

DIE INVLOED VAN TAALVAARDIGHEID OP DIE MEETKUNDEDENKE VAN GRAAD 8 EN 9 LEERDERS

ANNALIE ROUX
BSc. Hons, H.O.D.

Skripsie voorgelê ter gedeeltelike nakoming van die vereistes vir die graad

MAGISTER SCIENTIAE
in Wiskunde-onderwys

in die Skool vir Natuurwetenskap-, Wiskunde- en Tegnologie Onderwys
aan die Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys

Studieleier: Prof. C.K. van Wyk

Medestudieleier: Prof. H.D. Nieuwoudt

Potchefstroom

Mei 2004

DANKBETUIGINGS

My opregte dank en waardering gaan aan die volgende persone en instansies:

- My studieleier, Prof. C.K. van Wyk vir sy gewaardeerde leiding.
- Prof H.D. Nieuwoudt as medestudieleier vir sy bemoediging, inspirasie en opbouende kritiek.
- Mev. Wilma Breytenbach van die Statistiese Konsultasiediens vir haar hulp met die verwerking van die statistiese gegewens.
- Die personeel van die Ferdinand Postma Biblioteek, veral mev. Marlene Wiggill, sowel as die Natuurwetenskappe Biblioteek vir hul vriendelike diens.
- Die hoof en leerders van Potchefstroom Gimnasium Hoërskool vir hul bereidwilligheid en hulp met die invul van die vraelyste.
- Mev. Netta Schutte van die Departement Afrikaans-Nederlands vir haar hulp met die afneem van die taalvaardigheidsvraelys.
- My ouers en familie vir hulle onophoudelike ondersteuning en aanmoediging.
- My vriendinne vir hul voortdurende belangstelling en aansporing.
- Tinus, vir sy begrip, onderskraging en aanmoediging.
- Mevv. Christien Vorster en Mada Vosloo met die tik van die vraelyste.
- Mev Christien Terblanche vir haar professionele hulp met die taalversorging.
- Ten slotte, my diepste dank aan ons Hemelse Vader sonder wie se krag en leiding ek dit nie sou kon doen nie.

OPSOMMING

DIE INVLOED VAN TAALVAARDIGHEID OP DIE MEETKUNDEDENKE VAN GRAAD 8 EN 9 LEERDERS

Vele navorsers spreek kommer uit oor die omvang van onderprestasie in wiskunde. Die rol van taalvaardigheid as 'n oorsaaklike faktor in hierdie onderprestasie is dikwels oor die hoof gesien. Navorsers het genoegsame getuigenis gevind dat taalvaardigheid verwant is aan prestasie in wiskunde. In wiskunde vervul taal 'n tweeledige rol: as 'n instrument van kommunikasie en as 'n instrument van denke wat dit moontlik maak om wiskundige konsepte, strukture en verwantskappe voor te stel (Esty & Teppo, 1996:45). Volgens Van Hiele (1988:5) is taalstruktuur 'n bepalende faktor in die beweging deur die Van Hiele vlakke, vanaf die konkrete strukture na die abstrakte strukture.

In hierdie studie word die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke ondersoek. 152 graad 8 en 9 leerders het elk twee vraelyste voltooi: een vraelys het hulle taalvaardigheid in hulle moedertaal bepaal, en die tweede was 'n meetkundetoets gebaseer op 'n Mayberry-tipe Van Hiele toets vir die assessering van leerders se meetkundige denkvlakke. Taalvaardigheid is geneem as die onafhanklike veranderlike, en meetkundedenke as die afhanklike veranderlike. In die ontleding van die resultate is die boonste 25% en die onderste 25% presteerders in die taalvaardigheidstoets geneem. Daar is van Cohen (1988) se d-waarde gebruik gemaak om te bepaal of daar 'n prakties betekenisvolle verskil in die prestasie van die meer bevoegde taalleerders en die minder bevoegde taalleerders met betrekking tot die eerste drie Van Hiele-vlakke was.

Uit die resultate het dit geblyk dat daar 'n prakties betekenisvolle verskil in die prestasie van die meer bevoegde taalleerders en die minder bevoegde taalleerders was met betrekking tot elk van die eerste drie Van Hiele-vlakke, maar ook met betrekking tot die Van Hiele toets as 'n geheel. Meer spesifiek het dit geblyk dat veral twee aspekte van taalvaardigheid, naamlik leesbegrip

en woordeskat, taamlike sterk voorspellers is vir meetkundedenke op die eerste drie Van Hiele-vlakke ($d \geq 0,8$).

Sleutelwoorde vir indeksering: meetkunde, meetkunde-leer, wiskunde-leer, meetkundedenke, taal, taalvaardigheid, meetkunde en taal, wiskunde en taal.

SUMMARY

THE INFLUENCE OF LANGUAGE PROFICIENCY ON THE GEOMETRIC THINKING OF GRADE 8 AND 9 LEARNERS

Many authors have expressed concern regarding the extent of underachievement in mathematics. The role of language proficiency as a causal factor in this underachievement has been neglected. Researchers found sufficient evidence to conclude that language proficiency is related to mathematics achievement. In mathematics, symbolic language fills a dual role: It serves as an instrument of communication and as an instrument of thought by making the representation of mathematical concepts, structures and relationships possible (Esty & Teppo, 1996:45). According to Van Hiele (1988:5), language structure is a critical factor in the progression through the Van Hiele levels from the visual, concrete structures to the abstract structures.

In this study, the influence of language proficiency on geometric thinking is investigated. 152 grade 8 and 9 learners completed two tests each. One test measured language proficiency in the learners' mother tongue. The second is a geometric test based on a Mayberry-type Van Hiele test for assessing learners' geometric thinking levels. Language proficiency was taken as the independent variable, and geometric thinking as the dependent variable. In the analysis of the results, the top 25 % and bottom 25% performers in the language proficiency test were chosen. Cohen's (1988) d-value was used to determine if there was a practical significant difference in the performance of the more proficient language learners and the less proficient language learners with respect to each of the first three Van Hiele levels.

Results showed a practical significant difference between the performance of the more proficient language learners and the less proficient language learners with respect to each of the first three Van Hiele levels, but also with respect to the geometry test as a whole. In particular, two aspects of language proficiency, namely reading comprehension and vocabulary, appeared to be very strong predictors for geometric thinking on the first three Van Hiele levels ($d \geq 0,8$).

Key terms for indexing: geometry, geometry learning, mathematics learning, geometric thinking, language, language proficiency, geometry and language, mathematics and language.

INHOUDSOPGAWE

OPSOMMING	i
SUMMARY	iii
LYS VAN FIGURE EN TABELLE	x

HOOFSTUK 1

PROBLEEMSTELLING EN PROGRAM VAN ONDERSOEK..... 1

1.1	Inleiding.....	1
1.2	Probleemstelling.....	4
1.3	Doelstellings van navorsing.....	4
1.4	Navorsingsontwerp	4
1.4.1	Literatuurstudie	4
1.4.2	Empiriese ondersoek	5
1.4.2.1	Meetinstrumente	5
1.4.2.2	Populasie	5
1.4.2.3	Statistiese verwerking	5
1.4.2.4	Prosedure	5
1.5	Waarde van die studie	6
1.6	Struktuur van die verslag.....	6

HOOFSTUK 2

DIE VERBAND TUSSEN TAAL EN DENKE..... 7

2.1	Inleiding.....	7
2.2	Verwantskap tussen taal en denke	7
2.2.1	Vygotsky se siening aangaande die verband tussen taal en denke.....	10
2.2.2	Chomsky se siening aangaande die verband tussen taal en denke.....	13
2.2.3	Piaget se siening aangaan die verband tussen taal en denke	14

2.3	Konsepvorming	16
2.3.1	Kognisie, konsepvorming en die wetenskap	16
2.3.2	Rol van voorkennis in konsepvorming	17
2.4	Taalvaardigheid.....	18
2.4.1	Begripsomskrywing	18
2.4.2	Die invloed van leesbegrip op taalvaardigheid.....	18
2.5	Die rol van taal in wiskundeprestasie	22
2.5.1	Foute wat voorkom as gevolg van taalverwante probleme	22
2.5.1.1	Bronne van pre-konsepsies	23
2.5.1.2	Bronne van wankonsepsies	23
2.6	Samevatting	24

HOOFSTUK 3

WISKUNDE AS 'N TAAL	25
3.1 Inleiding.....	25
3.2 Verskillende beskouings oor die aard van wiskunde as 'n taal.....	26
3.3 Wiskunde as gesproke taal	29
3.4 Wiskunde as geskrewe taal.....	35
3.4.1 Joernaalinskrywings	40
3.5 Wiskunde as simboliese taal	42
3.5.1 Maniere waarop simbole gebruik word.....	44
3.5.2 Uitdagings wat verband hou met die aanleer van simbole	45
3.5.3 Onderrigstrategieë om leerders te help om simbole te lees en te gebruik	46
3.6 Aanleer van die taal van wiskunde	48
3.7 Eksplisiete en implisiete taalonderrig	49
3.8 Taalfaktore in wiskunde-onderrig en –leer	51
3.8.1 Inleiding.....	51
3.8.2 Historiese perspektiewe	54
3.8.3 Huidige beskouings.....	55
3.8.4 'n Raamwerk vir die verband tussen taal, wiskunde en wiskunde-onderrig.....	58

3.9	Samevatting	59
-----	-------------------	----

HOOFSTUK 4

RUIMTELIKE DENKE EN TAAL.....61

4.1	Inleiding.....	61
4.2	Ruimtelike voorstellings.....	61
4.3	Ontwikkeling van ruimtelike konsepte (en meetkundedenke).....	64
4.3.1	Piaget se teorie aangaande die vorming van ruimtelike konsepte	65
4.3.2	Van Hiele se teorie aangaande die vorming van meetkundige denke....	67
4.3.3	Kritiek teen van Hiele se teorie.....	71
4.3.4	Freudenthal se siening aangaande die vorming van ruimtelike konsepte.....	77
4.4	Die rol van taal in die ontwikkeling van meetkundekonsepte	78
4.4.1	Onderrigstrategieë	81
4.4.1.1	Algemene strategieë.....	81
4.4.1.2.	Mondelinge strategieë.....	81
4.4.1.3	Geskrewe strategieë	81
4.5	Samevatting.....	82

HOOFSTUK 5

EMPIRIESE ONDERSOEK NA DIE INVLOED VAN TAALVAARDIGHEID OP MEETKUNDE DENKE83

5.1	Inleiding.....	83
5.2	Doel van die ondersoek	83
5.3	Ondersoekprogram	83
5.3.1	Metode van ondersoek.....	83
5.3.2	Meetinstrumente	83
5.3.2.1	ELSA PLUS Taalvaardigheidstoets	84

5.3.2.2	Die Mayberry Van Hiele-tipe toets	84
5.4	Statistiese prosedures en tegnieke	85
5.5	Analise van verwerkte data	85
5.5.1	Betroubaarheid.....	85
5.5.2	Resultate van Taalvaardigheidstoets in vergelyking met Meetskundetoets.....	86
5.5.2.1	Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 1)	87
5.5.2.2	Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 2)	88
5.5.2.3	Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 3)	89
5.5.2.4	Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (Totaal).....	90
5.5.3	Resultate van Meetskundetoets in vergelyking met Taalvaardigheidstoets	91
5.5.3.1	Meetskundebegrip in vergelyking met leesbegrip.....	91
5.5.3.2	Meetskundebegrip in vergelyking met klankleer.....	92
5.5.3.3	Meetskundebegrip in vergelyking met diktee.....	92
5.5.3.4	Meetskundebegrip in vergelyking met tagrukun	93
5.5.3.5	Meetskundebegrip in vergelyking met sinsluiting.....	94
5.5.3.6	Meetskundebegrip in vergelyking met woordeskat	95
5.5.3.7	Meetskundebegrip in vergelyking met taalvaardigheid	95
5.6	Sintese	96
5.6.1	Invloed van taalvaardigheid op meetskundedenke	96
5.6.2	Invloed van meetskundedenke op taalvaardigheid	97
5.7	Gevolgtrekking	98

HOOFSTUK 6

BEVINDINGS, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS..... 99

6.1	Inleiding.....	99
6.2	Oorsig van studieprogram	100
6.3	Bevindings.....	101
6.4	Gevolgtrekkings	102
6.5	Aanbevelings.....	102
6.6	Beperkings van studie.....	103

LYS VAN FIGURE EN TABELLE

FIGURE

Figuur 3.1	Maniere waarop simbole gebruik word	44
Figuur 3.2	Opsomming van Gawned se sosio-psigolinguïstiese model....	58
Figuur 3.3	'n Raamwerk vir die interpretasie van taalfaktore in wiskunde- onderrig en leer.....	59
Figuur 4.1	Grade van verwerwing van 'n Van Hiele-vlak	71
Figuur 4.2	Tipes antwoorde op oop-einde vrae	73
Figuur 4.3	Gewigte van die verskillende tipes antwoorde.....	74
Figuur 4.4	Onderskeidende eienskappe van die redeneringsproses op elke Van Hiele-vlak.....	77

TABELLE

Tabel 5.1	Opsomming van vlakke	85
Tabel 5.2	Cronbach-Alphawaardes vir die meetkundetoets	86
Tabel 5.3	Taalvaardigheid in vergelyking met die Van Hiele-toets (vlak 1).....	87
Tabel 5.4	Taalvaardigheid in vergelyking met die Van Hiele-toets (vlak 2).....	88
Tabel 5.5	Taalvaardigheid in vergelyking met die Van Hiele-toets (vlak 3).....	89
Tabel 5.6	Taalvaardigheid in vergelyking met die Van Hiele-toets (Totaal)	90
Tabel 5.7	Meetkundetoets in vergelyking met leesbegrip.....	91
Tabel 5.8	Meetkundetoets in vergelyking met klankleer	92
Tabel 5.9	Meetkundetoets in vergelyking met diktee	92
Tabel 5.10	Meetkundetoets in vergelyking met tagrukon	93
Tabel 5.11	Meetkundetoets in vergelyking met sinsluiting.....	94

Tabel 5.12	Meetkundetoets in vergelyking met woordeskat	94
Tabel 5.13	Meetkundetoets in vergelyking met taalvaardigheid	95
Tabel 5.14	Invloed van meetkunde op taalvaardigheid: opsomming van d-waardes	96

HOOFSTUK 1

PROBLEEMSTELLING EN PROGRAM VAN ONDERSOEK

1.1 Inleiding en agtergrond

In hierdie hoofstuk sal die probleemstelling en program van ondersoek bespreek word.

Kommer aangaande onderprestasië in wiskunde (in Suid-Afrika, maar ook wêreldwyd), is deur baie navorsers uitgespreek. Na aanleiding van navorsing gedoen deur die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing (RGN), het Suid-Afrikaanse leerders wat deelgeneem het aan die Third International Mathematics and Science Study Repeat (TIMSS-R) die twyfelagtige prestasie behaal deur onderaan die lys van 38 lande te eindig (Howie, 1999:9). Nasionale en internasionale studies dui daarop dat leerders nie name en vorms soos die vlieër, ruit, trapesium, parallelogram en driehoek kan identifiseer en in verband bring nie (Triadafilidis, 1995:225). Leerders se prestasie is selfs swakker as dit kom by items wat begrip rakende die eienskappe van hierdie figure behels.

Die rol van taalvaardigheid as 'n oorsaaklike faktor in hierdie onderprestasie word dikwels geïgnoreer. Die vraag of taalvaardigheid verband hou met die vermoë om te leer en met algemene akademiese prestasie, word vir jare reeds gedebatteer. Die verwantskap tussen taal en denke is vir baie jare al die onderwerp van bespreking in die onderrig- en leergemeenskap. Vir Piaget was taal belangrik, maar dit het nie 'n sentrale rol gespeel in die groei van denke nie. Vir Vygotsky het taal 'n veel groter rol gespeel in die groei van denke. Hoewel daar 'n taamlike verskil in klem in hierdie sienings mag wees, kan die verwantskap tussen taal en denke in wiskunde-onderrig en -leer nie gering geskat word nie. Secada (1992:639) het in sy navorsing genoegsame getuigenis gevind om tot die gevolgtrekking te kom dat taalvaardigheid, hoe dit ookal gemeet word, verband hou met wiskundige prestasie.

Vir 'n baie lang tyd het die mite bestaan dat wiskunde 'n taalvrye vak is. Huidige hervormings-dokumente soos die National Council for the Teachers of Mathematics (NCTM) se Curriculum and Evaluation Standards (1989:5) beklemtoon egter kommunikasie as een van die vyf algemene doelwitte vir die bereiking van wiskundige geletterdheid. Die Suid Afrikaanse Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring (2002:1) stel as een van sy sewe kritieke uitkomstes dat leerders uiteindelik effektief moet kan kommunikeer deur die gebruikmaking van visuele, simboliese en/of taalvaardigheid in verskillende vorme. Hierdie doelstellings

impliseer dat leerders blootgestel moet word aan 'n verskeidenheid van interverwante ervarings waarin hulle aangemoedig word om wiskunde te praat, lees, luister en skryf.

Kommunikasie speel 'n belangrike rol om leerders te help om verbindings te vorm tussen intuïtiewe, informele denkbeelde en die abstrakte taal en simbolisme van wiskunde (NCTM, 1989:26). Namate leerders hulle idees en gedagtes kommunikeer, leer hulle om hulle denke te verfyn, te verhelder en te konsolideer. Freudenthal (1973: 416) stel ook dat definisies in wiskunde "skakels" is in deduktiewe denke. Dus, die bestudering van die kenmerkende eienskappe van 'n meetkundige vorm is essensieel aangesien dit die basis kan vorm van hoër orde denkvaardighede (Triadafillidis, 1995:225).

In wiskunde vervul taal 'n tweeledige rol. Dit dien as 'n instrument van kommunikasie en as 'n instrument van denke waardeur dit moontlik word om wiskundige konsepte, strukture en verbande voor te stel (Esty & Teppo 1994, soos aangehaal deur Esty & Teppo, 1996:45). Taal speel 'n belangrike rol in hoe leerders vir hulleself kognitiewe voorstellings maak. 'n Spesifieke voorstelling, van watter aard ookal (hetsy 'n formule, vergelyking of meetkundige voorstelling), het slegs betekenis as deel van 'n breër sisteem waarin konvensies en betekenis reeds vasgelê is (Goldin & Shteingold, 2001:1).

Thompson en Rubenstein (2000:568) brei hierop uit as hulle beweer dat die taal van wiskunde ten minste drie belangrike rolle in die klaskamer speel: taal is die onderrigmedium; leerders vorm begrip namate denke gebou word deur taal en leerders se begrip word gediagnoseer en geassesseer deur te luister na mondelingse kommunikasie en deur die lees van hulle wiskundige geskrifte.

Taal is die middel waarmee idees en gedagtes gekommunikeer word, beide in die praat daarvan, en in die ordening en rigtinggewing van ons gedagtes. Taal bestaan uit woorde, maar woorde is etikette vir konsepte en idees, daarom is dit moeilik om kwessies aangaande taal en kwessies aangaande leer te skei (Orton & Frobisher, 1996:53). Alhoewel die belangrikheid van taal algemeen erken word in onderrig en leer, is daar nog baie om te leer oor presies hoe taal verwant is aan onderrig- en leersukses, of aan intelligensie en denkprosesse.

Meetkundige konsepte bied 'n uitstekende middel waarmee wiskunde en taal verbind kan word. In ons alledaagse lewe gebruik ons meetkundige idees beide eksplisiet en

implisiet sonder om bewustelik daaroor na te dink (Pereira-Mendoza, 1997: 454). Die wêreld van meetkunde het 'n taal van sy eie. Alhoewel leerders van jongs af die verskillende name vir meetkundige vorms aanleer, moet hulle steeds meetkundige konsepte verstaan en die geleentheid identifiseer om hierdie konsepte toe te pas, en in staat wees om hierdie konsepte in gesprekvoering te gebruik (Swindal, 2000:246). Leerders het die tyd en geleentheid nodig om ruimtelike vaardighede te ontwikkel en om twee- en driedimensionele figure te ondersoek in 'n leeromgewing waarin ondersoek aangemoedig word en wat leerders inlaat in die wêreld van ervaring, taal en konseptuele begrip van meetkunde.

Daar word sterk geargumenteer oor die beskouing van wiskunde as 'n taal. Volgens Pimm (1987:xvii) misken die siening dat wiskunde nie 'n taal is nie twee van die noodsaaklikste bestanddele van wiskunde, naamlik mense en kommunikasie. Wiskunde is onder andere 'n sosiale aktiwiteit, ten nouste gemoeid met kommunikasie. Sò 'n siening laat baie van die prosesse en probleme in die bereiking van 'n vlak van bevoegdheid in wiskunde buite rekening. Wiskunde-onderrig en -leer begin en word voortgesit in taal. Dit gaan vooruit en struikel as gevolg van taal, en die uitkomst daarvan word dikwels in taal geassesseer (Durkin, 1991:3). Die verweefdheid van wiskunde en taal is ingewikkeld en fassinerend.

Een van die belangrikste funksies van taal is om betekenis oor te dra. Verder is een van die probleme van taal in wiskunde dat die betekenis wat oorgedra moet word, dikwels kompleks is, en dat die woorde wat gebruik word om die betekenisse oor te dra, dikwels vervleg is met ander betekenisse wat vir leerders dalk meer bekend is in alledaagse taalgebruik.

Alhoewel linguïstiese aspekte van wiskunde-onderrig as belangrik en interessant beskou word, moet beklemtoon word dat nie aanvaar word dat taal die enigste saak van belang vir die wiskunde-onderwyser is nie, ook nie dat daar desnoods 'n hoë korrelasie tussen taalontwikkeling en wiskundige ontwikkeling bestaan nie. Wat wel 'n aanname is, is dat die meeste van 'n leerder se wiskunde-onderrig in 'n taal geskied, en dat dit noodsaaklik is dat daar ondersoek gedoen word oor hoe dit gebeur, en watter probleme en voordele dit inhou.

1.2 Probleemstelling

In die lig van die voorgaande beredenering, behoort dit duidelik te wees dat die rol van taal in wiskunde-onderrig bepalend is. Die volgende probleemvrae word ter begrening van hierdie ondersoek gestel:

- Wat is die rol van taalvaardigheid in denke?
- Watter rol speel taal in wiskunde-onderrig en -leer?
- Wat is die rol van taal in meetkundedenke?
- Is daar 'n verband tussen leerders se taalvaardigheid en hul meetkundedenke?

1.3 Doelstellings van die navorsing

Vier doelstellings word vir hierdie ondersoek geformuleer, naamlik:

- Om te bepaal wat die rol van taalvaardigheid in denke is;
- om te bepaal wat die rol van taal in wiskunde-onderrig en -leer is;
- om te bepaal wat die rol van taal in meetkundedenke is;
- om vas te stel of daar 'n verband tussen leerders se taalvaardigheid en hul meetkundedenke is.

1.4 Navorsingsontwerp

1.4.1 Literatuurstudie

'n Literatuurstudie is onderneem om:

- Die rol van taal in denke te ondersoek;
- die rol van taal in die leer en onderrig van wiskunde, en spesifiek meetkunde te ontleed; en
- ooreenkomste en verskille te vind tussen taal en wiskunde as 'n taal.

'n NRF-NEXUS-soektog oor die onderwerp is gedoen wat huidige en afgehandelde navorsing in Suid-Afrika ingesluit het. Daar is 'n literatuursoektog op die ERIC-databasis en die databasis vir Suid-Afrikaanse tydskrifte gedoen. Die volgende trefwoorde is gebruik: geometry, geometry learning, mathematics learning, geometry thinking, language, language proficiency, geometry and language, mathematics and language. Genoegsame bronne was beskikbaar om 'n deeglike literatuurstudie te onderneem.

1.4.2 Empiriese ondersoek

1.4.2.1 Meetinstrumente

In die empiriese ondersoek is daar van die volgende meetinstrumente gebruik gemaak om leerders se vlak van meetkunde denke en taalvaardigheid onderskeidelik te toets:

- Die ELSA PLUS taalvaardigheidstoets (sien Bylaag A)
- Die Mayberry-tipe Van Hiele toets (sien Bylaag B)

1.4.2.2 Populasie

'n Populasie bestaande uit 152 graad 8 en 9 leerders is geneem uit 'n sekondêre skool in die Potchefstroom-area. Twee graad 8 klasgroepe en drie graad 9 klasgroepe het die vraelyste voltooi.

1.4.2.3 Statistiese verwerking

Daar is van beskrywende statistiek gebruik gemaak. Statistiese verwerking van die ingesamelde data is in oorleg met die Statistiese Konsultasiediens van die PU vir CHO gedoen.

1.4.2.4 Prosedure

- Die nodige toestemming om die vraelyste by die skool uit te deel en te laat voltooi, is by die betrokke owerhede verkry.
- Die taalvaardigheidsvraelys is deur 'n geakrediteerde persoon afgeneem, en moes binne 30 minute voltooi word.
- Direk daarna het die leerders die meetkundevraelys voltooi.
- Die vraelyste is op dieselfde dag weer versamel.
- Die taalvaardigheidsvraelys is volgens 'n voorafopgestelde memorandum gemerk.
- Die meetkundevraelys is nagesien volgens Gutiérrez se skaal (sien § 4.3.3).
- Die beste 25% leerders en die swakste 25% leerders in die taalvaardigheidstoets is geneem.
- Daar is gebruik gemaak van Cohen (1988) se d-waardes om vas te stel of daar 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die meetkundeprestasie van die meer suksesvolle leerders en die minder suksesvolle leerders was (sien § 5.5.2).

1.5 Die waarde van die navorsing

Die waarde van die studie lê daarin dat dit kan bydra tot die verbetering van meetkunde-onderrig en –leer op skool en 'n beter begrip by onderwysers kan vestig ten opsigte van die belangrike wisselwerking tussen taal en meetkundedenke. Vir die opleiding van onderwysstudente kan hierdie navorsing van groot waarde wees deurdat daar in hulle opleiding aandag geskenk kan word aan die belangrikheid van taal wanneer leerders nuwe konsepte aanleer in die wiskundeklas, maar veral in die meetkundeklas.

1.6 Struktuur van die verslag

In Hoofstuk 1 is die probleemstelling en program van ondersoek bespreek. In Hoofstuk 2 word 'n literatuurstudie gedoen oor die verband tussen taal en denke. Enkele navorsers se teorieë word hier bespreek. In Hoofstuk 3 word 'n literatuurstudie aangaande die verskillende beskouings oor wiskunde as 'n taal gedoen. Onder andere word wiskunde as gesproke taal, geskrewe taal en simboliese taal bespreek. Hoofstuk 4 bevat 'n verslag oor 'n literatuurstudie betreffende die rol wat taal in ruimtelike denke en spesifiek in meetkunde speel. In hierdie hoofstuk word die teorieë van Piaget, Van Hiele en Freudenthal ten opsigte van die ontwikkeling van ruimtelike konsepte bespreek, sowel as die kritiek op daardie teorieë. In Hoofstuk 5 word die empiriese ondersoek na die verband tussen taalvaardigheid en meetkundige denke van leerders uiteengesit, en die resultate en bevindings word bespreek. In Hoofstuk 6 word 'n samevatting, aanbevelings en implikasies van hierdie studie gegee.

HOOFSTUK 2

DIE VERBAND TUSSEN TAAL EN DENKE

2.1 Inleiding

In hierdie hoofstuk word ondersoek ingestel na die verband tussen taal en denke. Meer spesifiek word enkele teorieë beskou oor die verband wat daar bestaan tussen taal, denke en kognisie. Vervolgens word die begrip taalvaardigheid bespreek, asook faktore wat 'n invloed uitoefen op taalvaardigheid.

2.2 Verwantskap tussen taal en denke

Taal is waarskynlik die mees deurslaggewende aspek van kognitiewe ontwikkeling. Dit is die basis van kommunikasie tussen 'n kind en die belangrikste volwasse rolspelers in sy lewe en die medium van onderrig gedurende sy skoolloopbaan (Sutherland, 1992:30). Die verwantskap tussen taal en denke is fassinerend: bepaal denke die moontlikhede van taal of bepaal taal denke? Of is daar 'n meer interaktiewe verwantskap tussen taal en denke? 'n Paar sienswyses hieroor is die volgende:

Whorf (1956:vi) beweer dat taal fundamenteel is tot die teorie van denke. Hy maak twee bewerings:

- Alle hoër vlakke van denke is afhanklik van taal;
- die struktuur van taal wat 'n mens gewoon is om te gebruik, beïnvloed die manier waarop 'n mens die omgewing verstaan.

Whorf (1956:252) beweer dat denke misterieus is, en dat die grootste lig wat ons daarop kan werp deur die studie van taal is. Hierdie studie van taal toon dat die vorm van 'n persoon se denke beheer word deur meedoënlose patroonmatigheide waarvan hyself onbewus is. Die patrone is die ongemerkte verwikkelde sistematiserings van sy eie taal. Sy denke self is in 'n taal, en elke taal is 'n patroon-sisteem, verskillend van ander. In hierdie sisteem word die vorms en kategorieë waarvolgens die persoon kommunikeer, analiseer, verskynsels waarneem, sy redenasie kanaliseer, en 'n struktuur van bewustheid bou, kultureel bepaal.

- Alle ware leer behels ontdekking;
- taal het 'n heuristiese funksie, met ander woorde 'n leerder kan leer deur te praat en te skryf net so seker as wat hy kan leer deur te luister en te lees;
- om die proses van ontdekking deur taal in al sy gebruike te ontgin, is die sekerste manier om 'n leerder in staat te stel om sy moedertaal te bemeester.

Gamaroff (1998: par. 3) brei die konsep van taal verder uit wanneer hy onderskei tussen natuurlike taal soos Afrikaans, Engels, Tswana en kunsmatige taal soos formele logika en wiskunde. Verder identifiseer hy ook 'n dieperliggende taal, of taal van denke. Hy kom tot die gevolgtrekking dat hierdie dieperliggende taal 'n belangrike rol speel in denke, intelligensie, taalvaardigheid en leer.

Taal stel mens in staat om veronderstellings te maak en betrokke te raak in hoërde denkprosesse. Hierdie denkprosesse word die basis vir skryf, praat, lees, luister en dink. Van spesifieke belang is die rol van praat en ekspressiewe skryf, wat veral in die hoërskool geïgnoreer word. Beide hiervan stel die leerder in staat om te dink en te leer deur gewone taal, deur dit te filtreer deur persoonlike ervaring (Froese, 1994: 3205).

Selfregulering deur die gebruikmaking van taal, kommunikasie met andere deur taal te gebruik, kommunikasie met jouself deur taal te gebruik, smelt saam in die ontwikkelende individu soos wat hy deelneem aan sosiale interaksie, en groei uiteindelik tot ontwikkelde verbale denke. Taal word in 'n groeiende mate 'n hulpmiddel vir abstrakte refleksie. Dit verander onmiddellike persepsie en aksie, wat meer en meer geïntegreer word in 'n kognitiewe sisteem wat voorgestel word en uitgedruk word in taal. Die internalisering van persepsie lei tot die bemiddeling van taal, wat uiteindelik lei tot groter kognitiewe vryheid en buigsaamheid (Meadows, 1993:246).

Die rol wat taal speel in inhoudskennis is tweeledig. Eerstens is taal die medium waardeur leerders baie van hulle kennis aangaande die wêreld opdoen, en tweedens fasiliteer dit die vorming van netwerke, wat nie alleen hierdie kennis meer toeganklik maak nie, maar ook die integrering van nuwe, verwante items moontlik maak (Piper, soos aangehaal deur Smyth, 2002:58). Huidige neigings in moedertaalonderrig dui op 'n groeiende bewustheid van taaleise wat nodig is vir effektiewe leer, en die behoefte om taalvermoëns te ontwikkel wat leerders in staat stel om die meer abstrakte, logiese eise van vakinhoud te kan hanteer (Smyth, 2002:58).

Bruner (1971:40) het 'n bepalende rol aan taal toegeken in kognitiewe ontwikkeling. Taal affekteer kognisie slegs as linguïstiese kodering plaasvind, dit is slegs as daar 'n verbale voorstelling aan die stimulus gekoppel word. Mense verskil van mekaar in die manier waarop hulle, deur die gebruik van taal, hulle gedagtes organiseer. Die intellektuele groei wat dit moontlik maak om taal as 'n hulpmiddel vir denke te gebruik, vereis tyd en onderrig. As die intellektuele onderrig nie realiseer nie, as taal nie vryelik gebruik word in die rigtinggewing aan denke en handeling nie, dan kom vorms van intellektuele funksionering na vore wat voldoende is vir konkrete take, maar nie vir abstrakte denke nie (Bruner, 1971:50).

Bruner stel verder dat die taal wat deur 'n onderwyser gebruik word, leerders moet help om sin te maak uit 'n gegewe situasie. Die taal moet eenvoudig genoeg wees vir die leerder om te verstaan, en tog ook intellektueel uitdagend. Bruner beskou die ontwikkeling van taal as van die allergrootste belang vir 'n leerder se algehele kognitiewe ontwikkeling (Sutherland, 1992:59).

Russell (1973:42–43) beweer dat taal twee interverwante eienskappe het: eerstens is dit sosiaal van aard en tweedens verskaf dit 'n manier waarop gedagtes uitgedruk kan word. Taal help egter nie net om gedagtes uit te druk nie, maar dit maak ook denke moontlik wat andersins nie sou kon bestaan nie. Alhoewel die beskouing bestaan dat daar geen denke moontlik is sonder taal nie, glo Russell dat daar wel denke sonder taal kan wees. Sonder taal kan daar egter nie uitgebreide denke wees nie.

Taal is een van die vele maniere waarop ons die wêreld vir onself voorstel. Een van die sleutels tot die verstaan van taal, lê in die besef dat dit die primêre manier is waarop ons veralgemeende voorstellings konstrueer (Bullock, 1975: 47-48). 'n Leerder moet veralgemeen vanaf spesifieke voorstellings uit vorige ervarings om dit uiteindelik op nuwe ervarings toe te pas, en hierin speel taal 'n belangrike rol deur 'n manier te voorsien om hierdie ervarings te klassifiseer. Taal is egter veel meer as 'n inventaris van woorde; dit sluit ook komplekse reëls in waarvolgens woorde gekombineer word om te praat of te skryf. Bullock (1975:49) maak die volgende stelling waaroor daar in die algemeen konsensus bestaan: (a) hoër denkprosesse word normaalweg bereik deur die interaksie van 'n leerder se taalgedrag met sy ander denk- en perseptuele vermoëns; en (b) taalgedrag verteenwoordig dié aspek van sy denkprosesse wat die meeste toeganklik is vir invloede van buite, insluitende dié van die onderwyser. Bullock (1975:50) maak die volgende gevolgtrekkings uit 'n studie oor die verwantskap tussen taal en leer:

2.2.1 Vygotsky se siening aangaande die verband tussen taal en denke

Volgens Vygotsky (1962) is taal die hoeksteen van kognitiewe ontwikkeling. Hy sien taal as 'n belangrike en integrale deel van denke, maar voer aan dat die ontwikkeling van taal en denke nie altyd parallel is nie. Daar is 'n aanvanklike onafhanklikheid tussen taal en denke, en dan vind konvergensie plaas wanneer die kind ongeveer twee jaar oud is (Vygotsky, 1962:43). Daarna volg daar 'n stadium wanneer eksterne handeling as hulpmiddels gebruik word vir die oplossing van interne probleme, voordat die "geïntegreerde" stadium bereik word wanneer hierdie eksterne handeling geïnternaliseer word, en innerlike spraak ontwikkel (Austin & Howson, 1979:166). Daarna, word beweer, is denkprosesse grootliks afhanklik van die kind se bemeestering van taal.

Taal kan slegs deur die kommunikasie van gedagtes geïnternaliseer word. Vir Vygotsky (1962) voorsien woorde wat aangeleer word en in sosiale interaksie gebruik word, die standhoudende kern wat die kind toelaat om te abstraher en te veralgemeen vanuit 'n wye verskeidenheid ervarings met objekte, gebeure en mense. Woorde lê dus aan die kern van 'n kind se ervarings. Omdat woorde ingebed is in gemeenskaplike stelsels van betekenis wat voor die kind bestaan het, word sosialiteit en historisiteit geïnternaliseer namate konsepte verfyn word. Abstrakte menslike denke is dus inherent sosiaal van aard.

Vygotsky (1962:51) glo dat denkontwikkeling deur taal bepaal word. Hy sien taal as een van die belangrikste psigologiese hulpmiddels wat 'n hoë vlak van kognitiewe funksionering moontlik maak. Verbale denke is nie 'n aangebore natuurlike vorm van gedrag nie, maar word bepaal deur histories-kulturele prosesse en het spesifieke eienskappe en wette wat nie in die natuurlike vorms van denke en spraak gevind kan word nie (Vygotsky, 1962:51).

Volgens Vygotsky is taal waarskynlik die kragtigste manier om praktiese (prosedurele) en simboliese (verklarende kennis) te integreer (Meadows, 1993:244). Aktiwiteit word bemiddel deur die gebruik van taal vir beplanning (en vir monitering en evaluering en ander metakognitiewe aktiwiteite), deur die gebruikmaking van 'n sosiaal-bepaalde stelsel van simbole en reëls. Die verweeftheid van taal en denke stel die kind in staat om van 'n gefragmenteerde gebruik sonder begrip na 'n samehangende en buigsame bemeestering van voorstellingsisteme en kognitiewe vaardighede te beweeg (Meadows, 1993:244).

Vygotsky het die studie van taalontwikkeling gebruik as die sleutel om denke en kognitiewe funksionering te verklaar (Hedley & Hedley, 1995:8). Uit en gedurende die interaksie tussen denke en spraak, ontwikkel konsepte. Vygotsky identifiseer twee soorte konsepvorming: wetenskaplike konsepte en spontane konsepte. Wetenskaplike konsepte word voortgebring deur feitelike kennis; wetenskaplike konsepte word gewoonlik aangeleer deur die opvoedings- en onderrigproses. Spontane konsepte is onbewustelik, nie-reflektief, en word voortgebring deur die individu se nadenke oor sy eie ervarings. Spontane konsepte is nie afhanklik van onderrig om vorm in die bewussyn aan te neem nie (Strauss, 1987: 134).

Vygotsky glo dat hierdie twee prosesse – die ontwikkeling van spontane en nie-spontane konsepte (wetenskaplike konsepte) – verwant is en mekaar voortdurend beïnvloed. Hulle is deel van 'n enkele proses: die ontwikkeling van konsepvorming (Vygotsky, 1962: 85).

Die verband tussen die twee soorte konsepte noem Vygotsky “dialoog”. Dialoog is verantwoordelik vir die voortdurende ontwikkeling van konsepte. Wetenskaplike konsepte gee struktuur en orde aan spontane konsepte en spontane konsepte gee realiteit en individualiteit aan wetenskaplik aangeleerde konsepte. Hierdie dialoog tussen wetenskaplike en spontane konsepte konstitueer wat Vygotsky die **sone van naaste ontwikkeling** (SNO) noem. Die SNO onderskei tussen die leer wat sou plaasgevind het as geen hulp van buite gegee word nie, en die potensiële ontwikkeling wat geassosieer word met leer onder volwasse, of meer bevoegde medeleerders, se leiding.

Die ontwikkeling van hierdie twee soorte konsepte vind plaas in teenoorgestelde rigtings - spontane konsepte ontwikkel vanaf die verskynsel waarna hulle verwys opwaarts, terwyl wetenskaplike konsepte afwaarts ontwikkel, vanaf die konsep na die realiteit.

Taal en die ontwikkeling van simboliese funksies is noodsaaklik vir die ontwikkeling van hoë vlak denke. Konseptuele taal gaan die brein se ontwikkeling van hoë vlak denke vooruit. Meer nog, onderrig gaan die ontwikkeling van kognitiewe prosesse en hoë vlak denke vooruit. Die SNO word gestimuleer en gerig deur wat mens leer deur onderrig en modellering. Vygotsky verwys ook na die belemmerende effek wat 'n gebrek aan taalvaardigheid op 'n leerder se redeneringsvermoë het.

Vygotsky (1962:6) beweer dat spraak sentraal staan tot leer, en beskryf dit as: “the means of mediation of the rational, intentional conveyance of experience and thought to others....”. Hy beweer dat kommunikasie geïnternaliseer word en die basis lê vir die ontwikkeling van denke, en dat taal die basis vorm vir geïnternaliseerde denke. As ons Vygotsky se beskrywing vir die ontwikkeling van denke aanvaar, dan moet ons ook aanvaar dat taal bepalend is vir ons denk- en verstaanprosesse.

Fundamenteel tot Vygotsky (1967: 56-60) se bewering dat spraak sentraal staan tot kognitiewe ontwikkeling, is sy idee van konsepointwikkeling. Vygotsky beweer dat die verwantskap tussen taal en denke net suksesvol bestudeer kan word as woordbetekenis die basis van alle studie vorm, aangesien dit in woordbetekenis is dat denke en spraak verenig in verbale denke. Wanneer ‘n nuwe woord deur die kind aangeleer word, is die woord ‘n veralgemening van die mees primitiewe soort (Vygotsky, 1962:83). Namate die kind se intellek ontwikkel, word dit vervang deur veralgemenings van ‘n hoër tipe – ‘n proses wat lei tot die vorming van ware konsepte. Die ontwikkeling van konsepte, of woordbetekenisse, voorveronderstel die ontwikkeling van vele intellektuele funksies, soos doelbewuste aandag, logiese geheue, abstrahering en die vermoë om te vergelyk en te differensieer.

Woordbetekenis is verder ook ‘n dinamiese eerder as ‘n statiese konstruk (Vygotsky, 1962:124). Dit verander namate die leerder ontwikkel. As woordbetekenisse in hulle wese verander, verander die verband tussen woorde en denke ook. Elke stadium in die ontwikkeling van woordbetekenis het sy eie spesifieke verwantskap tussen denke en spraak. Denke word nie slegs in woorde uitgedruk nie, maar neem vorm aan deur woorde (Vygotsky, 1962:125).

Veralgemening is ‘n verbale handeling van denke en weerspieël die realiteit op ‘n heel ander manier as wat waarneming dit weerspieël. Daar is dus ‘n veralgemeende weerspieëling van die realiteit in denke teenwoordig, wat ook die kern is van woordbetekenis, en gevolglik is hierdie betekenis ‘n handeling van denke in die volle sin van die woord (Vygotsky, 1967:58). Terselfdertyd is betekenis ‘n onskeibare deel van woorde *per se*, en behoort tot die gebied van taal net soveel soos tot die gebied van denke.

Denkontwikkeling word dus deur taal, dit is deur die linguïstiese hulpmiddels van denke, en deur die sosiokulturele ervarings van die kind bepaal (Vygotsky, 1962:51). Die kind se intellektuele groei is afhanklik van sy bemeestering van taal. Verbale denke is nie ‘n aangebore, natuurlike vorm van gedrag nie, maar word bepaal deur ‘n

histories-kulturele proses.

2.2.2 Chomsky se siening aangaande die verband tussen taal en denke

Chomsky (1980:35; 1988:35) beweer dat die kind oor 'n aangebore taalverwerwingsmeganisme beskik wat hom in staat stel om die onderliggende sisteem van taalreëls te ontdek. Dit is hierdie aangebore versameling van taalgedagtes waarna Chomsky verwys as die "taalfakulteit" of "universele taal" (Steinberg, 1993:137-138). Volgens Chomsky beskik die mens oor 'n aantal kognitiewe sisteme met onderskeidende eienskappe. Hierdie sisteme vorm die basis vir sekere kognitiewe vaardighede (Chomsky, 1988:35). Hy beskou taal as een aspek van kognisie, en die taalfakulteit is een van hierdie kognitiewe sisteme.

Wanneer 'n leerder met data gekonfronteer word, bepaal die taalfakulteit die spesifieke taal waarin die data verwerk gaan word. Hierdie taal op sy beurt bepaal weer 'n wye reeks verskynsels wat ver verby die aangebode data strek. Skematies kan dit soos volg voorgestel word (Chomsky, 1988:35):

Data → taalfakulteit → taal → gestruktureerde uitdrukkings

Veronderstel 'n leerder met 'n aangebore taalfakulteit word in 'n omgewing geplaas waar 'n spesifieke taal gepraat word. Die taalfakulteit selekteer relevante data uit die gebeure wat plaasvind. Deur gebruik te maak van hierdie data op 'n wyse wat bepaal word deur die interne struktuur, konstrueer die leerder 'n taal. Hierdie taal word in die brein geïnkorporeer. Wanneer die proses voltooi is, vorm die taal die volwasse stadium wat deur die taalfakulteit bereik is (Chomsky, 1988: 35-36). Taal maak nou een van die vele kognitiewe stelsels van die leerder uit.

Volgens Chomsky is taalverwerwing essensieel onafhanklik van intelligensie (Steinberg, 1993:149). Hy beweer verder dat groot verskille in intelligensie slegs 'n klein effek het op taalbevoegdheid. Hierdeur impliseer hy dat as intelligensie relevant was vir taalverwerwing, sou meer intelligente mense oor 'n groter taalbevoegdheid beskik het, wat volgens hom nie die geval is nie. Hiermee kom hy tot die gevolgtrekking dat verskillende grade van intelligensie nie taalverwerwing affekteer nie, en dat intelligensie irrelevant is vir taalverwerwing. Aangesien die eenvormigheid in bevoegdheid tussen gebruikers van 'n taal nie aan intelligensie toegeskryf kan word nie, moet dit aan iets anders toegeskryf word, naamlik die sogenaamde "universele taal".

Chomsky (1988:169) beweer dat wiskunde nie onafhanklik van taal is nie, maar een van die uitkomst van universele taal is en dat dit moontlik is dat die getalfakulteit ontwikkel as 'n nuwe-produk van die taalfakulteit. Chomsky (1988:184–185) gaan verder deur te sê: “.....there couldn't be a mathematical capacity without a language capacity.....If you think about the history of mathematics, say from Euclid to fairly recently, there are really two basic ideas. One idea is numbers; the other is the structure of three dimensional space, which is based on the concept of continuity.....we can have the relevant thoughts about geometrical space because we have language... The other notion, of number, probably comes from our language capacity directly.”

Met hierdie stelling beklemtoon hy die belangrikheid van die rol van taal in wiskunde, wat wel deur ander literatuur bevestig word. Wiskundekonsepte kon egter nie geneties deur evolusie ontwikkel nie, omdat die mens maar ongeveer vir die laaste 100 000 jaar hierdie konsepte gebruik (Putnam, 1980: 276-296). As so 'n intelligensie wiskunde kan “uitvind”, behoort dit geen probleem te hê om taal ook uit te vind nie (Steinberg, 1993:151). Daar is dus geen rede om die bestaan van aangebore taalgedagtes te aanvaar nie.

2.2.3 Piaget se siening aangaande die verband tussen taal en denke

Die verwantskap tussen taal en vroeë konseptuele ontwikkeling staan sentraal tot baie teorieë. Volgens sommige benaderings speel taal 'n baie klein, indien enige, rol in die ontwikkeling en struktuur van denke. Piaget (Inhelder & Piaget, 1964:2) se siening dat kognitiewe strukture onafhanklik van taal ontwikkel, val hieronder. Volgens hierdie beskouing is taal nie 'n noodsaaklike voorvereiste vir die voorkoms van operasionele denke nie, alhoewel taal en denke beide mag afhang van dieselfde onderliggende meganismes van simboliese funksionering (Siegel, 1982:128). Taal is deel van 'n meer algemene kognitiewe organisasie en die wortels daarvan is geleë in handelinge en sensomotoriese meganismes wat dieper is as die taalverskynsel (Piaget, 1983:110).

Die basiese verskil tussen Piaget en Chomsky, is dat Piaget alle kognitiewe verwerwings, insluitende taal, beskou as die uitkoms van 'n geleidelike proses van konstruksie. Hulle verwerp dus die konsep van “voorafprogrammering” in die streng sin. Wat Piaget wel as aangebore beskou, is die algemene vermoë om die opeenvolgende vlakke te sintetiseer wat bereik word deur die toenemende komplekse kognitiewe organisasie. Piaget (1983:110) onderskei veral twee

belangrike verskille tussen verbale en sensomotoriese gedrag:

- Sensomotoriese intelligensie volg deur middel van opeenvolgende handeling, stap vir stap. Denke, daarenteen, veral deur middel van taal, kan terselfdertyd al die elemente van 'n georganiseerde struktuur voorstel.
- Sensomotoriese koördinasie is beperk tot onmiddellike ruimte en tyd, terwyl taal aan denke die moontlikheid voorsien om oor lang tye van tyd en ruimte te strek, en dit sodoende vry te maak van die onmiddellike.

Alle gedagtes insluitende dié waaruit intelligensie opgebou is, word gevorm deur direkte sensoriese ervaring. Piaget beweer dat daar by geboorte ongedifferensieerde skemas in die brein is, en dat intelligensie uit hierdie skemas ontwikkel met ervaring en gedrag aangaande die ervaring (Steinberg, 1993:135). Dit is dan deur intelligensie dat kennis aangaande taal ontwikkel. Taal is dus 'n produk van intelligensie. Putnam (1980:300) voer ook aan dat taal die produk is van intelligensie, maar stel dat intelligensie aangebore is, en begin werk met die lewenservaringe van die kind. In dié geval is intelligensie nie iets wat ons moet aanleer soos Piaget beweer nie.

Vir Piaget (1980:24) kom abstrakte denkstrukture na vore uit handeling, nie uit taal nie. Konseptuele denke het sy oorsprong in die senso-motoriese skemas van die jong kind. Taal is dus sekondêr tot denke. Denke is derhalwe nie inherent sosiaal nie, maar moet gesosialiseer word gedurende die gang van ervaringe met ander mense. Piaget stem dus saam met Chomsky dat taal die produk is van intelligensie, en nie dat taal intelligensie produseer nie, maar hy voer aan dat Chomsky se idee van 'n aangebore kern wat vir die aanleer van taal geprogrammeer is, onnodig is (Piaget, 1980:57; Cohen, 1983:141). Piaget beweer verder dat die ontwikkeling van denke dié van taal oorheers (Sutherland, 1992:33). 'n Leerder se denke bepaal die taal wat hy nodig het.

Taalvermoëns word gesien as 'n weerspieëling van 'n meer algemeen onderliggende kognitiewe bevoegdheid wat manifesteer in verskeie aktiwiteite, insluitende taalgedrag. Piaget beklemtoon dus dat taal kognitiewe ontwikkeling *reflekteer*, eerder as *bepaal* (Moore & Harris, 1978:132). So 'n siening is heeltemal onversoenbaar, indien nie teenstrydig, met Chomsky se siening dat die aanleer van taal relatief onafhanklik van intelligensie is.

Piaget glo dat taal nie in staat is om dit wat nie alreeds in die denke vasgelê is, oor te dra nie (Meadows, 1993:207). Hieruit sou dus blyk dat taal 'n effense agterstand het

ten opsigte van denke. Tensy hierdie agterstand baie klein is, sou dit beteken dat daar geleenthede is waar die kind se taal te onderontwikkeld is om sy denke uit te druk. Die gebruik van taal in die diagnose van denke lei tot die vals diagnose van onvolwasse denke, en daar is inderdaad baie gevalle van “mislukking in denke” wat hoofsaaklik te wyte is aan taalprobleme (Meadows, 1993:207).

Soos Vygotsky (sien § 2.2.1), tref Piaget 'n skerp onderskeid tussen spontane konsepte (die kind se idee van die werklikheid deur sy eie verstandelike pogings) en nie-spontane konsepte (die kind se idee oor die werklikheid soos beïnvloed deur volwassenes). Piaget slaag egter nie daarin om die interaksie tussen die twee soorte konsepte te sien nie, asook die ooreenkomste wat hierdie konsepte verenig in 'n totale sisteem van konsepte in die gang van die kind se intellektuele ontwikkeling nie (Vygotsky, 1962:84).

Freudenthal (1973:88) beweer dat Piaget se werk gekenmerk word deur die fout wat hy in baie van sy eksperimente gemaak het deur te bewys dat 'n kind op 'n bepaalde ouderdom nie gereed is om sekere handeling uit te voer nie. Dit is absoluut seker dat die kind linguïsties nie die taak wat aan hom opgedra is verstaan het nie; dus hou Piaget se werk verband met die linguïstiese- en nie die kognitiewe ontwikkeling nie.

2.3 Konsepvorming

2.3.1 Kognisie, konsepvorming en die wetenskap

Kognisie of bewustheid voorveronderstel dat leerders eers sal weet omtrent dinge alvorens hulle enigiets met hierdie kennis kan doen. Strauss (1987:134-136) sluit aan by Vygotsky se sosio-historiese model aangaande konsepvorming, naamlik dat 'n kind spontane- en wetenskaplike konsepte aanleer. Strauss voer egter aan dat daar 'n addisionele laag van kompleksiteit is in die klassifikasie van spontane en wetenskaplike konsepte wanneer dit kom by die leer van wiskunde en wetenskap, en dit is die aard van die simboliese sisteem waarin hierdie konsepte aangebied word (deur die onderwyser) en voorgestel word (deur die leerder). Om dit te illustreer, gebruik hy die konsepte van “temperatuur” en “hitte”. Die meeste leerders beskik oor die spontane konsepte van temperatuur en hitte uit hulle ervaringswêreld. Hulle weet dat die byvoeging van warm water die temperatuur laat styg. Hierdie spontane kennis van temperatuur is nie uitermate sistematies nie. Wanneer hulle dus gevra word wat die temperatuur is wanneer twee koppies water van gelyke temperatuur bymekaargevoeg word, sal die meeste kinders antwoord dat dit dieselfde is of

warmer. 'n Kwalitatiewe situasie word dus kwalitatief voorgestel en beantwoord. Wanneer egter aan hulle gesê word dat die temperatuur in die twee koppies 60°C is, sal hulle die vraag numeries voorstel en waarskynlik (verkeerdelik) die twee getalle by mekaar tel. Strauss (1987:135) sê dat spontane konsepte kwalitatief is, en skoolaangeleerde konsepte, wanneer die konteks wetenskaplik of wiskundig is, word dikwels via hulle numeriese beskrywings aangebied. Strauss wys uiteindelik daarop dat die verskil tussen die kwalitatiewe en numeriese konsepte, nie die verskil in aard is nie, maar die taal waarin die konsepte beskryf word. Leerders moet dus in staat wees om verskillende simboliese sisteme te kan hanteer.

Strauss (1987:137) stel die volgende vrae, gebaseer op Vygotsky se teorie, wat verband hou met die onderrig van wetenskaplike of wiskundige inhoud op skoolvlak:

- Wat verstaan leerders van hierdie konsepte wat op skool onderrig word?
- Is daar enige algemene reëls wat beskryf hoe leerders die onderwyser se konsepte verander/wysig?
- Verander/wysig die leer van hierdie konsepte leerders se alledaagse, spontane begrip van dieselfde konsepte? En die omgekeerde?
- Beïnvloed leerders se alledaagse, spontane begrip die manier waarop hulle hierdie konsepte op skool aanleer?

Na aanleiding van navorsingsdata, voer Strauss (1987:142) aan dat 'n verandering in die konseptuele stelsels van leerders nodig is voordat suksesvolle veranderinge aan die kwalitatiewe en numeriese stelsels wat lei tot suksesvolle leer, teweeggebring kan word.

2.3.2 Die rol van voorkennis in konsepvorming

Daar word dikwels verwys na vorige leer as ervaringsleer. Ervaringsleer kan lei tot prosedurele kennis en verklarende kennis (kennis van feite en konsepte). Vorige leer dien as 'n raamwerk waardeur die leerder nuwe inligting filtreer, en probeer om betekenis te gee aan dit wat geleer word. As gebrekkige voorkennis nie ondervang word in die laerskooljare wanneer basiskonsepte vasgelê word nie, gaan daaropvolgende leer benadeel word. Dit is te wyte aan die feit dat hoe groter die konseptuele gaping, hoe groter is die afstand tussen nuwe en bestaande kennis - 'n proses wat voortgesit word as die gaping nie op 'n stadium gevul word nie. Hoe meer ervarings 'n leerder gehad het voordat hy nuwe kennis in bestaande skemata organiseer, hoe meer kompleks en ryker is die beskikbare konseptuele bronne.

Die omgewing waarin leerders leer, verskaf inligting, en voorsien ook 'n struktuur vir die inligting, meestal deur die gebruik van taal (Bransford *et al.*, 1999:135). Dit blyk dus dat klaskamerleer en taal nie geskei kan word nie. As 'n leerder ontnem word van vorige leer, het dit 'n verswakkende uitwerking op konseptuele- en taalontwikkeling.

2.4 Taalvaardigheid

2.4.1 Begripsomskrywing

Alhoewel dit baie duidelik is dat daar 'n verwantskap bestaan tussen intelligensie, redenering en taalvaardigheid, is die omvang en die aard van hierdie verwantskap nie duidelik nie (Boyle, 1987:277). Oller (1979:450-456) gaan byvoorbeeld van die standpunt uit dat intelligensie en taalvaardigheid feitlik ekwivalent is. Alhoewel ander navorsers die noue verwantskap tussen intelligensie en taalvaardigheid ondersteun, ontken hulle die ekwivalensie daarvan. Volgens Boyle (1987:277) kan die aard van die verwantskap tussen intelligensie en taalvaardigheid die beste ondersoek word deur die bemiddeling van redenering, wat 'n sterk affiliasie met beide intelligensie en taalvaardigheid het.

Resultate van 'n empiriese ondersoek gedoen deur Boyle (1987:283), lewer getuienis dat induktiewe redenering duidelik onderskeibaar van taalvaardigheid is. Aangesien induktiewe redenering sentraal staan tot intelligensie, weerspreek die resultate van hierdie eksperiment die teorie dat taalvaardigheid ononderskeibaar van intelligensie is, en ondersteun eerder die teorie dat daar 'n verband is, maar dat intelligensie en taalvaardigheid onderskeibaar van mekaar is.

Die implikasie hiervan is dat, alhoewel dit waar is dat 'n intelligente leerder dikwels ook goed is in tale, is dit nie noodwendig deurgaans die geval nie.

2.4.2 Invloed van leesbegrip op taalvaardigheid

In 2000 het die hoofopskrifte van 'n koerant aangevoer dat Suid-Afrikaanse kinders die "domkoppe" van Afrika is (Sunday Times, 16 Julie 2000). Die artikel het verslag gelewer aangaande die bevindings van 'n vergelykende studie in geletterdheid en gesyferdheid van laerskoolleerders afkomstig uit 12 lande in Afrika. Suid-Afrikaanse leerders het swak gevaar in vergelyking met die res van hulle ouderdomsgroep in Afrika in beide die geletterdheids- en gesyferdheidstudie. Suid-Afrikaanse leerders

het boonop die twyfelagtige prestasie behaal deur onderaan die lys te eindig in die TIMMS-R verslag (Third International Mathematics and Science Study-Repeat, 1999).

Daar is natuurlik baie faktore, beide ekstrasiek en intrinsiek, wat mag bydra tot swak akademiese prestasie. Heelwat studies aangaande die rol van taal in wiskunde is onderneem, en dit is bekend dat swak ontwikkelde taalvermoëns leerders se wiskundeprestasie ondermyn (Bohlmann & Pretorius, 2003:196). Tot watter mate beïnvloed leesvaardigheid 'n leerder se vermoë om wiskunde te verstaan en te kan doen?

Taalvaardigheid sluit onder andere in die vermoë om te lees. Suksesvolle leesbegrip berus op drie elemente van kundigheid, naamlik konseptuele begrip, geoutomatiseerde basiese vaardighede en strategieë (Gagné *et al.*, 1993:268). Konseptuele begrip sluit in die kennis van onderwerpe waaroor mens lees, asook woordeskat. Geoutomatiseerde vaardighede behels dekodeeringsvaardighede en die vermoë om bewerings en stellings te konstrueer uit 'n string woorde. Strategieë sluit in om jou benadering tot lees te varieer na gelang van die doel waarmee jy lees, asook die monitering van jou eie begrip. Terwyl die kennis wat die basis vorm van konseptuele begrip gehuisves word in die verklarende geheue, word die onderliggende vaardighede en strategieë gehuisves in die prosedurele geheue.

Lees is meer as om duidelikheid te verkry aangaande die geskrewe teks; dit is ook meer as die verstaan van die som van die betekenis van die individuele woorde. Alhoewel taalvaardigheid en lees duidelik verwant is aan mekaar, is dit kognitief en konseptueel unieke en spesifieke vaardighede wat op verskillende maniere ontwikkel en staatmaak op spesifieke kognitiewe bewerkings. Dit is belangrik om van hierdie verskil kennis te neem, aangesien dit opvoedkundige implikasies het (Bohlmann & Pretorius, 2003:196).

Leesvaardigheid hang ooglopend af van die leser se woordeskat. In hierdie opsig is verskeie soorte woordeskat-toetse ontwikkel, waarvan die mees algemene die meervoudige keuse-tipe is waarin van herkenning gebruik gemaak word, byvoorbeeld: "Watter van die volgende vier woorde het dieselfde betekenis as die gegewe woord" (stimulus). Die stimulus word soms in isolasie gebruik en soms in die konteks van 'n sin of langer paragraaf (Spearritt, 1994:2932).

Lees is 'n kognitief-linguïstiese aktiwiteit. Onderskeid word algemeen getref tussen

dekodering en begrip. Dekodering behels perseptuele en woordontledende aspekte van die leesaktiwiteit waar geskrewe tekens en simbole in taal vertaal word. Begrip verwys na die algehele verstaanproses waar betekenis aan die hele teks gegee word. Baie leerders kan teks geredelik dekodeer, maar ervaar probleme om te verstaan wat so pas gedekodeer is (Daneman 1991; Yuill & Oakhill 1991 soos aangehaal deur Pretorius, 2002:170). Ideaal gesproke, behoort die assessering van leesvaardigheid beide dekodeering en begrip te bepaal. Lees-assessering van ouer leerders behels egter meestal net die toets van begrip, aangesien aanvaar word dat meer ervare lesers alreeds die dekodeeringsvaardighede bemeester het. In Suid-Afrikaanse skole is daar geen formele assesseringsprosedures of gestandaardiseerde leestoetse om te bepaal of leerders op 'n gepaste leesvlak is nie. Gevolglik is dit dus moeilik om te bepaal tot watter mate leerders leesprobleme het.

Leesbegrip is een van die mees komplekse vorme van bewustheid. Dit is die resultaat van inligting uit visuele, auditiewe, semantiese, konseptuele en linguïstiese bronne wat oombliklik kombineer om 'n weergawe van elke sin of fragment te vorm (Bialystok, 1994: 4936). Kognitiewe navorsing beskou leesbegrip as 'n aktiewe, intensionele proses waarin 'n individu nuwe kennisstrukture konstrueer op die basis van bestaande voorkennis (Schnotz, 1994: 4940). Hierdie kennisstrukture bestaan uit veelvuldige interne voorstellings met verskeie vlakke, 'n feit wat ook die buigbaarheid van leesbegrip beklemtoon danksy die gebruik van verskillende strategieë en 'n metakognitiewe verwerkingsreël.

Lesers probeer 'n teks so betekenisvol as moontlik maak deur dit aan voorkennis te koppel. Die inhoud van 'n teks word op so 'n manier gerekonstrueer dat daar maksimale ooreenstemming met die lesers se kennis in geheel sal wees. As teenstrydighede voorkom tussen voorkennis en die inligting in die teks, probeer lesers om 'n interne samehang te behou deur ooreenstemming tussen die verskillende kennisdele te verhoog, wat weer sistematiese herroepingsfoute tot gevolg kan hê (Schnotz, 1994:4940).

Leesbegrip is 'n aanpasbare, dinamiese proses waarin lesers verskillende kognitiewe strategieë toepas volgens hulle doelwitte en die gegewe konteks (Schnotz, 1994:4941). Kognitiewe strategieë is interne programme wat die keuse en volgorde van verskillende interne bewerkings beïnvloed. Dit word deur die leser toegepas om begrip, aanleer en die toepassing van kennis te fasiliteer.

Om buigbare en aanpasbare teksverwerking te bereik, moet die beskikbare verwerkingstrategieë gekies, gekoördineer, en gemonitor word volgens die spesifieke eise. Vir hierdie doel is beide metakognitiewe kennis aangaande begripsprosesse en uitvoeringsprosedures aangaande monitering en kontrole nodig. Tekorte in metakognitiewe verwerkingsbeheer spruit dikwels uit onvoldoende kriteria waaroor leerders beskik vir die evaluering van hulle eie begrip. Selfs ervare lesers besef soms self nie dat hulle begrip van 'n teks onvoldoende is nie. Aangesien lesers gewoonlik nie 'n geheeloorsig het van hulle kennis nie as gevolg van 'n beperkte kognitiewe kapasiteit, word daar dikwels nie ag geslaan op interne teenstrydighede nie (Schnotz, 1994: 4941).

Op die vraag hoe taalvaardigheid en leesvermoë vergelyk in verhouding met akademiese prestasie, het Pretorius (2002:178-187) in 'n studie bevind dat leesvermoë en taalvaardigheid verband hou, en dat beide veranderlikes noue verwantskap met akademiese prestasie toon. Akademiese prestasie verbeter namate leesvermoë en taalvaardigheid toeneem. Navorsing deur Bohlmann en Pretorius (2003:204) toon dat daar wel 'n verwantskap tussen die vermoë om te lees en wiskundeprestasie is. Leerders wat hulle wiskunde-eksamen gedruip het, het oor aansienlik swakker leesvermoë beskik as dié wat geslaag het. Leesvermoë waarborg egter nie goeie wiskundeprestasie nie, aangesien talle ander veranderlikes 'n rol kan speel, soos motivering, toewyding en deursettingsvermoë, maar die resultate van dié studie suggereer tog dat swak leesvermoë 'n hindernis kan wees vir bevredigende wiskundeprestasie.

Die leesvaardighede wat nodig is om wiskundige teks en woordprobleme te verstaan, is die hulpmiddels waarmee leerders toegang verkry tot wiskundige vaardighede en vermoëns om hierdie vaardighede te kan toepas. As onderrig ontwerp is om individue te bemagtig om aktiewe deelnemers in 'n tegnologie-gebaseerde wêreld te word, en met bemagtiging bedoel word dat hulle akademies bevoegde deelnemers word, dan moet onderwysers fokus op lees as 'n basiese vaardigheid wat akademiese bevoegdheid onderlê. As leerders die geleentheid gebied word om hulle leesbegrip te verbeter, sal hulle 'n beter kans op sukses hê (Garaway, 1994, soos aangehaal deur Bohlmann & Pretorius, 2003:205).

2.5 Rol van taal in wiskundeprestasie

Kommer aangaande die omvang van onderprestasie in wiskunde (in Suid-Afrika, maar ook wêreldwyd), word deur heelwat skrywers uitgespreek. Die rol van taalverwante faktore as 'n oorsaaklike faktor in hierdie verband, word baie keer oor die hoof gesien (Maree, 1997:77). Maree voer aan dat wanneer gedragspatrone in wiskunde van naderby beskou word, dit blyk dat gebrekkige taalbesit of die vermoë om die taal te hanteer in baie gevalle aan die kern van die probleem lê (1997:78). Denvir (1982, soos aangehaal deur Maree, 1997:78) lig onder andere die volgende faktore uit as moontlike redes vir onderprestasie in wiskunde:

- Ontoereikende onderrig (van die taal van wiskunde);
- algemene onvermoë om konsepte/begrippe vinnig te snap;
- tweedetaalonderrig;
- leerders se onvermoë om hulleself verbaal uit te druk;
- swak leesvermoë;
- ouers se taalbesit is beperk;
- gebrekkige kommunikasievermoë.

2.5.1 Wanbegrippe wat voorkom as gevolg van taalverwante probleme

Een van die mees algemene probleme van selfs beter leerders in wiskunde is die verskynsel dat talle van hulle reëls sonder die nodige kennis van die tegniese taal van wiskunde toepas. Wanneer sommige leerders nie oor die nodige taalkundige onderbou beskik om die taal van 'n opdrag in wiskunde te kan interpreteer nie, gebeur dit soms dat hulle die vraag verkeerd lees of interpreteer, bewustelik of selfs onbewustelik. Regressie tree veral in wanneer die werk moeiliker raak: leerders verloor beheer oor die situasie en hulle gedagtegang vervlak na 'n outomatiese tipe denkwysie waar hulle hul eie reëls, afleidings en algoritmes ontwikkel. Begrippe wat onvolledig en oppervlakkig by 'n leerder se kennisgeheel geïntegreer is, lei dikwels tot begripsverwarring en gebrekkige prestasie (Maree, 1997:82).

Dit is van die grootste belang dat leerders 'n spesifieke konsep of beginsel eers deur konkrete voorstellings leer ken en geleidelik na taalkundige en simboliese voorstellings beweeg. Indien leerders simboliese voorstellings met 'n ontoereikende kennisagtergrond aanleer, word hulle verplig om op die assosiatiewe vlak te leer. Leerders word die geleentheid gebied om op die konseptuele en probleemoplossingsvlak te leer wanneer hulle deur onderwysers toegelaat word om

met objekte te werk, te praat oor wat hulle waarneem, en toegelaat word om die waargenome verwantskappe aan te teken. Rothman en Cohen (1989:141) som die aangeleentheid op met die bewering: "Children need appropriate tools, including the language of the subject matter, as well as methodology, in order to learn. When students understand, growth in the learning process takes place". Om nuwe konsepte suksesvol te kan vorm, moet leerders oor die nodige taalvaardigheid beskik. Waar wiskunde-onderrig steun op logiese beredenering, bly taal die primêre kommunikasiemedium waardeur logiese beredenering tot sy reg kan kom. Leerders wat nie die nodige vaardigheid verwerf om tussen die verskillende denkvlakke te beweeg nie, sukkel om meer abstrakte probleme te hanteer.

Duit (1994: 4648 - 4649) sluit hierby aan as hy beweer dat begrippe of voorstellings waaroor leerders voor onderrig beskik, in twee groepe verdeel kan word, naamlik pre-konsepsies en wankonsepsies. Pre-konsepsies is daardie voorstellings/begrippe wat spruit uit informele ervaring in die alledaagse lewe. Wankonsepsies daarteenoor is wanbegrippe wat geïnduseer word deur voorafgaande formele onderrig.

2.5.1.1 Bronne van pre-konsepsies

Daar is talle bronne waaruit pre-konsepsies kan ontstaan, waarvan taal miskien een van die belangrikste is; dit bevat 'n groot voorraad wêreldsieninge, waarvan sommige uitgedateer is in die lig van moderne kennis, en daarom misverstande tot gevolg kan hê. Taal voorsien ook heelwat algemene skemata wat nuttig is in alledaagse situasies, maar misleidend kan wees as dit onnadenkend in nuwe velde gebruik word.

2.5.1.2 Bronne van wankonsepsies

Daar is drie hoofredes vir wanbegrippe wat deur onderrig teweeggebring word. Eerstens het empiriese studies getoon dat onderwysers self oor verkeerde konsepte beskik aangesien hulleself onbekend is met die vakinhoud, of nie goeie onderrig ontvang het nie. Tweedens is daar 'n minder ooglopende rede vir foutiewe konsepte wat deur onderwysers aangebied word. Verskeie gevalle is gedokumenteer waar verkeerde idees verskeie geslagte oorleef het, bloot omdat dit as die waarheid aanvaar is, sonder enige kritiek, en is oorgelewer van een geslag onderwysers/handboeke na 'n volgende. Die derde rede is nog meer subtiel as die eerste twee: uit navorsing kom baie gevalle na vore waar wankonsepte geïnduseer is, omdat leerders dit wat deur die onderwyser aan hulle voorgehou is, geïnterpreteer het (op die basis van hulle voor-onderrig konsepsies) op 'n totaal verskillende manier as dit wat deur die onderwyser bedoel is. Onderwysers gebruik dikwels die "korrekte" taal

(vanuit hulle sienswyse) en leerders gee “korrekte “ antwoorde, wat ook sin maak vanuit die onderwyser se perspektief, maar wat heel anders bedoel is (Duit, 1994: 4649).

2.6 Samevatting

In die voorafgaande paragrawe is daar gepoog om die belangrikheid van die verband tussen taal en denke aan te toon, deur verskillende teorieë aangaande die verwantskap tussen taal en denke te beskou. Sommige teorieë sien taal as die hoeksteen van kognitiewe ontwikkeling (sien § 2.2.1), terwyl ander teorieë taal sien as een van vele kognitiewe sisteme (sien § 2.2.2). Piaget (sien § 2.2.3) beweer dat taal kognitiewe denke reflekteer eerder as bepaal. Verder is ook ondersoek ingestel na die manier hoe konsepte gevorm word. Derdens is die verwantskap tussen intelligensie en taalvaardigheid beskou. Vierdens is ‘n literatuuroorsig gegee van die invloed van leesbegrip op taalvaardigheid. Aangesien die doel van hierdie studie is om vaste stel wat die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke is, is in die laaste paragraaf van hierdie hoofstuk ‘n kort aanknopingspunt oor die rol van taal in wiskundeprestasie in die algemeen gegee. Die feit dat taal so ‘n belangrike rol in leerders se denke en konsepvorming speel, behoort sekerlik ‘n saak van groot erns te wees vir elkeen betrokke by die leer en onderrig van wiskunde.

HOOFSTUK 3

WISKUNDE AS 'N TAAL

3.1 Inleiding

Die beskouing dat wiskunde 'n taal is, is nie nuut nie. Daar is egter geen konsensus hieroor in die wiskunde gemeenskap nie. Die doel van hierdie hoofstuk is eerstens om die verskillende teorieë ten opsigte van die beskouing van wiskunde as 'n taal te ondersoek. Verder sal die gesproke, geskrewe en simboliese aard van wiskunde as taal nagegaan word.

“Philosophy is written in this grand book, the universe, which stands continually open to our gaze. But the book cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and read the letters in which it is composed. It is written in the language of mathematics, and its characters are triangles, circles, and other geometric figures without which it is humanly impossible to understand a single word of it; without these, one wanders about in a dark labyrinth.” - Galileo.

Die taal waaroor Galileo destyds geskryf het, was slegs 'n klein deeltjie van dit wat ons vandag “wiskunde” noem. Vandag se wiskunde modelleer selfs veel meer van die fisiese wêreld as wat gemodelleer kon word in die tyd van Galileo.

Die taal van die wiskundeklaskamer is 'n baie komplekse struktuur (Sierpinska, 1994:18). Leerders leer wiskunde in 'n multi-dimensionele konteks, waar die betekenis nie slegs bepaal word deur die woorde wat in 'n boek geskryf is, of deur die taal wat deur die onderwyser gepraat word nie. Die betekenis van 'n probleem hang byvoorbeeld af van die rolle wat deur die leerder en onderwyser aan hulleself toegeken word. Die betekenis sal ook afhang van die intensie van die onderwyser: Is die probleem bedoel om die leerders aan 'n nuwe onderwerp bekend te stel, of is dit bedoel om die leerders se vermoë om 'n sekere metode toe te pas, te toets, dit wil sê moet die leerders bewys lewer van hulle kennis?

Gedurende die afgelope aantal jare bestaan daar toenemende belangstelling in kommunikatiewe taalonderrig, d.i. 'n poging om kommunikatiewe bevoegdheid in taal te onderrig. Kommunikatiewe bevoegdheid behels om te weet hoe om 'n taal te

gebruik om te kommunikeer in verskeie situasies. Dit vereis dus 'n bewustheid van die gebruike in gesproke of geskrewe taal, hoe die konteks waarin dit gebruik word dit beïnvloed wat gekommunikeer word, en hoe om dit toepaslik te gebruik, afhangende van die konteks. Hierdie argumente laat die vraag ontstaan of dit ook geld vir die onderrig van wiskunde. Indien die term of begrip kommunikatiewe wiskunde-onderrig veld wen, sou meer leerders waarskynlik wiskunde beskou as 'n aangename en bevredigende studie.

Leerders moet tyd gegun word om waar te neem, saam te werk en 'n begrip van die taal van wiskunde te konstrueer ten einde dit hulle eie te maak. Persoonlike kennis word nuttig en bruikbaar in situasies waar dit met dié van ander gekombineer word. Denke, idees en die betekenis van woorde word duidelik wanneer individue betrokke raak in gesprekvoering. Sodra leerders hulle denke in woorde omskakel, maak dit hulle begrip van wiskundige feite terselfdertyd meer presies, georden en meer algemeen. Slegs deur woorde in verskeie kontekste en situasies te gebruik, kom hulle tot die volle begrip van elke woord. Wanneer leerders skryf of praat oor wiskundige probleme, word hulle begrip van wiskunde getoets, maar ook verder uitgebrei. Wanneer leerders gesproke of geskrewe taal gebruik, gebruik hulle nie taal om hulle denke of gedagtes uit te druk nie; hulle gebruik die proses van kommunikasie met ander om betrokke te raak in 'n gesprek met hulle eie gedagtes (Buschman, 1995:329).

Wiskunde-onderrig loop egter steeds deur onder dieselfde probleme as die onderrigstrategie vir vreemde tale. Die aandag van beide onderwyser en leerder is heel dikwels meer gerig op die vorm van die wiskundige bewerings as die idees en gedagtes wat daardeur uitgedruk word (Pimm, 1987:202). Wat is dan die mikpunt? Uiteindelik moet die simbole kan wegsink in die agtergrond, sodat hulle in dieselfde verhouding staan tot wiskundige taal as wat woorde tot gewone taal staan.

3.2 Verskillende beskouings oor die aard van Wiskunde as 'n taal

Magnus (1997:266) betwyfel die feit dat wiskunde 'n taal is, en verkies om dit te beskryf as die gebruikmaking van 'n spesiale taal - iets wat funksies van 'n taal het, maar nie 'n taal in eie reg is nie.

Bullock (1994:736), daarenteen stem nie saam nie, en beweer dat wiskunde tog 'n taal is. Omdat wiskunde beskou kan word as die studie aangaande *getal en ruimte*, het wiskundiges 'n gepaste woordeskat en alfabet ontwikkel om daaroor te praat en

dit te bestudeer. Die voorwerpe wat gedefinieer word, is geheel en al abstrak. Wiskunde is juis verstaanbaar vanweë die feit dat dit abstrak is. Ons is nie afhanklik van waarneming om te weet dat lyne reguit is, of dat ewewydige lyne nooit sny nie, al word hulle verleng. Dit is moontlik om hierdie aannames met vertroue te maak, aangesien wiskunde nie slegs ontdek is nie, maar ook deur mense ontwikkel is.

Freudenthal (1978:13) beweer dat dit nie waar is dat 'n wetenskap met sy taal geïdentifiseer kan word nie, en dat dit genoeg is om hierdie taal te ken om die wetenskap te bemeester nie. Taal is 'n hulpmiddel waarmee inhoude uitgedruk kan word; as daar niks is om uitgedruk te word nie, is taal net 'n string woorde.

Bullock (1994:736) voer aan dat wiskunde 'n nuwe en aparte taal is, aangesien dit oor sy eie taal en sintaks beskik. Deur die daargestelling van 'n woordeskat en reëls vir die taal van wiskunde, is wiskundiges op soek na dinge wat moontlik is of nie moontlik is aangaande taal en ruimte nie. In hierdie ideaal geordende wêreld van die verbeelding, is dit moontlik om meedoënlose logika toe te pas op enige vrae wat mag opduik. Dit is juis op grond van hierdie proses wat waardering uitgespreek moet word vir die meetkunde van Euklides. Sy stelsel van definisies, aksiomas, stellings en konstruksies lê duidelik die woordeskat en reëls neer om aspekte van meetkunde deduktief te ondersoek.

Curcio (1993:61) beskryf drie vorms van wiskundige taal, naamlik gesproke taal tussen leerders en onderwysers, geskrewe taal in verslae, werkkaarte en joernale, en laastens ook die simboliese taal soos dit voorkom in simbole, formules, grafieke en tabelle. Usiskin (1996:232) sluit hierby aan as hy beweer dat wiskunde 'n taal op sigself is, en tref onderskeid tussen die verskillende aspekte van wiskunde as 'n taal, naamlik wiskunde as 'n simboliese, geskrewe en gesproke taal. Soos met alle ander tale is kommunikasie een van die hoofdoelwitte van wiskunde (Usiskin, 1996:232). Dit beskryf nie alleen konsepte nie, maar help ook om die konsepte te vorm in die gedagtes van die gebruiker. Soos alle ander tale, het wiskunde sy eie unieke eienskappe, daarom beweer Usiskin dat wiskunde soos 'n taal is, omdat dit 'n taal *is* soos enige ander.

Costello (1991:167) beweer dat twee verskillende interpretasies geheg kan word aan die feit dat wiskunde 'n taal is. Die eerste is dat wiskunde 'n taal is in dieselfde sin as wat musiek of kuns 'n taal is, met ander woorde 'n manier waarop gedagtes of perspektiewe oorgedra kan word. Hierdie beskouing stel dat wiskunde 'n wyse is vir die kommunikasie van patrone, verwantskappe, strukture en eienskappe wat nie

effektief op enige ander manier beskryf kan word nie.

‘n Tweede interpretasie verskraal die siening van wiskunde tot ‘n versameling van spesiale terme en simbole. Hierdie versameling woorde en simbole is op sigself nie wiskunde nie. Wiskunde is ‘n liggaam van kennis en ‘n aktiwiteit wat aangedui en uitgevoer word deur ‘n taamlik gestandaardiseerde taal.

Pimm (1987: 2-3) bied waarskynlik die beste middeweg tussen hierdie konflikterende gedagtes deur die stelling te maak dat wiskunde ‘n taal is in die metaforiese sin. Volgens Pimm (1991:17) moet die bewering dat wiskunde ‘n taal is, versigtig ondersoek word. Volgens hom is wiskunde nie ‘n taal nie, aangesien wiskunde niemand se moedertaal is nie. Wiskunde is selfs nie eers ‘n dialek nie. Die taal van wiskunde behels ‘n baie groot woordeskat, wat alledaagse woorde insluit, sowel as gespesialiseerde vakterminologie. Dit is duidelik dat wiskunde nie bloot ‘n dialek is nie. ‘n Term wat eerder gebruik word, is dié van ‘n *register*. Halliday (1975, soos aangehaal deur Pimm, 1987:76) beskryf ‘n register as ‘n versameling betekenisse wat gepas is vir ‘n spesifieke funksie van die taal, tesame met die woorde en strukture wat daardie betekenisse verduidelik.

Anders as ‘n dialek, kan individue per geleentheid van ‘n register gebruik maak, maar ander tye nie. ‘n Register is nie net bloot ‘n struktuur wat uit vakterme bestaan nie; die ontwikkeling van ‘n register is ook nie net ‘n proses van toevoeging van nuwe woorde nie (Pimm, 1987:76). Dus is dit nie net die gebruik van tegniese vakterme nie, maar ook sekere frases en selfs kenmerkende wyses van redenering wat die boustene van ‘n register is. Deel van die leer van wiskunde is ook om te praat soos ‘n wiskundige, dit is om beheer te verkry oor die wiskunde-register.

Die beskouing van wiskunde as taal in die metaforiese sin, het verdere implikasies vir die onderrig van wiskunde. Hierdie tipering dra met hom saam die geïmpliseerde beskouing van wiskunde-onderrig as taalonderrig. Dié beskouing mag dalk ‘n ander kleur bring wanneer gekyk word na die wiskundeklaskamer en wiskunde self deur ‘n linguïstiese bril (Pimm, 1987:201). Dit kan ook nuttig wees om wiskunde-onderrig in terme van vreemde taalonderrig te sien. Tot heel onlangs is die onderrig van vreemde tale op skool as streng reëlgebonde hanteer. Hierdie reëls is dan ingeoefen om dit beter te verstaan. Die gebruikswaarde van die taal is grotendeels geïgnoreer, en die taal self was die middelpunt van belangstelling - die middel eerder as die doel. ‘n Bekende eienskap van die taal wat in wiskundeklaskamers gebruik word is die wye verskeidenheid “spesialis-terme” soos parallellogram, verwisselende hoeke,

ensovoorts, wat gebruik word. Die prosesse waardeur 'n register geskep word, kan taamlik varieer. In die geval van wiskunde is een van die mees uitstaande kenmerke die hoeveelheid woorde en terme wat van 'n meer alledaagse Afrikaans geleen is, byvoorbeeld skuinssy, regoorstaande hoeke, grade, raaklyn, ens.

3.3 Wiskunde as gesproke taal

Die siening van wiskunde as 'n taal kan nie ten volle ondersoek word as daar nie gekyk word na wiskunde as gesproke taal nie. Die gesproke taal van wiskunde is belangrik vir die verstaan van wiskundige konsepte (Usiskin, 1996:236). Baie van die "gesprek" wat in die tradisionele wiskundeklaskamer plaasvind, is van die onderwyser se kant, wat 'n onderwerp verduidelik, vrae aan die leerder stel, verbale response verkry, en kontroleer wat leerders verstaan of nie verstaan nie, deur òf met die klas òf met die individuele leerder te praat (Costello, 1991:171). Die meeste klaskamerstyle maak nie voorsiening vir leerdergesprek nie, en bevorder dus nie leerders se praat- en luistervaardighede in wiskunde nie.

Navorsers wat taalontwikkeling bestudeer, het in die afgelope jare toenemend bewus geword van die belangrikheid van sosiale interaksie en gesprek as die primêre kontekste van aanleer (Dore *et al.*, soos aangehaal deur Durkin, 1991:10). Leerders leer baie oor 'n taal en die funksies daarvan deur middel van deelname aan betekenisvolle gesprekvoering met ander taalgebruikers. Daarteenoor, deur te leer oor kommunikasie word die geleentheid geskep om te leer *deur* kommunikasie.

Vygotsky (sien § 2.2.1) beweer dat leerders die betekenis van woorde internaliseer namate hulle praat. Slegs deur die kommunikasie van gedagtes kan taal geïnternaliseer word. Deur die verbale uitdrukking van gedagtes, begin leerders om vir hulleself te redeneer (Steele & Reynolds, 1999:38). Namate leerders begin om nuwe woorde in die teenwoordigheid van 'n meer ervare, meer bevoegde persoon te gebruik, bevind hulle hulself in waarna Vygotsky verwys as die sone van naaste ontwikkeling (sien § 2.2.1). Die veralgemening van gedagtes en idees deur kommunikasie is van onskatbare waarde wanneer daar gebou word aan wiskundige taal (Steele & Reynolds, 1999:39). Woordbetekenis is 'n kombinasie van denke, taal, ervaring en kommunikasie (sien § 2.2.1). Namate leerders dus in die skool vorder, groei hulle vermoë om abstrak te redeneer, asook hulle vermoë om wiskundig te kan kommunikeer.

Literatuur aangaande die plek van leerdergesprek in die klaskamer ondersteun die

opvatting dat interpersoonlike vaardighede in die klaskamer kan ontwikkel, en dat hierdie vaardighede op 'n doelbewuste manier gebruik kan word sodat leerders hulle eie gedagtes kan ontwikkel en verfyn, en ook mekaar kan help om te leer. Costello (1991:172) onderskei tussen:

- Werklike wiskundige gesprek, waarin leerders onderling vrae vra en beantwoord en hulle antwoorde en strategieë verduidelik;
- hardop dink, wat nie werklik groepwerk behels nie, en wat waardevol vir die ander lede van die groep kan wees of nie;
- spontane verbalisering, 'n uitdrukking van skielike insig, wat nie essensieel interaktief is nie, nie altyd betekenisvol vir die res van die groep is nie, en wat daaropvolgende verduideliking en beklemtoning vereis.

'n Belangrike klem in die onlangse ontwikkelingsielkunde val op die bydrae wat deelname in sosiale aktiwiteit lewer ten opsigte van die leerder se konstruksie van kennis en begrip. Daar is ook betroubare getuienis dat leerders kognitiewe insigte verkry deur sosiale interaksie, wat minder moontlik sou wees as hulle onafhanklik sou werk. Dit word beweer dat opvoedkundige ontwikkeling opsigself nie bloot 'n saak van individuele kognitiewe groei is nie, maar eerder 'n gemeenskaplike onderneming waarin gedeelde begrip, terme van verwysing en vorms van gesprek daargestel word (Edwards & Mecer, 1986: 200, soos aangehaal deur Durkin, 1991:10). Hierdie bewerings stel voor dat sodanige interaksie aangemoedig moet word.

Murray *et al.* (1993:73) sluit hierby aan wanneer hulle aanvoer dat navorsing daarop dui dat leerders hulle eie wiskundige kennis konstrueer ongeag die wyse waarop hulle onderrig word. 'n Probleemgesentreerde onderrigbenadering tot wiskunde moedig leerders aan om hulle eie kennis te konstrueer, en om individuele en sosiale prosedures daar te stel om die aard en kwaliteit van hierdie konstruksies te monitor en te verbeter. Hierdie benadering is gebaseer op die siening dat die konstruksie van wiskundige kennis eerstens 'n individuele en tweedens 'n sosiale aktiwiteit is, soos deur Ernest (1991:75, 81) beskryf:

- Die basis van wiskundige kennis is linguïstiese kennis, konvensies en reëls, en taal is 'n sosiale konstruk.
- Interpersoonlike sosiale prosesse is nodig om die individu se subjektiewe kennis om te skakel na aanvaarbare objektiewe wiskundige kennis.

In 'n probleemgesentreerde onderrigbenadering lei die sosiale interaksie tussen leerders en die pogings wat leerders aanwend om sin te maak uit hulle eie en

mekaar se konstrue, tot die ontwikkeling van individuele leerders se vorming van toenemend gesofistikeerde konsepte en prosedures (Murray *et al.* 1993:73). Murray *et al.* (1993:74) beperk die rol van die onderwyser tot fasiliteerder, en beskou leerders se gesprek as 'n belangrike vervoermiddel waardeur leer plaasvind.

Sosiale interaksie beantwoord aan die volgende drie doelwitte in 'n probleemgesentreerde klaskamer (Murray *et al.*, 1993:75):

- Sosiale interaksie skep geleenthede vir leerders om te praat *omtrent* hulle denke, en hierdie gesprek moedig nadenke aan. Wanneer 'n leerder verbaliseer waarmee hy besig is, verseker dit dat hy dit ondersoek;
- leerders leer ook van mekaar deur te luister en te probeer sin maak uit ander se verduidelikings;
- deur die sosiale interaksie in die klaskamer, skep leerders en onderwysers 'n domein van gedeelde wiskundige kennis wat kommunikasie aangaande wiskunde moontlik maak en individuele leerders se wiskundige aktiwiteit noodsaak. In die gang van hulle individuele konstruksie van kennis, neem leerders aktief deel aan die klasgemeenskap se sosiale onderhandeling en institusionalisering van wiskundige kennis (Cobb *et al.*, 1992:17).

Die pogings van leerders om hulle denke hardop in woorde uit te spreek, help hulle om hulle denke duidelik te maak en te organiseer. Binne die opvoedkundige konteks van 'n wiskundeklaskamer is daar hoofsaaklik twee redes waarom leerders praat, naamlik om met ander en met hulleself te kommunikeer, en sodat die onderwyser insig kan verkry in die denke van die leerder. *Praat met ander*, in 'n poging om iemand anders iets te laat verstaan, of om bloot net inligting oor te dra, is een van die vele kommunikatiewe funksies wat deur gesproke taal vervul word. *Praat vir hulleself* behels situasies waar leerders hardop kan praat, maar die primêre effek is nie soseer om met ander te kommunikeer as wat dit is om hulle eie denke te help organiseer nie (Pimm, 1987:24). Dus, 'n tweede funksie wat deur taal vervul word behalwe die kommunikasie met ander, is die refleksie of nadenke oor jou eie denkprosesse. Deur die verwoording van sekere aspekte word die spreker gehelp om denke en betekenis te verhelder en sodoende word groter begrip verkry. Deur te praat, word denke in 'n groot mate geëksternaliseer, wat dit meer toeganklik vir die spreker self en ander se waarnemings maak.

Dit gaan hier nie net bloot daaroor om die hoeveelheid gesprek wat in 'n klaskamer plaasvind te laat toeneem nie. Praat opsigself behoort nie as 'n einddoel gesien te word nie. Dit is noodsaaklik dat die gesprekke taakgerig moet wees en die styl en

vlak van uitdruklikheid van die gesprek is belangrik. Die leerders moet 'n idee hê van waarom hulle aangemoedig word om te praat (Pimm, 1987:48). Een van die bedekte doelwitte van die onderwyser mag dalk groter mondelinge vaardigheid van sy leerders wees, en daarmee saam vereis die onderwyser aktiwiteite van die leerders wat nie deur die aanvanklike situasie vereis word nie. Omdat onderwysers dikwels onduidelik oor hulle doelwitte is, kan dit dalk aanleiding gee tot misverstande tussen leerders en onderwyser. Daar is 'n behoefte daaraan dat mondelinge vaardigheid in wiskunde deur leerders raakgesien word as 'n doelwit, en vir onderwysers om hulle oogmerke te openbaar en met die leerders te bespreek.

LaBorde (1986:264) maak die opmerking dat as 'n wiskundige idee nie goed deur leerders verwerk is nie, hulle aansienlike taalprobleme mag ondervind wanneer hulle probeer om daaroor te praat. Sy beklemtoon die noodsaaklikheid daarvan dat onderwysers wiskundige situasies sal skep waar die sosiale dimensie van kommunikasie essensieel is. Sy voel dat blootstelling aan die gebruik van wiskundige taal in 'n sosiale konteks 'n positiewe manier is waarop onderwysers die geleentheid vir leerders bied om kognitief te ontwikkel. Shuard (1986:265) beweer dat betekenisvolle kommunikasie dikwels sneuwel as gevolg van onbekende wiskundige terme. Nickson (1986:266) voer aan dat sosiale faktore in die onderrig van wiskunde nie geïgnoreer kan word nie. Wiskunde word gesien as 'n gedeelde menslike aktiwiteit, gebaseer op ondersoeking, bevraagtekening en kritiese bespreking in die omgang met wiskundige idees. Wiskunde-onderrig behoort dus plaas te vind in 'n sosiale konteks waarin gedagtes en probleme gedeel word tussen leerders onderling, maar ook tussen onderwyser en leerder. Hierdie gedagte sluit aan by Cockroft (1982, soos aangehaal deur Orton & Frobisher, 1996:59) se aanbeveling dat wiskundelesse die geleentheid vir gesprek tussen onderwyser en leerder, maar ook tussen leerders onder mekaar, moet insluit. Dit blyk dat die poging van leerders om hulle eie denke te verbaliseer, hulle gehelp het om die denke duidelik te maak en te organiseer.

Een van die onderskeidende kenmerke van gesprek oor wiskunde is die wydverspreide gebruik van tegniese woordeskat. Wiskundiges het 'n openbare taal ontwikkel en aanvaar waarin hulle met ander kan kommunikeer. Die bestaan van hierdie goedgekeurde manier van kommunikasie beïnvloed die gesproke omgewing van wiskundeklaskamers deurdat dit die taal waarin onderwysers verplig voel om te kommunikeer, beïnvloed.

Soos reeds vroeër gemeld, is taal die vervoermiddel waarmee idees en gedagtes

gekommunikeer word. Aangesien taal en denke baie nou verweef is, en denke die manier bepaal waarop ons leer, is dit moeilik skeibaar. Wanneer 'n onderwyser 'n spesifieke vakterm gebruik, soos "driehoek", of "gelykvormig", hoop hy dat dieselfde betekenis in die leerder se gedagte opgeroep word as wat die geval by die onderwyser is. Dit gebeur egter nie altyd nie. Nie alleen is dit moontlik dat daar geen teken van begrip by die leerder is nie, maar dit kan ook 'n heel ander betekenis by die leerder oproep as wat die veronderstelling is. Die moontlikheid bestaan dus dat verskillende individue verskillende betekenisse aan begrippe kan koppel. Meer nog, die onderwyser is dikwels onbewus daarvan dat die boodskap wat deur iemand anders ontvang is, nie dieselfde as die veronderstelde boodskap is nie. Dit is daarom nie verbasend dat onderrig slegs deur verbale uiteensetting dikwels oneffektief is nie.

In die onderrig van wiskunde is dit duidelik dat nuwe woorde, geassosieer met nuwe begrippe, deeglike bekendstelling nodig het, insluitende 'n uitgebreide bespreking van die betekenisse, asook die geleentheid vir leerders om die nuwe woorde of frases in relevante kontekste te gebruik (gesproke of geskrewe). Dit is alte maklik om deur die bekendstelling van nuwe begrippe te snel met die hoop dat die gewenste betekenisse outomaties in die gedagte van die leerder geïnternaliseer sal word. Dit is nie billik van die onderwyser om te aanvaar dat daar geen probleme met nuwe begrippe sal wees nie, selfs na 'n deeglike verduideliking en bekendstelling daarvan. Gereelde gebruik van sulke begrippe in die regte konteks is nodig.

Ball (1993:159), soos aangehaal deur Atkins (1999:290) stel dat die onderwyser 'n "bifokale perspektief" in die wiskundeklaskamer nodig het om die wiskunde deur die gedagtes van die leerder waar te neem, terwyl hy die gedagtes van die leerder waarneem deur die wiskunde.

Om betrokke te raak in 'n wiskundige gesprek is 'n evolusionêre proses (Atkins, 1999:294). Die aard en kwaliteit van sulke gesprekke verander voortdurend soos wat ons verander en leer uit leerders en ons eie interaksies. Wiskundige gesprekvoering dien as 'n manier waarop groei in begrip gemeet kan word, en bied aan deelnemers die geleentheid om te leer van ander se wiskundige konstruksies, en na te dink oor hulle eie wiskundige begrippe. Die keuse van gepaste take en vraagstellingstegnieke wat deur die onderwyser gebruik word, is van groot belang vir hierdie gespreksbenadering. Die fisiese uitleg van die klaskamer beïnvloed ook die kwaliteit van die gesprek. Deur die leerders so te posisioneer dat hulle mekaar kan sien, word gesprek aangemoedig en verhoog die moontlikheid dat die onderwyser 'n lid, eerder as die leier van die "wiskundige gemeenskap" word.

Spraak is 'n belangrike element in die ontwikkeling van taalvaardigheid. Interessant genoeg vind die meeste mense dit makliker om te praat as om te skryf - tog is daar vir 'n baie lang tyd in wiskundeklaskamers staatgemaak op die tradisionele pen-en-papier metodes. Kommunikasie en gespreksvoering staan sentraal tot die huidige siening van ideale wiskunde-onderrig (NCTM 1989,1991). Dit is egter heel verskillend van die tradisionele wiskundeklaskamer waar daar nie baie geleentheid vir leerders is om wiskunde te praat nie, omdat die praatwerk grotendeels deur die onderwyser gedoen word - die een persoon in die klas wat dit die minste nodig het. In kontras hiermee, volgens die hervormingsiening van die wiskundeklaskamer, word die rol van die onderwyser gediversifiseer tot onder andere die beheer van intellektuele aktiwiteit in die klaskamer. Dit sluit in gespreksvoering, om leerders behulpsaam te wees in die verstaan van wiskundige begrippe en om hulle eie begrip te monitor (Silver & Smith, 1996:20). Van leerders word verwag om wiskunde te doen, terwyl hulle aktief deelneem aan 'n "gespreksgemeenskap".

Die *Professional Teaching Standards* (NCTM, 1991:133) beklemtoon die onderwyser en leerder se rol in wiskundige gespreksvoering. Die oproep word op beide onderwyser en leerder gedoen om versigtig na mekaar te luister, op mekaar te reageer en vrae aan mekaar te vra. Leerder-interaksie is net so belangrik soos onderwyser-leerder-interaksie om sin en betekenis aan wiskunde te gee. Die onderwyser dra nie meer kennis oor nie, maar word deel van die wiskundige leergemeenskap.

Die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring (2002:1) stel as een van die sewe kritieke uitkomstes dat leerders effektief sal kommunikeer deur gebruik te maak van visuele-, simboliese- en/of taalvaardighede. Wiskundige gesprekke moet 'n integrale deel word van klaskameraktiwiteit: onderwyser met leerders en leerders met leerders. Die klaskamerkultuur moet so ontwikkel dat leerders op mekaar se opmerkings en bydraes reageer, in plaas daarvan dat hulle bydraes deur die onderwyser gefiltreer word (Atkins, 1999:290). Hierdie benadering verander die wiskundige aard van die klaskamer beduidend. Die onderwyser word 'n deelnemer aan die gesprek en fokus op die wiskundige begrip van sy leerders soos wat dit na vore kom in die gesprek.

Verskeie redes word aangevoer om leerders aan te moedig om te praat in die wiskundeklaskamer (Pimm, 1987:23):

- Om denke en gedagtes aan ander te kommunikeer;

- om die onderwyser toe te laat om insig te verkry in die denkprosesse van die leerder; en
- dit bied ook aan die leerder die geleentheid om oor sy eie denke te reflekteer.

Dus, deur te praat word denke tot 'n groot mate geëksternaliseer, wat dit meer toeganklik maak vir die leerder se eie en ander se waarnemings.

Alhoewel kommunikasie 'n noodsaaklike komponent van elke klaskamer is, is kommunikasie tussen leerder en onderwyser nie altyd die beste manier om die leerder se presiese gebruik van wiskundige taal te ontwikkel nie. Die leerder voel gewoonlik dat die onderwyser 'n goeie kennis het van wat hy probeer sê, terwyl die onderwyser taamlik hard probeer verstaan wat die leerder sê. 'n Gemeenskaplike begrip kom dus tot stand sonder dat die leerder nodig het om 'n eksakte en volledige stelling te maak (Morgan, 1999:136). Om uiteindelik meer volledige kommunikasievaardighede te ontwikkel, kan dit raadsaam wees om situasies te skep waar die leerder met iemand kommunikeer wat nie die nodige voorkennis aangaande dit wat gekommunikeer word het nie, soos byvoorbeeld 'n ander leerder.

'n Belangrike vorm van verduideliking is die regverdiging van gevolgtrekkings. As 'n leerder ander leerders kan oortuig van 'n eienskap of resultaat, dan word die basis daargestel vir meetkundige bewyse. Een van die redes waarom leerders aangemoedig moet word om oor wiskunde te gesels, is om hulle toe te laat om makliker te reflekteer en hulle denke duideliker te vorm. Die artikulasie van ons denke, en deur dit hardop uit te spreek, stel nie net ander in staat om teenargumente aan te voer nie, maar laat leerders ook toe om beter te verstaan wat hulle sê. As 'n leerder byvoorbeeld gevra word om die probleem wat hy ondervind, te verwoord, word die probleem dikwels opgelos deur bloot net hardop daaroor te dink.

3.4 Wiskunde as geskrewe taal

Skryf as 'n belangrike hulpmiddel in leer is besig om al hoe meer veld te wen namate hervormingspogings in wiskunde-onderrig beklemtoon dat daar ervarings moet wees wat leerders aanmoedig en in staat stel om die waarde van wiskunde te besef, om vertrouwe te kry in hulle eie wiskundige vermoëns, wiskundige probleemoplossers te word, en om wiskundig te kan kommunikeer en redeneer (NCTM, 1989: 123). Geskrewe werk kan in wiskunde gebruik word om 'n leerder te help om betekenis te gee aan wiskundige aktiwiteite.

'n Kenmerk van geskrewe taal is die noodsaaklikheid dat dit self-onderhoudend moet

wees en op sy eie kan staan. Een probleem wat wiskunde-onderwysers in die gesig staar, is hoe om by leerders die beweging aan te moedig vanaf 'n oorheersend informele gesproke taal na 'n meer formele geskrewe taal wat meer dikwels beskou word as die kenmerk van wiskundige aktiwiteit. Pimm (1991:21) beweer dat daar twee maniere is wat probeer kan word: Die eerste is om leerders aan te moedig om hulle informele uitinge op skrif te stel, en om dan te poog om die geskrewe taal meer self-doeltreffend te maak. 'n Tweede weg wat gevolg kan word, is om te werk aan die formaliteit en aan die self-doeltreffendheid van die gesproke taal voordat dit neergeskryf word. Vir laasgenoemde om toelaatbaar te wees, moet sekere beperkings op die kommunikatiewe situasie gestel word ten einde daardie eienskappe te verwyder wat meebring dat gesproke taal maar slegs een aspek van kommunikasie is.

Die voordele van geskrewe werk in die wiskundeklas is legio. Skryf is 'n aktiewe proses wat leerders se prosedurele en konseptuele begrip van wiskunde bevorder (Miller, 1992:354). Deur te skryf oor wiskunde gee leerders die geleentheid om te dink oor wiskunde en hulle denke te verhelder aangaande wiskundige verwantskappe, een van die aktiwiteite wat voorgestel word in die *Curriculum and Evaluation standards for school mathematics* (NCTM 1989). Dit stel ook 'n oop kommunikasiekanaal tussen leerder en onderwyser daar en bevorder 'n positiewe klaskameromgewing.

Skryf is 'n klaskameraktiwiteit wat aan leerders die geleentheid bied om tot 'n dieper begrip te kom van die wiskunde wat hulle leer. Skryf bevorder 'n gepersonaliseerde en konstruktiewe benadering tot leer. Shield en Galbraith (1998:30) stel dat geskrewe aktiwiteite leerders aanmoedig om te reflekteer, hulle eie redenering te ondersoek, en hulle denke en begrip uit te brei.

Vygotsky (1962:99) beweer dat skryf van die leerder vereis om innerlike spraak maksimaal te kompakteer sodat dit ten volle verstaanbaar is. Dit maak dus die doelbewuste strukturering van 'n web van betekenis noodsaaklik. Countryman (1992:vi) beweer dat skryf dit moontlik maak vir leerders om hulle eie kennis van wiskunde te konstrueer. Skryf moet aangemoedig word as 'n integrale deel van die wiskundekurrikulum om sodoende leerders te help om wiskundige konsepte te verstaan. Verklarende skrywe help leerders byvoorbeeld om te besef wat hulle weet en nie weet nie, om voorkennis te verbind met nuwe kennis, om hulle eie kennis op te som, om sodoende die onderwyser insig te gee in die kennis van die leerders, om vrae aangaande nuwe konsepte na vore te bring, en om wiskunde individueel te

konstrueer (Countryman, 1992:7).

Skryf kan behulpsaam wees in die ontwikkeling van metakognitiewe vaardighede (Pugalee, 1997:308). Metakognisie behels die leerder se bewustheid van sy eie denkprosesse. Linn (1987), soos aangehaal deur Pugalee (1997:308), voer aan dat metakognitiewe vermoëns versterk word wanneer die leerder die leerproses sien as aktief, konstruktief, kumulatief en doelwit-geïntereerd. Pugalee beweer dat skryf help om die denkvaardighede van wiskundeleerders te vorm, aangesien hulle gewoon raak aan nadink en sintetiseer as deel van die normale volgorde betrokke in die kommunikasie aangaande wiskunde.

Een aspek van die geskrewe taal is dat dit sigbaar is, en tot 'n sekere mate permanent en herhaaldelik toeganklik is (Pimm, 1987:111). Van geskrewe teks word vereis dat dit interpreteerbaar sal wees, onafhanklik van die konteks waarin dit gelees word, en sonder die teenwoordigheid van die skrywer. Geskrewe teks neig om onpersoonlik te wees en dit is moeiliker vir die skrywer om oor die betekenis daarvan te onderhandel. Stubbs (1980), soos aangehaal deur Pimm (1987) bespreek nege temas wat handel oor die kombinasie van geletterdheid en klaskamerpraktyk. Pimm (1987:112) haal vier daarvan aan met spesifieke verwysing na die relevansie daarvan vir wiskunde-onderrig:

- Soort en gebruike van geskrewe materiaal, insluitende teks, skryfbord, grafieke en diagramme.
- Leesstrategieë van leerders. Word hulle geleer *hoe* om wiskunde te lees?
- Style van klaskamertaal, insluitende die formele/informele dimensie.
- Funksie van die geskrifte van leerders.

Geskrewe werk in wiskunde is instrumenteel in een van die hoofdoelwitte van onderrig, naamlik dat leerders verstaan wat hulle leer. Wanneer leerders se leerervaringe op so 'n manier gestruktureer word dat verbande en assosiasies tussen verskillende voorstellings van nuwe idees gemaak word, dan gee dit aanleiding tot meer betekenisvolle leer as gevolg van 'n netwerk van idees wat op die manier gevorm word (Shield & Swinson, 1996:35). Geskrewe aktiwiteite, soos verduideliking en beskrywing, help leerders om hierdie verbindings te vorm en stel onderwysers in staat om leerders se begripsontwikkeling dop te hou (Borasi & Rose, 1989:348 - 349).

Begrip in wiskunde-leer gaan ten diepste oor die begrip van konsepte en beginsels verwant aan die prosedures wat gebruik word, en om betekenisvolle verbindings

tussen voorkennis en nuwe kennis wat aangeleer word, te vorm. Swing en Peterson (1988:54) beskryf wiskundige kennis as gekenmerk deur logiese verbindings tussen kenniseenhede, en stel dat die vorming van hierdie verbindings 'n integrale deel van leer en begrip van wiskundige kennis is.

Opvoedkundiges stem oor die algemeen saam dat geskrewe taal leerders aanmoedig en help om nuwe inligting met bestaande kennis te integreer, om verbande en verhoudings te ontdek en te beklemtoon, en om oorspronklike en komplekse denkvaardighede te ontwikkel.

Die manier waarop leerders hulleself uitdruk deur middel van geskrewe werk is belangrik vir die onderwyser se verstaan van hoe leerders hulle idees kommunikeer. Opvoeders stem saam dat geskrewe werk die belangstelling in 'n vak laat toeneem.

Daar is verskeie redes waarom geskrewe werk voordelig kan wees. Geskrewe werk sorg vir 'n stil, ordelike periode wat maklik is om te beheer. Dit kan rustig op die onderwyser se eie tyd gemerk word, en bied ook geleentheid vir direkte kommunikasie tegelykertyd deur alle leerders in die klas, terwyl dit onmoontlik is dat die onderwyser gedurende die verloop van die les selfs net kortliks met elke leerder 'n gesprek kan voer. Dit verskaf toegang tot die leerder se denke, en verskaf inligting aangaande sekere wanopvattinge en denkpatrone. Laastens kan geskrewe werk aan die onderwyser 'n sigbare gevoel van persoonlike sukses gee (Pimm, 1987:114).

'n Nuttige funksie van geskrewe rekords is as 'n eksterne en minder kortstondige geheue, waar die geskrewe werk dien as 'n herinnering van denke. Ooreenkomste en algehele struktuur kan makliker waargeneem word. Geskrewe werk eksternaliseer denke selfs meer as spraak deurdat dit 'n meer akkurate uitdrukking van gedagtes verg.

Die geskrewe taal in wiskunde word as belangrik beskou om die volgende redes (Mayer & Hillman, 1996:429):

- Leerders ontwikkel 'n positiewe gesindheid teenoor wiskunde;
- leerders dink na en reflekteer oor wat hulle doen;
- leerders leer om gepaste wiskundige redes te gebruik vir dit wat hulle doen;
- leerders leer om wiskunde op 'n gepaste wyse in probleemoplossingsituasies te gebruik.

Mayer en Hillman (1996:429) voer aan dat leerders die waarde van die skryfproses

deur die loop van die jaar begin raaksien. Hulle logiese denkprosesse word duideliker en raak meer gefokus. Hulle begin die belangrikheid te besef van die vermoë om hulle kennis effektief te kommunikeer. Die skryfproses bou hulle selfvertroue in hulle eie wiskundige kennis en vermoëns. McIntosh en Draper (2001:554) beweer dat die doel van geskrewe werk in wiskunde is om leerders te laat nadink oor wat hulle leer en leer terwyl hulle nadink aangaande dit wat hulle leer.

Die gebruik van geskrewe take in wiskundeleer behoort 'n dieper begrip van wiskundige idees te bevorder. Die geskrewe produkte van leerders word beperk deur die maniere van wiskundige aanbieding wat aan hulle voorgehou word, en waaraan hulle gewoon geraak het. Dit sal 'n langtermyn taak vir onderwysers wees om die betekenisvolheid van geskrewe take te laat toeneem op so 'n manier dat hoër vlakke van denke bevorder word (Shield & Galbraith, 1998:45). So 'n verandering impliseer reuse veranderinge in die onderrigpraktyke en handboeke waaraan leerders blootgestel word gedurende hul skoolloopbaan.

In die onderrig van wiskunde kan geskrewe werk op 'n verskeidenheid van maniere gebruik word, bv.

- om leerders hulle eie definisies te laat skryf, wat hulle in staat stel om iets in hulle eie woorde te beskryf;
- om leerders simbole, formules en probleme in hulle eie woorde te laat vertaal; en
- om leerders die stappe of die prosesse in die probleemoplossingsproses te laat skryf (Pearce & Davison, 1988:6).

Leerders het nog altyd heelwat tyd spandeer aan skryf gedurende wiskundelesse, veral op sekondêre vlak. Hierdie geskrewe werk het egter gewentel om 'n weergee of herhaling van aangeleerde simboliese prosesse wat geneig het om wiskunde-leer te domineer (Baroody & Ginsburg, soos aangehaal deur Shield & Galbraith, 1998:30). Die gebruik van 'n breër spektrum van geskrewe aktiwiteite in die leer van wiskunde het baie aandag gedurende die laaste jare ontvang. Geskrewe werk is 'n klaskameraktiwiteit wat aan leerders die geleentheid bied om 'n dieper begrip te verkry vir die wiskunde wat hulle leer. Pearce en Davison (1988:6) voer aan dat skryf 'n vorm van taal is wat die aktiewe manipulerings van kennis behels, en daarom kan lei tot 'n verbeterde bemeestering van 'n bepaalde onderwerp. Ten einde 'n oorspronklike stuk skryfwerk te skep, word van leerders vereis om inligting te analiseer en te sintetiseer, hul denke te fokus, en nuwe verwantskappe tussen die stukkies kennis te vorm.

Daar kan geargumenteer word dat dit die taalonderwyser se werk is om leerders te leer skryf. Taalonderwysers het oor die algemeen egter nie die nodige vakkundigheid om leerders te leer hoe om wiskundig te skryf nie. Die taalvorme wat nodig is om 'n bondige en presiese vakkundige definisie of 'n bewys te gee, is verskillend van alledaagse skrywe of selfs ander vakdissiplines. Dit wil egter nie sê dat die taalonderwyser niks het om te bied nie; intendeel, samewerking met ander taalspesialiste kan van onskatbare waarde vir die leerders en onderwysers wat betrokke is, wees (Morgan, 1999:140).

Een van die maniere waarop skryf in die wiskundeklas geïmplementeer kan word, behalwe die gebruik van gewone geskrewe take, is deur middel van joernaalinskrywings.

3.4.1 Joernaalinskrywings

Volgens Nahrgang en Petersen (1986:461) is joernale 'n baie effektiewe wyse waarop skryf in die wiskundeklas gebruik kan word om leerders te help om wiskunde te leer. Hierdie ervaringe bied aan leerders die geleentheid om persoonlik en informeel met wiskundige konsepte om te gaan, terwyl hulle hul eie taal en ervaringe uit die werklikheid gebruik. Nahrgang en Petersen (1986:462) identifiseer twee basiese funksies van joernale. Eerstens laat joernale leerders toe om teen hul eie tempo te werk en om begrip van wiskundige konsepte te verkry deur hul eie ervarings te gebruik. Joernale fasiliteer die begrip van 'n wiskundige konsep omdat dit van die leerder vereis om kennis te versamel, te internaliseer en te evalueer. Tweedens is joernale 'n kragtige middel waardeur die onderwyser wanbegrippe en misverstande kan diagnoseer. Joernale kan 'n vorm van dialoog tussen leerder en onderwyser daarstel.

Joernaalinskrywings bied aan leerders die geleentheid om hul gedagtes te organiseer, te fokus en te verhelder (DiPillo *et al.*, 1997:308 – 309). DiPillo *et al.* bevestig Nahrgang en Petersen se bewering dat joernale 'n geleentheid aan onderwysers bied om onakkurate konseptuele en prosedurele denke van leerders waar te neem en te korrigeer. Joernale wat leerders se refleksies en gevoelens jeens wiskunde insluit, asook metakognitiewe analise van die denkprosesse wat lei tot regte en verkeerde antwoorde, is uiters voordelig (Artzt, 1994:84). Hoe meer die leerders die geleentheid gebied word om met die onderwyser en met ander leerders oor wiskunde te kommunikeer omtrent hul gevoelens jeens wiskunde, hoe meer

waarskynlik is dit dat betekenisvolle leer sal plaasvind (Artzt, 1994:85). Deur te skryf oor probleme en dit te analiseer, selfs sonder om dit op te los, het tot gevolg dat leerders hoër orde denkvaardighede ontwikkel, en laat hulle ook meer betrokke in die leerproses voel (LeGere, 1991:171).

Borasi en Rose (1989:347) beweer dat joernale die potensiaal het om by te dra tot wiskunde-onderrig op verskeie maniere. Namate leerders in joernale skryf, word hulle aangemoedig om gevoelens, kennis, prosesse en oortuigings aangaande wiskunde uit te druk en daaroor na te dink. Deur die leerders se joernale te lees, kan onderwysers baie inligting verkry omtrent die leerders, en sodoende hulle onderrig verbeter. Joernale kan 'n nuwe vorm van dialoog tussen leerder en onderwyser daartel, en skep dus die geleentheid vir meer geïndividualiseerde onderrig en 'n meer ondersteunende klaskameratmosfeer. Borasi en Rose (1989:353 - 358) identifiseer die volgende potensiele voordele van joernale:

- **Terapeutiese waarde:** Namate leerders tot die besef gekom het dat hulle vrees vir wiskunde met 'n negatiewe houding geassosieer kon word, kon hulle die eerste stap neem deur die probleem te hanteer. Deurdat hul vrese en gevoelens van onbevoegdheid omtrent wiskunde uitgedruk word en vorige ervaring van sukses of mislukking gerapporteer word, leer leerders meer omtrent hulself en kan hulle daadwerklik stappe neem om hul probleme te oorkom.
- **Toename in die leer van wiskunde-inhoud:** Die herskryf van konsepte en reëls in 'n leerder se eie woorde kan die internalisering van begrippe en konsepte fasiliteer. Leerders kan nie net meer tevrede wees om simbole te manipuleer nie - hulle moet hul eie betekenis toeken aan simbole om dit in woorde op papier uit te druk.
- **Verbetering in leer en probleemoplossingsvaardighede:** Leerders word bewus van *hoe* hulle wiskunde doen. Deur van leerders te verwag om te rapporteer hoe hulle 'n probleem opgelos het, word hulle gedwing om oor die probleemoplossingsproses na te dink, en gevolglik identifiseer hulle meer algemene probleemoplossingstegnieke. Hulle kom ook tot die besef van alternatiewe benaderings tot dieselfde leertaak.
- **Veranderde beskouing van wiskunde:** Deur leerders aan te moedig om hul opvatting en oortuigings jeens wiskunde neer te skryf en daaroor na te dink, kan 'n baie waardevolle beginpunt wees vir 'n groeisyklus.

3.5 Wiskunde as simboliese taal

Wiskunde het ook 'n derde uitdrukkingsvorm, naamlik die geïllustreerde- of simboliese voorstellingsvorm (Usiskin, 1996: 237). Sommige mag illustrasies van vierkante en silinders en ander meetkundige tekeninge beskou as deel van die illustratiewe taal. Hierdie saak is egter baie meer kompleks as wat dit lyk. Sommige illustrasies is bloot net illustrasies, en wil nie enige ander boodskap oordra as die illustrasie self nie. Maar aangesien wiskunde ook die studie van meetkunde is, bestudeer dit ook die eienskappe van voorstellings, en soms maak die prent of voorstelling wel 'n deel van die taal van wiskunde uit. Dit is op hierdie punt wat die skets van akkurate diagramme en voorstellings, asook die ontleding van hierdie figure, self deel van wiskunde is. Die voorstelling van byvoorbeeld 'n parallelogram is nie net 'n diagram opsigself nie. By die aanskoue van 'n parallelogram word 'n hele paar eienskappe van die parallelogram opgeroep, naamlik dat twee paar teenoorstaande sye gelyk en ewewydig is, twee paar oorsaande hoeke ewe groot is en dat die diagonale mekaar halveer. Illustratiewe vorms van wiskunde kan kragtige hulpmiddels wees vir die verstaan van die taal. Dit voorsien 'n ander manier om die taal te kommunikeer, wat meer bevredigend kan wees.

Die simboliese aspek van geskrewe wiskunde is een van die vak se mees uitstaande kenmerke. Simbole verrig 'n verskeidenheid van funksies, en in die konteks van wiskunde kan dit help om struktuur uit te wys.

“Geometry is grasping space...it is grasping that space in which the child lives, breathes and moves. The space that the child must learn to know, explore, conquer, in order to live, breathe and move better in it” (Freudenthal, 1973:403). Freudenthal (1973:44) gebruik die term “matematisering” om te verwys na die organisering van die werklikheid deur middel van wiskunde. Die verstaan van ruimtelike entiteite as figure, is matematisering van die ruimte. Die rangskikking van die eienskappe van 'n parallelogram sodat 'n spesifieke een na vore kom waarop die ander gebaseer kan word om uiteindelik by 'n definisie van 'n parallelogram uit te kom, is matematisering van die konseptuele veld van die parallelogram. Die manier waarop meetkundestellings georden is - om uiteindelik almal te kan bewys deur van enkele gebruik te maak, is matematisering van meetkunde (Freudenthal, 1973:133). Meetkunde is een van die beste geleenthede wat bestaan om te leer hoe om die werklikheid te matematiseer (Freudenthal, 1973:407), en kan slegs betekenisvol wees as dit die verhouding tussen meetkunde en die ruimte om ons beklemtoon.

Die standaard geskrewe simboliese stelsels van wiskunde speel veral 'n belangrike rol in leerders se leerervaringe (Hiebert & Carpenter, 1992:72). Betekenis van geskrewe simbole kan op dieselfde twee maniere ontwikkel waarop begrip vir enige voorstellingsvorm ontwikkel: verbinding met ander vorms van voorstelling of die daarstelling van verbindings binne die voorstellingsvorm. Wanneer geskrewe simbole verbind word met ander vorme, soos fisiese objekte, prente en gesproke taal, word aanvaar dat die bron van betekenis die interne netwerke is wat alreeds vir hierdie vorms geskep is. Interne voorstellings van geskrewe simbole kan baat vind by hierdie netwerke deur met hulle te verbind.

Betekenis kan ook gevorm word deur verwantskappe te bou binne die simboolstelsel (Hiebert & Carpenter, 1992:72). Betekenis word verkry buite die simboolstelsels namate leerders verbindings vorm tussen geskrewe simbole en ander vorms van voorstelling, soos bv. konkrete materiaal. Dit is nie bloot die teenwoordigheid van konkrete materiaal wat betekenis aan simbole gee nie, ook nie die vergelyking van die konkrete voorstelling en die simbool nie. Vir simbole om betekenis te kry, moet leerders hulle interne voorstellings van geskrewe simbole koppel aan hul interne voorstellings van konkrete materiaal.

Daar is ten minste twee bestandele in die proses waarin verbindings binne 'n geskrewe simboolstelsel gebou word. Eerstens moet geskrewe simbole intern as wiskundige objekte voorgestel word, eerder as met simbole op papier. 'n Tweede bestandele wat bydra tot die verbindingsproses, is die versameling van patrone en reëlmatighede binne die simboolstelsel. Net soos met konkrete materiaal, is dit waarskynlik dat die soort verwantskappe wat leerders konstrueer, beïnvloed word deur sosiale interaksie binne die klaskamer (Hiebert & Carpenter, 1992:73). Die uitruiling van gedagtes aangaande reëlmatighede en patrone in 'n simboolstelsel, kan die persoonlike konstruksie van relevante verwantskappe ondersteun.

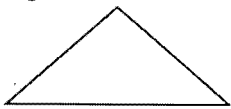
Simboliek is een van die kenmerke van wiskunde. Usiskin (1996:232) maak die opmerking dat wiskundige simbole die wyse is waarop ons wiskundig kommunikeer en wiskundige betekenis oordra. Pimm (1991:19) beskou die simboliese eienskap van wiskunde as een van die duidelikste onderskeidende kenmerke daarvan.

Die simboliese aard van wiskunde bied dikwels 'n uitdaging aan leerders (Rubenstein & Thompson, 2001:265). Die onderwyser vergeet soms dat woorde, frases en simbole wat vir ons betekenis het, onbekend aan leerders is. As gevolg

daarvan, het leerders probleme met die verbalisering, lees, verstaan en skryf van wiskunde om hulle wiskundige denke uit te druk, na te dink oor konsepte, of idees uit te brei. In ons strewe na die wiskundige ervaringe wat leerders help sin maak van wiskunde en hulle help om beter probleemoplossers te word, moet ons steeds aandag gee aan die doelwit om leerders se vloeiendheid met konvensionele simboliek te help bou. Leerders wat nie kan kommunikeer deur die standaard simbole te gebruik nie, sal op een of ander stadium verhinder word in hulle wiskundige ontwikkeling.

3.5.1 Maniere waarop simbole gebruik word

Simbole kan op 'n verskeidenheid van maniere gebruik word (Rubenstein & Thompson, 2001: 265). Simbole word eerstens gebruik om konsepte te benoem, soos bv. ΔABC . As ons 'n verwantskap tussen wiskundige taal en algemene taal wil trek, kan ons na hierdie gebruike as selfstandige naamwoorde verwys. Simbole kan ook gebruik word om verwantskappe tussen konsepte aan te dui (sien Fig. 3.1), byvoorbeeld in gelykbenige ΔABC is $AB = AC$. As ons die taalanalogie voortsit, speel dit die rol van werkwoorde. Deur die stel van 'n verwantskap word 'n volledige wiskundige sin gevorm. Ry 3 (Fig 3.1) illustreer die gebruik van simbole as operatore. Die simbole in ry 3 voer 'n bewerking uit op twee invoerwaardes. In die taalanalogie word dit beskou as frases. Simbole word ook gebruik as afkortings, soos in ry 4 (Fig. 3.1) aangedui. Wanneer leerders afkortings teëkom, moet hulle dink aan die konsep waarna die afkorting verwys, byvoorbeeld die afkorting parm. verwys van parallelogram.

Gebruik	Voorbeelde
1. Benoem 'n konsep	ΔABC , $\overline{EF}$
2. Stel 'n verwantskap	In gelykbenige ΔABC is $\overline{AB} = \overline{AC}$ 
3. Dui 'n bewerking aan met twee of meer invoerwaardes	Omtrek = $2L + 2B$
4. Afkorting van woorde, eenhede ens.	kg., parm.

Figuur 3.1: Maniere waarop simbole gebruik word

3.5.2 Uitdagings wat verband hou met die aanleer van simbole

Skemp, soos aangehaal deur Rubenstein en Thompson (2001:266), identifiseer twee vlakke van taal: oppervlakstrukture, dit is die geskrewe simbole, en dieptestrukture, dit is die konseptuele betekenis. Verbalisering het normaalweg te doen met oppervlakstrukture wat gebruik word om gedagtes oor te dra. Die lees en skryf van simbole behels die konseptuele betekenis daaraan verbonde. Rubenstein en Thompson (2001:266-267) voer aan dat die verstaan van die verskillende gebruike van simbole help om die uitdagings te analiseer wat ontstaan wanneer leerders hierdie simbole begin lees en gebruik.

- Verbaliseringsuitdagings is dit wat betrekking het op vertaling van simbole in gesproke taal. As 'n leerder nie weet hoe om wiskunde hardop te lees nie, is dit moeilik om die bepaalde begrippe te internaliseer (Usiskin, 1996:236), omdat mondelinge taalgebruik noodsaaklik is vir geheue. Sommige simbole vereis 'n paar woorde of 'n frase om dit te verduidelik, soos bv. "loodreg op".

Freudenthal (1983:323) beweer dat 'n wiskundige definisie ons gedagtes kan beperk. In meetkunde word die begrip "hoek" normaalweg gedefinieer as die ontmoeting van twee strale met dieselfde eindpunt. Dit is 'n statiese definisie, maar ook nuttig omdat dit die weg baan vir relatief maklike definisies van aangrensende en regoorstaande hoeke. Hierdie definisie help leerders egter nie om die konsep van hoekgrootte te verstaan nie, dus moet die onderwyser deur gebruikmaking van taal en gebare verduidelik dat wanneer ons praat van hoekgrootte, dink ons aan die grootte van die opening tussen die twee strale. Onmiddellik beweeg ons weg van die definisie van hoek na die begrip van hoekgrootte, 'n beweging wat mondelinge kommunikasie vereis. Wanneer die definisie van 'n hoek verander word in trigonometrie, sodat dit die begrippe van aanvangsradius en eindradius insluit, kan die onderwyser nie maar net 'n nuwe definisie gee nie. Daar moet 'n verduideliking wees vir die rasionaal om die definisie te verander, naamlik die ontoereikendheid van die meetkunde-definisie en die voordeel van die trigonometrie-definisie.

- Leesuitdagings is dit wat betrekking het op die verstaan van konsepte wat deur die simbole voorgestel word. Wanneer ons simbole verbaliseer, handel ons met die oppervlakstruktuur daarvan. Die dieper struktuur, of betekenis, is nader aan die kern van leer. As ons wil hê leerders moet simbole vloeiend gebruik, moet hulle blootgestel word aan die verskeidenheid van maniere

waarop 'n idee gesimboliseer kan word.

- Skryfprobleme het te doen met die produsering van simbole. Wanneer dit gaan oor die verbalisering en lees van simbole, is leerders aan die ontvangkant, aangesien hulle net die simbole hoef weer te gee, terwyl die produsering van simbole 'n generatiewe proses is. Leerders moet in staat wees om wiskundige simbole te lees om ander se idees te dekodeer. Hulle moet ook die vermoë hê om wiskundige simbole te produseer en te transformeer wanneer probleme opgelos word.

Die uitdagings binne hierdie drie areas kom nie in isolasie voor nie, maar kom dikwels afwisselend voor. Verbalisering hou in die algemeen verband met die oppervlakstrukture wat gebruik word om idees oor te dra. Die lees en skryf van simbole behels die toegang tot en gebruik van konseptuele betekenis.

3.5.3 Onderrigstrategieë om leerders te help om simbole te lees en te gebruik

In die algemeen moet onderwysers bewus wees van die probleme wat simbole vir leerders skep. Simbolisme is 'n vorm van wiskundige taal wat kompak, abstrak, spesifiek en formeel is (Rubenstein & Thompson, 2001:268). Anders as die moedertaal, wat daaglik gebruik word, is wiskundige simbolisme hoofsaaklik beperk tot die klaskamer. Daarom moet die geleentheid om hierdie taal te gebruik, betekenisvol en belonend wees. Bruner (1960: 35-37) sê dat leer moet geskied van die konkrete na die abstrakte. Wiskundige simbolisme en wiskundige begrip is nou vervleg, maar in die algemeen moet betekenis simbolisering voorafgaan. Leerders moet betrokke wees in probleemoplossing en aktiwiteite waardeur hulle beweeg van die meer bekende na nuwe wiskundige idees - hierdie fase word die *enaktiewe fase* genoem. In die *ikoniese fase*, word die produkte van hierdie fase uitgedruk in diagramme of tabelle. Uiteindelik word leer uitgedruk in die algemene moedertaal, met wiskundige woordeskat, en in geskrewe moedertaal met wiskundige simbole - hierdie fase word genoem die *simboliese fase*.

Leerders moet die waarde daarvan besef om vloeiend te kan wees in die gebruik van wiskundige simbole (Rubenstein & Thompson, 2001:268). Wanneer leerders die voordele daarvan sien om wiskunde op 'n verskeidenheid van maniere uit te druk, word hulle meer gemaklik om dit te doen. Aangesien leerders op verskillende

maniere leer, reflekteer die volgende onderrigidees 'n spektrum van benaderings wat taal en visualisering gebruik (Rubenstein & Thompson, 2001:269-270).

- **Taalstrategieë**

'n Algemene strategie wanneer simbole die eerste keer bekendgestel word, is om die notasie te *sê* en te *skryf*. Dit beklemtoon belangrike sake aangaande die plasing en orde daarvan, en gee leerders die geleentheid om die simbole te lees en in te neem. Leerders se gebruik van wiskundige simbolisme strek veel dieper as die *sê* en die *skryf* daarvan. Ons wil hê hulle moet die taal besit en gemaklik daarmee voel. Een manier is om mondelinge werk met die lees van wiskunde te integreer. Siegel *et al.* (1996:66-75) bied 'n strategie aan waarin leerders 'n wiskundige uiteensetting lees en dan met tussenposes stop om nuwe begrippe wat na vore kom, asook opmerkings en vrae te bespreek en te interpreteer. Leerders neem nie net betekenis uit 'n geskrewe teks nie, maar gebruik hulle kennis, belangstellings, waardes en houding om betekenis te genereer.

Geskrewe werk is nog 'n belangrike strategie om leerders se vloeiendheid met simbole te ondersteun. In hierdie opsig kan leerders verskeie voorbeelde gegee word waarin hulle gefokus word op die wisselwerking tussen simbole en betekenis.

Een van die probleme in die leer van wiskundige simbolisme is dat leerders die simbole wat in die klas gebruik word, neerskryf, maar die betekenis daarvan word nie neergeskryf nie. Gevolglik mis die leerders die noodsaaklike betekenisgewende verbindings. Een strategie wat hier gebruik kan word, is om die bladsy in die lengte te vou, met die simbool aan die een kant en die verduideliking aan die ander kant.

- **Visuele strategieë**

Die teken van voorbeelde en teenvoorbeelde van bepaalde stellings wat gemaak word, is een visuele leerstrategie wat leerders veral in meetkunde help, byvoorbeeld: teken 'n waar- en onwaar voorbeeld van elke bewering. Merk dit as waar of vals:

- 1) $AB \perp CD$
- 2) $AB \parallel CD$
- 3) $AB \equiv CD$

3.6 Aanleer van die taal van wiskunde

Wiskunde word dikwels die “taal van die heelaal” genoem. Die voordeel hiervan is dat simbolisering en notasie in ‘n groot mate standaard is, en universeel dwarsoor die wêreld. Die nadeel is egter dat leerders hierdie taal, wat nie slegs woordeskat en definisies behels nie, maar ook die simbole en notasies wat essensieel in wiskunde is, moet aanleer (Schwartz, 2000, par. 8). Juis daarom is taal so belangrik in die onderrig en leer van wiskunde, want uiteindelik moet leerders in staat wees om dit wat in die wiskundige proses gebeur, te verbaliseer.

Die aanleer van taal en konsepte is ‘n dinamiese proses. Die leerder se begrip en gebruik van taal varieer na gelang van die betrokkenheid van die leerder in die situasie waarin dit gebruik word. Aangesien taalontwikkeling dinamies van aard is, is dit noodsaaklik dat die leerder en onderwyser verskeie betekenisse en interpretasies van woorde en begrippe sal bespreek, sodat elkeen weet wat die ander bedoel. Dit is belangrik om in ag te neem dat wanneer die onderwyser iets aan ‘n leerder verduidelik, hoe duidelik ookal, dit nie noodwendig beteken dat hulle hoor en verstaan wat die onderwyser bedoel het om te kommunikeer nie. Soortgelyk is dit belangrik om in gedagte te hou dat dit dalk nie vir ‘n leerder maklik is om die stand van sy begrip aan die onderwyser te kommunikeer nie (Morgan, 1999:129).

Austin en Howson (1979:161-162) stel dat die wiskunde kurrikulum-ontwikkeling in die afgelope paar jaar dit toenemend noodsaaklik gemaak het dat leerders moet kan lees met begrip. Alhoewel daar ‘n bewustheid is van die noodsaaklikheid om nuwe woordeskat met groter omsigtigheid bekend te stel, voel hulle dat nie genoeg aandag gegee word aan die feit dat dit wel begryp word nie. Eerder as om geskrewe materiaal te vereenvoudig, moet leerders spesifiek geleer word om met begrip te lees.

Wiskunde behels ook die begrip van ruimtelike verwantskappe en kwantitatiewe redenering. Hierdie begrippe is inherent aan die vermoë om berekeninge te doen, maar die kern van begrip en uitdrukking van wiskundige verwantskappe lê in die gebruik van taal, die woorde wat betekenis gee aan gedagtes en simbole (Rothman & Cohen, 1989:133). Probleemoplossing in wiskunde is afhanklik van beide lees- en taalbevoegdheid. Taal en ‘n kennis van woordeskat, is egter ingebed in berekeninge sowel as in wiskundige denke en prestasie. Rothman en Cohen voer aan dat die taal van wiskunde onderrig moet word, aangesien wiskundige bevoegdheid beteken om die taal van wiskunde te leer. Hierdie taal vorm ‘n komplekse komponent van ‘n

simbolies-kommunikatiewe funksie.

Onderwysers moet die belangrikheid besef van die onderrig van woordeskat in wiskunde, net soos woordeskat in enige ander vak onderrig sal word (Rothman & Cohen, 1989:137). In die lig van die feit dat die onderrig van woordeskat en betekenis blyk om suksesvol te wees in die verbetering van leesbegrip, word die vraag gevra waarom die onderrig van wiskundige woordeskat en sinonieme nie in alledaagse wiskundeonderrig geïnkorporeer word nie. Vir leer om plaas te vind, het leerders die gepaste hulpmiddels nodig, insluitende die taal van die vakinhoud en die metodologie. Wanneer leerders verstaan, vind groei in die leerproses plaas. Wanneer leerders dus die klaskamer binnekom met kennis van die nodige woordeskat, kan hulle hul aandag fokus op nuwe begrippe en hoër vlakke van denke bereik (Rothman & Cohen, 1989:141).

3.7 Eksplisiete versus implisiete taalonderrig

Vir die doeleindes van die studie is dit redelik, selfs voordelig, om te aanvaar dat wiskunde 'n taal is, selfs al is dit dan in die metaforiese sin eerder as in die letterlike sin. Met hierdie aanname kan ons waardevolle insig kry deur te ondersoek wat dit beteken om 'n taal te onderrig en te leer, asook die probleme inherent hieraan (Krussel, 1998:436). Watter aspekte van die leer en onderrig van wiskunde kan help om uitstekende wiskunde-onderrig te ontwikkel en wat leerders in staat sal stel om op 'n betekenisvolle, insigvolle en produktiewe wyse te leer? Een aspek waaroor besin kan word, is of 'n taal beter eksplisiet of implisiet onderrig word. Thom (1973:198) vra of dit nodig, selfs wenslik is om 'n taal eksplisiet te onderrig deur 'n studie van die struktuur, grammatika, sintaks en woordeskat daarvan; of is dit moontlik, selfs wenslik, om 'n taal implisiet te onderrig, deur die leerder deel te maak van daardie linguistiese gemeenskap - geskrewe en mondeling, visueel en auditief, prosa en gesprek.

Alhoewel argumente ten gunste van albei benaderings bestaan, mag die beste oplossing dalk 'n kombinasie van eksplisiete en implisiete onderrig wees. Wat is dan die voor- en nadele van elke benadering wanneer metodes van taalonderrig op wiskunde-onderrig van toepassing gemaak word? Thom (1973: 198-199) beredeneer die feit dat wiskunde aanvanklik implisiet onderrig word, met 'n latere oorgang na eksplisiete wiskunde. Hy karakteriseer eksplisiete taalonderrig as bestaande uit formele definisies en strukture, asook simboliese beskrywings, terwyl implisiete aanleer van taal direk geskied, soos wanneer 'n kind in 'n vreemde taalgemeenskap

ingebring word, en die taal op 'n natuurlike wyse aanleer. Hy beweer dat as wiskunde eksplisiet onderrig word, ontbreek dit aan die nodige verbindings, en is betekenisloos.

Te dikwels is wiskunde vir hoërskoolleerders 'n verwarrende rangskikking van onsamehangende feite, reëls en definisies. Meetkunde word byvoorbeeld op 'n algoritmiese wyse aangebied, met min ruimte vir kreatiwiteit en individuele denke. Meetkunde word dikwels onderrig as formele definisies van twee- en drie-dimensionele figure en hul eienskappe. Die onderwyser verduidelik eienskappe soos gelykvormigheid en kongruensie as formele, abstrakte idees, wat los van mekaar en vorige wiskundige kennis staan. As onderrig voortgaan met hoogs gestruktureerde bewyse en stellings wat hierdie abstrakte strukture insluit, sal die leerders aan die einde van die kursus geen duidelike idee hê van wat meetkunde is nie. Verbindings aan bestaande kognitiewe strukture sal ontbreek.

Die uitkoms mag aansienlik anders wees as die onderwyser die leerders tyd gun om die nodige verbindings tussen bestaande kennis en nuwe kennis te vorm. Leerders behoort toegelaat te word om die kennis wat hulle alreeds het, eksplisiet te stel, deur hulle aan te moedig om onderling te praat en idees en betekenis uit te ruil. So 'n gesprek kan verskeie voordele inhou: onderwysers word bewus van leerders se beskouinge en persepsies wat met 'n sekere konsep geassosieer word, en die leerders kan idees en gedagtes uitruil om sodoende konsensus te bereik en dus 'n algemene opvatting aangaande 'n bepaalde konsep bereik. Hierdeur word die klaskamergemeenskap met 'n breër wiskundegemeenskap verbind, en uiteindelik word 'n algemene taal ontwikkel.

Wanneer 'n kind sy moedertaal aanleer, word hy nie die fyner punte van grammatika en sintaks aangeleer alvorens hy die grondbeginsels van die moedertaal op 'n informele wyse bemeester het nie. Slegs nadat 'n kind 'n stewige grondslag in die mondelinge aspekte van sy taal het, volg lees, en dan skryf. Dus, 'n kind leer sy moedertaal sonder twyfel op 'n implisiete manier, en Krussel (1998: 437) voer aan dat wiskunde op dieselfde wyse implisiet aangeleer behoort te word - 'n "indompeling" in die idees van wiskunde, wat geformuleer is in 'n informele leerdergesentreerde taal wat gepas is vir die taak. Die proses behels die daargestelling van verbindings aan bestaande kennisstrukture, deur die gebruik van bestaande taal om nuwe idees en konsepte te beskryf, en die gebruik van metafoor en analogie om die weg te baan vir hierdie verbindings. Die leer van meer formele grammatika en sintaks - dit is simbole, definisies, stellings en bewyse - volg nadat 'n stewige basis in

informele wiskunde daargestel is.

Halliday (1975, soos aangehaal deur Pimm, 1995:179) vestig die aandag daarop dat jong kinders moet leer *hoe* om 'n taal te gebruik ten einde 'n bepaalde doel te bereik. Soortgelyk moet leerders leer hoe om hulself wiskundig uit te druk, hoe om wiskundige taal te gebruik om hul eie wiskundige betekenis te skep, te beheer en uit te druk, asook om die wiskundige betekenis van ander te interpreteer. Die woord “om te verstaan” het ook 'n tweede betekenis, en dit is om “in te sluit”. Wanneer iets eenmaal begryp of verstaan is, is dit binne ons en deel van ons, eerder as buite ons en verwyderd van ons.

3.8 Taalfaktore in wiskunde-onderrig en -leer

3.8.1 Inleiding

Aanvanklik het die mite bestaan dat wiskunde 'n taalvrye vak is. Huidige hervormingsdokumente soos die NCTM se *Curriculum and Evaluation Standards* en die Suid-Afrikaanse Kurrikulum 2005, beklemtoon egter kommunikasie, wat insluit praat, skryf, lees, luister, as 'n belangrike faktor in die leer van wiskunde (Khisty, 1998: 97). Daar is duidelik 'n groter kognitiewe voordeel vir leerders wanneer hulle hul strategieë mondeling of skriftelik verduidelik, en wanneer hulle na ander se verduidelikings luister. Die lees van wiskundige probleme voorsien 'n verdere konteks vir die ontwikkeling van taalvermoëns. In wese word die wiskundige konteks meer taalryk in terme van die leerder se deelname (Khisty, 1998:97).

Wiskunde was egter nooit 'n taalvrye vak nie (Khisty, 1998:97). Die leer van wiskunde was nog altyd afhanklik van taal, aangesien praat die kern vorm van interaksie tussen persone. Taal is eenvoudig die enkele menslike eienskap waardeur begrip bereik kan word. Wiskunde het sy eie simbole, sintaks, terminologie en manier waarop dit gepraat word; dit het selfs die manier om gewone woorde te neem en 'n spesiale betekenis daaraan toe te ken, byvoorbeeld *regte* hoek.

As ons aanvaar dat wiskunde-onderrig sentreer rondom pogings om te verstaan hoe wiskunde op die mees effektiewe manier geskep en onderrig kan word, dan is daar twee redes waarom die wiskunde-onderwyser aandag moet gee aan linguïstiek (Austin & Howson, 1979:162):

- Die behoefte om te kommunikeer en om te skep, het gelei tot die vorming van “die taal van wiskunde”. Kan linguïstiek ons help om hierdie “taal “ beter te

verstaan?

- Taal speel 'n belangrike rol in die leer en onderrig van wiskunde. Hoe kan linguïstiek, die studie van taal, ons begrip van die leerproses en tegnieke van onderrig verbeter?

Onderrig en linguïstiek het baie in gemeen: die proses van leer en kommunikasie is baie nou verwant en beide kan aan die navorser komplekse probleme verskaf.

Pellerey (1983:576) vra twee belangrike vrae:

- a) Wat is die invloed van die moedertaal op die taal wat in wiskunde gebruik word?
- b) Wat is die invloed van taalbevoegdheid van 'n leerder op die leer van wiskundige konsepte, beginsels en prosedures? Wiskunde-onderrig is 'n proses waardeur 'n leerder twee basiese velde van die wêreld van wiskunde binnegaan: konsepte en teorieë, en wiskundige aktiwiteit. Die volgende faktore oefen 'n interaktiewe invloed uit op die onderrig van wiskunde:
 - Die kultuur waartoe die leerder behoort. Kultuur word uitgedruk en gekommunikeer deur die moedertaal;
 - die wiskundige handelinge en konsepte tesame met die teorieë wat dit saambind in 'n samehangende struktuur. So 'n wiskundige struktuur word uitgedruk in 'n linguïstiese vorm, wat bestaan uit taaltekens volgens sekere gebruiksreëls;
 - die kognitiewe struktuur van die leerder. Binne so 'n kognitiewe struktuur speel taalbevoegdheid 'n sentrale rol, d.i. die vermoë om te beweeg vanaf 'n stelsel van sosiaal aanvaarde taalsimbole tot die betekenisgewing daaraan, en omgekeerd.

Volgens Pellerey (1983:576) het taalbevoegdheid verskillende funksies in sy geskrewe en gesproke vorm. Mondelinge taal is meer pragmaties, en is 'n manier van voorstelling, kommunikasie, formulering en ondersoeking van kennis, terwyl geskrewe taal meer eksplisiet en logies georden is. Dit help met die formulering van idees in 'n abstrakte en beheerde vorm. Daar bestaan dus die behoefte aan 'n genoegsaam ontwikkelde geskrewe taalbevoegdheid wanneer rede en logiese denke vereis word, byvoorbeeld in die bewustelike definiëring en organisering van wiskundige konsepte.

Pellerey kom tot die gevolgtrekking dat om betekenisvolle leer te laat plaasvind, met die doel om konsepte en prosedures in die leerder se kognitiewe struktuur te inkorporeer, moet die leerder se taalbevoegdheid op tweeërlei wyse toeneem: van

simbole na innerlike betekens en *vice versa* (Pellerey, 1983:578).

Daar is baie aspekte rakende taal en wiskunde wat leer kan beïnvloed. Selfs al is die woordeskat gepas, mag daar probleme wees aangesien leerders nie altyd 'n bewering of stelling letterlik interpreteer nie, maar in sommige gevalle die betekenis daarvan verander na wat hulle dink die onderwyser bedoel. Die spesiale simbole in wiskunde, as 'n uitbreiding van die taal van wiskunde, kan bykomende probleme veroorsaak. Die lees van wiskunde verskil van die lees van ander soorte literatuur. Die plek van gesprek in die klaskamer, en die gebruik daarvan tussen leerders onderling en tussen leerder en onderwyser, moet goed deurdink word (Orton, 1987:125). Die verband tussen wiskundeleer en taalontwikkeling is duidelik bepalend. Die mate waarin die aanleer of die vorming van konsepte in die gedagte van die leerder afhang van die gebruik van gepaste taal, is 'n belangrike gesprekspunt.

Die vraagstuk rondom taal in wiskunde is nie maar net 'n geval van die onderrig en leer van nuwe woordeskat nie. Dit gaan hier om wiskunde toeganklik vir leerders te maak, te onderrig met die oog op begrip, en die rol van gesprek in hierdie prosesse (Khisty, 1998:99). Vanuit hierdie perspektief gesien, is die onderwyser se eie manier van wiskunde praat, vrae stel, en verduidelikings gee, deel van die inhoud van wiskunde, en kan tot gevolg hê dat leerders gerem word in die leerproses, of vooruitgaan in die leerproses. Onderwysers moet dus besef dat hulle 'n geweldige groot verantwoordelikheid het ten opsigte van die aard van hul interaksie en spraak in die skep van die klaskameromgewing, en die rol van hul *woorde* in die leerders se leer van wiskunde.

Nog 'n bydraende faktor in die problematiek van die leer van wiskunde is dat sommige woorde 'n wiskundige betekenis dra wat heeltemal verskil van die alledaagse betekenis. Wanneer dit kom by die leesbaarheid van geskrewe teks, beteken dit dat leerders in staat moet wees om te interpreteer wat die onderwyser wil hê hulle moet weet, sonder dat die taal self 'n struikelblok is. Wiskundige teks kan nie in die algemeen vinnig gelees word nie, aangesien elke woord en elke simbool bepalend kan wees in die betekenis daarvan (Orton, 1987: 129).

Volgens Orton (1987:133) is oordrag van betekenis aan leerders die doel van onderrig. Dit sal nie noodwendig bereik word nie, selfs al is die woordeskat gepas, word simbole verstaan en is die teks leesbaar, aangesien leerders dikwels hulle eie interpretasie heg aan wat die onderwyser sê. Die oordrag van betekenis behels

dikwels interpretasie aan die ontvanger se kant, en dit behoort ons te waarsku dat daar dikwels verkeerde interpretasies aan boodskappe geheg kan word. Donaldson (1978, soos aangehaal deur Orton, 1987:133), beweer dat 'n leerder se interpretasie van wat aan hom gesê word, beïnvloed word deur ten minste drie dinge: sy kennis van die taal, sy vasstelling van dit wat die onderwyser bedoel, soos oorgedra deur nie-linguïstiese gedrag, en die manier waarop hy die fisiese situasie sou interpreteer as die onderwyser nie daar was nie.

3.8.2 Historiese perspektiewe

In hul historiese oorsig oor taalfaktore in die onderrig en leer van wiskunde, stel Ellerton en Clarkson (1996:987) dat die eerste belangrike kommentaar aangaande die rol van taal in wiskundeonderrig meer as 40 jaar gelede verskyn het in die vorm van 'n artikel geskryf deur Brune (1953). Hy het opgemerk dat woorde skakels in die ketting van kommunikasie is, dat wiskundige woorde dikwels interne konstruksies eerder as iets tasbaar is en dat gesproke woorde simbole is.

Brune het aangevoer dat wanneer leerders eenmaal konsepte verstaan het deur hulle eie ervarings, moet hulle die geleentheid gebied word om die wiskundige beginsels onderliggend aan hierdie konsepte aan hulle klasmaats te verduidelik. Sy artikel het die meerderheid van elemente vooruitgesien wat tans in ag geneem word deur navorsers wat die verband ondersoek tussen wiskunde, wiskunde-onderrig en taal.

Die breë term "taalfaktore in wiskundeleer" is in die afgelope jare gebruik om te verwys na verskeie navorsingsareas - vanaf die psigolinguïstiek en sosiolinguïstiek tot klaskamergesprek en ook wiskunde-onderrig in tweetalige klaskamers. Aiken (1972) se navorsing fokus op die belangrike rol van klaskamergesprek. Verder beweer hy ook dat die aanleer van die vaardigheid om met aandag en analities te lees, ten einde fyner besonderhede op te merk en betekenis te verstaan, prestasie in wiskunde sal verbeter (Aiken, 1972:18). 'n Ander aspek van die verband tussen taal en die leer van wiskunde, is die effek van die leerder en onderwyser se verbale gedrag (Aiken, 1972:19). 'n Belangrike beginsel in die sielkunde van leer, is dat leer met bewustheid meer permanent is as leer sonder bewustheid.

Verder kan die vereiste dat die leerder 'n wiskundige begrip of konsep verbaliseer, die graad van bewustheid van daardie spesifieke konsep laat toeneem en help om dit in sy geheue vas te lê. Ongelukkig waarborg die vermoë om 'n konsep te

verbaliseer nie beter prestasie in probleemoplossingstake nie. Aiken onderskei ook tussen owerle en koverle spraak en sê dat heelwat koverle spraak sonder twyfel voorkom gedurende die probleemoplossingsproses (Aiken,1972:20) en dit mag voldoende verbalisering wees ten einde probleemoplossing te fasiliteer. Daarom is dit dalk 'n oorvereenvoudiging om te verwag dat owerle verbalisering konstant effektiel sal wees in die verbetering van begrip en die vermoë om probleme op te los (Aiken,1972:20).

Dit is moontlik dat die werklik belangrike invloed van verbalisering uitloop op meer permanente retensie van aangeleerde materiaal. Studies aangaande die verband tussen taal en kennis dui byvoorbeeld daarop dat die proses van linguïstiese enkodering beide die herkenning en herroeping van 'n onderwerp verbeter.

Verskeie navorsers in die sestiger- en sewentigerjare beklemtoon die belangrikheid van kommunikasie en gereelde gespreksvoering tussen leerder en onderwyser in die wiskundeklas.

Gedurende die 1970's en 1980's was navorsers geneig om in verskillende kampe te werk, grootliks onbewus van dit wat in nou verwante velde bestudeer is. Op daardie tydstop het die uitdrukking "taalfaktore in wiskunde leer" verskillende betekenis vir verskillende mense gehad.

Historiese perspektiewe maak dit duidelik dat die behoefte ontstaan het vir 'n koördinerende raamwerk wat nie alleen die hoofkomponente van die veld identifiseer nie, maar ook ondersoek begin instel na verwantskappe binne en tussen hierdie komponente.

3.8.3 Huidige beskouings

Die rol van taal en kommunikasie in wiskunde het beduidende aandag ontvang in sillabusdokumente oor die afgelope jare. In *A National Statement on Mathematics for Australian Schools* (Australian Council, 1991, soos aangehaal deur Ellerton & Clarkson, 1996:993) word die behoefte uitgespreek dat leerders sal leer hoe om in wiskunde te kommunikeer, en ook hoe die leer van wiskunde leerders moet help om gepaste taal te ontwikkel om te reflekteer oor dit wat hulle geleer het, en om op hul ervaringe te bou.

Die NCTM se *Curriculum and Evaluation Standards* (1989: 140) stel dat die wiskundekurrikulum die voortdurende ontwikkeling van taal en simbolisme moet insluit om sodoende wiskundige idees te kommunikeer sodat alle leerders:

- Hul denke aangaande wiskundige idees en verwantskappe kan verhelder;
- wiskundige definisies kan formuleer;
- wiskundige idees skriftelik en mondeling kan uitdruk;
- geskrewe wiskunde met begrip kan lees.

Verder spreek die Standards dokument die verwagting uit dat leerders hul alledaagse taalgebruik in verband sal bring met wiskundige taal en simbole (Buschman, 1995:324).

Ook die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring van Suid Afrika (2002:1), stel as een van die sewe kritieke uitkomstes vir wiskunde dat leerders in staat moet wees om effektief te kommunikeer deur die gebruik van visuele-, simboliese- en/ of taalvaardighede. Die dokument stel ook dat wiskundige konsepte en vermoëns leerders in staat sal stel om onder andere te beskik oor kritiese en insigvolle redenering, asook die vermoë om te interpreteer en te kommunikeer.

Probleemoplossing, redenering en kommunikasie moet teenwoordig wees in alle wiskundeonderrig en moet deur onderwysers gemodelleer kan word. Leerders moet betrokke raak in wiskundige take en gesprekvoering wat probleemoplossing, kommunikasie en redenering vereis (NCTM, 1991:95). Onderwysers moet leerders betrokke kry in onder andere die bespreking van verskillende oplossings en oplossingstrategieë vir 'n gegewe probleem. Leerders moet dikwels die geleentheid hê om betrokke te raak in wiskundige gesprekke waarin redenering vereis word. Leerders moet aangemoedig word om hulle redeneringsprosesse te verduidelik in die bereiking van 'n bepaalde gevolgtrekking, of om te regverdig waarom 'n spesifieke benadering tot die probleem gepas is.

Wiskunde is primêr 'n simboliese aktiwiteit, wat die geskrewe woord en taal gebruik om sy kennis te skep, oor te dra en te regverdig. Meetkundige konsepte bied 'n besondere weg waardeur wiskunde en taal verbind kan word (Pereira-Mendoza, 1997:454). In ons alledaagse lewe gebruik ons meetkundige idees en begrippe eksplisiet en implisiet sonder om daaroor te dink. *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000:60) skryf die volgende voor (McIntosh & Draper, 2001:554):

Onderrigprogramme behoort leerders in staat te stel om:

- Wiskundige denke te organiseer en te konsolideer deur kommunikasie;

- wiskundige idees op 'n samehangende wyse te kommunikeer aan medeleerders en onderwysers;
- wiskundige denke en strategieë van ander te analiseer en te evalueer;
- die taal van wiskunde te gebruik om wiskundige idees met begrip te formuleer.

Taal is die vervoermiddel waarmee gedagtes en idees gekommunikeer word, beide in gesprek met ander en in die ordening en rigtinggewing aan ons eie denke (Orton & Frobisher, 1996:53). Dit bestaan uit “woorde”, maar woorde is etikette vir konsepte en idees, en daarom is dit moeilik om kwessies oor taal te skei van kwessies oor leer. Wanneer ons 'n spesifieke term gebruik, hoop ons dat dit onmiddellik dieselfde betekenis in die gedagte van die hoorder oproep as wat ons daaronder verstaan. Dit gebeur duidelik nie altyd nie. Nie alleen is dit moontlik dat daar geen onmiddellike aanduiding by die hoorder is dat die woord wel betekenis het nie, maar selfs al het dit betekenis, kan dit heel verskillend wees van die betekenis wat ons daaraan koppel. Ons is dikwels onbewus daarvan dat die boodskap wat deur die ander persoon ontvang is, nie dieselfde is as die een wat ons uitgestuur het nie.

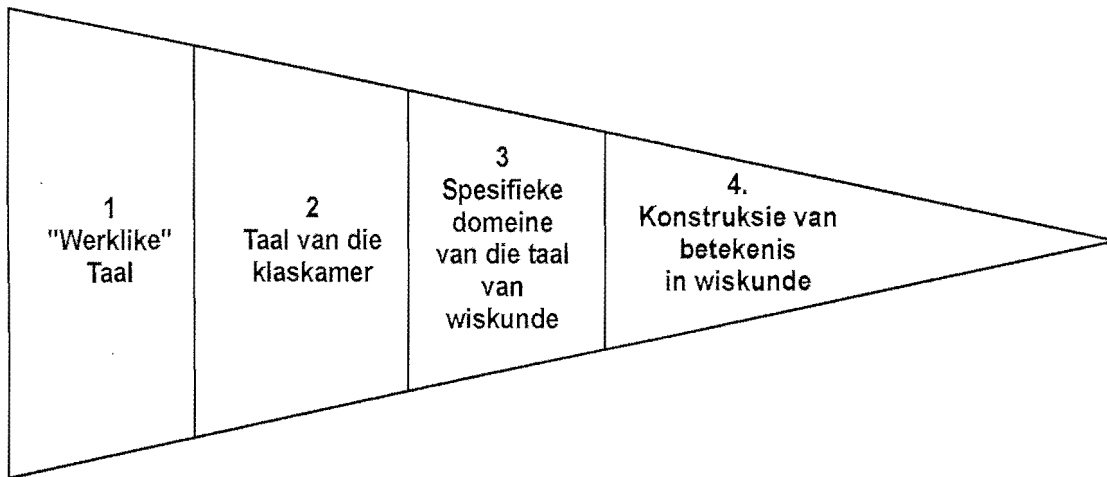
In die onderrig van wiskunde is dit duidelik dat nuwe woorde, wat met nuwe idees geassosieer word, 'n baie goed deurdagte inleiding en bekendstelling nodig het, insluitend 'n uitgebreide bespreking van die betekenis daarvan, tesame met geleenthede vir die leerders om dit te praat en te skryf, asook die nuwe woorde of begrippe in die regte konteks te gebruik.

Kommunikasie is die voertuig waardeur onderwysers en leerders wiskunde kan waardeur as die prosesse van probleemoplossing en redenering. Maar kommunikasie is ook opsig self belangrik, aangesien leerders moet leer om verskillende verskynsels te beskryf deur middel van geskrewe, gesproke, en visuele vorme. Hierdie standaard stel voor dat wiskunde in 'n sosiale konteks geleer word, een waaraan waarde geheg word aan bespreking. Klaskamers moet gekenmerk word deur wiskunde-gesprekke tussen leerders en onderwysers en leerders onderling.

Wiskundige kommunikasie kan onder andere voorkom wanneer leerders in groepe werk, wanneer 'n leerder 'n unieke metode vir die oplos van 'n probleem daarstel of wanneer 'n leerder 'n verduideliking van 'n meetkundige figuur voorstel. 'n Onderwyser moet leerders se gebruik van wiskundige taal monitor om te help om hulle vermoë om wiskunde te kommunikeer te ontwikkel. Ten einde kommunikasie met en tussen leerders te maksimaliseer, moet onderwysers die tyd waartydens hulle

die klaskamergesprek domineer, minimaliseer.

Verskeie raamwerke wat die elemente van taal en wiskunde verbind, het hulle verskyning gemaak, onder andere 'n model wat deur Gawned (1990), soos aangehaal deur Ellerton en Clarkson (1996:990), aangebied is (sien Fig 3.2).



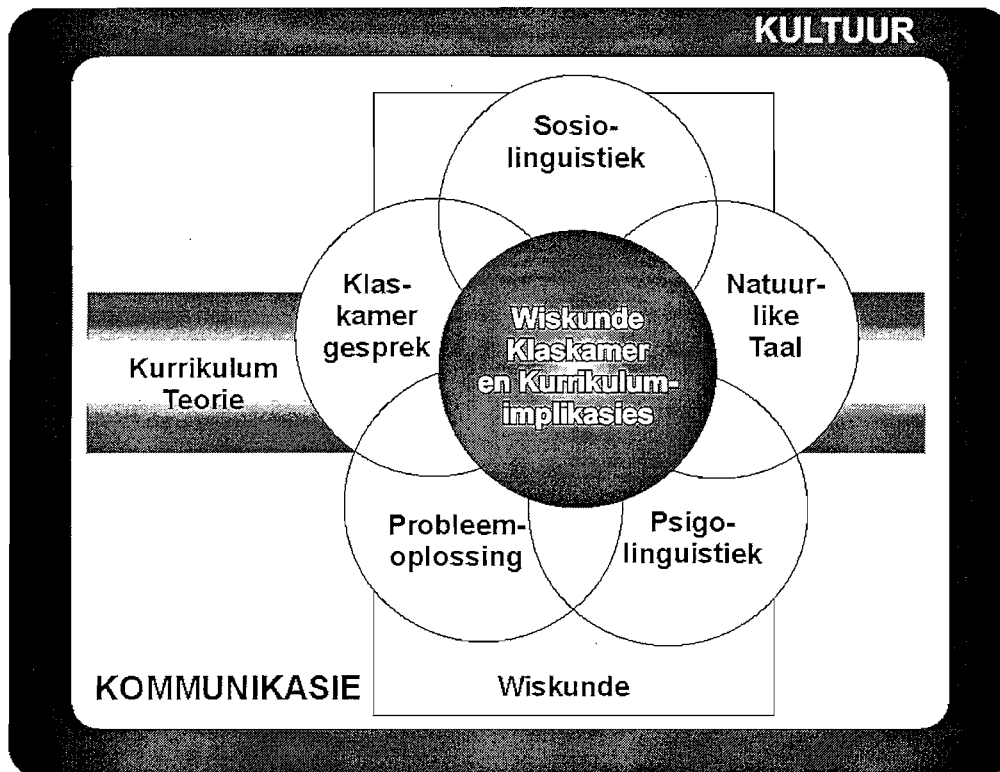
Figuur 3.2: 'n Opsomming van Gawned (1990) se sosio-psigolinguïstiese model

Hierdie raamwerk spruit uit die sosiolinguïstiese opvatting dat die oorsprong van alle taal, ook die taal van wiskunde, gesetel is in die kind se eerste ervarings met sy wêreld. Die manier waarop met die kind gekommunikeer word, veral die taal wat hulle gebruik, help om die kind se persepsies en konkrete ervarings te organiseer. Taal help om interne en eksterne ervarings te vorm. Hierdie raamwerk het erkenning gegee aan die feit dat die taal in die klaskamer 'n belangrike vormingswaarde op die leerder se begrip van wiskunde het. Volgens Gawned (soos aangehaal deur Ellerton & Clarkson, 1992:990), het elke klaskamer 'n kultuur van sy eie. Klaskamergesprekspatrone verskil van dit wat leerders buite die skool ervaar. In die algemeen is hierdie gesprekspatrone reëlgebonde, vind plaas binne 'n beperkte gedefinieerde stel verhoudings, en word gedomineer deur die onderwyser.

3.8.4 'n Raamwerk vir die verwantskap tussen taal, wiskunde en wiskunde-onderrig

'n Poging om die verwantskap tussen die fasette van die wye veld van taalfaktore en wiskunde-onderrig vas te lê, is deur Ellerton in 'n raamwerk voorgestel (sien Fig 3.3) (Ellerton & Clarkson, 1996:992). Die kompleksiteit van hierdie figuur hou verband met die vele fasette van die verwantskap tussen wiskunde en taal. Hierdie raamwerk

kan beskou word as deursnit van 'n drie-dimensionele voorstelling van verwantskappe. Gesien vanaf 'n makrovlak, suggereer die raamwerk dat kultuur alles-oorheersend is, en dat kommunikasie binne die kultuur van fundamentele belang is. Vanaf 'n mikrovlak is daar 'n snyding tussen kwessies aangaande onderrig en leer van wiskunde, soos assessering en die skryf van wiskunde, en die grootste deel van die raamwerk.



Figuur 3.3: 'n Raamwerk vir die interpretasie van taalfaktore in wiskunde-onderrig en –leer (Ellerton & Clarkson, 1996:992).

3.9 Samevatting

In dié hoofstuk is verskillende aspekte van wiskunde as 'n taal beskou: wiskunde as gesproke taal, wiskunde as geskrewe taal en wiskunde as simboliese taal. Wat word bereik deur 'n parallel tussen wiskunde en taal te trek? Navorsing toon dat van die probleme wat leerders teëkom, teruggevoer kan word na die vele taalgebaseerde wanopvattinge wat hulle ontwikkel (Krussel, 1998:440). Porter (1989:11) se navorsing aangaande klaskamerpraktyk toon 'n groot klem op die ontwikkeling van vaardighede en min aandag aan konsepte. Volgens hom toon leerders verskillende soorte wankonsepte: onderveralgemening, wat voorkom omdat leerders irrelevante eienskappe insluit; oorveralgemening, wat voorkom wanneer hulle sleuteleienskappe

uitlaat, en taalverwante wanopvattinge.

Al die voorafgaande beskouings is sleutels tot suksesvolle wiskundeleer. Deur in gedagte te hou dat wiskunde 'n taal is, ten minste in 'n metaforiese sin, help om 'n verklaring te bied vir die probleme wat deur leerders ondervind word, en help om maniere voor te stel waarop hulle gehelp kan word. Leerders mag dalk hulle vrese rondom die geheimsinnigheid van wiskunde aflê indien hulle aangemoedig word om die leer van wiskunde op dieselfde wyse te benader as wat hulle die leer van 'n taal sou benader, en kan dalk begin om die krag en skoonheid van wiskunde te waardeer. Deur leerders aan te moedig om betrokke te raak in klaskamergesprekke, om wiskunde te kommunikeer, om hulle gedagtes skriftelik uit te druk, om duidelike uiteensettings te gee van hulle probleemoplossingstake, kan ons dalk een stap nader kom aan een verhewe onderrigdoelwit: om leerders te onderrig sodat hulle wiskundig geletterd sal wees in 'n hoogs tegnologiese samelewing.

HOOFSTUK 4

RUIMTELIKE DENKE EN TAAL

4.1 Inleiding

Nadat daar in die vorige hoofstukke ondersoek ingestel is na die verband tussen taal en denke en die beskouing van wiskunde as 'n taal, is die doel van hierdie hoofstuk om ondersoek in te stel na die verband tussen ruimtelike denke en taal. Eerstens word daar 'n oorsig gegee oor die manier waarop ruimtelike of meetkundige voorstellings gemaak word. Die tweede deel van die hoofstuk word gewy aan die ontwikkeling van ruimtelike konsepte en meetkundige denke. In die laaste deel van die hoofstuk word ondersoek ingestel na die rol van taal in die ontwikkeling van meetkundige denke.

4.2 Ruimtelike voorstellings

Een siening van wiskunde is dat die wêreld wiskundig is en dat die wiskunde daarbuite lê en wag om ontdek te word, en wag om waargeneem te word. Galileo het gesê dat die boek van die wêreld geskryf is in die taal van meetkunde. 'n Alternatiewe siening beweer dat wiskunde menslik is en dus slegs binne ons gedagtes is. Ons moet dit dus buite in die wêreld gaan plaas eerder as om dit daar te gaan soek (Pimm, 1995:33). Euklides het ook 'n teorie van visie ontwikkel, waarvolgens ligstrale uitgaan vanaf die oog, en die objek raak, en dit is hoe dit vir ons moontlik is om die objekte waar te neem. Om te sien, behels projeksie. Dit is in dieselfde aktiewe sin wat ons wiskunde in die wêreld rondom ons sien, naamlik dat ons wiskundige vorms daarop projekteer. Hoe dit ookal sy, die uiteinde is dat ons meetkundige vorms in die wêreld sien, en deur dit te benoem, kan spesifieke eienskappe daaraan toegeken word.

Meetkunde is sterk gekoppel aan die menslike sintuig van sig en die visuele persepsie van vorm. Dit is nou verbind aan die aksie van teken, met die skepping van vorms, en die oproep van beelde. Maar meetkunde behels ook die dinamiese manipulasie van hierdie beelde. Van die vrae wat meetkundiges vra is: Wat is die eienskappe van sekere figure? Wat het sekere figure in gemeen? Meetkundige taal word dikwels gesien as 'n taal van beskrywing (Pimm, 1995:35 – 36). Die mens is 'n natuurlike beeldskepper en meetkunde ontspring uit spesifieke beelde. Wiskunde in die algemeen, en veral meetkunde, behels die fokus op verwantskappe tussen die

deel en die geheel, die ondersoeking van verandering en konstantheid. Een manier waarop beheer oor meetkundige beelde verkry word, is deur taal: deur te beskryf wat jy sien, en deur ander wat praat oor wat hulle sien. Meetkundige taal word ook gesien as 'n taal van beskrywing (Pimm, 1995:33). Taal kan gebruik word om nuwe beelde, wat nog nie vantevore deur mense bedink is nie, te skep. Dit bevestig Russell se siening dat taal denke moontlik maak wat andersins nie sou kon bestaan nie (sien § 2.2). In aansluiting hierby beweer Freudenthal (1973:133) dat meetkunde een van die mees geskikte maniere is waarop die werklikheid gematematiseer kan word.

Met die eerste oogopslag lyk dit asof daar min in die pad staan van simboliese aktiwiteit in Euklidiese meetkunde, in teenstelling met Algebra. Meetkundige vorms, eienskappe en verwantskappe word tog direk waargeneem, sonder die behoefte aan intermediêre voorstellings. Een vraag wat gevra kan word, is of die betekenis van meetkunde lê in beelde in die gedagte van die waarnemer. Indien wel, is hierdie beelde van iets (maar wat), of dinge in hulself? Is interne beelde dit waarna die feite van meetkunde verwys? Uit verdere denke aangaande die aard van 'n meetkundige voorstelling, blyk dat dinge nie so maklik is nie. Die status van 'n meetkundige tekening en die gebruik daarvan as 'n hulpmiddel in meetkundige redenering, is dubbelsinnig (Pimm, 1995:57). Die doel van die gebruik van sulke diagramme is om deur die besonderheid van die diagram te sien om sodoende die veralgemening te snap.

Daar is toenemende fisiologiese getuieis dat ruimtelike voorstelling en taal in die leer van wiskunde gekoppel kan word aan die aktiwiteite van die twee helftes van die brein: ruimtelike prosessering deur die regterhemisfeer en taalfunksie in die linkerhemisfeer (Dickson *et al.*, 1984:7). Individuele leerders is nie noodwendig ewe bevoeg in beide aktiwiteite nie. Vir die meeste regshandige persone is die linker- en regterhemisfere hoofsaaklik betrokke in die volgende aspekte van inligtingsprosessering:

- Die linkerhemisfeer:

Die linkerhemisfeer "dink" in woorde en prosesseer fyn besonderhede deur van die deel na die geheel te werk. Die linkerhemisfeer is die sentrum vir taalkommunikasie in terme van lees en praat en is gemoeid met die verstaan en organisering van taal. Visuele materiaal word ontvang deur die linkerhemisfeer en word weergegee deur middel van spraak en skryf. Linkerhemisfeeraktiwiteit is ook gemoeid met die verwerking van inligting op die abstrakte vlak van taal en woorde (Dickson *et al.*, 1984:8).

- Die regterhemisfeer:

Die regterhemisfeer “dink” in beelde en is gemoeid met ruimtelike en visuele aspekte. Visuele inligting word geprosesseer deur van die geheel na die deel te werk. Die regterhemisfeer kan eenvoudige taal verstaan en sommige abstrakte denke uitvoer deur simbole te gebruik. Die regterhemisfeer memoriseer feite, neem visueel waar en kommunikeer deur dade en beelde. Die inligting wat deur die regterhemisfeer ontvang word, kan deur die linkerhemisfeer gekommunikeer word deur middel van gesproke en geskrewe taal (Dickson *et al.*, 1984:8).

Wiskundige denke behels onder andere die herhaalde gebruik van beelde: kinestetiese beelde (van liggaamlike aksies), beelde op skerms (sakrekenaars of rekenaars), getekende statiese diagramme (in handboeke), en interne beelde self (in die leerder se geestesoor) (Pimm, 1996:16). Hoe moet ons beelde kommunikeer en aangaande beelde kommunikeer? ‘n Effektiewe manier om beelde te skep, is deur gebruik te maak van woorde alleen - om byvoorbeeld ‘n verbeeldingstaak aan ‘n leerder te gee waarin hy in sy gedagterewêreld ‘n bepaalde geheelvoorstelling moet maak. Wanneer aan leerders ‘n voorstelling van ‘n meetkundige figuur gewys word, en leerders word gevra om te beskryf wat hulle sien, gebruik hulle dikwels ‘n kombinasie van woorde en gebare om die vraagsteller se aandag te rig.

Om te leer om soos ‘n wiskundige te praat, behels die vermoë om taal te gebruik om sodoende wiskundige beelde op te roep en te beheer, sowel as om dit aan ander oor te dra. Die beperkings om nie ander middele ter verduideliking as slegs woorde te gebruik nie, skep ‘n forum vir wiskundeleer. Die fokus is op die gebruik van gesproke taal sonder die meegaande gebaretaal. Sodoende word leerders die geleentheid gebied om sekere kommunikasievaardighede in te oefen. Dit sluit in die “spreker” se akkurate beskrywing van wat hy sien en die “luisteraar” se vermoë om beelde te vorm uit woorde (Pimm, 1996:17).

Een van die primêre funksies van ‘n taal is die oordrag van betekenis, asook om die spreker in staat te stel om na iets te verwys. Een van die primêre probleme van taal in wiskunde is dat die betekenis wat oorgedra moet word dikwels kompleks is, en die woorde wat ons gebruik om hierdie betekenis oor te dra, dikwels verwar word met ander betekenis wat miskien meer bekend is in die alledaagse taal (Durkin, 1991:7).

4.3 Die ontwikkeling van ruimtelike konsepte (en meetkundige denke)

Meetkunde is die wiskunde van ruimte, en wiskundiges benader ruimte anders as kunstenaars, ontwerpers en aardrykskundiges. Hulle ondersoek die meetkundige interpretasie van ruimte. Daarom het wiskunde-onderwysers die taak om leerders te help om kennis en vaardighede aan te leer in die interpretasie van ruimte (Bishop, 1983:175).

Die jong kind se eerste interaksie met sy omgewing, nog voor die ontwikkeling van taal, is hoofsaaklik gebaseer op ruimtelike ervaring, en meer spesifiek deur die sintuie van tas en sig. Later ontwikkel taal en neem betekenis aan binne die konteks van die fisiese omgewing. Sielkundiges soos Piaget en Bruner (1967) het geglo dat die manipulasie van konkrete voorwerpe die basis vorm van menslike kennis, en spesifiek van wiskunde. Fisiese aksies word geïnternaliseer en veralgemeen na konsepte en relasies, waaraan sekere simbole gekoppel kan word, hetsy woorde of wiskundige simbole.

Skoolmeetkunde is die studie van daardie ruimtelike objekte, verhoudings en transformasies wat geformaliseer is, en die aksiomatiese wiskundige stelsels wat gekonstrueer is om dit voor te stel. Ruimtelike redenering, daarenteen, bestaan uit die versameling kognitiewe prosesse waardeur denkvoorstellings vir ruimtelike objekte, verbande en transformasies gekonstrueer en gemanipuleer word (Clements & Battista, 1992:420). Dit is dus duidelik dat meetkunde en ruimtelike denke sterk interverwant is. In aansluiting hierby beskryf Usiskin (1987: 26-27) vier dimensies van meetkunde, naamlik a) visualisering, teken en skets van figure; (b) studie van ruimtelike aspekte van die fisiese wêreld; (c) die gebruik van meetkunde as 'n voertuig waarmee nie-visuele wiskundige konsepte en verwantskappe voorgestel kan word; en (d) voorstelling as 'n formele wiskundige stelsel.

Volgens Suydam (1985: 481) is daar in die algemeen ooreenstemming dat die doel van meetkunde onderrig die volgende behoort te wees:

- Die ontwikkeling van logiese denkvermoëns;
- die ontwikkeling van ruimtelike intuïsie omtrent die wêreld;
- die oordra van kennis om meer wiskunde te leer; en
- onderrig van die lees en interpretasie van wiskundige argumente.

In aansluiting hierby definieer die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring (2002:4) wiskunde as die konstruksie van kennis wat handel met kwantitatiewe en

kwalitatiewe verwantskappe tussen ruimte en tyd. Wiskunde is 'n menslike aktiwiteit wat handel met patrone, probleemoplossing, logiese denke ens. in 'n poging om die wêreld waarin ons leef te verstaan. Hierdie begrip word uitgedruk en ontwikkel deur taal, simbole en sosiale interaksie.

4.3.1 Piaget se teorie aangaande die vorming van ruimtelike konsepte

Piaget voer aan dat kinders deur verskillende ontwikkelingsfases beweeg. Die eerste fase is die periode van senso-motoriese aktiwiteit (0-24 maande), waarin die oorheersende aktiwiteit dié van waarneming is. Hierna volg die periode van operasionele denke (2-11 jaar). Gedurende hierdie fase begin simboliese voorstelling. Die kenmerkende eienskap van hierdie fase is die vermoë van 'n leerder om 'n bepaalde idee in gedagte te hê, terwyl hy besig is met 'n probleem. Gedagtes kan nog nie suiwer intern gemanipuleer word soos in die formele operasionele fase nie (Sutherland, 1992:16). Objekte moet nog fisies teenwoordig wees - vandaar *konkrete bewerkings*.

Hierna volg die periode van formele bewerkings. Tydens hierdie fase word klem gelê op die vermoë van die adolessent om op 'n logies konsistente wyse te redeneer, sonder die gebruikmaking van konkrete materiaal (Sutherland, 1992:19). Dit is juis hierdie eienskappe wat dit van die konkrete operasionele fase onderskei. Die formeel-operasionele adolessent dink meer effektief in *simboliese* terme. Piaget se formeel-operasionele denke is hipoteties-deduktief. Die leerder kan 'n begrip vorm van 'n nuwe idee, dit in sy gedagte toets, hetsy prakties, of op papier. Deduksie word nou gebruik. Die leerder kan 'n implikasie vanaf 'n algemene beginsel aflei. Denke word nie meer beperk deur die realiteit of persoonlike ervaring nie.

Onderskeid word getref tussen "tekens" en "simbole" (Furth, 1969:87). Tekens of indekse word nie deur die leerder gevorm nie, maar die leerder reageer op die teken met feitlik geoutomatiseerde handelinge. Simbole, daarenteen, is tekens wat deur die leerder gevorm word en lei tot internalisering. Vir Piaget vorm taal deel van 'n hele reeks nuutaangeleerde gedragsvaardighede wat manifesteer in 'n nuwe modus van intelligente gedrag. Hy noem dit die simboliese funksie en definieer dit as die kapasiteit om objekte voor te stel deur middel van gedifferensieerde tekens, dit is simbole (Furth, 1969:89). Piaget sien taal as een van die vorms van verbale gedrag.

Piaget stel ook 'n teorie voor van die kind se ontwikkeling van ruimtelike konsepte. Hy onderskei tussen *waarneming*, wat hy definieer as die kennis van voorwerpe as

gevolg van direkte kontak daarmee, en *voorstelling* (of geheuebeeld) wat die oproeping van voorwerpe in hul afwesigheid behels.

Leerders vorm ruimtelike konsepte op twee maniere (Piaget & Inhelder, 1967:42-43). Eerstens word voorstellings van ruimte gekonstrueer deur progressiewe organisasie van die kind se motoriese en geïnternaliseerde aksies, wat resulteer in operasionele stelsels. Daarom is die voorstelling van ruimte nie 'n perseptuele "aflees" van die ruimtelike omgewing nie, maar die opbou van vorige aktiewe manipulasie van daardie omgewing.

Tweedens volg die progressiewe organisering van die meetkundige idees 'n bepaalde volgorde, en hierdie orde is meer logies as histories in die sin dat topologiese verwantskappe, soos geslotenheid en kontinuïteit, aanvanklik gekonstrueer word, en later projektiewe verwantskappe, soos reglynigheid, en Euklidiese verwantskappe, soos ewewydigheid, hoekigheid en afstand (Clements & Battista, 1992:422). Piaget en Inhelder beweer dat perseptuele ruimte die ontwikkeling van konseptuele ruimte uitsluit, in die sin dat die ontwikkeling daarvan ook die stelling aangaande topologiese voorrang omvat; dit word ook gekonstrueer eerder as wat dit teenwoordig is by die aanvang van ontwikkeling. Konseptuele ruimte reflekteer eienskappe van operasionele denke.

Piaget en Inhelder (1967:404) beweer dat die ontwikkeling van meer gesofistikeerde ruimtelike konsepte toenemend sistematiese en gekoördineerde handeling behels. Die abstraksie van vorms is nie 'n perseptuele abstraksie van 'n fisiese eienskap nie, maar die resultaat van 'n koördinering van kinders se handeling. Piaget en Inhelder (1967:83) kom tot die gevolgtrekking dat kinders verwysingstelsels moet vorm, nie op grond van bekendheid as gevolg van ervaring nie, maar op grond van operasionele verbinding en koördinering van alle moontlike standpunte waarvan hulle bewus is.

In die ontwikkeling van Euklidiese ruimte, betwis Piaget en Inhelder die bewering dat daar 'n ingebore geneigdheid of vermoë bestaan om voorwerpe in 'n twee- of driedimensionele verwysingsraamwerk te organiseer. Ruimtelike bewustheid begin nie met so 'n organisasie nie; die raamwerk self is eerder 'n eindpunt van die ontwikkeling van Euklidiese ruimte (Clement & Battista, 1992:423). Intuïsie van ruimte is dus nie 'n "aflees" of ingebore begrip van die eienskappe van voorwerpe nie, maar 'n stelsel van verwantskappe wat voortspruit uit interaksie met hierdie voorwerpe (Clements & Battista, 1992:424).

In Hoofstuk 2 (sien § 2.2.3) is melding gemaak van Piaget se siening dat kognitiewe strukture onafhanklik van taal ontwikkel, en dat abstrakte denkstrukture na vore kom uit handeling, nie uit taal. Een van die punte van kritiek teen Piaget en Inhelder se werk is juis die feit dat hulle nie aandag gee aan die rol van taal in die vorming van ruimtelike konsepte by kinders nie.

4.3.2 Van Hiele se teorie aangaande die vorming van meetkundige denke

Beide Piaget en Van Hiele deel die standpunt dat geen onderrig beter is as onderrig op die verkeerde stadium van 'n leerder se meetkunde-ontwikkelingsvlak. Onderrig moet pas by die leerder se denkvlak. Op watter stadium moet onderrig dan begin? 'n Belangrike vraag in die verduideliking hiervan is of denke sonder woorde dan denke is. Van Hiele (1986:9) beweer dat taal baie belangrik is vir denke. Sonder taal is denke onmoontlik; sonder taal is daar nie ontwikkeling in die wetenskap nie. In 'n latere artikel (Van Hiele, 1999:311) kom hy egter tot 'n ander insig, naamlik dat nie-verbale denke van groot belang is. Alle rasonale denke is gesetel in nie-verbale denke en baie besluite word geneem met slegs daardie soort denke.

Van Hiele (1986:236) maak die opmerking dat vir die vorming van hoër denkvlakke, gesprek 'n onontbeerlike fase is. Deur gesprek word hoër strukture gevorm. Reëls wat die laer strukture beheer, word deur gesprek ontdek. Sal dit dan nie moontlik wees om reëls van die hoër strukture te ontdek deur die taal wat gebruik word sorgvuldig te ondersoek nie, of om die taal van die hoër vlak af te lei van die taal van die laer vlak nie?

Van Hiele se teorie behels vyf vlakke van denkontwikkeling, alhoewel hy in onlangse literatuur die laaste twee vlakke as een saamgevoeg het (Fuys *et al.* 1988:5; Van Hiele, 1999:311):

- **Vlak 1** begin met nie-verbale denke. Figure word van mekaar onderskei op grond van hul individuele vorms as 'n geheel. Die leerder benoem meetkundige vorms op grond van hul voorkoms. Verwantskappe of ooreenkomste tussen vorms word nie raakgesien nie.
- **Vlak 2** staan bekend as die beskrywende vlak. Daar ontwikkel nou 'n bewustheid van die dele van 'n figuur. Eienskappe word ontdek deur praktiese werk soos meting, skets en modelbou. 'n Leerder sien byvoorbeeld dat 'n reghoek vier regte hoeke het, en die teenoorgestelde sye ewe lank is. Op hierdie vlak is taal baie belangrik vir die beskrywing van eienskappe van vorms. Eienskappe word egter nog nie logies georden nie.

- **Vlak 3** is die informele afleidingsvlak. Verwantskappe en definisies begin vorm aanneem. Logiese verbande word raakgesien deur middel van eksperimentering en redenering. Leerders gebruik eienskappe wat hulle alreeds ken om nuwe definisies te formuleer. Hulle gebruik byvoorbeeld die definisies van vierkante en reghoeke om te verduidelik waarom alle vierkante reghoeke is. Op hierdie vlak word die intrinsieke betekenis van deduksie, dit is die rol van aksiomas, definisies, stellings en hul omgekeerdes nog nie verstaan nie. Dikwels het leerders nog nie hierdie vlak van informele afleiding bereik nie, en gevolglik ondervind hulle groot struikelblokke in die bestudering van Euklidiese Meetkunde wat formele afleiding behels.
- **Vlak 4 en 5:** op hierdie vlakke ontwikkel deduktiewe redenering, sonder dat konkrete interpretasie dit voorafgaan. Die leerder kan stellings deduktief bewys en vestig interverwantskappe tussen netwerke van stellings.

Die Van Hiele het opgemerk dat leer 'n diskontinue proses is en dat daar spronge in die leerkurwe is, wat dui op die teenwoordigheid van "vlakke" (Fuys *et al.*, 1988:5). Hulle het ook waargeneem dat die leerproses op sekere plekke in die onderrig opgehou het. Later gaan die proses vanself voort soos dit was. Intussen blyk dit asof die leerder 'n "versadigingspunt" bereik het. Die onderwyser slaag nie daarin om 'n bepaalde onderwerp te verduidelik nie, dalk vanweë die feit dat hy 'n taal praat wat nie deur die leerders verstaan word wat nog nie daardie nuwe vlak bereik het nie. Hulle mag dalk die verduidelikings van die onderwyser aanvaar, maar die onderwerp wat verduidelik word, sal nie deel van hulle word nie. Die leerder voel hulpeloos, en mag dalk sekere aktiwiteite naboots, maar sonder enige begrip totdat hy die nuwe vlak bereik het.

Memoriserings van definisies, wat op 'n hoër vlak betekenisvol kan wees, help leerders nie noodwendig om vooruitgang op 'n laer vlak te maak nie. Soortgelyk hang beweging van vlak 1 na vlak 2 af van aktiwiteite wat van leerders verg om verby enkele eienskappe te beweeg, en aktief te ondersoek en te verduidelik hoe hierdie eienskappe verwant is in figure en families van figure (Carroll, 1998: par 3).

Die Van Hiele het sekere waarnemings gemaak aangaande die aard van die denkvlakke en hul verwantskap ten opsigte van onderrig (Fuys *et al.*, 1988:5). Hoe ontwikkel leerders hierdie denke? Volgens Van Hiele (1999:311) is ontwikkeling meer afhanklik van onderrig as van ouderdom. Om die oorgang van een vlak na 'n volgende te bewerkstellig, moet onderrig volgens 'n vyf-fase volgorde van aktiwiteite geskied. Hierdie fases lei na 'n hoër vlak van denke:

- **Inligting:** Onderrig moet begin met 'n ondersoekende fase waarin leerders deur middel van konkrete voorwerpe geleë word om sekere strukture te ontdek en te ondersoek.
- **Gerigte oriëntasie:** Take word aangebied op 'n manier dat die kenmerkende strukture geleidelik aan leerders verskyn (bv. deur papiervou, meting, ens.).
- **Verklaring/verduideliking:** Die onderwyser stel sekere terminologie bekend, en moedig leerders aan om dit in hulle gesprekke en geskrewe meetkunde take te gebruik. Die leerder word ook bewus van verwantskappe, en probeer dit in woorde uitdruk. Hy leer dus die nodige tegniese taal wat die vakinhoud vergesel.
- **Vrye oriëntasie:** Die leerder leer, deur die doen van meer komplekse take, om sy eie weg te vind in die netwerk van verwantskappe, en sodoende meer vaardigheid te verkry in die beweging tussen verskillende netwerke (Hy ken bv. die eienskappe van een figuur, en ondersoek dan die eienskappe van 'n nuwe figuur).
- **Integrasie:** Gedurende die laaste fase word leerders die geleentheid gebied om dit wat hulle geleer het op 'n verskeidenheid van maniere saam te vat en toe te pas (Eienskappe van verskillende figure word opgesom).

Die Van Hiele-teorie het die volgende definiërende eienskappe (Clements & Battista, 1992 :426 - 427, Fuys *et al.*, 1988: 5-6, Usiskin, 1982:77-78):

- Leer is 'n diskontinue proses. Daar is dus "spronge" in die leerkurwe wat dui op die teenwoordigheid van kwalitatief verskillende vlakke van leer;
- die vlakke is opeenvolgend en hiërargies na bo. Vir leerders om genoegsaam te funksioneer op een van die gevorderde vlakke in die hiërargie, moet hulle groot dele van die laer vlakke bemeester het;
- konsepte wat op een vlak implisiet verstaan word, word op 'n volgende vlak eksplisiet verstaan;
- elke vlak het sy eie taal, sy eie simbole en sy eie stelsel waarin simbole met mekaar in verband gebring word. Taalstruktuur is 'n belangrike faktor in die beweging deur hierdie vlakke: vanaf die globale (konkrete) strukture (vlak 1), na visuele meetkundige strukture (vlakke 2-3), na abstrakte strukture (vlakke 4-5);
- twee persone wat op verskillende vlakke redeneer kan mekaar nie verstaan nie.

Die Van Hiele model lê 'n skokkende gebrek aan harmonie in die onderrig en leer

van wiskunde bloot (Hoffer, 1983:218). Leerders se denkvlakke verskil van mekaar en van die onderwyser s'n. Woorde en konsepte word deur leerders gebruik op maniere wat verskil van die bedoeling wat die onderwyser of die handboek het. Van Hiele beklemtoon die feit dat baie mislukkinge in die onderrig van meetkunde voorkom as gevolg van 'n taalhindernis - die onderwyser gebruik die taal op 'n hoër vlak as wat deur die leerder verstaan word (Fuys *et al.*, 1988:7). Onderrig moet 'n duidelike onderskeid tref tussen algemene gebruik van taal en wiskundige gebruik. Onderwysers moet daarop bedag wees dat leerders se konsepte onderliggend aan die taal taamlik verskillend kan wees. Dus, wanneer wiskundige taal te vroeg gebruik word, of wanneer die onderwyser nie alledaagse taal as 'n verwysingsraamwerk gebruik nie, word wiskundige taal aangeleer sonder meegaande wiskundige begrip.

Leerders se taal is 'n aanduiding van hoe hulle visuele aanwysings gebruik om meetkundige figure waar te neem (Hoffer, 1983:215). Hulle laat byvoorbeeld relevante eienskappe uit wanneer vorms geïdentifiseer word, byvoorbeeld: reguit sye word nie as 'n noodsaaklike voorwaarde beskou vir 'n figuur om 'n driehoek te wees nie. Leerders sluit ook irrelevante eienskappe as noodsaaklike voorwaarde in, soos dat alle sye gelyk moet wees voordat 'n figuur as 'n driehoek geklassifiseer sal word.

Deur die manier waarop leerders antwoorde gee, kan hul denkprosesse ontleed word deur die vlakke-struktuur te gebruik. Selfs wanneer leerders eienskappe van figure ontleed (vlak 2), en in staat is om hul waarnemings te verbaliseer, laat hulle toe dat die visuele beeld van die figuur hul beskrywings beïnvloed, byvoorbeeld: "n parallelogram het albei pare teenoorstaande sye gelyk en parallel. Twee sye is langer as die ander, en hy het nie 'n regte hoek nie, anders sou dit 'n reghoek gewees het" (Hoffer, 1983:216).

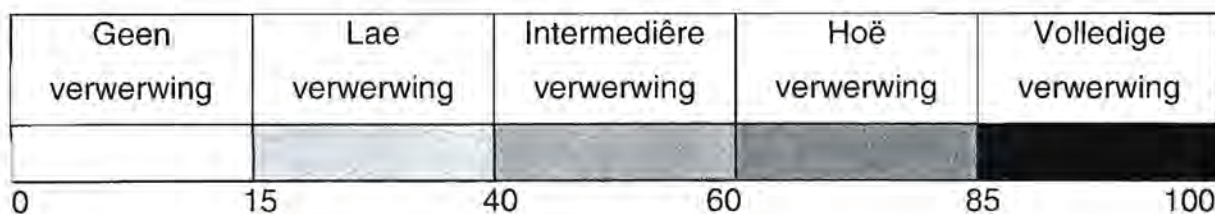
Navorsingsresultate in 'n studie wat deur die Van Hieles gedoen is, dui daarop dat leerders taal gebruik wat metakognisie aangaande die kwaliteit van denke en verwagtinge op verskillende vlakke behels (Fuys *et al.*, 1988:182).

Usiskin het bevind dat bykans 75% van leerders wat hoërskool toe gaan, op of onder Van Hiele se vlak 1 is. Min leerders het getoets dat hulle 'n begripvlak het wat nodig is vir 'n bewys-geöriënteerde meetkundeklas (Senk, 1989:319).

4.3.3 Kritiek teen Van Hiele se teorie

In 'n studie deur Burger en Shaughnessy (1986:45) het verskeie eienskappe aangaande die Van Hiele-vlakke na vore gekom. Eerstens het dit geblyk dat die vlakke komplekse strukture is wat die ontwikkeling van konsepte en redeneringsprosesse van toepassing maak op vele taakomgewings. Tweedens, alhoewel die Van Hiele die vlakke as diskrete strukture geteoretiseer het, het hierdie studie nie daardie eienskap gereflekteer nie. Laastens het sommige leerders verskillende voorkeure vir Van Hiele-redeneringsvlakke ten opsigte van verskillende take getoon. Dus kom die vlakke eerder dinamies as staties voor, en is ook meer kontinu van aard. Leerders mag dalk 'n paar keer heen en weer tussen vlakke beweeg terwyl hulle in die oorgang van een vlak na 'n volgende is.

In aansluiting hierby, gaan Gutiérrez, Jaime en Fortuny (1991:237) van die standpunt uit dat hoewel die meeste leerders 'n dominante vlak van denke toon in die beantwoording van oop-einde vrae, toon 'n groot aantal van hulle tog die teenwoordigheid van ander vlakke in hulle antwoorde. Gutiérrez *et al.* (1991:238) beweer dat die Van Hiele vlakke nie diskreet is nie, en dat die oorgang tussen vlakke in meer diepte bestudeer moet word. Hierdie bewering word gebaseer op twee argumente: (a) Ten einde 'n meer volledige siening van die meetkundige redenering van leerders te hê, moet hulle vermoë om elkeen van die Van Hiele vlakke te gebruik in berekening gebring word eerder as om 'n enkele vlak toe te ken. (b) Kontinuiteit in die Van Hiele vlakke beteken dat die verwerwing van 'n spesifieke vlak nie oombliklik gebeur nie, maar kan maande of jare neem. Hulle bied 'n alternatiewe metode aan om daardie leerders te evalueer en te identifiseer wat in die oorgang tussen die vlakke is.



Figuur 4.1: Grade van verwerwing van 'n Van Hiele vlak (Gutiérrez *et al.*, 1991: 238)

Die verwerwing van 'n denkvlak word gekwantifiseer deur dit voor te stel met 'n segment op 'n skaal van 0 tot 100. 'n Verdeling word ook gemaak om hierdie kontinue proses te verdeel in vyf periodes wat gekenmerk word deur die kwalitatief verskillende maniere waarop leerders redeneer. Hierdie periodes verteenwoordig fundamentele verskille in die graad van verwerwing van 'n gegewe vlak.

Aanvanklik is leerders nie bewus nie of het nie 'n behoefte aan denkmetodes spesifiek tot 'n nuwe vlak nie. Hulle het *geen verwerwing* van hierdie vlak van redenering nie (Gutiérrez *et al.*, 1991: 238).

Wanneer leerders bewus word van die metodes van denke op 'n gegewe vlak, asook die belangrikheid daarvan, probeer hulle om dit te gebruik, maar as gevolg van gebrekkige ervaring, het hulle min sukses, en val terug op 'n laer vlak van redenering. Hulle het 'n *lae graad van verwerwing* (Gutiérrez *et al.*, 1991:238).

'n Toename in ervaring lei tot 'n *intermediêre graad van verwerwing*. Leerders gebruik metodes van hierdie vlak meer dikwels en met groter akkuraatheid. 'n Gebrek aan bemeestering van hierdie metodes laat die leerder terugval op metodes van die vorige vlak wanneer hulle probleme teëkom. Redenering gedurende hierdie periode word gekenmerk deur voortdurende spronge tussen die twee vlakke (Gutiérrez *et al.*, 1991: 239).

Met meer ervaring word leerders se redenering progressief versterk, en hulle bereik 'n *hoë graad van verwerwing*, alhoewel nog nie volledig nie. Leerders maak steeds foute of val nog terug na 'n vorige vlak (Gutiérrez *et al.*, 1991:239).

Leerders wat beskik oor 'n volledige bemeestering van die nuwe vlak van denke, en dit sonder enige probleme gebruik, het 'n *volledige verwerwing* van die nuwe vlak bereik (Gutiérrez *et al.*, 1991:239).

Gutiérrez *et al.* (1991:239) stel 'n assesseringsprosedure voor bestaande uit 'n reeks oop-einde vrae, asook kriteria vir die evaluering van leerders se antwoorde op elke item. Vir elke item word 'n numeriese waarde toegeken wat gekoppel word aan 'n skaal wat gebruik word om die grade van verwerwing te bepaal. 'n Evaluasie van

elke antwoord word gedoen op grond van die denkvlakke wat gereflekteer word, sowel as die wiskundige korrektheid en volledigheid. Eerstens word elke antwoord geklassifiseer op grond van die Van Hiele denkvlakke wat gereflekteer word, deur gebruik te maak van die beskrywings van daardie vlak. Tweedens word elke antwoord gekoppel aan een van 'n aantal soorte antwoorde, afhangende van die wiskundige akkuraatheid daarvan, en hoe volledig die oplossing vir die aktiwiteit is (Gutiérrez *et al.*, 1991: 239). Om te bepaal tot watter tipe 'n antwoord behoort, is dit nodig om dit te beskou vanuit die gesigspunt van die Van Hiele-vlak wat dit reflekteer.

Enige antwoord op 'n oop-eindevraag kan aan een van die volgende tipes toegeskryf word (Gutiérrez *et al.*, 1991:240):

Tipe 0	Geen antwoord, of antwoord kan nie gekategoriseer word nie
Tipe 1	Antwoorde dui daarop dat die leerder nie die gegewe vlak bereik het nie, maar gee geen inligting oor 'n laer vlak nie.
Tipe 2	Antwoorde bevat verkeerde en onvolledige verduidelikings, redeneringsprosesse of resultate.
Tipe 3	Korrekte, maar onvolledige antwoorde wat 'n mate van aanduiding gee dat 'n gegewe vlak van redenering bereik is. Antwoorde bevat steeds min verduidelikings en onontwikkelde redeneringsprosesse, of baie onvolledige resultate.
Tipe 4	Korrekte of verkeerde antwoorde wat duidelik kenmerkende eienskappe van twee opeenvolgende Van Hielevlakke reflekteer. Antwoorde bevat duidelike redeneringsprosesse en voldoende regverdigings
Tipe 5	Antwoorde wat volledige maar verkeerde redeneringsprosesse verteenwoordig, of antwoorde wat korrekte redenering reflekteer, maar wat nie tot die oplossing lei nie.
Tipe 6	Korrekte antwoorde wat duidelik 'n gegewe vlak van redenering reflekteer, maar is onvolledig of onvoldoende regverdigbaar.
Tipe 7	Korrekte, volledige en voldoende regverdigbare antwoorde wat duidelik 'n gegewe vlak van redenering reflekteer.

Figuur 4.2: Tipes antwoorde op oop-einde vrae

Antwoorde van tipe 0 en 1 dui geen vlak aan nie. Antwoorde van tipe 2 en 3 dui aan dat die leerder begin met die aanleer van die vaardighede van 'n gegewe vlak. In beide gevalle is die antwoorde baie onvolledig en kort. Tipe 4 antwoorde dui op antwoorde waarvoor die leerder twee vlakke van redenering gebruik, maar nie een van die vlakke is duidelik dominant nie. Tipe 5 en 6 antwoorde is 'n aanduiding daarvan dat 'n leerder 'n dominante vlak van redenering gebruik, alhoewel 'n laer vlak tog nog na vore kan kom. Tipe 7 dui daarop dat die leerder 'n bepaalde vlak ten volle aangeleer het, aangesien só 'n leerder probleme oplos deur slegs metodes van redenering kenmerkend aan daardie vlak te gebruik (Gutiérrez *et al.*, 1991:241).

Die agt tipes antwoorde weerspieël die verskillende grade van verwerwing van die Van Hiele denkvlakke. Tipes 0 en 1 dui geen verwerwing aan; tipe 2 en 3 lae verwerwing; tipe 4 intermediêre verwerwing; tipe 5 en 6 hoë verwerwing en tipe 7 volledige verwerwing van die vlak. Die tipe antwoorde word gekwantifiseer in terme van die skaal van aanleer van die gereflekteerde vlak van redenering. Die volgende tabel toon die numeriese gewig wat aan elke tipe toegeken word

Tipe	0	1	2	3	4	5	6	7
Gewig	0	0	20	25	50	75	80	100

Figuur 4.3: Gewigte van die verskillende tipes antwoorde (Gutiérrez *et al.*, 1991:241)

Verskeie beskrywings van die Van Hiele-vlakke lei tot die gevolgtrekking dat 'n mens nie 'n vlak van redenering as 'n enkele proses moet beskou nie, maar eerder as 'n versameling van prosesse (Gutiérrez & Jaime, 1998:28). Baie min skrywers het die Van Hiele-vlakke eksplisiet beskou as 'n versameling wiskundige redeneringsprosesse. De Villiers (1987:7) identifiseer byvoorbeeld ses "meetkundige denkkategorieë":

- Herkenning en voorstelling van figuursoorte (vlak 1)
- Gebruik en begrip van terminologie (vlak 2)
- Verbale beskrywing van eienskappe van figuursoorte (vlak 2)

- Hiërargiese klassifikasie (vlak 3)
- Een stap deduksie (afleiding) (vlak 3)
- Langer afleidings (vlak 4)

Hoffer (1981:11-13) beskryf vyf vaardighede in meetkunde wat in berekening gebring moet word by die assessering van leerders se redeneringsvlakke, naamlik die visuele-, verbale-, voorstellings-, logiese- en implementeringsvaardighede. Hoffer het ook die eienskappe van elke vaardigheid in elke Van Hiele-vlak beskryf. Terwyl die kategorieë soos deur De Villiers geïdentifiseer tot 'n spesifieke Van Hiele-vlak behoort, is die vaardighede soos deur Hoffer (1981) beskryf, deel van elke vlak. Gutiérrez en Jaime (1998: 29) kies na aanleiding van 'n analise van die verskillende beskrywings, 'n middeweg deur verskillende redeneringsprosesse as kenmerkend tot sommige Van Hiele-vlakke (maar nie almal) te identifiseer:

- **Herkenning** van tipes en families van meetkundige figure, identifisering van komponente en eienskappe van die figure.
- **Definisie** van 'n meetkundige konsep. Hierdie proses kan op twee maniere gesien word: die *formulering* van 'n definisie deur 'n leerder, asook die *gebruik* daarvan.
- **Klassifikasie** van meetkundige figure of konsepte in verskillende families of klasse.
- **Bewys** van eienskappe of stellings.

Elkeen van bogenoemde prosesse is 'n komponent van twee of meer vlakke van redenering. Hoe 'n leerder die proses beskou en gebruik, is 'n aanduiding van die leerder se vlak van redenering (Gutiérrez & Jaime, 1998: 29 - 31):

- Herkenning deur leerders op vlak 1 is beperk tot fisiese, algemene eienskappe van figure. Hulle gebruik soms meetkundige woordeskat, maar hierdie terme het eerder 'n visuele as 'n wiskundige betekenis. Leerders op vlak 2 en hoër, is wel in staat om meetkundige konsepte te herken en gebruik. Daar word nie onderskeid getref met betrekking tot die herkenningsvermoë op vlak 2, 3 en 4 nie.

- Leerders op vlak 1 is nie by magte om gegewe wiskundige definisies te gebruik nie. Wanneer leerders op vlak 2 in aanraking kom met 'n wiskundige definisie, en hulle ken elke eienskap wat in die definisie vervat word, kan hulle dit gebruik. Leerders op vlak 2 verstaan egter nog nie die logiese struktuur van definisies nie. Aangesien leerders op vlak 3 logiese verwantskappe tussen wiskundige eienskappe kan vasstel, is hulle in staat om wiskundige definisies te formuleer. Die vordering na vlak 4 behels 'n beter begrip van die logiese struktuur van wiskunde, daarom sal 'n leerder op vlak 4 erken dat daar verskeie definisies vir dieselfde konsep bestaan, en hulle ekwivalensie kan bewys.
- Leerders op vlak 1 het slegs 'n begrip van eksklusiewe klassifikasies, aangesien hulle nie enige logiese verwantskap tussen verskillende klasse kan raaksien nie. Leerders op vlak 2 ondervind probleme met die vasstelling van logiese verbande tussen eienskappe. Daarom is die klassifikasies wat deur hierdie leerders aangebied word, gewoonlik eksklusief. As hierdie leerders kennis maak met 'n definisie wat verskil van die een wat hulle geleer het, sal hulle gewoonlik nie die nuwe een aanvaar nie, en voortgaan om hul "eie " definisie te gebruik.

Navorsing toon dat leerders op vlak 3 die vermoë het om inklusiewe klassifikasies van families te maak, dus word leerders wat byvoorbeeld sê dat vierkante nie reghoeke is nie, op vlak 2 geplaas. 'n Meer akkurate onderskeid tussen leerders op vlak 2 en 3 is gebaseer op die vermoë om nie-ekwivalente definisies van dieselfde konsep te aanvaar en te identifiseer, en om jou gedagte te verander omtrent die soort klassifikasie, eksklusief of inklusief, wanneer definisies verander word. Leerders op vlak 3 het die maksimum graad van klassifikasievermoë bereik.

- Leerders op vlak 1 verstaan nie die konsep van 'n bewys nie. Vir leerders op vlak 2, bestaan 'n tipiese bewys uit 'n eksperimentele verifikasie van die waarheid in verband met 'n sekere eienskap in een of 'n paar gevalle. Leerders op vlak 3 besit die vermoë om afleidings te maak en logiese bewyse

uit te voer, en kan informele redes aanvoer vir die waarheid van sekere eienskappe. Laastens kan leerders op vlak 4 formele bewyse verstaan en uitskryf.

	Vlak 1	Vlak 2	Vlak 3	Vlak 4
Herkenning	Fisiese eienskappe	Wiskundige eienskappe	-----	-----
Gebruik van definisies	-----	Slegs definisies met 'n eenvoudige struktuur	Enige definisie	Aanvaar verskeie ekwivalente definisies
Formulering van definisies	Lys van fisiese eienskappe	Lys van wiskundige eienskappe	Versameling van noodsaaklike en voldoende eienskappe	Kan die ekwivalensie van definisies bewys
Klassifikasies	Eksklusief, gebaseer op fisiese eienskappe	Eksklusief, gebaseer op meetkundige eienskappe	Kan tussen inklusief en eksklusief beweeg	-----
Bewys	-----	Verifikasie met voorbeelde	Informele logiese bewyse	Formele wiskundige bewyse

Figuur 4.4: Onderskeidende eienskappe van die redeneringsproses op elke van Hiele-vlak (Gutiérrez & Jaime, 1998:32).

4.3.4 Freudenthal se siening aangaande ruimtelike konsepvorming

Freudenthal ondersteun die Van Hiele se teorie van denkvlakke in die leerproses (Freudenthal, 1973:121). Alhoewel denke 'n kontinue handeling is, kom daar tog relatiewe vlakke voor. Meetkunde behoort te begin met die wiskundige organisering van ruimtelike verskynsels (Freudenthal, 1973:124). Die teendeel is egter waar: meetkunde-onderrig begin gewoonlik met wiskundig-georganiseerde inhoud. Die

leerder word ontnem van die geleentheid om te leer om nie-wiskundige vakinhoud te matematiseer; 'n belangrike verwantskap tussen suiwer en toegepaste wiskunde word belemmer; as 'n leerder dan die meetkundige figure in die konteks van meetkunde gesnap het, kan hy begin om dit te organiseer. Wanneer 'n paar parallelogramme aan die leerder gewys word, sal hy begryp wat 'n parallelogram is. Maar die gewone prosedure is dat die onderwyser 'n formele definisie van 'n parallelogram gee. Weer word nog 'n vlak oorgeslaan, en die leerder word ontnem van die geleentheid om die definisie te ontdek. Dit is onwaarskynlik dat die leerder op hierdie stadium die betekenis of die doel van die formele definisie verstaan.

As 'n leerder egter 'n aantal parallelogramme gegee word, sal hy verskeie gemeenskaplike eienskappe ontdek: ewewydigheid van teenoorstaande sye, gelykheid van teenoorstaande hoeke, halvering van diagonale, kongruensie van sekere driehoeke waarin die figuur verdeel word deur diagonale. Die leerder ontdek verwantskappe tussen hierdie eienskappe, en logiese organisering begin. Uiteindelik ontdek hy een eienskap tussen al die eienskappe waarvan al die ander afgelei kan word. Verskillende leerders kies verskillende fundamentele eienskappe, en uiteindelik word die betekenis van 'n formele definisie begryp.

Die leerproses word gestruktureer deur vlakke. Die aktiwiteit van die laer vlak word die voorwerp van analise op die hoër vlak; die operasionele inhoud van die laer vlak word die vakinhoud op die volgende vlak. Die leerder leer om te organiseer op wiskundige wyse, hy leer om sy spontane aktiwiteite te matematiseer.

4.4 Die rol van taal in die ontwikkeling van meetkundige konsepte

Leerders word dikwels verwar deur wiskundige taal in die aanleer van nuwe konsepte wanneer onbekende taal aan hulle voorgehou word sonder die nodige konkrete ervaringe wat deur daardie taal beskryf word (Steele & Reynolds, 1999:39). Taal en betekenis ontwikkel gelyktydig slegs wanneer nuwe woordeskat in 'n betekenisvolle konteks aangebied word - dit is in die leerder se sone van naaste ontwikkeling (sien § 2.2.1). Die konteks is belangrik aangesien leerders woordeskat aanleer gebaseer op die konteks waarin dit voorkom. Ontdekking en ondersoeking in konkrete situasies is 'n kragtige manier om die betekenis van nuwe woorde aan te leer.

Navorsing aangaande wiskundeprestasie het aan die lig gebring dat verskeie hoërskoolleerders nie vorms soos die rombus, vlieër, parallelogram, driehoek en

trapesium kan identifiseer en benoem nie (Dickson *et al.*, 1984: 23). Leerders se prestasie is selfs nog swakker wanneer die vrae wat gevra word eienskappe en kenmerke van meetkundige vorms behels. Uit hierdie bevindinge mag dit dalk blyk asof die onderrig van meetkundige vorms onvolledig is (Triadafillidis, 1995:225). Volgens Freudenthal is definisies in wiskunde “verbindings in deduktiewe denke” (1973:416). Dus, die leer van kenmerkende eienskappe van ‘n meetkundige figuur is noodsaaklik aangesien dit die basis kan vorm van hoër vlakke van denke, en ook help dat die leerder ‘n praktiese en intuïtiewe greep op meetkunde kry.

Ongeag die feit dat daar nie ‘n universeel-aanvaarde definisie van ‘n konsep is nie, staan die term sentraal tot besprekings oor wiskunde-onderrig. Laer orde konsepte kan gevorm word, en gebruik word sonder die gebruik van taal. Tog is die ontwikkeling van hoër orde konsepte onlosmaakbaar verbind met taal (Austin & Howson, 1979:167).

Wiskunde kry in ‘n groot mate gestalte deur middel van gesprek, en nie deur konkrete materiaal alleen nie. Wiskundige konsepvorming begin dikwels deur aksies met voorwerpe, maar kan nie daar bly nie. Leerders moet beweeg vanaf die direkte ondersoeking van die aktuele na die virtuele ondersoeking van die moontlike (Pimm, 1996:12). Nietemin dien aksies as ‘n aanvanklike fokus vir waarneming en gesprek - ‘n rede om waar te neem en aandag te gee en ‘n rede om te beskryf en kommentaar te lewer. As die onderwyser se doel is om meetkundige denke en die ondersoek van verskillende moontlikhede aan te moedig, dan moet die onderwyser probeer om die tempo van die aktiwiteit te vertraag en ingryp in die leerder se denkprosesse om tyd vir nadenke te verseker.

Ten opsigte van die rol van taal en denke in die ontdekking en ontwikkeling van wiskundige konsepte maak Dickson *et al.* (1984:330) die volgende opmerking: Behoort ‘n leerder aangemoedig te word om woorde te gebruik voordat die werklike betekenis van meetkundige konsepte verstaan word? In die onderrig van tersaaklike wiskunde onderwerpe moet besluite geneem word aangaande die optimum tyd wat vir die bekendstelling van tersaaklike woordeskat en simbole benodig word. Dit geskied egter teen ‘n agtergrond van onsekerheid rakende die rol van taal in die aanleer van konsepte: Aan die een kant van die spektrum het Amerikaanse behavioriste denke bloot hanteer as “ongevokaliseerde spraak”, en aan die ander kant beskou Piaget denke as “geïnternaliseerde aksies” en stel dus daarmee dat taal slegs kognitiewe ontwikkeling kan reflekteer, maar nie bepaal nie.

Choat (1974:11) beklemtoon die noue interafhanklikheid tussen taal en konseptuele ontwikkeling: " Even if the learner interacts with the physical aspect of the learning situation, i.e. objects, the verbal element is necessary both as a means of communication and as an instrument of individual representation... in the acquisition of mathematical knowledge, a new concept brings a new word. Devoid of the conception, a child will not understand the word; without the word he cannot as easily assimilate and accomodate the concept. "

Alhoewel die taal van wiskunde 'n belangrike aspek van wiskunde-onderrig is, is daar twee ernstige gebreke in huidige wiskunde-onderrig en -leer. Die eerste is die gebrek aan betekenis in leerders se wiskundige kennis. Baie leerders leer wiskunde hoofsaaklik op 'n prosedurele vlak, en verstaan nie die betekenis van wiskundige konsepte of hoe om dit toe te pas nie (Bradley, 1990:15). Die tweede gebrek in wiskunde-onderrig en -leer is leerders se gebrek aan wiskundige taalfasiliteit, dit is hul onvermoë om in wiskundige taal te kommunikeer. Leerders se kommunikasievaardighede in wiskunde is oor die algemeen onvoldoende, onvolledig en somtyds onvanpas.

Teorieë aangaande die verwantskap tussen taal en die aanleer van konsepte is dit eens dat taal 'n sterk invloed uitoefen op kennis (Bradley, 1990:16). In 'n studie aangaande die verwantskap tussen wiskunde taalfasiliteit en wiskundeprestasie, het Bradley bevind dat wiskundige taalvaardigheid, tesame met prosedurele vermoëns, verwant is aan konseptuele begrip. Daar is dus 'n verwantskap tussen leerders se vermoë om wiskundig te kommunikeer en hulle vlak van betekenisvolle leer. Die voorsiening van wiskundige taalaktiwiteite gedurende die onderrigproses kan leerders heel moontlik help om die gaping tussen prosedurele en konseptuele begrip te oorbrug. In hierdie verband sluit Murray *et al.* (1993:73) aan by Bradley as hulle beweer dat die pogings wat deur leerders aangewend word om sin te maak uit hulle eie en ander se konstruksies lei tot toenemend gesofistikeerde konsepte en prosedures.

Die taal van wiskunde speel ten minste drie belangrike rolle in die klaskamer (Thompson & Rubenstein, 2000:568):

- Onderrig vind plaas deur die medium van taal. Dit is die belangrikste middel van kommunikasie;
- leerders bou begrip namate hulle idees verwerk deur middel van taal;
- die onderwyser diagnoseer en assesser leerders se begrip deur te luister na hul mondelinge kommunikasie en deur hulle wiskundige geskrifte te lees.

Tog is wiskundige taal dikwels 'n uitdaging vir leerders. Leerders moet hierdie taal bemeester as van hulle verwag word om wiskundige begrippe te lees, te verstaan en te bespreek. Anders as 'n moedertaal, is die taal van wiskunde grootliks beperk tot die klaskamer, en daarom moet ons sensitief wees vir sake rakende die taal van wiskunde en leerders se toenemende vloeiendheid daarmee. Thompson en Rubenstein (2000:570 - 571) lig verskillende strategieë uit wat gevolg kan word om hierdie probleme aan te spreek.

4.4.1 Onderrigstrategieë vir die vorming van meetkundige konsepte

4.4.1.1 Algemene strategieë

Een van die eenvoudigste onderrigstrategieë is om eerste te bou aan konsepte, en dan die woordeskat daaraan te koppel om wiskundige idees vas te lê. Leerders kan byvoorbeeld gevra word om verskeie vierhoeke te sorteer en dan in terme van kategorieë te identifiseer, bv. dié met presies twee paar ewewydige sye. Wanneer leerders hierdie vorm kan identifiseer, kan die formele naam, parallelogram, daaraan gekoppel word. Leerders kan ook gevra word om die woord te sê, te skryf, te spel en dan ook met 'n diagram aan te dui.

4.4.1.2 Mondelinge strategieë

Leerders moet die taal hul eie maak deur dit te gebruik. Sulke vloeiendheid in taal vereis intensiewe taalgebruik. Groepwerk wat probleemoplossingstake behels, bied aan leerders die geleentheid om "wiskunde te praat". Usiskin (1996:236) maak selfs die bewering dat as leerders nie weet hoe om wiskunde hardop te lees nie, dit moeilik is om die wiskunde te registreer, aangesien mondelinge taal noodsaaklik is vir die geheue.

Hierdie mondelinge strategieë bied aan onderwysers die geleentheid om insig te verkry in leerders se denke. Mondelinge strategieë moedig leerdergesprek aan, en kan onderriggewers help om hul onderrig aan te pas in belangrike opsigte (Thompson & Rubenstein, 2000:570).

4.4.1.3 Geskrewe strategieë

Verskeie skrywers, soos Dougherty (1996) en Mayer en Hillman (1996) het die krag en waarde van leerders se skrywe aangaande wiskunde beskryf. Leerders moet die geleentheid gebied word om geskrewe voorbeelde te sien en te bespreek om sodoende te leer wat duidelike, geldige wiskundige kommunikasie behels. Binne 'n

ondersteunende leeratmosfeer, word leerders die geleentheid gebied om mekaar se geskrewe werk te evalueer. Evaluering van 'n mede-leerder se werk om die geldigheid en korrektheid daarvan te bepaal, vereis 'n ander vlak van denke as wanneer 'n leerder sy eie werk evalueer.

'n Ander eenvoudige strategie integreer geskrewe werk en probleemoplossing. Leerders kan hulle probleemoplossingswerk byvoorbeeld aan die linkerkant van die bladsy neerskryf, en aan die regterkant gee hulle verduidelikings vir hul denke. Alhoewel leerders aanvanklik dit as baie werk mag beskou, is dit ook so dat die neerskryf van gedagtes hul begrip versterk.

Die taal van wiskunde is 'n baie belangrike hulpmiddel vir leer, daarom is die bekendstelling van woordeskat, frasering en betekenis van wiskundige taal, 'n dimensie van die onderrig van wiskunde wat spesifieke aandag vereis (Thompson & Rubenstein, 2000:573).

4.5 Samevatting

Taal speel 'n sleutelrol in wiskunde, en spesifiek in die ontwikkeling van meetkundige konsepte. Taal word gebruik om wiskundige konsepte te definieer en om wiskundige idees uit te druk, en dit kan ook verbindings tussen verskillende voorstellings van wiskundige idees fasiliteer (Han & Ginsburg, 2001: par 3). Onakkurate taalgebruik kan leerders verhinder in die leer van meetkunde, en is 'n bepalende faktor in die beweging deur die verskillende Van Hiele-vlakke (Clements & Battista, 1992:433). Meer nog, taal is ook 'n kognitiewe hulpmiddel wat 'n belangrike rol kan speel in die vorming van wiskunde-onderrig en -leer (Han & Ginsburg, 2001: par 4).

Vir 'n wiskundige konsep om aangeleer te word, is dit nodig dat leerders kennis sal uitruil en abstraher uit hul aksies. Wanneer die konsep gevorm is, word 'n simbolisme nodig om dit aan ander te kommunikeer. Taal is gevolglik die wyse van simbolisering. Taal, met hierdie interpreteerbare funksie, maak aan leerders hul eie aksies bekend (Choat, 1974:11).

Daarom is dit so belangrik dat onderwysers sal besef dat die konsepte onderliggend aan leerders se taal, hemelsbreed mag verskil van wat onderwysers dink, dus wanneer wiskundige taal te vroeg aangeleer word, en alledaagse gesprek nie gebruik word as vertrekpunt nie, word wiskundige taal dikwels aangeleer sonder die gepaardgaande wiskundige begrip (Clements & Battista, 1992:433).

HOOFSTUK 5

EMPIRIESE ONDERSOEK NA DIE INVLOED VAN TAALVAARDIGHEID OP MEETKUNDEDENKE

5.1 Inleiding

In hoofstuk 2, 3 en 4 is gepoog om met behulp van 'n literatuurstudie te wys op die belangrikheid van taal in wiskunde-onderrig, en meer spesifiek dan in meetkunde-onderrig, wat onlosmaaklik deel uitmaak van die totale wiskunde-onderrig. In hierdie hoofstuk word 'n empiriese ondersoek beskryf wat daarop gerig is om die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke te bepaal.

5.2 Doel van die ondersoek

Die doel van die ondersoek was om die invloed van taalvaardigheid op die meetkundedenke van graad 8 en 9 leerders, wat onderrig in hul moedertaal ontvang, te bepaal.

5.3 Onderzoekprogram

5.3.1 Metode van ondersoek

In die ondersoek het 'n populasie van 152 Afrikaanssprekende graad 8 en 9 leerders, wat onderrig in hul moedertaal ontvang, elk twee vraelyste ontvang om te voltooi. Die populasie is geneem uit 'n stedelike hoërskool in die Noordwes-provinsie. Die eerste toets was 'n taalvaardigheidstoets wat deur 'n geakkrediteerde persoon afgeneem is, en die tweede 'n meetkunde toets.

5.3.2 Meetinstrumente

Die volgende meetinstrumente is gebruik:

5.3.2.1 Die ELSA PLUS Taalvaardigheidstoets

Die ELSA PLUS Taalvaardigheidstoets (Hough & Horne, s.a.) is ontwerp vir die assessering van leerders se taalvaardigheid (sien Bylaag A). Vir hierdie studie is 'n verwerkte weergawe gebruik wat uit ses vrae bestaan het, naamlik:

Vraag 1: leesbegrip,

Vraag 2: klankleer,

Vraag 3: diktee,

Vraag 4: tagrukon,

Vraag 5: sinsluiting en

Vraag 6: woordeskat.

Die toets is gemerk aan die hand van 'n vooraf opgestelde memorandum.

5.3.2.2 'n Mayberry-tipe Van Hiele toets

Die Mayberry-toets (Lewin en Pegg weergawe) sluit 58 items oor 'n wye reeks meetkundige konsepte in. Die toets assesser konsepte soos kongruensie, parallelle lyne en vorms soos driehoeke, vierkante en sirkels. Vir die doel van hierdie ondersoek is van die vrae in die oorspronklike lys uitgelaat, en die finale produk sluit 24 vrae in oor die volgende konsepte en vorms: die vierkant, sirkel, reghoekige driehoek, gelykbenige driehoek en parallelle lyne (sien Bylaag B). Die vraelys is so ontwerp dat dit leerders se meetkundige denkontwikkeling volgens die Van Hiele vlakke ondersoek (sien § 4.3.2). Die verwerkte vorm van die Mayberry-toets toets net Van Hiele vlak 1 (visueel), vlak 2 (analise of beskrywende vlak) en vlak 3 (logiese ordening) aangesien eers van graad 10 af verwag word dat leerders meetkundige denkontwikkeling op vlak 4 (formeel afleiding en bewysvoering) sal toon.

In Tabel 5.1 word 'n opsomming gegee van die toedeling van die vrae ten opsigte van elke onderwerp en elke vlak.

KONSEPTE	VLAK 1	VLAK 2	VLAK 3
VIERKANT	1, 6	11, 16.1	16.2, 16.3 en 18
SIRKEL	2, 7	12, 17 en 19.1	19.2
REGHOEKIGE DRIEHOEK	4, 9	14	20, 23
GELYKBENIGE DRIEHOEK	3, 8	13	22, 23
PARALLELE LYNE	5, 10	15	21, 24

Tabel 5.1: Opsomming van vlakke

Die Mayberry-toets is nagesien volgens Gutiérrez se skaal van 0 tot 7 (sien Tabel 4.3).

5. 4 Statistiese prosedures en tegnieke

Die data van die twee toetse is verwerk deur van The SAS System for Windows Release 6.12 (SAS INSTITUTE, 1996) gebruik te maak. Daar is van effekgroottes (Steyn, 1999:3) gebruik gemaak om te bepaal of daar enige betekenisvolle verskille tussen die leerders se taalvaardigheid en hul meetkundedenke was.

5.5 Analise van verwerkte data

5.5.1 Betroubaarheid

Die betroubaarheid van 'n toets dui die mate van konsekwentheid in die resultate van die toets aan, ongeag wanneer dit toegepas word, of in watter vorm dit gebruik word. Daar bestaan verskeie metodes om betroubaarheid te meet (Anastasi, 1988:116 – 127). In hierdie toets is gebruik gemaak van Cronbach-Alphawaardes, en die waardes vir die meetkunde-toetsitems word in Tabel 5.2 aangedui. 'n Item word as geldig beskou as die Cronbach-Alphawaarde groter as 0,5 is. Die taalvaardigheidstoets leen hom nie daartoe om Cronbach-Alphawaardes te bereken

nie, maar taalkenners beskou die vraelys as 'n betroubare vraelys om taalvaardigheid te bepaal.

Item	Cronbach-Alpha waarde
Vierkant (vlak 2)	0,57
Sirkel (vlak 2)	0,79
Reghoekige driehoek (vlak 1)	0,54
Reghoekige driehoek (Vlak 3)	0,65
Gelykbenige driehoek (vlak 3)	0,4
Ewewydige lyne (vlak 3)	0,74
Vlak 1 (alle vrae)	0,57
Vlak2 (alle vrae)	0,65
Vlak 3 (alle vrae)	0,73
Totaal van Van Hiele toets	0,81

Tabel 5.2: Cronbach-Alpha-waardes vir die meetkundetoets

Dus, al die meetkunde-toetsitems, behalwe die gelykbenige driehoek (vlak 3), lewer hoogs betroubare resultate.

5.5.2 Resultate van die Taalvaardigheidstoets in vergelyking met die Meetkundetoets

Die natuurlike maatstaf om in ag te neem om uitsprake oor beduidendheid makliker te maak, is die gestandaardiseerde verskil, d.i. die verskil tussen die twee gemiddeldes gedeel deur die standaardafwyking. Laat μ_1 en μ_2 die twee populasies se gemiddeldes voorstel, terwyl σ die (gemeenskaplike) standaardafwyking is; dan is die gestandaardiseerde verskil (δ):

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma}$$

Hierdie waarde, δ , word ook die effekgrootte van die verskil in populasiegemiddeldes genoem. Cohen (1988:3) noem hierdie waarde d en dié waarde is gebruik om vas te stel of daar 'n prakties betekenisvolle verskil is tussen

die meetkunde denke van die meer suksesvolle leerders en die minder suksesvolle leerders. Cohen gebruik die volgende skaal vir die d-waardes (Steyn, 1999:3):

- (a) $d = 0,2$: Klein effek: so 'n resultaat word as nie-beduidend beskou.
- (b) $d = 0,5$: Medium effek: mag dalk op beduidendheid dui.
- (c) $d = 0,8$: Groot effek: die resultate is beduidend en van praktiese belang

In die eerste afdeling word taalvaardigheid as onafhanklike veranderlike en meetkundeprestasie op die verskillende vlakke as 'n afhanklike veranderlike geneem. Met die verwerking van die resultate is die beste 25% leerders (genoem die suksesvolle leerders) en die swakste 25% leerders (genoem die minder suksesvolle leerders) in die taalvaardigheidstoets geneem. Die doel was om vas te stel of daar 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die meetkundeprestasie van die suksesvolle leerders en die minder suksesvolle leerders was.

5.5.2.1 Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 1)

Tabel 5.3 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die taalvaardigheidstoets teenoor hul prestasie op Van Hiele se vlak 1:

Taaltoets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Leesbegrip	75,6	13,1	56,7	15,3	1,2
Klankleer	75,4	13,9	65,5	20,6	0,5
Diktee	66,2	19,6	47,9	24,0	0,8
Tagrukun	66,7	19,0	46,1	21,4	1,0
Sinsluiting	65,9	15,7	49,5	17,9	0,9
Woordeskat	56,8	14,1	36,8	13,0	1,4
Totaal	65,2	9,1	46,6	11,8	1,5

Tabel 5.3: Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 1)

Wat die verwantskap tussen taalvaardigheid en vlak 1 in die meetkundetoets (die

visuele vlak) betref, is 'n effekgrootte van $d \geq 0,8$ in al die afdelings, behalwe klankleer, van die taalvaardigheidstoets verkry, wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil tussen hierdie twee groepe leerders wat betref hul meetkunde denke op vlak 1. Dit wil dus voorkom asof die meer suksesvolle taalvaardigheidsleerders beter presteer het op die visuele vlak as die minder suksesvolle taalvaardigheidsleerders.

5.5.2.2 Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 2)

Tabel 5.4 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die taalvaardigheidstoets teenoor hul prestasie op Van Hiele-vlak 2

Taaltoets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Leesbegrip	78,2	10,1	58,4	16,3	1,2
Klankleer	79,7	13,5	68,2	20,3	0,6
Diktee	65,8	18,5	51,1	26,6	0,6
Tagrukun	65,5	16,9	52,6	28,4	0,5
Sinsluiting	70,5	12,3	53,2	15,4	1,1
Woordeskat	57,9	14,7	40,9	15,9	1,1
Totaal	70,2	7,2	53,9	14,7	1,1

Tabel 5.4: Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 2)

Wat betref die verwantskap tussen taalvaardigheid en die tweede vlak (die analitiese vlak), is 'n effekgrootte van $d \geq 0,8$ gerapporteer in vraag 1, 5 en 6, asook die totaal van die taalvaardigheidstoets, wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die twee groepe leerders met betrekking tot hul leesbegrip, sinsluiting, woordeskat, asook taalvaardigheid in geheel. In vraag 2, 3 en 4 is 'n medium effekgrootte van $d \geq 0,5$ verkry, wat dui op 'n verskil van medium effek tussen die twee groepe leerders met betrekking tot die vrae aangaande klankleer, diktee en die tagrukun.

Dit wil dus voorkom asof die meer suksesvolle taalvaardigheidsleerders beter presteer het op die analitiese vlak as die minder suksesvolle taalvaardigheidsleerders, veral wat betref die vrae aangaande leesbegrip, sinsluiting, woordeskat en die taalvaardigheidstoets as geheel.

5.5.2.3 Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 3)

Tabel 5.5 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die taalvaardigheidstoets teenoor hul prestasie op Van Hiele-vlak 3

Taaltoets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Leesbegrip	72,9	15,4	59,6	15,6	0,9
Klankleer	73,9	16,7	67,9	23,2	0,3
Diktee	64,2	20,9	55,8	28,0	0,3
Tagrukun	59,7	19,5	53,7	28,0	0,2
Sinsluiting	62,4	14,2	55,3	17,5	0,4
Woordeskat	54,9	15,5	44,0	14,6	0,7
Totaal	65,2	10,6	55,7	14,8	0,6

Tabel 5.5: Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (vlak 3).

In die vergelyking van taalvaardigheid en die derde Van Hiele vlak (die informele afleidingsvlak), is die volgende resultate verkry: In vraag 1 is 'n effekgrootte van $d = 0,9$ verkry wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die twee groepe leerders met betrekking tot hul leesbegrip. In vraag 6 en die totaal van die taalvaardigheidstoets, is 'n medium effekgrootte van $d \geq 0,5$ verkry, wat dui op 'n verskil van medium effek tussen die prestasie van die meer suksesvolle taalvaardigheidsleerders en die minder suksesvolle taalvaardigheidsleerders met betrekking tot woordeskat en die taalvaardigheidstoets as 'n geheel. In die oorblywende vrae, was die verskil nie prakties betekenisvol nie ($d < 0,5$).

Dit wil dus voorkom asof die meer bekwame taalleerders in die leesbegrip, die woordeskat en die taalvaardigheidstoets as 'n geheel, prakties betekenisvol beter presteer het in die informele afleidingsvlak waar eienskappe van meetkundige vorms en konsepte logies georden word.

5.5.2.4 Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (totaal)

Tabel 5.6 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die taalvaardigheidstoets teenoor hul prestasie in die meetkundetoets as 'n geheel.

Taaltoets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Leesbegrip	79,3	10,3	58,5	17,4	1,2
Klankleer	77,4	15,2	65,9	22,2	0,5
Diktee	70,0	18,5	49,7	25,9	0,8
Tagrukun	67,6	17,2	51,0	27,0	0,6
Sinsluiting	69,2	14,0	50,5	18,8	1,0
Woordeskat	61,6	12,7	40,3	16,6	1,4
Totaal	71,5	7,2	52,8	15,4	1,2

Tabel 5.6: Taalvaardigheid in vergelyking met Van Hiele-toets (totaal)

Wat betref die verwantskap tussen taalvaardigheid en die meetkundetoets as 'n geheel is 'n effekgrootte van $d \geq 0,8$ gerapporteer in vraag 1, 3, 5 en 6, asook die totaal van die taalvaardigheidstoets, wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die twee groepe leerders met betrekking tot hul leesbegrip, diktee, sinsluiting, woordeskat, asook taalvaardigheid in geheel. In vraag 2 en 4 is 'n medium effekgrootte van $d \geq 0,5$ verkry, wat dui op 'n betekenisvolle verskil van mediumgrootte tussen die twee groepe leerders met betrekking tot die vrae aangaande klankleer en die tagrukun.

5.5.3 Resultate van die Meetkundetoets in vergelyking met die Taalvaardigheidstoets

In die ontleding van die resultate het 'n interessante verskynsel na vore gekom, naamlik dat wanneer die meetkundetoets as onafhanklike veranderlike geneem word, en die taalvaardigheidstoets as afhanklike veranderlike, daar in baie opsigte ook praktiese betekenisvolle verskille na vore kom.

In hierdie afdeling word meetkundebegrip as onafhanklike veranderlike en taalvaardigheid as 'n afhanklike veranderlike geneem. Met die verwerking van die resultate is weereens die beste 25% leerders (genoem die suksesvolle leerders) en die swakste 25% leerders (genoem die minder suksesvolle leerders) in die Mayberry-tipe Van Hiele-toets geneem. Die doel was om was te stel of daar 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die taalvaardigheid van die suksesvolle meetkundeleerders en die minder suksesvolle meetkundeleerders was.

5.5.3.1 Meetkundebegrip in vergelyking met leesbegrip

Tabel 5.7 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 1 van die Taalvaardigheidstoets (leesbegrip).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	79,4	12,0	64,0	12,7	1,2
Vlak 2	52,6	18,0	31,5	11,2	1,2
Vlak 3	30,9	10,7	24,7	8,7	0,6
Totaal	54,3	11,0	37,4	8,2	1,3

Tabel 5.7: Meetkundetoets in vergelyking met leesbegrip

In die eerste twee Van Hiele-vlakke, asook in die meetkundetoets as 'n totaal, is effekgroottes van $d \geq 0,8$ verkry, wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil in die leesbegrip van die meer suksesvolle en minder suksesvolle leerders op die visuele en die beskrywende vlak, dus die meer suksesvolle leerders op die visuele en beskrywende vlakke toon 'n praktiese betekenisvolle beter leesbegrip as die minder suksesvolle leerders.

5.5.3.2 Meetkundebegrip in vergelyking met klankleer

Tabel 5.8 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 2 van die Taalvaardigheidstoets (klankleer).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	75,8	12,0	68,9	14,0	0,5
Vlak 2	45,6	17,4	38,3	17,2	0,4
Vlak 3	28,9	9,7	25,1	10,6	0,4
Totaal	50,1	10,6	44,1	11,7	0,5

Tabel 5.8: Meetkundetoets in vergelyking met klankleer

In al drie die Van Hiele-vlakke, asook in die meetkundetoets as 'n geheel, is medium effekgroottes van ongeveer 0,5 verkry, wat dui op 'n medium verskil in die klankleer van die meer suksesvolle en minder suksesvolle leerders op die verskillende Van Hiele-vlakke.

5.5.3.3 Meetkundebegrip in vergelyking met diktee

Tabel 5.9 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 3 van die Taalvaardigheidstoets (diktee).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	75,3	12,0	66,8	14,4	0,6
Vlak 2	46,0	17,5	34,9	14,8	0,6
Vlak 3	28,3	10,4	26,3	9,6	0,2
Totaal	49,9	11,1	42,6	10,3	0,6

Tabel 5.9: Meetkundetoets in vergelyking met Diktee

In die eerste twee Van Hiele-vlakke (Visueel en beskrywend), asook die meetkundetoets as 'n geheel, is medium effekgroottes van 0,6 verkry, wat dui op 'n verskil van medium effekgroottes in die vermoë om 'n diktee te kan vertolk, tussen die twee groepe leerders.

5.5.3.4 Meetkundebegrip in vergelyking met Tagrukon

Tabel 5.10 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 4 van die Taalvaardigheidstoets (tagrukon).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	76,2	12,2	66,1	14,5	0,7
Vlak 2	45,4	17,5	35,1	15,0	0,6
Vlak 3	28,8	10,5	24,4	9,8	0,4
Totaal	47,4	10,9	41,9	10,5	0,8

Tabel 5.10: Meetkundetoets in vergelyking met tagrukon

Wat betref leerders se meetkundebegrip en hul vermoë om ruimtelike oriëntasie

korrek te beskryf, is die volgende effekgroottes verkry: Op die eerste twee Van Hiele-vlakke is effekgroottes van $d \geq 0,5$ verkry, en in die meetkundetoets as 'n geheel 'n effekgrootte van $d = 0,8$. Dit impliseer dat op die visuele en beskrywende vlak is daar 'n verskil van medium effek in die vermoë van die twee groepe leerders om ruimtelike oriëntasie korrek te beskryf. Ten opsigte van die meetkundetoets as 'n geheel is daar 'n prakties betekenisvolle verskil in die prestasie van die twee groepe leerders.

5.5.3.5 Meetkundebegrip in vergelyking met sinsluiting

Tabel 5.11 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 5 van die Taalvaardigheidstoets (sinsluiting).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	77,8	10,3	65,4	14,4	0,5
Vlak 2	49,6	15,5	34,9	16,7	0,5
Vlak 3	29,0	9,6	25,5	9,3	0,4
Totaal	52,1	9,2	41,9	11,2	0,9

Tabel 5.11: Meetkundetoets in vergelyking met sinsluiting

As die meer suksesvolle en minder suksesvolle leerders se prestasie in die sinsluitingvraag met mekaar vergelyk word, dan word op die verskillende Van Hiele-vlakke effekgroottes van medium effek verkry, wat impliseer dat daar moontlik 'n beduidendheid is wat betref die verskil in hul prestasie in die vraag oor sinsluiting. Die meetkundetoets as 'n geheel lewer egter 'n d-waarde van 0,9, en dit dui op 'n prakties betekenisvolle verskil in die prestasie van die twee groepe leerders ten opsigte van die vraag oor sinsluiting.

5.5.3.6 Meetkundebegrip in vergelyking met woordeskat

Tabel 5.12 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in vraag 6 van die Taalvaardigheidstoets (woordeskat).

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	81,2	10,2	66,1	13,5	1,1
Vlak 2	50,3	16,1	34,6	14,7	1,0
Vlak 3	31,9	10,5	26,4	8,7	0,5
Totaal	54,5	10,2	42,3	9,5	1,2

Tabel 5.12: Meetkundetoets in vergelyking met woordeskat

Op die eerste twee vlakke, die visuele en beskrywende vlak, asook die meetkundetoets as 'n geheel, word effekgroottes van $d \geq 0,8$ verkry. Dit impliseer dat daar 'n prakties betekenisvolle verskil in die woordeskat van die twee groepe leerders op vlak 1 en vlak 2, asook in die meetkundetoets as 'n geheel is. Op vlak 3, die logiese afleidingsvlak, word 'n effekgrootte van 0,5 verkry, wat dui op 'n verskil van mediumgrootte in die twee groepe leerders se woordeskat. As die totaal van die meetkundetoets in ag geneem word, is daar ook 'n prakties betekenisvolle verskil in die woordeskat van die twee groepe leerders.

5.5.3.7 Meetkundebegrip in vergelyking met taalvaardigheid

Tabel 5.13 toon die resultate van die analise van die leerders se prestasie in die meetkundetoets teenoor hul prestasie in die Taalvaardigheidstoets as 'n geheel.

Meetkunde toets	Suksesvolle leerders (boonste 25%)		Minder suksesvolle leerders (onderste 25%)		d-waarde
	Gemiddeld	St afwyking	Gemiddeld	St afwyking	
Vlak 1	81,1	9,7	62,3	12,8	1,5
Vlak 2	51,8	17,2	31,5	10,8	1,2
Vlak 3	30,6	11,2	25,6	8,2	0,5
Totaal	54,5	10,6	39,8	7,7	1,4

Tabel 5.13: Meetkundetoets in vergelyking met Taalvaardigheid (totaal)

Op die eerste twee vlakke, die visuele en beskrywende vlak, asook die meetkundetoets as 'n geheel, word effekgroottes van $d \geq 0,8$ verkry. Dit impliseer dat daar 'n prakties betekenisvolle verskil in die algemene taalvaardigheid van die twee groepe leerders op vlak 1 en vlak 2, asook in die meetkundetoets as 'n geheel is. Op vlak 3, die logiese afleidingsvlak, word 'n effekgrootte van 0,5 verkry, wat dui op 'n verskil van mediumgrootte in die twee groepe leerders se taalvaardigheid.

5.6 Sintese

5.6.1 Invloed van taalvaardigheid op meetkunde

Wanneer taalvaardigheid as onafhanklike veranderlike geneem word, en meetkundedenke as afhanklike veranderlike, wil dit dus voorkom asof veral leesbegrip, die diktee, die tagrukon, sinsluiting, woordeskat en die taalvaardigheidstoets as geheel, 'n invloed het op meetkundedenke. Op vlak 1 (die visuele vlak), is daar dus baie aspekte van taalvaardigheid wat 'n rol speel in meetkundedenke.

Wanneer die invloed van taalvaardigheid op die tweede vlak (die analitiese vlak) ondersoek word, wil dit voorkom asof veral leesbegrip, sinsluiting, woordeskat en die taalvaardigheidstoets 'n bepalende rol speel in meetkundedenke.

Die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke op vlak 3 word veral bepaal

deur leesbegrip en dan ook woordeskat in 'n mindere mate.

Uit bogenoemde resultate wil dit voorkom asof die verskil in meetkundedenke tussen die meer suksesvolle en minder suksesvolle taalvaardigheidsleerders prakties betekenisvol is, veral wat betref hul leesbegrip. Hierdie bevindinge stem ooreen met die opmerking van Shaughnessy en Burger (1985) aangaande die belangrikheid van taal op die verskillende vlakke. 'n Studie deur Van Hiele (Fuys *et al.*, 1988:182) bevestig ook dat leerders se onvermoë om logiese taal te gebruik, grootliks hulle vordering binne 'n vlak of van een vlak na 'n volgende beperk. Bohlmann en Pretorius (2003:204) het in 'n studie bevind dat leerders wat hul wiskunde-eksamen gedruip het, aansienlik swakker leesvermoëns gehad het as dié leerders wat geslaag het (sien § 2.5).

5.6.2 Die invloed van Meetkunde op taalvaardigheid

Uit hierdie empiriese ondersoek wil dit voorkom asof die verskil in taalvaardigheid tussen die meer suksesvolle en minder suksesvolle meetkundeleerders kleiner word namate daar deur die Van Hiele-vlakke beweeg word. In Tabel 5.14 word 'n opsomming gegee van die d-waardes:

	Vraag 1	Vraag 2	Vraag 3	Vraag 4	Vraag 5	Vraag 6
Vlak 1	1,2	0,5	0,6	0,7	0,5	1,1
Vlak 2	1,2	0,4	0,6	0,6	0,5	1,0
Vlak 3	0,6	0,4	0,2	0,4	0,4	0,5
Totaal	1,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,2

Tabel 5.14: Invloed van meetkunde op taalvaardigheid: Opsomming van d-waardes

Aanvanklik, in vlak 1, is die d-waardes relatief hoog ($d = 1,2$ en $1,1$) wat dui op 'n prakties betekenisvolle verskil in leesbegrip en woordeskat met betrekking tot die visuele vlak. Op die visuele vlak is daar dus 'n prakties betekenisvolle verskil tussen die twee groepe leerders wat betref hul leesbegrip en woordeskat. Met betrekking tot die ander vrae, is daar 'n verskil van medium effek.

Op die analitiese vlak (vlak 2), is daar ook prakties betekenisvolle verskille tussen die twee groepe leerders wat betref hul leesbegrip en woordeskat. Met betrekking tot die ander vrae, is daar weer 'n verskil van medium effek.

Dit is egter op die informele afleidingsvlak (vlak 3) waar die d-waarde afneem, en verskille van medium effek (met betrekking tot leesbegrip en woordeskat), en selfs klein effek (in die ander afdelings) voorkom.

Die vraag ontstaan dus nou: waarom is die dalende patroon in alle afdelings van die taalvaardigheidstoets waarneembaar? Sou dit wees omdat die twee groepe leerders se prestasie op vlak 3 nie veel verskil nie?

5.7 . Gevolgtrekking

In hierdie hoofstuk is 'n empiriese ondersoek beskryf wat daarop gerig is om die invloed van leerders se taalvaardigheid op hul meetkundedenke te bepaal. Die gevolgtrekking kan uit hierdie studie gemaak word dat taalvaardigheid wel 'n impak het op meetkundige denke. Hierdie bevinding is in ooreenstemming met Van Hiele se stelling dat taal belangrik is in die beweging van die een vlak na die volgende vlak (Fuys *et al.* 1988:5).

Tydens die verwerking van die resultate het ook 'n ander interessante verskynsel na vore gekom, naamlik dat wanneer meetkundedenke as die onafhanklike veranderlike geneem word, en taalvaardigheid as die afhanklike veranderlike, wil dit voorkom asof daar in die algemeen 'n prakties betekenisvolle verskil in die leesbegrip en woordeskat van die meer suksesvolle en minder suksesvolle meetkundeleerders is, veral met betrekking tot die visuele en die beskrywende vlak, en ook meetkundebegrip as 'n geheel. Verder wou dit voorkom asof die prakties betekenisvolle verskil al hoe kleiner geword het na mate deur die Van Hiele-vlakke beweeg word, en enkele moontlikhede is daarvoor genoem.

HOOFSTUK 6

BEVINDINGS, GEVOLGTREKKING EN AANBEVELINGS

6.1 Inleiding

Volgens die getuienis gelewer deur verskeie navorsers oor die invloed van taalvaardigheid op wiskunde-prestasie, word verwag dat ook hierdie studie uitspraak sal lewer oor 'n redelik beduidende verwantskap tussen taalvaardigheid en meetkunde-prestasie in die besonder. 'n Belangrike verdere dimensie ten opsigte van taalvaardigheid se invloed op meetkunde-prestasie wortel in die feit dat 'n besonder hoë voorkoms van konsepte met eiesoortige benaminge in Euklidiese meetkunde aangetref word. Leerders moet nie slegs die terminologie probeer beheers nie, maar moet ook betekenis heg aan die konsepte in die vorm van vorms, figure en verwantskappe. Verder moet leerders ook in staat wees om die eienskappe van konsepte te verwoord en 'n ordening van konsepte na aanleiding van 'n logiese opbou van spesifieke eienskappe daar te stel. Gevolglik word verwag dat taalvaardigheid of die gebrek daaraan juis in meetkunde-prestasie 'n deurslaggewende rol sal speel.

In hierdie laaste hoofstuk van die verslag word eerstens 'n samevatting van die studie gegee (sien § 6.2). Daar word gepoog om 'n opsomming te gee van die belangrikste bevindinge van die literatuurstudie rakende die verband tussen taal en denke, die beskouing van wiskunde as 'n taal, en laastens die verband tussen taal en ruimtelike denke.

Tweedens word daar 'n opsomming van die belangrikste bevindings voortspruitend uit die empiriese ondersoek gegee.

Derdens word sekere aanbevelings gemaak ten opsigte van die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke.

Vierdens word beperkings op die meetinstrumente bespreek.

Laastens word aanbevelings ten opsigte van verdere navorsing gedoen.

6.2 Oorsig van studieprogram

Vier doelstellings was vir hierdie ondersoek geformuleer, naamlik:

1. Om te bepaal wat die rol van taalvaardigheid in denke is
2. Om te bepaal wat die rol van taal in wiskunde-onderrig en –leer is
3. Om te bepaal wat die rol van taal in meetkundedenke is
4. Om vas te stel of daar 'n verband tussen leerders se taalvaardigheid en hul meetkundedenke is.

Om hierdie doelstellings te kon bereik, is die navorsing soos volg aangepak en beskryf:

In Hoofstuk 1 is die probleemstelling, doelstellings van die navorsing, navorsingsontwerp en die moontlike waarde van die studie ten opsigte van meetkunde-onderrig uitgelig.

In Hoofstuk 2, die aanvang van die verslag oor die literatuurstudie, is bevind dat taalaanwending hoë vlak kognitiewe denke moontlik maak. Taal speel ook 'n belangrike rol in abstrakte refleksie in die denke. Die feit dat taal denke bepaal, en hoër orde denke slegs moontlik is deur taalbevoegdheid, maak sosiale interaksie, verbalisering, saamwerk in groepe en probleemoplossing van onskatbare waarde in die klaskamer.

In Hoofstuk 3 is die beskouing van wiskunde as 'n taal en die argumente van kritici van hierdie beskouing aan die orde gestel. Dit blyk egter dat die siening van wiskunde as 'n taal gestalte kry in verskillende vorms van taal, naamlik gesproke taal, geskrewe taal en simboliese taal. Verskillende beskouings oor die vraag of wiskunde 'n taal is of nie, word bespreek. Uit die literatuur is dit redelik duidelik, al sou mens aanvaar dat wiskunde nie soseer 'n taal opsigself is nie, dat omgang met wiskunde tog geskied deur gebruikmaking van 'n gespesialiseerde taal, hetsy in gesproke, geskrewe of simboliese vorm.

Hoofstuk 4 beskryf die rol van taal in ruimtelike denke. Aangesien meetkunde konsepte by uitstek 'n belangrike rol speel as verbindingstuk tussen wiskunde en taal, tussen vorm en beskrywing, impliseer onakkurate of ontoereikende taalgebruik by leerders dat hulle verhinder kan word in die leer en bemeestering van meetkunde. Taal is ook 'n bepalende faktor in die beweging deur die verskillende Van Hiele vlakke. Die literatuur lewer omvattende getuienis dat taal 'n deurslaggewende rol in meetkunde-onderrig en –leer speel, en daarom behoort hierdie toedrag onderwysers te oorreed om die onderrig van taalgebruik in kontak met meetkunde intensief te onderrig.

Die meetinstrumete wat in die ondersoek gebruik is, te wete die ELSA PLUS taalvaardigheidstoets en 'n Mayberry-tipe Van Hiele toets, is in die inleidende paragrawe van Hoofstuk 5 bespreek. Die empiriese data wat in die studie verkry is, is in die res van Hoofstuk 5 bespreek.

Die finale bevindings van die ondersoek word in paragraaf 6.3 saamgevat. Die studie word afgesluit met 'n gevolgtrekking, enkele aanbevelings met betrekking tot die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke, asook sekere aanbevelings vir verdere navorsing.

6.3 Bevindings

Uit die empiriese studie blyk dit duidelik dat taalvaardigheid wel 'n invloed het op meetkundedenke. Wanneer taalvaardigheid as onafhanklike veranderlike geneem word, is daar in alle opsigte 'n prakties betekenisvolle verskil in die meetkunde denke op die visuele vlak van die meer suksesvolle leerders en die minder suksesvolle leerders. Wat betref die analitiese vlak, is daar veral 'n prakties betekenisvolle verskil in meetkundedenke met betrekking tot leesbegrip, sinsluiting en woordeskat. Meetkundedenke op die derde vlak, die informele afleidingsvlak, toon 'n prakties betekenisvolle verskil in die vrae oor leesbegrip en woordeskat. Wanneer die Van Hiele toets as geheel beskou word, is daar betekenisvolle verskille wat betref leerders se leesbegrip, hulle vermoë om 'n diktee te kan neerskryf, sinsluiting en hulle algemene woordeskat, asook die taalvaardigheidstoets as geheel.

Wanneer meetkundedenke as onafhanklike veranderlike geneem word, is daar veral prakties betekenisvolle verskille met betrekking tot leerders se leesbegrip, die vermoë om ruimtelike posisies korrek te beskryf (tagrukon), sinsluiting en algemene woordeskat.

Die resultate hierbo toon duidelik die tweerigting wedersydse beïnvloeding van taalvaardigheid en meetkundedenke en dit wil voorkom asof die mate van denkdissipline wat met die besigwees van meetkundevorme en die beskrywing of formulering van eienskappe tog 'n heilsame invloed op algemene taalgebruik mag hê.

6.4 Gevolgtrekkings

Wanneer die resultate van die studie beskou word, is dit duidelik dat taal bepalend is vir hoë vlak kognitiewe denke. Aangesien wiskunde beskou kan word as 'n taal, al is dit in die metaforiese sin, is die onderrig en leer van wiskunde slegs moontlik deur die gebruikmaak van taal. Die feit dat meetkundekonsepte 'n belangrike rol speel as verbindingstuk tussen wiskunde en taal, impliseer ontoereikende taalbevoegdheid by leerders dat hulle verhinder word in die bemeestering van meetkundeleer. Uit die resultate van die empiriese ondersoek, is dit duidelik dat taal wel 'n invloed het op meetkundedenke, veral met betrekking tot leesbegrip en algemene woordeskat.

6.5 Aanbevelings

1. Wiskunde-onderwysers sal heelwat aandag moet gee aan algemene taalgebruik en wetenskaplike taalgebruik in die meetkundeklas. Dit sluit in korrekte taalgebruik deur die onderwyser, inoefening van meetkundeterminologie asook monitering van taalgebruik deur die leerders. Op hierdie wyse kan hulp verleen word om 'n bruikbare woordeskat van algemene, spesiale en tegniese terme by leerders te ontwikkel.
2. Daar sal meer aandag gegee moet word aan leerders se leesbegrip, en hierdie verantwoordelikheid lê nie net by die taalonderwyser nie, maar by elke onderwyser wat betrokke is by die leerder se onderrig.
3. Daar kan meer van kommunikasie in die klas gebruik gemaak word, byvoorbeeld

in groepaktiwiteite, omdat dit 'n manier is waarop leerders hulle denke uitdruk en sodoende ook hulle taal ontwikkel, in wisselwerking met hul portuurgroep.

4. Aandag sal ook gegee moet word aan die ontwikkeling van leerders se woordeskat, aangesien 'n gebrekkige woordeskat leerders kan verhinder in die vorming van konsepte.

6.6 Beperkings van die studie

Weens uitvoerbaarheidsoorwegings, is hierdie empiriese ondersoek gedoen met 'n beperkte populasie. Die studie sou dalk vir 'n groter groep leerders herhaal kon word. Die tyd wat leerders tot hul beskikking gehad het, was ook beperk, en meer vrae kon in die meetkundetoets ingesluit geword het indien die leerders meer tyd gehad het vir die voltooiing van die vraelys.

'n Eksterne faktor wat moontlik 'n invloed mag hê op die resultate van alle studies waarin geskrewe vraelyste aangewend word om data te verkry, naamlik die duidelikheid waarmee proefpersone met taalonbevoegdhe die taal van die vraelys bemeester, kon ook in hierdie studie opgetree het. Die verskeie subkonstrukte waaruit die taaltoets bestaan, sou waarskynlik die taalonbevoegdhe minimaliseer.

6.7 Verdere navorsing

Navorsing kan uitgebrei word om vas te stel hoe leerders se taalvaardigheidsprobleme betyds ondervang en verbeter kan word ten einde te verhoed dat taal 'n struikelblok sal wees in die verwerwing van ruimtelike en meetkundige denke. Nog 'n moontlikheid vir verdere navorsing is in watter mate moet onderwysstudente opgelei word om hulle bewus te maak van die rol van taalvaardigheid in meetkundedenke?

6.8 Slotwoord

In hierdie hoofstuk is die samevatting, gevolgtrekking en aanbevelings van die navorsing uiteengesit. 'n Samevatting van elke hoofstuk is ten eerste onderneem. Daarna is gevolgtrekkings, wat gebaseer is op die resultate van die empiriese

ondersoek, maak. Ten slotte is aanbevelings ten opsigte van die invloed van taalvaardigheid op meetkundedenke maak, sowel as aanbevelings met die oog op verdere navorsing.

BIBLIOGRAFIE

- AIKEN, L.R. 1972. Language factors in learning mathematics. Columbus, Ohio : ERIC Information and Analysis Center for Space and Mathematics. (Mathematics education information report.) 72 p.
- ANASTASI, A. 1988. Psychological testing. 6th ed. New : York : Macmillan. 617 p.
- ANON. 2000. Dumb and dumber. *Sunday Times*:20, 16 Jul. 2000.
- ARTZT, A.F. 1994. Integrating writing and cooperative learning in the mathematics class. *Mathematics teacher*, 87(2):80-85.
- ATKINS, S.L. 1999. Listening to students: the power of mathematical conversations. *Teaching children mathematics*, 5(5):289-295, January.
- AUSTIN, J.L. & HOWSON, A.G. 1979. Language and mathematical education. *Educational studies in mathematics*, 10(2):161-197, May.
- BIALYSTOK, E. 1994. Reading comprehension in second and foreign language. (In Husén, T. & Postlethwaite, T.N., eds. The international encyclopedia of education. 2nd ed. Oxford : Pergamon Press. 8:4936-4940.)
- BISHOP, A.J. 1983. Space and geometry. (In Lesh, R. & Landau, M. Acquisition of mathematics concepts and processes. New York : Academic Press. p. 175-203.)
- BOHLMANN, C.A. & PRETORIUS, E.J. 2003. Reading skills and mathematics. *South African journal of higher education*, 16(3):196-206.
- BORASI, R. & ROSE, B.J. 1989. Journal writing and mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, 20(4):347-365.
- BOYLE, J.P. 1987. Intelligence, reasoning, and language proficiency. *Modern language journal*, 71(3):277-288.

BRADLEY, C.A. 1990. The relationship between mathematics language facility and mathematics achievement among junior high school students. *Focus on learning problems in mathematics*, 12(2):15-31.

BRANSFORD, J.D., BROWN, A.L. & COCKING, R.R., eds. 1999. How people learn: brain, mind, experience and school. New York : National Academy Press. 319 p.

BRUNER, J.S. 1960. The process of education. Cambridge, Mass. : Harvard University Press. 97 p.

BRUNER, J.S. 1971. The relevance of education. Washington, D.C. : Norton. 175 p.

BULLOCK, J.O. 1975.

kyk

GROOT BRITTANJE. Department of Education and Science.

BULLOCK, J.O. 1994. Literacy in the language of mathematics. *American mathematical monthly*, 101:735-743, October.

BURGER, W.F. & SHAUGHNESSY, J.M. 1986. Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 17(1):31-48.

BUSCHMAN, L. 1995. Communicating in the language of mathematics. *Teaching children mathematics*, 1(6):324-329, February.

CARROL, W.M. 1998. Geometric knowledge of middle school students in a reform based mathematics curriculum. *School science & mathematics*, 98(4):188. (10 p.), April. [In EBSCOHost: Academic search premier, full text display: <http://www-sa.ebcso.com>] [Date of access: 24 October 2001].

CARSS, M., ed. 1996. Proceedings of the 5th International Congress on Mathematical education. (Language and mathematics, p. 261-272.)

CHOAT, E. 1974. Johnnie is disadvantaged; Johnnie is backward - what hope for Johnnie? *Mathematics teaching*, 69:9-13.

CHOMSKY, N. 1980. On cognitive structures and their development: a reply to Piaget. (*In* Piatelli-Palmarini, M., ed. Language and learning: the debate between Jean Piaget and Noam Chomsky. Cambridge, Mass. : Harvard University Press. p. 35-54.)

CHOMSKY, N. 1983. Noam Chomsky's views on the psychology of language and thought. (*In* Rieber, W., ed. Dialogues on the psychology of language and thought. New York : Plenum Press. p. 33-63.)

CHOMSKY, N. 1988. Language and problems of knowledge. London : MIT Press. 205 p.

CLEMENTS, D.H. & BATTISTA, M.T. 1992. Geometry and spatial reasoning. (*In* Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York : Macmillan/NCTM. p. 420-436.)

COBB, P., YACKEL, E. & WOOD, T. 1992. A constructivist alternative tot the representational view of mind in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 23(1):2-33.

COHEN, D. 1983. Piaget: critique and reassessment. London : Croom Helm. 163 p.

COHEN, J. 1988. Statistical power analysis for the behavioural sciences. 2nd ed. Hillside, N.J. : Erlbaum. 567 p.

COSTELLO, J. 1991. Teaching and learning mathematics, 11-16. London : Routledge. 191 p.

COUNTRYMAN, J. 1992. Writing to learn mathematics. Portsmouth, New Hampshire : Heinemann. 101 p.

CURCIO, F.R. 1993. Mathematics as communication. (*In* National Council of Teachers in Mathematics. American perspectives on the seventh International congress on mathematical education. Reston, Va : National Council of Teachers of Mathematics. p. 61-64.)

DE VILLIERS, M.D. 1987. Research evidence on hierarchical thinking, teaching strategies and the van Hiele theory: some critical comments. Stellenbosch : ENWOUS, Universiteit van Stellenbosch.

DICKSON, L., BROWN, M. & GIBSON, O. 1984. Children learning mathematics: a teacher's guide to recent research. Oxford : Alden Press. 379 p.

DIPILLO, M.L., SOVCHIK, R. & MOSS, B. 1997. Exploring middle graders' mathematical thinking through journals. *Mathematics teaching in the middle school*, 2(5):308-314, March - April.

DOUGHERTY, B.J. 1996. The write way: a look at journal writing in First-year algebra. *Mathematics teacher*, 89(7):556-560, October.

DUIT, R. 1994. Preconceptions and misconceptions. (*In* Husén, T. & Postlethwaite, T.N., eds. The international encyclopèdia of education. 2nd ed. p. 4648-4652.)

DURKIN, K. 1991. Language in mathematical education: an introduction. (*In* Durkin, K. & Shire, B., eds. Language and mathematical education: research and practice. Philadelphia, Pa. : Open University Press. p. 1-16.)

ELLERTON, N.F. & CLARKSON, P.C. 1996. Language factors in mathematics teaching and learning. (*In* Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C., eds. International handbook of mathematics education, pt. 2. p. 986-1033.)

ELSA PLUS Taalvaardigheidstoets, s.a.

kyk

UNIVERSITEIT VAN PRETORIA

ERNEST, P. 1991. The philosophy of mathematics education. London : Falmer Press. 329 p.

ESTY, W.W. & TEPPPO, A.R. 1996. Algebraic thinking, language, and word problems. (*In* Elliot, P.C. & Kenney, M.J. Communications in mathematics, K-12 and beyond. 1996 yearbook. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics. p. 45-53.)

FREUDENTHAL, H. 1973. Mathematics as an educational task. Dordrecht : Reidel. 680 p.

FREUDENTHAL, H. 1978. Weeding and sowing: preface to a science of mathematical education. Dordrecht : Reidel. 314 p.

FREUDENTHAL, H. 1983. Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht : Reidel. 595 p.

FROESE, V. 1994. Language across the curriculum. (*In* Hus n, T. & Postlethwaite, T.N., eds. The international encyclopedia of education. 2nd ed. 6:3205-3209.)

FURTH, H.G. 1969. Piaget and knowledge: theoretical foundations. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall. 270 p.

FUYS, D., GEDDES, D. & TISCHLER, R., eds. 1988. The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for research in mathematics education*, Monograph nr. 3:1-195.

GAGNÉ, E.D., YEKOVICH, C.W. & YEKOVICH, F.R. 1993. The cognitive psychology of school learning. New York : HarperCollins College Publishers. 512 p.

GAMAROFF, R. 1998. Deep language, intelligence and language proficiency in (academic) learning. [Available on internet:] <http://www.und.ac.za/und/ling/archive/gama-01.html>. [Date of access: 10 October 2003]

GOLDIN, G. & SHTEINGOLD, N. 2001. Systems of representations and the development of mathematical concepts. (*In* Couco, A.A. & Curcio, F.R., eds. The roles of representation in school mathematics. 2001 Yearbook. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics. p. 1-19.)

GROOT BRITTANJE. Department of Education and Science. 1975. A language for life. London : HMSO. (Report of the Committee of Inquiry appointed by the Secretary of State for Education and Science under the Chairmanship of Sir Allan

Bullock.) 609 p.

GUTIÉRREZ, A., JAIME, A. & FORTUNY, J.M. 1991. An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal of research in mathematics education*, 22(3):237-251.

GUTIÉRREZ, A. & JAIME, A. 1998. On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on learning problems in mathematics*, 20(2-3):27-46, Spring & Summer.

HAN, Y. & GINSBURG, H.P. 2001. Chinese and English mathematics language: the relation between linguistic clarity and mathematics performance. *Mathematical thinking and learning*, 3(2/3):201. (20 p.). [In EBSCOHost: Academic search premier, full text display: <http://www-sa.ebcso.com>] [Date of access: 25 July 2003].

HEDLEY, C.N. & HEDLEY, E.W. 1995. Thinking and literacy: the mind at work in the classroom. (In Hedley, C.N., Antonacci, P. & Rabinowitz, M., eds. Thinking and literacy: the mind at work. Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum. p. 3-19.)

HERSIENE NASIONALE KURRIKULUMVERKLARING. 2002.

kyk

SUID-AFRIKA. Department of Education. 2002.

HIEBERT, J. & CARPENTER, T.P. 1992. Learning and teaching with understanding. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York : Macmillan/NCTM. p. 65-95.)

HOFFER, A. 1981. Geometry is more than proof. *Mathematics teacher*, 74(1):11-18, January.

HOFFER, A. 1983. Van Hiele-based research. (In Lesh, R. & Landau, M., eds. Acquisition of mathematics concepts and processes. New York : Academic Press. p. 205-227.)

HOUGH & HORNE, s.a.

Kyk

UNIVERSITEIT VAN PRETORIA.

HOWIE, S.J. 1999. Third International Mathematics and Science Study repeat (TIMMS-R): Executive summary. Pretoria: Human Sciences Research Council. 29 p.

INHELDER, B. & PIAGET, J. 1964. The early growth of logic in the child: classification and seriation. London : Routledge & Paul. 302 p.

KHISTY, L.L. 1998. Talking math: proposal for school change. (*In* Olivier, A. & Newstead, K., eds. Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, v. 1. Stellenbosch : University of Stellenbosch. p. 97-104.)

KRUSSEL, L. 1998. Teaching the language of mathematics. *Mathematics teacher*, 91(5):436-441, May.

LaBORDE, C.

kyk

CARSS, M., ed.

LeGERE, A. 1991. Collaboration and writing in the mathematics classroom. *Mathematics teacher*, 84(3):166-171, March.

MAGNUS, W. 1997. The significance of mathematics: the mathematicians' share in the general human condition. *American mathematical monthly*, 104:261-269, March.

MAREE, J.G. 1997. Ontoereikende taalbegrip as aspek van probleme wat ontoereikende prestasie in wiskunde onderlê. *Tydskrif vir taalonderrig*, 31(1):77-87, April.

MAYER, J. & HILLMAN, S. 1996. Assessing students' thinking through writing. *Mathematics teacher*, 89(5):428-432, May.

McINTOSH, M.E. & DRAPER, R.J. 2001. Using learning logs in mathematics. *Mathematics teacher*, 94(7):554-557, October.

MEADOWS, S. 1993. The child as thinker: the development and acquisition of

cognition in childhood. London : Routledge. 473 p.

MILLER, L. 1992. Begin mathematics class with writing. *Mathematics teacher*, 85(5):354-355, May.

MOORE, T.E. & HARRIS, A.E. 1978. Language and thought in Piagetian theory. (In Siegel, L.S. & Brainerd, C.J., eds. *Alternatives to Piaget: critical essays on the theory*. New York : Academic Press. p. 131-152.)

MORGAN, C. 1999. Communicating mathematically. (In Johnston-Wilder, S., et al, eds. *Learning to teach mathematics in the secondary school: a companion to school experience*. New York : Routledge. p. 129-143.)

MURRAY, H., OLIVIER, A. & HUMAN, P. 1993. Voluntary interaction groups for problem-centered learning. (Paper presented at the seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education. p. 73-80.)

NAHRGANG, C.L. & PETERSEN, B.T. 1986. Using writing to learn mathematics. *Mathematics teacher*, 79(6):461-465, September.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). Commission on Standards for School Mathematics. 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Va. : NCTM. 258 p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 1991. Professional standards for school mathematics. Reston, Va. : NCTM. 196 p.

NICKSON, M.

kyk

CARSS, M., ed.

OLLER, J.W., ed. 1979. Language tests at school. London: Longman. 492 p.

OLLER, J.W. 1983. Issues in language testing research. Rowley, Mass. : Newbury house. 387 p.

ORTON, A. 1987. Learning mathematics: issues, theory and classroom practice. London : Cassell. 179 p.

ORTON, A. & FROBISHER, L. 1996. Insights into teaching mathematics. London : Cassell. 192 p.

PEARCE, D.L. & DAVISON, D.M. 1988. Teacher use of writing in the junior high mathematics classroom. *School science and mathematics*, 88(1):6-15, January.

PELLEREY, M. 1983. Analysis of reciprocal relationships between linguistic development and mathematics teaching: a psychological and socio-cultural point of view. (In Zweng, M., et al, eds. Proceedings of the fourth international congress on mathematical education. Boston : Birkhauser. p. 576-578.)

PEREIRA-MENDOZA, L. 1997. Geometry and language: a natural connection. *Teaching children mathematics*, 97(8):454-457, April.

PIAGET, J. 1980. The psychogenesis of knowledge and its epistemological significance. (In Piattelli-Palmarini, M., ed. Language and learning: the debate between Jean Piaget and Noam Chomsky. Cambridge : Harvard University Press. p. 23-34.)

PIAGET, J. 1983. Jean Piaget's view on the psychology of language and thought. (In Rieber, W., ed. Dialogues on the psychology of language and thought. New York : Plenum Press. p. 107-120.)

PIAGET, J. & INHELDER, B. 1967. The child's conception of space. London : Routledge. 490 p.

PIMM, D. 1987. Speaking mathematically: communications in mathematics classrooms. London : Routledge. 217 p.

PIMM, D. 1991. Communicating mathematically. (In Durkin, K. & Shire, B., eds. Language and mathematical education: research and practice. Philadelphia, Pa. : Open University Press. p. 17-23.)

PIMM, D. 1995. Symbols and meanings in school mathematics. London : Routledge. 220 p.

PIMM, D. 1996. Diverse communications. (In Elliot, P.C. & Kenney, M.C., eds.

Communication in mathematics K-12 and beyond. 1996 Yearbook. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics. p. 11-9.)

PORTER, A.C. 1989. A curriculum out of balance: the case of elementary school mathematics. *Educational researcher*, 18(5):9-15.

PRETORIUS, E. 2002. Reading ability and academic performance in South Africa: are we fiddling while Rome is burning? *Language matters*, 33:169-196.

PUGALEE, D.K. 1997. Connecting writing to the mathematics curriculum. *Mathematics teacher*, 90(4):308-310, April.

PUTNAM, H. 1980. What is innate and why: comments on the debate. (*In* Piattelli-Palmarini, M., ed. *Language and learning: the debate between Jean Piaget and Noam Chomsky*. Cambridge : Harvard University Press. p. 287-309.)

ROTHMAN, R.W. & COHEN, J. 1989. The language of math needs to be taught. *Academic therapy*, 25(2):133-144, November.

RUBENSTEIN, R. & THOMPSON, D.R. 2001. Learning mathematical symbolism: challenges and instructional strategies. *Mathematics teacher*, 94(4):265-271, April.

RUSSELL, B. 1973. The uses of language. (*In* DeVito, J.A., ed. *Language concepts and processes*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall. p. 39-45.)

SAS SYSTEM FOR WINDOWS, RELEASE, 6.12. 1996. Cary, NC. : SAS Institute.

SCHNOTZ, W. 1994. Learning of reading comprehension. (*In* Husén, T. & Postlethwaite, T.N., eds. *International encyclopedia of education*. 2nd ed. 8:4940-4942.)

SCHWARTZ, A.E. 2000. Axing maths anxiety. *Education digest*, 65(5):62. (3 p.), January. [*In* EBSCOHost: Academic search premier, full text display: <http://www-sa.ebcso.com>] [Date of access: 12 June 2001].

SECADA, W.G. 1992. Race, ethnicity, social class, language and achievement in mathematics. (*In* Grouws, D.A., ed. *Handbook of research on mathematics*

teaching and learning. New York : Macmillan/NCTM. p. 623-660.)

SENK, S.L. 1989. Van Hiele levels of achievement in writing geometry proofs. *Journal for research in mathematics education*, 20: 309-321.

SHIELD, M. & GALBRAITH, P. 1998. The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational studies in mathematics*, 36(1):29-45.

SHUARD, H.

kyk

CARSS, M., *ed.*

SIEGEL, L.S. 1982. The development of quantity concepts. (*In* Brainerd, C.J., *ed.* Children's logical and mathematical cognition. New York : Springer-Verlag. p. 123-153.)

SIEGEL, M., *et al.* 1996. Using reading to construct mathematical meaning. (*In* Elliot, P.C. & Kenney, M.C., *eds.* Communication in mathematics K-12 and beyond. 1996 Yearbook. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics. p. 66-75.)

SIERPINSKA, A. 1994. Understanding in mathematics. London : Falmer Press. (Studies in mathematics, Education series, 2.) 189 p.

SILVER, E.A. & SMITH, M.S. 1996. Building discourse communities in mathematics classrooms: a worthwhile but challenging journey. (*In* Elliot, P.C. & Kenney, M.C., *eds.* Communication in mathematics K-12 and beyond. 1996 Yearbook. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics. p. 20 -28.)

SMYTH, A. 2002. Building literacy for learning. *Language matters*, 33:49-69.

SPEARTRITT, D. 1994. Mother tongue language tests. (*In* Husén, T. & Postlethwaite, T.N., *eds.* The international encyclopedia of education. 2nd ed. 7:3930-3936.)

STEELE, D. & REYNOLDS, A. 1999. Learning mathematical language in the zone of proximal development. *Teaching children mathematics*, 6(1):38-42, September.

STEINBERG, D.D. 1993. An introduction to psycholinguistics. London : Longman. 266 p.

STEYN, H.S. 1999. Praktiese beduidenheid: die gebruik van effekgroottes. Potchefstroom : Publikasiebeheer Komitee, PU vir CHO. (Wetenskaplike bydraes van die PU vir CHO. Reeks B: Natuurwetenskappe, nr. 117.)

STRAUSS, S. 1987. Educational-developmental psychology and school learning. (In Liben, L.S., ed. Development learning: conflict or congruence. London : Lawrence Erlbaum Associates. p. 133-158.)

SUID-AFRIKA. Department of Education. 2002. Revised national curriculum statement grades R-9 (schools). Policy: Mathematics, 2002. Pretoria : Department of Education. 112 p.

SUTHERLAND, P. 1992. Cognitive development today: Piaget and his critics. London : Paul Chapman Publishing. 204 p.

SUYDAM, M.N. 1985. The shape of instruction in geometry: some highlights from research. *Mathematics teacher*, 78(6):481-486, September.

SWINDAL, D.N. 2000. Learning geometry and a new language. *Teaching children mathematics*, 7(4):246-251, December.

SWING, S. & PETERSON, P. 1988. Elaborative and Integrative thought processes in mathematics learning. *Journal of educational psychology*, 80(1):54-66.

THOM, R. 1973. Modern mathematics: does it exist? (In Howson, A.G., ed. Developments in mathematical education. Proceedings of the second international congress on mathematical education. Cambridge : Cambridge University Press. p. 194-209.)

THOMPSON, D.R. & RUBENSTEIN, R.N. 2000. Learning mathematics vocabulary: potential pitfalls and instructional strategies. *Mathematics teacher*, 93(7):568-575, October.

UNIVERSITEIT VAN PRETORIA. s.a. ELSA PLUS vir hoër onderwys en opleiding;

saamgestel in samewerking met die Eenheid vir die Ontwikkeling van Taalvaardigheid (UP), Hough en Horne CC, (Alberton) en PU vir CHO, Potchefstroom. Pretoria : Universiteit van Pretoria, Business Enterprises.

TRIADAFILLIDIS, T.A. 1995. Circumventing visual limitations in teaching the geometry of shapes. *Educational studies in mathematics*, 29:225-235, October.

USISKIN, Z. 1982. Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry - CDASSG project. Chicago : University of Chicago. 231 p.

USISKIN, Z. 1987. Resolving the continuing dilemmas in school geometry. (In Lindquist, M.M. & Shulte, A.P., eds. Learning and teaching geometry, K-12. 1987 Yearbook. Reston, Va : National Council of Teachers of Mathematics. p. 17-31.)

USISKIN, Z. 1996. Mathematics as a language. (In Elliot, P.C., ed. Communication in mathematics, K-12 and beyond. 1996 Yearbook. Reston, Va : National Council of Teachers of Mathematics. p. 231-243.)

VAN HIELE, P.M. 1986. Structure and insight: a theory of mathematics education. New York : Academic Press. 246 p.

VAN HIELE, P.M. 1999. Developing geometrical thinking through activities that begin with play. *Teaching children mathematics*, 5(6):310-316, February.

VYGOTSKY, L.S. 1962. Thought and language. Cambridge, Mass. : MIT Press. 168 p.

VYGOTSKY, L.S. 1967. Language and thought: the problem and the approach. (In De Cecco, J.P., ed. The psychology of language, thought, and instruction. London : Holt, Rinehart and Winston. p. 56-60.)

WHORF, B.L. 1956. Language, thought and reality. Cambridge, Mass. : MIT Press. 278 p.

Vraag 1 : Leesbegrip

(10 Minute)

Lees die volgende storie en beantwoord die vrae wat daarop volg.

DIE SPIEËL

Lank gelede, in 'n land ver van hier, het daar 'n ou man by name Chekko naby die see gewoon. Uit sy karige loon het hy sy seun, Hadi, se skoolgeld betaal. Hadi, 'n wakker leerling, het na voltooiing van sy skoolloopbaan as 'n klerk begin werk.

Kort voor lank verdien Hadi soveel dat hy sy pa kan ompraat om af te tree. Chekko maak so en geniet sy aftrede.

Een aand hoor Hadi sy pa hoes. Toe hy in sy pa se kamer kom, lê Chekko op die vloer. Chekko het hom doodgestik. Hadi se hart was baie seer.

Kort daarna ontmoet Hadi vir Anjy. Toe hulle trou, in die lente, is Hadi weer 'n gelukkige man.

'n Jaar later moet Hadi na Akai, 'n stad in die suide, gaan. Toe hy by 'n vreemde winkel verby stap, loer hy in by die deur. Hy kon sy oë nie glo nie. Sy pa, Chekko, staar hom aan.

Hadi het nog nooit in sy lewe 'n spieël gesien nie!

Hy stap die winkel binne, koop die spieël en dra hom versigtig huis toe. Hy plaas die spieël op 'n vertoonkas en bring ure voor die spieël deur. Anjy is stomgeslaan.

Die volgende dag kyk sy in die spieël en, tot haar verbasing,

sien sy 'n mooi jong vrou. Hoekom het Hadi die vrou huis toe gebring?

Anjy raak jaloers en kwaad. Sy vra Hadi wie die vrou is en hy sê dis sy pa; nie 'n vrou nie.

Anjy kyk in die spieël. Sy sien die vrou – regtig 'n mooi vrou.

Daardie aand slaap Hadi en Anjy glad nie; hulle twis.

Die volgende oggend besoek hulle Kogol, 'n wyse ou man wat in 'n hut naby die see bly. Toe Hadi vir Kogol vertel hoe hy sy pa in die groot stad, Akai, opgespoor het, hou Kogol sy hand uit vir die spieël. Kogol kyk in die spieël, lag en skree dan: “Ek sien 'n wyse ou haasbek”. Dan sluit Kogol die spieël weg in 'n kas. “Wyse ou manne hoort saam,” sê hy vir Hadi en Anjy.

Hadi en Anjy stap kopskuddend huis toe.

Kies jou antwoorde uit die storie, DIE SPIEËL

A. Kies 'n woord uit die storie en skryf dit in die oop spasie. Moenie dieselfde woord meer as een keer gebruik nie.

1. Chekko was arm; hy het 'n salaris verdien.
2. Hadi kon sy pa om af te tree.
3. Hadi het vas geglo hy het sy oorlede pa in 'n winkel in Akai raakgeloop.
4. Anjy was en vies toe sy die mooi jong vrou in die spieël sien.
5. Anjy en Hadi het so getwis dat hulle nie kon nie.

B. Besluit of die volgende stellings WAAR of ONWAAR is. Moenie raai nie. Maak 'n kruisie in die gepaste blokkie.

Stelling	Waar	Onwaar
1. Chekko is dood toe sy lugpyp verstop het.		
1. Hadi en Anjy se harte was baie seer toe Chekko dood is.		
2. Hadi het na sy pa gelyk.		
3. Anjy was 'n mooi vrou.		
4. Kogol het 'n wyse ou haasbek Chekko in die spieël gesien.		

C. Dui aan JA of NEE. Moenie raai nie. Maak 'n kruisie in die gepaste blokkie.

Stelling	Ja	Nee
1. Hadi het in 'n kantoor gewerk.		
2. Hadi het sy oorlede pa lewend in Akai gesien.		
3. Hadi het 'n mooi, jong, Akaise vrou huis toe gebring.		
4. Kogol het nie tande gehad nie.		
5. Kogol en die oorlede Chekko moes mekaar geken het.		

**D. Kies telkens die beste antwoord uit die moontlikhede.
Moenie raai nie. Maak 'n kruisie in die gepaste
blokkie.**

1. Chekko het afgetree omdat hy ...

(a) oud was.	
(b) arm was.	
(c) omgepraat was.	
(d) dit geniet het.	

2. Chekko het ...

(a) niks van Anjy gehou nie.	
(b) baie van Anjy gehou.	
(c) by Hadi en Anjy gebly.	
(d) Anjy nie geken het nie.	

3. Anjy was stomgeslaan omdat ...

(a) Hadi ure voor die spieël deurgebring het.	
(b) sy nog nooit 'n spieël gesien het nie.	
(c) sy 'n mooi jong vrou in die spieël gesien het.	
(d) Chekko by hulle kom bly het.	

4. Hadi en Anjy het getwis omdat ...

(a) hulle nie kon slaap nie.	
(b) Anjy kwaad en jaloers was.	
(c) Hadi ure voor die spieël deurgebring het.	
(d) Anjy gedink het Hadi se pa is 'n vrou.	

**5. Hadi en Anjy het kopskuddend huis toe gestap, want
Kogol het ...**

(a) Chekko in die spieël gesien.	
(b) gelag en geskree.	
(c) die spel gevat.	
(d) hulle verder verwar.	

Vraag 2 : Klankleer

Skryf die volgende woorde neer: (Toetsafnemer lees die woorde):

1. avontuur.....
2. arrestasie.....
3. vertikaal.....
4. seëninge.....
5. maskeerband.....
6. horisontale.....
7. skaapskêr.....
8. dingetjie.....
9. ydelheid.....
10. matematies.....

Vraag 3 : Diktee

(Toetsafnemer lees die volgende sinne, en leerders moet dit korrek neerskryf, met leestekens waar nodig)

1. Ingrid Jonker se bekendste gedig , Die Kind, is in 1960 geskryf.

.....

.....

.....

2. Is 'n jaarpunt van minstens 50% nodig om Rekenaarwetenskap te slaag?

.....

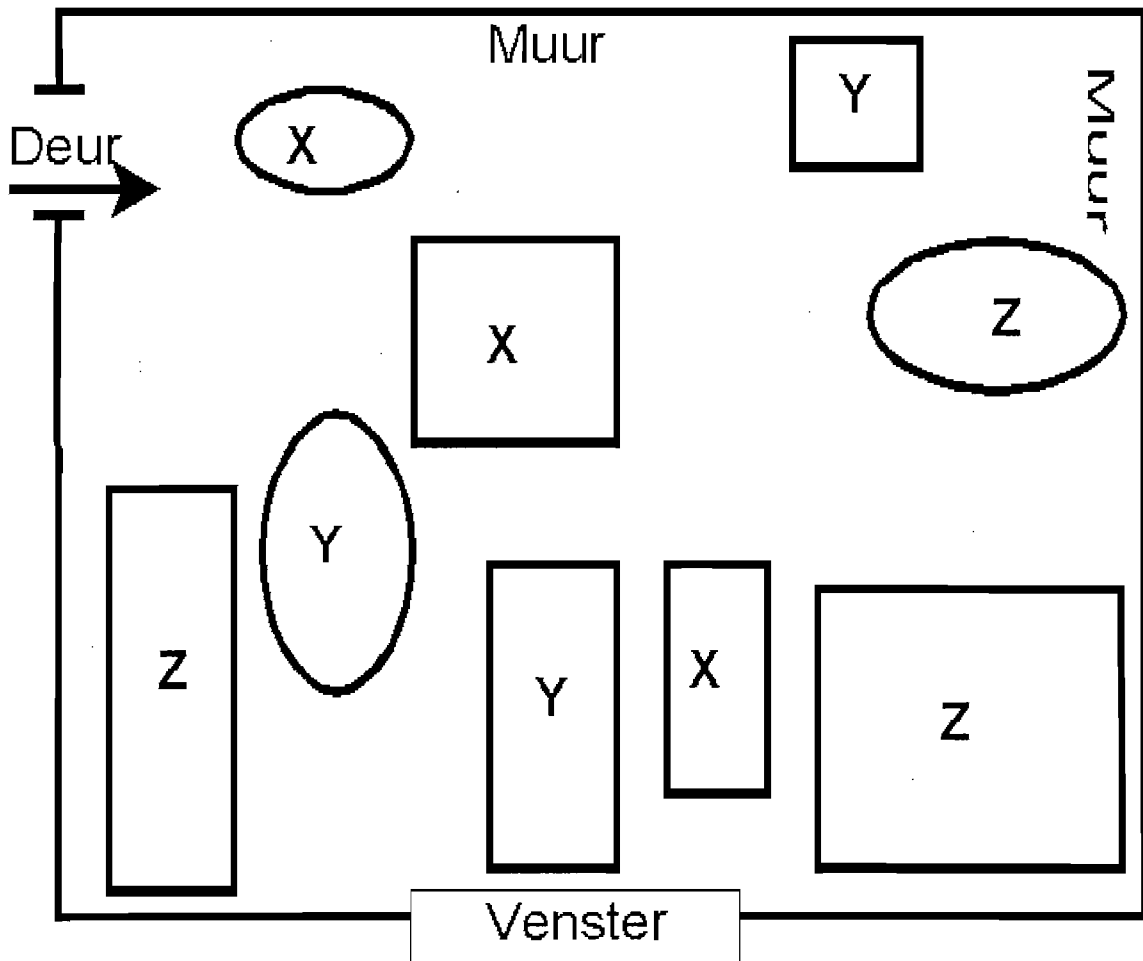
.....

.....

Vraag 4 : TAGRUKON

(5 Minute)

Kyk na die onderstaande skets van 'n vertrek met nege tafels - drie langwerpiges, drie vierkantiges en drie ovales.



Jy is hier aan die buitekant van die vertrek. Jy kyk by die venster in.

Voltooi die onderstaande.

Moenie die ontbrekende woorde of frases hier invul nie.

Merk slegs die korrekte antwoord op die antwoordblad.

1. Daar is nege tafels in die vertrek: drie langwerpiges, drie vierkantiges en drie ovales. Vierkantige tafel Y is -----.
2. Langwerpige tafel Y is langer as langwerpige tafel X, maar ----- langwerpige tafel Z.
3. Langwerpige tafel X is ----- die regterkantse muur as vierkantige tafel X.
4. Ovaal tafel Z is ----- vierkantige tafel Z.
5. Watter tafel is ---, langwerpige tafel Z of langwerpige tafel Y?
6. Watter tafel is ----- aan die linkerkantse muur, ovaal tafel X, Y of Z?
7. Vierkantige tafel X is ----- die voorste muur as langwerpige tafel Y.
8. Langwerpige tafel X staan ----- langwerpige tafel Y.
9. Watter tafel is ----- van die venster af: langwerpige tafel Y, vierkantige tafel Y of ovaal tafel Y?
10. Ovaal tafel X is ----- die deur as aan die venster.

Moenie omblaai nie, wag asseblief.

--	--	--

Antwoordblad

Vraag 4 : TAGRUKON

(5 Minute)

	A	B	C
1	kleiner	klein	die kleinste
2	Kortste van	korter as	korter dan
3	naby aan	verder van	nader aan
4	agter	voor	langs
5	lank	langer	die langste
6	die naaste	na	nader
7	verder van	nader aan	die verste van
8	links van	agter	regs van
9	ver	verder	die verste
10	nader aan	die naaste aan	naby aan

Vraag 5 : Sinsluiting

(5 Minute)

In die volgende paragraaf is telkens een woord uitgelaat. Vul die gepaste woord in hierdie oop spasies in.

LW: Slegs een woord per spasie. Hou die styl in gedagte.

Wie wil 'n entrepreneur wees?

Entrepreneur is afgelei van die Frans **entrependre** en beteken “om te onderneem, om te waag”. Om jou eie baas te wees behels as om net betyds te weeswerk, of om dag en nag sweet. Jy is eerstens aangewese op eie vaardighede al sou jy ander se bekwaamhede wou inspan. Jy moet jouself glo, vasbeslote wees, nooit tou nie, baie ambisie hê en oor onuitputlike bron entoesiasme en energie beskik. hierdie persoonlike eienskappe sal jy ookdie nodige vaardighede moet beskik om jou plan te laat werk.

Vraag 6 : Woordeskat

(10 Minute)

Kies telkens die beste antwoord uit die moontlikhede. Moenie raai nie en moenie tyd verspil nie. Dink voor jy antwoord. Merk die korrekte antwoord op die antwoordblad en nie op hierdie bladsye nie.

- Om die een of ander rede het ek aangeneem dat die meerderheid diere in die dieretuin karnivore is, terwyl die meeste in der waarheid **herbivore** is. **Herbivore** beteken:
(a) vleisvreters (b) soogdiere
(c) plantvreters (d) primate
- Nadat hy sy matriek geslaag het, tree die jongste seun **pedanties** op. So asof hy alle wysheid in pag het en niemand hom meer kan leer nie. **Pedanties** beteken:
(a) stilswyend (b) leedvermakerig
(c) parmantig (d) beteweterig
- Ten spyte van die gebrek aan 'n alibi het die beskuldigde **onwrikbaar** by sy verklaring gebly. Ons het geen bewyse van die teendeel gehad nie. 'n Sinoniem vir **onwrikbaar** is:
(a) oneerlik (b) standvastig
(c) onbeskaamd (d) hardkoppig
- By mense wat HIV-positief is, is die VIGS-virus gewoonlik **latent**. Dit mag eers jare later sy tol eis. **Latent** beteken:
(a) aanwesig (b) onskadelik
(c) akuut (d) sluimerend
- Die restaurant het sy reëlins met betrekking tot 'n rookvrye area **nougeset** toegepas. Dit het byval gevind by rokers en nierokers. **Nougeset** beteken:
(a) regverdige (b) konserwatief
(c) ferm (d) permissief
- Die aanklaer se spottende houding en **bytende** aanmerkings het die prokureur vir die verdediging woedend gemaak. **Bytende** beteken:
(a) sarkastiese (b) stuurse
(c) iesegrimmige (d) aggressiewe
- Die regisseur het gehoop dat die vertoning 'n dawerende sukses sou wees. Nadat die choreograaf, onder die indruk dat hy beledig is, vertrek het, was die vertoning egter 'n **fiasko**. 'n **Fiasko** se sinoniem is:

- (a) blaps
- (c) verleentheid

- (b) verwarring
- (d) mislukking

8. 'n Resensent beweer dat die balletdansers deur die moderner **choreografie** van die Neutkrakersuite steeds Tsjaikofski se musiek besonder goed komplementeer. **Choreografie** verwys na die:
- (a) kostuums
 - (b) verhoogdekor
 - (c) danssamestelling
 - (d) regie
9. Alhoewel onderwys in bykans alle westerse lande plaasvind, is daar miljoene kinders in onderontwikkelde lande wat geen onderrig ontvang nie.
- (a) al
 - (b) steeds
 - (c) selfs
 - (d) behalwe
10. Omdat ons in taal dink, is dit om die korrekte woordeskat te ken vir die formulering van konsepte.
- (a) moontlik
 - (b) effektief
 - (c) essensieël
 - (d) uitsonderlik
11. Baie studente onderstreep en gebruik kleur as metodes om leer te
- (a) frustreer
 - (b) inhibeer
 - (c) fasiliteer
 - (d) formuleer
12. Veral kinders is uiters vir die invloed van die media, omdat hulle nie boodskappe krities beoordeel nie.
- (a) subjektief
 - (b) inspirerend
 - (c) afgestomp
 - (d) sensitief
13. Wanneer iets aan 'n mens verduidelik word, is dit nodig om bewustelik elke stap van die verduideliking te verstaan en om nie net te lees nie.
- (a) spesifiek
 - (b) toereikend
 - (c) ondubbelsinnig
 - (d) oppervlakkig
14. Die mens gebruik positiewe en negatiewe syfers om tetussen temperature wat bo of onder 0° C lê.
- (a) evalueer
 - (b) takseer
 - (c) fluktueer
 - (d) diskrimineer
15. Sommige van hierdie verwerkingsprobleme kan opgelos word deur gebruik te maak van rekenaarsagteware.
- (a) genoegsame
 - (b) toereikende
 - (c) alternatiewe
 - (d) antivirus

VRAELYS 2

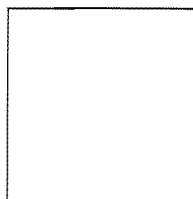
Slegs vir
kantoor gebruik::

--	--	--

Beantwoord al die volgende vrae deur 'n kruisie oor die korrekte blokkie te trek of die antwoord op die lyntjie in te vul. Moenie in die linkerkantste blokkies skryf nie.

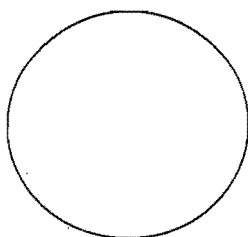
1. Hierdie figuur is 'n:.....

- a) driehoek
- b) vierhoek
- c) vierkant
- d) parallelogram
- e) reghoek

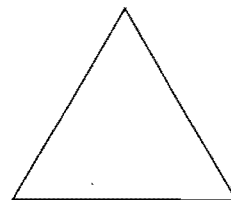
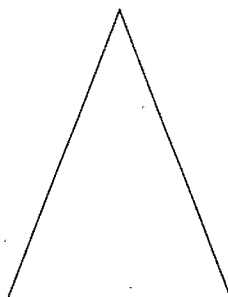
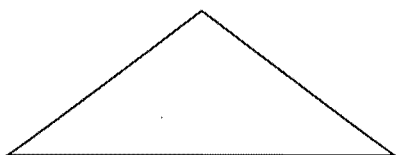


A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

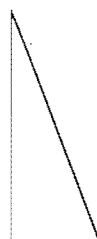
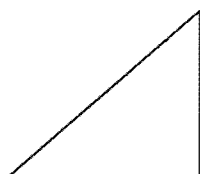
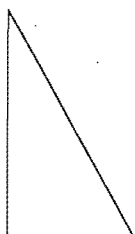
2. Gee die naam van die volgende figuur:



3. Watter soort driehoeke is dit? _____



4.



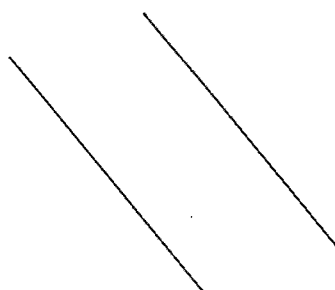
4.1 Is al hierdie figure driehoeke? ☐ JA ☐ NEE

4.2 Verduidelik: _____

4.3 Is hulle 'n spesiale soort driehoek? ☐ JA ☐ NEE

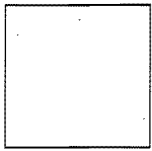
4.4 Indien wel, watter soort?

5. Die lyne ontmoet mekaar nooit, al word hulle verleng. Watter woord beskryf dit? _____

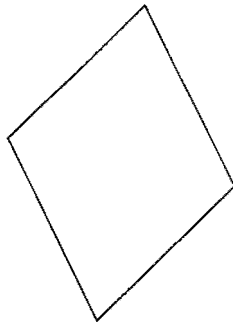


6. Watter van hierdie figure is vierkante?

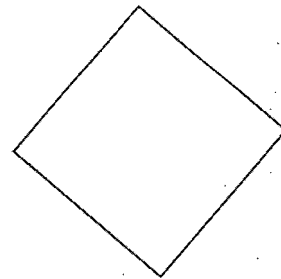
A	B	C	D	E	F
---	---	---	---	---	---



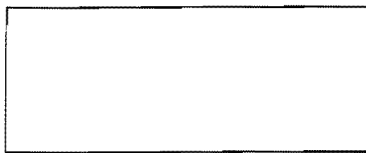
(A)



(B)



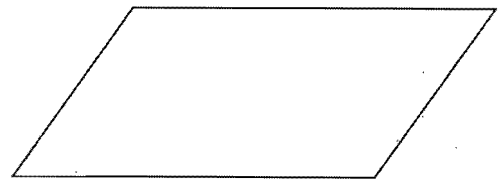
(C)



(D)



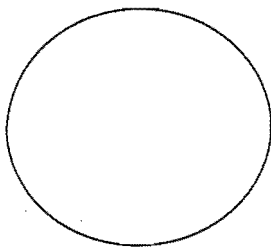
(E)



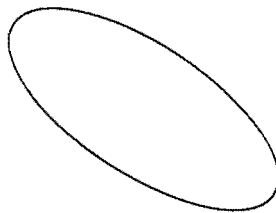
(F)

7. Watter van die volgende figure is sirkels?

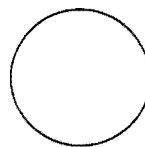
A	B	C	D
---	---	---	---



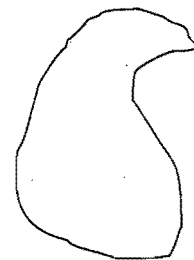
(A)



(B)



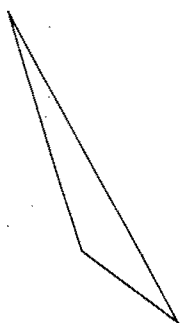
(C)



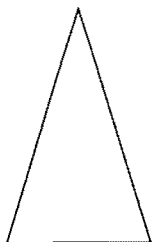
(D)

8. Watter van hierdie figure is gelykbenige driehoeke?

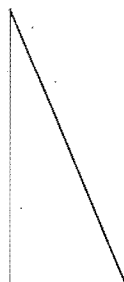
A	B	C	D
---	---	---	---



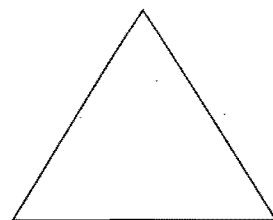
(A)



(B)



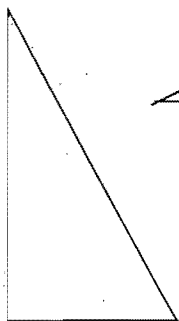
(C)



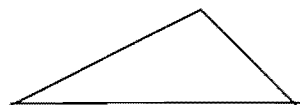
(D)

9. Watter van hierdie driehoeke is reghoekige driehoeke?

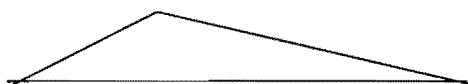
A	B	C	D	E	F
---	---	---	---	---	---



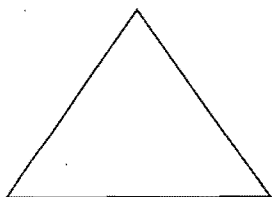
(A)



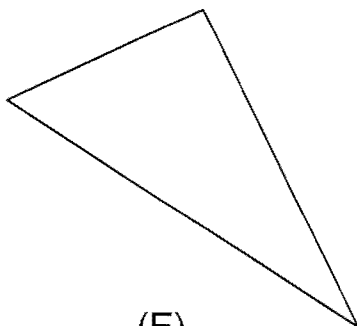
(B)



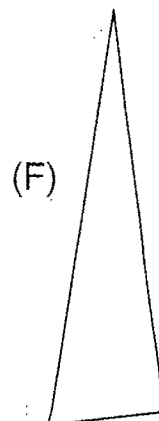
(C)



(D)



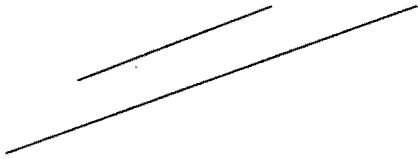
(E)



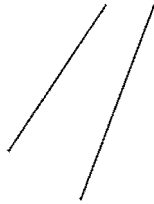
(F)

10. Watter van hierdie pare lyne is ewewydig?

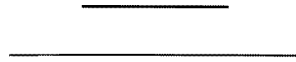
A	B	C	D
---	---	---	---



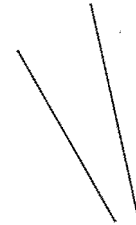
(A)



(B)

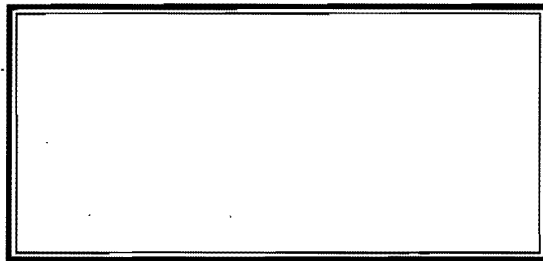


(C)



(D)

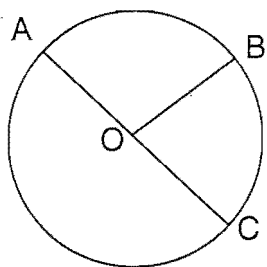
11.1 Teken 'n vierkant



11.2 Wat moet waar wees van die sye?

11.3 Wat moet waar wees vir die hoeke?

12 Hier is 'n sirkel. O is die middelpunt van die sirkel.



Benoem die volgende lynstukke

12.1 OB is 'n _____

12.2 OC is 'n _____

12.3 AC is 'n _____

13.1 Wat kan jy sê omtrent die sye van 'n gelykbenige driehoek?

13.2 Wat kan jy sê omtrent die hoeke van 'n gelykbenige driehoek?

14.1 Het 'n reghoekige driehoek altyd 'n langste sy?

☐ JA ☐ NEE

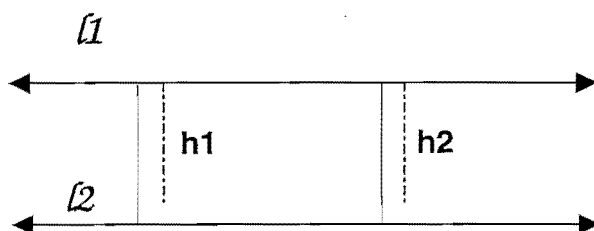
14.2 Indien wel, watter een?

14.3 Het 'n reghoekige driehoek altyd 'n grootste hoek?

☐ JA ☐ NEE

14.4 Indien wel, watter een?

15.



15.1 As $h_1 = h_2$, wat is waar van lyne ℓ_1 en ℓ_2

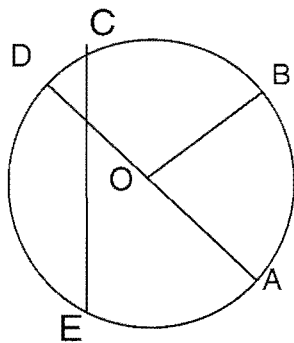
15.2 As $h_1 \neq h_2$, wat is waar van lyne ℓ_1 en ℓ_2 ?

16.1 Noem sommige van die maniere waarop vierkante en reghoeke soortgelyk is.

16.2 Is alle vierkante ook reghoeke? JA | NEE

16.3 Hoekom?

17.



Die figuur is 'n sirkel met middelpunt O

Is die volgende

A) Beslis B) Moontlik

C) Onmoontlik

17.1 $OB = OA$?

A	B	C
---	---	---

Rede:

17.2 $OD = OA$?

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

17.3 $2OB = AD$?

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

17.4 $AD = EC$?

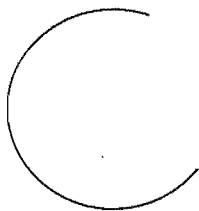
A	B	C
---	---	---

Rede: _____

18. Omkring die kleinste kombinasie van die volgende wat sal verseker dat 'n figuur 'n vierkant is.

- a. die figuur is 'n parallelogram
- b. dit is 'n reghoek
- c. dit het regte hoeke
- d. teenoorstaande sye is ewewydig
- e. aangrensende sye is ewe lank
- f. teenoorstaande sye is ewe lank

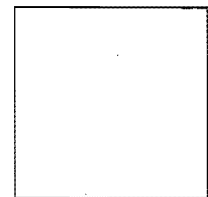
19.



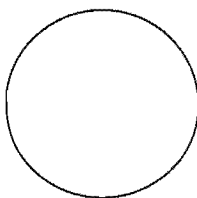
(A)



(B)



(C)



(D)



(E)

19.1 Verduidelik waarom elkeen van bostaande diagramme 'n sirkel is of nie 'n sirkel is nie:

(a) _____

(b) _____

(c) _____

(d) _____

(e) _____

19.2 Kan jy dalk 'n algemene reël gee vir bostaande antwoorde?

20. QAB is 'n driehoek.

20.1 Veronderstel $\hat{Q}$ is 'n regte hoek. Sê dit vir jou iets omtrent $\hat{A}$ en $\hat{B}$?

Indien wel, wat?

20.2 Veronderstel $\hat{Q}$ is kleiner as 90° . Kan die driehoek 'n reghoekige driehoek wees? **JA | NEE**

Hoekom?

20.3 Veronderstel $\hat{Q}$ is groter as 90° . Kan die driehoek 'n reghoekige driehoek wees? **JA | NEE**

Hoekom?

21. Hoe sou jy lyne herken wat ewewydig is?

22. Omkring die kleinste kombinasie van die volgende wat sal verseker dat 'n driehoek gelykbenig is:

- a) Dit het twee gelyke hoeke
- b) Dit het twee gelyke sye
- c) Die som van die hoeke is 180°
- d) Die loodregte lyn vanuit 'n hoek halveer die oorstaande sy.

23. Is die volgende waar?

23.1 Alle gelykbenige driehoeke is reghoekige driehoeke. JA | NEE

Gee redes.

23.2 Sommige reghoekige driehoeke is gelykbenige driehoeke. JA | NEE

Gee redes.

24. Is die volgende lyne of lynstukke ewewydig?

A) Altyd B) Soms C) Nooit

Gee redes.

24.1 Twee lynstukke wat nooit sny nie.

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

24.2 Twee lynstukke wat loodreg is op dieselfde lyn.

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

24.3 Twee lynstukke in 'n vierkant

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

24.4 Twee lynstukke in 'n driehoek

A	B	C
---	---	---

Rede: _____

24.5 Twee lynstukke wat nie sny nie.

A	B	C
---	---	---

Rede: _____