

PROBLEEMOPLOSSING EN DIE ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE IN GRAAD 4

deur

MAGDA GRAAFF

H.O.D., B. Ed

Verhandeling voorgelê ter vervulling van die vereistes vir die graad

MAGISTER EDUCATIONIS

in Wiskunde-Onderwys

In die Nagraadse Skool vir Opvoedkunde in die Fakulteit

Opvoedkunde aan die Potchefstroomkampus Noordwes-

Universiteit

Studieleier : Dr. S.M. Nieuwoudt

Mede-studieleier : Dr. S. van der Sandt

Potchefstroom

2005

Opgedra aan my man, Francois, en ons dogtertjie Anri.

ERKENNINGS

Verskeie persone se harde werk en ondersteuning het hierdie studie moontlik gemaak, en ek wil my dank en waardering teenoor die volgende persone uitspreek :

- Eerstens aan my Hemelse Vader vir die geleentheid, gesondheid, krag en verstand om hierdie studie te kon aanpak en voltooi. Hy het my deurentyd krag gegee en wanneer ek nie geweet het watter kant toe nie was Hy die lig op my pad.
- Dr. S.M. Nieuwoudt (studieleier) vir al die ondersteuning en harde werk gedurende hierdie studie. Baie dankie vir 'n nuwe wêreld in die onderrig en leer van wiskunde wat u vir my oopgesluit het.
- Dr. S. van der Sandt (mede-studieleier) wat ondanks al die verpligtinge aan die College of New Jersey in New Jersey deurentyd op hoogte van die studie was en waardevolle insette gelever het. Al die ondersteuning, aanmoediging en hulp was goud werd en het hoop gegee wanneer die pad maar donker was.
- Die National Research Foundation (NRF) vir die finansiële steun wat hierdie studie moontlik gemaak het.
- Dr. Amanda van der Merwe (taalversorging) en prof. Casper Lessing (Bibliografiese versorging) vir u uiters professionele werk.
- Die personeel van die Ferdinand Postma Biblioteek vir die vriendelike en hulpvaardige diens wat u lewer.
- Aan my man, Francois, baie dankie vir die liefdevolle en ondersteunende wyse waarop jy my bygestaan het gedurende die studie. Jou ondersteuning en begrip van my passie vir die onderwys beteken ongelooflik baie!
- My ouers (Len en Rina Dubery) wat 'n liefde vir studie by my gekweek het en my vordering op die akademiese pad met groot

belangstelling, aanmoediging en verwagting dopgehou het. Baie dankie vir al julle liefde en opofferings.

- Aan my sussie en swaer, skoonouers, skoonsussies en ander familieleden : baie dankie vir al julle ondersteuning.

OPSOMMING

PROBLEEMOPLOSSING EN DIE ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE IN GRAAD 4

Die doel van hierdie ondersoek was om die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde in graad 4 te bepaal. Die resultate van die *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) het getoon dat Suid-Afrika 'n agterstand het in die onderrig en leer van wiskunde, veral ten opsigte van probleemoplossing. Omdat probleemoplossing 'n integrale deel van die onderrig en leer van wiskunde is, is 'n literatuurstudie onderneem om (1) die leer van skoolwiskunde te ondersoek en (2) die wyse waarop onderrig van probleemoplossing in klaskamers kan plaasvind, te beskryf.

Die leer van skoolwiskunde is bestudeer deur te fokus op verskillende benaderings tot die leer van wiskunde. Die konstruktivistiese benadering tot leer is geïdentifiseer as die aangewese benadering tot leer wat aansluit by uitkomsgebaseerde onderwys (UGO) en wat tans in Suid-Afrikaanse skole onderrig word. Faktore wat bydra tot die betekenisvolle leer van skoolwiskunde, naamlik wiskundekennis en -vaardighede, metakognisie, leerstrategieë en take en opdragte in wiskunde, is bespreek. Die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde is bestudeer aan die hand van 'n moontlike probleemoplossingsmodel wat saam met die leerders ontwikkel kan word.

Onderrig van probleemoplossing is ondersoek deur te verwys na die beplanning van 'n probleemgebaseerde les en aandag is gegee aan die leerinhoud van die les en die beplanning van die onderrigleerhandelinge. 'n Probleemoplossingsmodel is saam met die leerders ontwikkel vir die onderrig van probleemoplossing. Die implementering van die onderrig van probleemoplossing is beskryf deur te verwys na die gebruik van

grootgroepaanbiedings sowel as probleemoplossing in kleingroepe. Daar is ook aandag gegee aan probleemoplossing en die gebruik van verskillende assesseringstegnieke is bespreek.

Die empiriese ondersoek is aangepak in die vorm van 'n gevallestudie en aandag is eerstens gegee aan die invloed van probleemoplossing op die leer van wiskunde en tweedens aan die wyse waarop probleemoplossing onderrig kan word. Inligting is ingesamel tydens die kwalitatiewe ondersoek deur gebruik te maak van 'n vraelys wat deur die leerders voltooi is, asook van 'n onderhoud- en waarnemingskedule. Die klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke van die leerders is bestudeer en getranskribeer. Video-opnames is van die leerders se deelname in die grootgroep, kleingroepe en skriftelike werk gemaak, en die getranskribeerde inligting is gebruik om afleidings te maak in verband met die onderrig van probleemoplossing aan die leerders.

Uit die empiriese ondersoek het dit duidelik geword dat daar 'n verband is tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde. Probleemoplossing kan aan die hand van 'n probleemoplossingsmodel aan leerders onderrig word, alhoewel dit nie noodwendig lei tot suksesvolle probleemoplossing deur alle leerders nie. Terwyl leerders probleme oplos, vind die leer van wiskundebegrippe en die aanleer en toepassing van wiskundevaardighede plaas.

Sleutelwoorde vir indeksering : probleemoplossing, skoolwiskunde, onderrig, leer, leerstrategieë, metakognisie, groepwerk, benaderings tot leer, gevallestudie.

SUMMARY

PROBLEM SOLVING AND THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS IN GRADE 4

The objective with this research was to establish the correlation between problem solving and the teaching and learning of mathematics in grade 4. The results of the *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) showed that South Africa is behind other countries in terms of the teaching and learning of mathematics, especially with regard to problem solving. Because problem solving is an integral part of the teaching and learning of mathematics, a literature study was conducted (1) to investigate the learning of school mathematics and (2) to describe the manner in which problem solving can take place in the classroom.

The learning of school mathematics was studied by focusing on different approaches to the learning of mathematics. The constructionist approach to learning was identified as the appropriate approach towards learning, which correlates with outcomes-based education (OBE) and with the approach currently taught in South African schools. Factors which contribute towards the meaningful learning of school mathematics, namely mathematical knowledge and skills, metacognition, learning strategies and tasks and assignments in mathematics, have been discussed. The role of problem solving in the learning of mathematics was studied by means of a possible problem-solving model which may be developed together with the learners.

The teaching of problem solving was investigated by referring to the planning of a problem-based lesson and attention was paid to the learning content of the lesson and the planning of the teaching-learning activities. Together with the learners a problem-solving model was developed for the teaching of problem solving. The implementation of the teaching of problem solving was described with reference to the use of big-group presentations as well as

problem solving in small groups. Attention was also paid to problem solving, and the use of different assessment techniques was discussed.

The empirical investigation was done by means of a case study, and the focus was firstly on the influence of problem solving on the learning of mathematics, and secondly on the manner in which problem solving may be taught. Information was collected during the qualitative investigation by using a questionnaire which was completed by the learners, as well as an interview and observation schedule. The classwork, homework and groupwork books of the learners were studied and transcribed. Video recordings were made of the learners' participation in the big group, small groups and written work, and the transcribed information was used to make deductions about the teaching of problem solving to the learners.

From the empirical investigation it became clear that there is a correlation between problem solving and the teaching and learning of mathematics. Problem solving may be taught to learners by means of a problem-solving model, although this does not necessarily result in successful problem solving by all learners. While learners are solving problems, they are also learning mathematical concepts and acquiring and applying mathematical skills.

Keywords for indexing: problem solving, school mathematics, teaching, learning, learning strategies, metacognition, groupwork, approaches to learning, case study.

INHOUDSOPGAWE

OPSOMMING	i
SUMMARY	iii
LYS VAN FIGURE	xi
 HOOFSTUK 1 : PROBLEEMSTELLING EN ONDERSOEK-PROGRAM	
1.1 INLEIDING EN ORIËNTERING	1
1.2. PROBLEEMSTELLING	3
1.3. DOELSTELLINGS VAN DIE NAVORSING	4
1.4. METODE VAN NAVORSING	4
1.4.1 Literatuurstudie	4
1.4.2 Empiriese ondersoek	5
1.4.2.1 Studiepopulasie en steekproef.....	6
1.4.2.2 Meetinstrumente	6
1.4.2.3 Navorsingsontwerp	7
1.4.2.4 Verloop van die ondersoek	8
1.5. SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING	9

HOOFSTUK 2 : PROBLEEMOPLOSSING EN DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

2.1	INLEIDING	10
2.2	DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE	10
2.2.1	Inleiding	10
2.2.2	Begripsomskrywing : Leer	11
2.2.3	Verskillende benaderings tot die leer van wiskunde	12
2.2.3.1	Behavioristiese benadering	12
2.2.3.2	Kognitiewe benadering	13
2.2.3.3	Konstruktivistiese benadering	16
2.2.4	Faktore wat bydra tot die betekenisvolle leer van wiskunde	17
2.2.4.1	Wiskundekennis en –vaardighede	17
2.2.4.2	Metakognisie	20
2.2.4.2.1	Begripsomskrywing	20
2.2.4.2.2	Metakognitiewe kennis	22
2.2.4.2.3	Metakognitiewe beheer	23
2.2.4.3	Leerstrategieë	24
2.2.4.3.1	Begripsomskrywing	24
2.2.4.3.2	Verskillende soorte leerstrategieë	24
2.2.4.3.3	Aanleer en gebruik van leerstrategieë	26
2.2.4.4	Take en opdragte in wiskunde	27
2.3	PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE	30
2.3.1	Begripsomskrywing	30
2.3.2	Modelle vir probleemoplossing	31
2.3.3	Die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde	34

2.3.4 Die ingesteldheid van die fasiliteerder en leerders ten opsigte van probleemoplossing	35
---	----

2.4 SAMEVATTING	37
------------------------------	-----------

HOOFSTUK 3 : ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING IN SKOOLWISKUNDE

3.1 INLEIDING	38
----------------------------	-----------

3.2 BEGRIPSOMSKRYWING : ONDERRIG	38
---	-----------

3.3 BEPLANNING VIR DIE ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING	39
--	-----------

3.3.1 Inleiding	39
-----------------------	----

3.3.2 'n Probleemgebaseerde wiskundeles	40
---	----

3.3.2.1 Besluitneming oor die leerinhoud van die les	40
--	----

3.3.2.2 Beplanning van die onderrig-leer handelinge	40
---	----

3.3.3 Ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel vir leerders	43
--	----

3.3.3.1 Lees en verstaan die probleem	43
---	----

3.3.3.2 Beraam 'n plan om die probleem op te los	44
--	----

3.3.3.3 Voer die plan uit	44
---------------------------------	----

3.3.3.4 Kyk terug om te bepaal of die probleem opgelos is	45
---	----

3.4 IMPLEMENTERING VAN PROBLEEMOPLOSSING IN DIE KLASKAMER	47
--	-----------

3.4.1 Die gebruik van grootgroep-aanbiedings	47
--	----

3.4.2 Probleemoplossing in kleingroepe	48
--	----

3.4.2.1 Bevordering van groepwerk	49
---	----

3.4.2.2 Interaksie tydens groepsaktiwiteite	50
---	----

3.4.2.3 Praktiese implikasies van groepwerk	51
3.4.3 Die rol van die fasiliteerder	51
3.4.4 Die rol van die leerders	53
3.5 ASSESSERING VAN PROBLEEMOPLOSSING	54
3.5.1 Assessering as integrale deel van die onderrig en leer van wiskunde	54
3.5.2 Riglyne vir die assessering van probleemoplossing	55
3.5.2.1 Inleiding	55
3.5.2.2 Die gebruik van verskillende assesseringstegnieke	56
3.5.2.3 Die gebruik van 'n nasienskema	58
3.6 SAMEVATTING	58

HOOFSTUK 4 : DIE INVLOED VAN PROBLEEMOPLOSSING OP DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE IN GRAAD 4

4.1 INLEIDING.....	60
4.2 DOELSTELLINGS	60
4.3 ONDERSOEKPROGRAM	61
4.3.1 Onderzoekmetode en –verloop	61
4.3.2 Meetinstrumente	62
4.3.2.1 Vraelys	62
4.3.2.2 Onderhoudskedule	63
4.3.2.3 Waarnemingskedule	63
4.3.2.4 Skriftelike werk	63
4.3.3 Studiepopulasie en steekproef	64

4.4	DIE INVLOED VAN PROBLEEMOPLOSSING OP DIE LEER VAN WISKUNDE IN GRAAD 4	64
4.4.1	Voordat probleemoplossing onderrig is	64
4.4.2	Tydens die onderrig van probleemoplossing	76
4.4.2.1	Inleiding	76
4.4.2.2	Ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel	76
4.4.2.3	Toepassing van die model	82
4.4.2.4	Gevolgtrekking	92
4.5	VEREISTES WAARAAN DIE ONDERRIG VAN PROBLEEM-OPLOSSING BEHOORT TE VOLDOEN OM EFFEKTIEF TE WEES	94
4.6	SAMEVATTING	96
 HOOFSTUK 5 : BEVINDINGS EN AANBEVELINGS		
5.1	INLEIDING.....	97
5.2	OORSIG VAN DIE ONDERSOEK	97
5.3	BEVINDINGS VAN DIE ONDERSOEK	98
5.3.1	Teoretiese bevindings	98
5.3.2	Empiriese bevindings	100
5.4	GEVOLGTREKKINGS	101
5.5	AANBEVELINGS	102
5.5.1	Aanbevelings vir wiskundefasiliteerders	102
5.5.2	Aanbevelings vir die wiskunde-fokusareahoof	104

5.6	TEKORTKOMINGE/LEEMTES IN DIE ONDERSOEK	104
5.7	VERDERE NAVORSING	105
5.8	TEN SLOTTE	105
	BRONNELYS	106
	BYLAAG A : Toestemming vir die studie	114
	BYLAAG B : Vraelys	117
	BYLAAG C : Onderhoud wat met die leerders gevoer is	120
	BYLAAG D : Waarnemingskedule en klaslys vir waarnemings	123
	BYLAAG E : Nasienskema	126

LYS VAN DIE FIGURE

Figuur 2.1	Voorstelling van leer volgens die behavioristiese benadering	12
Figuur 2.2	Voorstelling van die inligtingverwerkingsmodel	14
Figuur 2.3	Voorstelling van die interaktiewe komponente van leer volgens die sosiaal-kognitiewe leermetode soos toegepas op wiskunde	15
Figuur 2.4	Komponente van metakognisie	21
Figuur 2.5	Komponente van metakognitiewe beheer	23
Figuur 2.6	Skematiese voorstelling van 'n model vir probleem-oplossing	33
Figuur 3.1	Stappe in die beplanning van 'n probleem-gebaseerde les	42
Figuur 3.2	'n Probleemoplossingsmodel	46
Figuur 4.1	Oplossing van probleme deur die ondersoekgroep voor die onderrig van 'n probleemoplossingsmodel	75
Figuur 4.2	'n Probleemoplossingsmodel (soos saam met die graad 4 leerders ontwerp)	81
Figuur 4.3	Oplossing van probleme deur die ondersoekgroep tydens die toepassing van die probleemoplossingsmodel	91
Figuur 4.4	Samevattende tabel van die ondersoekgroep se ontwikkeling ten opsigte van probleemoplossing	93

HOOFTUK 1 : PROBLEEMSTELLING EN ONDERSOEKPROGRAM

1.1 INLEIDING EN ORIËNTERING

Probleemoplossing is 'n primêre doel in die onderrig en leer van wiskunde ten einde die leerders te lei om 'n wye verskeidenheid komplekse probleme op te los (Wilson, 1993:1). Effektiewe probleemoplossing vind plaas wanneer leerders oor die vaardighede beskik om wiskundekennis en -ervaring toe te pas in die oplos van probleme (Jones, 2000).

Die belangrikheid van probleemoplossing in die onderrig en leer van wiskunde word beklemtoon deur die *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000:51). Volgens die NCTM behoort probleemoplossing die fokus te wees van die onderrig en leer van wiskunde (Jones, 2000). Tydens die *International Conference on Technology in Mathematics Education* (TIME, 2000) wat in Desember 2000 in Australië plaasgevind het, was probleemoplossing een van die besprekingspunte op die agenda.

George Polya kan beskou word as die vader van probleemoplossing en het baanbrekerswerk gedoen in die ontwikkeling van 'n model vir probleemoplossing (Polya, 1973:xvi-xvii). Volgens hierdie model vind probleemoplossing in vier fases plaas, naamlik (1) verstaan die probleem; (2) maak 'n plan om die probleem op te los; (3) voer die plan uit; en (4) kyk terug (reflekteer) nadat die probleem opgelos is. Polya het daarna gestreef om wiskundeleerders te lei tot die ontdekking dat probleemoplossing nie net die blindelinge uitvoer van bewerkings behels nie (Bailey, 2003). Volgens Polya vorm probleemoplossing 'n integrale deel van wiskunde en is dit nodig vir die toepassing van aangeleerde wiskundekennis en -vaardighede. Schoenfeld (2001) sluit hierby aan en spreek die mening uit dat die onderrig en leer van wiskunde benader behoort te word vanuit 'n probleemoplossingsoogpunt. Leerders kan gelei word om wiskundig te dink deur middel van

probleemoplossing. Daardeur kan die toepassing van wiskundekennis en -vaardighede in die alledaagse lewe ook bevorder word (Schoenfeld, 1992).

Probleemoplossing geniet dus wêreldwyd aandag, en probleemoplossing behoort ook in Suid-Afrika as 'n belangrike komponent van wiskunde-onderrig beskou te word. Probleme is deel van die alledaagse lewe en die leerders behoort vaardighede te ontwikkel om probleme op te los (Anon, 2003). Volgens Heideman (1999:75) is probleemoplossing noodsaaklik vir die ontwikkeling van logiese denke. Die identifisering en oplos van probleme deur gebruik te maak van kreatiewe en kritiese denke, samewerking in 'n groep en begrip dat probleme in die wêreld nie in isolasie opgelos kan word nie, is deel van die kritieke uitkomst van Kurrikulum 2005 (DOE, 1997:3 ; DOE, 2002:1, sien § 2.2.4.1). Daarbenewens vorm probleemoplossing ook deel van elke leeruitkoms in wiskunde (DOE, 2002:1-2).

Die *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) is in 2000 uitgevoer en die doel was om die prestasies van die Amerikaanse leerders te vergelyk met hul eweknieë in die res van die wêreld (Anon, 2000). Die ondersoek is gebruik om inligting in te samel oor die leerders se biografiese gegewens, aspirasies vir die onderwys (soos tans in die skool en met die oog op toekomstige studies), leerders se houding teenoor wiskunde en wetenskap, opvoedkundige hulpbronne by die huis en die leerders se tydverdryf na skool (Howie & Hughes, 1998:33-44). Suid-Afrika het tydens hierdie studie in die laaste plek uit 38 lande geëindig. Die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing (RGN) het bevind dat min aandag in Suid-Afrikaanse skole aan die onderrig van tegniese vir probleemoplossing gegee word (Van der Kooy, 1996:14). Dit is dus verstaanbaar dat Suid-Afrika die swakste gevaar het van die 38 lande wat deelgeneem het aan die TIMSS (Naidu, 2001:3). Deur hierdie ondersoek wat geloods is, is aangeleerde wiskundekennis, asook die gebruik van logiese denke in die oplos van probleme, getoets (Heideman, 1999:75).

In 'n verslag oor die resultate van die *Third International Mathematics and Science Study – Repeat* (TIMSS-R) in 2002 word die swak resultate van Suid-Afrikaanse wiskundeleerders in graad 10 toegeskryf aan die gebrekkige onderrig en leer van wiskunde, wat daartoe gelei het dat leerders se wiskundekennis en vaardighede nie voldoende (toereikend) was nie (Howie, 2003).

Uit die voorafgaande behoort dit duidelik te wees dat Suid-Afrika 'n groot agterstand het in die onderrig en leer van probleemoplossing as integrale deel van skoolwiskunde. Die wiskundeprestasie van die leerders van lande soos Japan, China en Taiwan in die TIMSS en TIMSS-R het bewys dat probleemoplossing effektief onderrig kan word ten einde die leer van wiskunde te bevorder (Brenner, Herman, Ho & Zimmer, 1999:541).

Ondersoeke is reeds geloods na die leemtes in die onderwyssituasie in Suid-Afrika, veral ten opsigte van wiskunde-onderwys. In 'n verslag aan die Minister van Onderwys aangaande voorstelle vir die verbetering van Kurrikulum 2005 is probleemoplossing beskou as 'n belangrike komponent van die onderrig en leer van wiskunde, en dit behoort gevolglik meer aandag te geniet (Chrisholm, 2000:3).

1.2 PROBLEEMSTELLING

Die volgende probleemvrae het uit bogenoemde na vore gekom :

1. Wat is die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van skoolwiskunde?
2. Wat is die invloed van probleemoplossing op die leer van skoolwiskunde?
3. Op watter wyse kan probleemoplossing onderrig word?

Hierdie vrae kan saamgevat word in een sentrale probleemvraag, naamlik :
Wat is die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van
skoolwiskunde?

Die navorser is betrokke by die onderrig van graad 4-leerders en om dié rede
is die fokus van hierdie ondersoek op die verband tussen probleemoplossing
en die onderrig en leer van wiskunde by graad 4-leerders.

1.3 DOELSTELLINGS VAN DIE NAVORSING

Met hierdie studie is gepoog om vas te stel :

- wat die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van
skoolwiskunde is;
- wat die invloed van probleemoplossing op die leer van wiskunde in
graad 4 is;
- op watter wyse probleemoplossing in graad 4 onderrig kan word.

1.4 METODE VAN NAVORSING

1.4.1 LITERATUURSTUDIE

'n DIALOG soektog is uitgevoer met die volgende trefwoorde : skoolwiskunde,
probleemoplossing, onderrig, leer, uitkomsgebaseerde onderwys,
probleemoplossingstrategieë, leerstrategieë, metakognisie, groepwerk,
benaderings tot leer, gevallestudie.

'n Uitgebreide ondersoek deur middel van primêre bronne, sekondêre bronne
asook elektroniese media is onderneem ten einde die invloed van
probleemoplossing op die leer van wiskunde te bepaal.

Die literatuurstudie is in hoofstukke 2 en 3 uitgevoer. In hoofstuk 2 word aandag gegee aan die belangrikheid en verband tussen probleemoplossing en die leer van skoolwiskunde. Die ondersoek na die leer van skoolwiskunde fokus op verskillende benaderings tot leer asook faktore wat bydra tot die betekenisvolle leer van wiskunde. Probleemoplossing word bespreek aan die hand van verskillende modelle en verwys na die rol van probleemoplossing in die leer van wiskunde. Die fokus val in hoofstuk 3 op die onderrig van probleemoplossing aan graad 4-leerders deur die ontwikkeling en gebruik van 'n probleemoplossingsmodel. Die beplanning vir probleemoplossing, die implementering daarvan, asook assessering van probleemoplossing, geniet aandag.

Die empiriese ondersoek word vervolgens bespreek.

1.4.2 EMPIRIESE ONDERSOEK

Volgens Fisher (1999:24, soos aangehaal deur Anon, 2005) dui 'n empiriese ondersoek op die insameling van inligting deur gebruik te maak van direkte en/of indirekte waarneming. Die empiriese navorser poog om die interaksie wat tussen die navorser self en die leerders plaasvind, te beskryf. Die navorser behoort verder die ingesamelde inligting te transkribeer en te meet aan 'n bekende standaard ten einde die kennis later in onbekende situasies te kan toepas.

Hoofstuk 4 verduidelik die ondersoekprogram en verwys na die metode en verloop van die ondersoek, die gebruik van die verskillende meetinstrumente asook na die studiebevolking en steekproef wat vir die ondersoek gebruik is. Die invloed van probleemoplossing op die leer van wiskunde is bespreek aan die hand van die probleme wat die leerders opgelos het voor en tydens die onderrig van die probleemoplossingsmodel. Daarna is vereistes gestel waaraan die onderrig van probleemoplossing behoort te voldoen om effektief te kan wees.

1.4.2.1 Studiepopulasie en steekproef

Die leerders is in 'n laerskool in Gauteng wat bestaan uit ongeveer 1100 leerders. In die graad 4-groep (die studiepopulasie) is daar 149 leerders, wat verdeel is in 4 klasse, met ongeveer 37 leerders elk. Die steekproef bestaan uit 6 graad 4-wiskundeleerders wat op 'n ewekansige wyse gekies is uit 'n klas, wat deur die navorser onderrig is.

Tydens die ondersoek is op hierdie 6 leerders (die ondersoekgroep) gefokus, maar terselfdertyd het al die graad 4-leerders van die skool dieselfde onderrig in probleemoplossing ontvang (sien § 4.3.1).

1.4.2.2 Meetinstrumente

Gedurende die ondersoek is selfopgestelde meetinstrumente gebruik, naamlik vraelyste, onderhoud- en waarnemingskodes, asook die skriftelike werk van die leerders.

- **Vraelyste**

Met die vraelyste (Bylaag B) is inligting versamel oor leerders se gesindhede teenoor wiskunde, hulle getalbegrip en rekenvaardighede, en hulle kommunikasievermoë en –vaardighede sowel as probleemoplossingsvaardighede (sien § 4.4.1). Die doel was om te probeer vasstel wat die leerders se gesindheid en vorige ervarings ten opsigte van probleemoplossing is.

- **Onderhoudskodes**

Van de Walle (2004:76) toon aan dat 'n onderhoud 'n gesprek met 'n enkele leerder is ten einde te bepaal wat 'n leerder se houding ten opsigte van 'n spesifieke onderwerp of vak is. 'n Onderhoud kan gebruik word in die streeke na die verwagtinge wat die fasiliteerder het vir leer deurdat die leerders se antwoorde beoordeel word en die onderrig wat gaan plaasvind, daarvolgens beplan word (Cangelosi, 2003:9).

Onderhoude (Bylaag C) is met die individuele leerders van die onderzoekgroep gevoer oor hul gesindheid teenoor wiskunde, die wyse waarop probleme aangepak word en die mate waartoe daar al aan die leerders 'n plan vir die oplos van probleme onderrig is.

- **Waarnemingskedges**

Waarneming gee aan die fasiliteerder (navorsers) die geleentheid om die leerders waar te neem (Strada, 2003:47) in 'n poging om die leer wat in die toekoms kan plaasvind, te verbeter. Vir die doel van hierdie ondersoek is waarneming gebruik om die onderzoekgroep se probleemoplossingsvaardighede waar te neem voordat en tydens die onderrig van die probleemoplossingsmodel (sien § 4.4.1 en 4.4.2). Sodoende kan die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde vasgestel word.

Die studiepopulasie is waargeneem in die groot groep (klassikaal) en tydens kleingroepaktiwiteite. Sommige van die waarnemings is op waarnemingskedges (Bylaag D) aangeteken terwyl video-opnames by ander geleenthede gemaak is. Al die waarnemings is aangeteken en word beskrywend weergegee en bespreek (sien § 4.4).

- **Skriftelike werk**

Die leerders se klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke is bestudeer en getranskribeer. Die doel was om aantekeninge te maak ten opsigte van die probleemoplossingsvaardighede en –strategieë wat die leerders toepas, voor en tydens die onderrig van probleemoplossing (sien § 4.3.2).

1.4.2.3 Navorsingsontwerp

Vir die doeleindes van hierdie navorsing is 'n kwalitatiewe ondersoek in die vorm van 'n gevallestudie gebruik. 'n Gevallestudie is 'n gedetailleerde ondersoek met die fokus op 'n individuele leerder of 'n groep leerders se gedrag en optrede. Daardeur word gepoog om afleidings en veralgemenings

te maak sodat toekomstige leer verbeter kan word (Flyvbjerg, 2001:66). Leedy en Ormrod (2001:114) omskryf 'n gevallestudie as 'n kwalitatiewe ondersoek waartydens inligting versamel word oor 'n individu of 'n groep leerders. Die doel van die intensiewe ondersoek is om inligting in te samel oor situasies waartydens leer plaasvind. Volgens Leedy en Ormrod (2001:149) impliseer 'n gevallestudie dat leerders waargeneem word vir 'n bepaalde tyd en dat veranderinge in die leerders se leerhandeling aangeteken behoort te kan word.

Gedurende hierdie ondersoek is die ondersoekgroep intensief waargeneem (sien § 1.4.2.1) ten opsigte van die oplos van probleme, in 'n poging om vas te stel wat die verband tussen probleemoplossing en die leer van wiskunde is, en om gevolgtrekkings te maak oor die onderrig van probleemoplossing in graad 4.

1.4.2.4 Verloop van die ondersoek

Die beheerliggaam van die skool en die distrikskantoor het toestemming gegee vir die uitvoering van die ondersoek (Bylaag A).

Met die aanvang van die ondersoek is verskillende probleme aan die studiepulasie gegee om op te los (sien § 4.4.1). Die wyses waarop die ondersoekgroep die probleme aangepak het, is waargeneem en beskryf. Die studiepulasie is deur die fasiliteerder gelei tot die ontwikkeling van 'n model vir probleemoplossing (sien § 4.4.2). Die ondersoekgroep se probleemoplossingsvaardighede is waargeneem en aan die hand van die genoemde model beskryf tydens die oplos van probleme (sien figuur 4.2).

1.5 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

In hierdie hoofstuk is die gebrekkige onderrig van probleemoplossing in Suid-Afrikaanse wiskundeklaskamers uitgewys. Die noodsaaklikheid van die ondersoek is beklemtoon deur te verwys na lande waar probleemoplossing suksesvol onderrig word.

Nadat die noodsaaklikheid vir die onderrig van probleemoplossing beredeneer is, is die navorsingsprobleem waarop gefokus is, gestel.

Die verband tussen probleemoplossing en die leer van wiskunde word in hoofstuk 2 ondersoek. Die leer van skoolwiskunde word bespreek ten opsigte van verskillende benaderings tot leer. Die faktore wat bydra tot die betekenisvolle leer van wiskunde, naamlik wiskundekennis en –vaardighede, metakognisie, leerstrategieë sowel as die keuse en rol van take en opdragte in wiskunde, geniet aandag in hoofstuk 2.

Hoofstuk 3 handel oor die effektiewe onderrig van probleemoplossing in graad 4. Aandag word gegee aan die beplanning, implementering en assessering van probleemoplossing ten einde 'n probleemoplossingsmodel te kan ontwikkel.

In hoofstuk 4 word verslag gelewer oor die empiriese ondersoek. 'n Gevallestudie ('n kwalitatiewe ondersoek) is uitgevoer en 6 leerders is op 'n ewekansige wyse verkies tot die steekproef. Inligting is versamel deur vraelyste, onderhoude, waarnemings en skriftelike werk te ontleed, en die bevindings word beskrywend weergegee.

Die aanbevelings, veralgemenings en gevolgtrekkings van hierdie ondersoek word in hoofstuk 5 bespreek.

HOOFSTUK 2 : PROBLEEMOPLOSSING EN DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

2.1 INLEIDING

Die doel van hierdie hoofstuk is om lig te werp op wat presies bedoel word met probleemoplossing in wiskunde en daar sal ook gefokus word op verskillende modelle vir probleemoplossing, onder andere dié van Polya. Die leer van wiskunde kan bevorder word deur probleemoplossing (Schoenfeld, 2001). Volgens Botha (2000:136) val die klem tydens uitkomsgebaseerde onderwys op onder andere die bemeestering van vaardighede, groepwerk, probleemoplossing en kreatiwiteit, omdat die leerders op dié wyse leerinhoud aanleer. In hierdie hoofstuk word gefokus op wat die leer van wiskunde deur probleemoplossing beïnvloed en faktore soos metakognisie en die rol van leerstrategieë word ondersoek.

Hoofstuk 2 poog om aansluiting te vind by en uit te brei op die siening van Weideman (2003) dat leerders deur probleemoplossing gestimuleer kan word om aktief betrokke te wees by wiskunde. Op hierdie wyse kan die leer van wiskunde in Suid-Afrikaanse skole bevorder word.

2.2 DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

2.2.1 INLEIDING

Gedurende die ondersoek is die volgende leeruitkomste as riglyn gebruik vir die onderrig van wiskunde aan die graad 4-leerders : (1) Leeruitkoms 1 : Getalle, bewerkings en verwantskappe; (2) Leeruitkoms 2 : Algebra; (3) Leeruitkoms 4 : Meting; en (4) Leeruitkoms 5 : Datahantering (DOE, 2002:6).

Die skoolwiskunde wat betrekking het op hierdie ondersoek is die volgende : bevordering van getalbegrip, uitvoer van basiese bewerkings, gewone breuke, datahantering en oppervlakte.

Probleemoplossing is geïntegreerd aangebied en die leer van skoolwiskunde het plaasgevind deurdat leerders nuwe leerinhoude ontdek het deur probleme op te los (sien § 4.4.2).

2.2.2 BEGRIPSOMSKRYWING : LEER

Volgens Shuell (1989:104) is leer 'n aktiewe, konstruktiewe, kumulatiewe, selfgereguleerde en doelgeoriënteerde proses. Leer word beskou as 'n vorm van probleemoplossing en leerders kan onbekende leerinhoude verwerf deur probleme op te los. Gevolglik behoort die volgende faktore in gedagte gehou te word tydens probleemoplossing :

- bewuswording van die probleem deur die leerders (sien § 3.3.2) ;
- die verstaan van die probleem (sien § 2.3.2 en § 3.3.3.1) ;
- die gebruik van voorkennis en vorige ervarings in die oplos van die probleem (sien § 2.2.4.1 en § 3.3.3.2) ;
- die gebruik van probleemoplossingstrategieë (sien § 2.2.4.3.2) ;
- toepassing van bestaande en nuwe kennis (sien § 2.2.4.3.3 en § 2.2.4.4) ;
- genoegsame tyd (sien § 2.2.4.4 en § 3.4.2) ; asook
- metakognisie (sien § 2.2.4.2).

Blake en Hanley (1995:63) verwys na leer as die ontwikkeling van die kognitiewe-, behavioristiese- en sosiale aspekte van die leerders (sien § 2.2.3). Deur die leerproses word betekenis aan leerinhoude geheg en die leerder word in sy/haar totaliteit ontwikkel. Die ontwikkeling sluit nie net die aanleer van wiskundekennis en –konsepte (sien § 2.2.4.1) en gesindhede in nie, maar ook die verwerwing van vaardighede en 'n verandering in die

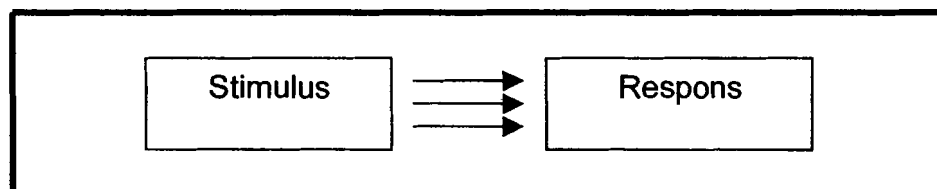
handelinge van die leerders (Van den Aardweg & Van den Aardweg, 1988:135-136).

2.2.3 VERSKILLENDEN BENADERINGS TOT DIE LEER VAN WISKUNDE

Die benaderings tot leer wat die grootste invloed op die leer van wiskunde uitoefen, is die behavioristiese, kognitiewe en konstruktivistiese benaderings. Dit behoort duidelik te word uit die gedeeltes wat volg.

2.2.3.1 Behavioristiese benadering

Volgens Schunk (2000:42) behoort die fokus tydens die leer van wiskunde op die leerder se gedrag te wees. Figuur 2.1 stel leer voor volgens die behavioristiese benadering. Daarvolgens ontvang die leerder 'n stimulus, waarna 'n respons gelever word.



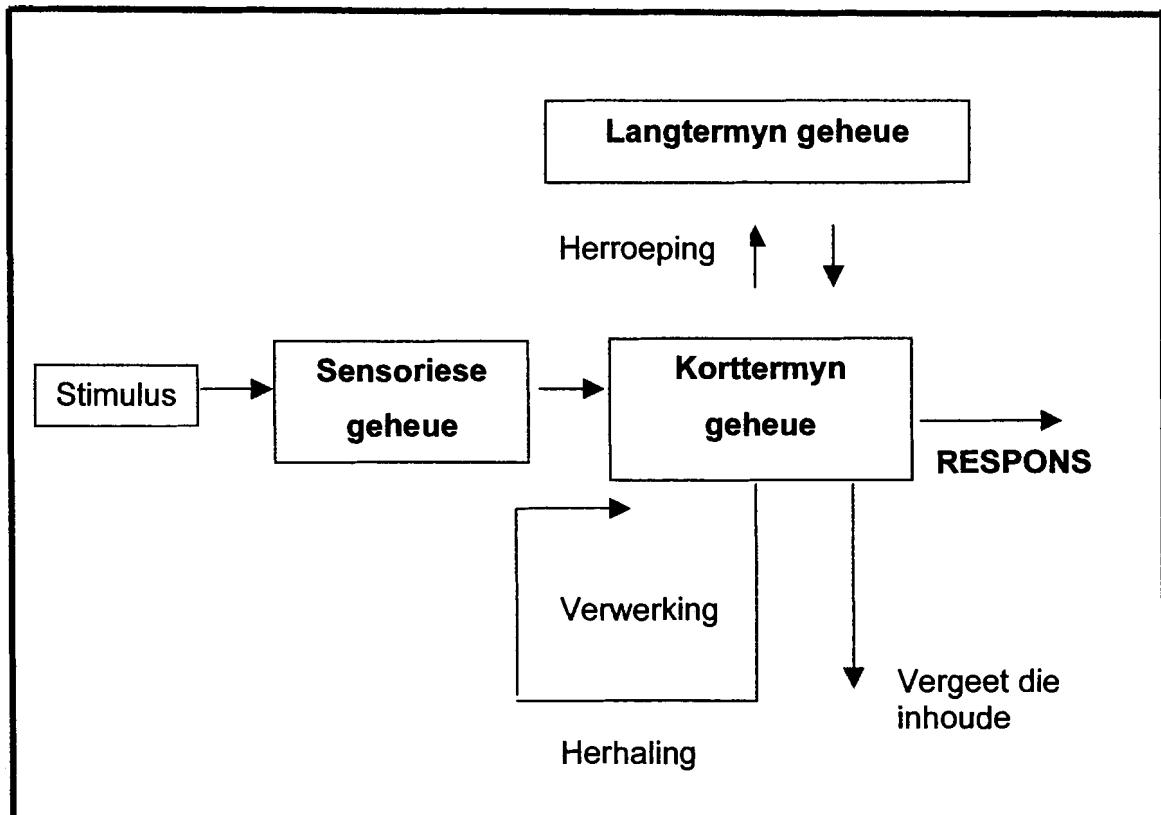
Figuur 2.1 Voorstelling van leer volgens die behavioristiese benadering

Die gedrag van die leerders en hul praktiese deelname aan aktiwiteite dra by tot die leer wat plaasvind. Wanneer die leerders geleentheid kry om die inhoud van verskillende onderwerpe prakties te ontdek, het die geleentheid groot waarde ten opsigte van die kennis wat die leerders verwerf. Die fokus van die behavioristiese benadering tot leer is hoofsaaklik gerig op persepsie asook die gedagtes, bewussyn en gedrag van die leerders. By gedrag word daar hoofsaaklik aandag gegee aan verstandelike aktiwiteite (Hamilton & Ghatala, 1994:18 ; Bitzer, 2001:99).

Tydens die aanleer van vermenigvuldigingstafels kan die gebruik van die behavioristiese benadering handig te pas kom. Wanneer vermenigvuldigingstafels deur middel van drillwerk vasgelê word, ontvang die leerders 'n stimulus (byvoorbeeld 8 x 4 word gevra) en daar word verwag dat 'n respons (die antwoord) gelewer behoort te word.

2.2.3.2 Kognitiewe benadering

Die kognitiewe benadering tot leer berus volgens Schunk (2000:119) op die inligtingverwerkingsmodel (sien figuur 2.2). Die sensoriese geheue ontvang 'n stimulus via een of meer van die sinne, en registreer dit in die sensoriese buffer, waarin 'n groot hoeveelheid inligting vir 'n kort tydjie geregistreer kan word (Leedy & Ormrod, 2000:225). Inligting kan nou in die korttermyngeheue gestoor word, maar as die inligting nie aan die langtermyngeheue verbind word nie, gaan dit verlore. Die inhoud van die langtermyngeheue is van kritieke belang tydens leer omdat die kapasiteit van die korttermyngeheue so beperk is. Nuwe leerinhoud wat aansluit by bestaande kennis, word makliker vasgelê en herroep wanneer dit by reeds bestaande kennis in die langtermyngeheue aansluit. Herroeping kan egter ook vanuit die korttermyngeheue geskied (Schunk, 2000:121 ; figuur 2.2). Fasiliteerders behoort verbande tussen leerinhoud te beklemtoon, aangesien leer so bevorder kan word.

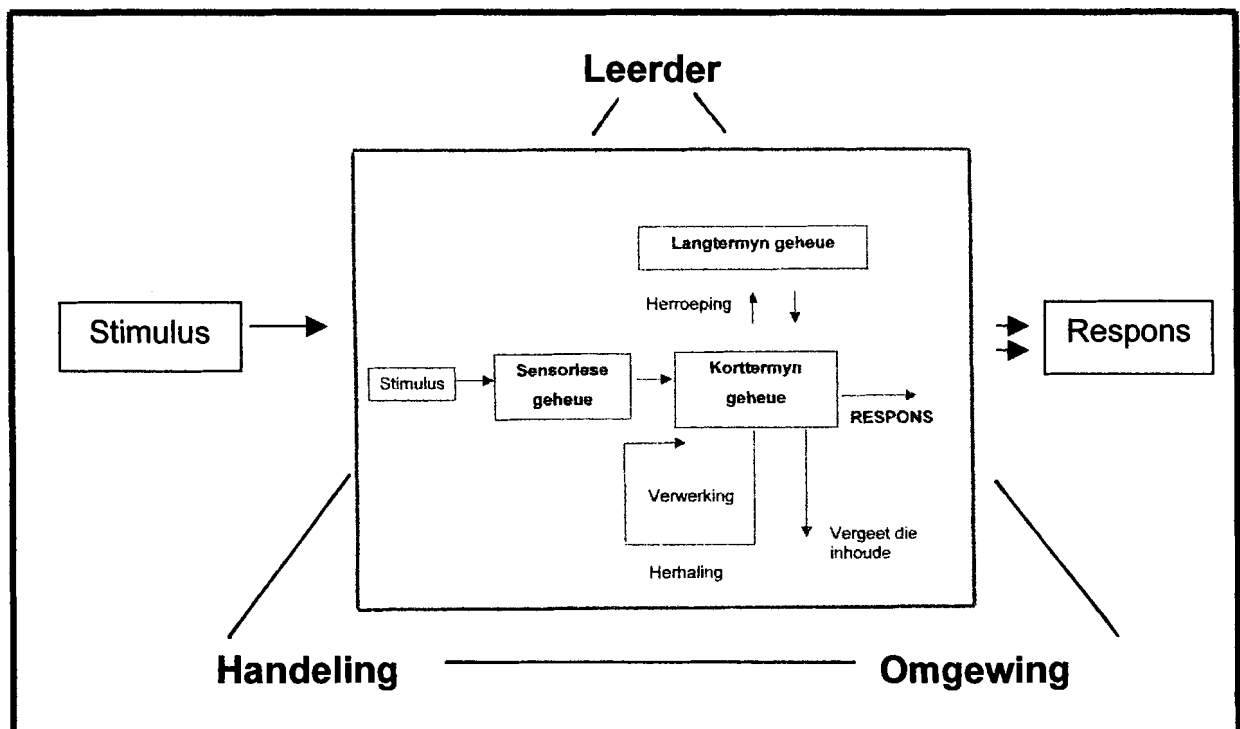


Figuur 2.2 Voorstelling van die inligtingsverwerkingsmodel (Schunk 2000:422)

Volgens Schunk (2000:422) kan die kognitiewe benadering tot leer gebruik word in die bestudering van gedragspatrone by leerders tydens persoonlikheidsontwikkeling. Die fasiliteerder kan gebruik maak van die kognitiewe benadering tot leer ten einde die leerders te motiveer tydens die onderrig en leer van skoolwiskunde. Die leerders is aktief by leer betrokke deurdat die fasiliteerder aan die leerders verduidelik hoe leer plaasvind en watter komponente 'n rol speel.

Die sosiaal-kognitiewe benadering tot leer het ontstaan uit die kognitiewe benadering, waartydens die invloed van die omgewing ondersoek word op inligtingverwerking (sien figuur 2.3). Volgens Bandura (1986:18) en Schunk (2000:98) kan die sosiaal-kognitiewe teorie van leer beskryf word aan die hand van 'n voorstelling waartydens die leerder, die omgewing en die

handelinge van die leerder 'n rol speel. Figuur 2.3 stel die komponente van die sosiaal-kognitiewe model vir leer voor.



Figuur 2.3 Voorstelling van die interaktiewe komponente van leer volgens die sosiaal-kognitiewe leermetode soos toegepas op wiskunde

Die sosiaal-kognitiewe benadering tot leer kan geïllustreer word aan die hand van 'n opdrag waartydens graad 4-leerders inligting ingesamel het van 'n week se minimum en maksimum temperature. Die opdrag behels dat die leerders die inligting bekom (hetsy deur self die temperatuur te neem of na die weervoorspellings oor die radio of op televisie te luister) en dan 'n grafiek teken van die minimum sowel as die maksimum temperature. Op hierdie wyse vind interaksie tussen die leerder en die omgewing plaas wanneer inligting ingesamel word deur die handelinge wat die leerder uitvoer.

2.2.3.3 Konstruktivistiese benadering

Die konstruktivistiese benadering tot leer het ontstaan in 'n poging om uit te brei op die kognitiewe benadering tot leer. Volgens die kognitiewe benadering tot leer is die leerders slegs kognitief betrokke by leer terwyl die konstruktivistiese benadering tot leer wyer fokus op die leer wat plaasvind.

Die konstruktivistiese benadering tot leer fokus op die volgende uitgangspunte ten opsigte van leer :

- die invloed van die individu op die onderrig en leer wat plaasvind. Denke vind plaas in 'n bepaalde konteks en leerders se kennis word gevorm deur ervarings wat in situasies verwerf is. Van de Walle (2004:22-23) stel dit duidelik dat die leerders aktief betrokke behoort te wees by hul eie leer en dit is ook waarop die konstruktivistiese benadering tot leer fokus : die leerder se soeke na maniere om sy eie kennis te konstrueer en te verwoord.
- die sosiale interaksie van die leerder met die omgewing, ouers, onderwysers en ander persone word erken. Volgens Schunk (2000:229) is dit nie net belangrik dat die leerders vir hulself kennis konstrueer nie, maar dat daar ook gefokus behoort te word op die sosiale interaksie wat plaasvind tydens die verwerwing van wiskundekennis en –vaardighede (sien § 2.2.4.1).
- 'n geïntegreerde kurrikulum word gebruik waartydens die leerders 'n onderwerp op verskillende wyses ontdek en ondersoek (DOE, 2002:1).
- tradisionele onderrigmetodes word nie gebruik nie en leerinhoud word op 'n verskeidenheid metodes aan die leerders bekend gestel (DOE, 2002:2; Schunk, 2000:230).
- kennis sluit leerders se konsepte van wiskunde asook verbande tussen konsepte in tydens die onderrig en leer van skoolwiskunde. Die leerders behoort gelei te word om self die verbande in te sien (Cangelosi, 2003:417).

Die uitgangspunt van uitkomsgebaseerde onderwys (UGO) - wat tans in Suid-Afrikaanse laerskole gevolg word, en ook reeds gedeeltelik geïmplementeer is in hoërskole – is 'n sosiaal-konstruktivistiese benadering tot leer (DOE, 2002:74).

2.2.4 FAKTORE WAT BYDRA TOT DIE BETEKENISVOLLE LEER VAN WISKUNDE

Volgens Cangelosi (2003:164) behoort die leer van wiskunde 'n deeglik beplande aktiwiteit te wees. Dit is gevolglik noodsaaklik om aandag te gee aan enkele faktore wat 'n invloed behoort te hê of kan hê op die leer van wiskunde.

Hierdie faktore sluit in (1) wiskundekennis en -vaardighede, (2) metakognisie, (3) leerstrategieë sowel as (4) take en opdragte. Tydens die bestudering van die faktore sal gepoog word om te bepaal watter wiskundekennis en – vaardighede die leerders behoort te bemeester ten einde probleme te kan oplos. Vir die doel van hierdie navorsing behoort vasgestel te word watter denkprosesse (as deel van metakognisie) by leerders plaasvind tydens probleemoplossing en van watter leerstrategieë die leerders gebruik maak. Die wyse waarop die leerders take en opdragte uitvoer behoort 'n aanduiding te gee of 'n model vir probleemoplossing toegepas word en tot watter mate die oplos van probleme daardeur beïnvloed word.

2.2.4.1 Wiskundekennis en –vaardighede

Kennis bestaan uit verklarende, prosedure- en voorwaardekennis (Hamilton en Ghatala, 1994:188). Verklarende kennis word verwerf deur met verskillende probleme te werk, terwyl prosedurekennis uit die vaardighede bestaan wat benodig word om 'n probleem op te los. Voorwaardekennis is volgens Schunk (2000:82) die vermoë van die leerder om te bepaal wanneer om verklarende en prosedurekennis toe te pas en waarom hierdie kennis

noodsaaklik is. Die volgende voorbeeld illustreer die verskil tussen verklarende, prosedure- en voorwaardekennis :

Vraag : Oom Jan is 'n appelboer en het 54 rye appelbome met 23 appelbome in elke ry. Hoeveel appelbome het Oom Jan?

Verklarende kennis

Die leerders begryp die probleem nadat die probleem deur die fasiliteerder verduidelik is, en weet watter bewerkings uitgevoer behoort te word ten einde die probleem op te los.

Prosedure-kennis

Die leerder het die tegniek aangeleer om met 'n twee syfergetal te kan vermenigvuldig en behoort die vaardigheid te kan toepas ten einde die antwoord te kry.

Voorwaardekennis

Voorwaardekennis impliseer dat die leerder weet dat vermenigvuldiging of herhaalde optel toegepas behoort te word.

In die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaringsdokument (DOE, 2002:6) word wiskundekennis wat leerders behoort te verwerf in die vorm van die volgende leeruitkomst gestel :

- Getalle, bewerkings en verwantskappe

Die leerder is in staat om getalle en hul verwantskappe te herken, beskryf en voor te stel, en om tydens probleemoplossing bevoeg en met selfvertroue te tel, te skat, te bereken en te kontroleer.

- Patrone, funksies en algebra

Die leerder is in staat om patrone en verwantskappe te herken, te beskryf en voor te stel en probleme op te los deur algebraïese taal en vaardighede te gebruik.

- Ruimte en vorms (meetkunde)

Die leerder is in staat om eienskappe van en verwantskappe tussen tweedimensionele vorms en driedimensionele voorwerpe in 'n verskeidenheid ruimtes en posisies te beskryf en voor te stel.

- Meting

Die leerder is in staat om gepaste meeteenhede, meetinstrumente en formules in 'n verskeidenheid kontekste te gebruik.

- Datahantering.

Die leerder is in staat om data te versamel, te organiseer, voor te stel en krities te ontleed om gevolgtrekkings en voorspellings te maak en om toevallige variasies te interpreteer en te bepaal. (DOE, 2002:6).

Hierdie leeruitkomste is gebaseer op kritieke en ontwikkelingsuitkomste wat vir alle onderwys en opleiding in Suid-Afrika gestel is. Vir die doel van hierdie ondersoek word gekonsentreer op die kritieke uitkomste aangesien dit direk verband hou met probleemoplossing.

Die kritieke uitkomste stel leerders wat tot die volgende in staat sal wees, in die vooruitsig :

- identifiseer en los probleme op en neem besluite deur kritiese denke;
- werk doeltreffend saam met ander as lede van 'n span, groep, organisasie en gemeenskap;
- organiseer en bestuur hulself en hul aktiwiteite verantwoordelik en doeltreffend;
- versamel, ontleed en organiseer inligting en evalueer dit krities;
- kommunikeer doeltreffend deur middel van visuele, simboliese en/of taalvaardighede in verskillende vorme;
- gebruik wetenskap en tegnologie doeltreffend en krities deur verantwoordelikheid teenoor die omgewing en die gesindheid van ander te toon; en
- begryp dat die wêreld 'n stel verwante stelsels is waarin probleme nie in isolasie opgelos word nie. (DOE, 2002:6).

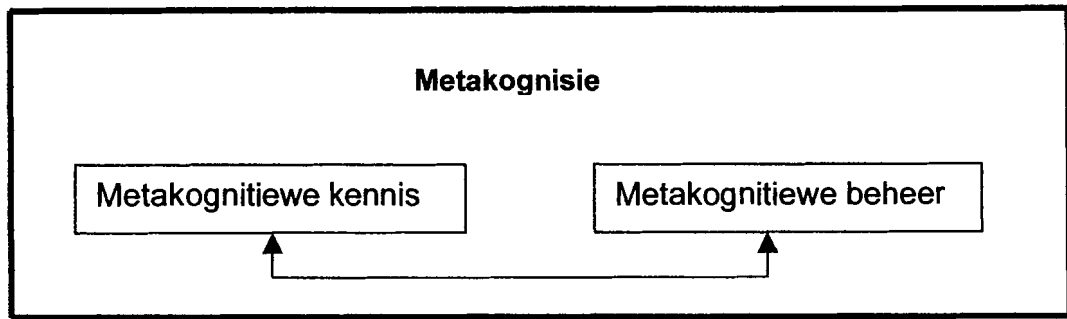
Wiskundekennis en –vaardighede kan nie geskei word nie en daarom behoort wiskundevaardighede aan die leerders onderrig te word ten einde die wiskundekennis hul eie te kan maak. Wiskundevaardighede wat onderrig behoort te word, sluit onder andere in :

- *Voorstelling en interpretasie* wat plaasvind wanneer die leerders uiting gee aan die vaardighede en kennis wat verwerf is. Tydens 'n aktiwiteit waar die leerders 'n grafiek teken en afleidings maak van ingesamelde inligting, vind voorstelling en interpretasie plaas.
- *Skatting en berekening* is vaardighede wat die leerders bemeester tydens die verwerwing van getalbegrip soos wanneer die aantal boontjies in 'n botteltjie geskat en daarna getel word.
- *Redenering en kommunikasie* van wiskunde-idees en menings behoort deur die leerders en fasiliteerders plaas te vind. Die leerders behoort aangemoedig te word om hul wiskunde-idees en menings uit te spreek.
- *Die opstel van probleme* lei die leerders om uiting te gee aan die vaardighede en kennis wat verwerf is. Die leerders word dus gelei om self probleme op te stel.
- *Probleemoplossing en -ondersoek* dui op die aksies waartydens die leerders aktief by die oplos van probleme betrokke is (DOE, 2002:4).

2.2.4.2 Metakognisie

2.2.4.2.1 Begripsomskrywing

Metakognisie bestaan uit twee basiese komponente, naamlik metakognitiewe kennis en metakognitiewe beheer (sien figuur 2.4), wat interaktief funksioneer ten einde leer te verseker (Ertmer & Newby, 1996:6). Deur metakognisie, as deel van probleemoplossing, word die leerders bewus van die denkprosesse wat plaasvind, en wanneer die leerders se metakognitiewe vaardighede verbeter, word leer positief beïnvloed (Gama, 2000).



Figuur 2.4 Komponente van metakognisie

Ertmer en Newby (1996:6-7) dui aan dat metakognitiewe kennis die verstaan van die probleem, die vaardighede en vermoëns van die leerder asook verbande tussen die komponente insluit, terwyl metakognitiewe beheer fokus op die toepassing van hierdie kennis. Alhoewel metakognitiewe beheer en metakognitiewe kennis in figuur 2.4 as afsonderlike komponente uitgebeeld word, kan die een nie sonder die ander funksioneer nie.

Die rol wat metakognisie speel tydens die leer van wiskunde (Silver, 1985:10 ; Flavell, 1985:104 ; Stavast, 1991:183), en die invloed daarvan op die onderrig en leer van wiskunde word verder geïllustreer aan die hand van die volgende voorbeeld :

Voorbeeld van metakognisie en probleemoplossing

'n Dogter het 3 bloese en 2 rompe. Hoeveel verskillende kombinasies kan sy aantrek? Verduidelik hoe jy by elke kombinasie uitgekome het.

Tydens die oplos van hierdie en soortgelyke probleme word die leerders aangemoedig om hul denke te verwoord.

Die leerders word gelei om te dink oor die wyse waarop gedink word (metakognisie) tydens die oplos van probleme. Denke oor eie denke word by die leerders bevorder deur die leerders aan te moedig om hul handelinge te

verwoord tydens probleemoplossing. Verder word daar ook klem gelê op die verduidelikings van die leerders ten opsigte van die wyse waarop opgetree is en wat uiteindelik die uitkomst van hul optrede was.

2.2.4.2.2 Metakognitiewe kennis

Metakognitiewe kennis sluit al daardie kennis in wat die leerder verwerf binne die wêreld waarin hy leef. Alle menslike handeling, gedagtes, gevoelens en ervarings word hierby ingesluit, tesame met begrip vir die probleem wat opgelos moet word (Stavast, 1991:189).

Volgens Ertmer & Newby (1996:7-8) is leerders op soek na die volgende metakognitiewe kennis :

- Kennis van hulself

Die leerder wil bepaal wat sy/haar sterkpunte is en wanneer leer die beste plaasvind, in die strewe na suksesvolle leer (sien § 2.3.4).

- Kennis oor die leertaak

Hierdeur probeer die leerder bepaal wat van hom/haar verwag word ten einde sukses te kan behaal (sien § 2.2.4.1).

- Kennis van 'n verskeidenheid strategieë

Die leerder bepaal watter strategie die beste sal wees om te gebruik vir die spesifieke probleem wat opgelos wil word (sien § 2.2.4.3).

- Kennis oor die leerinhoud

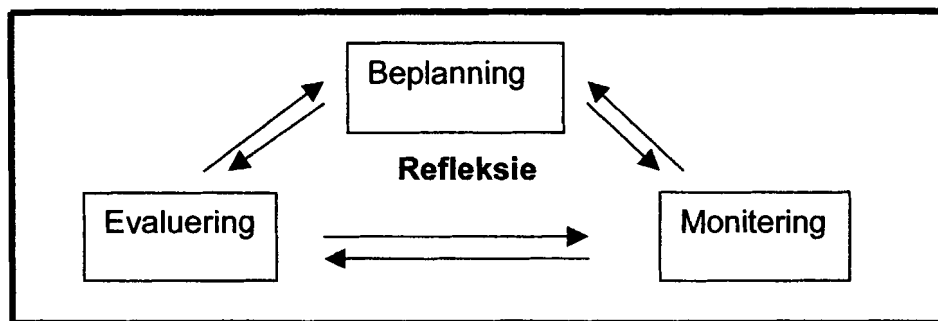
Tydens hierdie soeke poog die leerder om soveel moontlik uit te vind oor die onderwerp wat tans behandel word.

Volgens Hamilton & Ghatala (1994:189) behoort die leerders bewus gemaak te word van die noodsaaklikheid van metakognitiewe kennis tydens die onderrig van probleemoplossing.

2.2.4.2.3 Metakognitiewe beheer

Tydens metakognitiewe beheer vind beplanning, monitering en evaluering interaktief plaas.

Hierdie proses kan soos volg voorgestel word :



Figuur 2.5 Komponente van metakognitiewe beheer

Voordat die leerders 'n probleem aanpak, behoort bepaal te word wat tydens die oplossing van die probleem verwag word en watter aangeleerde vaardighede en kennis deur die leerders toegepas behoort te word. So *beplan* die leerders vir die probleem wat opgelos moet word. Tydens *monitering* is die leerders bewus van die probleem waarmee hulle tans besig is en word daar ook gefokus op wat volgende gaan gebeur. Die leerders bepaal gedurende die *evaluering*sfase die sukses van die wyse waarop die probleem opgelos is (Ertmer & Newby, 1996:11-14).

Die proses van refleksie behoort volgens Gama (2000) 'n rol te speel tydens metakognitiewe beheer en stel die leerders in staat om metakognitiewe kennis te gebruik tydens beplanning, monitering en evaluering.

Leerders behoort aktief betrokke te wees en behoort bewus te wees van hul eie leer wat plaasvind, en hulle behoort te praat oor die oplos van 'n probleem – ook wanneer die leerders nie suksesvol was nie (Schoenfeld, 1987:43). Gama (2000) beklemtoon die feit dat die leerders behoort terug te kyk na die probleem wat opgelos is en die wyse waarop dit gedoen is ten einde die

geslaagdheid daarvan te kan assesser en veranderinge aan die plan aan te bring in 'n verdere poging om die probleem op te los (sien figuur 2.6). Wanneer die leerders gelei word om te dink en te vertel hoe daar te werk gegaan is om 'n probleem op te los, vind metakognisie plaas en is die leerders bewus van die invloed van metakognisie tydens leer (Pintrich & Schunk, 1996:81).

2.2.4.3 Leerstrategieë

2.2.4.3.1 Begripsomskrywing

Volgens Schunk (2000:382) is leerstrategieë kognitief-georiënteerde planne waarvolgens gewerk word ten einde 'n doel te bereik, byvoorbeeld die oplossing van 'n probleem (sien § 2.2.4.3). Hierby is verskillende strategieë ingesluit wat 'n integrale deel vorm van leer, aangesien die leerders so meer beheer het oor die inligtingverwerking wat plaasvind (sien figuur 2.2).

Leerstrategieë hou verband met die gedrag en gedagtes van die leerders wat 'n direkte invloed het op die leer wat plaasvind (Anthony, 1996:23). Die implementering en gebruik van leerstrategieë kan slegs suksesvol wees indien die leerders die doel daarvan insien en waarde heg aan die gebruik van strategieë (Schunk, 2000:390).

2.2.4.3.2 Verskillende soorte leerstrategieë

Kognitiewe, metakognitiewe en affektiewe leerstrategieë word gebruik tydens die leer van wiskunde.

Kognitiewe leerstrategieë bestaan uit herhalingstrategieë, verwerking strategieë, organisatoriese strategieë en probleemoplossingstrategieë (Van de Walle, 2004:55-56) :

Herhalingsstrategieë sluit in die herlees van notas en aantekeninge, hersieningsoefeninge, uitskryf van formules en aantekeninge en die doen van oefeninge waartydens prosedures ingeoefen word.

Verwerkingstrategieë fokus op die inskakeling van voorkennis by nuwe leerinhoud en denkvoorstellings van leerinhoud. Leerders vergelyk hul werkverrigting met die werk in die handboek, vraagstelling asook selfondervraging en selfverduidelikings.

Organisatoriese strategieë word toegepas wanneer die leerders hul skrifte organiseer asook opsommings en aantekeninge maak (Anthony, 1996:36).

Volgens Van de Walle (2004:55-56) bestaan *probleemoplossingstrategieë* uit strategieë vir die verstaan van 'n probleem, soos die teken van prentjies, die bou van 'n fisiese model en dramatisering van die probleem (sien § 3.3.3.1), asook strategieë vir die oplos van 'n probleem. Die leerders kan van strategieë gebruik maak soos die trek van tabelle en terug-kyk op 'n probleem wat opgelos is. Probleemoplossingstrategieë word vasgelê by die leerders deur die voorbeeld van die fasiliteerder en ander persone (Van de Walle, 2004:56).

Metakognitiewe leerstrategieë bestaan uit onder andere 'n oorsig van die werk wat geleer behoort te word, beplanning ten opsigte van die tyd wat beskikbaar is vir leer, 'n voorspelling van die resultate wat behaal wil word, identifisering van die probleem, refleksie, selfmonitering, evaluering van produktiwiteit, self-evaluering en hersiening (Anthony, 1996:36-37).

Volgens Cangelosi (2003:417) kan *affektiewe leerstrategieë* omskryf word as die skep van 'n bepaalde houding teenoor wiskunde by die leerders. Die fasiliteerder behoort die leerders hierin te lei. Affektiewe leer impliseer verder dat die leerders waardering vir die inhoud en belangrikheid van wiskunde verwerf, asook 'n waaghouding en bereidheid om onbekende probleme op te los (Cangelosi, 2003:168).

2.2.4.3.3 Aanleer en gebruik van leerstrategieë

Volgens Snowman (1993:276) kan die volgende stappe gebruik word in die aanleer van 'n leerstrategie :

- Analise Deur van leervaardighede gebruik te maak identifiseer die leerder die leerdoel asook belangrike aspekte van die probleem wat nodig is tydens die oplossing van die probleem.
- Beplanning Die plan word geformuleer.
- Implementering Die strategie word toegepas ten einde leer te bewerkstellig.
- Monitering Assesseer die vordering ten einde te bepaal of die strategie suksesvol is.
- Modifisering Gaan voort indien die strategie suksesvol is en bring veranderinge aan indien nodig.

Metakognitiewe kennis (sien § 2.2.4.2.2) word toegepas in die uitvoering van die stappe.

Pintrich en Schunk (1996:181-182) wys daarop dat die fasiliteerder 'n verantwoordelikheid het teenoor die leerders tydens die bemeestering van leerstrategieë. Fasiliteerders behoort die volgende in gedagte te hou :

- Die leerders moet gewys word op die belangrikheid van die leerinhoud wat onderrig word, en dat die inhoud bemeester kan word.
- Die leerders moet gewys word op die belangrikheid van selfontdekking en die uiteindelijke bemeestering van leerstrategieë en dat hulle leer daardeur bevorder kan word. Tydens selfontdekking begelei die fasiliteerder die leerders ten einde self tot die ontdekking van leerstrategieë te kom. Wanneer die leerders 'n probleem ontvang waartydens die sakgeld van elke leerder in die groep aangeteken word

vir latere uitvoering van bewerkings, sal sekere leerders 'n tabel teken terwyl ander 'n lys sal opstel waarop die inligting aangedui word.

- Daar moet aan die leerders verduidelik word dat daar gewerk word na 'n uitkoms wat bereik wil word deur van leerstrategieë gebruik te maak. Die leerders kan probleme ontvang waartydens die inoefening van 'n spesifieke leerstrategie (soos die teken van prentjies) as deel van probleemoplossing ingeoefen word. Deur herhaalde gebruik van 'n spesifieke leerstrategie behoort die strategie by die leerders vasgelê te word.

Anthony (1996:25-31) verwys na redes waarom leerders probleme ondervind om leerstrategieë wat aangeleer is, toe te pas. Die leerders vind dit soms moeilik om te bepaal wanneer watter strategie gebruik behoort te word. Onvoldoende kennis van leerstrategieë asook die verkeerde toepassing van leerstrategieë dra verder daartoe by dat leerders leerstrategieë moeilik bemeester. Volgens Anthony (1996:30) kies die leerders soms om nie die leerstrategie op te roep en te gebruik nie.

2.2.4.4 Take en opdragte in wiskunde

Tydens die leer van wiskunde is die leerders besig met die uitvoer van verskillende take. Volgens Van de Walle (2004:38) sluit take enige opdragte/probleme in wat aan die leerders gestel word met die veronderstelling dat daar geen voorgeskrewe oplossing is nie (sien § 2.2.4.4).

Die keuse en die ontwerp van 'n taak behoort effektief gedoen te word, sodat die leerders sal baat vind by die uitvoering van die taak (Van de Walle, 2004:48-49). Take wat positief bydra tot die leer van wiskunde behoort die volgende kenmerke te vertoon :

- die taak behoort aansluiting te vind by die bestaande kennis van die leerders;
- die probleem wat in die taak gestel word behoort te fokus op die inhoude wat met die leerders behandel gaan word; en
- die leerders behoort na die uitvoering van die take geleentheid te kry om hul oplossings aan die ander leerders te verduidelik (Van de Walle, 2004:38).

Verskeie bronne kan deur die fasiliteerder gebruik word tydens die keuse van 'n geskikte taak en volgens Van de Walle (2004:52) kan die fasiliteerder op hierdie wyse 'n eie versameling opbou deur voorbeelde uit handboeke, kinderlektuur en tydskrifte te versamel.

Die volgende is 'n voorbeeld van 'n probleem oor geld vir graad 4-leerders :

Opdrag :

Vergelyk die pryse van enige 10 produkte deur na 3 verskillende supermarkte te gaan en die produkte se pryse neer te skryf.

Voltooi nou die volgende tabel en beantwoord dan die vrae wat volg :

PRODUK	WINKEL 1	WINKEL 2	WINKEL 3

1. Trek 'n sirkel om die laagste prys van elke produk.
2. Kleur die hoogste prys van elke produk rooi in.
3. Watter winkel is volgens jou die goedkoopste om by te koop?
4. Watter winkel dink jy is die duurste? Waarom dink jy so?

2.3 PROBLEEMOPLOSSING IN WISKUNDE

2.3.1 BEGRIPSOMSKRYWING

Volgens Schunk (2000:19) en Van de Walle (2004:38) verwys probleemoplossing na 'n persoon se pogings om 'n probleem op te los, waarvoor daar geen voor die hand liggende of voorgeskrewe oplossing is nie. Probleemoplossing is 'n vaardigheid wat die leerders behoort te bemeester.

Vir die leerders kan die oplos van probleme (veral in groepsverband) 'n uitdagende en genotvolle aktiwiteit wees. Daar behoort gewaak te word teen probleme wat te moeilik is vir die leerders aangesien hul geesdrif daardeur gedemp kan word. Dit is belowend om die leerders se reaksies dop te hou wanneer nuwe vaardighede (byvoorbeeld die uitvoer van vermenigvuldiging met twee-syfergetalle wat vroeër op 'n omslagtige wyse gedoen is) toegepas kan word tydens die oplos van probleme.

Probleemoplossing is volgens Van de Walle (2004:1) die fokuspunt in die onderrig en leer van wiskunde. Wiskundekonsepte kan deur middel van probleemoplossing by die leerders vasgelê word en die NCTM (2000:52) stel dat nuwe wiskundekennis veral deur probleemoplossing gebou en vasgelê behoort te word.

Tydens probleemoplossing kan die fasiliteerder gebruik maak van roetine- en nie-roetineprobleme.

Roetineprobleem

Kabous kry elke maand R20,00 sakgeld en hy het al 8 maande gespaar.
Hoeveel geld het hy al gespaar?

Vir die uitvoering van bogenoemde probleem behoort die leerder slegs gebruik te maak van prosedurekennis (sien § 2.2.4.1).

'n Nie-roetineprobleem bied meer uitdagings aan die leerders. Daar is dikwels verskillende wyses waarop die probleem aangepak en uiteindelik opgelos kan word.

Nie-roetineprobleem

90 stoele word vir 'n troue gerangskik rondom 20 tafels wat ewe groot is. Hoeveel stoele kan by elke tafel geplaas word?

2.3.2 MODELLE VIR PROBLEEMOPLOSSING

Die meeste modelle vir probleemoplossing is hoofsaaklik gebaseer op die model van Polya (Polya, 1973:xvi-xvii) :

1. *Verstaan die probleem*

Die leerder bepaal wat in die probleem gevra word en wat van hom/haar verwag word. Dit is vir die leerder verder nodig om te bepaal watter inligting bekend is en watter inligting versamel behoort te word ten einde die probleem te kan oplos (sien § 3.3.3.1).

2. *Ontwerp 'n plan*

Tydens die ontwerp van 'n plan om die probleem op te los kan die leerder van strategieë soos die volgende gebruik maak : teken 'n prentjie, identifiseer 'n patroon, stel 'n tabel of diagram op, skryf 'n vergelyking, gebruik 'n agteruit werksmetode of identifiseer 'n subdoel (sien § 3.3.3.2).

3. *Voer die plan uit*

Die plan word uitgevoer soos beplan en ontwerp in stap 2, en daar behoort noukeurig deur die leerder rekord gehou te word van die resultate (sien § 3.3.3.3).

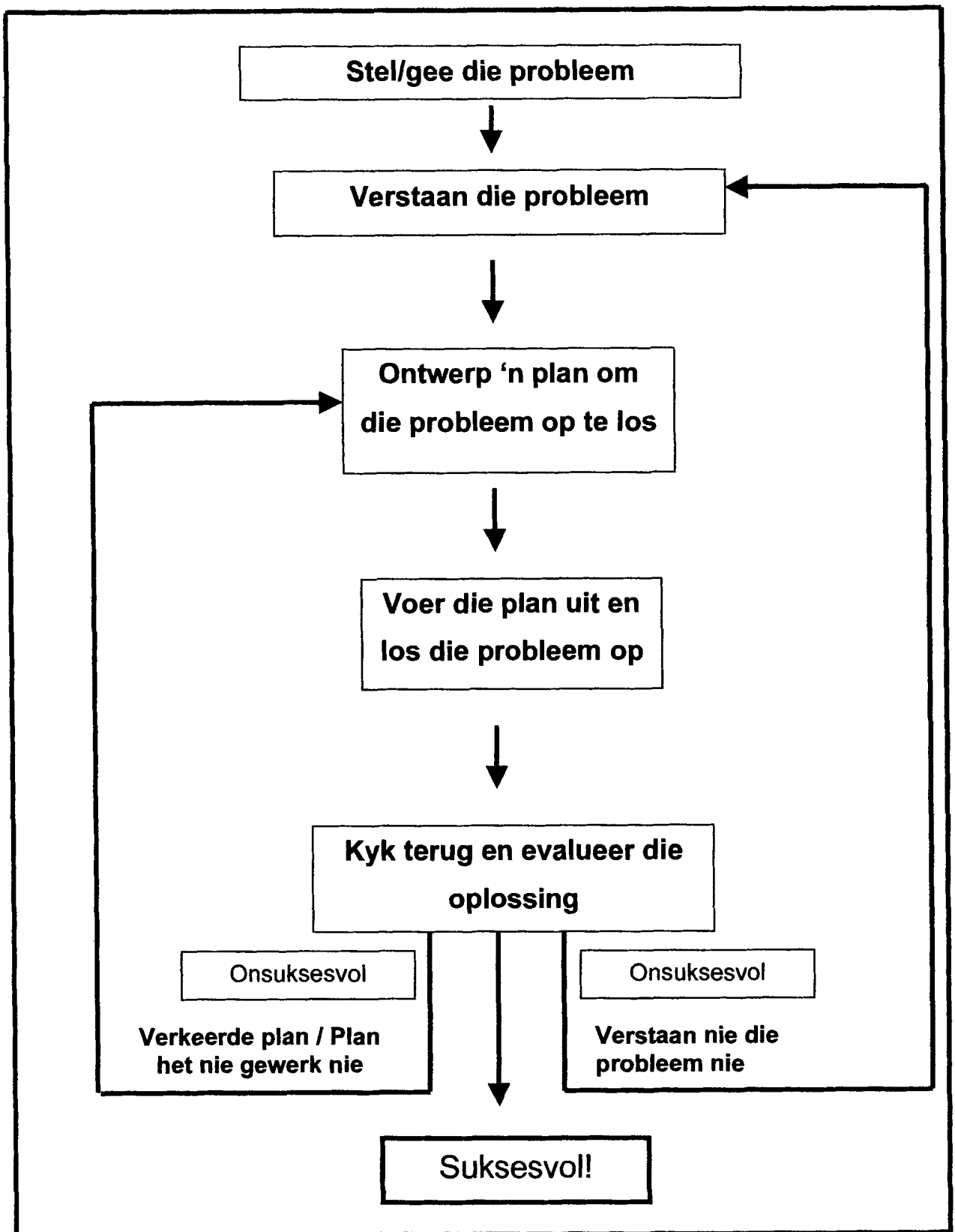
4. Kyk terug (Refleksie)

Die resultate ná die uitvoering van die plan word bestudeer om vas te stel of die probleem opgelos is. Indien nodig behoort die plan aangepas te word. Stappe 2 en 3 behoort herhaal te word totdat die probleem opgelos is of die gewenste resultate verkry is (sien § 3.3.3.4).

Adamovic en Hedden (1997:22) se model vir probleemoplossing is 'n uitbreiding op die van Polya. Volgens hierdie model kan probleme opgelos word deur die volgende stappe te volg :

- | | | |
|--|---|-----------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• Lees die probleem noukeurig deur.• Skryf al die inligting van die probleem neer.• Skryf die onbekendes neer asook wat gevra word. |  | Verstaan die probleem |
| <ul style="list-style-type: none">• Soek na die regte vergelyking wat gebruik behoort te word, en skryf die vergelyking neer.• Herskryf die vergelyking en vul die korrekte getalle in. |  | Ontwerp 'n plan |
| <ul style="list-style-type: none">• Herskryf die vergelyking en vul die korrekte getalle in. |  | Voer die plan uit |
| <ul style="list-style-type: none">• Gee die antwoord soos gevra. |  | Refleksie / Terugkyk |

Uit die voorafgaande kan 'n model vir probleemoplossing soos volg voorgestel word :



Figuur 2.6 Skematiese voorstelling van 'n model vir probleemoplossing.

2.3.3 DIE ROL VAN PROBLEEMOPLOSSING IN DIE LEER VAN WISKUNDE

Probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde is sinoniem (Wilson, 1993:26 ; Garbers, 1996:195 ; Mikusa, 1998:20). Die NCTM (2000:50) stel dat probleemoplossing die primêre doel in die onderrig en leer van wiskunde behoort te wees en dat elke leerder die geleentheid behoort te kry om probleemoplossing in diepte te leer en te verstaan. Volgens Van de Walle (2004:36) kan wiskundekonsepte en –prosedures die beste onderrig word deur probleemoplossing.

Die bevordering van die leerders se wiskundedenke en –strategieë impliseer dat die leerders geleë word om wiskundekennis en –vaardighede (sien § 2.2.4.1) in verskillende situasies toepas (Schoenfeld, 1992:235). Volgens die HNKV is die identifisering en oplossing van probleme, asook die vestiging van die besef by die leerders dat probleme nie in isolasie voorkom nie, deel van die leeruitkomste van uitkomsgebaseerde onderwys (DOE, 2002:1).

Strauss en Fourie (1998:44) is verder van mening dat die leer van wiskunde deur probleemoplossing nie behoort te fokus op die bemeestering van bepaalde leerinhoudes nie, maar op die oplos en bemeestering van probleme wat buite die skoolwiskunde kurrikulum val. Die uiteindelijke doel van die leer van wiskunde deur middel van probleemoplossing is dat die leerders toegerus word om probleme in die toekoms te kan oplos (Schoenfeld, 1992:336). Die leerders bemeester wiskundebegrippe terwyl probleme opgelos word, en ontwikkel vaardighede en strategieë wat nie net in die klaskamer toegepas word nie, maar wat die leerders in staat stel om as toegeruste volwassenes die wêreld in te gaan.

Polya (1973:xvi-xvii) beskryf die rol wat metakognisie (sien § 2.2.4.2) speel tydens probleemoplossing soos volg :

Voordat daar begin word met die probleem behoort die leerders te verstaan wat in die probleem gevra word. Leerders kan hulself vrae soos die volgende vra : Wat word gevra? Wat is bekend en wat is onbekend?

Die leerders ontwerp 'n plan deur te besluit op watter wyse die probleem opgelos kan word. Die leerders kan hul denke rig met vrae soos die volgende : Waar kan ek begin met die probleem? Watter bewerking behoort ek uit te voer?

Die plan word uitgevoer. Indien die vraag nie verstaan word nie of die plan nie suksesvol uitgevoer is nie, behoort die vraag weer gelees te word. Die leerders behoort te voel dat hulle in beheer van hul denke en aksies is. Vrae soos die volgende kan daartoe bydra : Verstaan ek die vraag? Behoort ek die vraag weer te lees om seker te maak dat ek verstaan? Kan hierdie bewerking wat ek uitvoer 'n antwoord op die vraag lewer?

Refleksie of terug kyk vind plaas wanneer die probleem afgehandel is en daar word veral gefokus op die vaardighede wat gebruik is en die denkprosesse wat plaasgevind het. Met vrae soos die volgende kan die leerders terugkyk op die probleem wat uitgevoer is : Wat is in die probleem gevra? Wat het ek bereken? Is die antwoord 'n oplossing vir die probleem?

2.3.4 DIE INGESTELDHEID VAN DIE FASILITEERDER EN LEERDERS TEN OPSIGTE VAN PROBLEEMOPLOSSING

Strauss en Fourie (1998:44) en McLeod (1993:761) dui aan dat die houdings van die leerders teenoor probleemoplossing van deurslaggewende belang is, en die verantwoordelikheid rus op die skouers van die fasiliteerder ten einde die leerders so te motiveer en aan te moedig dat 'n positiewe houding teenoor probleemoplossing ontwikkel word.

'n Negatiewe houding teenoor probleemoplossing ontstaan volgens Strauss en Fourie (1998:47) dikwels as gevolg van leerders wat nie aktief by probleemoplossing betrek word nie. Die rede hiervoor kan wees dat die fasiliteerders nie gemotiveerd is ten opsigte van die uitdagings wat die onderrig van probleemoplossing stel nie (Cangelosi, 2003:158-159).

Die leerders kan gelei word om die verwantskappe in te sien en konseptualisering van sommige leerinhoud te doen. Op hierdie wyse behoort die leerders formules en ander leerinhoud veel makliker te herroep (sien figuur 2.3), wat 'n positiewe gesindheid ten opsigte van die vak tot gevolg behoort te hê. Schoenfeld (1992:334) is van mening dat 'n positiewe ingesteldheid teenoor wiskunde bevorder behoort te word, ten einde van die leerders selfstandige probleemoplossers te maak. Truter (2003:121) sluit hierby aan en beklemtoon dat die leerders op sodanige wyse aan probleme bekend gestel behoort te word dat probleme gesien word as 'n uitdaging en nie as 'n struikelblok nie. Dit is belangrik om in gedagte te hou dat die houding van die leerders teenoor die vak ook gewilligheid van deelname en die waardering vir wiskunde beïnvloed (McLeod, 1993:762 ; Cangelosi, 2003:269).

Wanneer die leerders bekend gestel word aan 'n probleem, behoort die fasiliteerder te kenne te gee dat die oplossing vir die fasiliteerder onbekend is. McLeod (1993:761) en Lester (2000:10) dui aan dat die leerders van mening is dat daar net een van twee maniere is om 'n probleem op te los, en dit is deur 'n stel ingewikkelde reëls toe te pas of die metode van die fasiliteerder te gebruik. Die leerders behoort gelei te word in die ontdekking en uitdrukking gee van hul eie idees. Verder behoort daar meer op die verstaan van die probleem as op die oplossing gefokus te word. Die leerders behoort te alle tye gemotiveer te word om te soek na die oplossing – selfs wanneer die proses oor enkele dae strek. Daardeur kan 'n positiewe houding teenoor probleemoplossing en uiteindelik wiskunde geskep word (Lester, 2000:11).

2.4 SAMEVATTING

In hierdie hoofstuk is gefokus op die leer van skoolwiskunde en probleemoplossing as deel van die onderrig en leer van wiskunde.

Die verskillende benaderings tot die leer van skoolwiskunde is bespreek, asook die faktore wat 'n invloed het op leer. Hieruit het die belangrike rol van metakognisie asook die leerders se bewustheid van hul metakognitiewe kennis en –beheer na vore gekom. Die belangrikheid van leerstrategieë tydens leer is van nader bekyk, asook metodes vir die onderrig en aanleer daarvan.

Probleemoplossing is bespreek en daar is verwys na verskillende modelle vir probleemoplossing, na die belangrikheid van probleemoplossing in die leer van wiskunde asook na die verskillende rolle van die leerders en die fasiliteerder tydens probleemoplossing.

In die volgende hoofstuk word aandag gegee aan die onderrig van probleemoplossing in graad 4. Die fokus is op beplanning vir die onderrig van probleemoplossing sodat die leerders gelei kan word tot die ontwikkeling van 'n model vir probleemoplossing. Die implementering van die model word in hoofstuk 4 bespreek.

HOOFSTUK 3 : ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING IN SKOOLWISKUNDE

3.1 INLEIDING

Die verband tussen probleemoplossing en die leer van wiskunde is beredeneer in hoofstuk 2. Probleemoplossing is nie net een van die kritieke uitkomst van uitkomsgebaseerde onderwys nie maar ook een van die wiskundevaardighede (DOE, 2002:4) wat die leerders behoort te bemeester (sien § 2.2.3.3).

Die fasiliteerder speel 'n belangrike rol tydens die onderrig van probleemoplossing in wiskunde en behoort toe te sien dat die leerders aktief deelneem aan die leergebeure. Leergebeure behoort kreatief en innoverend aangebied te word en op so 'n wyse dat die leer van wiskunde deur probleemoplossing positief bevorder kan word (Botha, 1999:63). Smith (2000:378) sluit hierby aan en beklemtoon dat die onderrig van probleemoplossing deur begripsvorming gekenmerk behoort te word, en volgens Cangelosi (2003:138) kan die onderrig van probleemoplossing slegs betekenisvol wees indien die leerders die belangrikheid daarvan insien en die leerinhoud kan toepas.

3.2 BEGRIPSOMSKRYWING: ONDERRIG

Voordat die onderrig van probleemoplossing bespreek word, is dit nodig om die begrip onderrig te omskryf.

'n Langtermyn-doelwit van onderrig behoort te wees om die leerders te lei ten opsigte van die leerproses (hoe om te leer). Fasiliteerders behoort daarna te streef om die leerders tydens onderrig te betrek by aktiwiteite waartydens die leerders aktief besig is met kognitiewe opdragte. Op dié wyse kan leerders

toegerus word om te groei in die verwerwing van verskillende leerstrategieë en sodoende te ontwikkel in beter leerders (Joyce *et al.*, 2000:6-7).

Tydens onderrig verwerf die leerders vaardighede en strategieë en word die leerders aan die hand van gestelde riglyne gelei om te leer (Good, 1995:552). 'n Verandering in die handeling van die leerders vind ook plaas. Volgens Schunk (2000:26) speel verskeie faktore, soos die waarde van die leerinhoud, positiewe verwagtinge en selfgereguleerdheid van die leerders 'n rol tydens onderrig. Volgens die NCTM (aangehaal deur Cangelosi (2003:143) & Van de Walle (2004:3)) vereis die effektiewe onderrig van wiskunde beide begrip van wat die leerders weet en behoort te leer (sien § 2.2.4.1). Uitdagings in die vorm van die gee van lewenswerklike probleme en ondersteuning aan leerders tydens probleemoplossing behoort aan die leerders gebied te word sodat leer kan plaasvind.

3.3 BEPLANNING VIR DIE ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING

3.3.1 INLEIDING

Volgens Schroeder en Lester (1989:32) kan wiskunde-inhoud aangeleer word deur probleemoplossing en tydens die oplos van 'n probleem behoort die leerders die vaardighede te ontwikkel wat benodig word. Aangesien die leerders nie noodwendig van nature probleemoplossers is nie en probleemoplossingsvaardighede baie stadig ontwikkel (McCormick, Miller & Pressley, 1989:4), behoort probleemoplossing aan die leerders onderrig te word.

Die onderrig van probleemoplossing behoort aan die hand van 'n deeglik beplande probleemgebaseerde les plaas te vind (Van de Walle, 2004:81). Aangesien elke klas verskil en die leerders se

onderrigbehoefte ook verskil, behoort fasiliteerders deeglike beplanning te doen van elke les wat aangebied word.

3.3.2 'N PROBLEEMGEBASEERDE WISKUNDELES

Die ontwikkeling van 'n probleemgebaseerde les (sien figuur 3.1) bestaan uit die volgende afdelings :

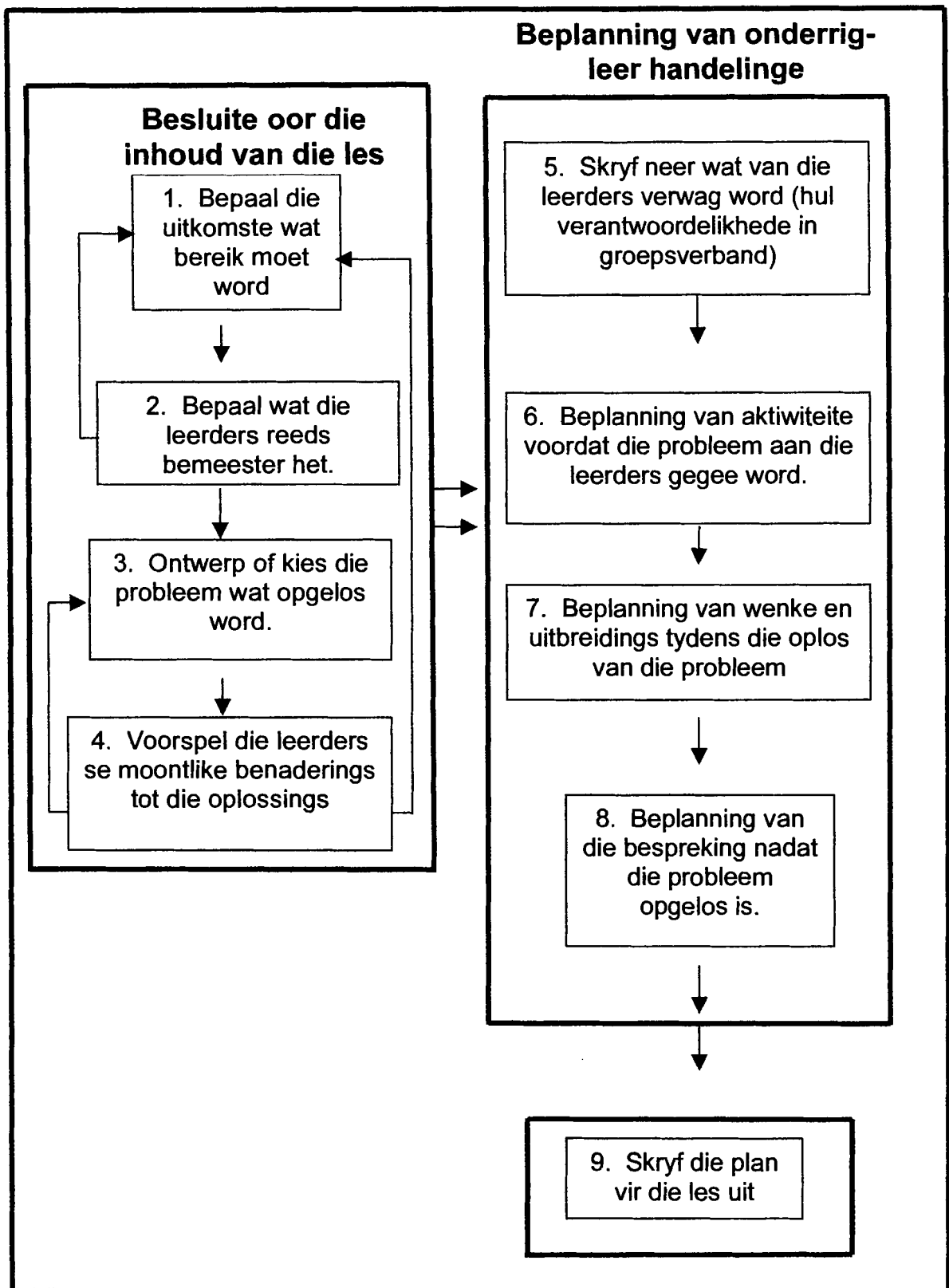
3.3.2.1 Besluitneming oor die leerinhoude van die les

Tydens die besluitneming oor die onderwerp en inhoud van die les behoort die fasiliteerder aandag te gee aan die uitkomste wat bereik moet word tydens die les. Die uitkomste hou verband met die inhoude wat die leerders reeds bemeester het. Die fasiliteerder behoort die uitkomste so te kies dat die leerders se huidige kennis deur die les uitgebrei kan word. Vervolgens word 'n probleem deur die fasiliteerder gekies vir die les (sien § 2.2.4.4). Die besluitneming oor die les word afgesluit deurdat die fasiliteer probeer bepaal wat die leerders se moontlike benaderings tot die probleem kan wees. Deur hierdie vooruitskouing kan die fasiliteerder dan die onderrighandeling so beplan dat die uitkomste vir die les bereik behoort te word.

3.3.2.2 Bepanning van die onderrig-leer handeling

Die fasiliteerder behoort duidelike riglyne aan die leerders te gee ten opsigte van die pligte en verantwoordelikhede van die leerders in die groep (sien § 3.4.2). Die fasiliteerder behoort voor die aanvang van die les aandag te gee aan die beplanning van die aktiwiteite waarby die leerders betrek gaan word. Die aktiwiteite behoort so beplan te word dat die gestelde leeruitkomste bereik word. Tydens die oplos van die probleem behoort die fasiliteerder voorbereid te wees vir uitbreidings op die probleem veral met die oog op die stimulering van leerders wat die vaardighede vinnig bemeester. Nadat die probleem opgelos is, kan die fasiliteerder en die leerders die probleem bespreek en terugvoer gee oor wat in die groepe bespreek is.

Figuur 3.1 is 'n skematiese voorstelling van die beplanning vir 'n probleemgebaseerde les wat beide die besluite oor die inhoud en die beplanning van die onderrig-leer handeling insluit.



Figuur 3.1 Stappe in die beplanning van 'n probleemgebaseerde les
(Van de Walle, 2004:82)

3.3.3 ONTWIKKELING VAN 'N PROBLEEMOPLOSSINGS-MODEL VIR LEERDERS

Tydens die oplos van 'n probleem (sien figuur 3.1, stappe 7 en 8) kan die leerders soos volg gelei word om 'n model vir probleemoplossing te ontdek :

Voorbeeld van 'n probleem

Die graad 4-leerders van Laerskool Dinamika gaan op 'n uitstappie na 'n melkplaas. 'n Groot bus kan 54 leerders vervoer. Hoeveel busse sal nodig wees om die 168 leerders en die 4 onderwyseresse te vervoer? Kan die skool se bussie wat 11 persone kan vervoer, nuttig gebruik word?

Die volgende stappe is handig tydens die ontwikkeling van 'n model vir probleemoplossing : lees en verstaan die probleem, beraam 'n plan om die probleem op te los, voer die plan uit en kyk terug om te bepaal of die probleem opgelos is (Polya, 1973:xvi-xvii, sien § 2.3.2).

3.3.3.1 Lees en verstaan die probleem

Volgens Kersch en McDonald (1991:39) en Van de Walle (2004:55) kan die volgende aktiwiteite uitgevoer word om die probleem te verstaan : teken 'n prentjie, dramatiseer die probleem, stel 'n lys op, soek 'n patroon, vorm 'n prentjie in die gedagtes, bou 'n fisiese model, teken 'n grafiek of stel 'n tabel op.

Vrae soos die volgende kan volgens Gama (2000) gebruik word ten opsigte van die lees en verstaan van die probleem :

- Het jy die probleem gelees?
- Hoeveel keer het jy die probleem gelees?
- Wie in die groep het almal die probleem gelees?

} Lees
die
probleem

- Verstaan jy die probleem?
- Wat word in die probleem gevra?
- Kan jy die probleem in jou eie woorde verduidelik?

} Verstaan die probleem

3.3.3.2 Beraam 'n plan om die probleem op te los

Kersch en McDonald (1991:39-41) en Van de Walle (2004:55-56) verwys na die volgende in die begeleiding van die leerders ten opsigte van die saamstel van 'n plan in die oplossing van 'n probleem : vereenvoudig die probleem, beskryf die probleem verbaal, bou 'n fisiese model, gebruik 'n tabel of grafiek, maak 'n lys van die inligting, soek 'n patroon, agteruit werksmetode, teken 'n prentjie, neem beplande raaiskote en toets die uitkomst daarvan, asook die gebruik van logiese redenering.

Vrae soos die volgende behoort in gedagte gehou te word tydens die samestelling van 'n plan vir die oplossing van 'n probleem :

- Hoe kan die probleem opgelos word?
- Watter plan kan jy maak om die probleem op te los?
- Wat gaan julle groep doen om die probleem op te los?

3.3.3.3 Voer die plan uit

Die leerders voer die opgestelde plan uit deur gebruik te maak van prosedure kennis (sien § 2.2.4.1). Tydens die uitvoer van die plan kan die fasiliteerder vrae soos die volgende vra :

- Sal jy die plan kan uitvoer waarop jy besluit het?
- Kan jy die bewerkings uitvoer wat nodig is?

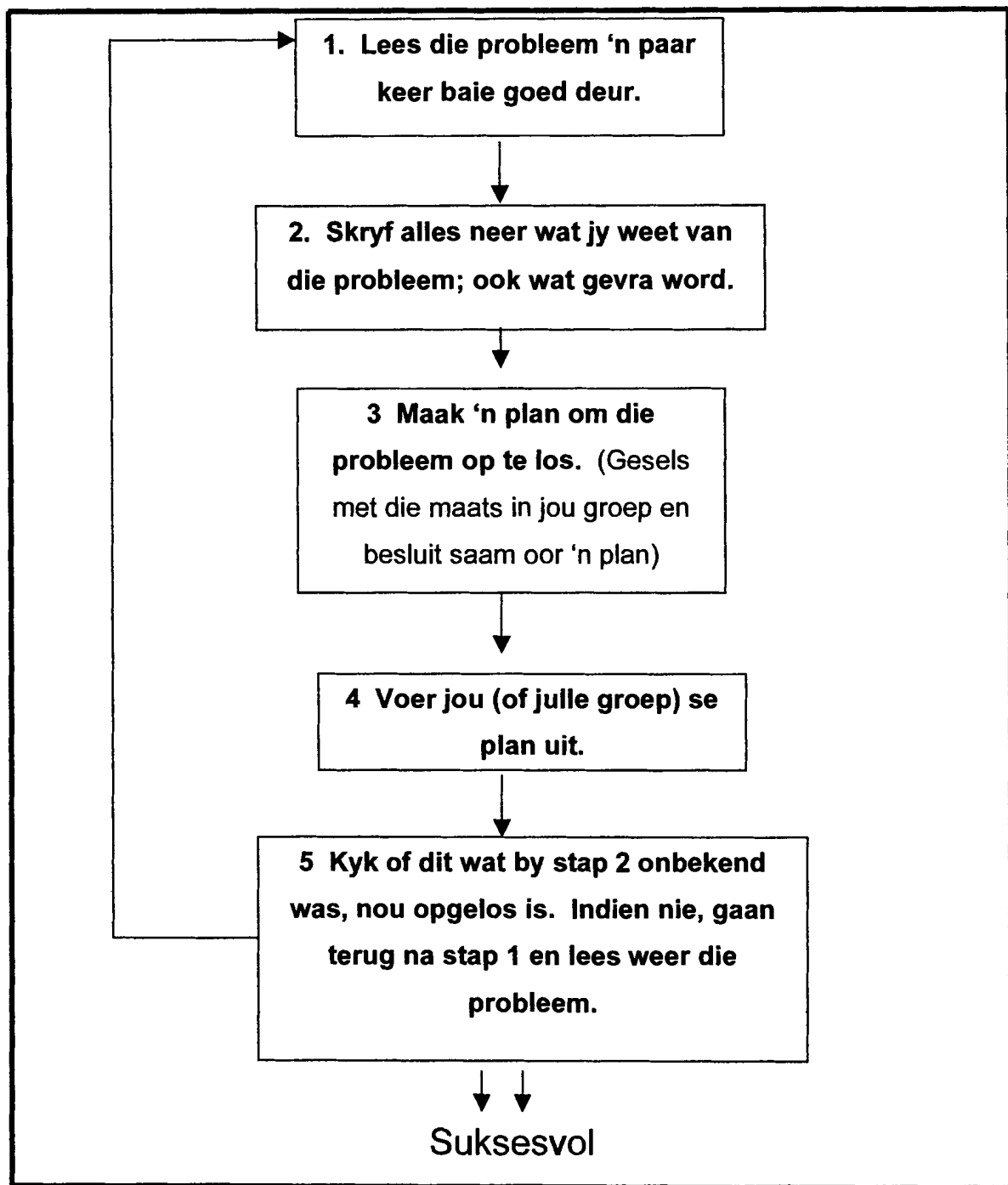
3.3.3.4 Kyk terug om te bepaal of die probleem opgelos is

Volgens Kersch en McDonald (1991:41) en Van de Walle (2004:56) kan van die volgende strategieë gebruik gemaak word om te bepaal of die probleem opgelos is: kontroleer die antwoord, vind 'n ander manier om die probleem op te los, verduidelik die oplossing aan die leerders in die klas en verduidelik die afleidings wat gemaak kan word.

Die leerders kan vrae soos die volgende gebruik as riglyn om terug te kyk op die probleem wat opgelos is :

- Het jy gekyk na wat gevra word in die probleem?
- Is die antwoord 'n oplossing vir die probleem?

Deur vrae aan die leerders te stel en te beantwoord kan 'n plan vir probleemoplossing deur die fasiliteerder en die leerders saam ontwerp word. Die plan kan op 'n plakkaat uitgebeeld word en op hierdie wyse behoort die model vir probleemoplossing verder by die leerders tuisgebring te word (figuur 3.2).



Figuur 3.2 'n Probleemoplossingsmodel

Tydens die gebruik van 'n model vir probleemoplossing (sien figuur 3.2) is die interaksie wat tussen die fasiliteerder en die leerders plaasvind belangrik. Die leerders behoort ook ruim geleentheid te kry om in groepsverband te gesels oor die oplos van die probleme en behoort op dié wyse self tot die ontdekking van probleemoplossingstrategieë te kom.

Die strategieë wat deur die leerders ontdek en toegepas word, kan aan die res van die klas verduidelik word deur die leerder self. Die fasiliteerder kan ook die strategie op 'n stukkie karton skryf en op die plakkaat aanbring teen die klas se muur of skryfbord. Op hierdie wyse kan die verskillende strategieë by die leerders vasgelê word (sien § 2.2.3.3).

Die leerders behoort tydens die onderrig van probleemoplossing gereeld geleenthede te kry in die inoefening en toepassing van 'n probleemoplossingsmodel (figuur 3.2).

3.4 IMPLEMENTERING VAN PROBLEEMOPLOSSING IN DIE KLASKAMER

3.4.1 DIE GEBRUIK VAN GROOTGROEP-AANBIEDINGS

Gedurende hierdie ondersoek is gefokus op die grootgroep-aanbieding van probleemoplossing, sowel as die inoefening en toepassing van die aangeleerde probleemoplossingsvaardighede en -strategieë in kleingroepe, met die doel om die leerders te lei om met verloop van tyd probleme onafhanklik op te los.

'n Grootgroep-aanbieding verwag van die leerders om die denkpatroon van die fasiliteerder te volg en te verstaan (Cangelosi, 2003:97). Grootgroep-besprekings gee aan die fasiliteerder die geleentheid om nuwe leerinhoud aan al die leerders bekend te stel. Fasiliteerders kan van die volgende riglyne gebruik maak ten einde alle leerders betrokke te kry tydens grootgroep-

aanbiedings : (1) gee duidelike riglyne aan die leerders met behulp van 'n werkkaart of opdrag ten einde die leerders se belangstelling te prikkel, (2) maak gebruik van tegnologie tydens grootgroep-aanbiedings, (3) afwissellende stemtoon en –tempo bevorder die belangstelling en betrokkenheid van die leerders en (4) beweeg tussen die leerders deur gedurende die aanbieding en toon belangstelling (Cangelosi, 2003:101-104).

3.4.2 PROBLEEMOPLOSSING IN KLEINGROEPE

McLeod (1993:761-762) is ten gunste van die oplos van probleme in klein groepe. Probleemoplossing kan suksesvol in groepsverband aangepak word, en vir sommige leerders kan die deelname aan groepsaktiwiteite hoogs motiverend wees (Kroll *et al.*, 1992:619). Good *et al.* (1992:167) het gevind dat koöperatiewe kleingroepe waardevol blyk te wees tydens die onderrig van probleemoplossing aan die klasgroep as geheel.

Groepwerk vind plaas wanneer twee of meer leerders geleentheid het om idees te deel en uit te ruil, 'n debat te voer of saam aan 'n opdrag te werk onder die leiding van die fasiliteerder (GDO, 2004:58). Tydens groepwerk behoort die leerders geleentheid te hê om vaardighede te ontwikkel om saam te werk, kommunikasievaardighede aan te leer en respek te ontwikkel vir mekaar se mening.

Volgens Gunther, Estes & Schwab (1995:223) is koöperatiewe samewerking een van die belangrikste sosiale vaardighede wat die leerders behoort te bemeester. Mikusa (1998:20-23) sluit hierby aan en wys daarop dat interaksie tussen die leerders en die fasiliteerder behoort plaas te vind wanneer wiskunde deur probleemoplossing onderrig word (sien § 2.3.4).

Kleingroepe kan deur die fasiliteerder gebruik word vir die aanbieding van nuwe leerinhoude ten einde maksimale deelname deur die leerders te verseker asook vir die inoefening en toepassing van leerinhoude wat reeds bekend gestel is (soos in die geval van hierdie ondersoek). In die kleingroep

kry die leerders meer geleentheid om deel te neem en kan probleemoplossingsvaardighede en –strategieë beter ingeef word as in die grootgroep, waar net enkele leerders kan deelneem. Volgens Cangelosi (2003:118) is kleingroepdeelname en –aanbiedings veral geskik wanneer die leerders van mekaar leer, en op dié wyse vind sosiale interaksie plaas (sien § 2.2.3.3). Kleingroepdeelname deur die leerders het gedurende hierdie ondersoek ten doel gehad om die leerders voor te berei en toe te rus met die vaardighede om probleme self te kan oplos.

3.4.2.1 Bevordering van groepwerk

Die volgende wenke vir fasiliteerders kan bydra tot die bevordering van groepwerk :

- Die fasiliteerder behoort die groepe saam te stel met ongeveer 4 tot 6 leerders in 'n groep (Anon, 2003b). Wanneer die groepe te groot is, kry elke leerder min geleentheid om aan die groepsaktiwiteite deel te neem.
- Die fasiliteerder behoort die groepe te organiseer sodat die leerders besef dat die groepwerk wat nou gaan volg, gestruktureerd gaan plaasvind.
- Elke groeplid moet bewus wees van sy/haar verantwoordelikhede in die groep (sien § 3.4.2).
- Die fasiliteerder behoort die opdragte wat in groepsverband uitgevoer gaan word, so saam te stel dat al die leerders in die groep betrek word. Goeie beplanning deur die fasiliteerder kan die sukses van groepwerk verbeter (Anon, 2003b).
- Die fasiliteerder kan elke leerder in die groep aanmoedig om deel te neem aan die groepsaktiwiteit (Heideman, 2004) deur aan elkeen 'n houtblokkie te gee. Wanneer 'n leerder 'n beurt gehad het in die groep plaas hy/sy die blokkie in die middel van die groep. Wanneer elkeen in die groep 'n beurt gehad het, mag elkeen weer sy blokkie neem en om die beurt deelneem aan die groepsgeesprek of –aktiwiteit. Op die wyse

word die leerders gelei om mekaar te respekteer en een op 'n slag 'n beurt te gee om te praat.

3.4.2.2 Interaksie tydens groepsaktiwiteite

Mikusa (1998:20-23) verwys na die interaksie wat tussen die leerders en die fasiliteerder behoort te wees ten opsigte van probleemoplossing as deel van die onderrig en leer van wiskunde. Die leerders se denke word deur die gesprekke met die fasiliteerder gestimuleer en daarom is dit belangrik dat daar gefokus behoort te word op die kwalitatiewe veranderinge wat in die leerders plaasvind, en nie die aantal probleme wat opgelos word nie. Hierdie interaksie kan in groepsverband verwesenlik word, aangesien groepwerk die leerders die moontlikheid bied om hul eie strategieë te ontdek, en op dié wyse vind leerdergesentreerde leer plaas met die klem op 'n probleemoplossende benadering (Maree, 1995:70).

Groepsaktiwiteite, die interaksie tussen groeplede sowel as meting (byvoorbeeld praktiese opdragte met inhoud, massa en lengte) behoort aandag te geniet tydens die onderrig van skoolwiskunde. Die fasiliteerder kan nie meer op handboeke staatmaak vir die kennis wat aangeleer word nie en behoort onderrigmetodes aan te pas ten einde aktiewe leer te bevorder (Botha, 1999:61).

Good, Mulryan en McCaslin (1992:192-193) het tot die gevolgtrekking gekom dat die leerders wel probleemoplossingsvaardighede en –aanlegte kan ontwikkel gedurende kleingroeponderrig. Berry en Nyman (2002) sluit hierby aan en beklemtoon dat die gehalte van die onderrig en leer van wiskunde deur kleingroeponderrig verbeter kan word.

3.4.2.3 Praktiese implikasies van groepwerk

Tydens groepsaktiwiteite behoort die leerders ingelig te word ten opsigte van hul spesifieke rolle in die groep. Dit is belangrik dat pligte soos die lees van die opdrag, skriftelike werk, die handhaaf van orde, leierskap en terugrapportering toegeken behoort te word aan spesifieke leerders op 'n rotasiebasis (Bassarear, 2005:314). Die samestelling van die groep behoort só gedoen te word dat die leerders sinvol kan deelneem en groei in die ontwikkeling van probleemoplossingsvaardighede.

Volgens Brown (2003) kan groepwerk prakties geïmplementeer word aan die hand van bepaalde riglyne. Van hierdie riglyne sluit in die samestelling van die groep, goeie kommunikasie tussen groeplede, geleenthede om wiskunde-idees en -konsepte met mekaar te deel, bemeestering van luistervaardighede, geleenthede vir redenering en hardop dink-geleenthede in die groep, asook vraagstelling en –beantwoording tydens die oplos van 'n probleem (Bassarear, 2005:313-314).

3.4.3 DIE ROL VAN DIE FASILITEERDER

Die fasiliteerder word beskou as die persoon wat verantwoordelik is vir die skep van gestruktureerde onderrigleergeleenthede vir die leer van wiskunde deur middel van probleemoplossing (Fernandez *et al.*, 1994:197 & Botha, 2000:137). Volgens Smith (2000:378) behoort die fasiliteerder toe te sien dat die leerders geleenthede kry om te werk aan probleme en nie onmiddellik oplossings aan die leerders verskaf nie. Silver (1985:301) verwys daarna dat die leerders se probleemoplossingsvermoë deur die fasiliteerder beïnvloed word, en dat die fasiliteerder se rol nie onderskat mag word nie (Silver, 1985:302).

Fasiliteerders behoort dinamiese probleemoplossers te wees, met die vermoë om hul kognitiewe prosesse aan die leerders te beskryf, om so aan die

leerders leiding te gee om die kognitiewe denkprosesse van die leerders te kan verwoord (Fernandez *et al.*, 1994:197).

Suid-Afrika het 'n dringende behoefte aan wiskundefasiliteerders wat 'n diepliggende kennis van en liefde vir die vak het en oor die vaardighede en bereidheid beskik om hierdie kennis met die leerders te deel (Botha, 2000:138). Wiskundefasiliteerders behoort hulself te beskou as bevoegde wiskundiges wat moeite doen om op die hoogte te wees van die nuutste verwikkelinge op hul vakgebied, en om hierdie rede is dit ontstellend dat baie fasiliteerders nie opgelei is om onderrig in wiskunde te gee nie (Botha, 2000:138-141).

Wanneer die rol en verantwoordelikhede van die fasiliteerder bestudeer word ten opsigte van die onderrig van probleemoplossing, behoort die volgende belangrike vrae volgens Silver (1985:248-249) beantwoord te word :

- Watter onderrigleerhandelinge vind plaas in die klaskamer tydens die onderrig van probleemoplossing?
- Watter mate van kontrole is daar oor die fasiliteerder as verantwoordelike persoon in die onderrigleersituasie?
- Waarom is daar 'n gebrekkige grondslag vir die onderrig van probleemoplossing?
- Waarom is dit moeilik om die geslaagdheid van probleemoplossing te assesser?

Volgens Van de Walle (2004:37-38) is van die grootste gevare tydens onderrig deur probleemoplossing dat die fasiliteerder se metode om 'n probleem op te los op die leerders afgedruk word. Die leerders behoort deur die fasiliteerder gelei te word om probleme op te los sonder dat probleemoplossing van die leer van wiskunde geskei word (Van de Walle, 2004:37).

Die fasiliteerder het leiding nodig om weg te beweeg van die tradisionele onderrigmetodes waartydens die leerders gewys word hoe om bewerkings uit te voer. Die onderrig-situasie in die tradisionele benadering is daarop ingestel om die korrekte antwoorde te gee (deur dikwels van drillsessies gebruik te maak) en nie die verstaan van die leerinhoud nie (Van de Walle, 2004:12). Fasiliteerders behoort van verskillende aanbiedings-metodes gebruik te maak, soos om te wissel tussen grootgroep- en kleingroep-aanbiedings. Grootgroep-aanbiedings kan gebruik word vir die bekendstelling van onbekende leerinhoud aan al die leerders (sien § 3.4.1), terwyl kleingroepe geskik is wanneer leerders die geleentheid gegee word om aktief deel te neem aan die leergebeure. Vir die doel van hierdie ondersoek is van beide soorte aanbiedings gebruik gemaak (sien § 3.4.1 en 3.4.2).

3.4.4 DIE ROL VAN DIE LEERDERS

Die leerders word volgens Botha (1999:61) erken as unieke wesens met die vermoë om die inhoud te kan bemeester wat tydens die onderrig en leer van wiskunde hanteer word. Om hierdie rede behoort alle leerders toegang te hê tot wiskundeleer : met die klem op leerdergesentreerde leergebeure (Botha, 1999:141).

Die leer van wiskunde vind plaas wanneer die leerders met aktiwiteite besig is waar probleemoplossing vereis word, en *The Interactive Mathematics Program* het bevind dat betekenisvolle probleme gebruik kan word om wiskundebegrippe aan te leer (Anon, 2003a). Volgens Van de Walle (2004:37) is die beste manier waarop wiskunde aangeleer kan word die uitvoer van wiskundige berekeninge deur die leerders. Die leer van wiskunde en probleemoplossing is dus interaktief en daarom kan die onderrig en leer van wiskunde suksesvol deur probleemoplossing plaasvind (sien § 2.2.3.3).

Leerervarings gee aan die leerders geleenthede om hul kennis en vaardighede uit te brei, en wanneer die leerders aan probleemoplossingsaktiwiteite deelneem kry hulle die geleentheid om hul

konseptuele kennis en begrip toe te pas in verskillende situasies (Anon, 2003a). Die beste wyse waarop die leerders by leer betrek word, is volgens Botha (1999:53-54), om te verseker dat die leerders aktief betrokke is by hul eie leerproses, ten einde lewenslange leer te probeer verseker (DOE, 2002:8). Botha (1999:53) beklemtoon verder dat die leerders nie slegs aktiewe deelnemers behoort te wees tydens die leerproses nie, maar ook verantwoordelikheid behoort te neem vir die leer wat plaasvind.

3.5 ASSESSERING VAN PROBLEEMOPLOSSING

Om te bepaal of leerders probleme kan oplos, is assessering nodig. Assessering impliseer dat die fasiliteerder op 'n gereelde basis en deur beplande aktiwiteite inligting insamel ten opsigte van die leerders se bereiking van die uitkomst wat vir leer gestel is (DOE, 2002:96).

Vervolgens word aandag gegee aan assessering as integrale deel van die onderrig en leer van wiskunde, riglyne vir assessering asook verskillende assesseringstegnieke.

3.5.1 ASSESSERING AS INTEGRALE DEEL VAN DIE ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE

Volgens die NCTM (1995:3) en Cangelosi (2003:189) is assessering die proses waartydens inligting ingesamel word ten opsigte van die leerders se kennis en vaardighede, asook die interpretasie van die inligting vir verskillende doeleindes. Assessering bestaan uit verskillende komponente en verskillende rolspelers is betrokke by die uitvoering van assessering asook die interpretering van die inligting wat so versamel word. Volgens die HNKV (DOE, 2002:18) kan daar deur middel van assessering afleidings gemaak word ten opsigte van watter wiskundekennis en -vaardighede (sien § 2.2.4.1) deur die leerders bemeester is, asook in watter mate. Daardeur kan bepaal word tot watter mate gestelde uitkomst bereik is (DOE, 2002:19).

Die doel van assessering kan soos volg saamgevat word :

- Monitor die leerders se vordering deur voortdurende terugvoer ten opsigte van die bereiking van gestelde doelwitte ;
- Die fasiliteerder kan onderrig besluite neem deurdat assessering aan die fasiliteerder terugvoering gee ten opsigte van die vordering van die leerders ;
- Deur assessering kan die prestasies van die leerders geassesseer word ;
- Die fasiliteerder kan die leerprogram en studie-eenhede wat behandel word assesseer ten einde te bepaal of die leerders kwaliteit onderrig ontvang (Van de Walle, 2004:60-61).

3.5.2 RIGLYNE VIR DIE ASSESSERING VAN PROBLEEMOPLOSSING

3.5.2.1 Inleiding

Probleemoplossing kan geassesseer word deur die metodes waarop probleme aangepak is, te vergelyk met dié wat gebruik is voordat probleemoplossing onderrig is (sien figuur 4.4). Dit is wel moontlik dat sommige leerders onderrig ontvang het in probleemoplossing en steeds probleme ondervind met die oplos van probleme.

Leerders se probleemoplossingsvaardighede en –vordering kan volgens Marshall (1995:160) nie met 'n enkele assesseringsopdrag bepaal word nie. Aangesien probleemoplossing verskillende vaardighede en strategieë insluit, word die assessering daarvan verder bemoeilik as gevolg van die komplekse aard daarvan. Wat wel vasgestel kan word tydens assessering van probleemoplossing is die mate waarin die leerders genoeg wiskundekennis bemeester het wat gebruik kan word in die oplos van probleme. Indien die leerders kan terugverwys na kennis en vaardighede wat tevore reeds

aangeleer is, vind die onderrig van wiskunde deur probleemoplossing suksesvol plaas (Marshall, 1995:160-161).

3.5.2.2 Die gebruik van verskillende assesseringstegnieke

Assessering kan gedoen word deur van verskillende tegnieke gebruik te maak, soos take, projekte, toetse, werkkaarte, praktiese opdragte, mondelinge verslae, groepopdragte en skriftelike terugrapportering (DOE, 2002:95). Vir die doel van hierdie ondersoek word vraelyste, onderhoude, waarnemings en skriftelike werk bespreek aangesien dit gebruik is om die assesseringsinligting te versamel (sien § 4.3.2).

Vraelyste

Vraelyste kan deur fasiliteerders self opgestel word om inligting in te samel oor verskillende aspekte van die onderrig en leer van wiskunde. 'n Vraelys kan aan die fasiliteerder 'n aanduiding gee van die leerinhoud wat die leerders reeds verwerf het en is nuttig in die beplanning van toekomstige onderrig-leer gebeure (Van de Walle, 2004:82).

Onderhoude

'n Onderhoud vind plaas wanneer daar met 'n leerder (individueel of in groepsverband) gesels word om te bepaal hoe die leerder dink en redeneer tydens probleemoplossing (Van de Walle, 2004:76). Waardevolle inligting kan op hierdie wyse bekom word (sien § 4.3.2.2). Volgens Smith en Southerland (2004) gee 'n onderhoud ook aan die fasiliteerder 'n aanduiding van die mate waarin die leerders die leerinhoud bemeester het. Op dié wyse kan 'n fasiliteerder beter beplan vir die leergebeure wat gaan volg.

Van de Walle (2004:76) wys daarop dat die fasiliteerder deeglik behoort te beplan vir 'n onderhoud. Onderhoude kan aan die hand van die volgende riglyne gevoer word :

- Laat die leerders ontspan en op hul gemak voel.
- Luister aandagtig na die leerder en tree natuurlik op.
- Die leerder behoort nie gelei te word in die beantwoording van vrae nie. Gee geleentheid sodat die leerder self sy/haar denke kan verwoord. Moenie die leerder onderbreek nie. Die leerder behoort die geleentheid gegun te word om homself uit te druk
- Gee aan die leerder genoeg tyd om te antwoord en moenie haastig wees nie (Smith & Southerland, 2004 ; Van de Walle, 2004:77).

Waarneming

Adamovic en Hedden (1997:21) verwys in hul model van probleemoplossing (sien § 2.3.2) dat die leerders gelei kan word van die een fase om oor te gaan na die volgende fase van leer, en hierin is die waarneming van die leerders van uiterste belang.

Van de Walle (2004:67) en Panitz en Panitz (2003) wys daarop dat waarneming as assesseringstegniek gebruik kan word. Goeie beplanning is noodsaaklik en die volgende kan voortvloei uit waarnemings :

- deur waarneming kan waardevolle inligting versamel word, wat andersins verlore kon gaan gedurende die onderrig en leer van wiskunde ;
- inligting wat deur sistematiese waarnemings versamel word, kan gebruik word vir assessering, beplanning van die leergebeure in die klaskamer, wanneer terugvoer aan die leerders gegee word en tydens gesprekke met ouers ;
- die fasiliteerder kan bepaal tot watter mate die leerders die leerinhoud verstaan en hul eie gemaak het, en aandag kan gegee word aan

probleme wat die leerders ervaar in die verstaan en bemeestering van die leerinhoud ;

- deur waarneming kan die leerders en die fasiliteerder met mekaar kommunikeer oor die leer wat plaasvind en die uitkomst daarvan.

Waarnemings kan volgens Van de Walle (2004:67) op verskillende wyses aangeteken word deur van kontrolelyste, nasienskemas en selfopgestelde vorms gebruik te maak (sien § 4.3.2.3).

Skriftelike werk

Die skriftelike werk neem die vorm aan van klaswerk, huiswerk, toetse, eksamens, joernale en die saamstel van portefeuljes. Die nasien van skriftelike werk stel die fasiliteerder in staat om vas te stel watter wiskundekennis en –vaardighede die leerders reeds verwerf het tydens probleemoplossing (Van de Walle, 2004:69).

3.5.2.3 Gebruik van 'n nasienskema

Fasiliteerders kan gebruik maak van nasienskemas tydens assessering (sien Bylaag E). 'n Nasienskema kan so opgestel word dat die fasiliteerder en die leerders deelneem aan die proses van assessering. Volgens Van de Walle (2004:66) kan die leerders self deelneem aan die opstel van 'n eenvoudige nasienskema. Tydens die onderrig van wiskunde deur probleemoplossing is dit belangrik dat die leerders op 'n gereelde basis geassesseer behoort te word (Botha, 1999:63).

3.6 SAMEVATTING

Probleemoplossing is belangrik in die onderrig en leer van wiskunde en die leerders behoort aangemoedig te word om hul eie probleemoplossingstrategieë te ontwikkel (Truter, 2003:121 ; Van de Walle, 2004:1). Volgens Lester (2000:15-16) behoort die leerders gelei te word om deel te neem aan die oplos van probleme in 'n natuurlike omgewing (sonder

dat strategieë voorgeskryf word), met die wete dat hulle unieke mense is wat hul eie menings in die wiskundeklas mag uitspreek.

Uit hierdie hoofstuk het dit duidelik geword dat die volgende belangrik is vir die onderrig van probleemoplossing in skoolwiskunde: beplanning van die leerinhoud wat aangebied gaan word en die onderrigleerhandelinge, die betrokkenheid van die leerders tydens groepsaktiwiteite en die rol van assessering vir die bevordering van onderrig en leer.

Die empiriese ondersoek word in die volgende hoofstuk beskryf en aandag sal gegee word aan die doelstellings wat vir die ondersoek gestel is, die studiepopulasie wat gebruik is asook op die gevallestudie wat onderneem is as deel van die kwalitatiewe ondersoek. Die analisering van die inligting sal beskrywend weergegee word in hoofstuk 4.

HOOFSTUK 4 : DIE INVLOED VAN PROBLEEMOPLOSSING OP DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE IN GRAAD 4

4.1 INLEIDING

Die vorige twee hoofstukke lê die grondslag vir die empiriese ondersoek wat onderneem is. In hoofstuk 2 is probleemoplossing en die leer van skoolwiskunde beskryf en aandag is gegee aan die leer van skoolwiskunde asook aan probleemoplossing in wiskunde. Onderrig vir probleemoplossing in graad 4 het aandag geniet in hoofstuk 3, waartydens gefokus is op die onderrig van probleemoplossing aan die hand van 'n selfontwikkelde probleemoplossingsplan. In die voorafgaande twee hoofstukke is die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van skoolwiskunde beredeneer en bepaal. Daardeur is die eerste doelstelling van die ondersoek bereik (sien § 1.2).

Die doel van hierdie hoofstuk is om die invloed van probleemoplossing op die leer van skoolwiskunde in graad 4 te ondersoek.

Uit die empiriese ondersoek kon afleidings gemaak word ten opsigte van die onderrig van probleemoplossing in die stel van vereistes waaraan die onderrig behoort te voldoen om effektief te wees (sien § 4.5).

4.2 DOELSTELLINGS

Die doel van die empiriese ondersoek was om vas te stel :

- wat die invloed van probleemoplossing is op die leer van skoolwiskunde in graad 4 ; en
- op watter wyse probleemoplossing onderrig kan word.

4.3 ONDERSOEKPROGRAM

4.3.1 ONDERSOEKMETODE EN –VERLOOP

'n Kwalitatiewe ondersoek in die vorm van 'n gevallestudie is onderneem deur gebruik te maak van vraelyste en onderhoud- en waarnemingskedules (sien § 1.4.2.2).

'n Gevallestudie is vir die doel van hierdie ondersoek onderneem ten einde die verandering in die leerhandeling van die onderzoekgroep waar te neem tydens en na die onderrig van probleemoplossing (sien § 1.4.2.3). Die doel was om vas te stel of die onderrig en leer van wiskunde kan plaasvind deur middel van probleemoplossing.

Die groep van ses leerders wat vir die ondersoek gebruik is, is *vir 'n periode van agt maande* intensief waargeneem. Die onderzoekgroep se *probleemoplossingsvaardighede en –strategieë* is met die aanvang van die ondersoek waargeneem en aangeteken. Voor die aanvang van die onderrig van probleemoplossing aan die leerders is die stappe wat die leerders van die onderzoekgroep bereik het in die oplos van probleme aangeteken (sien figuur 4.1). Probleemoplossing is aan die studiepopulasie onderrig aan die hand van die ontwikkelde probleemoplossingsmodel (sien figuur 4.2). Die leerders is die geleentheid gebied om van die probleemoplossingsvaardighede en -strategieë self te ontdek en in groepe toe te pas tydens die oplos van probleme.

'n Wye verskeidenheid inligting is tydens die ondersoek ingesamel. Die inligting sluit in die leerders se vaardighede voordat probleemoplossing onderrig is, asook die wyse waarop probleme aangepak is en die toepassing van die probleemoplossingsmodel. Die leerders is gestruktureerd waargeneem deur die navorser en alle waarnemings is aangeteken. Klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke is bestudeer ten einde

aantekeninge te kon maak van die skriftelike werk wat gelewer is. Verder is aandag gegee aan die gebruik van probleemoplossingsvaardighede van die leerders tydens die voltooiing van klaswerkopdragte, werkkaarte, toetse en die eksamen. Die inligting wat versamel is, is gerekordeer en die verwerking is gedoen.

Video-opnames is van die leerders gemaak tydens grootgroep- sowel as kleingroeponderrig. Vir die opteken van die waarnemings is afwisselend gebruik gemaak van waarnemingskedules en video-opnames. Die video-opnames en die waarnemings is getranskribeer.

4.3.2 MEETINSTRUMENTE

Inligting is gedurende die ondersoek ingesamel deur die voltooiing van 'n vraelys, onderhoudvoering, bestudering van skriftelike werk en die waarneming van die leerders.

Gedurende die insameling van die inligting is die verwerking so ver moontlik dadelik gedoen en die res van die verwerking is na afloop van die ondersoek afgehandel. Die verwerking van die inligting het behels dat die antwoorde van die leerders op die *vraelyste* verwerk en neergeskryf is. Die *onderhoude* wat met die leerders gevoer is, is getranskribeer. Die leerders se *skriftelike werk* in die klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke is op videoband vasgelê en aantekeninge is van die inhoud gemaak. Verder is die *waarnemings* van die leerders se gedrag en optrede neergeskryf en die video-opnames is getranskribeer.

4.3.2.1 Vraelys

'n Vraelys is voltooi (sien Bylaag B) met die doel om inligting in te samel oor die leerders se gesindheid teenoor wiskunde as vak, getalbegrip en

rekenvaardighede, kommunikasievermoë en -vaardighede asook probleemoplossingsvaardighede.

4.3.2.2 Onderhoudskedule

Die oogmerk van die onderhoude was om die leerders se menings van die vak wiskunde, probleemoplossing, groepwerk en ander verbandhoudende aspekte te bepaal voor die onderrig van probleemoplossing (sien Bylaag C).

Onderhoude is met die ondersoekgroep gevoer voor die onderrig van probleemoplossing. Die onderhoude is vooraf deeglik beplan en is op band opgeneem. Tydens die onderhoude is gepoog om aandagtig na die leerders te luister en hulle genoeg tyd te gee om te antwoord. Die leerders het individueel deelgeneem aan die onderhoude en al die onderhoude is getranskribeer.

4.3.2.3 Waarnemingskedule

Waarnemings het 'n belangrike rol gespeel gedurende hierdie ondersoek. 'n Waarnemingskedule met 'n klaslys (sien Bylaag D) is gebruik om alle waarnemings op aan te teken.

Die doel was om veranderings in die leerhandeling van die leerders waar te neem en aantekeninge te maak terwyl probleme aan die hand van die probleemoplossingsmodel opgelos word.

4.3.2.4 Skriftelike werk

Die ondersoekgroep se klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke is bestudeer. Van die probleme is geassesseer met behulp van 'n nasienskema (sien Bylaag E).

4.3.3 STUDIEPOPULASIE EN STEEKPROEF

Die studiepopulasie is vier graad 4-wiskundeklasse van 'n laerskool in Gauteng. Die steekproef (die ondersoekgroep) is op 'n ewekansige wyse bepaal (Leedy & Ormrod, 2001:214-215). Die groep graad 4-leerders wat gekies is (sien § 1.4.2.1) bestaan uit die volgende leerders : Amanda Rossouw¹, Madeli du Preez¹, Debbie Els¹, Okkert Venter¹, Janus Botha¹ en Lukas Kent¹.

4.4 DIE INVLOED VAN PROBLEEMOPLOSSING OP DIE LEER VAN WISKUNDE IN GRAAD 4

4.4.1 VOORDAT PROBLEEMOPLOSSING ONDERRIG IS

Voordat probleemoplossing aan die graad 4-leerders onderrig is, is die kennis en gesindhede van die leerders teenoor probleemoplossing bepaal deur die antwoorde op die *vraelyste* (sien Bylaag B). Uit die antwoorde op die *vraelyste* kan afgelei word dat al die leerders nie positief is ten opsigte van probleemoplossing nie. 'n Moontlike oorsaak is gebrekkige probleemoplossingsvaardighede.

Die *waarnemingskedsule* (sien Bylaag C) is ingevul deur gebruik te maak van video-opnames van die ondersoekgroep tydens die oplos van probleme. Alhoewel al ses leerders van die ondersoekgroep (sien § 1.4.2.1) aangedui het dat hulle probleme kan oplos, was slegs drie positief oor die aanpak van onbekende probleme. Uit die waarnemings het dit duidelik geword dat twee van die groeplede probleme sal kies wat reeds vroeër aangepak is. Drie van die groeplede raak negatief wanneer hulle nie 'n probleem kan oplos nie.

¹ Skuilnaam

Die *onderhoude* is met elke lid van die *onderzoekgroep* gevoer na aanleiding van die volgende probleem wat tuis aangepak is :

Die boer se vrou het 7 rye tamatieplantjies geplant met 4 plantjies in elke ry. Sy wil vandag die tamaties gaan oes en stap met 'n groot mandjie groentetuin toe. As sy 5 tamaties aan elke plantjie kry, hoeveel tamaties sal sy altesaam hê?

Al ses die leerders van die *onderzoekgroep* het aangedui dat probleme nie vir hulle moeilik is nie, en dat hulle nie bang is om 'n probleem aan te pak nie. Net een leerder het te kenne gegee dat sy die probleem meer as een keer deurgelees het voordat sy begin het en drie leerders was nie seker oor die wyse waarop die probleem aangepak moes word nie.

Uit die *onderhoude* het dit duidelik geword dat nie een van die leerders van die *onderzoekgroep* die antwoord op die vraag getoets het nie en geen stappe is gevolg in die aanpak en oplos van die probleem nie. Hoewel die leerders in die Grondslagfase (graad R tot graad 3) deelgeneem aan die oplos van probleme, is geen plan vir probleemoplossing onderrig nie.

'n Verdere vyf probleme is aan al die graad 4-leerders (die studiepulasie) gegee om te bepaal tot watter mate leerders gebruik maak van "stappe" wat moontlik kan lei tot die samestelling van 'n probleemoplossingsmodel.

Die probleme wat aan die *onderzoekgroep* gegee is, word aangedui as 'n "probleem", terwyl daar na individuele probleme verwys word as 'n "voorbeeld".

Vervolgens word die probleem telkens gestel, gevolg deur 'n bespreking van die *onderzoekgroep* se response (transkribering van die video-opnames) terwyl hulle die probleem opgelos het.

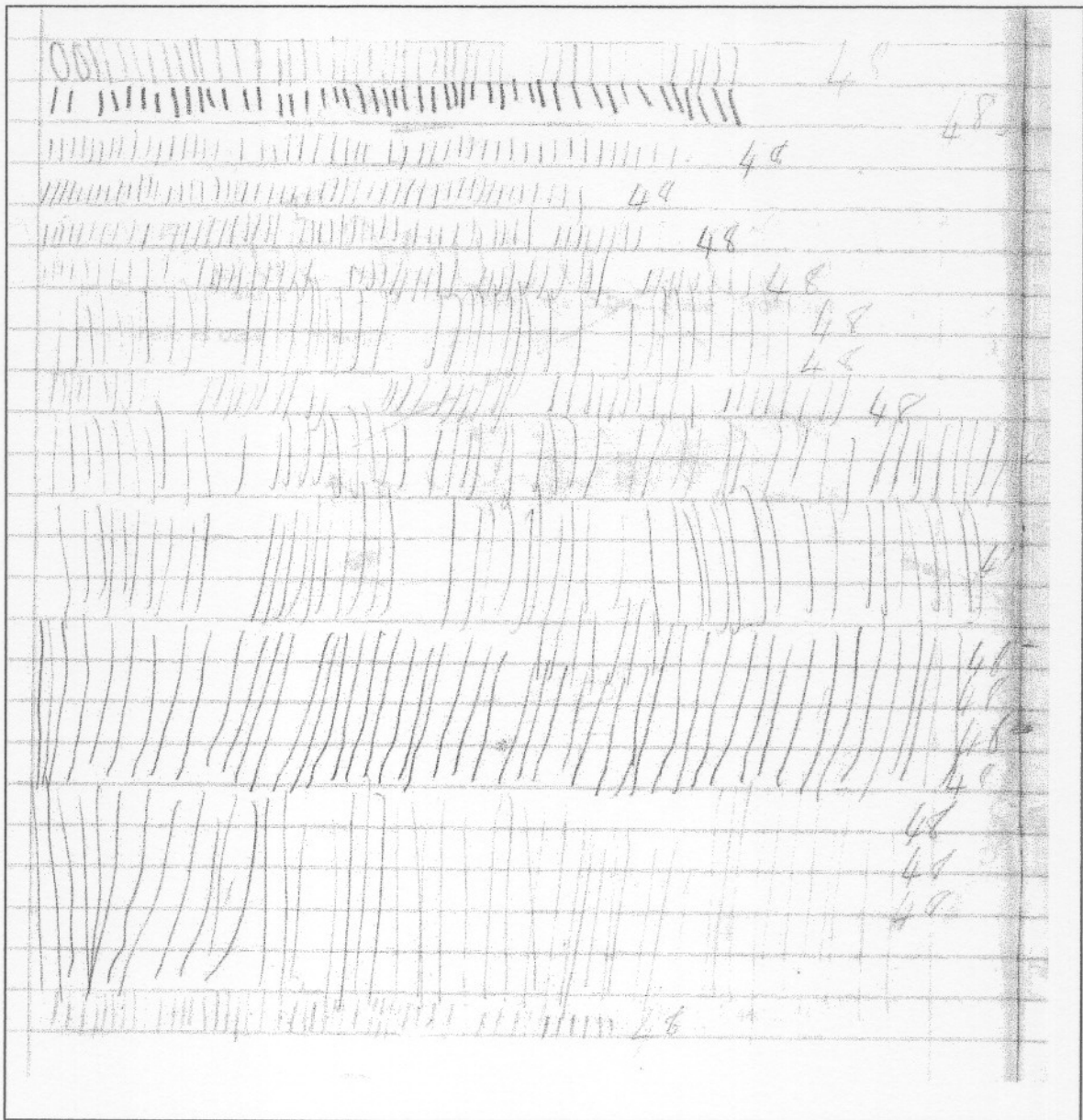
Probleem 1 :

In die skoolsaal van Laerskool Prisma is daar 35 rye met stoele gepak. As daar 48 stoele in elke ry is, hoeveel stoele is daar altesaam in die saal?

Amanda het die probleem vir die groep voorgelees en Madeli het voorgestel dat die saalstoele voorgestel kan word deur strepies te trek. Die groeplede het daarna om die beurt en soms gesamentlik deelgeneem aan die uitbeelding van die saalstoele.

Die strepies is so getrek dat daar 48 strepies in 'n ry is en 35 rye strepies is getrek. Die rye strepies is getel en die totaal (48) is aan die einde van elke ry aangeteken. Tydens die oplos van hierdie probleem het die uitvoer van bewerkings nie ter sprake gekom nie. Geen melding is gemaak van 'n moontlike korter oplossing vir die probleem nie. Daar was geen sprake van enige stappe of plan wat gevolg is gedurende die oplos van die probleem nie (sien § 2.3.2).

Die groep se oplossing van die probleem lyk soos volg :



Die ondergroep het egter nie by 'n antwoord vir die probleem uitgekom nie. Dit wil voorkom asof hulle nie besef het dat die probleem met vermenigvuldiging te doen het nie – die leerders het reeds daarmee kennis gemaak in die grondslagfase.

Probleem 2 :

In 'n string krale is daar 3 rooi krale vir elke 5 blou krale. Hoeveel rooi krale is in 'n string as daar 60 blou krale is?

Janus het die probleem aan die groeplede voorgelees waarna dit gou duidelik geword het dat Amanda en Debbie nie die probleem verstaan nie. By nadere ondersoek is vasgestel dat hulle nie verstaan wat "3 rooi krale vir elke 5 blou krale" beteken nie. Omdat die twee dogters 'n frase van die probleem nie verstaan het nie, het hulle die probleem nie verstaan nie. Madeli het (met aanmoediging van die navorser) die probleem aan die groeplede verduidelik.

Die probleem is soos volg deur die ondersoekgroep aangepak :

Madeli (aan Janus) : Maak 'n groot sirkel.

Madeli : Nou maak jy elke keer drie rooi krale.

(Janus teken die groot sirkel met drie krale.)

Madeli : En nou maak jy weer vyf blou krale.

Madeli : Ons moet 'n sirkel maak met vyftig rooi krale.

Debbie : Sestig blou krale.

Madeli : O ja, sestig.

Janus : Wat nou?

Madeli : Oukei, nou gaan net so aan. Nou maak jy vyf blou krale en drie rooi krale.

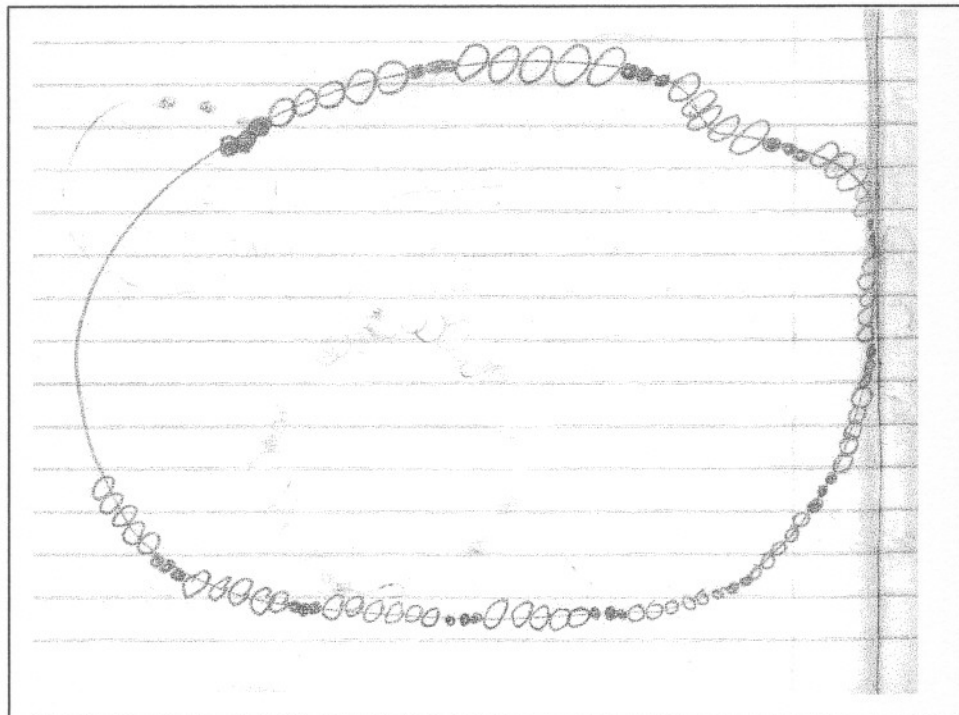
Janus teken net soos wat Madeli die opdrag gee totdat daar altesaam sestig blou krale is. Daarna tel die groeplede saam die rooi krale :

Groeplede : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36.

Madeli : Ses en dertig rooi krale.

Tydens die oplos van die probleem het Madeli die leiding geneem en opdrag gegee hoe die krale geteken moet word. Die ander groeplede het aan die einde saamgetel om te bepaal hoeveel rooi krale in die string is. Uit die waarneming van die onderoekgroep is dit duidelik dat Madeli 'n goeie woordeskat en getalbegrip het. Die invloed van haar getalbegrip en die vermoë om probleme op te los, is verder gedurende die ondersoek dopgehou.

Die probleem is soos volg deur die groeplede uitgebeeld ten einde die oplossing te kon bepaal :



Probleem 3 :

9 kinders woon 'n partytjie by. Daar is altesaam 24 Weense worsies en die gasvrou wil toesien dat elkeen ewe veel kry. Hoeveel Weense worsies kry elke kind?

Die onderzoekgroep het die probleem so aangepak :

Lukas : Nege kinders woon 'n partytjie by. Daar is altesaam vier en twintig Weense worsies en die gasvrou wil toesien dat elkeen ewe veel kry. Hoeveel Weense worsies kry elke kind?

Lukas lees die probleem vlot en sonder enige foute.

Debbie lees ook die probleem, maar haak vas by "partytjie" en "Weense worsies". Debbie se leesvaardighede is nie so goed soos dié van Lukas nie, en die vraag ontstaan tot watter mate probleemoplossing deur leesvaardighede beïnvloed word.

Janus teken 24 Weense worsies en 9 kinders onder die worsies.

Okkert : Ons deel die worsies uit vir die kinders.

Janus trek 'n lyn van die eerste worsie na die eerste kind en deel so die eerste nege worsies aan die eerste nege kinders uit.

Madeli deel die volgende nege worsies uit terwyl die onderzoekgroep tel.

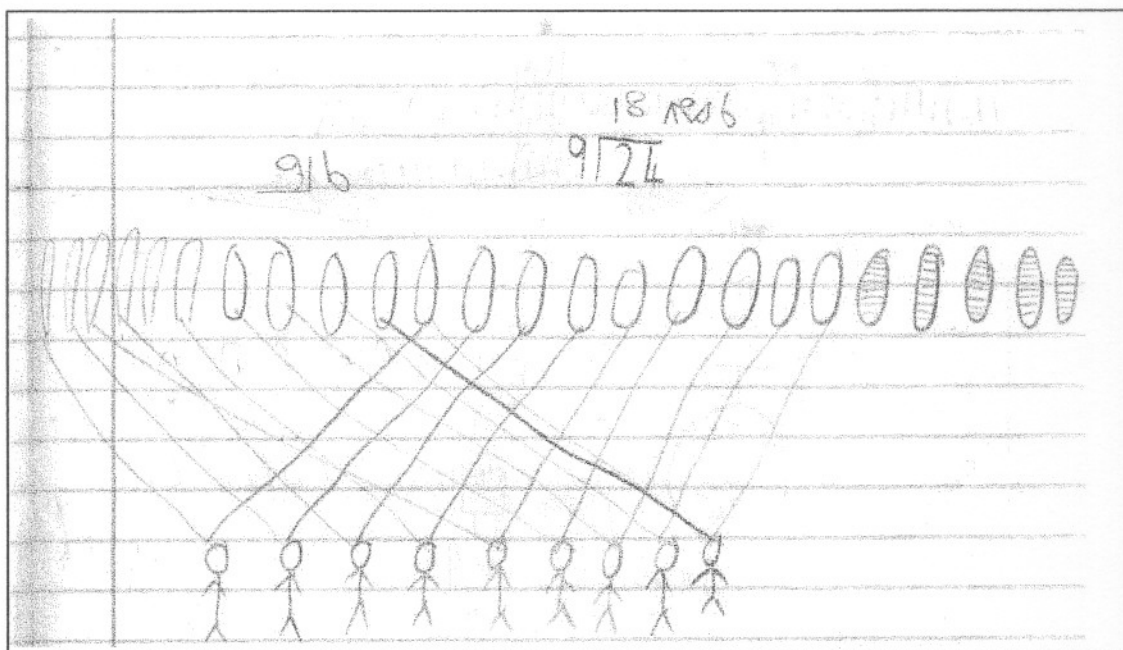
Groeplede : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Okkert tel die kinders met sy vinger.

Okkert : Ons deel elke worsie in nege.

Madeli skryf die antwoord neer as $2\frac{1}{5}$.

Die onderzoekgroep se voorstelling van die oplossing :



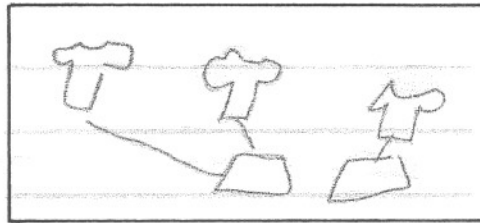
Die groeplede het soos in die vorige 2 probleme besluit om die probleem op te los deur van 'n tekening gebruik te maak. Die keuse van 'n tekening kan moontlik toegeskryf word aan die feite dat die groeplede met bekendes (kinders en Weense worsies) te doen het wat maklik op dié wyse uitgebeeld kan word. Verder toon die groeplede ook begrip dat die worsies verdeel moet word, maar die verskillende betekenis van breuke is nie aan hulle bekend nie.

Probleem 4 :

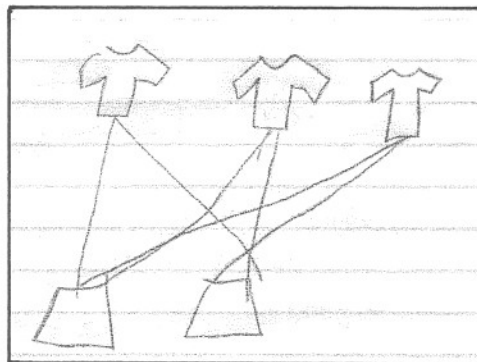
'n Meisie het 2 rompe en 3 bloese wat almal by mekaar pas. Op hoeveel verskillende maniere kan sy aantrek?

Amanda het dadelik 'n potlood geneem en die drie bloese en die twee rompe geteken. Janus het gevra of 'n bloes 'n hempie is en Amanda het geantwoord dat dit 'n hemp van 'n dogter is. Die leerders vind dit moeilik om probleme op te los wanneer daar woorde in die probleem is wat hulle nie verstaan nie. (sien § 4.4.1).

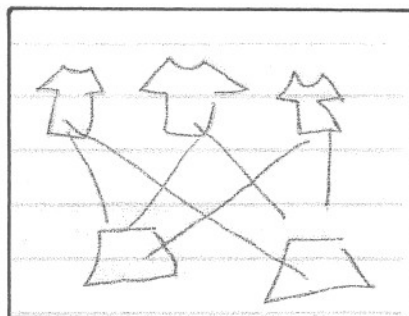
Amanda het daarna die verskillende kombinasies waarop die drie bloese en twee rompe aangetrek kan word soos volg uitgebeeld :



Lukas het Amanda dadelik daarop gewys dat daar meer maniere is waarop die klere aangetrek kan word, omdat die eerste twee bloese ook saam met die derde romp aangetrek kan word. Lukas se oplossing vir die probleem is dat daar ses verskillende kombinasies is waarop die bloese en rompe aangetrek kan word en hy het dit soos volg geteken :



Die groeplede stem saam met Lukas se oplossing maar Madeli wou net haarself vergewis dat Lukas reg is. Sy het ook 'n prentjie geteken :

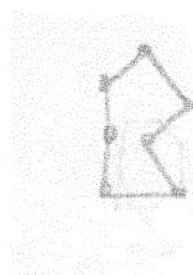


Madeli was tevrede met Lukas se oplossing en het saamgestem dat daar ses maniere is waarop die meisie kan aantrek. Deur dit te doen bepaal Madeli nie net 'n oplossing nie, maar kontroleer ook die groep se oplossing.

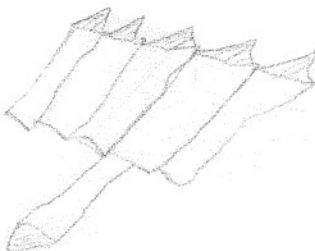
Probleem 5 :

Hoe sal jy 6 inkleurpotlode rangskik sodat elke potlood aan al die ander potlode raak? Teken jou oplossing.

Hieronder is 'n voorstelling van drie van die onderzoekgroep se oplossings :



Madeli



Debbie



Amanda

Die drie leerders het die probleem geteken soos wat hulle gedink het die probleem opgelos behoort te word. Net Amanda se oplossing beantwoord die vraag. Fasiliteerders behoort die leerders te lei in die gebruik van tekeninge in die oplos van probleme. Die leerders moet gelei word om te kontroleer of die antwoord 'n oplossing vir die probleem is.

Samevatting

Uit die onderzoekgroep se response op die gegewe probleme, het die volgende duidelik geword :

- Die leerders het nie onderrig ontvang in die gebruik en toepassing van probleemoplossingvaardighede en -strategieë nie. Dit is wel duidelik dat die leerders daartoe in staat is en gebruik maak van tekeninge tydens probleemoplossing.
- Basiese wiskundekennis en vaardighede behoort onderrig te word en is nodig om probleme te kan oplos.

- Leerders met 'n goeie getalbegrip (van heelgetalle sowel as breuke) kan moontlik beter probleemoplossers wees.
- Kennis en toepassing van die hoofbewerkings is noodsaaklik vir die oplos van probleme.

Die ondersoekgroep se deelname aan probleemoplossing kan soos volg voorgestel word :

**OPLOSSING VAN PROBLEME DEUR DIE ONDERSOEKGROEP
VOOR DIE ONDERRIG VAN 'n PROBLEEMOPLOSSINGSMODEL**

PROBLEEM	AMANDA	MADALI	DEBBIE	OKKERT	JANUS	LUKAS	* OPMERKINGS
1. Die saalstoele van Laerskool Prisma	Lees die probleem vir die groeplede voor.	Begin om die saalstoele voor te stel deur strepies te trek.					Stap 2 : Die groeplede maak en voer hul plan uit maar kom nie by 'n antwoord uit nie.
Die groeplede kry om die beurt 'n kans met die voorstelling van die stoele deur strepies te trek.							
2. Die string met rooi en blou krale	Verstaan nie wat "3 rooi krale vir elke 5 blou krale" beteken nie.	Verduidelik die probleem aan die groeplede met die fasiliteerder se aanmoediging.	Verstaan nie wat "3 rooi krale vir elke 5 blou krale" beteken nie. Help vir Madeli reg met die aantal blou krale.		Lees die probleem vir die groeplede voor. Teken die string krale.		Stap 1 : Die leerders teken 'n prentjie ten einde die probleem te verstaan.
3. Die weense worsies wat verdeel is tussen die kinders		Madeli deel die volgende nege worsies na Janus uit.	Lees die probleem vir die groeplede voor en maak baie foute.	Okkert tel die (oorblywende) worsies en kinders en dui aan dat die worsies verdeel moet word tussen die nege kinders.	Teken die weense worsies en die kinders. Deel die eerste nege worsies uit deur lyne na die kinders te trek.	Lees die probleem vlot vir die groeplede voor sonder enige foute.	Stap 4 : Die plan is uitgevoer en 'n antwoord is gegee.
4. Die romp en bloes kombinasies van die dogter	Teken haar oplossing vir die probleem en die ander groeplede dui aan dat meer kombinasies moontlik is.	Madeli teken die oplossing om te kontroleer of Lukas reg is en stem daarna met hom saam.			Janus verstaan nie wat 'n romp en bloes is nie en Amanda help met 'n verduideliking.	Help vir Amanda deur haar te wys dat verdere kombinasies moontlik is. Teken sy oplossing.	Stap 1 : Woordgebruik in die probleem lei daartoe dat die leerders die probleem nie verstaan nie.
5. Die inkleurpotlode wat aan mekaar raak				Die leerders het die potlode geteken en slegs Amanda se potlode het almal aan mekaar geraak. Die ander twee oplossings beantwoord nie die vraag nie.			Stap 4 : Die leerders voer hul individuele planne uit.

* OPMERKINGS het betrekking op die gebruik / gedeeltelike gebruik van die stappe van die probleemoplossingsmodel (Figuur 3.2).

Figuur 4.1 Oplossing van probleme deur die ondersoekgroep voor die onderrig van 'n probleemoplossingsmodel

Vervolgens word aandag gegee aan die onderrig van probleemoplossing aan die leerders in 'n poging om vas te stel of die leer van wiskunde op dié wyse bevorder sou kon word (sien § 3.3 en § 3.4).

4.4.2 TYDENS DIE ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING

4.4.2.1 Inleiding

Volgens McCormick, Miller en Pressley (1989:4) is leerders nie van nature probleemoplossers nie en alhoewel probleemoplossingsvaardighede baie stadig by leerders ontwikkel, kan hierdie vaardighede wel aan leerders onderrig word (sien § 3.3). Dit is gedoen deur eers 'n probleemoplossingsmodel met die leerders se hulp saam te stel en die model daarna toe te pas in die oplos van probleme.

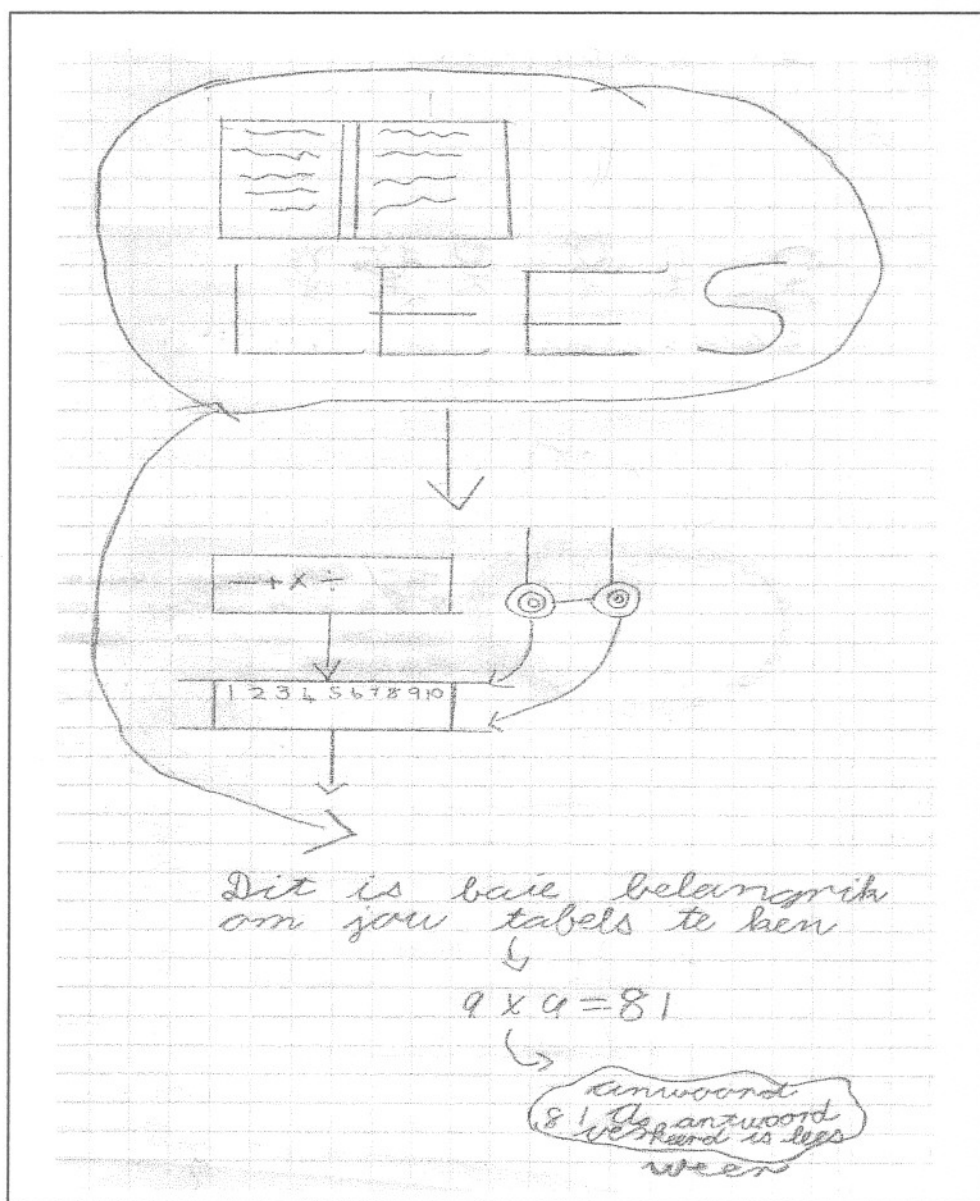
4.4.2.2 Ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel

Gedurende die ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel is die model van Polya as riglyn gebruik (sien § 2.3.2).

Die graad 4-leerders is deur die navorser gelei in die ontwikkeling van 'n eie model vir probleemoplossing. Die ondersoekgroep, asook al die ander graad 4-leerders, is die geleentheid gegun om in groepsverband 'n probleemoplossingsmodel saam te stel na aanleiding van wat hulle ervaar het tydens die oplos van probleme 1 tot 5 (sien § 4.4.1). Die navorser se opdrag aan die leerders was om 'n model te ontwerp waardeur ander leerders gelei sou kon word in die aanpak en oplos van probleme. Die model moes stap vir stap aandui hoe 'n probleem aangepak kan word om 'n oplossing te lewer en mag met behulp van prente of geskrewe riglyne uitgebeeld word.

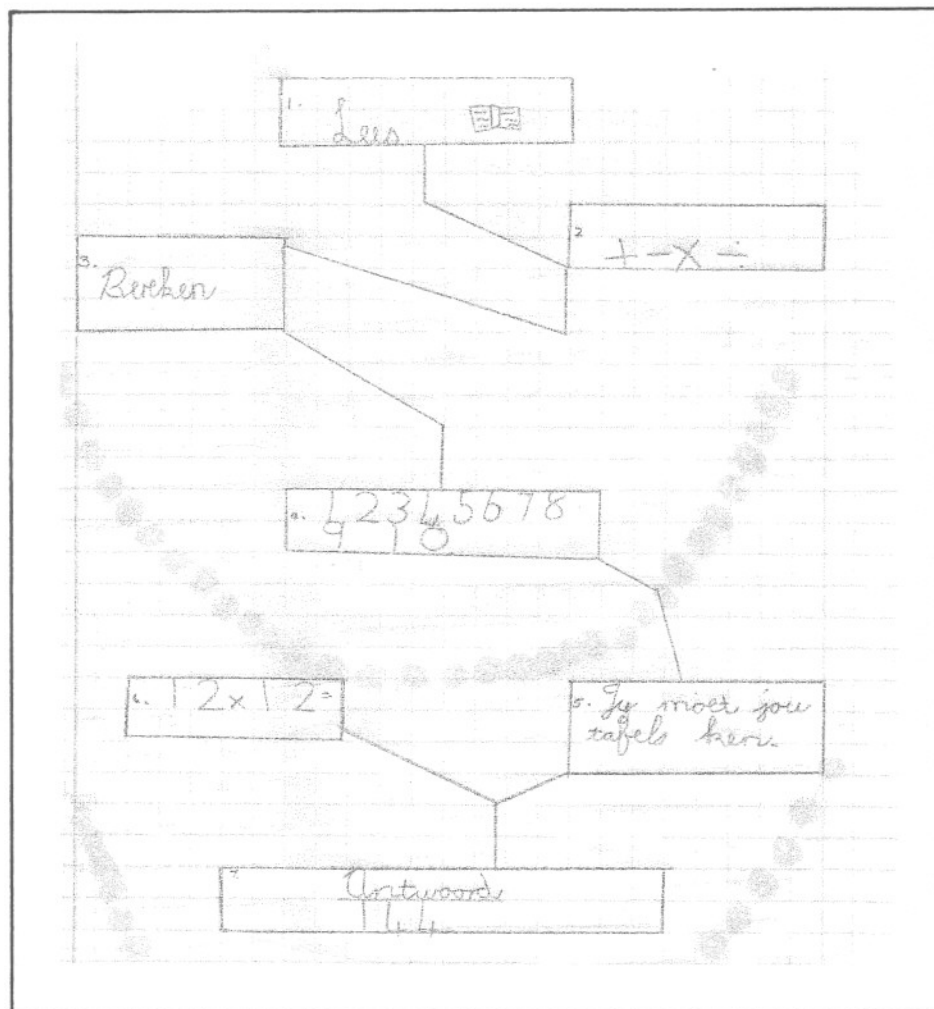
Die probleemoplossingsmodelle wat deur die graad 4-leerders ontwerp is, sluit onder andere die volgende in :

Voorbeeld 1 :



Hierdie groep (Groep A) het aangedui dat 'n probleem opgelos kan word deur die probleem te lees, waarna berekeninge uitgevoer behoort te word met die getalle wat in die probleem gegee is. Die groep beklemtoon dat dit baie belangrik is om vermenigvuldigingstafels te leer en daarna behoort die antwoord gelever te kan word.

Voorbeeld 2 :



Die probleemoplossingsmodel van hierdie groep (Groep B) bestaan uit die volgende 7 stappe :

1. Lees die probleem.
2. Besluit op die bewerking wat uitgevoer gaan word.
3. Voer die berekening uit.
4. Gebruik die getalle (1 tot 10).
5. Jy moet jou tafels ken.
6. Voer die berekening uit.
7. Antwoord op die probleem.

Die verskillende groepe het met verskillende idees en voorstelle vorendag gekom en die groepe se probleemoplossingsmodelle is in die klas bespreek. Tydens die bespreking is die leerders deur mekaar reg gehelp (Groepe B voer byvoorbeeld twee keer berekeninge uit by stappe 3 en 6). Tydens die klasgesprek het die leerders foute uitgewys maar ook omliggende idees geïdentifiseer, soos dat meer as een bewerking soms uitgevoer moet word.

Nadat die modelle deur die leerders saamgestel is, het elke groep die geleentheid gekry om die model op die bord te teken en aan die klas te verduidelik. Die modelle vir probleemoplossing is daarna deur die navorser en die leerders bespreek en die navorser het die volgende vrae aan die graad 4-leerders gevra :

Navorsers : Kan julle groepe se model vir probleemoplossing gebruik word om 'n probleem op te los?

Leerders : Ja.

Navorsers : Sal julle altyd by die regte antwoord uitkom as julle hierdie model gebruik?

Maakli : Nie altyd nie, maar partykeer.

Navorsers : Hoe gaan ons weet as die antwoord van die probleem verkeerd is?

Leerders : As juffrou dit verkeerd merk.

Leerders : Wanneer die groepe se antwoorde nie dieselfde is nie.

Leerders : Wanneer ons nie die vraag beantwoord nie.

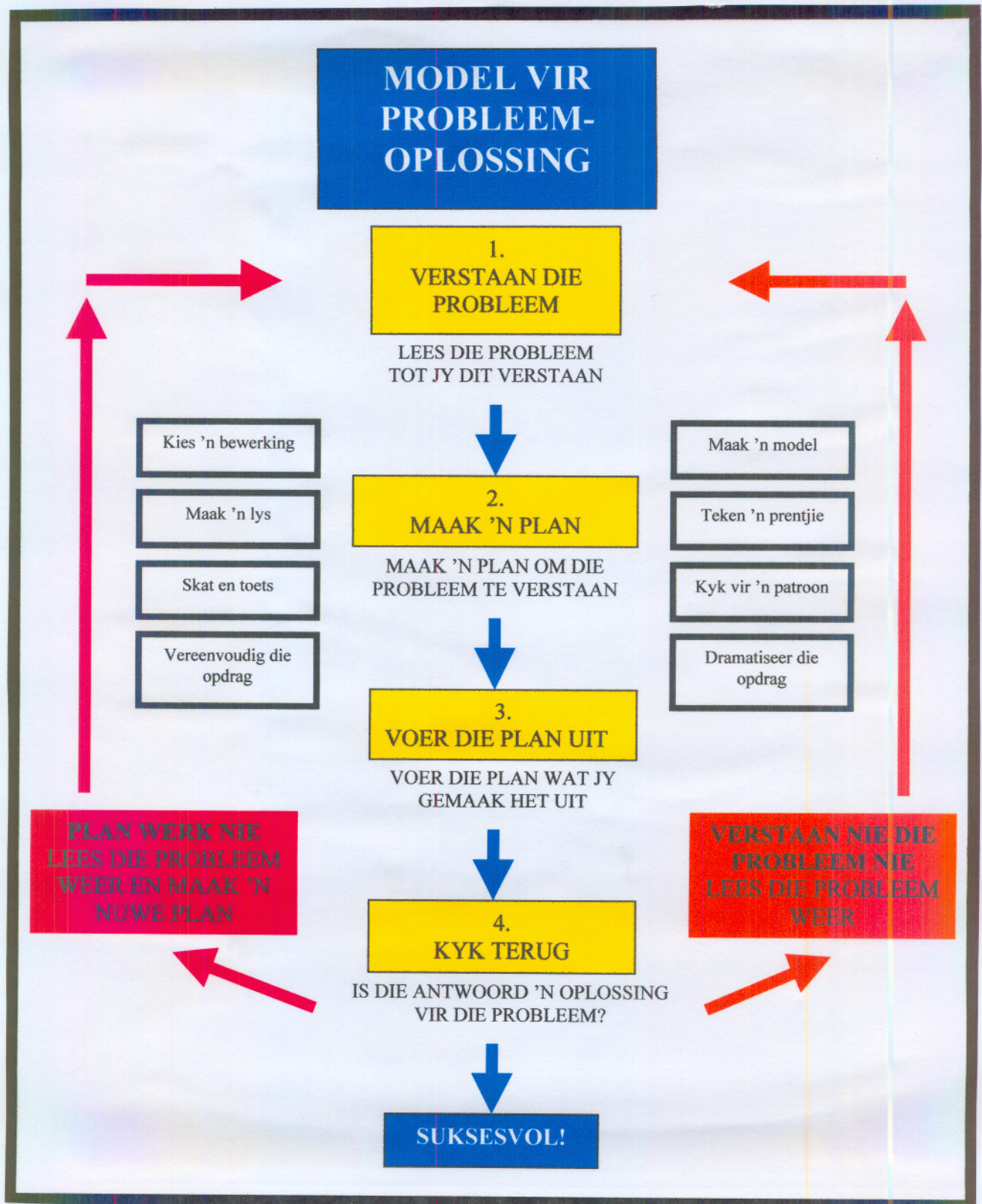
Navorsers : Pragtig! Wanneer weet ons of ons die vraag beantwoord het of nie?

Leerders : Aan die einde as ons alles klaar gedoen het.

Daarna het die navorser aan die groepe die volgende opdrag gegee :

Navorser : Kyk of julle groep die model vir probleemoplossing so kan verander dat (1) julle kontroleer of die antwoord 'n oplossing vir die probleem is; (2) julle leiding gee wanneer iemand die probleem nie verstaan nie; en (3) raad gee wanneer 'n ander plan gemaak moet word.

Die groepe het weer aan hul modelle gewerk en later is die verskillende groepe se insette gebruik en die volgende probleemoplossingsmodel is ontwikkel :



Figuur 4.2 'n Probleemoplossingsmodel (ontwikkel deur die navorser en graad 4 leerders)

Die probleemoplossingsmodel (sien figuur 3.2) wat aan die hand van literatuur saamgestel is, verskil van model wat saam met die graad 4-leerders ontwikkel is. Die oorspronklike model het op vyf stappe gefokus, naamlik (1) die lees van die probleem, (2) skryf die bekendes in die probleem neer, (3) maak 'n plan, (4) voer die plan uit en (5) bepaal of die onbekendes in stap 1 nou bekend is. Indien nie, begin weer by stap 1.

Die probleemoplossingsmodel wat saam met die graad 4-leerders ontwerp is (sien figuur 4.2), was vir die leerders maklik om te gebruik aangesien hulle deelgeneem het aan die ontwerp daarvan. Hierdie probleemoplossingsmodel maak verder ook voorsiening vir wanneer die leerders die probleem nie verstaan nie, en wanneer die plan wat gemaak is, nie suksesvol was nie. Die vier stappe van die model is maklik deur die leerders toegepas en gememoriseer, en is soos volg :

- (1) Verstaan die probleem.
- (2) Maak 'n plan.
- (3) Voer die plan uit.
- (4) Kyk terug.

4.4.2.3 Toepassing van die model

Verskillende probleme is aan die leerders gegee om hulle in staat te stel om die probleemoplossingsmodel (sien figuur 4.2) toe te pas.

Die verskillende stappe van die model is met behulp van verskillende probleme geïllustreer en onderrig. Vervolgens word 'n uiteensetting gegee van die response van die ondereskoegroep op die onderrig van die verskillende stappe.

1. Verstaan van die probleem

Voordat leerders 'n probleem kan oplos of 'n poging kan aanwend om dit op te los, moet die probleem eers verstaan word. Dit kan gedoen word deur byvoorbeeld die probleem te dramatiseer (sien § 3.3.3.1).

Probleem 1 :

Daar is 6 mense by 'n partytjie. Elke persoon skud hand met elke ander persoon. Hoeveel keer word daar altesaam hand geskud?

Voordat die navorser die probleem en die oplossing daarvan met die studiepopulasie bespreek het, is die leerders die geleentheid gegun om self te verwoord hoe hulle die probleem aangepak het. Die ondersoekgroep het die probleem soos volg aangepak en het hul handelinge skriftelik weergegee :

*Ons het mekaar begin groet en het getel.
Ons het mekaar begroet en ons het reggekom
Ons het in 'n som gemaak en mekaar gegroet en
getel. Ons het mekaar begin groet en
het getel. Ons het ons uit gewerk
en gekyk of dit reg is om
te groet.*

Madeli het dadelik geantwoord dat " $6 \times 6 = 36$ " en dat daar dus altesaam 36 keer hand geskud word. Die groeplede het saamgestem dat 36 die antwoord is, maar die navorser het die leerders daarop gewys dat 'n persoon homself nie groet nie. Die groeplede het weer gesels oor die probleem en het geen idee gehad waar om te begin in die oplos van die probleem nie.

Die navorser het die leerders gelei om die probleem op te voer deur mekaar te groet soos wat hulle by die partytjie opdaag. Die groeplede het mekaar gegroet en besef dat hulle nooit telling gehou het van die aantal kere wat gegroet is nie. Die probleem is weer opgevoer en elke groet is hardop getel. 30 keer het die groeplede mekaar gegroet en Madeli het opgemerk dat " $5 \times 6 = 30$ ". Haar getalbegrip is baie goed en sy kan berekeninge baie vinnig en akkuraat uitvoer. Dit wil voorkom asof Madeli se goeie getalbegrip probleemoplossing kan vergemaklik.

2. Maak 'n plan

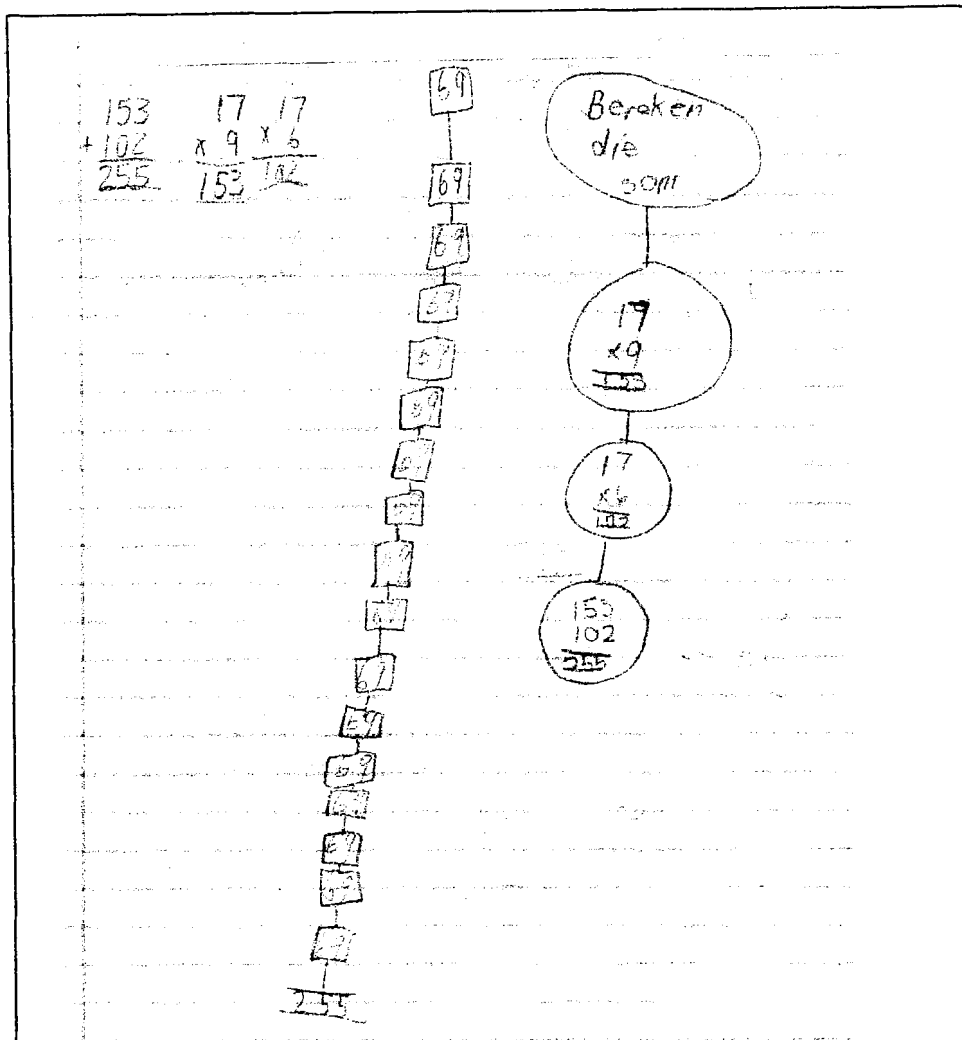
Leerders vind dit dikwels moeilik om te bepaal watter bewerking uitgevoer behoort te word in die oplos van 'n probleem. Wanneer die fasiliteerder die leerders begelei om 'n plan te maak sluit dit ook die keuse van die gepaste bewerking vir 'n probleem in (sien § 3.3.3.2).

Probleem 2 :

'n Man bou 'n muur. Daar is 69 bakstene in elke ry en die muur is 17 rye hoog. Hoeveel stene is daar in die muur?

Madeli het die getalle neergeskryf wat die aantal bakstene in elke ry uitbeeld terwyl Lukas 'n berekening uitgevoer het. Terwyl Madeli nog besig was om die blokkies ondermekaar neer te skryf, het Lukas begin met sy berekening. Hy het besef dat 69×17 die antwoord vir die probleem kan lewer, maar het nog nie die vaardigheid aangeleer om met tweesyfergetalle te vermenigvuldig nie. Daarom het Lukas gemeen dat 17×9 en 17×6 bymekaar getel ook 'n manier is om by die korrekte antwoord uit te kom.

Die pogings van Madeli en Janus word vervolgens uitgebeeld :



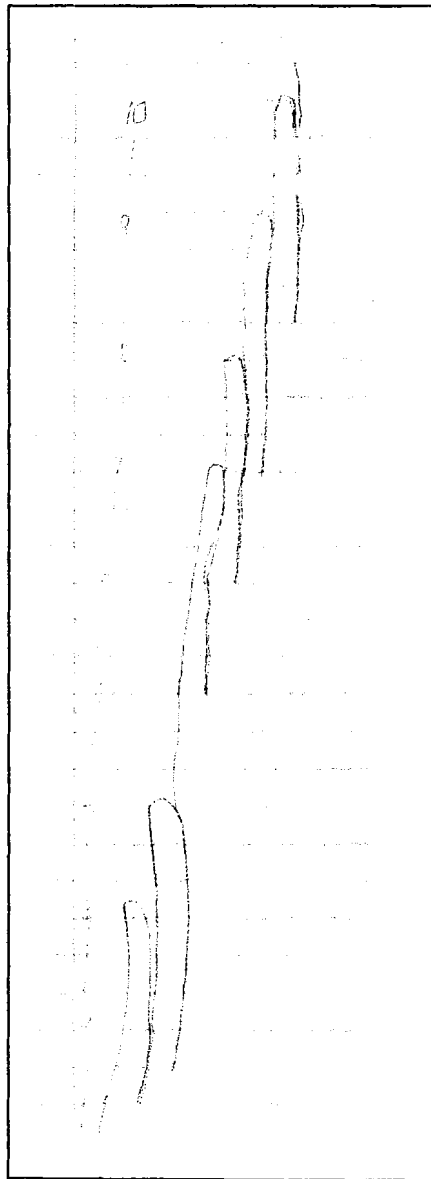
Alhoewel nie Madeli of Lukas se pogings suksesvol was nie, kan 'n paar belangrike afleidings gemaak word, naamlik :

- dat die uitvoer van basiese bewerkings (vermenigvuldiging met tweesyfergetalle en bewerkings met breuke) noodsaaklik is vir die oplos van probleme;
- dat leerders probleme kan oplos deur verskillende bewerkings uit te voer en
- dat daar vordering te bespeur is waar die leerders die probleem van die rye bakstene (soortgelyk aan die een oor Laerskool Prisma se saalstoele) aanpak met die doel om 'n korter metode te vind as om die rye bakstene te teken.

Probleem 3 : Oplos van individuele probleme

'n Padda val in 'n put wat 10 meter diep is. Die padda probeer sy bes om uit die put te spring, maar vir elke 3 meter wat hy spring val hy 2 meter terug. Hoeveel keer moet die padda spring om uit die put uit te kom?

Janus het die volgende plan gemaak, met ander woorde 'n prentjie geteken, om die probleem op te los (sien § 3.3.3.2) :



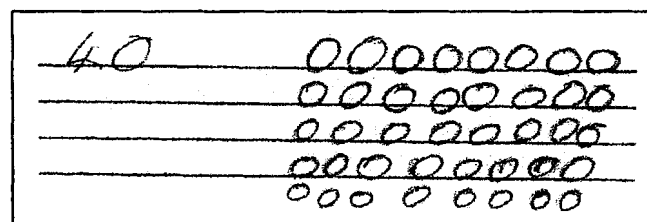
3. Voer die plan uit

Probleem 3 :

Op die skoolrooster is daar elke dag 8 periodes. Hoeveel periodes is daar in een week?

Madeli het die antwoord neergeskryf as “40 periodes in een skoolweek”. Die navorser het navraag gedoen hoe Madeli die antwoord bepaal het en sy het aangedui dat sy 8 x 5 deur middel van hoofrekene bepaal het. Madeli het nie nodig gehad om die bewerking neer te skryf om die antwoord te bepaal nie.

Debbie het ook die antwoord korrek bereken maar het die periodes voorgestel deur van sirkels gebruik te maak. Haar oplossing lyk só :

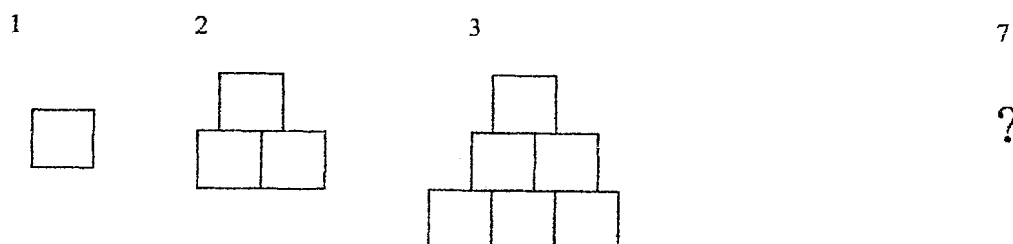


Fasiliteerders behoort probleme wat aan die leerders gestel word, so te formuleer dat die leerders van verskillende metodes gebruik kan maak tydens probleemoplossing (sien § 3.3.3.3).

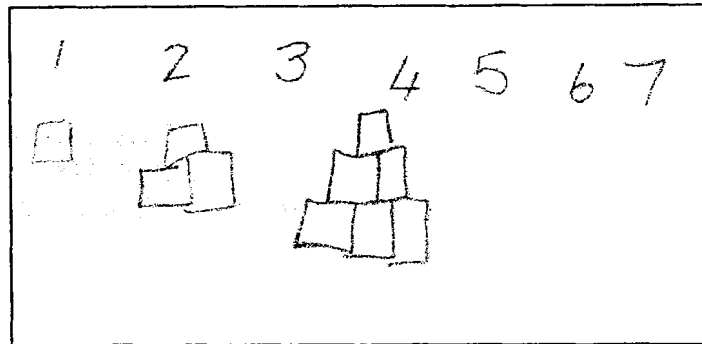
4. Terug kyk en toets die antwoord (refleksie)

Voorbeeld :

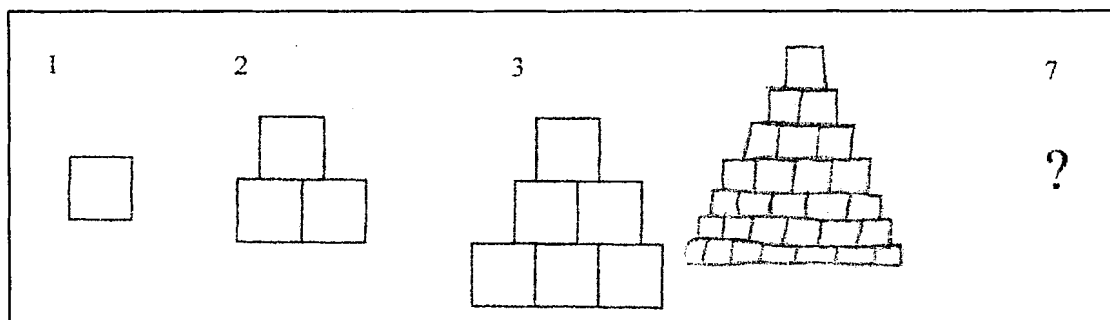
Kyk na die blokkies wat gepak is. Hoe sal die 7de groepie blokkies lyk?



Madeli het tydens die aanpak van hierdie probleem die volgende geteken in die bepaling van die oplossing :



Madeli het eers 'n tekening gemaak van wat in die probleem gevra word. Sy het deur hierdie voorstelling gesien dat die onderste ry se aantal blokkies dieselfde is as die getal bo. Daarna het sy die oplossing só geteken :



Madeli kon in hierdie probleem die patroon identifiseer en voltooi in die oplossing van die probleem (sien § 3.3.3.4).

Toepassing van die model in geheel (Stappe 1 tot 4)

Probleem 4 :

Teken 'n reghoek wat 20cm lank en 16cm breed is. Kyk of julle kan uitwerk hoeveel blokkies (2cm by 2cm) in hierdie reghoek sal pas.

(1) Verstaan van die probleem

Okkert het die opdrag vir die groep voorgelees en die groeplede het belangstellend geluister. Madeli het raad gegee terwyl Debbie besig was om die reghoek te meet en te teken. Madeli toon sterk leierseinskappe en wil graag in beheer van die groep wees.

(2) Maak 'n plan

Nadat Debbie die reghoek klaar geteken het is dit Janus se beurt om die blokkies te meet en te teken. Okkert kyk belangstellend toe en gee die hele tyd raad. Madeli wil hê dat elke blokkie van 2cm gemeet en getrek moet word, maar Janus het nie saamgestem nie. Hy het vir die groep gewys dat die lengtes van die blokkies op die twee kante van die reghoek gemerk kan word en dat 'n lyn dan regdeur die reghoek getrek kan word. Janus het dus 'n ander plan as Madeli gemaak in die oplos van die probleem. Op dié wyse is baie meer blokkies in baie minder tyd getrek. Daarna het Amanda en Madeli ook elkeen 'n beurt gekry om van die blokkies te teken.

(3 en 4) Voer die plan uit en toets die antwoord

Madeli het elke blokkie binne-in die reghoek genommer maar die tel van die blokkies is bemoeilik omdat die groeplede nie die blokkies ewe groot geteken het nie. Die groeplede het 75 blokkies binne-in die reghoek getel en omdat die antwoord nie korrek was nie, het die navorser versoek dat die groep weer na die reghoek en die blokkies gaan kyk wat geteken is. Die ondersoekgroep het die 75 blokkies soos volg voorgestel :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Die ondergroep het besef dat 'n ander plan gemaak moet word maar het nie die reghoek oorgeteken nie. Lukas het die blokkies in veelvoude van twee getel terwyl Okkert het die eerste ry blokkies (horisontaal) met sy vinger getel het, vasgesteek en het toe die eerste ry blokkies af (vertikaal) getel het. Hy het gesê "8 x 10" en verbaas na die ander gekyk. Okkert se verduideliking aan die groeplede en die navorser was dat dit makliker is om in veelvoude van agt of tien te tel as om elke blokkie te tel.

Die fasiliteerder het hierdie opdrag gebruik ter inleiding tot die onderrig van oppervlakte. Probleemoplossing kan gebruik word om die leerders op 'n genotvolle wyse te lei in die ontdekking van nuwe wiskundekennis (sien § 2.2.4.1).

**OPLOSSING VAN PROBLEME DEUR DIE ONDERSOEKGROEP
TYDENS DIE TOEPASSING VAN DIE PROBLEEMOPLOSSINGSMODEL**

TABEL 5: OEFENINGS- EN TOEGANGS- VAN DIE PROBLEEM- OPLOSSINGSMODEL							
PROBLEEM	AMANDA	MADELI	DEBBIE	OKKERT	JANUS	LUKAS	OPMERKINGS
1. Mensse groet mekaar by 'n partytjie		Dui aan dat die antwoord 36 is, omdat $6 \times 6 = 36$.					Madeli poog om hoofrekena te gebruik in die oplos van probleme.
	Die fasiliteerder verduidelik aan die leerders dat elke persoon homself nie groet nie en die groeplede groet mekaar ten einde die oplossing te vind. Die ondersoekgroep het nie die aantal grootbeurte getel nie en groet mekaar weer terwyl daar saam getel is. Madeli merk op dat $5 \times 6 = 30$ die oplossing is.						
2. 'n Man bou 'n muur wat 17 rye hoog is		Poog om die probleem op te los deur 17 bakstene onder mekaar te teken met die getal 69 in elkeen geskryf.				Lukas is van mening dat die uitvoer van 'n bewerking 'n korter pad na die oplossing is.	Lukas wil die kortste pad na 'n oplossing volg.
3. Oplos van individuele probleme		Reeks met blokkies : Teken om die probleem te verstaan en op te los. (Voorbeeld 3)			Padde in put : Gebruik 'n tekening om die probleem op te los (Voorbeeld 2)		Die groeplede gebruik metodes in die oplos van die probleme wat aan hulle onderlig is.
4. Die skoolrooster met agt periodes vir elke dag		Madeli gee die antwoorde dadelik as 40 periodes en verduidelik dat $8 \times 5 = 40$.	Debbie stel elke periode met 'n sirkel voor en bereken die antwoord ook as 40 periodes.				Madeli en Debbie toon beide vordering in die oplos van probleme. Elkeen op haar eie vlak.
5. Die leerders teken 'n reghoek en bepaal die aantal blokkies wat daarin pas	Amanda teken die blokkies terwyl Madeli raad gee.	Gee raad aan Debbie en Amanda hoe gemeet moet word. Meet elke blokkie in die reghoek en tel dit daarna.	Meet die sye van die reghoek met 'n liniaal.	Lees die probleem. Tel die aantal blokkies (vertikaal en horisontaal) en bereken dat $8 \times 10 = 80$.	Help om die blokkies in die reghoek te teken.	Lukas tel die blokkies in veelvoude van twee (2).	Madeli wil elke blokkie tel en Lukas probeer die kortste pad gebruik. Okkert sien die patroon raak dat $8 \times 10 = 80$.
Gevoeltrekking	Amanda kan nie probleme oplos nie.	Toon vordering en kan probleme oplos.	Toon geringe vordering in probleemoplossing	Toon begrip vir die oplos van probleme	Kan probleme oplos	Toon min vordering in die oplos van probleme.	Sommige leerders het baat gevind by die onderlig.

Figuur 4.3 Oplossing van probleme deur die ondersoekgroep tydens die toepassing van die probleemoplossingsmodel

4.4.2.4 Gevolgtrekking

Deur wiskundevaardighede aan die leerders te onderrig kan die leerders wiskundekennis hul eie maak (sien § 2.2.4.1 en figuur 4.4). Die ontwikkeling van die ondersoekgroep se vaardighede en die wiskundekennis wat tydens die toepassing van die probleemoplossingsmodel aangeleer is, is saamgevat in figuur 4.4.

**SAMEVATTENDE TABEL VAN DIE ONDERSOEKGROEP SE
ONTWIKKELING TEN OPSIGTE VAN PROBLEEMOPLOSSING**

ONTWIKKELING	AMANDA	MADALI	DEBBIE	OKKERT	JANUS	LUKAS	LEER VAN WISKUNDE
VOOR DIE ONDERRIG VAN PROBLEEM- OPLOSSING	Lees probleme voor vir die groep. Verstaan nie wat van die woorde in die vraag beteken nie.	Teken prente in die oplossing van probleme. Goeie getal- begrip. Kontroleer die antwoord.	Lees probleme voor en maak baie foute. Verstaan nie wat van die woorde in die vraag beteken nie.	Deel die weense worsies tussen die kinders uit. Min betrokke by groepwerk.	Lees probleme voor vir die groep. Teken die krale terwyl Madeli instruksies gee.	Lees probleme voor vir die groep. Maak gebruik van 'n tekening in die oplos van 'n probleem en help vir Amanda met klere probleem.	Voor die onderrig van die probleemoplossingsmodel is die leerders onderrig in die gebruik van vermenig- vuldiging (saalstoele), die identifisering van 'n patroon (krale), deling (weense worsies) en die bepaling van verskillende kombinasies (rompe en bloese).
TYDENS DIE ONDERRIG VAN PROBLEEM- OPLOSSING	Min betrokke by groepwerk. Amanda neem deel wanneer Madeli voor- skryf wat sy moet doen.	Poog om 'n korter pad na die oplossing te vind. Maak gebruik van hoofreken. Teken 'n prentjie om 'n probleem te verstaan en op te los.	Gebruik 'n tekening om die probleem van die aantal periodes op die rooster op te los. Neem deel aan groepwerk en wil betrokke wees.	Met die reghoek probleem stel Okkert die oplos- sing voor as $8 \times 10 = 80$.	Los die probleem van die padda in die put op met behulp van 'n tekening. Poog nie om nuwe probleemoplos- singsvaardighede toe te pas nie.	Poog om 'n korter oplossing as Madeli te gebruik.	Tydens die onderrig van probleemoplossing is die leerders onderrig in : vermenigvuldiging (groet mekaar by partytjie, bou 'n muur en skoolrooster), patroon identifisering (padda), oppervlakte (reghoek) en reeksvorming (blokkies).
GEVOLGTREKKING	Amanda kan nie probleme oplos nie en het nie baat gevind by die onderrig van probleem- oplossing nie.	Madeli het verskillende probleemoplos- singsvaardig- hede aangeleer en sy is 'n goeie probleemoplos- ser.	Debbie het vordering getoon en doen haar bes om probleme op te los.	Okkert se deelname aan die oplos van die probleme in groepsverband het baie verbeter. Toon vordering in die oplos van probleme.	Janus het redelik stabiel gebly in die oplos van probleme. Hy kan probleme oplos maar het nie waagmoed om nuwe vaardighede toe te pas nie.	Lukas toon vordering in die oplos van probleme en pas nuwe aangeleerde vaardighede toe.	Tydens die oplos van probleme het die leerders die volgende wiskunde geleer : verbetering van getalbegrip, uitvoer van basiese bewerkings, gewone breuke, datahantering en oppervlakte.

**Figuur 4.4 Samevattende tabel van die ondersoekgroep se
ontwikkeling ten opsigte van probleemoplossing**

4.5 VEREISTES WAARAAN DIE ONDERRIG VAN PROBLEEMOPLOSSING BEHOORT TE VOLDOEN OM EFFEKTIEF TE WEES

Fasiliteerders behoort begrip te hê vir die leerders wat dit steeds moeilik vind om probleme op te los. Probleemoplossing moet in die klaskamer onderrig word en die fasiliteerder speel 'n belangrike rol in die begeleiding van die leerders om probleme te kan oplos. Deur die onderrig van probleemoplossing aan die leerders word hulle gevorm om as volwasse nes probleme in die alledaagse lewe te kan aanpak en oplos. Probleemoplossing behoort aan die leerders onderrig te word aangesien probleemoplossingstrategieë en -vaardighede nie natuurlik ontwikkel nie (McCormick, Miller & Pressley, 1989:4).

Die leerders behoort ruim geleent hede gegun te word om saam met die fasiliteerder te werk in die ontwikkeling van 'n model vir probleemoplossing (sien § 4.4.2.2). Aan die hand van die probleemoplossingsmodel kan die leerders deur die fasiliteerder onderrig word in die inoefening en bemeestering van 'n verskeidenheid probleemoplossingsvaardighede.

Dit is belangrik dat die fasiliteerders se fokus tydens die onderrig van probleemoplossing meer op die ontwikkeling van die probleemoplossingsvaardighede van die leerders behoort te wees, as op die antwoorde wat gelewer word.

Die onderrig van probleemoplossing behoort aan die volgende vereistes te voldoen om effektief te wees :

- (1) *Beplanning vir die onderrig van probleemoplossing is baie belangrik (sien § 3.3.1.2). Fasiliteerders behoort deeglik te beplan vir die onderrig van probleemoplossing aan die leerders asook ten opsigte van watter probleme gebruik gaan word. 'n Skema vir die*

beplanning van 'n probleemgebaseerde les kan gebruik word (sien figuur 3.1).

- (2) Die onderrig van probleemoplossing deur die fasiliteerder behoort aan die hand van 'n *riglyn* gedoen te word (sien § 3.3.2). Vir die doel van hierdie ondersoek is van 'n *probleemoplossingsmodel* gebruik gemaak om die leerders te begelei in die oplos van probleme.
- (3) Probleemoplossing word bevorder wanneer *die leerders optimaal by die leergebeure betrek* word. Die wisseling tussen grootgroepaanbiedings en kleingroepaktiwiteite (sien § 3.4.1 en 3.4.2) is bevorderlik vir die onderrig van probleemoplossing. Nuwe probleemoplossingsvaardighede word aan die grootgroep onderrig en daarna kry die leerders (in kleingroepe) die geleentheid om die vaardighede in te oefen en toe te pas.
- (4) *Die rol van die fasiliteerder* tydens die onderrig van probleemoplossing is belangrik. Fasiliteerders wat positief is oor probleemoplossing stel 'n voorbeeld vir die leerders, en daardeur word die onderrig van probleemoplossing bevorder (sien § 3.4.3).
- (5) *Assessering* van probleemoplossing gee aan die fasiliteerder terugvoer ten opsigte van die probleemoplossingsvaardighede en -strategieë wat reeds deur die leerders bemeester is. Op dié wyse kan die fasiliteerder beplanning doen vir onderrig wat gaan volg (sien § 3.5).

4.6 SAMEVATTING

Die empiriese ondersoek het gefokus op die mate waarin die leer van wiskunde verbeter kan word deur probleemoplossing te onderrig. Die ondersoek is onderneem in die vorm van 'n gevallestudie (as kwalitatiewe ondersoekmetode) en die empiriese ondersoek is in hierdie hoofstuk beskryf. Die gebruik van die meetinstrumente asook die keuse en samestelling van die ondersoekgroep is verduidelik.

Die ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel is omskryf en daar is verwys na die onderrig van verskillende probleemoplossingsvaardighede aan die leerders. Met die afhandeling van die ondersoek is tot die gevolgtrekking gekom dat probleemoplossing wel tot 'n mate aan leerders onderrig kan word, maar dat die suksesvolle onderrig van probleemoplossing nie vir alle leerders gewaarborg kan word nie.

Die tweede probleemvraag van die ondersoek (sien § 1.2) is derhalwe in hierdie hoofstuk onder die loep geneem en beantwoord.

In die volgende hoofstuk word die ondersoek afgesluit met die bespreking van die bevindings, veralgemenings, voorstelle vir verdere navorsing asook enkele slotopmerkings.

HOOFSTUK 5 : BEVINDINGS EN AANBEVELINGS

5.1 INLEIDING

In die voorafgaande hoofstukke is die probleem wat aanleiding gegee het tot die ondersoek, gestel en beredeneer. 'n Literatuurstudie is gedoen om van die probleemvrae te beantwoord en 'n empiriese ondersoek is onderneem om die oorblywende vrae te beantwoord.

In hierdie hoofstuk word die bevindings wat voortgespruit het uit die teoretiese en die empiriese ondersoek bespreek. Eerstens word 'n oorsig gegee van die doelstellings wat gestel is, gevolg deur 'n beskrywing van die verloop van die ondersoek. Ten tweede word die hoofbevindings wat voortgevloei het uit die teoretiese sowel as die empiriese ondersoeke bespreek. Daarna word gevolgtrekkings gemaak vanuit die bevindings en aanbevelings aan wiskundefasiliteerders en fokusareahoofde ten opsigte van die noodsaaklikheid van die onderrig van probleemoplossing in Suid-Afrikaanse skole. Ten slotte word tekortkominge/leemtes wat ondervind is tydens die ondersoek, asook moontlikhede vir verdere navorsing, bespreek.

5.2 OORSIG VAN DIE ONDERSOEK

Die doel van die ondersoek was om 'n antwoord te vind op die volgende probleemvraag (sien § 1.2) :

- Wat is die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van skoolwiskunde?

Met die aanvang van die ondersoek is 'n vraelys (sien Bylaag B) deur die leerders voltooi om sodoende vas te stel wat hul vorige ervarings ten opsigte van probleemoplossing, was. Onderhoude (sien Bylaag C) is met die leerders van die ondersoeksgroep gevoer om vas te stel of die leerders in die

grondslagfase onderrig is in die gebruik van 'n probleemoplossingsmodel. Die leerders van die onderzoekgroep is waargeneem in die groot- en kleingroepe en alle waarnemings is aangeteken en getranskribeer. Deur die waarnemings is gepoog om die gebruik van verskillende probleemoplossingsvaardighede deur die leerders te identifiseer. Die skriftelike werk in die klaswerk-, huiswerk- en groepwerkboeke is bestudeer om aantekeninge te maak in verband met die gebruik van probleemoplossingsvaardighede en –strategieë.

Vervolgens word die hoofbevindings van die ondersoek bespreek. In ooreenstemming met die aard van die doelstellings, word onderskei tussen teoretiese en empiriese bevindings.

5.3 BEVINDINGS VAN DIE ONDERSOEK

5.3.1 TEORETIESE BEVINDINGS

Die teoretiese ondersoek is onderneem om die verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van skoolwiskunde te ondersoek.

Die leer van skoolwiskunde is ondersoek met die fokus op verskillende benaderings tot leer (sien § 2.2.3) en die faktore wat kan bydra tot die betekenisvolle leer van wiskunde. Uit die ondersoek het dit duidelik geword dat die konstruktivistiese benadering tot leer aansluit by uitkomsgebaseerde onderwys wat tans in Suid-Afrikaanse skole onderrig word (sien § 2.2.3.3). Volgens die konstruktivistiese benadering tot leer behoort :

- (1) die leerders aktief betrokke te wees by leer,
- (2) sosiale interaksie tussen die leerders en die omgewing en ander persone plaas te vind,
- (3) die leerders geleentheid te kry om nuwe leerinhoude op verskillende maniere te ontdek en te ondersoek,

- (4) die fasiliteerder 'n verskeidenheid onderrigmetodes te gebruik tydens onderrig en
- (5) die leerders gelei te word om self verbande tussen leerinhoude in te sien (sien § 2.2.3.3).

Die volgende faktore is geïdentifiseer en dra by tot die betekenisvolle leer van wiskunde : wiskundekennis en –vaardighede, metakognisie, leerstrategieë asook take en opdragte in wiskunde (sien § 2.2.4).

Die verband tussen probleemoplossing en die leer van wiskunde is ondersoek deur te verwys na verskillende modelle wat gebruik kan word in die oplos van probleme (sien § 2.3.2). Die doel was om te bepaal of die leerders gelei kan word om probleme op te los (deur van 'n probleemoplossingsmodel gebruik te maak) en terselfdertyd wiskundekennis en –vaardighede kan aanleer. Daar is gevind dat probleemoplossing wel 'n invloed het op die leer van wiskunde en dat leerders wiskundekennis en –vaardighede kan aanleer deur probleemoplossing (sien § 2.3.3).

Die onderrig van probleemoplossing is bestudeer deur te verwys na die beplanning, implementering en assessering van probleemoplossing. Die beplanning en ontwikkeling van 'n probleemgebaseerde les vir die onderrig van probleemoplossing (sien § 3.3.2 en figuur 3.1) verg goeie beplanning ten opsigte van die leerinhoude van die les en die onderrig-leer-handelinge (sien § 3.3.2.1 en § 3.3.2.2) wat gaan plaasvind.

'n Probleemoplossingsmodel kan gebruik word as riglyn vir die leerders tydens die oplos van probleme (sien § 3.3.3). Die model vir probleemoplossing wat vir hierdie ondersoek ontwikkel is, bestaan uit die volgende stappe : (1) lees en verstaan die probleem; (2) maak 'n plan; (3) voer die plan uit en (4) kyk terug om te bepaal of die probleem opgelos is (sien figuur 3.2).

Grootgroep- en kleingroep-aanbiedings kan gebruik word tydens die implementering van die onderrig van probleemoplossing (§ 3.4.1 en § 3.4.2). Die fasiliteerder behoort afwisselend gebruik te maak van grootgroep- en kleingroep-aanbiedings, afhangend van die onderrigdoel wat bereik wil word (§ 3.4.3). Leerders behoort ook ingelig te word ten opsigte van hul rol tydens die oplos van probleme sodat hulle aktief kan deelneem aan die leergebeure (sien § 3.4.4).

Assessering is 'n noodsaaklike deel van die onderrig van probleemoplossing (sien § 3.5) en (1) monitor die leerders se vordering in die bereiking van gestelde doelwitte; (2) gee terugvoer aan die fasiliteerder ten opsigte van die leerders se vordering; (3) gee 'n aanduiding van die leerders se prestasie ten opsigte van probleemoplossing en (4) stel die fasiliteerder in staat om die kwaliteit van die onderrig wat die leerders ontvang het, te bepaal. Assessering kan met behulp van verskillende assesseringstegnieke/-wyses gedoen word, insluitend die gebruik van vraelyste, onderhoude, waarneming en skriftelike werk.

Die eerste probleemvraag wat vir die ondersoek gestel is (sien § 1.2), is deur middel van die teoretiese ondersoek aangespreek en beantwoord. Vervolgens word aandag gegee aan die empiriese bevindings van die ondersoek.

5.3.2 EMPIRIESE BEVINDINGS

Die empiriese ondersoek is onderneem om te bepaal (1) wat die invloed van probleemoplossing op die leer van skoolwiskunde is, en (2) op watter wyse probleemoplossing onderrig kan word.

Met die aanvang van die ondersoek is die leerders waargeneem tydens die oplos van probleme in groepsverband (sien § 4.4.1). Uit die waarneming en onderhoude wat gevoer is, het dit duidelik geword dat die leerders nie in die grondslagfase deelgeneem het aan die oplos van probleme aan die hand van

'n probleemoplossingsmodel nie (sien § 4.4.1) en 'n probleemoplossingsmodel is saam met die leerders ontwikkel (sien figuur 4.2). Die model is deur die leerders gebruik tydens die oplos van probleme, en die doel was om op dié wyse verskillende probleemoplossingsvaardighede en –strategieë aan die leerders te onderrig.

Uit die skriftelike werk het die volgende duidelik geword (sien figuur 4.4) :

- Leerders wie se getalbegrip goed vasgelê is, los probleme met meer gemak op as leerders met 'n swak begrip van getalle.
- Wanneer leerders die basiese bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling) korrek uitvoer, kan probleme opgelos word.
- Leerders kan vaardighede en strategieë aanleer om probleme op te los.
- Probleemoplossing kan bevorder word wanneer die leerders gelei word om 'n model vir probleemoplossing te ontdek en te gebruik (sien § 4.4.2.3).

Alhoewel probleemoplossing aan leerders onderrig kan word en leerders probleemoplossingsvaardighede en -strategieë kan aanleer, kan die oplos van probleme aan die hand van 'n model vir probleemoplossing nie suksesvol aan alle leerders onderrig word nie. Die sukses van die onderrig van probleemoplossing kan dus nie vir alle leerders gewaarborg word nie (sien § 4.4.3 en figuur 4.4).

5.4 GEVOLGTREKKINGS

Na aanleiding van die ondersoek kan die volgende vereistes waaraan die onderrig van probleemoplossing behoort te voldoen om effektief te wees, afgelei word (sien § 4.5) :

- (1) Deeglike beplanning vir die onderrig van probleemoplossing is onontbeerlik.
- (2) Onderrig behoort plaas te vind aan die hand van 'n riglyn soos 'n probleemoplossingsmodel.
- (3) Die leerders moet optimaal by leergebeure betrek word.
- (4) Die fasiliteerder behoort bewus te wees van die belangrike rol wat hy/sy speel tydens die onderrig van probleemoplossing.
- (5) Probleemoplossing moet geassesseer word om inligting te kry met die oog op verdere onderrig en leer.

Uit die ondersoek het dit duidelik geword dat leerders onderrig kan word in die oplos van probleme (sien § 4.4.2.3) en dat die leer van skoolwiskunde daardeur kan plaasvind en/of verbeter (sien figuur 4.3). Tydens die onderrig van probleemoplossing is die leerders aktief betrek by die oplos van 'n verskeidenheid probleme aan die hand van 'n probleemoplossingsmodel. Die leerders het nuwe leerinhoud ontdek en bemeester tydens probleemoplossing (sien figuur 4.4). Die verband tussen onderrig, leer en probleemoplossing is tydens hierdie ondersoek bevestig.

5.5 AANBEVELINGS

Na aanleiding van die bevindings van die ondersoek, kan die volgende aanbevelings ten opsigte van die onderrig en leer van probleemoplossing in wiskunde gemaak word.

5.5.1 AANBEVELINGS VIR WISKUNDEFASILITEERDERS

Om fasiliteerders toe te rus en te bemagtig om leerders te kan begelei in die oplos van probleme, word die volgende aanbevelings gemaak :

Die ontwikkeling en samestelling van 'n probleemoplossingsmodel :

Die fasiliteerder speel 'n belangrike rol in die begeleiding van die leerders tydens die ontwikkeling en samestelling van 'n model vir probleemoplossing. Die fasiliteerder kan 'n idee hê van hoe 'n moontlike probleemoplossingsmodel kan lyk, maar behoort ook van die leerders se insette gebruik te maak tydens die samestelling van die model. Leerders is uniek en verskillende modelle vir probleemoplossing kan ontwerp word. Daar is nie 'n vasgestelde model wat die sukses van probleemoplossing deur die leerders waarborg nie. Probleemoplossingsvaardighede en –strategieë kan aan leerders onderrig word deur van 'n probleemoplossingsmodel gebruik te maak.

Die ontwikkeling en bevordering van die probleemoplossingsvaardighede en –strategieë van die leerders :

Die getalbegrip van die leerders is belangrik en behoort deur die fasiliteerder vasgelê en uitgebrei te word om probleme te kan oplos. Telaktiwiteite en die aanleer van vermenigvuldigingstafels is waardevol en behoort gereeld ingeoefen te word. Leerders vind dit moeilik om probleme op te los wanneer bewerkings nie korrek uitgevoer kan word nie, en om die rede is die uitvoer van basiese bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling) baie belangrik.

Die fasiliteerder is verder verantwoordelik vir die keuse van probleme wat deur die leerders opgelos gaan word tydens die inoefening van probleemoplossingsvaardighede en –strategieë. Deeglike voorbereiding is nodig en daar behoort gefokus te word op probleme wat binne die leefwêreld van die leerders is. Die fasiliteerder behoort deur 'n positiewe houding teenoor probleemoplossing ook die leerders positief te beïnvloed ten opsigte van probleemoplossing. Probleemoplossing moet gesien word as 'n uitdaging en nie 'n straf nie.

5.5.2 AANBEVELINGS VIR DIE WISKUNDE-FOKUSAREAHOOF

Die fokusareahoof is aangestel oor die wiskundefasiliteerders en neem onder andere leiding ten opsigte van die leerinhoud wat onderrig word. Die aanbeveling wat aan die fokusareahoof van wiskunde gemaak word, is :

- (1) dat die wiskundefasiliteerders aangemoedig behoort te word om probleemoplossing aan die leerders te onderrig. Elke leerder behoort toegerus te word met 'n model vir probleemoplossing ten einde 'n raamwerk te verwerf, aan die hand waarvan probleme aangepak en uiteindelik opgelos kan word, en
- (2) die fokus behoort te wees op die toerusting van die leerder as 'n waardige lid van die samelewing. Probleme is deel van die daaglikse lewe en die leerders behoort hierdie waardevolle vaardigheid te bemeester om probleme te kan oplos.

5.6 TEKORTKOMINGE/LEEMTES IN DIE ONDERSOEK

Die tekortkominge van hierdie ondersoek het eensyds met die tegnologiese en andersyds met die onderrigaspek te doen.

'n Videokamera is gebruik om die leerders af te neem tydens probleemoplossing in die groot- en kleingroepe. Die kwaliteit van die opnames was nie altyd na wense nie, en agtergrondgeraas (soos die skoolbus, interkom en leerders wat op die stoepe raas) was soms harder as wat die leerders gepraat het, wat die transkribering bemoeilik het.

Die navorser is onderlê in die onderrig van probleemoplossing en die bevindings kan slegs vir fasiliteerders gewaarborg word mits die aanbevelings gevolg word (sien § 4.5).

5.7 VERDERE NAVORSING

Navorsing behoort gedoen te word ten opsigte van die opleiding van fasiliteerders vir die onderrig van probleemoplossing in skoolwiskunde. Die volgende sake verdien aandag :

- Die noodsaaklikheid van probleemoplossing in die onderrig en leer van skoolwiskunde.
- Beplanning vir die onderrig van probleemoplossing deur middel van probleemgebaseerde lesse.
- Die ontwikkeling van 'n probleemoplossingsmodel vir gebruik deur leerders.
- Die gebruik van onderrig-leerstrategieë vir die oplos van probleme in klein- en grootgroepe.
- Die toepassing van geskikte assesseringstegnieke ten opsigte van probleemoplossing.

5.8 TEN SLOTTE

Uit die ondersoek het dit duidelik geword dat daar wel 'n verband tussen probleemoplossing en die onderrig en leer van wiskunde is, en dat probleemoplossing 'n invloed het op die leer van skoolwiskunde.

Gedurende die ondersoek is 'n probleemoplossingsmodel saam met die leerders ontwikkel. Terselfdertyd het die leerders wiskundekennis en -vaardighede aangeleer deur probleme op te los. Hierdie model, tesame met die werkswyse wat gevolg is, behoort met groot vrug gebruik te kan word om probleemoplossing 'n werklikheid te maak in Suid-Afrikaanse wiskundeklaskamers.

BRONNELYS

ADAMOVIC, C. & HEDDEN, C. 1997. Problem solving skills. *Science teacher*, 64(6):20-23, Sept.

ANON. 2000. Trends in international mathematics and science study. (1 p.). [Web:] <http://www.nces.ed.gov/timms.html> [Datum van toegang: 22 Sept. 2004].

ANON. 2003a. The interactive mathematics program. (2 p.). [Web:] <http://www.math.uic.edu/~cpmp/imp4.html> [Datum van toegang: 8 Febr. 2003].

ANON. 2003b. Centre for Problem-Based Learning - Illinois Mathematics and Science / Academy. (4 p.). [Web:] <http://www.imsa.edu/team/cpbl/center/brochure.html> [Datum van toegang: 8 Febr. 2003].

ANON. 2005. Dictionary.LaborLawTalk.com. Empirical research. (1 p.). [Web:] <http://www.encyclopedia.laborlawtalk.com> [Datum van toegang: 23 April 2005].

ANTHONY, G. 1996. When mathematics students fail to use appropriate learning strategies. *Mathematics education research journal*, 8(1):23-37.

BAILEY, A. 2003. Problem solving: now and then. (3 p.). [Web:] <http://www.mste.uiuc.edu/courses/c1430fa01/students/ambailey/problem.html> [Datum van toegang: 28 Mei 2003].

BANDURA, A. 1986. Social foundations of thought and action: a social cognitive theory. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall. 617 p.

BASSAREAR, T. 2005. Mathematics for elementary school teachers. Boston, Mass. : Houghton Mifflin.

BERRY, J. & NYMAN, M. 2002. Co-operative learning and small group learning and mathematics. (7 p.). [Web:] http://www.tech.plym.ac.uk/maths/CTMHOME/research_teaching_&_learning_Coop.htm [Datum van toegang: 22 Mei 2003].

BITZER, E. 2001. Understanding co-operative learning: a case study in tracing relationships to social constructivism and South African socio-educational thought. *South African journal of higher education*, 15(2):98-104.

BLAKE, D. & HANLEY, V. 1995. The dictionary of educational terms. Aldershot, Brookfield, Vt. : Arena. 187 p.

BOTHA, R.J. 1999. Die effek van 'n uitkomsgerigte benadering op die onderrig en leer van wiskunde. *Tydskrif vir opvoeding en opleiding*, 20(2):52-73.

BOTHA, R.J. 2000. Quality and effectiveness in mathematics education: the role of the professional mathematics teacher/educator. *South African journal of education*, 20(2):135-142, May.

BRENNER, M.E., HERMAN, S., HO, H. & ZIMMER, J.M. 1999. Cross-national comparison of representational competence. *Journal for research in mathematics education*, 30(5):541-557.

BROWN, A.E. 2003. Ten guidelines for students doing group work in mathematics. (2 p.). [Web:] <http://www.uwplatt.edu/clume/tenguide.html> [Datum van toegang: 24 Jul. 2003].

CANGELOSI, J.S. 2003. Teaching mathematics in secondary and middle school: an interactive approach. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall. 436 p.

CHRISHOLM, L. 2000. A South African curriculum for the twenty first century. (Presented to the Minister of Education, Professor Kader Asmal, on 31 May 2000.) Pretoria. 5 p. (Unpublished.)

DEPARTMENT of Education **sien** SOUTH AFRICA. Department of Education.

ERTMER, P.A. & NEWBY, T.J. 1996. The expert learner: strategic, self-regulated, and reflective. *Instructional science*, 24(1):1-24, Jan.

FERNANDEZ, M.L., HADAWAY, N. & WILSON, J.W. 1994. Problem solving: managing it all. *Mathematics teacher*, 87(3):195-199.

FLAVELL, J.H. 1985. Cognitive development. 2nd ed. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall.

FLYVBJERG, B. 2001. Making social science matter: why social inquiry fails and how it can succeed again. Cambridge : University Press. 204 p.

GAMA, C. 2000. The role of Metacognition in problem solving: promoting reflection in interactive learning systems. A brief introductory paper. (5 p.). [Web:] <http://www.cogs.susx.ac.uk/users/clauidag/eutech/metacognition.html> [Datum van toegang: 21 Jul. 2001].

GARBERS, J.G., *red.* 1996. Doeltreffende geesteswetenskaplike navorsing: navorsingsbestuur vir navorsers, studieleiers en M- en D- kandidate. Pretoria : Van Schaik. 436 p.

GAUTENG. Department of Education. 2004. C 2005 revised national statement, Grades 4-6 (Schools) Intermediate Phase. Johannesburg : Wits College of Education.

GOOD, T.L. 1995. Contemporary educational psychology. 5th ed. New York : Longman.

GOOD, T.L., MULRYAN, C. & McCASLIN, M. 1992. Grouping for instruction in mathematics: a call for programmatic research on small-group process. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 165-196.)

GUNTHER, M.A., ESTES, T.H. & SCHWAB, J. 1995. Instruction: a models approach. 2nd ed. Boston, Mass. : Allyn and Bacon. 382 p.

HAMILTON, R. & GHATALA, E. 1994. Learning and instruction. New York : McGraw-Hill. 478 p.

HEIDEMAN, N. 1999. Probleemoplossing, AMESA en wiskundekompetisies. *Suid-Afrikaanse tydskrif vir natuurwetenskap en tegnologie*, 18(3):74-75, Sept.

HOWIE, S. & HUGHES, C. 1998. Mathematics and science literacy of final-year school students in South Africa: a report on the performance of South African students in the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Pretoria : Human Sciences Research Council. 79 p.

HOWIE, S.J. 2003. Third International Mathematics and Sciences Study-Repeat (TIMSS-R). (7 p.). [Web:] <http://www.academic.sun.ac.za/mathed/AMESA/TIMSSR.html> [Datum van toegang: 16 Apr. 2003].

JONES, T. 2000. Instructional approaches to teaching problem solving in mathematics: integrating theories of learning and technology. (5 p.). [Web:] <http://www.mindymac.com/educ6100projects/TjonesProblem6100.html> [Datum van toegang: 21 Jul. 2001].

JOYCE, B., WEIL, M. & CALHOUN, E. 2000. Models of teaching. 6th ed. Boston, Mass. : Allyn and Bacon. 540 p.

KERSCH, M.E. & McDONALD, J. 1991. How do I solve thee? Let me count the ways. *Arithmetic teacher*, 39(2):38-41.

KROLL, D.L., MASINGILA, J.O. & MAU, S.T. 1992. Grading cooperative problem-solving. *Mathematics teacher*, 85(8):619-623, Nov.

LEEDY, P.D. & ORMROD, J.E. 2001. Practical research: planning and design. 7th ed. Upper Saddle River, N.J. : Merrill Prentice Hall. 318 p.

LESTER, F. 2000. Research and issues in teaching mathematics through problem solving. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics,

MAREE, J.G. 1995. Kommentaar op die nuwe benadering tot die onderrig en leer van wiskunde in die RSA: hoe regverdig is die kritiek? *South African journal of education*, 15(2):66-71, May.

MARSHALL, S.P. 1995. Schemas in problem solving. Cambridge : Cambridge University Press. 424 p.

McCORMICK, B.C., MILLER, G. & PRESSLEY, M. 1989. Cognitive strategy research: from basic research to educational applications. New York : Springer. 340 p.

McLEOD, D. 1993. Affective responses to problem solving. *Mathematics teacher*, 86(9):761-763, Des.

MIKUSA, M. 1998. Problem solving is more than solving problems. *Mathematics teaching in the middle school*, 4(1):20-25, Sept.

NAIDU, E. 2001. Finding mathematics motivation. *Edutech Puisano: a quarterly supplement to the Teacher*.3, Febr.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics .

NCTM ~~sien~~ NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS

PANITZ, T. & PANITZ, P. 1996. Assessing students and yourself by observing students working cooperatively and using the one minute paper. (4 p.). [Web:] <http://home.capecod.net/~tpanitz/tedsarticles/Assessment.htm> [Datum van toegang: 24 Apr. 2005].

PINTRICH, P.R. & SCHUNK, D.H. 1996. Motivation in education: theory, research and applications. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall. 434 p.

POLYA, G. 1973. How to solve it: a new aspect of mathematical method. 2nd ed. New York : Princeton University Press. 253 p.

SCHOENFELD, A. 1987. Cognitive science and mathematics education: an overview. Hillside, N.J. : Erlbaum.

SCHOENFELD, A. 1992. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. (7 p.). [Web:] http://www.gse.erkeley.edu/Faculty/aschoenfeld/LearningToThink/Learning_to_thinkMath.html [Datum van toegang: 26 Mei 2003].

SCHOENFELD, A. 2001. Mathematical problem solving. (2 p.). [Web:] <http://tip.psychology.org/schoen.html> [Datum van toegang: 20 Jul. 2001]

SCHROEDER, T.L. & LESTER, F.K. 1989. Developing understanding in mathematics via problem solving. *New directions of elementary school mathematics. Yearbook*:31-56.

SCHUNK, D.H. 2000. Learning theories: an educational perspective. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J. : Merrill. 522 p.

SHUELL, T.J. 1989. Teaching and learning as problem solving. *Theory into practice*, 29:102-108.

SILVER, E.A., ed. 1985. Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives. Hillside, N.J. : Erlbaum. 469 p.

SMITH, M.S. 2000. Redefining success. *Mathematics teaching in the middle school*, 5(6):378-386.

SMITH, M. & SOUTHERLAND, S.A. 2004. Classroom assessment: techniques and interviews. (4 p.). [Web:] <http://www.flaguide.org/cat/interviews/interviews6.php> [Datum van toegang: 17 Febr. 2005].

SNOWMAN, J. 1993. Psychology applied to teaching. 7th ed. Boston, Mass. : Houghton Mifflin. 744 p.

SOUTH AFRICA. Department of Education. 1997. Policy Document, October 1997. Pretoria : Department of Education.

SOUTH AFRICA. Department of Education. 2002. National revised curriculum statement, Grades R-9 (schools) policy. Pretoria : Government Printer. 111 p.

STAVAST, H. 1991. Metakognisie as 'n leermetode. *South African journal of higher education*, 5(2):189-191.

STRADA, M.J. 2003. Through the global lens: an introduction to the social sciences. 2nd ed. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall. 486 p.

STRAUSS, J. & FOURIE, H.A.M. 1998. Strategieë, houdings en oplossingskwaliteite ten opsigte van probleemoplossing in wiskunde. *South African journal of education*, 18(1):43-48.

TECHNOLOGY IN MATHEMATICS EDUCATION (TIME). 2000. International Conference on Technology in Mathematics Education: Points focused on during Conference. (17 p.). [Web:] http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/eventos/eventos_2000.html [Datum van toegang: 5 Jul. 2001].

TIME sien TECHNOLOGY IN MATHEMATICS EDUCATION

TRUTER, S. 2003. Haal die vrees uit wiskunde. *Sarie*:120-122, Mrt.

VAN DE WALLE, J.A. 2004. Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. 5th ed. Boston, Mass. : Pearson/Allyn and Bacon. 468 p.

VAN DER KOOY, R. 1996. Uitweë vir SA se swak onderwys : Nuusfokus. *Finansies & Tegniek*, 48(50) : 14, Dec. 20.

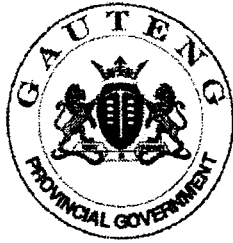
VAN DEN AARDWEG, E.M. & VAN DEN ARDWEG, E.D. 1988. Dictionary of empirical education / educational psychology. Pretoria : E & E Enterprises.

WEIDEMANN, W. 2003. Problem solving math class: "word problems" were never like this. (8 p.). [Web:] <http://www.enc.org/professional/learn/research/journal/math/document.html> [Datum van toegang: 22 Mei 2003].

WILSON, P.S., ed. 1993. Research ideas for the classroom: high school mathematics. New York : McMillan. 304 p.

BYLAAG A

TOESTEMMING VIR DIE STUDIE



UMnyango WezeMfundo
Department of Education

Lefapha la Thuto
Departement van Onderwys

MEMORANDUM

To: Magda Dubery
From: Erica Spangenberg
FES: MLMMS
Date: 28 January 2004
Subject: Permission for Mathematical research at Laerskool Randfontein

The District Office (Department of Education: Gauteng West) hereby grants you permission for Mathematical research at Laerskool Randfontein on the following conditions:

- ❖ The Principal and Governing Body of Laerskool Randfontein must also give permission for above research.
- ❖ The skills and knowledge gained out of this research must be shared with other educators in D2 so as to help develop them.

The District wishes you all the best in your studies. Please keep us informed on your progress.

Yours in Education

E. Spangenberg
ERICA SPANGENBERG
FES: MLMMS

Peter Skosana
PETER SKOSANA
SUB-DIRECTORATE
CURRICULUM DELIVERY
(CDS Head)

Room 21, 108 Maugham Rd, Randfontein, 1760 Private Bag X38, Randfontein, 1760
Tel: (011) 693-4904 Fax: (011) 693-4994 E-mail: ericas@webmail.co.za



LAERSKOOL RANDFONTEIN

FREDERICKWEG
HOMELAKE
RANDFONTEIN
TEL.: (011) 412-2902/3
FAKS: (011) 412-3561
E-POS: skool@webmail.co.za

PRIVAATSAK X25
RANDFONTEIN
1760

5 Januarie 2004

Geagte Me. Dubery

Met verwysing na u versoë gerig ten opsigte van die Wiskunde navorsing wat u by Laerskool Randfontein wil doen, word u hiermee in kennis gestel dat u aansoek deur die beheerliggaam goedgekeur is.

Die uwe

J. P. Meyer
J. MEYER

VOORSITTER: BEHERLIGGAAM

F. V. D. Berg
F. V. D. BERG
SKOOLHOOF

BYLAAG B

VRAELYS

VRAELYS : PROBLEEMOPLOSSING GRAAD 4

NAAM EN VAN : _____
OUDERDOM : _____

**LEES DIE VOLGENDE VRAE NOUKEURIG DEUR EN DUI JOU
ANTWOORD SOOS VOLG AAN : JA / NEE**

GESINDHEID TEENoor WISKUNDE :

1. Hou jy van wiskunde? _____
2. Voel jy dat jy wiskunde kan doen en sukses behaal? _____
3. Is jy verveeld in die wiskundeklas? _____
4. Kan jy aanhou met 'n opdrag totdat jy die antwoord het? _____
5. Dink jy wiskunde is 'n belangrike vak? _____
6. Is jy suksesvol in die wiskundeklas? _____
7. Maak wiskunde jou moedeloos? _____

GETALBEGRIp EN REKENVAARDIGHEDE :

1. Ken jy jou vermenigvuldigingstafels baie goed? _____
2. Kan jy basiese bewerkings (optel, aftrek, vermenigvuldiging
en deling) met vertroue uitvoer? _____
3. Kan jy die basiese bewerkings akkuraat uitvoer? _____
4. Wanneer jy 'n opdrag lees weet jy watter bewerking om
te gebruik? _____

KOMMUNIKASIEVERMOë EN VAARDIGHEDE :

1. Kan jy jou wiskunde idees vir die leerders in jou groep
verduidelik? _____
2. Kan jy jou wiskunde idees vir die onderwyser verduidelik? _____
3. Kan jy jou stappe tot 'n oplossing aan die ander leerders
in die groep verduidelik? _____
4. Kan jy die oplos van 'n probleem aan die klas verduidelik? _____

PROBLEEMOPLOSSINGSVAARDIGHEDE :

1. Kan jy probleme en opdragte oplos en uitwerk? _____
2. Het 'n onderwyser al vroeër vir jou gewys hoe om
woordsomme en ander probleme op te los? _____
3. Verstaan jy wat in die vraag gevra word? _____
4. Weet jy waar om te begin met die opdrag? _____
5. Kan jy 'n plan uitdink om by die antwoord te kom? _____
6. Is jy negatief as jy nie die probleem kan oplos nie? _____
7. Kyk jy terug of die antwoord 'n oplossing is vir die vraag? _____
8. Wanneer jy 'n probleem kan kies sal jy een kies wat jy
al vroeër opgelos het? _____
9. Verkies jy om alleen aan 'n probleem te werk of
as deel van 'n groep? _____
10. Hou jy van nuwe probleme? _____

BYLAAG C

ONDERHOUD WAT MET DIE LEERDERS GEVOER

ONDERHOUDSKEDULE : Individuele onderhoud

1. Hoe voel jy wanneer jy woordsomme of soortgelyker vrae moet beantwoord?

2. Hoeveel keer het jy die vraag gelees voordat jy daarmee begin het?

3. Hoe het jy besluit watter bewerking om uit te voer ten einde die probleem op te los?

4. Wat het jy alles gedoen om die probleem op te los?

5. Was jy seker dat die antwoord wat jy gekry het, reg was?

6. Het jy jou antwoord op enige manier getoets?

7. Is daar enige stappe wat jy gevolg het om die probleem op te los?

8. Het iemand jou al geleer hoe om probleme op te los?

BYLAAG D

WAARNEMINGSKEDULE

EN

KLASLYS VIR WAARNEMINGS

WAARNEMINGSKEDULE

Probleemoplossing : Graad 4

ONDERWERP : _____
DOELWIT : _____

SOORT TAAK :
_____ Individueel
_____ Klassikaal
_____ Klein groepe

BESKRYWING VAN DIE TAAK :

WAARNEMINGS :

Naam van leerder	Lees die opdrag	Verstaan die opdrag	Keuse van 'n bewerking	Kyk terug
Amanda				
Debbie				
Madeli				
Okkert				
Lukas				

WAARNEMINGS EN ANDER OPMERKINGS :

KLASLYS VIR WAARNEMINGS

NR	VAN	NAAM	A	B	C	D	E
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

- A** Deelname en samewerking van die leerder (klassikaal).
B Akkuraatheid van die uitvoer van bewerkings.
C Probleemoplossende-vaardighede.
D Gebruik van 'n plan vir probleemoplossing.
E Terug kyk nadat die plan uitgevoer is.

BYLAAG E

NASIENSKEMA

NASIENSKEMA

Tydens hierdie ondersoek is van die volgende nasienskema gebruik gemaak vir die assessering van enkele probleme :

Fasiliteerder assessering					
Kriteria					
1. Die leerder lees die opdrag met begrip.	1	2	3	4	5
2. Die leerder verstaan die opdrag.	1	2	3	4	5
3. Die leerder kan 'n plan beraam.	1	2	3	4	5
4. Die plan word met begrip uitgevoer.	1	2	3	4	5
5. Die leerder kan sy denke verwoord.	1	2	3	4	5

Nasienskema vir assessering deur die fasiliteerder