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 14894.675
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.206

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 45285.532
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.625 OF 72446.476

FOR 2 VARIABLES ENTERED
MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT 0.791
(ADJUSTED FOR D.F.) 0.789
MULTIPLE R-SQUARE 0.623
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE 139.220
STANDARD ERROR OF ESTIMATE 12.753
(ADJUSTED FOR D.F.) 12.791

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINIMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NB*F6	17	3.3557374	0.34490	9.730	38.172	50.950	80.638
C.E.	16	510.9546633	53.39260	9.570	92.900	110.268	129.433

INTERCEPT 370.46979

STEP 3

VARIABLE ENTERED 8 S

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 5937.510
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.082

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 51223.343
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.707 OF 72446.476

FOR 3 VARIABLES ENTERED
MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT 0.841
(ADJUSTED FOR D.F.) 0.839
MULTIPLE R-SQUARE 0.704
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE 133.548
STANDARD ERROR OF ESTIMATE 11.307
(ADJUSTED FOR D.F.) 11.375

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINUMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NB*F6	17	2.1457987	0.35360	6.068	24.408	32.580	51.564
C.E.	16	510.7522400	47.33910	10.789	92.863	110.225	129.382
S	8	-1681.4757949	246.74151	-6.815	-11.770	-24.045	-36.992

INTERCEPT 412.92909

STEP 4

VARIABLE ENTERED 2 COIL TEM

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 2307.794
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.032

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 53530.837
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.739 OF 72446.476

FOR 4 VARIABLES ENTERED
MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT 0.860
(ADJUSTED FOR D.F.) 0.857
MULTIPLE R-SQUARE 0.734
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE 116.737
STANDARD ERROR OF ESTIMATE 10.707
(ADJUSTED FOR D.F.) 10.803

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINUMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NA*F6	17	1.6305440	0.35398	4.606	18.547	24.757	39.182
C.E.	16	467.3717325	45.85742	10.192	84.976	100.863	118.393
S	8	-1488.9391218	237.55334	-6.268	-10.423	-21.292	-32.757
COIL TEM	2	-0.2084302	0.04645	-4.487	-119.847	-129.006	-139.648

INTERCEPT 556.36682

STEP 5

VARIABLE ENTERED 13 AL

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 286.731
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.004

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 53817.568
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.743 OF 72446.476

FOR 5 VARIABLES ENTERED
MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT 0.862
(ADJUSTED FOR D.F.) 0.858
MULTIPLE R-SQUARE 0.737
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE 94.757
STANDARD ERROR OF ESTIMATE 10.658
(ADJUSTED FOR D.F.) 10.786

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINUMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NB*F6	17	1.8224702	0.37249	4.893	20.731	27.671	43.794
C.E.	16	491.8120834	48.16941	10.210	89.420	106.137	124.594
S	8	-1437.3875117	238.67943	-6.022	-10.062	-20.555	-31.623
COIL TEM	2	-0.2003590	0.04652	-4.307	-115.206	-124.010	-134.241
AL	13	-194.6806168	122.53412	-1.589	-7.787	-11.818	-15.574

INTERCEPT 554.26388

STEP 6

VARIABLE ENTERED 18 NB*GAUGE

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 183.623
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.003

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 54001.192
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.745 OF 72446.476

FOR 6 VARIABLES ENTERED

MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT	0.863
(ADJUSTED FOR D.F.)	0.859
MULTIPLE R-SQUARE	0.738
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE	79.534
STANDARD ERROR OF ESTIMATE	10.638
(ADJUSTED FOR D.F.)	10.799

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINUMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NB*F6	17	2.2083393	0.47956	4.605	25.120	33.529	53.066
C.E.	16	554.5748001	68.84107	8.056	100.831	119.682	140.483
S	8	-1436.7527023	238.22813	-6.031	-10.057	-20.546	-31.609
COIL TEM	2	-0.1518093	0.06007	-2.527	-87.290	-93.961	-101.712
AL	13	-205.2895700	122.58540	-1.675	-8.212	-12.462	-16.423
NB*GAUGE	18	-55.2905180	43.40457	-1.274	-4.976	-7.105	-13.270

INTERCEPT 512.55057

STEP 7

VARIABLE ENTERED 7 P

SUM OF SQUARES REDUCED IN THIS STEP 137.042
PROPORTION REDUCED IN THIS STEP 0.002

CUMULATIVE SUM OF SQUARES REDUCED 54138.234
CUMULATIVE PROPORTION REDUCED 0.747 OF 72446.476

FOR 7 VARIABLES ENTERED

MULTIPLE CORRELATION COEFFICIENT	0.864
(ADJUSTED FOR D.F.)	0.859
MULTIPLE R-SQUARE	0.738
F-VALUE FOR ANALYSIS OF VARIANCE	68.434
STANDARD ERROR OF ESTIMATE	10.631
(ADJUSTED FOR D.F.)	10.825

VARIABLE DESCRIPTION	VARIABLE NUMBER	REGRESSION COEFFICIENT	STD. ERROR OF REGR COEFF.	COMPUTED T-VALUE	CALCULATED CONTRIBUTION MINUMUM	AVERAGE	MAXIMUM
NA*F6	17	2.3744942	0.50244	4.726	27.010	36.052	57.059
C.E.	16	555.2018951	68.79857	8.070	100.945	119.817	140.642
S	8	-1495.8553293	244.04789	-6.129	-10.471	-21.391	-32.909
COIL TEM	2	-0.1494515	0.06067	-2.488	-85.935	-92.502	-100.133
AL	13	-205.9125652	122.50645	-1.680	-8.233	-12.494	-16.465
NA*GAUGE	18	-69.6007941	45.28113	-1.537	-6.264	-8.943	-16.704
P	7	269.4132225	244.65719	1.101	2.694	4.574	7.005

INTERCEPT 506.57520

DURBIN-WATSON STATISTIC 0.80289

SUMMARY

The importance of the application of statistical methods in decision making has increased greatly over the past decades. In many industries, though, this practice stagnated to the application of a few simple methods.

In the steel industry the need is also felt for the application of more advanced methods. Through practical experience the need for more in depth knowledge of the application of the theory of the normal distribution, control charts and regression analysis was identified.

The purpose of this document is not to give a detail account of the theory, but to illustrate some of the practical applications of the three subjects men= tioned in the previous paragraph. This document will, in the near future, be used as a source of reference in a management training course.

The normal distribution is discussed in chapter 1. The approximation of the well known histogram with a normal distribution is emphasized. The formula for the normal distribution and the application of the standard normal distribution is also discussed briefly. This is followed by a lengthy discussion of the tests for normality, illustrated with practical examples.

Chapter 2 is devoted to control charts. Because the application of quality control charts in the steel industry is rather complicated, more emphasis is placed on theory and interpretation. The purpose, definition and principles of control charts are discussed briefly. This is followed by a lengthy discussion of some types of control charts, illustrated with practical examples.

The third subject, viz. regression analysis, is discussed in the last chapter. One relatively simple example is discussed to illustrate the application of the basic principles of regression analysis. The theory discussed include int. al. definitions, the equation of a straight line, fitting of the best line, correlation coefficient, standard error and significance testing.

BIBLIOGRAFIE

1. BARRETT, J.P. + GOLDSMITH, L. 1976. When is n sufficiently large? The American Statistician, 30(2) : 67 - 70, May.

2. BOX, G.E.P., HUNTER, W.J. + HUNTER, W.S. 1978. Statistics for experimenters. An introduction to design, data analysis, and model building. John Wiley. 653 p.

3. BURR, R.W. 1976. Statistical Quality Control Methods, Marcel Dekker, Inc. 522 p.

4. CLELLAND, R.C., BROWN, F.E., DECANI, J.S., BURSK, J.P. + MURRAY, D.S. 1966. Basic statistics with business applications. John Wiley. 708 p.

5. COOLEY, W.W. + LOHNES, P.R. 1971. Multivariate data analysis. John Wiley. 364 p.

6. DANIEL, C. + WOOD, F.S. 1980. Fitting equations to data. John Wiley. 458 p.

7. DUBOIS, E.N. 1979. Essential statistical methods for business. McGraw-Hill. 396 p.

8. DUNCAN, A.J. 1965. Quality control and industrial statistics; 3d ed. Illinois, R.D. Irwin. 992 p.

9. FREUND, E.J. + WILLIAMS, F.J. 1961. Modern business statistics. New York, Prentice - Hall. 539 p.

10. GRANT, E.I. + LEAVENWORTH, R.S. 1974. Statistical quality control. McGraw-Hill. 694 p.

11. LI, J.C.R. 1964. Statistical inference. Michigan, Edward Brothers. 658 p.

12. LILLIEFORS, H.W. 1967. On the Kolmogorov - Smirnov test for normality with mean and variance unknown. Journal of the American Statistical Association, 62 : 399-402, Jun.

13. NETER, J. + WASSERMAN, W. JULY 1976. Applied linear statistical methods. Illinois, R.D. Irwin. 842 p.

14. OSTLE, B. + MENSIG, R.W. 1975. Statistics in research, 3d ed. Iowa, The Iowa State University Press. 596 p.

15. POTCHEFSTROOMSE UNIVERSITEIT VIR CHRISTELIKE HOËR ONDERWYS, 1981. Inleidende Statistiek. Potchefstroom. 213 p.

16. RICKMERS, A.D. + TODD, H.N. 1967. Statistics : An introduction. McGraw-Hill. 585 p.

17. STEPHENS, M.A. 1974. EDF Statistics for goodness of fit and some comparisons. Journal of the American Statistical Association, 69 : 730-737, Sept.

18. WONNACOTT, T.H. + WONNACOTT, R.J. 1977. Introductory statistics for business and economics, 2d ed. John Wiley. 753 p.

19. YAMANE, T. December 1964. Statistics, an introductory analysis. New York, Harper + Row. 734 p.