

'N ONTLEDING VAN DIE WISKUNDIGE VERHOUDINGSBEGRIIP
VAN LEERLINGE IN STANDERDS VI, VII en VIII.

'n Verhandeling goedgekeur ter gedeeltelike
nakoming van die vereistes vir die graad

MAGISTER EDUCATIONIS

aan die

POTCHEEFSTROOMSE UNIVERSITEIT

vir

CHRISTELIKE HOËR ONDERWYS.

Ingedien deur:

ALBERTUS JAKOBUS VAN ROOY, B.Sc., B.Ed.

op

16 Junie 1956.

Promotor:

Prof. dr. H.J.J. Bingle.

VOORWOORD.

aan die volgende persone wil ek graag my hartlikste dank en erkentlikheid betuig:

Die onderwyzers en leerlinge wat as proefnemers en proefpersone met die aflegging van die toetse opgetree het.

Die skoolhoofde: dr. H.P. van Coller, mnr. J.J. van der Walt, A.J. Combrink, J.W.C. Riekert en D. van Rooy (waarnemend) wat die nodige fasiliteite vir die ondersoek verskaf het.

Die skoolinspekteurs: dr. J.J. van Tonder, T. le Roux, G.R. van Rooyen en mnr. C.B. Linder en P.J. Hugo, sowel as die Transvaalse Onderwysdepartement vir die vriendelike verloop om die toetse tydens skoolure toe te pas. Dr. J.M. de Wet, senior lektor aan die P.U. vir C.H.O., Potchefstroom en mnr. A.J. van Riet van Senlam, Johannesburg, vir hulp met die statistiese berekeninge. 'n Besondere woord van dank aan my onderwyser van jare gelede, drs. J.L. du Plooy, M.A., M.Ed., hoof van die Generaal De la Rey-skool. Hy het nie alleen hierdie verhandelinge taalkundig versorg nie, maar ook voortdurend in my vordering belang gestel. Menige wenk van hom is hierin opgeneem.

Dr. H.W.P. Stellwag, buitengewone hoogleraar in die pedagogiek aan die Gemeentelike Universiteit van Amsterdam, wat goedgunstiglik 'n waardevolle literatuurlys verskaf het, waarvan met dankbaarheid gebruik gemaak is. My promotor, prof. dr. H.J.J. Bingle, 'n woord van hartlike dank vir sy inspirerende leiding en vriendelike aanmoediging, waardeur hierdie studie met soveel vreugde en sukses kon plaasvind.

My vader, prof. D.J. van Rooy. Aan hom 'n woord van innige dank vir sy waardevolle hulp in verband met die wiskundige deel van hierdie verhandeling sowel as vir die versameling van leesstof oorse.

Eindelik my innigste dank aan my vrou en kinders wat genoeg humorsin getoon het om 'n studerende man en vader met lankmoedigheid te verdra.

A.J. van Rooy.

Ontdokers, 17 April 1956.

INLEIDINGBladsy.INLEIDING

- | | | |
|----|---------------------------------------|---|
| 1. | Die aanleiding tot hierdie ondersoek. | 1 |
| 2. | Die probleemstelling. | 2 |

HOOFSTUK 1.

- | | | |
|----|--|----|
| | Die verhoudingsbegrip wiskundig, sielkundig en opvoedkundig benader. | 4 |
| 1. | Die verhoudingsbegrip deur die eeue. | 4. |
| | (a) Die ou Egiptenare | 4 |
| | (b) Die Babiloniërs. | 4 |
| | (c) Die Grieke. | 4 |
| | (d) Die tydperk vanaf Euclides tot by Newton. | 10 |
| | (e) Newton. | 10 |
| | (f) Samevatting. | 12 |
| 2. | Die verhoudingsbegrip in die lig van die moderne wiskundige denke. | 13 |
| | (a) Die doel | 13 |
| | (b) Groothede. | 13 |
| | (c) Deelbare groothede. | 13 |
| | (d) Verhoudings en breuke. | 14 |
| | (e) Verhoudings en maggetalle. | 15 |
| | (f) Verhouding en meetkunde. | 15 |
| | (g) Die leer van die verhoudings van lynstukke volgens Hilbert. | 15 |
| | (h) Verhouding en getal. | 16 |
| | (i) Die verhoudingsbegrip in die lig van die wysbegeerte. | 16 |
| | (j) Die verhoudingsbegrip in die rekenkunde-onderwys. | 18 |
| | (k) Samevatting. | 19 |
| 3. | Denke en begripsvorming sielkundig beskou. | |
| | Die belangrikheid van betrekkings in begripsvorming. | 19 |

(v)

(a) Die Duits-Nederlandse denksielkunde.	19
(b) Amerika.	22
(c) Samevatting.	23
4. Die verhoudingsbegrip van kinders.	25
(a) Die voorskoolse kind. Die werk van Piaget.	26
(b) Die middelbare skoolkind: Sillogisme- ondersoek	28
(c) Navorsing in Suid-Afrika	32
(d) Samevatting.	34

HOOFSTUK 11.

Die ondersoek.	36
1. Die doel van hierdie ondersoek.	36
2. Die samestelling van die toetsbattery.	36
(a) Die vereistes wat aan die toetsbattery gestel is.	36
(b) Die herkoms van die vrae	38
(c) Die voortoets	40
(d) Die uiteindelijke inkleiding van die toets- battery.	49
3. Die proefnemers en proefpersone.	51
(a) Die skole.	51
(b) Die onderwysers en leerlinge.	52
4. Samevatting.	53

HOOFSTUK 111.

Die resultate en gevolgtrekkings.	54
1. Die resultate van die toetse	54
(a) Toets 1.	54
(b) Toets 2.	55
(c) Toets 3.	57
(d) Toets 4.	58
(e) Toets 5.	60
2. Die korrelasie tussen die toetsresultate.	63

3. Die beantwoording van sekere uitgesoekte vrae in die toetsbattery.	63
(a) Toets 2.	63
(b) Toets 4.	65
(c) Toets 5.	66
4. Die bespreking van die resultate.	68
(a) Die aantal lesperiodes aan rekene en wiskunde toegestaan.	68
(b) Die persentasie proefpersone wat sowel wiskunde as rekenkunde as vakke geneem het.	68
(c) Toets 1. Die betrekkings tussen ongelykhede.	68
(d) Toetse 2 en 3. Die rekenkundige verhoudingsbegrip	73
(e) Toets 4. Die analitiese vermoë	83
(f) Toets 5. Die ruimtelike verhoudingsbegrip.	84
(g) Samevatting.	86
5. Gevolgtrekkings.	87
(a) St. VI-leerlinge.	87
(b) Die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip.	87
(c) Rekenmoeilikhede.	89
(d) Rypheid of vorming.	95
(e) Goniometriese verhoudings.	96
6. Die aansluiting tussen rekenkunde-onderwys in die laer skool en wiskunde- (insluitende rekenkunde) onderwys in die middelbare skool.	99
(a) Rekenkunde.	99
(b) Die taak van die middelbare skool ten opsigte van rekenkunde-onderwys	101
(c) Algebra en meetkunde	103
(d) Die verhoudingsbegrip as fundamentele insig.	105
7. Samevatting.	106

8.	Onderwerpe vir verdere navorsing	107
9.	Slot.	

BYLAE

I	Die voortoetse	109
II	Die finale toetsbatterij	116
III	Instruksies aan die proefnemer	123
	Geraadpleegde werke	124
	Summary	129

LYS VAN TABELLE

I	Uitslag van die eerste voortoets	41
II	Uitslag van die hersiene voortoets 1.	43
III	Die uitslag van voortoets 2.	44
IV	Die uitslag van voortoets 3.	46
V	Die uitslag van voortoets 4.	47
VI	Die uitslag van voortoets 5.	48
VII	Die aantal proefpersone.	53
VIII	Die gemiddelde persentasies deur die proefpersone behaal in Toets 1.	55
IX	Die gemiddelde persentasies in Toets 2 behaal.	56
X	Die gemiddelde persentasies in Toets 3 behaal.	58
XI	Die gemiddelde persentasies in Toets 4 behaal.	59
XII	Die gemiddelde persentasies in Toets 5 behaal.	61
XIII	Die korrelasiekoeffisiënt met Toets 2 en 3 gesamentlik.	64.
XIV	Toets 2. Persentasies proefpersone wat vrae 4 en 5 reg beantwoord het.	64
XV	Toets 4. Persentasies proefpersone wat vrae 6 en 7 reg beantwoord het.	66
XVI	Toets 5. Persentasies proefpersone wat vrae 6 en 8 reg beantwoord het.	67
XVII	Aantal lesperiodes vir rekenkunde en wiskunde	69
XVIII	Die persentasie proefpersone wat sowel rekenkunde as wiskunde neem	69

(viii)

XIX	Gemiddelde persentasies in Toets 1 behaal	69
XX	Vergelyking van prestasies in Toets 1.	71
XXI	Gemiddelde persentasies in Toets 2 en 3 behaal	74
XXII	Vergelyking van prestasies in Toets 2 en 3 gemiddeld	74
XXIII	Die verspreiding van die aantal punte behaal in Toetse 1 en 2 (ges.) tussen die proefnemers.	75
XXIV	Gemiddelde persentasies in Toets 4 behaal	84
XXV	Gemiddelde persentasies in Toets 5 behaal	85
XXVI	Vergelyking van prestasies in Toets 5.	85

LYS VAN FIGURE

Na bladsy.

1.	Gemiddelde persentasies in Toets 1.	55
2.	Gemiddelde persentasies in Toets 2.	56
3.	Gemiddelde persentasies in Toets 3.	58
4.	Gemiddelde persentasies in Toets 4.	59
5.	Gemiddelde persentasies in Toets 5.	60
6.	Vier skole gesamentlik gemiddelde persentasies	62
7.	Persentasie proefpersone Toets 2, vraag 4 reg beantwoord	64
8.	Persentasie proefpersone Toets 2, vraag 5 reg beantwoord	65
9.	Persentasie proefpersone Toets 4, vraag 6 reg beantwoord	66
10.	Persentasie proefpersone Toets 5, vraag 6 reg beantwoord	67

INLEIDING.

1. Die aanleiding tot hierdie ondersoek.

Dat sommige leerlinge die middelbare skoolrekenkunde baie moeilik vind, is welbekend. Dit kom voor dat hulle in die ander skoolvakke redelik goed vaar, maar dat rekenkunde tog maar 'n struikelblok bly.

Hierdie moeilikheid kan omseil word deur aan leerlinge die keuse te laat om 'n ander vak in plaas van rekenkunde te neem. Sommige middelbare skole het van rekenkunde 'n „keusevak" gemaak, met die gevolg dat die rekenkunde-onderwys heeltemal op die agtergrond geraak het. In Transvaal is daar op hierdie oomblik nog middelbare skole waar rekenkunde na standaard ses opsioneel is, terwyl dit in ander skole as 'n „byvak" tot 'n minimum aantal periodes per week onderrig beperk is.

Die beleid om rekenkunde sy sleutelposisie as een van die drie „r's" te ontnem het sy wrange vrugte gehad. Nie alleen is daar vandag 'n aansienlike aantal onderwysers en onderwyseresse aan beide middelbare en laer skole, wie se rekenkunde-opleiding nie verder as standerdses gestrek het nie, maar daar word selfs beweer dat ons rekenvermoë aan die kwyn is.

Moontlik sou dit 'n verstandiger beleid wees om rekenkunde-onderwys vir alle middelbare skoolleerlinge tot standaardag verpligtend te maak, maar om terselfdertyd deur 'n empiriese ondersoek vas te stel, waarom sommige leerlinge rekenkunde moeilik vind.

Die rekenkundeleerplan vir die Transvaalse middelbare skole bepaal uitdruklik dat ingewikkelde berekeninge nêrens aangepak behoort te word nie. Die enigste moeilikheid wat leerlinge dan nog kan hê, is dat hulle die

werk nie kan begryp nie.

Maar is rekenkunde werklik so moeilik om te begryp? Dit hang van die rekenkundige begrippe af.

Om hierdie probleem - die rekenmoeilikhede van middelbare skoolleerlinge - op te los, vereis 'n grondige studie van die belangrikste rekenkundige, en dus ook wiskundige, begrippe.

Selfs 'n vlugtige ondersoek van die bogenoemde rekenkundeleerplan toon dat die verhoudingsbegrip hier 'n sleutelposisie beklee. Die berekening van persentasies, die berekenings in verband met enkelvoudige rente, kommissie, handelskorting, bankrotskappe, effekte en nog baie ander, is op die verhoudingsbegrip gegrond.

2. Die probleemstelling.

Die verhoudingsbegrip het 'n objektiewe en 'n subjektiewe aspek en kan dus van twee kante benader word.

Die eerste probleem wat in verband met die verhoudingsbegrip ondervind word, is dat geskrifte wat aandui presies wat onder 'n wiskundige verhouding verstaan word, baie skaars is. Dit is dus noodsaaklik dat daar 'n deeglike studie van hierdie wiskundige begrip gemaak word: (i) die geskiedkundige ontwikkeling daarvan en (ii) die plek wat dit in die moderne denke beklee.

In die tweede plek moet besluit vasgestel word of die leerlinge wiskundige verhoudings begryp. Dit is moontlik dat sekere wiskundige begrippe wat deur die leerplan, leerboeke en onderwysers as vanselfsprekend en bekend aanvaar word, tog te gevorderd is vir leerlinge in die aanvangsklasse van die middelbare skool. As vasgestel word dat dit die oorsaak van baie rekenmoeilikhede is, kan die onderwys beter by die begripsvermoë van die leerlinge aangepas word, sodat dit in die toekoms nie weer

nodig sal wees om die moeilikheid te omseil nie.

Na aanleiding van die resultate en bevindings sal
(i) verduidelik word wat die gebreke van die huidige
reken- of wiskunde-didaktiek op ons middelbare skole
is, maar daar sal ook

(ii) 'n weg vir die toekoms aangedui word.

HOOFSTUK I.

DIE VEREENIGINGSBEGRIIP WISKUNDIG, SIELKUNDIG
EN OPVOEDKUNDIG BEWADER.1. DIE VEREENIGINGSBEGRIIP DEUR DIE EEU.

- (a) Die ou Egiptenare. Die volke wat voor die Griekse tydperk hulle met wiskunde besig gehou het, het hulle nie veel aan veralgemeende begrippe gesteur nie. Die groot hoeveelheid kennis wat die ou Egiptenare opgegaar het, het hoofsaaklik op empiriese ondersoek berus, sons aangevul deur veralgemenings as gevolg van onvolledige induksie van eenvoudige na ingewikkelder gevalle.

Die Egiptenare het hulle kennis alleen op konkrete gevalle en bepaalde getalle toegepas. Die begrip „driehoek“, wat alle driehoeke verteenwoordig, het in hulle meetkunde nie bestaan nie. In die Egiptiese rekenkunde het daar ook geen abstrakte getalbegrip voor-gekom nie. Alle rasionale breuke, uitgesonderd $\frac{2}{3}$, is as die som van stambreuke uitgedruk.¹⁾

- (b) Die Babiloniërs. In Babilonië is die numeriese meer as in Egipte benadruk, gevolglik is die algebra verder ontwikkel, maar sonder 'n logiese struktuur of bewyse.
- (c) Die Grieko.

(1) Die Pythagoreane: Dit word verhaal dat Thales, 'n Griek, gedurende sy veelvuldige reise, meetkunde by die Egiptenare en sterrekunde by die Babiloniërs geleer het. In Griekeland het hy hierdie kennis aan sy leerlinge oorgedra, en het hy naas die empiriese behandeling, ook oorgestaan tot veralgemening. Deur Pythagoras en sy skool is die proses van abstraksie, wat deur Thales aangevoer

1) Boyer: The concepts of the calculus, 15.

is, voltooi. Die Pythagoreane het nie onderskei tussen die reëeliseerde meetkundige begrippe en die stoflike wêreld nie. Hierdie verwarring van rasionele begripsvorming en empiriese beskrywing was karakteriserend van die hele Pythagoreaanse skool, en is deur sommige as mistisisme beskrywe.

(ii) Die meting van oppervlaktes. Die Griekse wiskundiges het nie van die oppervlakte van 'n figuur gespreek nie, maar van die verhouding van twee vlakke.¹⁾ Hierdie definisie kon nie afgerond word voordat 'n bevredigende getalbegrip ontwikkel is nie. Dié begrip het nog ontbreek.

(iii) Die lengte van 'n lyn: Die Pythagoreane het ontdek dat die diagonaal en die sy van 'n vierkant onderling onmeetbaar is - iets wat vir die Griekse meetkunde steeds 'n struikelblok gebly het.²⁾ Die begrip „irrasionale getal“ was nooit deel van die Griekse wiskunde nie, alhoewel Euclides in die tiende boek van sy „Elemente“ die teorie van onmeetbare groothede ontwikkel het.

(iv) Plato: Die ontwikkeling van die wiskunde in Griekeland is gestrem deur die feit dat hulle geen duidelike getalbegrip gehad het nie. Hulle was nog so gebonde aan die konkrete dat 'n getal steeds vir hulle die verhouding tussen twee lynstukke of oppervlaktes was. Die verontagting van die abstrakte idealiserings, deur Plato voorgestel, was moontlik ook te wyte aan die teenkanting van Aristoteles en die Peripatetiese skool.³⁾ In sy boek Nomoi het Plato gekla oor die dwaling waaraan alle Hellene hulle skuldig gemaak het, nl. dat alle lengtes onderling en alle verhoudings ook onderling meetbaar is.⁴⁾

1) Boyer: Concepts of the calculus, 18.

2) Ibid., 20.

3) Ibid., 30.

4) Dijksterhuis: De elementen van Euclides, I, 20.

(v) Eudoxos. (408 - 355 V.Chr.,)

(1) Verhoudingsteorie. Eudoxos, 'n leerling van Plato, is bekend om sy definisie van gelyke verhoudings, wat wiskundiges in staat gestel het om irrasionale not so goed te hanteer as rasionale getalle. Dit was die beginpunt van ons moderne teorie van irrasionale getalle: Die eerste van vier groothede staan in dieselfde verhouding tot die tweede as die derde tot die vierde, wanneer enige gelyke veelvoude van die eerste en die tweede geneem word, en enige ander gelyke veelvoude van die derde en die vierde, en die veelvoud van die eerste groter, kleiner of gelyk is aan die veelvoud van die tweede, net soos die veelvoud van die derde groter, kleiner of gelyk is aan die veelvoud van die vierde.¹⁾

Die ontdekking van die onderlinge ontmoetbaarheid van lynstukke en oppervlaktes, die moontlikheid dat die verhouding tussen gelyksoortige groothede nie as getalle uitgedruk kon word nie, het 'n sterk invloed op die ontwikkeling van die Griekse wiskunde uitgeoefen. Daarom dat die verhoudingsteorie van Eudoxos 'n groot bydrae was in die oorwinning oor die „scandale logique“ wat deur hierdie ontdekking veroorsaak is.

Dit is onweerlegbaar dat hierdie teorie, as 'n eersterangse geestes skepping, 'n monumentale bydrae tot die Griekse kultuur is.²⁾

Die prestasies van Eudoxos was dié van 'n eersterangse wiskundige, wat in sy werk 'n suiwer natuurwetenskaplike inslag geopenbaar het, sonder enigste geheim-sinnige of mistiese.³⁾

1) Bell: Men of mathematics, 44.

2) Dijksterhuis: De elementen van Euclides, II, 56.

3) Boyer: The concepts of the calculus, 30.

(2) Die Uitputtingsmetode: Aan Eudoxos het ons ook die „uitputtingsmetode“ te danke. Dit is nie nodig om die bestaan van oneindig klein groothede te veronderstel nie, maar dit is voldoende as ons 'n willekeurig klein grootheid deur die volgehoue verdeling van 'n gegewe grootheid kan bereik.¹⁾

Die beginsel waarop hierdie metode gegrond is, word gewoonlik verkeerdelik die postulaat van Archimedes genoem: Indien twee gelyksoortige groothede gegee word (vanselfsprekend moet beide nie nul wees nie, aangesien vir die ou Grieke nul nóg 'n grootheid, nóg 'n getal was) en daar word van die grootste 'n grootheid groter as sy helfte afgetrek, en van wat oorbly ook weer 'n grootheid groter as die helfte, en as hierdie proses voortdurend herhaal word, dan sal daar 'n grootheid oorbly, wat kleiner is as die kleinste grootheid, wat oorspronklik gegee is.²⁾

Hierdie uitputtingsmetode lê ten grondslag van vergelykbaarheid, en is as sodanig ook vir verhouding van belang.

Die Griekse uitputtingsmetode het op die kontinue grootheid betrekking gehad, maar was heeltemal meetkundig, aangesien die rekenkundige kontinuum destyds onbekend was.³⁾ Vir die latere ontwikkeling van die differensiaal- en integraalrekening was dit van groot belang. (vi) Euclides: Euclides het ongeveer 300 jaar voor Christus gelewe. Sy „Elemente“ is een van die beroemdste boeke van alle tye.

Vir Euclides was verhouding nie 'n getal in die abstrakte rekenkundige sin nie (en so het dit gebly tot

1) Bell: Men of mathematics, 43.

2) Bower: The concepts of the calculus, 33.

3) Ibid., 35.

met Newton), en die behandeling van die irrasionale in die „Elemente“ is heeltemal meetskundig.¹⁾

Hy het verbasend baie aandag aan die rede of verhouding gegee. In sy vyfde boek gee hy byvoorbeeld die volgende definisies:

'n Grootheid is 'n deel van 'n grootheid, die kleinste van die grootste, wanneer dit die grootste meet.

Rede is 'n sekere betrekking in grootte tussen twee gelyksoortige grootthede.²⁾

Ons sê dat grootthede wat mekaar kan oortref wanneer hulle vormagtigvuldig word, 'n rede tot mekaar het.³⁾

Laasgenoemde definisie is die postulaat van Eudoxos.

Die eintlike grondslag vir die begrip „rede“ word gelê in Definisie 7: Ons sê dat grootthede in dieselfde rede is, die eerste tot die tweede en die derde tot die vierde, wanneer willekeurige selfde veelvoude van die eerste en die derde tegelyk groter as, gelyk aan of kleiner as willekeurige selfde veelvoude van die tweede en vierde, in ooreenkomstige volgorde gemeen, is.⁴⁾

Volgens die sesde definisie word grootthede, wat dieselfde rede het, eweredig genoem. In hierdie boek behandel Euclides verhouding (of rede) deur middel van 10 definisies en 25 stellings.

Die sesde boek bevat die meetskundige toepassings van die redeteorie. Die eerste stelling meld dat driehoeke en parallelogramme met dieselfde hoogte tot mekaar soos hulle basisse staan. Stellings 4 tot 8 handel oor die gelykvormigheid van driehoeke en stellings 14 tot 23 die verband tussen die oppervlakte- en die redeteorie.

Hier volg 'n paar van die definisies wat in die sewende boek voorkom:

1) Boyer: The concepts of the calculus, 47.

2) Dijksterhuis: De elementen van Euclides, II, 57.

3) Ibid., 58.

4) Ibid., 59.

I. Eenheid is, op grond waarvan elke bestaande ding een geheel word.¹⁾

II. 'n Getal is 'n hoeveelheid, saamgestel uit eenheden.²⁾

(Aristoteles het dit duidelik beklemtoon dat een nie 'n getal is nie. Die kleinste getal is twee. 'n Meet is nie self gemeet nie; die eenheid waarmee 'n hoeveelheid gemeet word, is self nie 'n hoeveelheid nie.³⁾)

XXI. Getalle is eweredig wanneer die eerste van die tweede en die derde van die vierde ewe dikwels veelvoud of dieselfde deel of dieselfde dele is.

XXII. Gelykvormige vlakke en ruimtelike getalle is (getalle) waarvan die sye eweredig is.

Die meetkundige karakter van die Griekse rekenkunde, wat ook in hierdie definisie tot uiting kom, skuil by Euclides meer in die woorde as in die begrippe: ons sal by hom nooit gelykvormige getalle deur gelykvormige figure weergegee vind nie.⁴⁾

In die agste en negende boeke van die „Elemente“ gee Euclides ook aandag aan verskillende aspekte van verhouding en eweredigheid, wat ook vir magsverheffing en worteltrekking, belangrik is. Die tiende boek behandel die teorie van die irrasionaliteite.

Bestaande is 'n beknopte aanduiding van Euclides se werk oor die verhoudingsbegrip. Net soos in sy bekende meetkunde, het hy 'n hele stelsel definisies en stellings opgebou. Die moderne wiskunde verskil van dié van Euclides daarin dat die getalbegrip uitgebrei is, om ook die irrasionele getal te omvat.

1) Dijksterhuis: De elementen van Euclides, II, 117.

2) Ibid., 118.

3) Ibid., 118.

4) Ibid., 126.

Vir Euclides was 'n getal die verhouding tussen een grootheid en 'n ander. So was die getalbegrip eintlik 'n verhoudingsbegrip.

(vii) Archimedes. (Ongeveer 287 tot 212 Voor Chr.)

Archimedes het baie na aan die moderne differensiaal- en integraalrekening gekom, en sou waarskynlik daartoe in staat gewees het indien die Griekse meetkunde ook oor variasie en nie net oor vorm gehandel het nie. Met die bepaling van die inhoud van 'n paraboloïed het hy van 'n verhoudingsbegrip uitgegaan vir sover hy die inhoud daarvan met die inhoud van die ingeskrewe en omgeskrewe salinders vergelyk het.¹⁾

- d. Die tydperk vanaf Euclides tot by Newton. Vir baie eeue is met die getal- en die verhoudingsbegrip nie veel gevorder nie. Gedurende die tweede helfte van die sestende eeu het die werke van Archimedes weer groot belangstelling gewek. Die Arabiese algebra het in Italië besondere aandag geniet en binne 'n kort tydskot het irrasionals, negatiewe en imaginêre getalle hul verskynning gemaak. Hierdeur was die uitbreiding van die getalbegrip tot meer as net 'n suiwer verhoudingsbegrip 'n voldonge feit.

Gedurende die tweede helfte van die sestende eeu is simbole vir die grootte, wat in algebraïese betrekkinge voorkom, sistematies ingevoer. So is die weg van Newton en Leibniz voorberei.

- e. Newton. (1643 - 1727): In 1687 het die baie belangrike boek van Newton: „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“ die lig gesien. Dit begin met „Definitiones“ en „Axiomata sive leges motus“, om op bladsy 26 te kom tot: „De moto corporum. Liber primus. Sect. 1. De

1) Boyer: The concepts of the calculus, 54.

methodo rationum primarum et ultimarum, cujus ope sequentia demonstratur".¹⁾ (Oor die metode van die eerste en laaste verhoudinge, met die hulp waarvan die volgende bewys word).

Daar is twee metodes wat Newton wou vermy: die uitputtingsmetode met sy herhalende omslagtige indirekte bewyse; die „indivisibilia" (onverdeelbare klein deeltjies) - met sy onhoudbare grondslag. Hy neem dus sy toevlug tot die metode van die eerste en laaste verhoudinge: 2)

„Indien ek dus in die vervolg groothede beskou as bestaande uit deeltjies, of krom lyntjies as result, dan wil ek daaronder geen indivisibilia verstaan nie, maar steeds verdwynende divisibilia, geen somme en verhoudinge van bepaalde dele nie, maar die limiete van somme en verhoudinge

„'n Beswaar is dat geenverhouding van verdwynende groothede die laaste kan wees nie; vóórdat die groothede verdwyn het, kan 'n verhouding immers nie die laaste wees nie; en wanneer die groothede verdwyn het, dan is daar geen verhouding meer nie. Netso kan ons beweer dat 'n liggaam wat op 'n sekere plek aankom, geen omdraaiheid het nie. Die antwoord lê voor die hand: onder omdraaiheid moet die snelheid verstaan word waarmee die liggaam beweeg, nie vóórdat dit die einde bereik en die beweging staak nie, ~~en~~ ook nie daarna nie, maar met die aankoms ...³⁾ En netso moet onder die laaste verhouding van die verdwynende groothede die verhouding van die groothede, nie voordat dit verdwyn het, en ook nie daarna nie, maar die verhouding waarmee dit verdwyn, verstaan

1) Newton I. Philosophiæ naturalis principia mathematica, 26.

2) Beth: Newton's „Principia", I, 81. Deur die skrywer uit Nederlands vertaal.

3) Ibid., 83.

word. Netso is die eerste verhouding die verhouding waarmee wordende groothede ontstaan..." 1)

Newton het eers aan oneindig klein groothede, wat nie eindig en ook nie presies nul is nie, gedink. „Ghosts of departed quantities" is dit heel gepas deur kritiek van die volgende eeu geneem. Dit was te moeilik om te begryp, sodat Newton vervolgens sy aandag op hul verhouding wat gewoonlik 'n eindige getal is, toegespits het. Wanneer hierdie verhouding bekend is, kan ons vir die infinitesimale groothede wat dit vorm, ander maklik denkbare groothede wat dieselfde verhouding het, substituer... 2)

- f. Samenvatting: Die getalbegrip van die ou Egiptenare, Babiloniërs en Grieke was 'n verhoudingsbegrip. Die ontdekking van die irrasionale, die onmeetbare, wat nie met die verhoudingsbegrip gestrook het nie, het 'n krisis in die Griekse Wiskunde veroorsaak. Dit het meegebring dat die ontwikkeling van die wiskunde feitlik van die tweede eeu voor Christus tot die sewentiende eeu na Christus stil staan het. Alhoewel Archimedes die infinitesimaalrekening verrassend ver ontwikkel het, was daar vir agtien eoue daarna stilstand, omdat daar aan die idee van „indivisibilia", dit is baie klein deeltjies, m.a.w. 'n atomistiese begrip, bly hang is. Newton (en sy tjdgenoot, Leibniz) het die atomistiese begrip vervang deur 'n verhoudingsbegrip, deur te konsentreer op die verhouding van deeltjies wat dan tot 'n limiet nader. Dit was die begin van die moderne integraal- en differensiaalrekening. Dit is duidelik dat die verhoudingsbegrip in die geskiedenis van wiskunde 'n besondere en 'n baie belangrike plek beklee het.

1) Beth: Newton's Principia, 84.

2) Bower: The concepts of the calculus, 200.

2. Die verhoudingsbegrip in die lig van die moderne wiskundige denke.

- a. Die doel. Die doel van hierdie paragraaf is om die verhoudingsbegrip in die lig van die moderne wiskundige denke te ontled en om na te gaan hoe ver tussen 'n verhouding en 'n breuk onderskei kan en moet word.
- b. Groothede. Euclides was nie oortuig van die toepasbaarheid van getalle op ruimtelike groothede nie.¹⁾ Tog het Descartes en Viète, met die invoering van die analitiese meetkunde veronderstel dat getalle wel op ruimtelike groothede toepasbaar is. Weierstrass, Dedekind, Cantor en hul volgelinge het geëis dat, indien irrasionele getalle gebruik word om hoeveelheidsoreuke te meet, hulle gedefinieer moet word sonder om na groothede te verwys.²⁾

Bertrand Russell het, sonder om van getalle gebruik te maak, 'n hoeveelheidsteorie ontwerp. Hy onderskei tussen hoeveelheid en grootheid. 'n Grootheid is enigiets wat groter of kleiner is as iets anders, maar nie gelyk daaraan nie. Daar is dus twee soorte terme: nl. dié wat gelyk kan wees en dié wat net groter of kleiner kan wees. Die eerste is hoeveelhede, die tweede: grootheide. Die maat „een voet" is 'n hoeveelheid, sy lengte as 'n grootheid. Groothede is meer abstrak as hoeveelhede: wanneer twee hoeveelhede gelyk is, het hulle dieselfde grootheid.³⁾

- c. Doelbegrip groothede. 'n Grootheid is essensieel 'n eenheid en nie 'n veelheid nie. 'n Grootheid kan eintlik nie as 'n aantal terme beskou word nie. Maar die hoeveelheid wat 'n grootheid het, kan 'n som van dele wees, en

1) Russell: The principles of mathematics, 136.

2) Ibid., 157.

3) Ibid., 159.

dié grootheid noem ons die deelbaarheids-grootheid. Hoe meer del: daar is, hoe groter is die deelbaarheid. Die geheel wat deelbaarheid besit, is deelbaar, maar sy deelbaarheid, wat 'n grootheid is, is nie deelbaar nie.¹⁾

- d. Verhoudings en breuke: Dit is nou vir ons moontlik om noukeurig te onderskei tussen 'n verhouding en 'n breuk. 'n Verhouding is die betrekking tussen heel getalle, terwyl 'n breuk die betrekking is tussen versamelinge, of liever tussen hulle deelbaarheids-grootthede.²⁾

Verhouding word gewoonlik met vermenigvuldiging en deling geassosieer, en dit is die rede waarom ons dit nie van breuke kan onderskei nie. Vermenigvuldiging en deling is op beide eindige en oneindige getalle toepasbaar, maar in die geval van oneindige getalle is die eienstappe sodanig dat ons dit nie met verhouding kan verbind nie. Met die oog daarop stel Russell 'n verhoudingsteorie op, wat ons hantlik van vermenigvuldiging en deling is.

'n Verhouding is 'n betrekking; daarom is 'n verhouding nie 'n getal nie; die verhouding van 2 tot 1, byvoorbeeld, is heeltemal iets anders as 2.³⁾

In ons alledaagse lewe het ons nie met verhoudings nie, maar met breuke te doen. Russell beskou breuke nie as suiwer rekenkundig nie, aangesien dit met die betrekking tussen geheel en deel te doen het. Wanneer ons van 'n breuk spreek, is dit alleen sinvol indien ons meld watter deel van welke geheel bedoel word. Daarteenoor vorm die verhoudings, net soos die getalle, 'n eie, selfstandige wiskundige ry.

1) Russell The principles of mathematics, 173.

2) Ibid., 149.

3) Ibid., 150.

- e. Verhoudings en meetgetalle: Schuh het noukourig ondersoek onder watter voorwaardes die verhoudings van groothede (lynstukke, hoeke, ens.) deur getalle voorgestel kan word.¹⁾ Hy veronderstel dat die betrokke groothede vermenigbaar en optelbaar is. Vir die betrokke verhoudings „kleiner as“, „groter as“ en „gelyk aan“, en die bewerking „plus“ word 'n tiental aksiomas, waarvan een die postulaat van Eudoxos is, ingestel. Hy bewys dan dat die verhouding van twee groothede gelyk is aan die kwosient van hul meetgetalle, en dat die rekenkundige bewerking van algemene groothede en hulle somme en verhoudings heeltemal tot getalbewerkinge herlei kan word.
- f. Verhouding en meetkunde: Die belangrikste meetkundige stellings oor verhouding kan almal uit die volgende algemene beginsel afgelei word: Wanneer 'n stel optelbare en vergelykbare groothede één vir één toegevoeg word aan 'n ander dergelyke stel, sodanig dat aan gelyke groothede gelyke toegevoeg word, en aan 'n som die som van die toegevoegde groothede, dan is alle verhoudings van groothede van die eerste stel gelyk aan die verhoudings van die daaraan toegevoegde groothede van die tweede stel.²⁾
- g. Die leer van die verhoudings van lynstukke volgens Hilbert: Wanneer ons suiwer meetkundig, dus sonder om gebruik te maak van die teorie van reële getalle, die leer van die verhoudings van lynstukke wil opbou, dan moet ons uitgaan van 'n meetkundige definisie van die eweredigheid $a:b = c:d$. Euclides doen dit op grond van die postulaat van Eudoxos, deur die verhoudings $a:b$ en $c:d$ tussen rasionele verhoudings in te sluit, en bewys dan dat in gelykhoekige driehoëke die swe eweredig is. Van der Waerden

1) Euclides 5 (1928), 14 tot 16.

2) Van der Waerden; De logische grondslagen der Euclidische meetkunde, 73.

het op die voetspoor van Hilbert die saak omgekeer en die eweredigheid van lynstukke direk deur middel van ¹⁾ gelykhoekige driehoeke gedefinieer.

h. Verhouding en getal: Vir die ou Griekewas die getalbegrip 'n verhoudingsbegrip. Russell beskou 'n verhouding as 'n betrekking tussen twee heel getalle. Maar wat verstaan hy onder 'n getal? "Numbers are classes of classes, namely of all classes similar to a given class. The assertion of numbers depends upon the fact that a class of many terms can be a logical subject without being arithmetically one". ²⁾ Vir Russell is 'n getal dus 'n begrip van die logika en 'n verhouding gevolglik die betrekking tussen sodanige begrippe.

Brouwer kom met 'n radikaal verskillende getalbegrip: "Een, twee, drie", de rij dezer klanken (gesproken ordinaal-getallen) kennen we uit ons hoofd als een reeks zonder einde, d.w.z. die zich altijd door voortzet volgens een vast gekende wet Deze ³⁾ dingen zijn intuïtief duidelijk".

Hier vind ons dus 'n radikale teenstelling met die ou Griekse pogings om die getal tot ruimtelike verhoudings te herlei, wat nog in 1717 voortgeleef het toe Chr. Wolf die getal soos volg gedefinieer het.

"Die getal is wat sig tot 'n eenheid so verhou as 'n willekeurige lynstuk tot 'n ander lynstuk". Brouwer keer die volgorde om en verleen die primaat aan die ⁴⁾ getal ...

1. Die verhoudingsbegrip in die lig van die wysbegeerte:

"Is de arithmetica als moderne systematische vakwetenschap nogelyk, zonder dat men (bewust of onbewust) wysgeerig

1) Van der Waerden: De logische grondslagen, 76.

2) Russell: Principles of mathematics, 136.

3) Brouwer: Over de grondslagen der wiskunde, 3.

4) Van Rooy: Getal en Ruimte.

stelling heeft gekozen in de vraag naar de onderlinge verhouding en zinsamenhang tusschen de getalzyde, de ruimtelijke zyde, de bewegingszyde der werkelĳkheid en het logisch denken?"¹⁾

Waar die primaat van die getal teenoor die ruimte alleen ontien word, word getra om van die ruimte as selfstandige entiteit ontslae te raak. Ons wil nou kortliks die verhoudingsbegrip in hierdie nuwe orde bespreek. Getal: Dooyeweerd sien in die getal die eerste grenskring van ons kosmos. Die kern van die modale sin van die getal is die diskrete kwantiteit. Aan die anderkant is die logistiek die mening toegedaan dat die rekenkunde slegs 'n besondere gebied van die logika vorm, en dat alle voorwaardes vir 'n suiwer analitiese afleiding van die getalbegrip in die algemene logika van die verhoudings gevind kan word. Dooyeweerd lê egter neer dat die logiese eenheid en menigvuldigheid noodwendig in die getalsin gefundeer is en nie omgekeerd nie.²⁾ Hieran word Dooyeweerd ondersteun deur Brouwer: „Is dus de wiskunde niet afhankelijk van de logica, de logica is wél afhankelijk van de wiskunde : vooreerst het intuitief logisch redeneeren is dat bĳzondere wiskundige redeneeren, dat overblyft, als men bĳ het bekĳken der wiskundige systemen zich uitsluitend beperkt tot relaties van geheel en deel“³⁾

Ruimte: Die sĳkern van die ruimte is die kontinue uitgebreidheid. Hier word die getalsin vóóronderstel.

Na die modale subjeksvan die ruimtekering het die ruimte sĳker noodwendig sy getalsanalogie in die ruimtelike grootte.⁴⁾

1) Dooyeweerd. De wĳsbegeerte der wetsidee, deel I, 512.

2) Ibid., 51.

3) Brouwer. Over de grondslagen der wiskunde, 127.

4) Dooyeweerd. De wĳsbegeerte der wetsidee, deel I, 5.

Verhouding. Die verhoudingsbegrip bring ons in die nouste aanraking met die grens tussen getal en ruimte, en ook met die grens tussen die verskillende standpunte.

- j. Die verhoudingsbegrip in die rekenkunde-onderwys. „Die verhoudingsbegrip is, newens die begrip van een-vir-een-ooreenkoms, die grondgedagte van die getalbegrip. Die getalbegrip sluit die verhoudingsbegrip van die begin af in: die begrip van die getal 4 is op stuk van saak 4 maal die eenheid (4×1 , of $4 \div 1$), en die eenheidsbegrip lê opgesluit in die getalbegrip. Die verhoudings-idee van die getal neem dus van die begin van die Rekenkunde sy aanvang. Die breukvorm, b.v. is slegs 'n vorm om 'n verhouding uit te druk: 'n breuk en 'n verhouding is dus een. Om nog 'n voorbeeld te noem: persentasie is die spesifieke geval van breuke, en is dus ook 'n verhouding. Die lyn van hierdie verhoudingsgang gaan van vermenigvuldiging en deling oor breuke heen tot die begrip van verhouding (as onderdeel van Rekenkunde) self. Die sentral metode van bewerking moet dus ook die verhouding wees”.¹⁾

Om in die samestelling van 'n rekenkunde-handboek die verhoudingsbegrip as sentrale gedagte te beskou, is beslis 'n slukdrige keuse. Nie alleen bring dit ons onmiddellik in aanraking met breuke, persentasies, wins en verlies en s met die hele handelsrekening nie, maar dit lê ook 'n grondslag van die vormleer, aangesien verhouding die brug vorm tussen getal en ruimte.

Om die verhoudingsbegrip die grondgedagte van die getalbegrip te noem, is die herhaling van die standpunt van die ou Grieke. Dour drie verskillende begrippe, nl.

1) Cootzee en Van Rooy: Rekenkunde vir middelbare skole, 5.

die verhoudings-, die eenheids- en die een-een-duidige-
begrip ten grondslag van die getalbegrip te lê, volg
die skrywers die rasionalistiese voetspoor, nie soseer
van Russell nie, maar van Hobson.¹⁾ Dit sou seker
suiwerder gewees het om juis die getalbegrip ten grond-
slag van die ander begrippe te lê. Dit sou geen af-
breuk aan die verhoudingsbegrip as sentrale gedagte ge-
doen het nie.

- k. Samevatting: Deur verhouding word die ruimtelike
grootte van dinge as getalle uitgedruk. 'n Breuk is
die betrekking tussen twee groothede net soos 'n ver-
houding die betrekking tussen twee getalle is.

Die getalstelsel van 'n breuk is dus 'n verhouding.

3. DENKE EN BEGRIPSVORMING IN STELKUNDIGE BETROUWING.

Die belangrikheid van betrekkinge in begripvorming.

- a. Die Duits-Nederlandse denksielkunde: Die Duitse Denk-
psigologiese skool het sy oorsprong in die skool van
Oswald Külpe te Würzburg. Külpe en sy leerlinge Ach,
Messer, K. Bühler, Watt, Marbe, Solz e.a., het hulle
bestaan uit navorsings oor die hoër funksies van
die geesteslewe en die onaansienlike denke.²⁾

„Reeds Leumann heeft er op gewezen, dat de typen
van intelligente nauw samenhangen met typen der omerk-
zaamheid..... Naast de aandacht en de belangstellings-
richting is er de richtende macht, die in het wezen der
intelligentie zelf ligt: het doel-zien en daartoe
middel zoeken, dat verloopt in een relatie-zien, resp.
niet zien, een erbij-betrekken, een buiten-beschouwing-
stellen enz.“³⁾

1) Hobson. The theory of functions of a real variable, 1-3.
2) Van Tonder. Die invloed van verbeterde leernetodes, 7.
3) Langveldt. Inleiding tot de studie der paed. psychologie, 294.

In die „relatie-zion“ funksioneer in die menslike ervaring reeds die orde-skeppende instelling van die mens op sy wêreld. „Deze ordening is echter dieper gefondeerd dan in de intelligentie, zÿ is de orde van de menselijke geest als zodanig. Deze is conditio sine qua non voor de intelligentie, zÿ is niet de intelligentie zelf“. ¹⁾

In 1901 het Marbe sy ondersoekinge oor die oordeel gepubliseer. Dit is in hierdie ontwikkelingsfase van die psigologie 'n eerste poging om teoonoor die gewaarwordings en hul reproduksies, dus t.o.v. die „inhouden“, 'n formele „relatie“, 'n verhouding-tot nit te druk. ²⁾ Hierdie werk is voortgesit deur Messer en Bühler.

Intussen het Otto Selz met sy werk begin, wat hy in 1913 en 1922 gepubliseer het. Dit is die verdienste van Selz en sy skool dat hulle besef het dat 'n mens in die leerproses nie net aan die ryppwording oorgelewer is nie, maar dat daar ook vir vorming geleentheid is. ³⁾ Sy gedagtegang is voortgesit deur die werk van Kohnstamm in Amsterdam.

In die denke het Sassenfeld drie lae onderskei. In die onderste laag tref ons die oorspronklike voorstellings aan, wat dan dié aansluit by die waargenome figuur. Daarboven is tweede laag. Hier tree die voorstellings self reeds op die agtergrond om plek te maak vir 'n wete wat betrekking het op die bestanddele en verhoudinge in die figuur. Hierboven is nou die derde laag van komplekse stelselkundige eenhede, waartoe die begrippe behoort. ⁴⁾

1) Langeveld: Inleiding tot de studie der paed. psychologie, 296.

2) Ibid., 297.

3) Ibid., 401.

4) Ibid., 309.

Waar ons dus in ons denke tot begripsvorming oorgaan, het ons direk met die verhoudings te doen, maar sluit indirek met die aanskoulike voorstellinge. In die puberteit kom dardrome dikwels voor as gevolg van „het oswaer van ontsporen en zich verliesen in een veelheid van beelden.“¹⁾ Ontwikkeling van die selfkritiek, tot die denkerwording, onderdrukking van oorbodige aanskoulike elemente is drie name vir dieselfde proses. „Bij zeer intensief en volgehouden denken dringen dgl. aanschouwelijke elementen en schemata minder in ons bewustzijn door en overwegen de pure intentionaliteit (g.e. inhoud-opp) het relatie-inzicht en de daarbij aansluitende denkoperaties.“²⁾

Volgens Karl Duncker³⁾ funksioneer die intelligensie in die produktiewe sowel as in die reproduktiewe deel van die gedagteswerf, sover die louter weergawe van die gehoue-inhoud nóg tot niks voer. In die reproduksie is die funksie van die intelligensie volleë in die reproduksie met die oog op en in verband met 'n bepaalde doel. In die produksie is die intelligensie gerig op die skepping van sinvolle verband uit leë betrekkings („relaties“)⁴⁾

Insig is die gedragewyse van die mens, waarin hy die elemente van 'n situasie in hul eenheid sien. „Inzicht en relatiebesef zyn dus o.i. hetzelfde, zý zyn: intelligentie in actie, de dispositie die zich - dank zý haar wesenlyke menschap potentie te zyn - hier geaktualiseerd heeft.“⁵⁾

1) Langeveld: Inleiding tot de studie der paed. psychologie, 310.

2) Ibid., 311 en 312.

3) Duncker: Psychologie des produktiven Denkens
aangehaal deur Langeveld: Paed. psychologie, 242.

4) Langeveld: Inleiding tot de studie der paed. psychologie, 242.

5) Ibid., 247.

b. Amerika. Oor die bydrae van die Amerikaners is die Nederlanders nie baie vleierend nie: „Voor al de Amerikaanse litteratuur was lang tijd rijk aan psychologieën van het leren, die echter in het algemeen bedroefd veel op elkaar lijken." ¹⁾ Oor begrip en begripsvorming is hulle baie beskeie: „One of the most difficult aspects of the psychology of thinking is that which concerns concepts." ²⁾

Spearman het 'n drieledige beskouing oor denke:

„1) Apprehension of experience.

2) Education of relations. 'The mentally presenting of any two or more characters (simple or complex) tends to evoke immediately a knowing of relations between them.' The word 'education' is used rather than 'judgement' because the latter implies some kind of actual comparison, whereas relations, according to Spearman, usually come to mind without any preparation, i.e. the process is alleged to be essentially automatic. The relations educed may be of identity, time, space, cause, valuation, etc.

3) Education of correlates: 'The presenting of any character together with any relation tends to evoke immediately a knowing of the correlative character'."

Alhoewel Spearman probeer om 'n nuwe klank te laat hoor is sy teorie tog „fundamenteel assosianisties." ³⁾

In sy boek „Productive thinking" behandel Wertheimer die denke op 'n dinamiese grondslag. ⁴⁾

Volgens Wertheimer is produktiewe probleemoplossing afhanklik van die verstaan van die strukturele en funk-

1) Langeveld: Inleiding tot de studie der pae. psychologie, 400.

2) Vinacke: The psychology of thinking, 97.

3) Ibid., 94.

4) Ibid., 176.

sionele betrekkinge van 'n situasie. „In a sensible solution, the individual must grasp the meanings, the principles, the inner relations, of aspects of the situation.“¹⁾

Daar is egter nog 'n voorvereiste. Die oplossing berus op 'n begrip („grasp“) van die besondere, innerlike betrekkinge en 'n oriëntering van die strukturele vereiste van die bepaalde probleem.

Produktiewe denke begin met die waarneming van die situasie, van die probleem, met gevolglik 'n toespitsing van die aandag op die essensiële elemente van die probleem en hulle betrekking tot die kernvraagstuk („basic difficulty“).

Sonder die aanvanklike deurdringing tot die kernvraagstuk, en sonder die nodige veranderings in die maniere om 'n saak aan te pak, of begrippe of beginsels sal die individu nooit probleme oplos nie, behalwe per ongeluk of tensy elke opeenvolgende situasie identies met die voorafgaande is. Met ander woorde, 'n reël of 'n begrip is alleen prakties en psigologies waardevol wanneer dit ten volle verstaan word.

„That matters is what one has gained from experience blind ununderstood connections, or insight into structural inner relatedness.“²⁾

- c. Samenvatting: Die woord „relatie“ of „relation“ kan soms deur „betrekking“, en wanneer dit 'n meer wiskundige betekenis het, deur „verhouding“ vervang word. Hierdie twee begrippe: „betrekking“ en „verhouding“, is baie nou aan mekaar verwant. Soos reeds aangetoon, is 'n verhouding die betrekking tussen twee getalle.

1) Vinacke: The psychology of thinking, 177.

2) Ibid., 178.

In die denke (begripsvorming, probleemoplossing) is betrekkinge fundamenteel.

Volgens Meumann is die sien van betrekkinge nie die intelligensie self nie, maar is die sine qua non vir intelligensie. In sy ondersoek oor die oordeel probeer Marbe 'n betrekking tussen inhoude bepaal.

Volgens Sassenfeld bestaan die tweede laag van die denke uit die verhoudings van die aanskoulike, om in die derde laag die vorming van begrippe moontlik te maak.

Vir Duncker is produktiewe denke die skepping van 'n sinvolle verband uit leë betrekkinge of verhoudings.

Insig en „relatie-besef" is dieselfde.

Spearman veronderstel nog dat die kennis van betrekkinge van self na vore kom.

Vir Wertheimer is produktiewe probleemoplossing afhanklik van die verstaan van die strukturele en funksionele, die innerlike betrekkinge.

Wiskundig: Indien 'n persoon die betrekking tussen twee getalle kan sien, beskik hy oor 'n verhoudingsbegrip.

Algemeen: Kan iemand die innerlike betrekkinge in 'n probleem raaksien, dan beskik hy oor 'n nodige voorwaarde vir die oplossing daarvan.

Ons kan dus verwag dat 'n persoon se verhoudingsbegrip 'n aanduiding sal wees van sy vermoë om enige probleem, waar betrekkingeinsig belangrik is, op te los. In die denke beklee die verhoudingsbegrip dus 'n sleutelposisie. Die sien van innerlike betrekkinge, die verhoudingsbegrip in ruimere sin, is net 'n nodige voorwaarde vir probleemoplossing.

Die verdere voorwaardes sluit die volgende in:

(a) Die aanwesigheid van die noodsaaklike feitekennis.

- (b) Die aanwesigheid van die wil wat aan die denke die nodige gerigtheid verskaf.
- (c) 'n Gunstige emosionele toestand.
- (d) Die analitiese vermoë om tussen die elemente van die probleem te onderskei.

Beskik 'n persoon or 'n gesonde verhoudingsbegrip in die breë sin nie, sal sy vermoë om probleme op te los baie wisselvallig wees, aangesien oplossings dan óf volgens 'n lukraakmetode óf volgens 'n toevallig bekende soortgelyke voorbeeld verkry sal word.

4. Die verhoudingsbegrip van kinders.

a. Die voorskoolse kind. Die werk van Piaget:

Die Switserse opvoedkundige, Jean Piaget, het in sy studie van die getalbegrip van die kind, besondere aandag gegee aan die verhoudingsbegrip. Hy het opgemerk dat 'n vierjarige kind hom gedra asof hy geen begrip van 'n meerdimensionale hoeveelheid het nie. Hy kan alleen met betrekking tot een dimensie op 'n slag redeneer, sonder om dit met die ander te koördineer.

Waarneming en konkrete oordeel gee altyd sekere hoedanighede aan voorwerpe, maar hulle kan nie hierdie hoedanighede begryp sonder om hulle met mekaar in betrekking te bring nie. Daar kan alleen twee sodanige betrekkinge wees: simmetriese betrekkinge wat ooreenkomste aantoon, en asimmetriese betrekkinge wat verskille aantoon.¹⁾

Piaget het die verhoudingsbegrip van kinders van 4 tot 7 jaar bestudeer. Hy het glase met lemoensap aan hulle gegee. Die glase het verskillende vorms gehad. Hy het opgemerk dat glase waarin die lemoensap hoër staan, volgens hulle, noodwendig meer lemoensap bevat as dié

1) Piaget: The child's conception of number, 10.

waarin dit leer staan, afgesien van die vorm van die glase.

Volgens Piaget kan kinders onder ses jaar nie veranderings wat gelvktydig plaasvind, met mekaar assosieer nie. Wanneer hierdie kinders vloeistof uit 'n wyde glas oor oor in 'n smal glas, kan hulle wel onmerk dat die vloeistof in die tweede glas L hoër as in die oorspronklike staan, maar hulle neem glad nie in aanmerking dat die nuwe glas nouer is nie, en omgekeerd.¹⁾

In sy bespreking van hierdie verskynsels maak Piaget in sy oorspronklike „La genése du nombre chez l'enfant" van die term „rapport" gebruik, wat omtrentlik die betrekking tussen twee dinge beteken, maar vir Piaget het dit ook 'n grootte wat 'n sekere hoeveelheid aandui. Wanneer hy spreek van die „relation" tussen twee vlakke van die vloeistof, dan bedoel hy nie net dat die eerste hoër of laer as die tweede is nie, maar ook iets in verband met die hoogteverhouding van hierdie vlakke. Die „relation" tussen die aantal glase, waarin die vloeistof die eerste keer gegooi word en die waarin dit daarna gegooi word, dui nie net aan dat die eerste aantal groter of kleiner is as die tweede nie, maar beteken ook die verskil tussen die getalle.²⁾

Op die voetspoor van Russell probeer Piaget wiskundige begrippe van begrippe uit die logika aflei. Met die gebruik van die benaming „relation" stig hy al taemlik verwarring, 'n verwarring wat nog vererger word deur sy gebruik van die benamings „addition" en „multiplication" van „relations". Piaget gebruik inderdaad opsetlik terme uit die logika; hy spreek nie alleen van

1) Bunt: The development of the ideas of number and quantity, 10.

2) Ibid., 11.

"classes" en "relations" nie, maar ook van die "logique des classes" en die "logique des relations."¹⁾

Bunt is egter die mening toegedaan dat Piaget geen redelike verduideliking van die terminologie wat deur hom gebruik word, gee nie. Dit is alles so vaag dat dit geen goeie grondslag kan vorm vir die teorie wat Piaget met soveel moeite opgestel het nie.²⁾

Volgens Piaget belewe 'n kind in sy sesde jaar 'n soort oorgangstadium. Hy toon dit aan deur die volgende eksperiment. Twee glase A, 'n wyer, en L, 'n nouer, word aan die kind getoon. A is gedeeltelik met vloeistof gevul. Die kind moet nou uit 'n derde glas net soveel vloeistof in L gooi as wat daar in A is. Hy gooi nou die vloeistof in L tot dieselfde hoogte as in A. Op 'n vraag van die proefnemer sien hy dat hy nie nou gelyke hoeveelhede het nie. Hy gooi 'n bietjie by, maar sodra hy sien dat die hoogte in L hoër is as in A, dind hy dat hy te veel in L gegooi het, en gooi weer 'n bietjie uit tot die vlakke ewe hoog is. Daarna gooi hy weer 'n bietjie by L en hou so aan.³⁾

Die kind kan die twee "verhoudings" wat betrekking op die deursnee en die hoogte het, "vermenigvuldig" alleen wanneer die vloeistowwe ewe hoog is.

Die vraag is nou hoe 'n kind op 'n sekere stadium tot die insig kom dat die hoeveelheid vloeistof dieselfde bly, al verander die afmetings. Piaget verklaar dit deur die idee van "unit" wat nou te voorskyn kom. Die kind word stadigaan bewus van die bestaan van eweredigheid, "proportion precise", wat beteken dat L se hoogte toeneem namate die breedte afneem. As hA en hL

1) Bunt: The development of the ideas of number and quantity, 13.

2) Ibid. 14.

die hoogtes en hA en hL die breedtes van A en L is, dan sien die kind nou dat $hA:bA:bL:hL$. So bewys Piaget dan dat die kind op die een of die ander manier aan die hoogte en breedte, uitgedruk in eenhede, dink.

Nou moet ons in gedagte hou dat ons hier besig is met die gedagtegang van kinders op ses - of sewejarige leeftyd. Hulle sou dan nie net die verhoudingsbegrip moet bemeester nie, maar selfs die gelykheid van twee verhoudings en omgekeerde eweredigheid. Bunt sê dan volkome tereg: „P. has surely never had the privilege of instilling into the minds of twelve and thirteen year-old children in the first and second form of a secondary school what proportion really is..”¹⁾

Boonop vergeet Piaget dat die deursnee van 'n glas eweredig is met die vierkant van die middellyn. 'n Kind kry dus eintlik 'n eenheidsbegrip deur te besef dat die hoogte van die vloeistof omgekeerd eweredig is met die vierkant van die breedte!²⁾

In sy ondersoek het Piaget nie alleen 'n gebrekkige kennis van die grondslae van die wiskunde geopenbaar nie, maar het self slordige foute begaan met sy berekeninge van verhoudings. Daarby het hy homself nie behoorlik rekenskap gegee van die verhoudingsbegrip van kinders nie.

b. Die middelbare skoolkind: Sillogisme-ondersoek: In die „Mededeling 26 van het Nutsseminarium, Nov. en Dec. 1934” het Kohnstamm i.a. die sillogisme-ondersoek van Schüssler bespreek. Alhoewel dit nie direk oor die verhoudingsbegrip handel nie, verdien dit tog ons aandag, aangesien dit oor 'n verwante onderwerp, nl. die leer-

1) Bunt: The development of the ideas of number and quantity, 21.

2) Ibid., 22.

baarheid van die formeel logiese denke by kinders, gran. Sekere waarnemings is ook vir hierdie ondersoek van belang.

(i) Schüssler het opgemerk dat in die agste tot negende jaar en in die elfde tot twaalfde 'n groot vooruitgang in die vermoë om tot formeel-logies juiste gevolgtrekkings te kom, plaasvind. Seuns en meisies van 13 to 14 jaar toon in daardie opsig geen verbetering van prestasies nie. Dis persentasie juiste oplossings het gehaal van 90.8% tot 68.2%.¹⁾

Die insinking op dertien- en veertienjarige leeftyd het Schüssler as 'n stilstand in die ontwikkeling van die intelligensie beskou.

Etlike jare later het Schüssler dieselfde metode op moeiliker, abstrakte begrippe toegepas en ouer proefpersone daarin betrek. Na 'n voorondersoek van volwassenes met byvoorbeeld.

„Die Schmetterlingsblüter sind Stickstoff-sammler. Die Erbsen sind Schmetterlingsblüter“.

het hy 1096 seuns en 1041 meisies van 12 tot 20 jaar aan 'n definisie-ondersoek met sillogismes onderwerp. Ook daar het hy 'n stagnasie van die 13^e tot 14^e jaar opgemerk. Die meisies het 'n voorsprong bo die seuns getoon.

Deur die kombinasie van hierdie gegewens en die vorige sou ons tot die konklusie kon kom, dat by seuns 'n reëlmatige styging in die sillogistiese „konkluderen“ plaasvind, daarna 'n daling tot die 16^e en 'n deurgaande styging tot die 20^e jaar.²⁾

1) Langeveld: Inleiding tot de studie der med. psychologie, 152.

2) Ibid., 154.

(ii) Uta Matzun het onder die leiding van Tumlirz die „logische denken" in die puberteit ondersoek.¹⁾ Die eerste opgawe is deur die meisies van 13 tot 18 jaar goed opgelos, sonder veel verskil in prestasie-niveau. By die seuns het onreelmatigheide voorgekom. Ongeveer die dertiende jaar is die prestasie die hoogste, dan volg 'n diep insinking wat op omstreeks die vyftiende jaar oënskynlik te bowe gekom is, maar dan tog weer optree. Die goeie prestasie van die dertienjariges verklaar Matzun uit hul onbevangenheid en eersug. Verder verklaar sy die skommelinge o.a. op grond van 'n gebrek aan oplettendheid by die toeligting van die opdragte (en nie uit 'n stilstand in die ontwikkeling van die intelligensie nie).²⁾

(iii) Kohnstamm het die sillogisme-ondersoek van Schüssler aan insnydende ondersoek onderwerp. Hy stem met dr.T. Kuiper saam: „in de gangbare teste-onderzoekingen gaat men uit van de ongetwyfeld juiste stelling, dat wat in de logica niet goed is - fout is."³⁾ Die tradisionele formele logika is geheel beheers deur die onderstellinge van die Aristoteliese metafisika. 'n Denke wat nie daaraan gebonde is nie, kan tot vrugbare en belangrike konklusies aanleiding gee en tog nie in die skema van die formele logika pas nie.

Ondersoekinge oor „logiese denke" is volkome waarde-loos, as mens nie trag om die proefpersone noukeurig en volledig in te lig omtrent die betekenis van die opdrag en die eis wat gestel word nie.⁴⁾

1) Langevald: Inleiding tot de studie der paed.psychologie 156.

2) Ibid., 157.

3) Kohnstaam, Keur, 75.

4) Ibid., 75.

(iv) Die Rapport-Bolkestein. In Nederland is omstreeks 1938 na aanleiding van die Rapport-Bolkestein ondersoek ingestel na die rekenvermoë van leerlinge aan die H.B.S. Die aanleiding daartoe was die toelatingsvraagstuk, wat vóór alles die verantwoordelikheid van die middelbare skool self is. „Laat zij een candidaat toe, dan neemt zij ook de verplichting op zich, zijn tekortkomingen energisch te bestrijden.“¹⁾

Die battery wat aan die leerlinge voorgelê is, het bestaan uit twee toetse. Sewentig minute is vir die beantwoording daarvan toegestaan. Die eerste toets het bestaan uit elf vrae. Die plan van 'n stuk grond is aan die leerlinge verskaf. Hulle moes hierdie plan oorteken, die oppervlakte van die huis en dié van die tuin bereken, twee ander stukke tuingrond byteken en weer die verhoudinge van die oppervlaktas bereken.

In die tweede toets is die getalle van die verskillende rassegroepe in sekere Javaanse stede gegee. Daar is gevra hoe groot die totale bevolking van al die stede saam is. Al die ander vrae het gehandel oor die verhoudings tussen die aantal verskillende rassegroepe in die verskillende stede.

Ofskoon die leerlinge se rekenkundige vermoë getoets sou word, het die hele battery uit verhoudingsopgawes bestaan. In werklikheid is die leerlinge se verhoudingsbegrip getoets, en die resultate is vir ons van besondere belang.

Paragraaf 4 van die „Mededelingen“ is getiteld: „Teleurstellende uitkomst met de reken-vraagstukken.“²⁾ Die

1) Universiteit van Amsterdam: Mededelingen nr. 32,6.

2) Ibid., 18.

vrae is heel maklik, en die stof toe hoegenaamd nie 'n aanduiding dat verwarring ontstaan het as gevolg van teke- of vraagonduidelikhede nie. Daarom is die resultaat, wat na aanleiding van hierdie vrae verkry is, wel in hoë mate bedroewend en verontrustend.¹⁾

In die bespreking kom die volgende aan die lig: Die leerlinge, wat hierdie toetse afgelê het, was as N.O.S.-leerlinge reeds „skerp geselekteer.“

Was het hier nie te doen met 'n gebrek aan natuurlike aanleë nie, maar aan vorming.

„Want wi willen allereerst onze vaste overtuiging uitspreken, dat kinderen die, door welke omstandigheid dan ook, dragen als de genoemde niet met volkomen zekerheid beheerssen, nog niet in staat zijn, wiskunde-onderwijs met vrucht te volgen.“

Van tweeën één: of kinderen van 12 en 13 jaar zijn nog niet ryp voor het bereiken van dit niveau van abstractie; dan zal men het begin van het wiskunde-onderwijs 1 of 2 jaar moeten verschuiven. Of die rypheid is wel aanwezig, maar de nodige vorming ontbreekt; dan zal men die vorming of op de L.S. of op de N.S. moeten aanbrengen, vóórdat men de wiskunde begint. Tussen die twee mogelijkheden willen wy geen keuze doen, omdat ons daarvoor het materiaal ontbreekt, dat alleen door experimenteren kan worden verkregen.²⁾

c. Navorsing in Suid-Afrika:

(1) Kommissie van ondersoek: Die jongste ondersoek i.v.m. rekenonderwijs is dié van 'n kommissie van ondersoek deur die Kaapse Onderwysdepartement benoem wat in 1945 sy

1) Universiteit van Amsterdam: Mededelingen nr. 32, 19.
2) Ibid., 2.

werksaamhede begin en teen die einde van 1946 voltooi het....¹⁾ Toetsvraestelle is opgestel, en is beantwoord deur byna 14,000 st. VI-, 11,000 st. VII- en 5,000 st. IX-leerlinge. Van besondere belang is twee tesse wat op hierdie ondersoek gegrond is, nl. dié van D.I. de Villiers en F.C. Wepener.

(ii) D.I. de Villiers: Hy het die rekenprestasies van st. VI-leerlinge met dié van eerstejaar-Normaal-studente vergelyk. Die standersessers het met die eweredigheidsommetjies oor die algemeen goed gevaar, behalwe dat hulle soms vermenigvuldig het in plaas van te deel, en omgekeerd. „Agtelosige uitdeling van gemene faktore het ook die punte baie verlaag.”²⁾

In die verhoudingsomme het die standersessers gemiddeld 35.4% en die studente gemiddeld 35.8% gekry.³⁾ Die manier waarop die eweredigheidsomme uitgeskryf moet word, is nog onthou.⁴⁾ Dit blyk dat die studente feitlik niks vergeet het nie ten opsigte van (a) 'n probleem met breuke, (b) verhoudingsomme.....

(iii) F.C. Wepener het ondersoek ingestel of die standersessers die breukmetode of die eenheidsmetode in die oplossing van eweredigheidsomme gebruik. Hy het die volgende bevind:

(a) Die breukmetode is die mees algemene metode om eweredigheidsomme mee op te los.

(b) Volgens die prestasies van die proefpersone is die breukmetode beter as die eenheidsmetode om eweredigheidsomme met 'n direkte of met 'n omgekeerde rede op te los.

1) Taute: Oor navorsing oor die gebied van rekenonderwys, Rubbilesings, 37.

2) De Villiers: Rekenkundige bekwaamheid in st. VI en vier jaar later, 79.

3) Ibid., 104.

4) Ibid., 97.

- (c) Die standersessers is wel ryp genoeg om gebruik te maak van die breukmetode.
- (d) Die breukmetode of eenheidsmetode word met weinig uitsonderinge gebruik om eweredigheidsomme van net 'n sekere patroon mee op te los.¹⁾

„Die uiteindelijke slotsom waartoe ek kom, is dat die breukmetode beter as die eenheidsmetode is omdat dit 'n logiese en natuurlike denkmetode bevorder; dat dit moontlik en ook wenslik is dat die standersesser die denkmetode wat die gebruik van die breukmetode vereis, sal aanleer en in die laaste instansie dat die onderrig meer toegespits moet word op die vorming van 'n gesonde begrip van verhouding en eweredigheid as op die kundigheid en metode as sulks.“²⁾

d. Samevatting: Aanvanklik het die kind 'n eendimensionale verhoudingsbegrip. Wanneer hy vir die eerste maal skool toe gaan (leeftyd 6 jaar), kan hy reeds gelyktydige veranderinge in twee verskillende dimensies opmerk.

Die standaard VI-leerling se verhoudingsbegrip is, volgens Wepener, reeds so ver ontwikkel dat hy by voorkeur van die breukmetode in die oplossing van eweredigheidsomme gebruik maak. Hy begaan nog foute deur te deel waar hy moes vermenigvuldig het, of omgekeerd.

Veral leerlinge wat nog na standaard VI rekenkunde neem, onthou die oplossingsmetodes goed, selfs nadat hulle reeds die middelbare skool verlaat het.

Kohnstamm beskou die verhoudingsbegrip van die leerlinge wat vir die eerste keer na die middelbare skool gaan as so swak dat hy twyfel of hulle met vrug wiskunde-onderwys kan ontvang.

¹⁾ Wepener: Die breukmetode versus die eenheidsmetode, 81.
²⁾ Ibid., 109.

Sillogisme-ondersoeke het aangetoon dat die formeel-logiese denkprestasies van veertienjariges swakker is as die van dertienjariges. Turkstra meld egter dat die teenoorgestelde ook ongemerkt is.¹⁾ Meisies het in die sillogisme-onderzoek beter gevaar as seuns.²⁾

Teen hierdie vorm van ondersoek is o.a. deur Kohnstamm sterk besware geopen.

1) Langeveld. Inleiding tot de studie der paed. psychologie, 152 en 153.

2) Ibid., 154.

HOOFSTUK II.EEN ONDERSOEK.1. Die doel van hierdie ondersoek.

Die doel van hierdie ondersoek is om vas te stel:

- (a) of standaard VI-leerlinge se verhoudingsbegrip ver genoeg ontwikkel het om met die nodige insigte eweredigheidsomme volgens die breukmetode te doen;
- (b) wat die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip van (i) seuns in standerds VI, VII en VIII
(ii) meisies in standerds VI, VII en VIII
in vier verskillende Transvaalse middelbare skole is;
- (c) in watter mate rekenmoeilikhede in standerds VI, VII en VIII aan 'n gebrekkige verhoudingsbegrip toegeskrywe kan word;
- (d) in watter mate 'n ontoereikende verhoudingsbegrip aan 'n gebrek aan rytheid of 'n gebrek aan die nodige vorming toegeskrywe kan word;
- (e) of standaard VIII-leerlinge 'n voldoende verhoudingsbegrip het om die goniometriese verhoudings te begryp en om meetkundige verhoudingsprobleme suksesvol aan te pak;
- (f) of daar 'n verband is tussen die wiskundige verhoudingsbegrip van leerlinge en hulle vermoë om betrekkinge reuk te sien en
- (g) of daar 'n verband is tussen die rekenkundige verhoudingsbegrip van leerlinge en hul vermoë om ruimtelike verhoudings te bereken.

2. Die samestelling van die toetsbatterij.a. Die vereistes wat aan die toetsbatterij gestel is:

- (i) Die inhoud. Daar is van die gedagte uitgegaan dat die ondersoek die beste gedoen kan word deur die proef-

persone aan verskillende toetse te onderwerp. Enige toets is in 'n mate 'n kennistoets. In hierdie toetse sou daar egter geen navraag gedoen word omtrent die proefpersone se kennis van die term „verhouding” nie. Met die oog daarop is die woord „verhouding” heeltemal weggelaat, en kom dit nêrens in enige vraag voor nie.

Die wiskundige verhoudingsbegrip van leerlinge word teen die agtergrond van betrekkinge gesien. Daarom is die eerste toets¹⁾ nie 'n verhoudingstoets nie, maar word die leerlinge se vermoë om die betrekkinge tussen ongetalshede te bepaal, vasgestel.

Die tweede en derde toets is opgestel met die doel om die wiskundige verhoudingsbegrip van leerlinge op rekenkundige gebied te toets. Om die proefpersone nie te verwar nie, bestaan die tweede toets uit direkte eweredigheidsomme en die derde toets uit omgekeerde eweredigheidsomme. Dit is egter nie aan die proefpersone toegedeel nie, maar dit is aan hulle self oorge-
laet om hierdie reëlmatigheid in die opgawes te ontdek.

Waar die eerste toets die vermoë van proefpersone om betrekkinge te sien probeer vasstel, daar is die vierde toets opgestel om die proefpersone se analitiese vermoë te ontleed. Hier gaan dit om hul vermoë om die elemente in 'n probleem raak te sien. In elke vraag word een van die elemente weggelaat en dit word van die proefpersone verlang om die ontbrekende element aan te dui.

Die vyfde toets moet die meetkundige verhoudingsbegrip van leerlinge toets. In die eerste plek moet hulle verhoudingsbegrip een-dimensionaal getoets word,

1) Sien Bylae II, nommer 2, bladsy 117.

n.a.w. hulle vermoë om die betrekkinge tussen die dele van 'n lyn te sien en die verhoudings te bereken. In die tweede plek moet vasgestel word hoedanig hul verhoudingsbegrip is, wanneer meer as een dimensie tegelyk in oënskou geneem moet word.

(ii) Die standaard. Die vrae van elke toets moes van maklik tot moeilik regradeer word en wel só dat so min moontlik proefpersone nul of volwante sal kry. Om 'n norm te kry vir die beoordeling van die toetsprestasies, is die vrae sover moontlik uit handboeke verkry. Indien betrekking is vir 'n beter standaard die vrae bedoel is, kan dit ook help om toetsprestasies in die regte lig te beskou.

Vir elke toets moet ook 'n tydse beperking vasgestel word. Hierdie tydse beperking moet sover moontlik eenvormig wees om die afneem van die toetse te vereenvoudig en om die resultate van die toetse maklik vergelykbaar te maak.

(iii) Die vorm. Die vrae moet kort, duidelik en on-dubbelsinnig wees, en van so 'n aard dat die antwoorde ook kort en duidelik kan wees. Die bewerkings moet so maklik moontlik wees.

b. Die herkoms van die vrae.¹⁾

(i) Toets 1. Hierdie vrae is almal deur die skrywer self op 'n stel van raadpleging van persone uit verskillende trappe van die samelewing. Die vrae bevat geen syfers nie, maar handel oor betrekkinge. In Vraag 1 moet onderskeid word tussen die verskillende trappe van geslag, terwyl vrae 4 en 10 handel oor die onderlinge betrekking tussen familieleds. Vraag 2 het die betrekking geheel-deel tot die onderwerp, terwyl vrae 3, 6, 7 en 8

1) Sien Bylae II, 116.

oor die betrekking afstand-tydsnelheid handel. Hier het ons intlik al met 'n verhouding te doen, net soos in vraag 9, waar soortlike gewis aan die beurt is.

Vraag 5 is 'n vraag oor volgorde wat ook 'n sekere betrekking tussen die elemente veronderstel.

(iii) Toets 2. Vrae 4 en 5 is deur die skrywer self opgestel. Vraag 4 is streng genome nie 'n vraag oor verhouding nie, maar oor verskil: die betrekking groter-kleiner. Die vraag is juis ingevoer om vas te stel of die proefpersone suiwer kan onderskei tussen 'n verhouding en hierdie soort betrekking.

Vrae 1 en 6 is afkomstig uit 'n standaard LV-handboekie¹⁾, en vrae 2 en 3 uit 'n standaard V-handboekie²⁾ van dieselfde skrywers.

Vrae 7 is uit 'n rapport van die „Mathematical Association“ oorgeneem, maar is vereenvoudig om die bewerking te vergemaklik.³⁾

Vrae 9 en 10 is onveranderd uit 'n handboek⁴⁾ oorgeneem, terwyl vraag 8⁵⁾ vereenvoudig is.

(iii) Toets 3. Vrae 7 (gewysig) en 10 is uit 'n handboek verhuur.⁶⁾ Vrae 1 en 5 is gewysig oorgeneem uit die rapport van die onderwysevereniging⁷⁾, hierbo genoem.

Die reeds genoemde standaard V-handboekie het ook vrae 2, 3 (gewysig), 6 en 8 gelever.⁸⁾ Nommers 4 en 9 kom uit 'n handboek.⁹⁾

1) Olckens en Katzke: Rekenkunde vir Almal st. IV, 134, voorbeeld A₁ en 136, voorbeeld C₁.

2) Olckens en Katzke: Rekenkunde vir Almal, st. V, 104, voorbeelde A10 en B11.

3) Mathematical Association: The teaching of arithmetic, 45.

4) Borchard: Practical arithmetic pt.1, 197, voorbeelde 2 en 3.

5) Du Toit: Junior rekenboek, 146, voorbeeld 2.

6) Fendlebury: New school arithmetic, 255 voorbeelde 4 & 5.

7) Mathematical association: The teaching of arithmetic, 44, voorbeeld 2.

8) Olckens & Katzke: Rekenkunde vir almal st. V, 107, voorbeelde 10 en 6, 110, voorbeeld A8.

9) Borchard: Practical arithmetic pt.1, 134, voorbeeld 40, 136, voorbeeld 70.

(iv) Toets 4. Die uitgewerkte voorbeeld (gewysig) en vrae 1 tot 4, 9 en 10 is met die vriendelike toestemming van dr. T.F. Gevers uit sy proefskrif oorgeneem.¹⁾

Vrae 7 en 8 is van die skrywer self.

(v) Toets 5. Vrae 1 tot 5 is gegrond op Pestalozzi se „ABC van waarneming”.²⁾ Vrae 6 tot 10 is deur die skrywer self opgestel.

c. Die voorttoetse. Aanvanklik het die skrywer probeer vasstel watter verhoudingsprobleme vir leerlinge moeilik is, deur sekere standaard VII- en VIII-leerlinge in 'n sekere middelbare skool aan kort rekentoetse te onderwerp. Hierdie vrae is saamgevat in vyf toetse van tien vrae elk. Hierdie toetse is algeroel en aan standaard VI-, VII- en VIII-leerlinge voorgelê, wat nie die kort rekentoetse hierbo genoem, geskrywe het nie.

(i) Toets 1. Die eerste voortoets³⁾ is eers aan die st. VI A-klas van die genoemde middelbare skool vir vier minute voorgelê. Een seun was reeds na twee en 'n kwart minute met die toets klaar en het agt vrae reg beantwoord; 'n tweede seun, wat na drie minute daarmee klaar was, het al tien vrae reg beantwoord. Hierdie standaard VI-klas was bekend om sy skrynder leerlinge.

Die voortoets is daarna ook aan standaard VII D- ('n klas wat nie 'n derde taal as vak neem nie), standaard VI E (swak-gemiddeld) en standaard VI E (die aanpassende klas) vir tien minute voorgelê.

Die uitdrukkings verskyn in Tabel I.

Uit hierdie eerste voortoets het die volgende duidelik geword:

-
- 1) Gevers. Scale to determine ability in the solution of problems, appendix VI A, 97.
 - 2) National council, eighth yearbook, 77.
 - 3) Bulle II, nommer 1.

TABEL I.

Uitslag van die eerste voortoets.

Nommer van vraag.	Aantal proefpersone wat reg geantwoord het in:					Gradering van vrae
	St.Vl A	St.Vl E	St.Vl H	St.Vll D	Totaal	
1	27	33	17	16	93	2
2	31	34	16	18	99	1
3	30	27	13	15	85	3
4	26	26	5	17	74	7
5	27	29	9	13	78	6
6	29	29	11	16	85	3
7	20	18	12	11	61	8
8	27	26	15	16	84	5
9	8	22	4	8	42	9
10	9	18	5	7	39	10
Aantal in klas	31	34	17	18	100	

1. Aangesien sommige proefpersone die toets reeds binne die eerste drie minute afgehandel het, kan die tyd wat vir die toets toegestaan word, met die helfte verminder word.
2. Wanneer ons in aanmerking neem dat hoofsaaklik standord Vl-leerlinge getoets is, is hierdie toets beslis te maklik. Vraag 2 is vir byne geen leerling 'n probleem nie, terwyl vrae 1, 3, 6 en 8 ook moeiliker gemaak behoort te word.
3. Aangesien die vrae in die volgorde van maklikste tot moeilikste moet verskyn, is herrangskikking noodsaaklik.
4. Vraag 10 skep verwarring, aangesien sommige 'n kleinneef 'n neef of 'n nefie noem.

Met die oor en hierdie tekortkomings is 'n hersiene voortoets¹⁾ opgestel. Vrae 1 en 2 van die vorige voortoets is weggelaat. Vraag 3 is so verander dat die bewoording met opset misleidend is, om dit moeiliker te maak en ook om vas te stel watter invloed die vorm van 'n vraag uitoefen. Vraag 10 is gewysig om verwarring in verband met neef, nefie en kleinneef uit te skakel. Hierdie hersiene voortoets is aan standerds VI B, VII A, VIII A en VIII C vir vyf minute voorgelê.

Die uitslag verskyn in Tabel II.

Deur die bewoording van die vraag: „As die water vinniger by 'n dam uitstroom as instroom, sal die dam vol of leeg word?“ te verander tot „As water by 'n dam vinniger uitstroom as instroom, sal dit lank neem voordat die dam vol is, of hoe?“, word sy gradering verhoog van 5 na 8. Die wyse waarop 'n vraag gestel word, oefen dus beslis 'n invloed uit.

Nadat die volgorde van die vrae gewysig is om by die nuwe gradering aan te pas, en vraag 9 gewysig is om die swaars wag te laat, is hierdie hersiene voortoets as die finale Toets 1²⁾ aanvaar.

(ii) Toets 2. 'n Voortoets³⁾ is opgestel en aan die klasse wat in die tabel genoem word, vir die aangegewe tyd voorgelê. Die besonderhede en uitslae verskyn in Tabel III.

Wanneer die prestasies van die twee klasse wat tien minute daarvoor toegelaat is, afsonderlik vergelyk word, bly die gradering van die vrae nog dieselfde.

Hierdie voortoets is, met die vrae in 'n gewysigde volgorde, aanvaar as die finale Toets 2.⁴⁾ Met die

1) Bylae I, nommer 2, 110.
 2) Bylae II, nommer 2, 117.
 3) Bylae I, nommer 3, 111.
 4) Bylae II, nommer 3, 118.

TABEL II.

Uitslag van die hersione voortoets 1.

Nommer van vraag	Aantal proefpersone wat reg geantwoord het in:					Gradering van vraag
	St. VI B	St. VII A	St. VIII A	St. VIII C	Totaal	
1	29	23	38	18	108	2
2	23	19	33	17	92	5
3	26	26	38	19	109	1
4	8	10	21	4	43	8
5	26	17	33	17	93	4
6	21	10	26	10	67	7
7	27	20	34	16	97	3
8	22	16	34	11	83	6
9	9	7	12	13	41	9
10	1	1	8	0	10	10
Aantal in klas	31	26	38	19	114	

vasstelling van die volgorde van die vrae is daar op sommige plekke afgewyk van die gradering van die vrae wat in die laaste kolom van Tabel III voorkom. In die finale Toets 2 moes vraag 4 eintlik nommer 2 gewees het. Hierdie wysiging is aangebring om die twee vrae wat eintlik rekenkundige en meetkundige reekse verteenwoordig, byna-kaar te plaas. Op dié manier kan vasgestel word of die proefpersoon duidelik tussen hierdie twee soorte berekeninge kan onderskei.

In die tweede en derde toetse is die tydsfaktor van groot belang. Die aantal vrae wat 'n persoon in die vasgestelde tyd afhandel, sal grotendeels daarvan afhang of hy die nodige insig het om die bewerking volgens die

TABEL III.

Die uitslag van voortoets 2.

Nommer van vraag	Aantal proefpersone wat in die aangegeve tyd reg geantwoord het in:						Gradering van vrae.
	St.VI A 7 min.	St.VII B 10 min.	St.VII E 8 min.	St.VIII A 10 min.	St.VIII C 7 min.	Totaal	
1	23	21	19	33	22	118	1
2	15	19	7	28	14	83	4
3	13	14	9	22	13	61	6
4	15	18	12	30	20	95	3
5	22	20	18	28	8	96	2
6	5	18	5	26	15	69	5
7	0	11	2	22	7	42	8
8	3	10	7	25	4	49	7
9	1	2	0	10	0	13	10
10	0	5	1	16	0	22	9
Aantal in klas	31	25	26	38	24	144	

breukmetode te doen. Word vraag 2 van Toets 2¹⁾ volgens die eenheidsmetode gedoen, dan is die stappe soos volg:

Vir 3 akkers is 60 pond saad nodig.

Vir 1 akker is 20 pond saad nodig.

Vir 5 akkers is $5 \times 20 = 100$ pond saad nodig.

Daar is dus drie stappe nodig.

Volgens die breukmetode is die bewerking soos volg:

Daar is $\frac{5}{3} \times \frac{60}{1} = 100$ pond saad nodig.

Hier word die som in een stap gedoen, met groot tydsbesparing.

1) Blae II, nommer 3, 118.

Die resultate van die voortoets het duidelik geopenbaar dat sekere proefpersone die vrae baie vinniger kon beantwoord as andere. Van die 38 proefpersone in standerd VIII A het vier al tien vrae reg beantwoord: een soun na ses minute en een meisie na sewe-en-driekwart minute. Aan die ander kant het een proefpersoon in standerd VI A na sewe minute nog geen vraag reg beantwoord nie.

Om almal dus 'n billike kans te gee om sommige van die vrae te beantwoord, en selfs om in die uitsonderlike geval volpunte te behaal, is die tydsbeperking op agt minute gestel.

(iii) Toets 3. Die uitslag van die voortoets 3¹⁾ verskyn in Tabel IV. Daarin word die tydsbeperking, waaraan alle klas onderhou was, ook uiteengesit.

Van standerd VI E is vir hierdie voortoets net 'n verteenwoordigende groep geneem.

Hierdie voortoets is, met die volgorde van die vrae gewis ooreenkomstig die gradering wat hier vasgestel is, aanvaar as die finale Toets 3.²⁾

Aangesien die tyd wat die proefpersone vir die beantwoording van die vrae nodig het ook hier 'n aanduiding is van die metode wat hulle gebruik, is die tydsbeperking van besondere belang.

In standerd VIII A het een meisie al die vrae in ses-en-in-half minute reg beantwoord. Dit is nie die meisie wat in die vorige paragraaf gemeld is nie. Altesaam 4 proefpersone het volpunte in tien minute behaal, net soos in voortoets 2. Derhalwe is die tydsbeperking van hierdie toets ook op agt minute vasgestel.

1) Bylae I, nommer 4, 112.

2) Bylae II, nommer 4, 119.

TABEL IV.

Die uitslag van voortoets 3.

Nommer van vraag	Aantal proefpersone wat in die aangegewe tyd die vraag reg beantwoord het in:						Gradering van vraag.
	St. VI A 7 min.	St. VI B 8 min.	St. VII B 10 min.	St. VIII A 10 min.	St. VIII C 7 min.	Totaal	
1	19	8	19	28	14	88	3
2	22	5	18	27	18	90	2
3	24	9	23	35	19	110	1
4	5	4	13	23	8	53	6
5	12	7	17	24	17	77	4
6	0	3	7	14	5	29	9
7	3	3	10	26	13	55	5
8	3	1	9	24	4	41	7
9	1	1	5	23	1	31	8
10	1	0	3	14	0	18	10
Aantal in klas	32	13	25	38	24	132	

(iv) Toets 4. Die uitslag van hierdie voortoets¹⁾ verskyn in Tabel V. Deurgaans is 'n tydbeperking van agt minute gehandhaaf.

Standard VII A en standard VIII C is deur 9 leerlinge wat seker moontlik verteenwoordigend uitgekies is, verteenwoordig.

In standard VIII A het dieselfde meisie wat in die vorige voortoets volpunte behaal het, hier ook weer volpunte in sewe-en-'n-half minute behaal. Aangesien dit besluit 'n uitsonderlike prestasie was, het die tydbeperking agt minute gebly.

1) Bylae I, nommer 5, 113.

TABEL V.

Die uitslag van voortoets 4.

Nommer van vraag	Aantal proefpersone wat die vraag reg be- antwoord het in:					Gradering van vraag.
	St.VI B	St.VII A	St.VIII A	St.VIII	C Totaal	
1	20	8	19	6	53	2
2	21	8	19	9	57	1
3	2	1	8	1	12	9
4	19	4	19	7	49	3
5	15	2	12	8	37	5
6	7	7	11	4	29	7
7	9	5	15	6	35	6
8	13	7	17	7	47	4
9	1	0	7	2	10	10
10	2	1	10	5	18	8
Aantal in klas	32	9	20	9	70	

Vyf van die twee-en-dertig standaard VI-leerlinge het niks van hierdie voortoets begryp nie, en kon feitlik niks doen nie. Met die oog daarop is die beantwoorde voorbeeld bo-aan vereenvoudig en duideliker gestel.

Verder kom dieselfde vraag, in 'n gewysigde volgorde ooreenkomstig die gradering, in die finale Toets 4¹⁾ voor.

(v) Toets 5. Tabel VI bevat die uitslag van hierdie voortoets.²⁾ Die tyd, wat elke klas tot hulle beskikking gehad het, word ook aangegee.

1) Bylae II, nommer 5, 120.

2) Bylae I, nommers 6 en 7, 114 en 115.

TABEL VI.

Die uitslag van voortoets 5.

Nommer van vraag	Die aantal proefpersone wat die vraag in die aangegewe tyd reg beantwoord het in:					Gradering van vrae.
	St. VI B 10 min.	St. VII A 8 min.	St. VIII A 8 min.	St. VIII C 8 min.	Totaal	
1	29	22	35	10	96	2
2	30	24	36	10	100	1
3	26	20	35	10	91	3
4	21	23	36	9	89	4
5	2	3	8	0	13	10
6	13	16	28	8	65	6
7	1	1	9	4	15	9
8	10	21	27	9	67	5
9	1	4	14	4	23	8
10	7	12	16	4	39	7
Aantal in klas	31	26	36	10	103	

Die leerlinge van die st. VIII-klas, wat hier as proefpersone opgetree het, het sowel rekene as algebra en meetkunde geneem. Twee van hulle het volpunte behaal, na vyf en ses-en-'n-half minute onderskeidelik. Aangesien sulke uitsonderlike gevalle ook in die ander voortoetse voorgekom het, was daar geen rede om hier af te wyk van die tydsbepoering van agt minute nie.

Aangesien die vrae by die verskillende tekeninge gegroepeer moes word, was dit nie moontlik om die volgorde van die vrae volledig by die gradering van Tabel VI aan te pas nie. In die finale Toets 5¹⁾ is vrae 7 en 8,

1) Bylae II, 6 en 7, 114 en 115.

9 en 10 omgeruil en vraag 4 'n bietjie moeiliker maak.

Om verwarring te voorkom is „groter as" deurgaans deur „so groot as" vervang.

d. Die uiteindelijke inkleding van die toetsbattery.

(i) Die eerste bladsy.¹⁾

Die persoonlike gegewens: Die volgende besonderhede moes verstrek word: die naam van die skool, die geslag van die proefpersoon en sy standerd. Daar is twee redes waarom op die eerste bladsy vir meer besonderhede voorsiening gemaak is. In die eerste plek sielkundig: deur belangstelling in die proefpersone se name, ouderdomme, vakkeuses en hulle ouers te toon, mag dit as prikkel dien om belangstelling en inspanning te ontlok om hulle bes te doen om die probleme op te los. Die tweede rede spruit uit praktiese oorwegings. Indien 'n proefpersoon versuim om sy of haar geslag te noem, kan dit gewoonlik van die naam afgelei word. Die ouderdom is volledigheidshalwe gevra; moontlik moet die resultate nog vergelyk word met dié van ondersoekinge wat op 'n ouderdomsgrondslag geskied het. Die geboortedatum is ook gevra om die korrektheid van die ouderdomsopgawe te kontroleer. Uit vrees dat die proefpersone per abuis 1955 as geboortedatum kon aangee, is ook hulle ouderdomme gevra.

Daar is navraag gedoen omtrent die leerlinge se vakkeuse of hulle net rekenkunde neem, of ook algebra en meetkunde. By die ontleding van die resultate mag hierdie gegewens van belang wees.

So is daar ook navraag gedoen omtrent die beroep van die vader of moeder, indien dit later nodig mag blyk

1) Bylae II, 1, 116.

om ondersoek in te stel na die sosiale agtergrond van die proefpersone.

Die aanwysings: Die toetsbatterij is so saamgestel dat dit deur sowel proefnemer en proefpersoon maklik gehanteer kan word. Na verstryking van die tyd wat vir 'n toets vasgestel is, word deur die proefpersoon volgens die proefnemer se opdrag net omgeblaai en met die volgende toets sonder versuim voortgegaan.

Die eerste deel van Toets 5 is agterop die blad gedruk waarop Toets 4 verskyn, sodat die hele toets sigbaar is.

Om die afneem van die toets vlot te laat verloop, is die volgende twee voorwaardes die belangrikste.

- (i) almal moet tegelyk omblaai nadat die vasgestelde tyd verstreke is, en
- (ii) daar mag geen vrae gestel word nie. 'n Proefpersoon wat hardop 'n vraag stel, mag juis die ander proefpersone se denkprobleme daardeur oplos, iets wat bevoorbeeld in Toets 4 vir die doeleindes van die toets noodlottig mag wees.

Daar is dus 'n paar aanwysings op die eerste bladsy aan te sien, wat deur sowel proefnemer as proefpersoon versigtig saam deurgelees moet word sodat alle proefpersone die inhoud en strekking daarvan ten volle verstaan.

Aan die regterkant van die toetsvraag is 'n kolom vir die antwoorde oopgelaat om die nasien van die antwoorde en die optel van die toegekende punte te vergemaklik.

Die puntetoekenning is maklik: een vir elke vraag, tien punte vir elke toets en vyftig punte vir die hele toetsbatterij. Elke antwoord is óf reg óf verkeerd. Geen halwe punte word toegeken nie.

3. Die proefnemers en proefpersone.

- a. Die skole. Die toetse is gedurende Junie 1955 deur leerlinge van vier Transvaalse middelbare skole afgelê. Van hierdie skole is drie Afrikaanse skole, terwyl een (Skool D) 'n parallelmediumskool is. Die toetse is eers net deur leerlinge in die Afrikaanssprekende klasse beantwoord.

Geen leerling het enige voorkennis van die inhoud van hierdie toetse gedra nie, aangesien al die voortoetse aan 'n vyfde skool afgelê is.

Die vier skole waar die toetse afgelê is, is die volgende.

Skool A Dit is 'n skool in die gebied van die Witwatersrand-Jes. Op die datum van die ondersoek het die skool net pas die status van 'n middelbare skool ontvang, nadat dit vir drie jaar die middelbare afdeling van 'n bestaande laer skool was. Die hoogste klas in dié skool was standaard IX, toe die toetse afgelê is.

Die leerlinge van hierdie skool kom hoofsaaklik uit 'n myn- en nywerheidsgebied.

Skool B Dit is 'n groot gevestigde skool in die Witwatersrand-Sentraalgebied. Die leerlinge kom uit 'n myn- en nywerheidsgebied, hoofsaaklik uit die minder gegoeë dele.

Skole A en B het geen koshuise nie.

Skool C is 'n gevestigde middelbare skool in die Oos-Transvaalse platteland. Die leerlinge kom hoofsaaklik van klomp hoewes, wat onder 'n groot besproeiingskema tot stand gekom het. Dit sluit 'n nedersetting van die Volkswelnsyndepartement in. 'n aansienlike deel van die leerlingstal is uit hierdie nedersetting afkomstig.

Die skool beskik oor ruim moderne koshuise, maar dit is alleen plattelandse kinders wat daar gehuisves

is. Alhoewel die klimaat daar baie warm is, is die toetse in baie gunstige weersomstandighede afgelê.

Skool D is 'n groot gevestigde middelbare skool in 'n welvarende distrik in die noord-westelike Transvaal. Daar is groot koshuise waarin plaaskinders sowel as leerlinge uit 'n nywerheidsgebied gehuisves word.

In hierdie distrik was ten tye van die aflegging van die toetse nog 'n ruim aantal laer skole, wat hulle standaard VI-klasse behou het. Die standaard VI-leerlinge wat as proefpersone opgetree het, was dus meer dorps-geïntendeerd as die standerdsewas en -agts.

- b. Die onderwysers en leerlinge: Die skrywer het persoonlik gedurende Junie 1955 die verskillende skole besoek om die toetsbatterye daar te besorg, toesig oor die verloop van die toetse te hou en om uiteindelik weer die afbehandelde toetsbatterye te versamel.

Die leerlinge in standers VI, VII en VIII van hierdie skole het as proefpersone opgetree, en hulle onderwysers as proefnemers.

Die proefpersone het in die verskillende klaskamers getoets, die toetse afgelê onder die toesig van die proefnemers. Voor die aflegging van die toetse het die skrywer die prosedure aan die proefnemers verduidelik. 'n Kopie van „Instruksies aan die Proefnemer“¹⁾ is aan elke proefnemer oorhandig. Daarna het die skrywer homself daarvan vergewis dat elkeen ten volle op hoogte met die inhoud daarvan is en dit verstaan. Verder was die skrywer steeds beskikbaar om enige verdere navrae te beantwoord.

Die toetse het baie vlot verloop, sonder dat die proefnemers baie moeilikhede ondervind het.

1) Bylae III, 123.

TABEL VII.

Die aantal proefpersone.

Seuns					Meisies				
Skool	St. VI	St. VII	St. VIII	Totaal	Skool	St. VI	St. VII	St. VIII	Totaal
A	76	79	37	192	A	76	65	53	194
B	63	106	109	278	B	54	142	54	250
C	66	52	50	168	C	59	67	51	177
D	103	143	81	327	D	85	157	72	314
Totaal	308	380	277	965	Totaal	274	431	230	935

Tabel VII bevat 'n ontleding van die proefpersone.

4. Samevatting.

Gedurende Junie 1955 is die leerlinge in standaard VI, VII en VIII aan toetse onderwerp om hul wiskundige verhoudingsbegrip nader te bepaal. Hierdie toetse is afgelê in twee stedelike en twee plattelandse Afrikaanse Transvaalse middelbare skole.

Om die toetse te ontwerp is vooraf voortoetse aan 'n vyfde skool afgelê. Die resultate van hierdie toetse is gebruik om geskikte vrae uit te seek en te gradeer.

Die vrae is hoofsaaklik uit gewone skoolhandboeke verkry.

Die toetsbattery bestaan uit vyf toetse van tien vrae elk. Vir elke toets is 'n tydsbeperking van agt minute vasgestel, met die uitsondering van die eerste toets, waarvoor vyf minute as voldoende bevind is.

Die resultate en gevolgtrekkings word in die volgende hoofstuk behandel.

HOOFSTUK III.DIE RESULTATE EN GEVOLGTREKKINGS.

1. Die resultate van die toetse. Die antwoorde is nagesien en vir elke korrekte antwoord is een punt toegeken. Die resultate van elke toets is in vier-en-twintig verskillende afdelings gegroepeer. Daar is onderskei tussen seuns en dogters, tussen die vier skole, en die drie standarde in elke skool.

Die gemiddelde aantal punte is verkry deur die totale aantal punte wat in 'n afdeling deur die aantal betrokke proefpersone behaal is, te deel. Aangesien elke toets uit tien vrae bestaan, is die resultate in persentasies uitgedruk deur die kwasiënt (die gemiddelde aantal punte) met 10 te vermenigvuldig.

- a. Toets 1. Die gemiddelde persentasies wat in Toets 1 behaal is, verskyn in Tabel VIII.

In Figuur 1 verskyn 'n grafiese voorstelling van hierdie resultate. Die persentasies is langs die Y-as aangebring. Aan die linkerkant verskyn die seunsklasse van standarde VI, VII en VIII en regs die ooreenkomstige meisiesklasse op die X-as.

Die volgende is opmerklik:

- (1) Die seuns het oor die algemeen beter as die meisies gepresteer.
- (2) Die twee plattelandse skole, C en D, het veral in standarde VII en VIII beter as die stedelike skole, A en B, gepresteer.
- (3) Die meisies van skool A toon 'n baie reëlmatige styging in prestasie in al drie die standarde.
- (4) Die seuns in standerd VII van skool B het swakker as dié van standerd VI gepresteer. Die verskil is 3.2%.

TABEL VIII.

Die gemiddelde persentasies deur die
proefpersone behaal in Toets 1.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VIII	St. VIII
A	52.4	55.8	67.3	43.8	53.1	63.0
B	57.3	54.1	61.2	48.1	49.9	56.7
C	49.4	57.5	72.8	54.1	55.5	61.6
D	53.3	63.0	68.4	46.6	58.9	65.4

(5) Die seuns en meisies van skool D het in verhouding beter in standaard VII as in standers VI en VIII geprester. Dit is egter 'n uitsonderlike geval, aangesien al die ander lyn-grafieke 'n afwaartse neiging in standaard VII toon.

(6) Die seuns van skool C presteer in standaard VI die swakste, maar in standaard VIII die beste.

Die meisies van skole D en A bekleed in standaard VI die derde en vierde plekke, maar in standaard VIII die eerste en tweede plekke onderskeidelik.

Die seuns van skool B presteer in standaard VI die beste en die meisies die tweede beste, maar in standers VII en VIII die swakste.

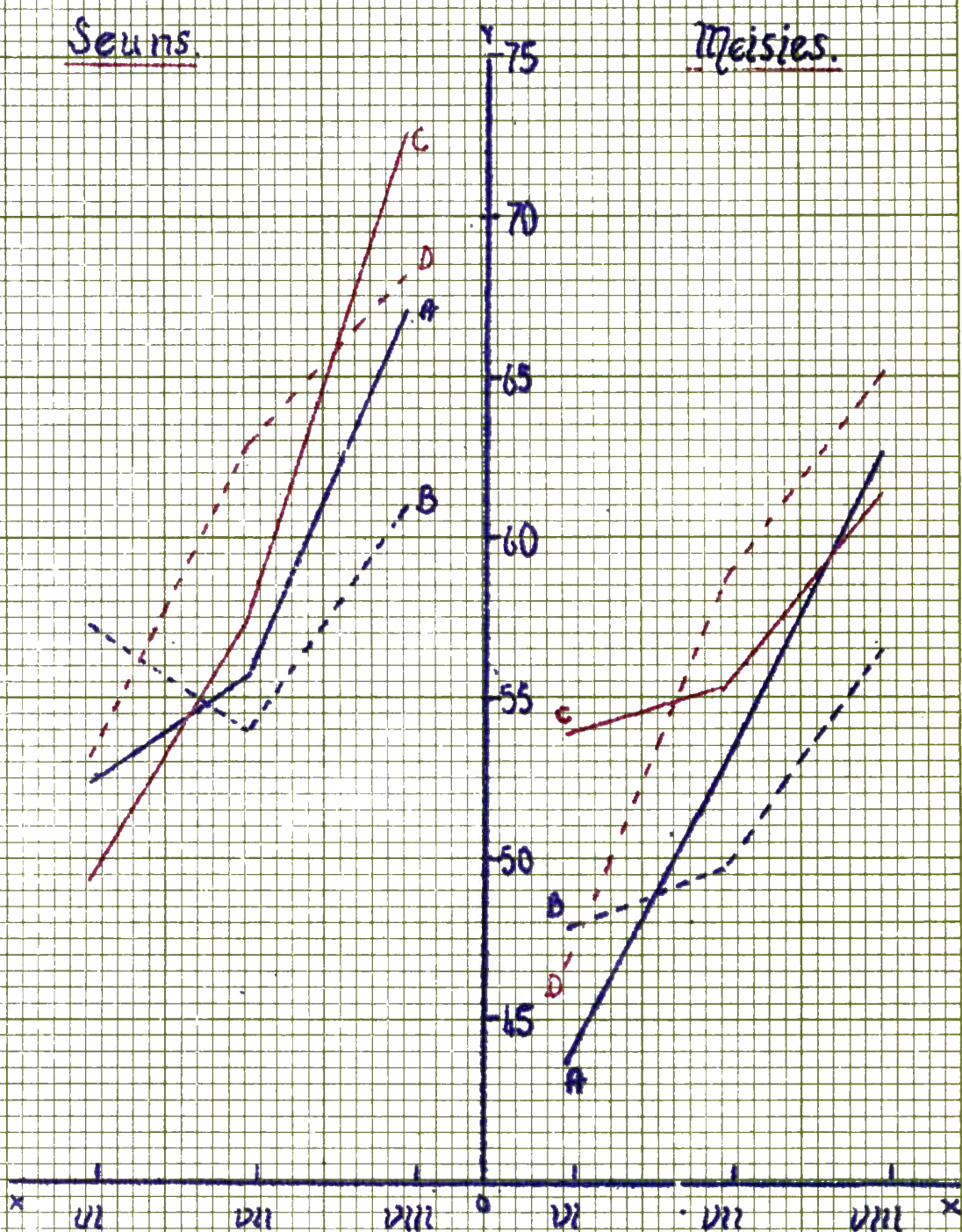
b. Toets 2. Die gemiddelde persentasies, wat in Toets 2 behaal is, verskyn in Tabel IX.

Figuur 2 is 'n grafiese voorstelling van hierdie resultate. Die volgende kan daaromtrent opgemerk word:

(1) In elke skool presteer die seuns beter as die meisies van dieselfde skool. Die meisies van Skool D

Figuur 1.

Gemiddelde persentasies in Toets 1.



TABEL IX.

Die gemiddelde persentasies in Toets 2 behaal.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
A	37.8	35.1	49.5	28.4	32.6	41.1
B	38.7	34.7	43.9	30.7	28.1	31.7
C	33.8	41.2	57.7	31.9	31.8	47.5
D	37.6	47.3	55.4	36.6	40.4	53.3

presteer in standerds VII en VIII beter as die seuns van skole A en B.

(2) Die seuns van die twee plattelandse skole, C en D, het in standerds VII en VIII beter geïstudeer as die seuns van die stedelike skole A en B.

Die meisies van skool D het in al die standerds die beste geïstudeer, en die meisies van skool C in standerd VI en VIII die beste.

(3) Die meisies in al drie standerds van skool A toon 'n reëlmatige styging in prestasie as dié van die ander skole.

(4) Gevalle waar die standerdsewre swakker geïstudeer het as die standerdsewre, is die volgende:

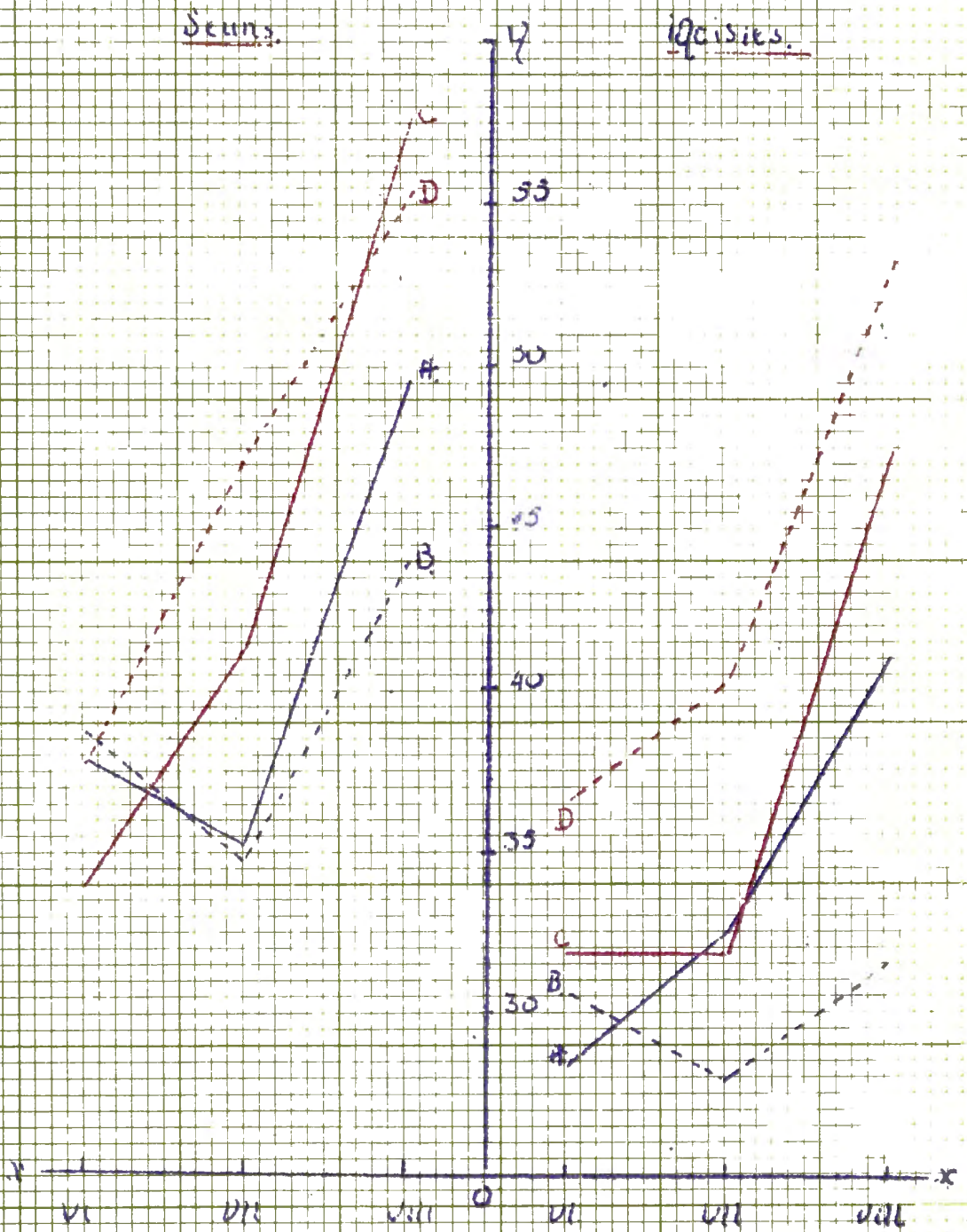
- (a) die seuns van skool A (verskil 2.7%);
- (b) die seuns van skool B (verskil 4.0%);
- (c) die meisies van skool B (verskil 2.6%) en
- (d) die meisies van skool C (verskil 0.1%).

In skool C presteer die meisies van standerd VIII 1% beter as dié van standerd VI.

(5) Die seuns van skool D het in verhouding in standerd VII beter as in standerd VI en VIII geïstudeer. Die lyn-

Figure 2.

Gemiddelde persentasies in Toets 2.



graf 'k toon daar 'n geringe opwaartse neiging.

Dit is eger 'n uitsondering, aangesien al die ander lyngrafieke vir standard VII 'n afwaartse neiging toon.

(6) Die seuns van skool C presteer in standard VI die swakste, maar in standard VIII die beste.

Die seuns van skool B presteer in standard VI die beste. In standard VII en VIII presteer die meisies en seuns van skool B die swakste.

(7) Die gemiddelde persentasies van die standard VI-seuns van skole A, B en D verskil nie meer as 1.1% van mekaar nie. In standard VII is die verskil tussen die seuns van skole A en B net 0.4%, terwyl dié van skool D hulle net 12.2% oortref.

c. Toets 3. Die gemiddelde persentasies, wat in Toets 3 behaal is, verskyn in Tabel X.

Figuur 3 is 'n grafiese voorstelling van hierdie resultate. Die volgende word hieruit duidelik:

(1) In elke skool presteer die seuns beter as die meisies van dieselfde skool. Die meisies van skole C en D het beter as die seuns van skool B in al die standarde geïstesteer.

(2) Die seuns en meisies in die twee plattelandse skole het in al die standarde beter gevaar as die seuns en meisies van die twee stedelike skole.

(3) Die meisies van skool A en die seuns van skool D toon 'n reëlmatiger styging in prestasie in al die standarde as die ander.

(4) Die standerdsewes het swakker gevaar as die standerdseuns in die volgende gevalle:

- (a) die seuns van skool A (verskil 1.3%) en
- (b) die seuns van skool B (verskil 4.1%).

TABEL X.

Die gemiddelde persentasies in Toets 3 behaal.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
A	35.9	34.6	45.1	23.6	26.8	30.9
B	30.5	26.4	34.9	19.1	24.4	26.9
C	36.7	41.7	52.4	32.9	33.7	41.2
D	38.6	43.2	48.6	33.4	34.3	42.9

(5) Die lyngrafieke vertoon 'n afwaartse neiging vir standard VII. Die enigste uitsondering vind ons in die geval van die meisies van skool B waar die standersessers besonder swak geprester het.

(6) Die seuns van skool C het weer in standard VIII die beste gevaar. Die prestasies van die seuns en meisies van skool B was in al die standers die swakste.

Die meisies van skool D het in al die standers die beste gevaar, en die meisies van skool C die tweede beste.

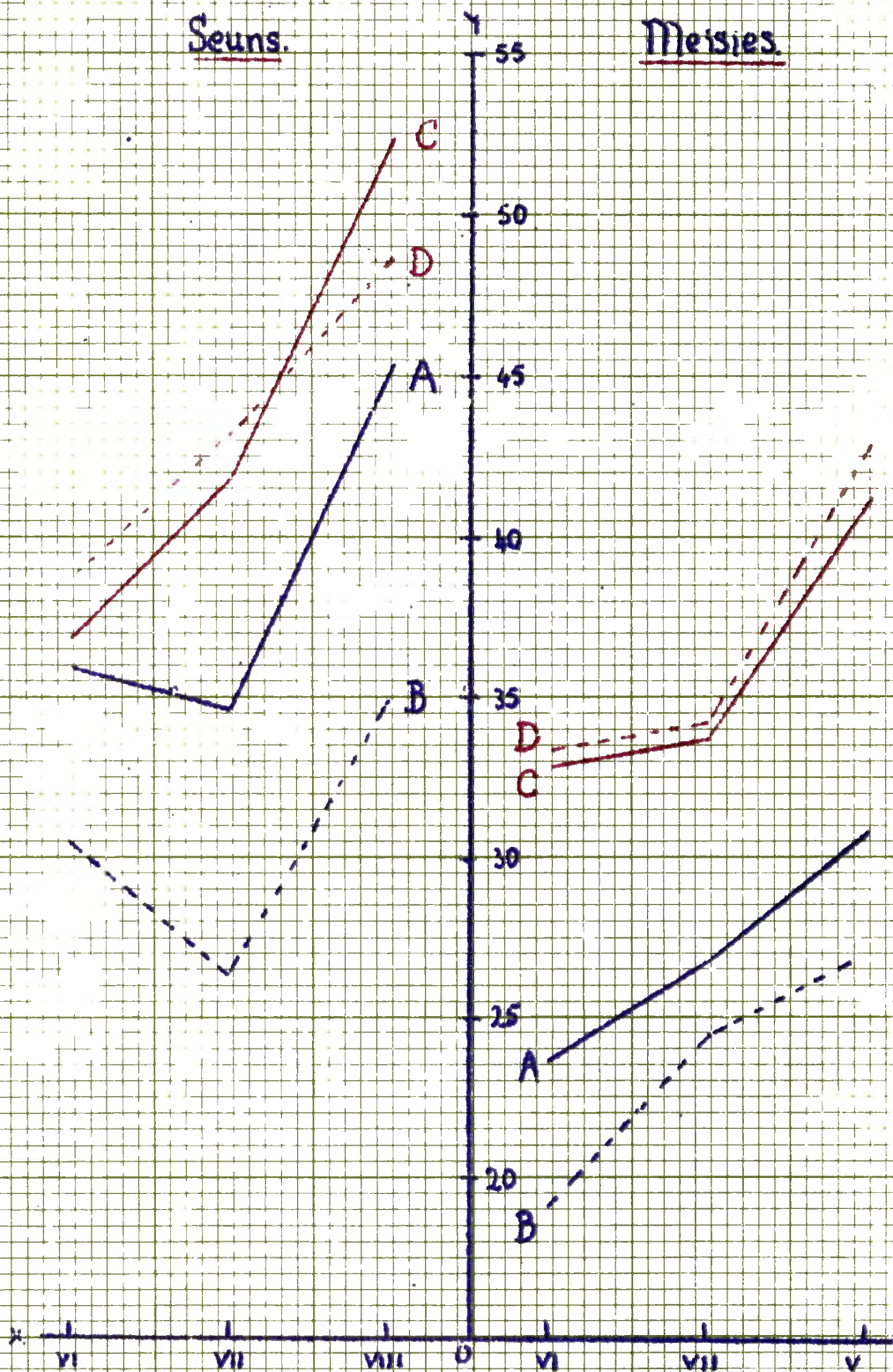
(7) In standard VI verskil die seuns in skole A, B, C en D se prestasies op die meeste 8.1% van mekaar. In standard VII is die maksimum verskil 16.8%. Dit is opmerklik dat die lyngrafieke in die geval van die seuns die neiging het om in die rigting van die laer standers na een punt te nader. By die meisies is die variasie in standard VII die kleinste.

d. Toets 4. Die gemiddelde persentasies, wat deur die proefpersone in Toets 4 behaal is, verskyn in Tabel XI.

Figur 4 is 'n grafiese voorstelling van hierdie resultate. Die volgende kan hieruit afgelei word:

Figuur 3

Gemiddelde persentusies in Toets 3.



TABEL AI.

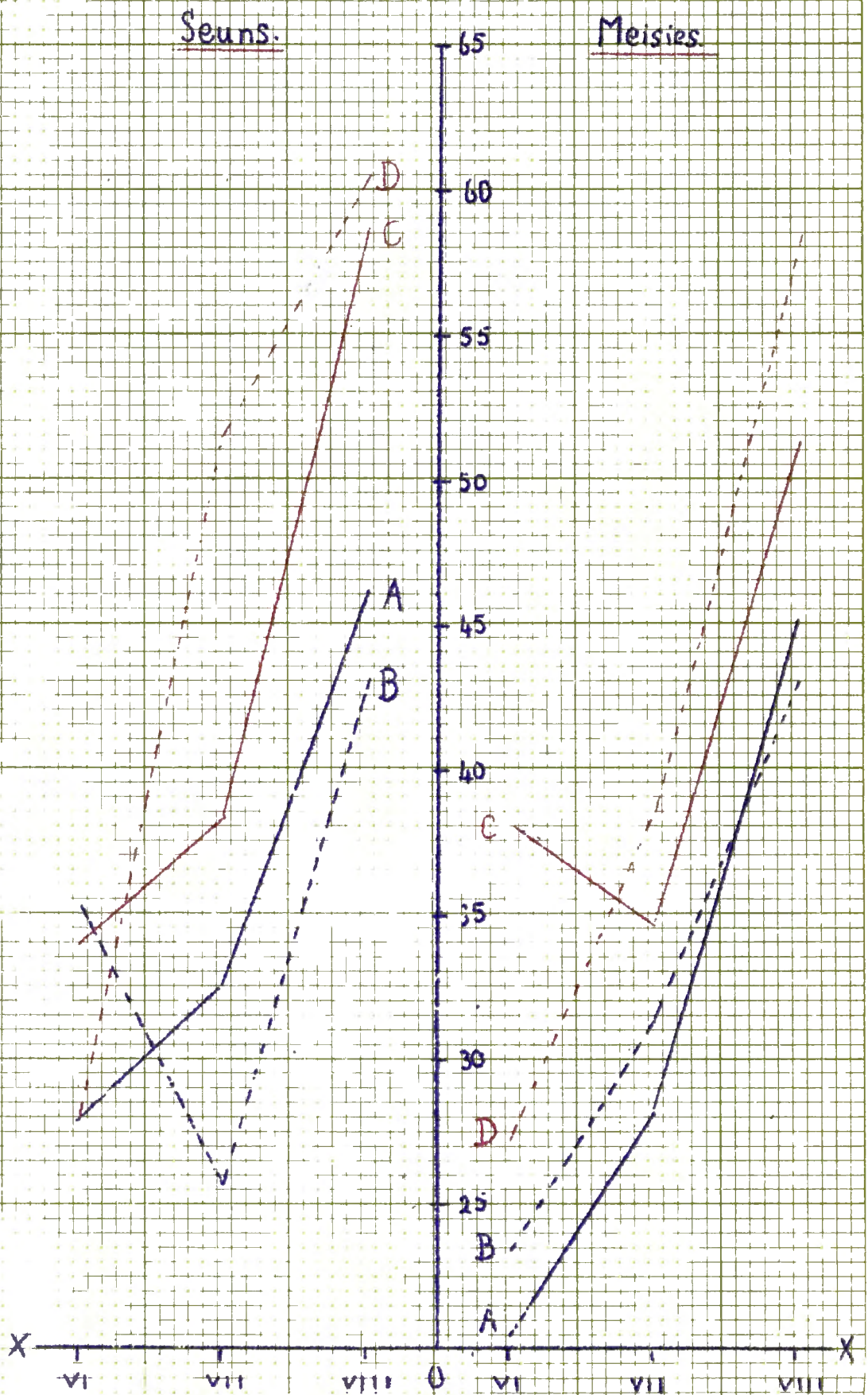
Die gemiddelde persentasies in Toets 4 behaal.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
A	27.9	32.5	46.2	20.4	28.2	45.3
B	35.4	25.8	43.1	23.3	31.4	43.1
C	33.9	38.3	58.8	38.1	34.6	51.4
D	28.0	51.5	60.5	27.2	38.6	58.5

- (1) Oor die algemeen is daar nie 'n aanmerklike verskil in die prestasies van seuns en meisies nie.
- (2) Die seuns van skool B het in standaard VI die beste gevaar. In al die ander gevalle het die plattelandse skole die stedelike skole oortref.
- (3) Die meisies van skool A toon hier nie 'n reëlmatiger styging as die ander nie.
- (4) Die standaardsewes het swakker as die standordsewese in die volgende gevalle gevaar:
 - (a) die seuns van skool B (verskil 9.6%) en
 - (b) die meisies van skool C (verskil 3.5%).
- (5) Die lyngrafieke vertoon 'n afwaartse neiging vir standaard VII. Die enigste uitsondering vind ons in die geval van die seuns van skool D waar die vordering van standaard VI tot standaard VII baie beter is as van standaard VII tot standaard VIII. Tog verskil die prestasies van die seuns van skole C en D nie veel in standaard VIII nie. Die twee lyngrafieke van die seuns van skole C en D vorm feitlik 'n parallelogram.
- (6) Sowel die seuns as die meisies van skool D het in standaard VIII die beste gevaar. Die seuns van skool D

Figuur 4.

Gemiddelde persentasies in Toets 4.



oortref dié van skool C met slegs 1.7%.

Alhoewel die standerdsseuns (seuns) van skool B die beste gevaar het, het die standerdses en -egts die swakste gevaar. Die standerd VIII-meisies van skool B het ook die swakste presteer.

Die meisies van skool D het in standerds VII en VIII die beste gevaar.

(7) Die gemiddelde persentasies van die standerd VI-seuns van die vier verskillende skole verskil op die meest 7.5% van mekaar. In standerd VII is daar egter 'n verskil van 25.7% tussen die hoogste en laagste prestasies.

Die verskil is die verskil in standerd VI weer groter as in standerd VII. In standerd VI is die maksimum verskil 17.7%, maar in standerd VII 10.4%. By die meisies is die variasie in standerd VII die kleinste. Hiermee word nie die variasie in die individuele prestasies bedoel nie, maar die gemiddelde prestasies van die vier verskillende skole.

e. Toets 5. Die gemiddelde persentasies wat deur die proefpersone in verskillende skole in Toets 5 behaal is, verskyn in Tabel XII.

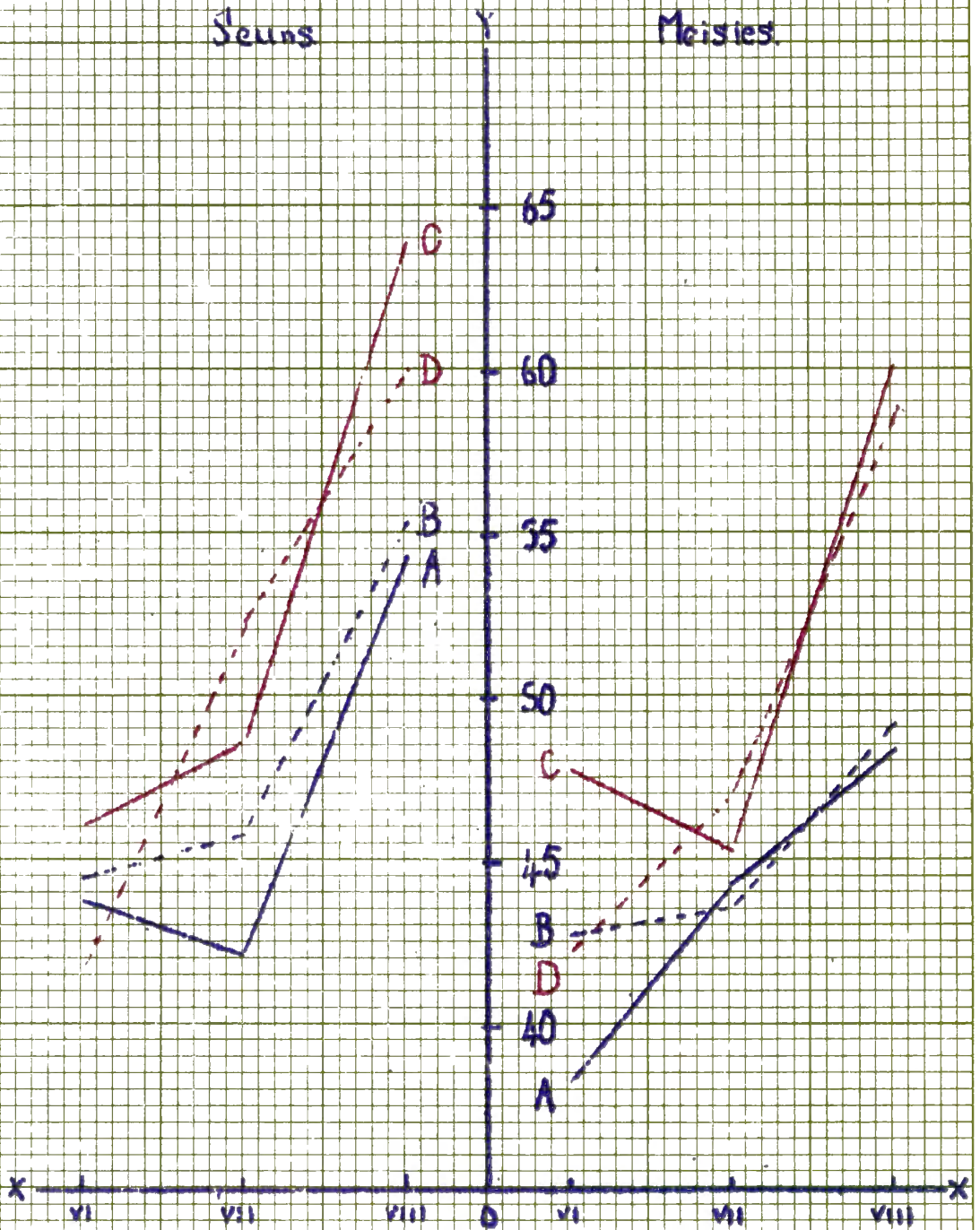
Hierdie resultate word in figuur 5 grafies voorgestel. Die volgende word daardie aan die lig gebring:

(1) In standerds VII en VIII presteer die seuns van elke skool beter as die meisies van daardie skool. Die uitsondering is skool A waar die meisies in standerd VII beter as die seuns gepresteer het.

(2) Met die uitsondering van skool D in standerd VI, waar die twee plattelandse skole deurgaans beter as die twee stedelike skole.

Figuur 5.

Gemiddelde persantoesies in Toets 5.



TABEL XIV.

Die gemiddelde persentasies in Toets 5 behaal.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
A	43.9	42.3	54.1	38.2	44.3	48.5
B	44.6	45.9	55.4	42.8	43.7	49.3
C	46.1	48.7	64.0	47.8	45.4	60.2
D	41.7	52.2	60.0	42.4	47.1	59.0

(3) Die meisies van skool A en die seuns van skool D toon 'n betreklike reëlmatige styging in prestasie van die laaste tot die hoogste standaard.

(4) Die standaardsewe het in die volgende gevalle swakker as die standersessers gevaar:

- (a) die seuns van skool A (verskil 1.6%) en
- (b) die meisies van skool C (verskil 2.4%).

(5) Die langgrafieke vertoon 'n afwaartse neiging vir standaard VII. Die uitsonderings is die seuns van skool D en die meisies van skool A.

(6) Sowel die seuns as die meisies van skool D het in standaard VIII die beste gevaar, met skool C tweede. In standaard VII is die rolle net mooi omgekeer.

Die seuns van skool A het in standers VII en VIII die swakste gevaar, en die meisies in standaard VI en VIII.

Dit is die enigste toets waarin skool B nie die swakste was nie.

(7) Die gemiddelde persentasies van die standaard VI-seuns van die vier verskillende skole verskil met 'n maksimum van 4.4% van mekaar. In standaard VII is die

maksimum verskil 9.9%.

Wat die meisies betref, is die maksimum verskil in standard VI 9.6% en in standard VII 3.4%. Ons vind dus weer eens dat die skole wat die prestasies van die seuns betref, die minste verskil in standard VI, en die meisies die minste in standard VII.

f. Samevatting. As ons die resultate van die vyf toetse vergelyk, kan ons dit soos volg opsom:

1. Die seuns van elke skool het beter as die meisies van die besonder skool gepresteer. Die meisies van sommige skole was soms beter as die seuns van ander skole.

2. Die twee plattelandse skole, C en D, het veral in standersd VII en VIII beter as die stedelike skole, A en B, gepresteer.

3. Die meisies van skool A toon 'n baie reëlmatige styging in prestasie in al drie standersds. 'n Reëlmatige styging word ook opgemerk in die geval van die seuns van skool D in Toets 2, Toets 3 en Toets 5.

4. Die standersdsewas het swakker gevaar as die standersdsewas in die volgende gevalle:

- (a) die seuns van skool A in Toetse 2, 3 en 5;
- (b) die seuns van skool B in Toetse 1, 2, 3 en 4;
- (c) die meisies van skool B in Toets 2 en
- (d) die meisies van skool C in Toetse 2, 4 en 5.

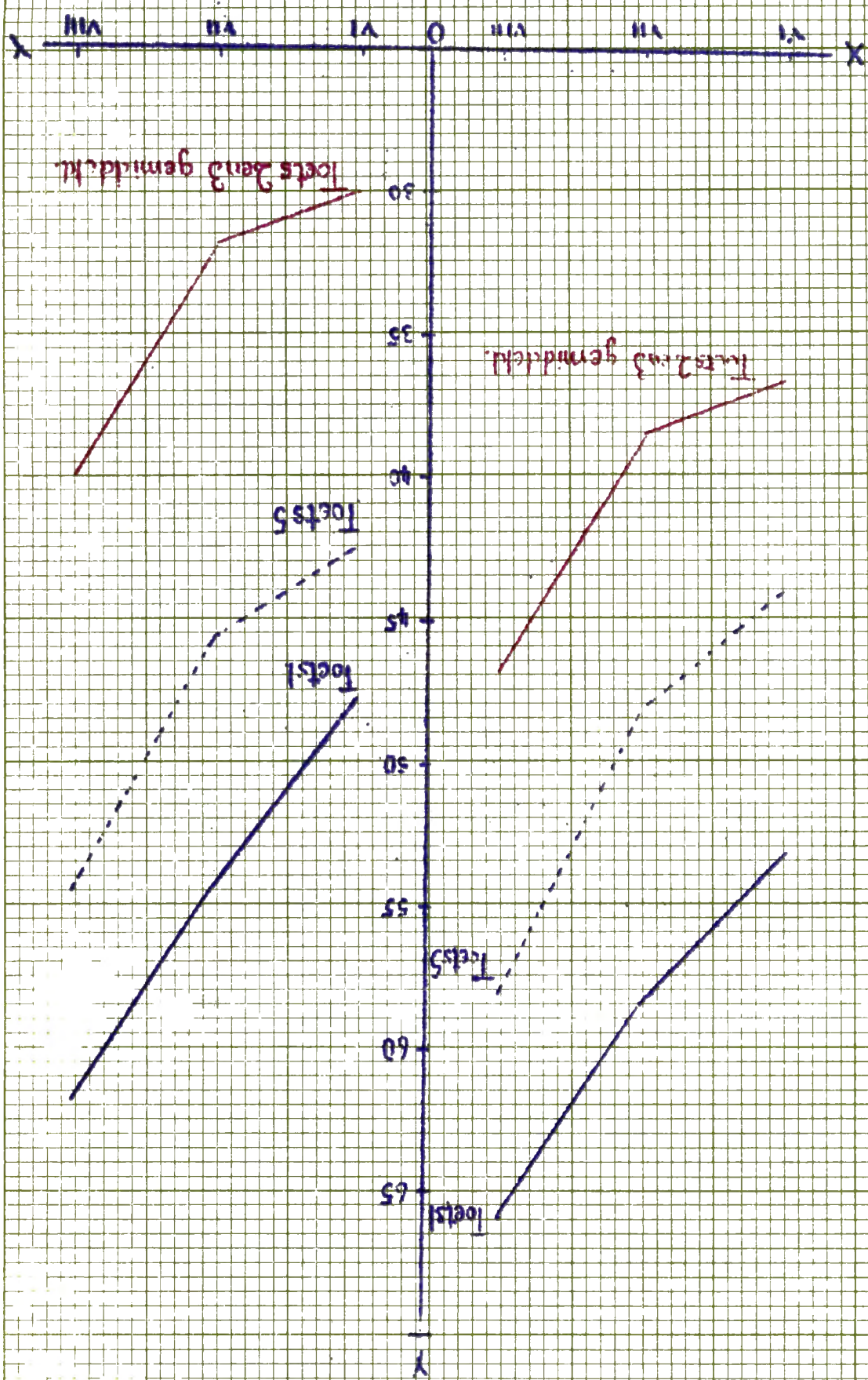
5. Die langprofieke toon vir standersd VII 'n afwaartse neiging met die volgende uitsonderings:

- (a) die seuns van skool D in Toetse 1, 2, 4 en 5;
- (b) die meisies van skool A in Toets 5;
- (c) die meisies van skool B in Toets 3 en
- (d) die meisies van skool D in Toets 1.

6. Die resultate van die vier skole toon die meeste ooreenstemming in standersd VI by die seuns en in standersd VII by die meisies.

Figuur 6

Vier skole gesamentlik.
 —————
 gemiddelde persentasies.



2. Die korrelasie tussen die toetsresultate.

Om die onderlinge verband tussen die toetsresultate te bepaal is 'n aantal korrelasiëkwasiënte bepaal. Aangesien Toets 2 en Toets 3 beide uit verhoudingsommetjies bestaan het, is dit vir die doel van hierdie berekenings as een toets beskou. Daar is bepaal hoeveel punte elke proefpersoon vir hierdie twee toetse gesamentlik ontvang het. Die korrelasie tussen hierdie gesamentlike toetspunte en dié van Toets 1 en Toets 5 is bereken.

Die uitslag van hierdie berekenings verskyn in Tabel XIII.

Bereken op 'n 95% basis, is die moontlike afwiking van die waardes in Tabel XIII plus minus 0.09.

Om die korrelasies te bereken is van frekwens-tabelle gebruik gemaak en van die formule:

$$r = \frac{\frac{1}{N} \sum f_i x_i y_i - \left(\frac{1}{N} \sum f_i x_i \right) \left(\frac{1}{N} \sum f_i y_i \right)}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum f_i x_i \right)^2} \sqrt{\frac{1}{N} \sum f_i y_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum f_i y_i \right)^2}}$$

Die standaard fout $t = \frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$.

Op 'n 99% basis is die grense $r \pm 3t$.

Op 'n 95% basis is die grense $r \pm 2t$.

3. Die beantwoording van sekere uitgesoekte vrae in die toetsbattery.

a. Toets 2. Daar is nagegaan hoeveel proefpersone in die verskillende standers van die vier skole vrae 4 en 5 reg beantwoord het. Die vrae lui soos volg:

„Vraag 4: Hoeveel is 116 groter as 42?”

„Vraag 5: Vul in die ontbrekende getal in die volgende

reeks: 6 18 54 ... 486 1458.”

Die persentasie proefpersone, wat hierdie vrae reg beantwoord het, verskyn in Tabel XIV.

TABEL XIII.

Die korrelasiewaarskyn met Toets 2 en 3 gesamentlik.

Standard	Seuns		Meisies	
	Toets 1	Toets 5	Toets 1	Toets 5
V1	0.42	0.41	0.34	0.42
V11	0.49	0.52	0.56	0.49
V111	0.52	0.51	0.52	0.59

TABEL XIV.

Toets 2.

Persentasies proefpersone wat vrae 4 en 5
reg beantwoord het.

Skool	Seuns						Meisies					
	St.V1		St.V11		St.V111		St.V1		St.V11		St.V111	
	Vr.4	Vr.5	Vr.4	Vr.5	Vr.4	Vr.5	Vr.4	Vr.5	Vr.4	Vr.5	Vr.4	Vr.5
A	76.3	30.3	57.0	39.2	62.2	70.3	63.2	23.7	67.7	32.3	56.6	43.3
B	74.6	36.5	51.9	29.2	56.9	42.2	77.8	24.1	65.5	24.6	57.4	24.1
C	43.9	28.8	63.4	42.3	94.0	52.0	50.8	23.7	62.7	17.9	70.6	37.3
D	66.0	19.4	67.8	57.3	65.4	56.8	77.6	35.3	67.5	42.0	58.3	69.4

Met die beantwoording van vraag 4 vaar die standaard-
sessers die beste, behalwe dié van skool C.

Die standaardsew- en -agtseuns van skool B vaar in
beide vrae die swakste.

Die standaard V11-seuns van skool D vaar in beide
vrae die beste. Die verskynsel dat die seuns van skool C

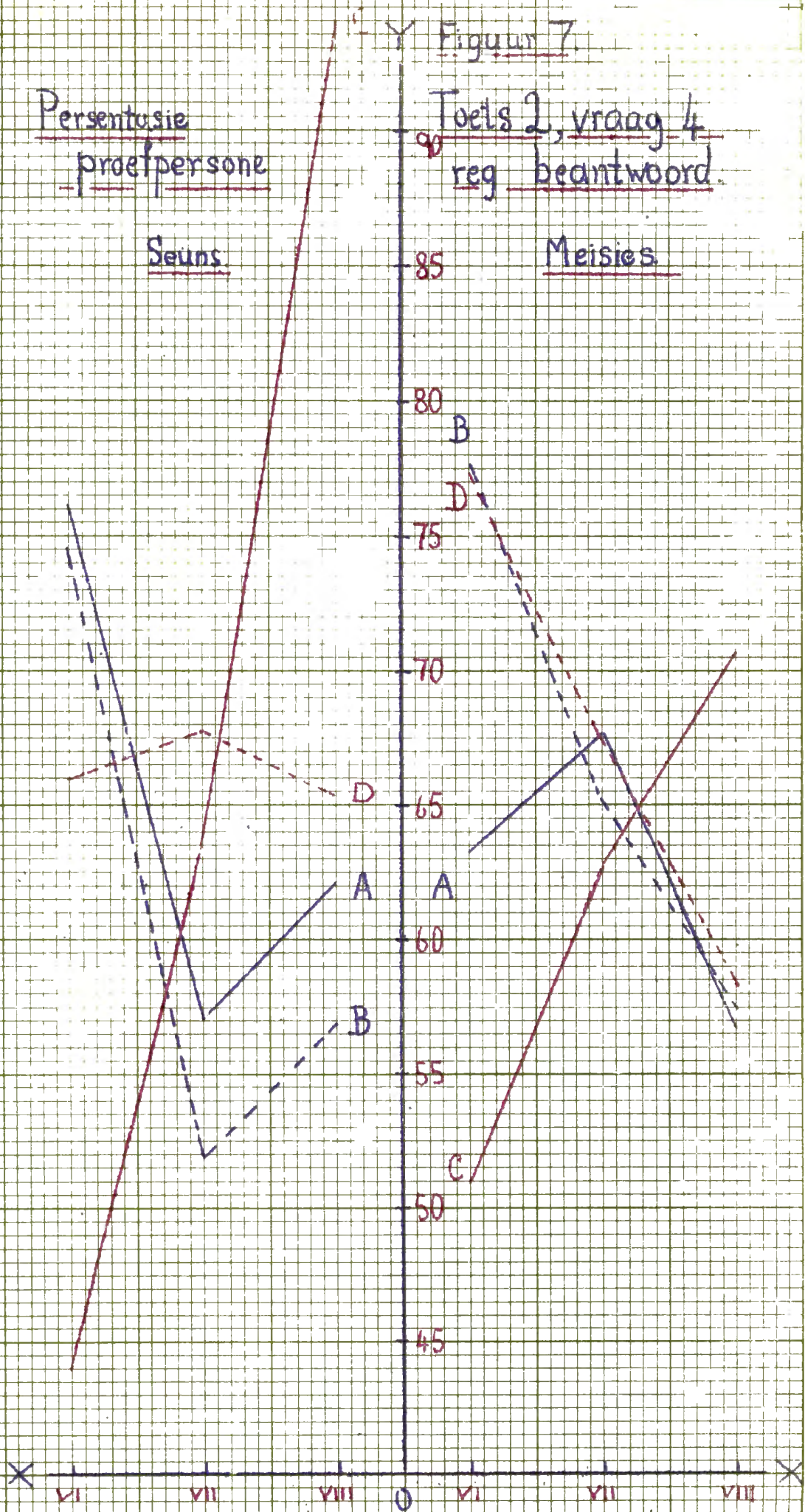
Persentasie
proefpersone

Seuns

Figuur 7.

Toets 2, vraag 4
reg beantwoord

Meisies



in st. VI die swakste en in st. VIII die beste in Toets 2 gevaar het, word blykbaar sterk beïnvloed deur hulle prestasies in vraag 4.

By die menings vind ons dat die prestasies in vraag 4 van die laagste tot die hoogste standers 'n dalende neiging toon. Die resultate van skole A, B en D stem grotendeels ooreen, terwyl dié van skool C 'n sterk stygende neiging toon.

Wat vraag 5 betref, blv skool B in al drie standers op omtrent 24, staan, skool C se standers ewes presteer die swakste, skool A toon 'n egalige styging, terwyl skool D in al die standers die beste presteer.

- b. Toets 4. Hier is besondere aandag gegee aan die volgende vrae:

„Vraag 6: 'n Persoon het twee erwe, die eerste het 'n oppervlakte van 420 vierkante jaarts en die ander 'n lengte van 20 jaarts. Watter erf is die grootste?”

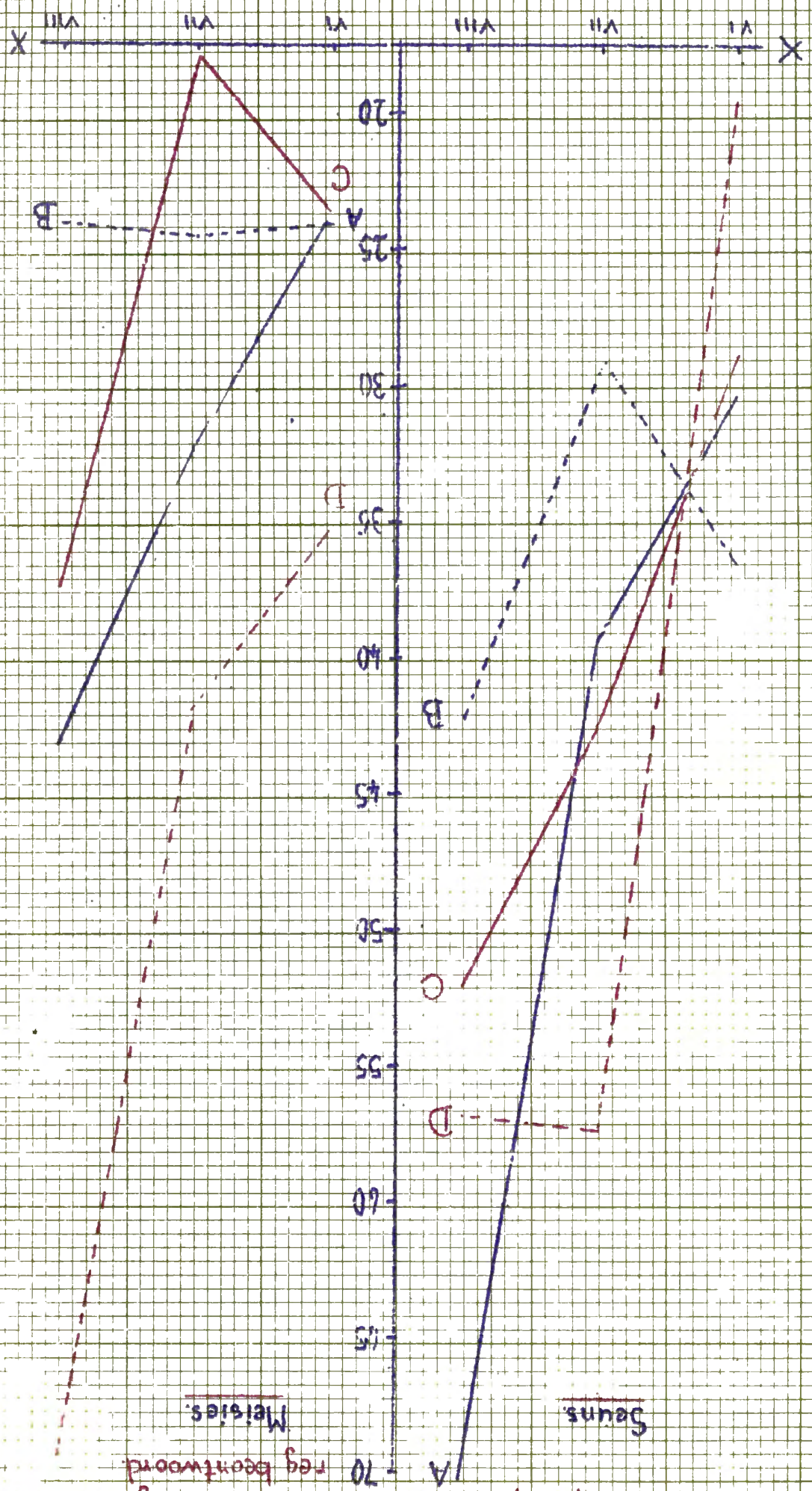
„Vraag 7: As dit 3 minute neem om een eier te kook, hoe lank sal dit neem om tien eiers te kook?”.

Deur vraag 6 kan vasgestel word of die proefpersone in hul berekening van verhoudings die nodige aandag gee aan die eenhede. Die beantwoording van vraag 7 sal aandui of die proefpersone kan onderskei tussen gevalle waar verhoudingsberekening wel verlang word en dié waar dit nie verlang word nie.

Die persentasies proefpersone, wat hierdie vraag beantwoord het, verskyn in Tabel XV.

Die seuns se prestasies in vraag 6 en 7 toon 'n sterk ooreenstemming met hulle prestasies in die hele Toets 4. Die st. VIII-seuns van skool A presteer net baie swakker in vraag 7.

Figure 8
 Persontasie proe persone 1
 Toets 2, vraag 5



TABEL XV.Toets 4.

Persentasies proefpersone wat vrae 6 en 7
reg beantwoord het:

Skool	Seuns						Meisies					
	Vraag 6			Vraag 7			Vraag 6			Vraag 7		
St.	V1	V11	V111	V1	V11	V111	V1	V11	V111	V1	V11	V111
A	26	37	62	20	37	30	16	28	47	16	34	49
B	35	25	42	33	43	57	20	32	56	15	32	54
C	42	44	74	29	42	68	46	36	65	42	37	45
D	30	66	74	35	60	65	29	38	71	19	37	54

Met die uitsondering van skool C toon die meisies 'n baie reëlmatige stigting in al drie standers. Die standersowes van skool C het in beide vrae swakker as die standersessors en standersdags gevaar.

Alhoewel vraag 7 meer verband met die terrein van die vrou hou, het die seuns in die meerderheid van die afdelings die beste gepresteer.

4. Toets 5. Sosiale aandag is geroe aan die beantwoording van vrae 6 en 8, wat soos volg lui:

„Vraag 6: Hoeveel keer is die groot vierkant so groot as die klein vierkantjie in die boonste hoek?“.

„Vraag 8: Die omtrek van die klein vierkantjie is 2 duim. Wat is die omtrek van die groot vierkant?“.

Die persentasies proefpersone wat hierdie vrae reg beantwoord het, verskyn in Tabel XVI.

Dit is opvallend dat die prestasies in vraag 8 baie swak is. In vraag 6 presteer die seuns van skool C

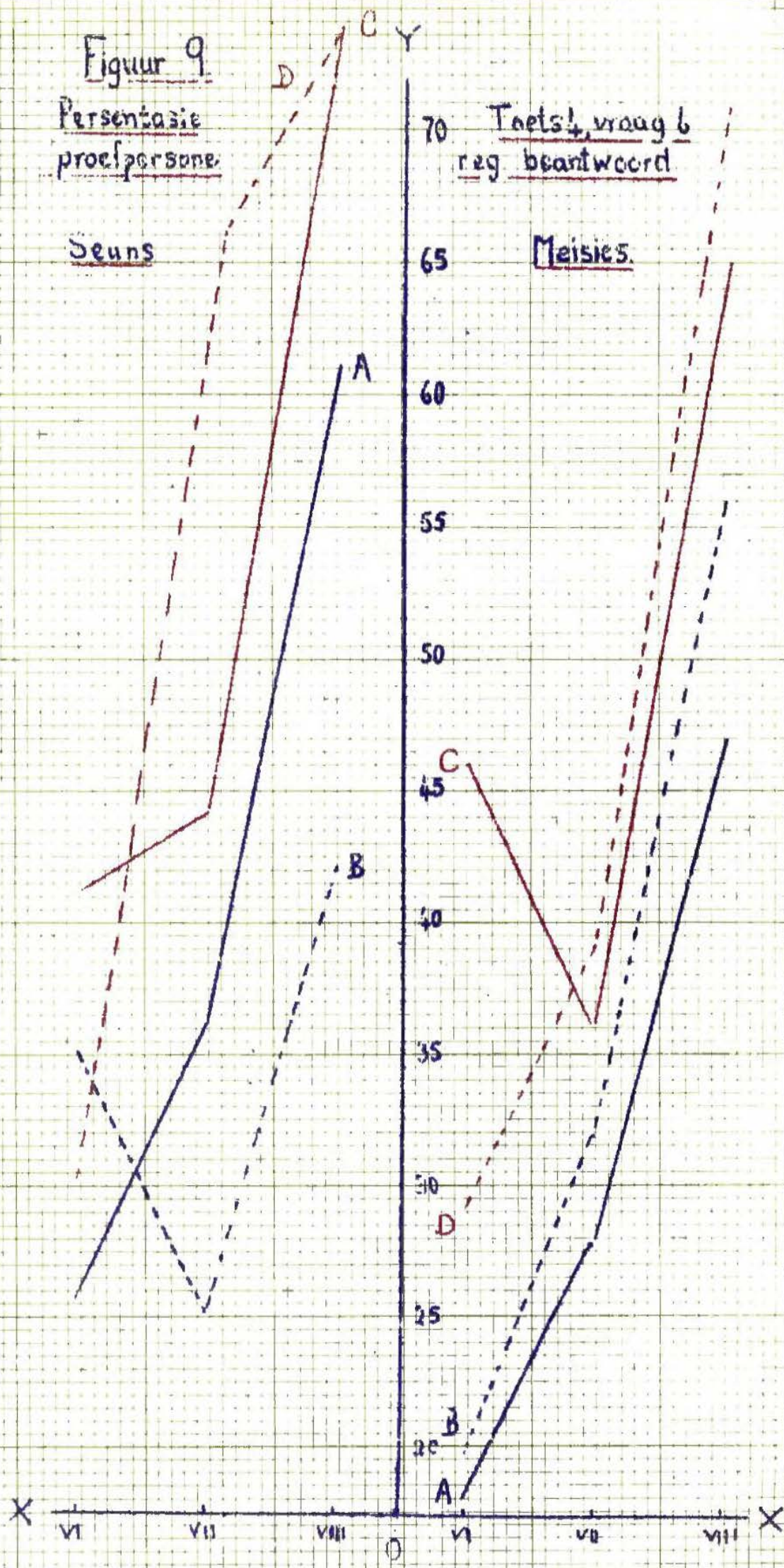
Figuur 9.

Persentase
proefpersone.

Seuns

Toets 4, vraag 6
reg beantwoord

Meisies.



TABEL XVI.

Toets 5.

Persentasies proefpersone wat vrae 6 en 8
reg beantwoord het.

Skool	Seuns						Meisies					
	Vraag 6			Vraag 8			Vraag 6			Vraag 8		
St.	V1	V11	V111	V1	V11	V111	V1	V11	V111	V1	V11	V111
A	32	49	52	9	13	38	54	43	59	7	11	15
B	62	64	73	16	17	38	59	58	69	11	15	13
C	65	73	94	15	21	28	42	63	80	1	9	16
D	62	66	75	12	18	35	62	64	69	7	11	21

in al die standerds die beste, en dié van skool A die swakste. In laasgenoemde skool presteer die seuns van standaard V11 en V111 swakker as dié van standaard V1.

Wat die meisies betref, toon skool C 'n baie reëlmatige styging in prestasies van heeltemal die swakste in standaard V1 tot die beste in standaard V111.

Die meesters van skool A wyk hier radikaal af van hulle gelykmatige styging soos voorheen. Die standerdsewes presteer hier baie swakker as die standerdseessors en die standerdagts.

Die resultate van beide die seuns en dogters van skole B en D toon hier 'n sterk ooreenstemming.

Die mees algemene fout wat veral in die hoër klasse met die beantwoording van vraag 6 voorgekom het was: „Die groot vierkant is agt maal so groot as die klein vierkantjie.”

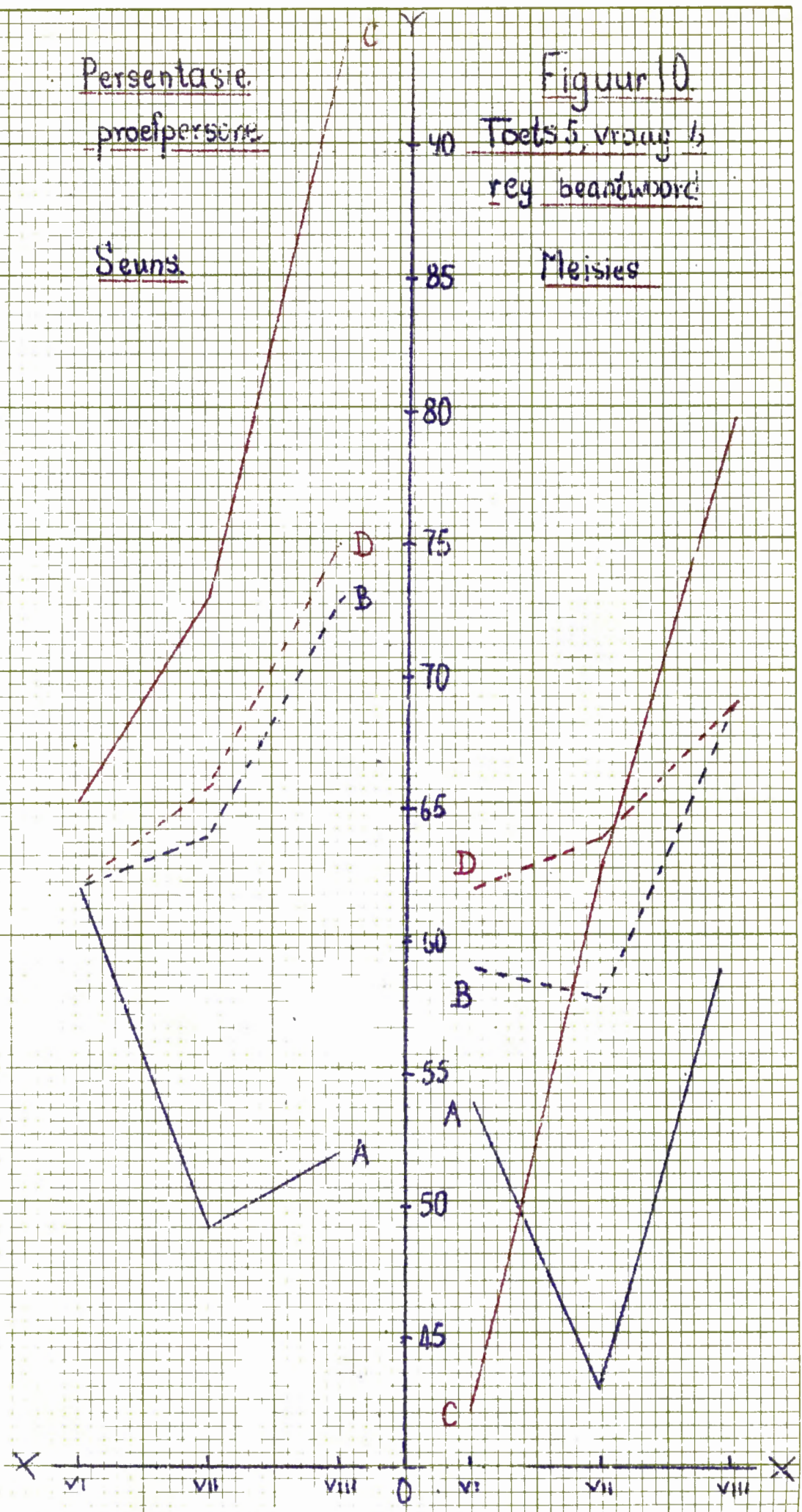
Persentasie
proefpersone

Seuns

Figuur 10.

Toets 5, vraag 1
reg beantwoord

Meisies



4. Die bespreking van die resultate.

Die toetsresultate sal nou in die lig van die volgende gegewens bespreek word:

1. Die duidendheid van die verskille tussen die toetspersentasies.
 2. Die persentasie leerlinge wat soveel meetkunde en algebra as rekene neem.
 3. Die aantal periodes wat per week aan rekene bestee word.
 4. Die aantal periodes wat per week aan meetkunde en algebra bestee word.
- a. Die aantal lesperiodes aan rekene en wiskunde toegestaan.

Om die bespreking te vergemaklik sal ons vooreaf afspreek dat onder „wiskunde” net algebra en meetkunde verstaan word, terwyl rekenkunde as 'n aparte vak beskou word. Dit sluit aan by die gangbare gebruik. Spreek ons eeter van die „wiskundige verhoudingsbegrip” dan word rekenkunde daarby ingesluit.

In Tabel XVII word die aantal lesperiodes wat in die verskillende skole aan rekene en wiskunde toegestaan is, aangedui.

- b. Die persentasie proefpersone wat sowel wiskunde as rekenkunde as vakke geneem het.

Aangesien hierdie inligting ook belangrik vir die bespreking van die verskillende toetse is, word die persentasies in Tabel XVIII aangedui.

- c. Toets 1. Die betrekkings tussen ongelykhede.

Die gemiddelde persentasies wat deur die proefpersone in die vier skole gesamentlik behaal is, word in Tabel XIX aangedui.

Om die prestasies te vergelyk is dit noodsaaklik dat ons nagaan of die verskille duidend is.

TABEL XVII.Aantal lesperiodes vir rekenkunde en wiskunde.

Skool	Lengte van periodes	St. VI		St. VII		St. VIII	
		Rek.	Wisk.	Rek.	Wisk.	Rek.	Wisk.
A	35 min.	5	2	4	5	4	5
B	35 "	5	Geen	2	5	2	5
C	33 $\frac{1}{3}$ "	6	2	4	6	5	6
D	35 "	5	Geen	3	4	3	4

TABEL XVIII.

Die persentasie proefpersone wat sowel reken-
kunde as wiskunde neem.

Skool	Seuns			Meisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
A	100	97.5	78.4	22.2	3.1	20.8
B	0	100	84.4	0	9.8	11.1
C	53.1	100	98	57.6	10.4	20.8
D	0	87.4	92.6	0	40.8	54.2

TABEL XIX.Gemiddelde persentasies in Toets 1 behaal.

Seuns			Meisies		
St.	VI	VII	St.	VI	VII
	53.0	58.3		47.7	54.5
		65.9			62.0

Daarvoor is van die volgende formule gebruik gemaak:

$$\text{Grense} = \bar{X} - \bar{X}' \pm Z_{\alpha} \sqrt{\frac{s^2}{n} + \frac{s'^2}{n'}}$$

$\bar{X}$ = die gemiddelde prestasie van die eerste groep

Z_{α} = 2 vir 95.46% basis.

Z_{α} = 3 vir 99.73% basis.

S = die standaardafwyking van die eerste groep,

d.i. S^2 = variansie = $\frac{1}{n} \sum f_i x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum f_i x_i \right)^2$

$\bar{X}'$, S' en n' is die ooreenkomstige simbole vir die tweede groep.

As nul tussen die grense lê is die verskil nie duidend op die basis wet gebruik is nie.

In Tabel XX word die prestasies tussen die seuns en die meisies van die verskillende standers vergelyk. Seuns word met seuns, meisies met meisies en meisies met seuns vergelyk.

Die prestasies van die proefpersone in die verskillende standers verskil duidend van mekaar.

In standerd VI presteer die seuns beter as die meisies. In standers VII en VIII presteer hulle ook beter, maar die verskil is so gering dat dit op 'n 99% basis nie duidend is nie.

Vergelyk ons Figuur 1 en Figuur 2 dan bemerk ons dat daar by die seuns 'n baie sterk ooreenkoms is. Dit wil voorkom asof daar 'n verband is tussen die proefpersone se vermoë om betrekkings te sien (Toets 1) en hulle rekenkundige verhoudingsbegrip (Toets 2).

Volgens Tabel XIII is daar by die seuns 'n korrelasie van 0.42 tot 0.52 tussen Toets 1 en Toets 2 en 3 gesamentlik.

Dit sal dus beslis die moeite werd wees om na te gaan of die aantal losperiodes en die persentasie leer-

TABEL XX.

Vergelyking van prestasies in Toets 1.

Standard	Standard	Verskil %	Moontlike afwyking		Duidend	
			95% basis	99% basis	95% basis	99% basis
V1 Seuns	V11 Seuns	5.3	2.8	4.2	Ja	Ja
V11 "	V111 "	7.6	2.6	3.9	Ja	Ja
V1 Meisies	V11 Meisies	6.8	3.0	4.5	Ja	Ja
V11 "	V111 "	7.5	2.8	4.2	Ja	Ja
V1 Seuns	V1 Meisies	5.3	3.0	4.5	Ja	Ja
V11 "	V11 "	3.8	2.6	3.9	Ja	Ne
V111 "	V111 "	3.9	2.8	4.2	Ja	Noe

linge wat wiskunde sowel as rekene neem, enige invloed op Toets 1 gehad het.

Laangesien dit duidelik is dat die twee plattelandse skole die twee stedelike skole in elk geval oortref, sal ons alleen tot bevredigende gevolgtrekkings kan kom as ons die twee plattelandse skole met mekaar vergelyk en die twee stedelike skole met mekaar. Daardeur word die omgewingsfaktor wat blykbaar 'n baie sterk invloed uitoefen, in 'n mate uitgeskakel.

Die invloed van die aantal lesperiodes in rekene en wiskunde.

Volgens Tabel XV11 word in skool C meer lesperiodes in wiskunde en in rekenkunde as in skool D bestee. 'n Hoër persentasie seuns het in Skool C as in skool D wiskunde geneem, maar, behalwe in standaard V1, 'n veel geringer persentasie meisies.

In standaard VI en VII presteer skool D se seuns die beste, maar in standaard VIII dié van skool C.

In standaard VI presteer die meisies van skool C die beste, maar in standaard VII en VIII dié van skool D.

Dit wil dus voorkom asof die persentasie meisies wat wiskunde neem, die deurslaggewende faktor vir die prestasies van die meisies is.

Alhoew 1 die seuns van skool D in standaard VI en VII nog 'n voorsprong behaal het, is daar 'n aanduiding dat die hoër persentasie wat wiskunde neem en die groter aantal lesperiodes tog in standaard VIII ten gunste van skool C die deurslag gee. Die verskil is hier 3.6% wat volgens Tabel XX op 'n 95% basis duidend is.

Vergelyk ons skole A en B, dan bemerk ons dat in skool A 'n groter gedeelte van die seuns in standaard VI en VII wiskunde neem as in skool B. Dieselfde is die geval met die meisies van standaard VI en VIII. Oor die algemeen gee skool A meer lesperiodes in rekenen en in wiskunde as skool B. In st. VI oortref skool A skool B, maar in die ander twee klasse vaar skool B beter as skool A. Die verskil in standaard VIII, naamlik 5.6% en 9.4%, kan op 'n 99% basis as duidend beskou word.

As ons 'n aanmerking neem dat byna al die st. VI-leerlinge ten tye van die afneem van die toetse nog net twee kwartale in die hoërskool was, moet ons die uitslag van hierdie toets as 'n aanduiding beskou dat die aantal lesperiodes in rekenen en wiskunde 'n positiewe invloed op die leerlinge se vermoë uitoefen om betrekkinge in te sien.

Twee kwartale wiskunde-onderwys in standaard VI oefen geen merkbare invloed uit nie.

By die meisies is daar 'n sterk aanduiding dat wiskunde-onderwys hulle vermoë om betrokkinge tussen onelykhede te begryp, verhoog.

d. Toets 2 en 3. Die rekenkundige verhoudingsbegrip.

Omdat Toets 2 en 3 altwee rekenkundige verhoudingstoelese was, is die punte wat elke proefpersoon in hierdie twee toetse behaal het, bymekaar getel.

Die gemiddelde persentasies wat deur die proefpersone in die vier skole gesamentlik in Toets 2 en Toets 3 en die twee toetse saam behaal is, verskyn in Tabel XII.

In Tabel XXII word die prestasies in Tabel 2 en 3 (gesamentlik) vergelyk.

Dit is opvallend dat alhoewel die seuns en meisies in dieselfde klasse se prestasies duidend van mekaar verskil, die verskille tussen st. VI- en VII-seuns en tussen standerd VI- en VII-meisies nie duidend is nie. Dit beteken dat byvoorbeeld standerd VII-seuns minder van standerd VI-seuns as van standerd VI-meisies verskil.

Om hierdie en ander verskynsels te bespreek is dit nodig om nader ondersoek in te stel na die proefpersone se prestasies in Toets 2 en 3. In Tabel XXIII word aangetoon hoe die aantal punte wat in hierdie toetse behaal is, tussen die proefpersone versprei is.

Wanneer ons hierdie punteverspreiding in oënskou neem, moet ons in gedagte hou dat die meerderheid somme wat in hierdie toetse voorkom, uit standerd IV- en V-rekenkundig-handboeke verkry is. Die vraag is so gerangskik dat dit maklikste eerste kom en daarna gradueel moeiliker word. In Toets 2 is Vraag 6 (d.w.s. daar is vyf vrae wat makliker is) uit 'n standerd IV-boekie afkomstig. Vraag 8 van Toets 3 is uit 'n standerd V-boekie

TABEL XXI.

Gemiddelde persentasies in Toets 2 en 3 behaal.

Toets St.	Seuns			Meisies		
	V1	V11	V111	V1	V11	V111
2	37.1	40.3	50.3	32.2	33.9	44.1
3	35.9	36.5	43.3	27.8	29.9	36.0
2 en 3 ges.	73.0	76.8	93.6	60.0	63.8	80.1
2 en 3 gem.	36.5	38.4	46.8	30.0	31.9	40.0

TABEL XXII.

Vergelyking van prestasies in Toets 2 en 3 (gemiddeld).

Standard	Standard	Verskil %	Moontlike afwyking		Duidend.	
			95% basis	99% basis	95% basis	99% basis
V1 Seuns	V11 Seuns	1.9	2.6	3.9	Nee	Nee
V11 "	V111 "	8.4	2.8	4.2	Ja	Ja
V1 Meisies	V11 Meisies	1.9	2.5	3.8	Nee	Nee
V11 "	V111 "	8.2	2.6	4.4	Ja	Ja
V1 Seuns	V1 Meisies	6.5	2.7	4.0	Ja	Ja
V11 "	V11 "	6.5	2.5	3.8	Ja	Ja
V111 "	V111 "	6.8	3.3	5.0	Ja	Ja

afkomstig. Hierdie probleme behoort vir middelbare skoolleerlinge geen onoplosbare moeilikhede te lewer nie.

Soos reeds in Hoofstuk II, paragraaf 2 c(ii) aange-
toon is, behoort proefpersone wat van die breukmetode in

TABEL XXIII.

Die verspreiding van die aantal punte behaal in Toetse
1 en 2 (ges.) tussen die proefnemers.

(Subtotale verskyn tussen hakies).

Punte behaal	Seuns			Moisies		
	St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
0	1	4	0	5	4	3
1	10	9	2	11	12	3
2	12	14	2	21	36	6
3	16	21	8	24	43	11
4	28	29	5	39	60	20
5	30	35	28	28	46	24
6	29	35	21	32	41	17
7	(161) 35	43	25	(195) 35	38	24
8	30	33	27	25	34	22
9	41	35	26	15	33	21
10	26	30	40	13	27	20
11	19	33	17	8	16	6
12	16	26	17	10	24	15
13	6	14	20	5	6	9
14	4	8	11	1	3	7
15	2	7	11	1	5	6
16	2	2	7	1	2	4
17	1	0	4	0	0	1
18	0	2	4	0	0	1
19	0	0	1	0	1	0
20	0	0	1	0	0	0
Totaal	308	380	277	274	431	230

hul berekenings gebruik maak, in elk geval die meerderheid van die somme in die bestemde tyd af te handel. Met die voorttoets het dit geblyk dat sekere standaard VIII-leerlinge wel daartoe in staat is om dié tien probleme binne agt minute korrek te doen. Raadpleeg ons Tabel XIII, dan sien ons dat een proefpersoon, 'n standaard VIII-seun, al twintig somme van Toets 2 en 3 in die voorgeskrewe tyd korrek gedoen het.

(i) Standard VI. Volgens Tabel XIII het 161 van die 308 standaard VI-seuns hoogstens 7 uit 20, d.w.s. 35% behaal. Van die 274 meisies kon 195 hoogstens 35% behaal. Dit beteken dat 52.9% seuns en 71.2% meisies nie 40% van die sommetjies in die voorgeskrewe tyd kon reg doen nie, alhoewel daar tog seuns en meisies was wat tot 80% (85% in die geval van een seun) van die somme kon doen.

Ons moet dus tot die gevolgtrekking kom dat die meerderheid standaard VI-leerlinge van die vier skole nie oor 'n voldoende verhoudingsbegrip beskik om eweredigheidssomme met insig volgens die breukmetode te doen nie.

(ii) Die ontwikkeling in standerds VI, VII en VIII.

Soos reeds opgemerk, verskil die persentasies wat deur die proefpersone uit standerds VI en VII behaal is, nie duidend van mekaar nie. Die standerdagts presteer duidend beter as die standerdsewes, alhoewel eersgenoemdes al veel meer van die leer skool-eweredigheidssomme vergeet het. Moontlik vind 'n deurbraak van die verhoudingsbegrip eers op hierdie stadium plaas.

(iii) Die vier skole afsonderlik.

Skool A. Hier presteer die seuns in standaard VII swakker as dié in standaard VIII. In Toets 2 is daar 'n agteruitgang van 2.7% en in Toets 3 1.3%. Volgens Tabel XXII is hierdie verskil nie duidend nie. Dit sal dus

beter wees om van 'n stilstand in plaas van agteruitgang, te spreek.

En rede vir hierdie oënskynlike stilstand is die feit dat daar in standerd VI 'n sekere seleksie toegepas is wat nie in standerd VII gehandhaaf is nie. Die sogenaamde standerd VI-aanpassingsklasse is nie in hierdie ondersoek betrek nie.

Aan die einde 1954 is die leerlinge uit die standerd VI-aanpassingsklas tot standerd VII bevorder, terwyl, volgens die mening van die onderhoof van die skool, die grootste gedeelte van hulle eintlik na 'n gewone standerd VI moes gegaan het.

Die grootste gedeelte van hierdie vertrapte leerlinge verlaat gewoonlik die skool aan die einde van standerd VII weens die bereiking van die ouderdomsgrens.

In Toets 2 presteer die standerd VII-meisies 4.2% beter as standerd VI. In Toets 3 is die verbetering 3.2%. Pas ons die afwykingsgrens, wat in Tabel XXII verskyn ook hier toe, dan sien ons dat die eerste verskil duidend is op 'n 99% basis en die tweede op 'n 95% basis.

Die meisies van skool A toon 'n besonder reëlmatige styging in prestasies in al die standerds alhoewel daar in standerd VI 22.2%, in standerd VII net 3.1% en in standerd VIII 20.8% ook wiskunde as vak geneem het.

Blykbaar het die seleksie waarvan melding gemaak is, nie veel invloed op die meisies uitgeoefen nie.

Skool B. Dat hierdie seleksie tog nie 'n baie belangrike faktor is nie, word duidelik wanneer ons die resultate van skool B in oënskou neem.

Aangesien hierdie skool besonder baie standerd VII-leerlinge gehad het, kon alleen 'n gedeelte van dié leerlinge getoets word. Gevolglik is die klasse waarvan

leerlinge uit die aanpassingsklasse gekom het, wegrelaast. Wanneer ons die standaard VI- en VII-resultate vergelyk, vind ons noemens in Toets 2 'n agteruitgang van 4.0% by die seuns en 2.6% by die meisies - 'n agteruitgang wat volgens Tabel XXII op 'n 95% basis duidend is. In Toets 3 is die seuns se agteruitgang 4.1% terwyl die meisies hier 'n vooruitgang van 5.3% toon.

Laasgenoemde geval vorm heeltemal 'n uitsondering. As in aanmerking geneem word dat die standerdsekers in Toets 3 gemiddeld nie 2 uit 10 somme reg kon doen nie, en die standerdsewessens - agts gemiddeld nie 3 somme nie, kan aangeneem word dat hulle verhoudingsbegrip so swak ontwikkel is, dat hulle maar volgens 'n luk-raak-metode te werk gaan. Vandaar hierdie afwikkende verskynsel.

Bepoort ons ons tot die seuns (en die meisies in Toets 2) dan is dit duidelik dat die agteruitgang tussen standaard VI en VII heelwat groter is as in skool A.

Alhoewel daar tussen standerds VII en VIII 'n aanmerkbare string in prestasie vasgestel is, is die eindresultaat in standaard VIII swakker as in al drie ander skole.

In skole C en D is al die standerdsewessens - agts reetoets, maar net soos in skool A, is die standaard VI-aanpassingsklasse weggelaat.

Skool C. Wanneer ons die prestasies in Toets 2 van standerds VI, VII en VIII vergelyk, dan is daar 'n duidende verskil tussen al drie standerds by die seuns; by die meisies is daar blykbaar geen verskil tussen standaard VI en VII nie, maar 'n string van 15.7% tot standaard VIII.

Vir Toets 3 geld min of meer dieselfde. Die persentasie proefpersone wat vrae 4 en 5 van Toets 2 reg beantwoord het, werp lig op skool C se besondere pres-

tasies. Volgens figuur 7 wyk die lyngrafiek van skool C baie van die ander af. Dat skool C so goed presteer het, moet aan die feit dat daar besondere aandag aan die begrippe gegee word, toegeskrywe word. By die ander skole was daar toenemende verwarring tussen begrippe „soveel groter as“ en „soveel keer groter as.“ Die een begrip veronderstel ontelling en aftrekking, die tweede: vermenigvuldiging en deling.

Beoog ons figuur 8, dan bemerk ons dat byvoorbeeld skool A met die beantwoording van Vraag 5 'n groter behendigheid as skool C getoon het. Skool C se meerdere aandag aan die begrippe was egter vir hulle van deurslaggewende belang in feitlik al vyf toetse. 'n Faktor wat dus 'n sterk invloed uitoefen, is behoorlike en intensiewe gebruik van begrippe soos „groter as“, „so groot as“, „soveel groter as“, „soveel keer so groot as“, „watter breuk is s van b?“, „kleiner as“, en „soveel keer so klein as“.

Terloops kan daarop gewys word dat vrae soos Vraag 5 van Toets 2 in die Suid-Afrikaanse Groeps Verstandstoeets voorkom. Figuur 8 toon duidelik hoe leerlinge se prestasies in hierdie besondere I.K. toets van die skole effe verskil. Omdat die klein aantal periodes wat skool 3 aan die onderrig van rekenkunde toestaan, sal hulle leerlinge in I.K. toetse swakker vaar as wat anders die geval sou wees. Hulle swak prestasies in die styferlose Toets sal hulle nog verder in 'n swakker posisie plaas in enige van die gebruikelike I.K. toetse. Is ons I.K. volgens prestasies in I.K. toetse definieër, het verwaarloosde rekenkunde-onderwys blykbaar 'n negatiewe invloed op die I.K.

Skool D. In hierdie skool was daar ten tweede van die afname van hierdie toetse minder leerlinge in standaard

Vl as in standard Vll, omdat in heelwat plaasskole in hierdie distrik nog onderrig aan standerdsessers gee.

Volgens die toetse was die proefpersone in standard Vl op min of meer dieselfde peil as dié van skool A en skool B.

Bestudeer ons Figuur 2 en Figuur 3, ontstaan die vraag, waarom die standard Vlll-seuns nie ook beter as al drie ander skole presteer nie. Die antwoord op hierdie vraag kan in Figuur 7 en Figuur 8 gevind word. Dit blyk dat die st. Vlll-seuns beide vrae 4 en 5 swakker as die standerdsewes beantwoord het. Die genoemde begrippe het hier blykbaar nie die nodige aandag geniet nie.

In standard Vlll moet daar ook aan begrippe aandag gegee word. Die hele rekenkundeleerplan van die middelbare skool behoort begrippe en begripvorming duidelik op die voorgrond te stel.

(iv) Die invloed van die aantal lesperiodes per week. Sover vasgestel kon word, is daar nog nie vantevore ondersoek ingestel na die gewenste aantal lesperiodes wat aan rekenkunde per week toegesê moet word nie. „There seems to be no ready answers to questions about arithmetic time allotment or to the manner in which time should be distributed”.¹⁾

Volgens Tabel XVII word in die verskillende skole die volgende aantal periodes in standerds Vl, Vll en Vlll aan rekenkunde bestee:

Skool A:	5, 4, 4.
Skool B:	5, 2, 2.
Skool C:	6, 4, 5.
Skool D:	5, 3, 3.

1) Thiele's Arithmetic in the middle grades, fiftieth yearbook: National society of education, II, 77.

Van die twee stedelike skole bestee Skool A die meeste tyd aan rekenkunde, en van die twee plattelandse skole, skool C.

Volgens Figuur 2 en Figuur 3 vaar skool A oor die algemeen beter as skool B.

Met die uitsondering van die standaard VIII-seuns vaar skool D beter as skool C.

In standaard VI bestee skool C 25 minute meer as skool D aan rekenkunde, in standaard VII 28 minute en in standaard VIII 62 minute.

Aangesien skool C in standaard VIII meer as 'n uur weekliks meer as skool D aan rekenkunde bestee, is dit verklaarbaar dat skool C beter as skool D in standaard VIII sal vaar. Waarom dit by die meisies nie die geval is nie, sal in 'n volgende paragraaf behandel word.

Die twee 35 minute-periodes wat skool B weekliks aan rekenkunde bestee, moet as heeltemal onvoldoende beskou word. Die leerlinge van dié skool word daardeur nadelig getref.

Dit dui meteen aan op hoeveel periodes daar vir rekenkunde-onderrig aangedring behoort te word. Dit is onvoldoende dat die seuns in die twee stedelike skole in standaard VII swakker vaar as in standaard VI. Dit lyk dus wenslik dat in die stedelike skole in standaard VII dieselfde aantal periodes aan rekenkunde bestee sal word as in standaard VI, d.w.s. vyf of ses per week. In standaard VIII is dit nadelig om minder as vier periodes per week toe te staan.

Vyf 35-minute-periodes per week gee 116 uur per jaar. Dit is omtrentlik die minimum tyd wat aan rekenkunde bestee moet word. Dit stem ooreen met die volgende Amerikaanse beskouing: „Fartning estimated that the total time

available for arithmetic instruction in the middle grades was roughly 100 to 125 hours per year. He also suggested that to teach meaningfully the arithmetic course now assigned to the middle grades would require more time than is now allotted".¹⁾

Dat is opvallend dat die nadruk hier op „meaningfull-“, m.a.w. die begrip val. Skool D wat net 3 periodes per week aan rekenkunde bestee het, het swak gevaar in vraag 4 en 5 van Toets 2, 'n duidelike bewys dat 'n geringe aantal periodes die begrip laat skade ly. Toets 1 het aangetoon dat skade op die gebied van begripsvorming in rekenkunde nie net tot rekenkunde beperk bly nie

(v) Die invloed van die wiskunde-onderwys. In die vier skole het die seuns in standers VII en VIII naasteby almal wiskunde geneem. Wat standaard VI betref, het al die seuns in skool A wiskunde geneem, in skool C 53.1% en in skole B en D geen. Sover vasgestel kon word, het hierdie verskille geen invloed op die resultate gehad nie.

Wat die meisies betref, is dit opmerklik dat skool C die hoogste persentasie meisies wat in standaard VI wiskunde neem, gehad het (nl. 57.6%). In Toets 2 het hulle net so goed as die standerssees waarvan maar 10.4% wiskunde geneem het, gevaar.

In standers VI en VII is die skool met die hoogste persentasie meisies wat wiskunde neem (nl. 40.8% en 54.2% onderskeidelik) skool D. Hierdie meisies handhaaf in beide Toets 2 en Toets 3 hul voorsprong wat hulle in standaard VI gehad het, ook in standers VII en VIII.

Die prestasies in rekenkundige verhoudingsomme is dus afhanklik van die aandag wat aan rekenkundige-begrippe

1) Thielen: Arithmetic in the middle grades, fiftieth yearbook, National society of education, II, 77.

gegee word, die aantal periodes rekene-onderwys per week en die persentasie leerlinge wat ook wiskunde-onderwys ontvang.

d. Toets 4. Die analitiese vermoë.

Die gemiddelde persentasie wat deur die proefpersone in die vier skole gesamentlik behaal is, word in Tabel XXIV aangedui.

Hierdie verhandeling handel oor verhoudings en betrekkinge. Daarom moet hierdie toets wat trag om die proefpersone se vermoë om tussen elemente te onderskei, hulle analitiese vermoë, eintlik as aanvullend beskou word. Dit is dan ook die rede waarom vir hierdie toets nie die duidelikheid van die verskille of die korrelasies met die ander toetse bepaal is nie.

Soos reeds gemeld is, is dit van die proefpersone verlang om in die gegewe vrae die ontbrekende elemente aan te dui.

Toets 4 vraag 6 het soos volg geluid: „'n Persoon het twee erwe, die eerste het 'n oppervlakte van 420 vierkante jaarts en die ander 'n lengte van 20 jaarts. Watter erf is die grootste?" Die breedte van die tweede erf is uitgelaat.

Vergelyk ons Figuur 4 en Figuur 9, dan bemerk ons dat daar 'n groot ooreenkoms is tussen die verskillende skole se prestasies in Toets 4 en die persentasie proefpersone in elke skool, wat vraag 6 reg kon beantwoord. Die ooreenkoms met Toets 1 (Figuur 1) en in 'n mindere mate met Toets 2 (Figuur 2) is net so opvallend.

Die belangrikste verskil is dat die meisies van skool B hier 'n bietjie beter vaar as dié van skool A - 'n verskynsel wat ook in Toets 5 merkbaar is. Die voor-spreke in standaard VI (wat nie deur hierdie ondersoek

TABEL XXIV.

Gemiddelde persentasies in Toets 4 behaal.

Seuns			Meisies		
St. VI	St. VII	St. VIII	St. VI	St. VII	St. VIII
30.7	38.6	51.3	26.9	34.0	50.3

verklaar word nie) word in 'n mate gehandhaaf, aangesien in beide skole 'n gerinte persentasie meisies wiskunde neem.

Ons kom tot die slotsom dat rekenkunde-onderwys nie net bevorderlik is vir die besef van betrekkinge nie, maar ook vir die vermoë om die elemente in 'n betrekking te onderskei.

- f. Toets 5. Die ruimtelike verhoudingsbegrip. Die gemiddelde persentasie wat deur die proefpersone in die vier skole gesamentlik behaal is, word in Tabel XXV aangedui, terwyl die prestasies in Tabel XXVI vergelyk word.

Op 'n 99% basis verskil die prestasies van seuns en meisies nie van mekaar nie - ook nie dié van standerd VI- en VII-meisies nie.

Volgens Tabel XIII is daar min of meer dieselfde korrelasie tussen Tabel 5 en Tabelle 1 en 2 gesamentlik as wat die geval met Tabel 1 en die twee rekenkundige toetse was. Die verskille wat daar bestaan lê in elk geval tussen die afwykingsgrense plus minus 0.09. Vir die doen van rekensomme, waarby verhoudings te pas kom, is dit dus net so belangrik om 'n kennis van ruimtelike verhoudings te hê, as om oor die vermoë te beskik om betrekkinge te begryp. Aan die ander kant mag rekenonderwys op sy beurt weer bevorderlik wees vir beide betrek-

TABEL XXV.

Gemiddelde persentasie in Toets 5 behaal.

Seuns			Meisies		
St.VI	St.VII	St.VIII	St.VI	St.VII	St.VIII
43.8	48.0	57.9	42.5	45.3	54.6

TABEL XXVI.

Vergelyking van prestasies in Toets 5.

Standard	Standard	Verskil %	Moontlike afwyking Duidend.			
			95% basis	99% basis	95% basis	99% basis
VI Seuns	VII Seuns	4.2	2.6	3.9	Ja	Ja
VII "	VIII "	9.9	3.0	4.5	Ja	Ja
VI Meisies	VII Meisies	2.8	2.6	3.9	Ja	Nee
VII "	VIII "	9.3	2.8	4.2	Ja	Ja
VI Seuns	VI Meisies	1.3	2.6	3.9	Nee	Nee
VII "	VII "	2.7	2.4	3.6	Ja	Nee
VIII "	VIII "	3.3	3.2	4.8	Ja	Nee

kingsinsig en die berekening van ruimtelike verhoudings.

Soos reeds in verband met Toets 4 opgemerk is, vaar skool B in Toets 5 beter as skool A. Volgens Tabel XII is die verskille vir die seuns en meisies in standers VI. VII en VIII 0.7%, 3.6%, 0.7%; 4.6%, -0.6% en 0.8%. Op 'n 99% basis is die verskil eintlik net in die geval van die standard VI-meisies duidend. Nogtans bly hierdie afwyking van die resultate van die eerste drie toetse

opmerklik.

Die proefpersone van skool A het 'n besonder swak oppervlakte-begrip getoon. Dit word duidelik met die randplegins van Figuur 10. Skool A was besonder geneig om te sê dat die groot vierkant e t maal in plaas van nog e maal so groot as die klein vierkantjie is. In die aanvangsmoetkunde behoort oppervlaktes en die vergelyking van die oppervlaktes van verskillende figure 'n baie groter rol te speel. Hierdie onderrig moet die plek inneem van die oordrewe aandag aan definisies en abstrakte begrippe. Dit kan reeds afgelei word uit die feit dat wiskunde onderrig in standerd VI geen merkbare positiewe bydrae tot die ontwikkeling van die proefpersone se verhoudingsbegrip gelewer het nie.

Wanneer ons Figuur 5 bestudeer is dit opmerklik dat die meisies van skool C waar baie minder leerlinge wiskunde neem as dié van skool D, tog oor die algemeen beter in Toets 5 vreesar het.

Toets 5 handel oor die lengtes van lynstukke, omtrekke en oppervlaktes. Dit wil voorkom asof die proefpersone se kennis en insig hier meer deur die rekenkunde- as deur die meetkunde-onderwys bevorder is.

As ons in aanmerking neem dat verhouding in die meetkunde-leerplan van standerds IX en X die belangrikste plek inneem, dan moet gekonstateer word dat hierdie begrip in standerds VI, VII en VIII nie tot sy reg kom nie.

- g. Samenvatting. Die wiskundige verhoudingsbegrip van leerlinge berus grotendeels op voldoende rekenkunde-onderwys wat behoorlike aandag gee aan begrippe en begripsvorming. Wiskunde-onderwys lewer ook 'n bydrae alhoewel die invloed van die aanvangsmoetkunde-onderrig besonder gering is, veral gesien die rekenkundige aspek van die meetkunde blybaar verwaarloos word.

Rekenkunde-onderwys verhoog leerlinge se analitiese vermoë, sowel as hul vermoë om betrekkinge te sien.

Dit is bevorderend vir die ontwikkeling van die vermoë om probleme op te los - ook buite die rekenkunde self.

Weens die beperkte omvang van die toetse moet bostaande net beskou word as 'n aanduiding van moontlike feite.

5. Gevolgtrekkings. In Hoofstuk II van die verhandeling is 'n aantal doelstellings van hierdie ondersoek genoem. Dit kan beskou word as vrae wat nou beantwoord moet word. Dit word in dieselfde volgorde gedoen.
 - a. St. VI-leerlinge. In paragraaf 4 (d)(i) van hierdie hoofstuk is reeds tot die gevolgtrekkings geraak dat die meerderheid standaard VI-leerlinge van die vier skole nie oor 'n voldoende verhoudingsbegrip beskik om eweredigheidsomme met insig volgens die breukmetode te doen nie.
 - b. Die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip van meisies in standarde VI, VII en VIII verskil van skool tot skool. Indien die 1900 proefpersone as een groep beskou word, dan is die gevolgtrekkings dat daar geen duidende verskil is tussen die rekenkundige verhoudingsbegrip van standaard VI- en VII-leerlinge nie - wel tussen standaard VII en VIII.

Beskou ons die twee stedelike skole apart, dan is daar 'n baie duidelike neiging te oorsien dat standaard-sowas swakker sal vaar as beide die standarde sesse en -agts. In standaard sewe is 'n verswakking van prestasie te oorsien. Volgens Figuur 6 toon die lyngrafieke vir die toetse oor die betrekkinge tussen ongelykhede, rekenkundige en meetkundige verhoudings 'n neiging na benede vir standaard VII.

Dis opmerklik dat die lyngrafieke vir Toets 1, Toets 2 en 3 gesamentlik, en Toets 5 naasteby ewewydig

aan mekaar loop. Daarby is die lyngrafiek van Toets 5 naasteby halfpad tussen dié van Toets 1 en Toets 2 en 3 gesamentlik. Aangesien die toetse van verskillende moeilikheidsgraad is, is die battery spiraalvormig. Hierdeur word die battery as 'n verhoudingstoets ook vir 'n wyer ouderdomsveld waardevol. Die waarde van 'n spiraalvormige skaal word deur die volgende aanhaling gestaaf:

„Dr. Coetzee comes to the conclusion that of the different types of arithmetic tests the spiral scale is the best, i.e. a battery of uniform tests, where each test contains items of uniform difficulty, but each test is more difficult than the previous one. These tests discriminate well between successive classes and ages and correlate highly with school marks".¹⁾

Die toetse van hierdie battery bestaan nie uit ewe moeilike opgawes nie, maar gegradeerdes.

Daar is 'n merkbare ooreenkomst in die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip op sowel suiwer rekenkundig as ruimtelike gebied en ook in die vermoë om betrekkings in te sien. Hiermee hang saam die vermoë tot probleemoplossing, m.a.w. die denkvermoë.

Die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip wissel aansienlik van skool tot skool. In die eerste plek is dit toe te skrywe aan die wisselende aantal lesperiodes wat in die verskillende skole per week aan rekenkunde-onderwys toetestaan word. Ten tweede hang dit af van die aard van die begrippe in die onderwys van rekenkunde geïnt. Hier dink ons in besonder aan die eenheidsbegrip, soos dit byvoorbeeld in lengte- en oppervlakte-maat voorkom, en ook die begrippe „groter as", „kleiner as",

1) Eevers: A study in the construction of a scale, 12.

„soveel keer groter as“ en „soveel keer kleiner as“.

In die derde plek oefen die wiskunde-onderwys hier ook sy invloed uit - in standaard VI minder as in standerds VII en VIII.

- c. Rekenmoeilikhede. Hoe ver kan rekenmoeilikhede in standerds VI, VII en VIII aan 'n gebrekkige verhoudingsbegrip toegeskrywe word?

Om hierdie vraag te beantwoord moet ons eers nagaan watter plek die verhoudingsbegrip in die leerplanne van beide middelbare en laerskole speel.

(i) Die laerskoolleerplan. In die leerplan van die Transvaalse onderwysdepartement word oor verhouding en verwante onderwerpe die volgend. vir standaard IV voorgeskrywe:

„Eweredigheid: Enkelvoudige (en slegs direkte) eweredigheid deur die eenheidsmetode.

Persentasies: Mondelinge berekening van 5, 10, 20, 25, 75 en 150 persent van honderdtalle en ander geskikte hoeveelhede soos 10 persent van 40; 25 persent van 12“.

Vir standaard V staan die volgende in die leerplan:

„Persentasies: Voortsetting van die werk in persentasies. Verhouding tussen persentasies, tiendelige en gewone breuke, met toepassing op alledaagse sake.

„Eweredigheid: Enkelvoudige eweredigheid, direk en omgekeerd“. 1)

Die toeligting, wat hierdie leerplan vergesel, word soos volg uiteengesit:

„Verhouding en eweredigheid - Verhouding. Handelsrekenen soos dit in standaard V onderrig word, behandel groten-deels die betroklike waardes of verhoudinge, en hierdie

1) Transvaalse onderwysdepartement. Voorgestelde leerplan vir grade tot standaard VIII, 94.

begrip moet soortvuldig tuisgebring word, bv. -

(i) Kommissie van 5 persent beteken $\frac{5}{100}$ of $\frac{1}{20}$ of 1/-
in die £1

(ii) Iemand wat insolvent is kan 7/6d in die £1 betaal. Die getalbegrip lê nog in die 7/6d, nog in die £1, maar in die relatiewe waarde van die twee, want die kern van die saak is dat hy $\frac{3}{8}$ van sy skuld kan betaal. „Eweredigheid”. In standerd IV word die metode van eenheid toepas en in standerd V kan tot die metode van vermenigvuldiging met 'n breuk of verhouding oorgegaan word. Laas genoemde is van groot belang. Die metode kan toepas word, nie alleen in verband met persentasies nie, maar ook later vir bewerkings betreffende: eweredigheid; wins en verlies; rente; kommissie; bankrot-skappe; en selfs aandele en effekte.

„Voorbeeld.

'n Handelsreisiger verbruik 20 gellings brandstof oor 'n afstand van 360 myl. Watter afstand lê hy af as hy 25 gellings verbruik?

„(a) Eenheidsmetode, standerd IV.

Met 20 gell. brandstof is afstand 360 myl.

Met 1 gell. brandstof is afstand $\frac{1}{20}$ van 360 myl.

∴ Met 25 gell. brandstof is afstand $\frac{25 \times 1 \times 360}{1 \times 20 \times 1}$ myl

= 450 myl. Antw.

„(b) Bevorderde metode.

Met 20 gell. brandstof is afstand 360 myl.

∴ Met 25 gell. brandstof is afstand $\frac{25 \times 360}{20 \times 1}$ myl

= 450 myl. Antw. ¹⁾

1) Transvaalse onderwysdepartement: Voorgestelde leerplan vir grade tot standerd VIII, 66.

(ii) Die leerplan van die middelbare skool. Die rekenkunde leerplan vir die middelbare skole¹⁾ gaan uit van die volgende grondbeginsels:

„(1) Rekenkunde behoort hier hoofsaaklik utilitaristies en prakties te wees. Die leerling het 'n kennis nodig van daardie bewerkings wat hom behulpzaam sal wees in sy weg deur die wêreld.

„(2) Die leerplan moet afgerond wees en nie 'n deel wees van 'n deurlopende geheel nie, wat sy voltooiing bereik in die universiteit of in ander akademiese instellings.

„Die omvang van die werk dien beperk te bly tot regstreekse berekenings wat te doen het met die omstandighede van die daaglikse lewe”.

Soek ons na die doel van rekenkunde-onderwys, dan kry ons die volgende:

„Dis baie belangrik dat kinders die eenvoudige feite van assurance, bougenootskap transaksies, Landbank- en ander lenings, belasting, pensioene, spaarsaamheid, ens., op skool leer ken. Wat beoog word, is dat rekenasie as 'n medium gebruik word om hierdie feite op te helder en om hul in die geheue vas te lê.”

Die doelstelling is dus net feitekennis deur middel van die geheue. Van begripsontwikkeling en selfs van rekenvaardigheid is hier geen sprake nie.

Wat die metodiek van die vak rekenkunde betref, vind ons dat dit vir onderwysers in rekenkunde noodsaaklik is om op hoogte te wees met:

„(1) algemene beginsels van die handelsake van banke, assurance-maatskappye en winkels;

1) Transvaalse onderwysdepartement: Leerplanne vir die middelbare skool handboek, 128.

- (2) verskillende vorme van geldbelegging;
- (3) munisipale-, provinsiale- en staatsbronne van inkomste, belasting en uitgawes".

Nêrens word van die onderwyser vereis om op hoogte te wees met die kind, sy belangstelling, begripsvermoë en algemene sielkundige ontwikkeling nie. Tog sou ons kon verwag dat daar derem ten minste 'n paar handboeke aanbeveel sou word, wat handel oor die kind en sy rekenkundige begrip. Al wat oor handboeke vermeld word is: „Die Handboek vir Boere", die „Offisiële Jaarboek en die jaarrapporte van die goewermentsdepartemente maak 'n bron van betroubare informasie en statistiek uit."¹⁾

In die daaropvolgende bladsye word die leerplanne vir standers VI, VII en VIII in besonderhede uiteengesit. Vir die volgende items wat in die standaard VI-leerplan verskyn, is 'n goed ontwikkelde verhoudingsbegrip belangrik: persentasies, enkelvoudige rente, wins en verlies, kommissie, diagramme en grafieke.

Hierdie lys word in die standaard VII-leerplan deur die volgende aangevul: kortint- vir kontant, handelskortint-, opbouing van eenvoudige formules met betrekking tot oppervlakte, volumes, enkelvoudige rente. Verwantskap in 'n gegewe formule, vergelyking van die oppervlakte van 'n sirkel, 'n vierkant en 'n reghoek met dieselfde omtrek, en omgekeerd.

Aanvullend word die volgende nuwe onderwerpe, waarvoor 'n gesonde verhoudingsbegrip onontbeerlik is, in die standaard VIII-leerplan genoem: eenvoudige berekenings i.v.m. vennootskappe, bankrotskappe en buitelandse muntstelsels.²⁾

1) Transvaalse onderwysdepartement: Leerplanne vir die middelbare skool handboek, 128.

2) Transvaalse onderwysdepartement: Leerplanne vir middelbare skole, 128 tot 138.

(iii) Die leerling aan die einde van die laerskool-
onderwys.

Dit is duidelik dat die opstellers van die rekenkunde-leerplan van die middelbare skole van die gedagte uitgegaan het dat die ontwikkeling van die verhoudingsbegrip die taak van die laer skool is, en dat die middelbare skool nie 'n eie taak ten opsigte hiervan het nie. Die taak van die middelbare skole is om te sorg dat die leerlinge vir die praktiese lewe voorberei word en dat hulle daarvoor soveel moontlik die nodige en nuttige feitekennis ontvang. „Verhouding en eweredigheid” word genoem onder die hoof „Hersiening en uitbreiding”¹⁾ vir standaard VI, VII en VIII, maar word tog beskou as hersiening van werk, wat eintlik by die laer skool tuis hoort.

Liedjie ondersoek het aangetoon dat die meerderheid seuns en meisies in standaard VI (52.9% van die seuns en 71.2% van die meisies) nie in staat is om verhoudings-sommetjies met insig volgens die breukmetode te doen nie. Hulle begryp nog nie die werk wat reeds in standaard V duidelik vir hulle voorgeskrywe was nie die breukmetode.

Die middelbare skoolleerplan is egter opgestel met die veronderstelling dat hulle die verhoudingsbegrip so goed beheers dat net hersiening en uitbreiding nodig is. Dit strook egter nie met die feite nie. Die breukmetode veronderstel 'n gevorderde verhoudingsbegrip, wat by die vermoë van die standaard V-leerling is. Indien hy dit wel toepas, is dit die navolging van 'n voorgeskrywe reël en nie na insig nie.

(iv) Die leerling in die middelbare skool. In Nederland gaan die leerlinge op min of meer dieselfde ouderdom as

1) Transvaalse onderwysdepartement: Leerplanne vir middelbare skool, 132, 134, 136.

by ons na die middelbare skool toe. Hulle bevindings in verband met die aansluiting tussen middelbare en laer onderwys is dus ook vir ons van belang.

Ons het reeds gesien dat Kohnstamm¹⁾, na 'n soortgelyke toets wat op kinders van 12 en 13 jaar toegepas is, die resultaat as „in hoë mate bedroewend en veront- rustend" beskou het.

P.M. van Hiele, 'n ander Nederlandse skrywer²⁾, stel die vraag: „Welke materiaal moeten wĳ de leerlingen voorzetten om de meetkundige begrippen in te leiden?" Hy handel oor die aanvangsonderwys in meetkunde wat net soos die rekenkunde van die middelbare skool, by die laerskoolrekenkunde moet aansluit. Hy stel 'n loergang voor wat hy in hoofstukke verdeel: „De hoofdstukken van het begrip moeten ook een ongedwongen onderzoek doen naar de kennis, die wĳ van de lagere school bekend veronderstellen. In aanmerking daarvoor komen vooral het oppervlakte begrip, de breuken en de verhoudingen. Ervaringen van de laatste jaren hebben ons geleerd, dat van de drie genoemde onderwerpen de leerlingen vrywel uitsluitend schynkennis meebrengen. Het is zelfs de vraag, of wĳ er niet beter aan zouden doen te handelen, of de leerlingen helemaal geen begrip van deze drie onderwerpen hebben: dat is veel veiliger en niet zo ver bezijden de waarheid.“³⁾

Dit is duidelik dat die meerderheid leerlinge aan die einde van hul laerskoolloopbaan nie die nodige insig in die verhoudingsbegrip het om verhoudingsomme volgens die breukmetode te doen nie. Om hierdie somme nog volgens

1) Mededelingen nr. 32, 18.

2) Van Hiele: Pakkende materiaal ter inleiding van meetkundige grondbegrippe in Euclides, 30e Jaergang, 1954/55, V-VI, 251.

3) Ibid., 252.

die eenheidsmetode te probeer doen, lewer nie alleen baie moeglikhede nie, maar maak die berekenings soms onmoontlik. Moeglikhede in standarde VI, VII en VIII kan dus hoofsaaklik aan 'n gebrekkige verhoudingsbegrip toegeskrywe word.

Nou in verband hiermee staan die leerlinge se breukbegrip. Dit eintlik eers in die middelbare skool waar die leerlinge se breukbegrip by die aanskoulike uitstyg. Eers wanneer hierdie mate van abstraksie ingetree het, kan die breukmetode suksesvol op verhoudingsomme toegepas word. Dit is interessant om Cath se siening hieromtrent te verneem: „Op die lagere school worden de breuken op geheel andere wijze gedoceerd dan op de middelbare school. Op de lagere school verdeelt men een appel of een taart en komt zo tot het berrin van een breuk. In het middelbaar onderwijs is een breuk een horizontale streep met een getal er boven en er onder.“¹⁾

- d. Ryphed of vorming. Aangesien hierdie ondersoek tot middelbare skoolleerlinge beperk was, is dit nie moontlik om 'n afdoende antwoord op die vraag; hoe ver kan 'n ontoereikende verhoudingsbegrip aan 'n gebrek aan ryphed of 'n gebrek aan die nodige vorming toegeskrywe word? te gee nie. Om hierdie vraag volledig te beantwoord, sal minstens die leerlinge van standaard IV en V ook getoets moet word.

Die volgende aanmerkinge is eintlik net om te openbaar hoe ver die resultate van hierdie ondersoek as 'n aanduiding beskou kan word.

In die eerste plek is dit opmerklik dat die standaard VI-seuns in el vier skole gemiddeld tussen 30% en 40% behaal het. Alhoewel hulle in verskillende omgewings uit verskillende skole gekom het, bly die prestasies min of meer dieselfde. Dit wil dus voorkom of die vorming in die laer skool nie so 'n sterk rol speel as die ryphedsgraad nie.

Alhoewel die meisies minder as die seuns be-

1) Cath: Jules Henri Poincaré, in Euclides, 30e jaargang, 272.

haal, toon hulle prestasies in standerd VI 'n groter variasie. Moontlik speel die vorming by meisies 'n groter rol as by seuns in die standerd V-stadium.

Die feit dat die standerd-sowes in sommige skole swakker as die standerdsessers gevaar het, versterk die vermoede dat die proefpersone wel in die laer skool verhoudingsomme leer doen het, maar sonder die nodige insig. Waar hierdie kennis nie paraat gehou word deur voortdurende oefening in die klaskamer nie, gaan dit verlore met 'n noodwendig swakker prestasie in standerd VII.

Of die ontoereikende verhoudingsbegrip van standerdsessers nou ook al aan rypheid of vorming toegeskrywe kan word, is dit baie duidelik uit die resultate dat die prestasies van die standerd-sowes van die skoolonderwig, d.w.s. individuele onderwysers afhang. Die middelbare skool het 'n onvermydelike taak en roeping om die verhoudingsbegrip van sy leerlinge - in standerd VI, VII en VIII - opsetlik en met doelbewustheid te ontwikkel. Die vrugte daarvan sal nie net in die rekenkunde-onderwys nie, maar in elke vak waar betrekkinginsig belangrik is, gepluk word.

- e. Goniometriese verhoudings. Om die vraag te beantwoord: „Het standerd VIII-leerlinge 'n voldoende verhoudingsbegrip om goniometriese verhoudings te begryp en om meetkundige verhoudingsprobleme aan te pak?" is dit leersaam om te verneem wat Betz omtrent hierdie twee onderwerpe te sê het, veral aangesien hy beide in die lig van die verhoudingsbegrip beskou:

„A very large part of geometry centers round the idea of equality..... When figures are similar, however, the corresponding lines are unequal. Instead there is

now an equality of ratios of corresponding lines. We are then led at once to the concept of a proportion. Ratio and proportion are therefore seen to be dominant relations in any course concerned with everyday geometry."¹⁾

"But a chain of similar figures suggests not merely a set of invariant properties applying to any of them. By comparing any two members of the series (e. . two similar triangles) we obtain a set of invariant ratios. Thus we are led to the study of numerical trigonometry as a natural outgrowth of a general principle".²⁾

"With every angle we may associate a fixed set of ratios which are the basis of trigonometry".³⁾

Uit bovengenoemde aanhaling is dit duidelik dat goniometrisse verhoudings op die verhouding tussen lynstukke, gesien in hulle ruimtelike verband, berus. Daarom kan ons verwag dat die resultate van Toets 5 vir ons 'n aanduiding in hierdie verband sal gee - veral die eerste vyf vrae.

Die resultate van Toets 5 dui aan dat die proefpersone van die twee plattelandse skole C en D hulle stedelike maats hier ver oortref. By die seuns is die verskil in standaard VIII tussen skole D en B, volgens Tabel XII 4.6%. Volgens Tabel XXII is hierdie verskil op 'n 95% basis duidend. By die meisies is die verskil tussen skole D en B 9.7% - op 'n 99% basis duidend.

Alhoewel net 20.8% van die standaard VIII-meisies in skool C wiskunde geneem het, het hulle tog nie swakker

-
- 1) Betz: The teaching of intuitive geometry in: The national council of teachers of mathematics, eighth yearbook, 110.
 - 2) Ibid., 111.
 - 3) Ibid., 112.

as die meisies van skool D, waarvan 54.2% wiskunde neem het, gepresteer nie. Die groter aantal periodes per week in rekenkunde (en wiskunde) was hier ook van deurslaggewende belang.

As ons in Figuur 5 die skerp styging in die prestasies van standaard VII na VIII beskou, moet ons tot die gevolgtrekking kom dat standaard VIII-leerlinge oor die algemeen ryper is vir insig in ruimtelike verhoudinge. Daarom kan ook verwag word dat hulle meetkundige verhoudingsprobleme suksesvol sal kan aanpak en goniometriese verhoudings sal kan begryp. Dit kan dus oorweeg word om dit reeds in die standaard VIII-leerplan in te voeg.

Netsoos by omgekeerde eweredigheid (Toets 3), is die agterstand van stedelike ten opsigte van plattelandse leerlinge al te duidelik. Dit geld ook vir hulle opmerkingsvermoë (Toets 4).

Daarom is dit in stedelike gebiede des te meer noodsaaklik dat die kursus van driehoeksmeting (trigonometrie) deur praktiese werk in die vrye veld vergesel sal word. Dit moet die volgende insluit: die skat van hoe tes en afstande, die meet van die hoogtes van bome en huise ens. Hier het bewegings, soos die Voortrekkers, 'n besondere plek in verband met die jeug van die middelbare skoolouderdom.

Hoe ver die meetkunde van standers VI, VII en VIII meer voorsiening vir verhoudings kan maak, is stof vir 'n verdere ondersoek.

Doelstellings (f) en (g) is reeds behandel. Die korrelasie tussen die verskillende toetse verskyn in Tabel XIII terwyl reeds op die opmerklake ooreenkoms tussen Figure 1, 2, 3, 4 en 5 gewys is.

6. Die aansluiting, tussen rekenkunde-onderwys in die laerskool en wiskunde- (insluitende rekenkunde) onderwys in die middelbare skool.

- a. Rekenkunde. Wat die onderwys van rekenkunde betref, vorm die verhoudingsbegrip die skakel tussen die laer en middelbare skool. Dit vorm die einde van die rekenkunde-onderwys aan die laer skool, en behoort ook die begin van die rekenkunde-onderwys aan die middelbare skool te wees. Die verhoudingsbegrip beklee dus hier 'n sleutelposisie.

Vergelyk ons die moderne rekenkundehandboeke met dié waarmee die vorige geslag (d.w.s. dertig en meer jaar gelede) geworstel het, dan bemerk ons dat somme oor verhouding en eweredigheid vroeër besondere aandag geniet het. Indien leerlinge baie meer verhoudingsomme moes doen as vandag, dan was dit vir hulle beslis voordeliger. Dour baie somme te doen, vind die leerling dit naderhand self voordeliger om van die breukmetode in plaas van die eenheidsmetode gebruik te maak. Hierdie bewering word gestaaf deur die volgende opmerking van die „Mathematical Association" van Engeland: „The ratio method, in common with the unitary method, has the advantage that in the initial stages of instruction it demands conscious thought by requiring the pupil to write his argument Finally, its conspicuous advantage is that it forms a habit of thinking in terms of ratio and of using ratios as multipliers, which simplifies his work in arithmetic and the introductory work in trigonometry and mechanics, and which enlarges his mathematical outlook generally".¹⁾

Die strowe moet wees om die verhoudingsbegrip, deur die veelvuldige oefening in die oplossing van een-

1) Mathematical association: The teaching of arithmetic in schools, 48.

voudige problems, te laat posvat. Oefeninge soos die volgende is besonder waardevol, veral as dit aan die leerlinge self oorgelaat word om 'n oplossingsmetode te beaal: (Om dit volgens 'n voorgeskrywe reël te laat doen, laat die sommetjies waardeloos).

- „(a) $\frac{5}{7}$ van 'n getal is 18. Vind die getal.
- (b) $\frac{3}{7}$ van 'n aantal skape is 60. Hoeveel is daar?
- (c) $\frac{4}{11}$ van 'n seun se albasters is 80. Hoeveel het hy?
- (d) $\frac{2}{7}$ van 'n bedrag is 19/6d. Vind die hele bedrag.
- (e) 'n Persoon spandeer $\frac{5}{12}$ van sy geld en hou nog 14/- oor. Hoeveel het hy gehad?“¹⁾

Aan die begin vind die leerlinge in standers VI en VII hierdie somme moeilik en moet hulle heelwet dink. Mettertyd word dit vir hulle self duidelik dat met die omgekeerde brouke gewerk moet word, en daardeur het hulle aan insig gewen. Vraagstuk (e) is weer 'n waarskuwing dat daar tóg nog gedink moet word voordat die brouk omgekeer word.

Die rede waarom verhoudingsomme nieteenstaande die klaarblykbare voordele daarvan, in onguns geraak het, moet aan somme soos die volgende getwyf word:

„If 175 men and 240 boys do in 1330 days the same amount of work as 603 men and 1005 boys in 350 days, how long would it take 260 men and 606 boys?“²⁾

Kohnstun meld „dat dese ,probleemsomme' van Middeleeuws, vaak van Romeinse oorsprong zyn; in de rekenboekjes der 16e en 17e eeuw worden ze als Lustige Vragen vermeld; de rekenmeesters verzamelen ze als merkwaardigheden; ze worden dan ook veel mooier aangekleed dan in onze rekenboekjes. Het daar zo bekende type van de arbeiders, die samen werken, vinden we er

1) Problem: Rekenkunde vir standers VII en VIII, 27.

2) Borchardt: Practical arithmetic for schools I, 136.

bÿv. als het geval van ,een dronchaert die een ame biers uut drinct binnen 14 dagen, maar als zÿn wÿf met hom drinct, so drincken si die ame uut binnen 10 dagen".¹⁾ Dit egter net terloops.

Alhoewel die som, wat hierbo en Engels aangehaal is, met verhouding te doen het, is die oplossing daarvan tog nie bevorderlik vir die ontwikkeling van die leerlinne se verhoudingsbegrip nie. Selfs wanneer algebraïese metodes toegepas mag word, is die waarde van so 'n som nog meer twyfelagtig. Beslis skadelik word dit egter wanneer sodanige somme onrelos moet word volgens reëls wat van buite geleer moet word.

Gelukkig word hierdie soort som nie vandag meer in die Transvaalse skole gedoen nie. Tog moet daar beklemtoon word dat waar die belangrikheid van verhoudingsomme benadruk word, hierdie soort somme by voorbaat uitgesluit word. Selfs in die hoër klasse: standerds VII en VIII, is die eenvoudige verhoudingsommetjies nog steeds waardevol.

b. Die taak van die middelbare skool ten opsigte van rekenkunde-onderwys.

Ons het reeds gesien dat die Transvaalse leerplan vir standaard VI, VII en VIII die bewerkinge en feitekennis op die voorgrond stel en die begrippe verswÿg. Daardour word die siel uit die hele rekenkunde-onderwys van die middelbare skool geneem. Dit is alleen aan 'n siellose volk wat die eis gestel kan word dat dit moet afgerond wees en „nie 'n deel wees van 'n deurlopende geheel nie, wat sy voltooiing bereik in die universiteit of in ander akademiese inrigtings.“²⁾

1) Kohnstamm: Keur, 234.

2) Transvaalse onderwysdepartement: Leerplan vir die middelbare skool, 123.

Deur hierdie beperking word begripsvorming uit die rekenkunde-onderwys verban, want gesonde begripsvorming is nie alleen voordelig vir 'n persoon se latere universiteits-loopbaan nie, maar vir sy wêreld. En die leerplan se rekenkundige ontwikkeling moet aan die einde van standerd VIII volkome afgesny word. Die sterksheid van die rekenkunde-onderwys is dus van owerheidsweë amptelik voorgeskrywe.

In die eerste plek moet die verhoudingsbegrip sy ereplek ontvang as dié begrip wat die saambindende faktor is van die hele middelbare rekenkunde-onderwys.

Tweedens moet die ietwat beperkte begrip van die leerlinge wat vir die eerste keer op die middelbare skool kom, in aanmerking geneem word. Dit verdien sterk oorweging dat die leer skool verhoudingsomme hoofsaaklik volgens die eenheidsmetode behoort te doen. Deur die breukmetode aan die middelbare skool oor te laat, ontvang die middelbare skool 'n spesifieke taak, wat die begripsvorming van die leerlinge betref. Daardeur sal dit ook moontlik wees om 'n vrugbare koördinasie met algebra en meetkunde te bewerkstellig.

Kierdeur nuwe werksverdeling sal ook meer by die begripsvermoë van die leerlinge aanpas. Die begrip en begripsvorming moet op die voorgrond geplaas word. Dit vereis een ingrypende verandering van die leerplan nie.

Die samelewing vra nie na 'n massa feitekennis nie -- dit is die samelewing bereid om self te verskaf. Wat vereis word, is mense wat reg kan reken, en wat oor 'n vermoë tot gesonde begripsvorming beskik. Die begrip bly, wanneer die feitekennis reeds lankal verdwyn het.

c. Algebra en meetkunde. Volgens Tabel XIII is daar 'n stigende korrelasie tussen die proefpersone se rekenkundige en meetkundige verhoudingsbegrip. (Toetse 2, 3 en 5.) In standers VI, VII en VIII is die korrelasiekwosiënt 0.41, 0.52 en 0.51 en vir meisies 0.42, 0.49 en 0.59 onderskeidelik. Aangesien die maksimum moontlike afwyking plus minus 0.09 is, is daar 'n reële verskil tussen die korrelasies van standers VI en VIII.

Proefpersone wat reeds in standaard VI wiskunde-onderdig ontvang het, het in hierdie toetse nie merkbaar beter gevear as die proefpersone van die skole, wat nie in standaard VI wiskunde-onderdig gegee het nie.

Hieruit moet ons tot die gevolgtrekking kom dat die aanvangsmeetkunde nie genoegsame aandag aan verhoudingsgee nie. Daardeur is die aansluiting met laerskool-rekene baie swak.

In Nederland is die aansluiting tussen laerskool-rekenkunde en middelbare skoolmeetkunde ook ondersoek deur die „Nutsseminarium voor paedagogiek aan de Universiteit van Amsterdam". In „Mededelingen No. 23" kom hulle in bladsy 14 tot die volgende slotsom „Dit was in waarheid een pynlyke verrassing."¹⁾

Sodra leerlinge geleer het om met die passer en liniaal te werk en die grondkonstruksies bemeester het, behoort verhouding die volle aandag van die meetkunde-onderwys te geniet. Hier dink ons in besonder aan die berekening van oppervlaktes as die bepaling van die verhouding tussen 'n gegewe oppervlakte en 'n eenheidsoppervlakte. Eenvoudige tekening op skool en die bepaling van die verhouding tussen die sye van gelykvormige

1) Frederik: Aansluiting rekenen meetkunde, voorbericht,

figure op 'n praktiese wyse behoort die leerling se verhoudingsbegrip te bevorder.

Meetkunde-onderwys behoort nie later as standaard VI 'n aanvang te neem nie. Tussen die verhoudingsbegrip van standaard VI- en VII-leerlinge is daar volgens hierdie ondersoek geen duidende verskil nie. Daar is dus van sielkundige kant gesien, geen rede om hierdie studie tot standaard VII uit te stel nie as standaard VI-leerlinge daar soms selfs beter.

F.M. van Hiele meen dat verhoudings goed in die aanvangsmeetkunde behoort in te pas: „Ruimtelyke betrekkingen en verhoudingen boei die leerlinge over het algemeen zeer. En er is ruimtelijk materiaal te over, waaraan de leerlingen hun juist geleerde grondprincipen kunnen toetsen.“¹⁾

Om deur die gebruikmaking van verhoudings die meetkunde-onderrig by die rekenkunde te laat aansluit, is veel minder gewaagd as om met definisies, aksiomas en stellings te begin. Daarvoor geld Langeveld se waarskuwing: „En mag ik daaruit medelen, dat wat logisch elementair is, dat psychologisch nog geenszins behoeft te zijn.“²⁾

Daar is reeds voorgestel dat die doen van verhoudingsomme deur die laer skool aan die middelbare skool oorgelaat word. Om die aansluiting tussen laer en middelbare onderwys te bevorder mag die laer skool moontlik op sy beurt die leerling vir meetkunde voorberei deur die elementêre vaardighede met passer en liniaal tuis te bring. Moontlik kan die gebruik van die grade-boog ook reeds in die laer skool 'n beskeie plek in

1) Van Hiele: Pakkend materiaal ter inleiding van meetkundige grondbegrippe in Euclides, 30e jaargang, 1954/55, V-VI, 252.

2) Langeveld: Paedagogische psychologie, 153.

die rekenkunde-leerplan verkry.

Dat die invoering van algebra en meetkunde in standaard VI en selfs in standaard V gewens is, is ook die mening van Betz: „The prevailing practice of devoting the seventh and eighth grades (i.e. standard V and VI) almost exclusively to the study of arithmetic is generally recognized as a wasteful marking of time.“¹⁾

Waar die rekenkunde en meetkunde die verhoudingsbegrip by die leerling kan tuisbring, kan die algebra hierop voortbou deur die bewerkings in formules vas te lê, nadat vooreaf voldoende aandag aan die hoofbewerkings met natuurlike getalle gegee is. Die verwisseling van die gevraagde in die formule is hier ook van besonder belang, aangesien hier besondere aandag geskenk kan word aan direkte en omgekeerde eweredigheid.

Rekenkunde, algebra en meetkunde kan nog verder tot 'n eenheid gemaak word deur grafieke, deur die „Mathematical association“ soos volg geskets:

„The work should be accompanied by graphical illustration as e.g. a money-quantity graph for constant buying rate, for direct variation, and a time-speed graph for a constant distance, for inverse variation. It should be correlated with some scale drawing, and it may be correlated with a simple treatment of similar triangles whereby it will lead experimentally to the laws of (i) direct squares, and (ii) direct cubes for (i) the areas, and (ii) the volumes of models.“²⁾

- (d) Die verhoudingsbegrip as fundamentele insig. Hoe die verhoudingsbegrip in die middel van die hele wiskunde-onderwys van die middelbare skool staan, word deur Kohnstamm mooi soos volg gekenskets:

-
- 1) Betz: The teaching of geometry in The national council of teachers of mathematics, eighth yearbook, 134.
 2) Mathematical association: The teaching of arithmetic, 46.

„De vaardigheden en wetenswaardigheden, die in verband staan met de problemen, die onze gangbare rekenboekjes vullen, zyn van zeer ver uiteenlopende aard ... Koop en verkoop met velerlei details, kapitaal en rente, smeltheden die opgeteld en afgetrokken moeten worden, de menging van allerlei goederen, verdeling van meetkundige figuren, verhouding van leeftyden en arbeidsdagen en wat dies meer zy. Nu schynt daartegen niets in te brengen, het is immers juist het wonderlyke en belangryke van zuiver kwantitatieve relaties, dat zy op identieke wyze op de schynbaar meest uiteenlopende gebieden voor den dag komen. Maar dit fundamentele inzicht - waarvan men zich telkens weer met verwondering afvraagt, wat betekenisvoller is, de praktische bruikbaarheid of de theoretische belangrikheid? - wordt voor de leerlingen verborgen gehouden.“¹⁾

7. Samenvatting. Bestou ons die rekenkunde-onderwys van die laer skool en die breë wiskunde-onderwys van die middelbare skool in die lig van die bevindinge in verband met die verhoudingsbegrip, dan is dit die gevolgtrekkings:
- (1) Aan die einde van die leerling se laerskoolloopbaan het sy verhoudingsbegrip nog nie ten volle ontluk nie.
 - (2) Die taak van die laer skool is om die leerling sover te bring dat hy verhoudingsomme volgens die eenheidsmetode kan doen.
 - (3) Die taak van die middelbare skool is om verhoudings met breuke te verbind, sodat leerlinge verhoudingsomme volgens die breukmetode sal leer doen.
 - (4) Algebra en meetkunde moet nie later as standaard VI ingevoer word nie. Aangesien dit ten nouste by die laerskoolrekenkunde moet aansluit, moet die stof so ge-

1) Kohnstamm: Keur, 229 en 230.

kies word dat ook hier die verhoudingsbegrip die sentrale tema is.

(5) Om die aansluiting tussen laerskoolrekenkunde en middelbare skoolmeetkunde te bevorder, is dit wenslik dat standerd V-lerrlinge reeds onderrig in die gebruik van passer, liniaal en gradeboog ontvang.

(6) In die middelbare skool moet die verhoudingsbegrip nie net die sentrale begrip van die rekenkunde wees nie, maar van die hele wiskunde-onderwys. Die verhoudingsbegrip bind rekenkunde, algebra, meetkunde en trigonometrie tot een geheel saam.

8. Onderwerpe vir verdere navorsing. Aangesien hierdie ondersoek net op vier middelbare skole toegepas is, sal 'n verdere breëre ondersoek nodig wees om die volgende vas te stel:

- (a) of die prestasies van seuns aan elke skool werklik beter is as dié van die meisies;
- (b) of alle plattelandse skole beter as stedelike skole sal presteer;
- (c) of die daling in prestasie van standerd VI na standerd VII meer algemeen voorkom, en indien wel, waarvan dit te wyte is;
- (d) deur die ondersoek tot standerds IV en V uit te brei, kan moontlik finaal vasgestel word of die swak prestasies van die standerdsessers aan 'n gebrek aanrypheid of 'n gebrek aan die nodige vorming te wyte is;
- (e) Onderzoek moet ingestel word na 'n moontlike hersiening van die meetkunde- en algebraleerplan om voldoende rekening te hou met die verhoudingsbegrip en nouer aansluiting by die rekenkunde en
- (f) deur die uitbreiding van hierdie toets na standerds IX en X kan 'n vollediger beeld van die ontwikkeling van

die verhoudingsbegrip van middelbare skoolleerlinge verkry word.

9. Slot. Deur 'n studie te maak van die begripsvermoë van leerlinge op wiskundige gebied, leer ons die wysheid baseer van die groot tydgenoot van Jan van Riebeeck, die Christen-wiskundige, Blaise Pascal, wat in sy „Penseés“ die volgende gedagtes uitgespreek het:

En dus is dit selde dat wiskundiges intuïtief is, en dat intuïtiewe mense wiskundiges is, omdat wiskundiges verkies om die dinge van die intuïsie wiskundig aan te pak, en hulleself belaglik maak, aangesien hulle eers met definisies en dan met aksiomas wil begin, wat die verkeerde weg in hierdie wyse van redeneer is. Nie dat ons denke dit nie doen nie, maar dit geskied stil, natuurlik en sonder tegniese reëls; want om daaraan uitgang te gee is aan niemand beskore nie, en slegs enkele kan dit aanvoel.¹⁾

1) Pascal: Penseés, 2.

VOORTOETS 1.

Bylae I, nommer 1.

1. As Piet en Jan teen mekaar reëls hardloop en Piet hardloop stadiger as Jan, wie sal wen?
2. As Anne se broer ouer is as Martie se broer, watter een van die twee broers is die oudste?
3. Johannesburg is 'n deel van die Witwatersrand. Watter is die grootste, die Witwatersrand of Johannesburg?
4. Skrywe die volgende in volgorde van belangrikheid: prinsipaal, skoolseun, onderwyser, inspekteur.
5. As jou ma 'n ma se suster is, wat is jou pa van my pa?
6. As 'n Plymouth vinniger ry as 'n Ford, en 'n Chevrolet stadiger ry as 'n Ford, ry 'n Plymouth dan stadiger as 'n Chevrolet?
7. In volgorde van bo na onder het die Unioflag die volgende kleure: oranje, wit en blou. Skrywe nou eers die middelste kleur, dan die onderste en dan die boonste.
8. As die water vinniger by 'n dam uitstroom as instroom, sal die dam vol of leeg word?
9. Waarvoor het ek die grootste emmer nodig: 10 pond water of 10 pond klipgruis?
10. Wat is jou pa se ma se suster se dogter se seun van jou?

HERSIENE VOORTOETS 1.

Bylae I, nommer 2.

1. Johannesburg is 'n deel van die Witwatersrand. Watter is die grootste: die Witwatersrand of Johannesburg?
2. As jou ma my ma se suster is. Wat is jou pa van my pa?
3. Skryf die volgende weer neer, maar nou in volgorde van belangrikheid: prinsinaal, skoolseun, onderwyser, inspekteur.
4. As water by 'n dam vinniger uitstroom as instroom, sal dit lank neer voordat die dam vol is, of hoe?
5. In volgorde van bo na onder het die Voortrekkervlag die volgende kleure: rooi, wit en blou. Skryf nou eers die middelste kleur, dan die onderste en dan die boonste.
6. As die trein van Johannesburg na Pretoria vinniger ry, moet dit langer of korter stilstand by die stasies tussenin, om die hele afstand in dieselfde tyd af te lê?
7. 'n Plymouth ry vinniger as 'n Ford; 'n Chevrolet ry stadiger as 'n Ford; 'n Nash ry net so vinnig as 'n Chevrolet. Sal 'n Nash vinniger ry as 'n Plymouth?
8. Twee motors het dieselfde gewig en ry eweveel; die een het groot wiele en die ander het klein wielstjies. Watter motor se bande sal die gouste slyt?
9. Waarvoor het ek die grootste blikke nodig: 'n pond water of 'n pond klipgruis?
10. Fact sê: „Eit is my pa se ma se suster se dogter se seun“. Hoe kan jy dit verklaar?

VOORTOETS 2.

Bylae I, nommer 3.

1. Hoe ver sal 'n motor teen 40 m.p.u. ry in 3 uur?
2. By 'n drukker is 'n masjien wat 400 koerante in 60 sekondes vou. Hoe lank sal dit neem om 1,000 koerante te vou?
3. 'n Man word 18/6 betaal vir 6 uur se werk. Hoeveel moet hy kry vir 9 uur se werk?
4. Hoeveel lbs. lusernasaad is nodig om 5 akkers te saai, as 'n mens 60 lbs. saak vir 3 akkers nodig het?
5. Hoeveel is 116 groter as 42?
6. Vul in die ontbrekende getal in die volgende reeks:
6 18 54 486 1458.
7. As 2½ jaart materiaal 90 pennies kos, hoeveel pennies sal 3½ jaart kos?
8. Verdeel 48 morge grond tussen Jan en Piet, sodat vir elke 5 morge wat Jan kry, Piet 7 morge kry.
9. As 100 dele kalk bestaan uit 40 dele kalsium, 12 dele koolstof en 48 dele suurstof, hoeveel ton koolstof sal daar in 120 ton kalk wees?
10. Verdeel £56 tussen Anna, Betta en Mieta, sodat Anna twee maal soveel kry as Betta, en Betta tweemaal soveel kry as Mieta.

VOORTOETS 3.

Bylae I, nommer 4.

1. Teen 'n spoed van 20 m.p.u. neem dit 12 uur om na Brandfort te ry. Teen watter spoed moet ons ry om die afstand in 6 uur af te lê?
2. In 'n drukker is twee masjiene wat saam 24,000 koerente in 1 uur kan vou. Hoe lank sal dit neem om 24,000 koerente te vou as die drukkery nog twee masjiene bykry?
3. 'n Sekere land kan deur twee man in vier dae geoes word. Hoe lank sal dit vier man neem?
4. Teen 40 myl per uur neem dit ons 14 minute om stasie toe te ry. Hoe lank sal dit neem as ons teen 35 myl per uur ry?
5. Indien 28 perde 'n sekere hoeveelheid voer in 5 dae eet, in hoeveel dae sal 35 perde dieselfde hoeveelheid eet?
6. Indien 'n sekere bedrag geld voldoende is om 15 mense 330 myl ver per trein te laat ry, hoeveel myl sal 22 mense vir dieselfde bedrag kan ry?
7. Indien 16 man 'n werk afhandel in 8 uur, hoe lank sal dit 30 man neem?
8. Sewentien mans verdien £35 in 2 dae. Hoeveel mans kan £70 in 4 dae verdien?
9. Daar is 1,200 soldate in 'n kamp. Hulle het genoeg kos vir 25 dae. Hoeveel dae sal die kos hou as 700 van die soldate na 'n ander kamp verplaas word?
10. As 32 perde 9 boesels voer eet in 21 dae, hoe lank sal 7 perde aan 63 boesels kan eet?

VOORTOETS 4.

Bylae I, nommer 5.

Skrifwo kortliks neer wat fout is met elk van die volgende vrae.

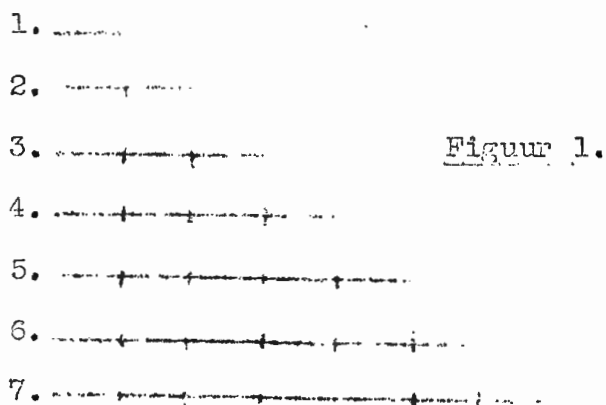
Voorbeeld. £50 word tussen 'n aantal kinders in 'n verdel. Hoeveel kry elke kind?

Antwoord: Hoeveel weeskinders?

1. Koos het 220 lbs. meel gekoop. Watter wins sal hy maak indien hy dit vir £7 verkoop?
2. Jan is 8 lbs. swaarder as Paul. Hoeveel weeg Jan?
3. 'n Handelaar het goedere gekoop vir £1700, en het dit verkoop teen 'n verlies van 115%. Waarvoor het hy dit verkoop?
4. 'n Vrou koop kaas, botter en eiers vir £10 in haar handsak gehad. Hoeveel sal sy oor hê as sy £3.5.0d. vir die botter en £2.14.0d. vir die kaas betaal het?
5. Vyf van die trokke van 'n goederetrein het steenkool bevat; in die eerste was 25,000 lbs., in die tweede 27,800 lbs., in die derde 30,400 lbs., en in die laaste 28,400 lbs. Hoeveel lbs. steenkool was daar op die trein?
6. As dit 3 minute neem om een eier te kook, hoe lank sal dit neem om 10 eiers te kook?
7. 'n Persoon het twee erwe; die eerste het 'n oppervlakte van 420 vierkante jaarte en die ander 'n lengte van 20 jaarte. Watter erf is die grootste?
8. Dirk is 13 jaar oud; Jan is 16 jaar jonger. Hoe oud is Jan?
9. In 'n doos was daar 144 stukkies gekleurde kryt. Die onderwysers het almal ewe veel gebruik; die kryt het 'n jaar gehou. Hoeveel onderwysers was daar?
10. As mevrou Pretorius vroeër as mevrou Erlank opstaan, wie se huus sal die eerste in orde wees?

VOORTOETS 5.

Bylae I, nommer 6.



Vrae oor Figuur 1.

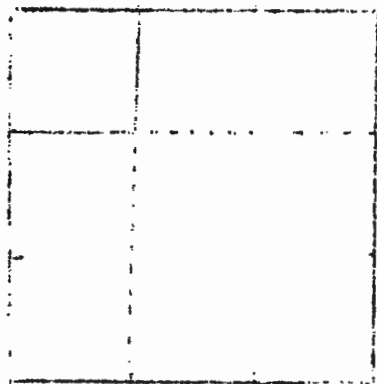
In figuur 1 is daar sewe lyne. Vul nou die regte woorde op die stappellyne in.

1. Die eerste lyn is korter as die tweede lyn. Die tweede lyn is langer as die lyn, maar korter as die derde lyn.
2. Die eerste lyn is nie verdeel nie; die tweede lyn word deur een punt verdeel in gelyke dele.
3. Die vierde lyn word deur punte verdeel in gelyke dele.
4. Elk van die vyf gelyke dele van die lyn is 'n vyfde van die hele lyn.
5. Op die sewende lyn is die afstand van die eerste punt tot die vierde punt van die hele lyn.

VOORTOETS 5 (vervolg)

Bylase I, nommer 7.

Figuur 2.



Vrae oor figuur 2.

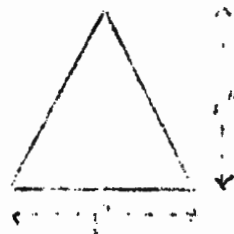
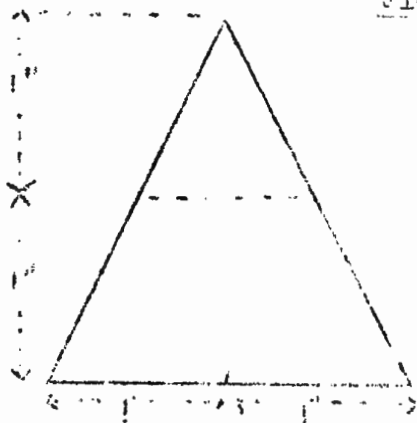
Die sye van die groot vierkant is in drie gelyke dele verdeel.

In die linker-boonste hoek is daar 'n klein vierkantjie.

Beantwoord nou hierdie vrae.

6. Hoeveel keer is die groot vierkant groter as die klein vierkantjie?
7. Die omtrek van die klein vierkantjie is 2 duim. Wat is die omtrek van die groot vierkant?
8. As ons die klein vierkantjie uitsaai, hoeveel keer sal die deel wat oorbly so groot wees as die klein vierkantjie?

Figuur 3.



Vrae oor figuur 3.

9. Hoeveel keer is die groot driehoek so groot as die klein driehoekie langsaa?
10. Hoeveel keer is die omtrek van die groot driehoek so groot as die omtrek van die klein driehoekie langsaa?

Sylae II, nommer 1.

NAAM: SKOOL:

GESLAG: STANDERD:
Neesie/Seun

GEBORTE DATUM: OUDERDOM: jaar ... mde.

BEROEP VAN JOU VADER:

INDIEN NIE, BEROEP VAN JOU MOEDER:

NEEM JY VANJAAR MATESES (ALGEBRA EN REKENKUNDE)?
Ja/NeeNEEM JY VANJAAR REKENKUNDE?
Ja/NeeLEES DIE VOLGDEnde B.1.2. MONITEURIG O.1.

1. Moenie omblaai voordat dit aan jou gesê word nie.
2. Gebruik 'n potlood of pen en ink om te antwoord.
3. Aan die regterkant van elke bladsy is 'n kolom oopge-
laet. Skrywe die antwoorde daar net langs die vrae.
4. Blaai dadelik om wanneer dit aan jou gesê word, selfs
al as jy nog nie klaar nie.
5. Beantwoord elke vraag so vinnig, maar ook so goed as
jy kan.
6. Moenie vrae vra oor enige van die vraestelle nie. As
iets nie vir jou duidelik is nie, lees dan weer wat bo-
aan die bladsy staan. So-aan sommige toetse is 'n
vraag vir jou klaar beantwoord as 'n voorbeeld.

TYD 5 MINUTE.

TOETS 1.

Blae II, nommer 2.

ANTWOORDE.

VOORBEELD: Piet en Jan hardloop resies. Piet hard-
loop vinniger as Jan. Wie sal wen?

Piet

1. Skryf die volgende weer neer, maar nou in volgorde van belangrikheid: prinsesaal, skoolseun, onderwyser, inspekteur
2. Johannesburg is 'n deel van die Witwatersrand. Watter is die grootste: die Witwatersrand of Johannesburg?
3. 'n Plymouth ry vinniger as 'n Ford; 'n Chevrolet ry stadiger as 'n Ford; 'n Nash ry net so vinnig as 'n Chevrolet. Sal 'n Nash vinniger ry as 'n Plymouth?
4. As jou ma myn se suster is, wem is jou pa van my pa?
5. In volgorde van bo na onder het die Voortrekker-vlag die volgende kleure: rooi, wit en blou. Skryf nou ook die middelste kleur, dan die onderste en dan die boonste.
6. Twee motors het dieselfde gewig en ry ewe veel; die een het groot wiele en die ander het klein wielstjies. Watter motor se bande sal die gouste slyt?
7. As die trein van Johannesburg na Pretoria vinniger as gewoonlik ry, moet dit langer of korter stilstaan by die stasies tussenin, om die hele afstand in dieselfde tyd af te lê.
8. As water by 'n dam vinniger uitstroom as instroom, sal dit lank neem voordat die dam vol is, of hoe?
9. Waarvoor het ek die grootste blikkie nodig: 'n pond water of 'n pond klipgruis?
10. Piet sê: „Ek is myn pa se ma se suster se dogter se ma". Hoe kan jy dit verklaar?

MOENIE OORHAASTIG WEES DAT DIT AAN JOU GEBÊ WORD NIE.

DIE VOLGENDE IS TOETS 2.

TYD 8 MINUTE.

TOETS 2.Bylae II, nommer 3.ANTWOORDT.

VOORBEELD. As water gepomp word teen 500 gelling per uur, hoeveel sal in 5 uur gepomp word?

2,500 gelling.

1. Hoe ver sal 'n motor teen 40 myl per uur ry in 3 uur?
2. Hoeveel pond lusern-saad is nodig om 5 akkers te saai, as 'n mens 60 pond saad vir 3 akkers nodig het?
3. In 'n drukkerij is 'n masjien wat 400 koerante in 60 sekondes vou. Hoeveel sekondes sal dit neem om 1,000 koerante te vou?
4. Hoeveel is 116 groter as 42?
5. Vul in die ontbrekende getal in die volgende reeks:
6 18 54 486 1458
6. 'n Man word 18/5 betaal vir 6 uur se werk. Hoeveel moet hy kry vir 9 uur se werk?
7. As 2½ jaart materiaal 90 pennies kos, hoeveel pennies sal 3½ jaart kos?
8. Verdeel 48 morge grond tussen Jan en Piet, sodat vir elke 5 morge wat Jan kry, Piet 7 morge kry.
9. Verdeel £56 tussen Anna, Betta en Mieta, sodat Anna twee maal soveel kry as Betta, en Betta twee maal soveel kry as Mieta.
10. As 100 dele kalk bestaan uit 40 dele kalsium, 12 dele koolstof en 48 dele suurstof, hoeveel ton koolstof sal daar in 120 ton kalk wees?

MOENIE OORBLAAF VOORDAT DIT AAN JOU GESÊ WORD NIE.

DIE VOLGENDE IS TOETS 3.

TYD 8 MINUTE.TOETS 3.Bylae II, nommer 4.ANTWOORDE.

1. 'n Sekere land kan deur 2 man in 4 dae geoes word. Hoe lank sal dit 4 man neem?

2. In 'n drukkerij is twee masjiene wat saam 24,000 koerante in 1 uur kan vou. Hoelank sal dit neem om 24,000 koerante te vou as die drukker nog twee masjiene bykry?

3. Teen 'n spoed van 20 myl per uur neem dit 12 uur om na Grandfort te ry. Teen watter spoed moet ons ry om die afstand in 6 uur af te lê?

4. Indien 28 perde 'n sekere hoeveelheid voer in 5 dae eet, in hoeveel dae sal 35 perde dieselfde hoeveelheid eet?

5. Indien 16 man 'n werk afhandel in 8 uur, hoelank sal dit 20 man neem?

6. Teen 40 myl per uur neem dit ons 14 minute om stasie toe te ry. Hoelank sal dit neem as ons teen 35 myl per uur ry?

7. Sewentien mans verdien £35 in 2 dae. Hoeveel mens kan £70 in 4 dae verdien?

8. Daar is 1,200 soldate in 'n kamp. Hulle het genoeg kos vir 25 dae. Hoeveel dae sal die kos hou as 700 van die soldate na 'n ander kamp verplaas word?

9. Indien 'n sekere bedrag geld voldoende is om 15 mense 350 myl ver per trein te laat ry, hoeveel myl sal 22 mense vir dieselfde bedrag kan ry?

10. As 32 perde 9 boesels voer eet in 21 dae, hoelank sal 7 perde aan 66 boesels kan eet?

MOET WIE OMBLANK VOOR DAT DIT AAN JOU GEDRUK WORD NIE.

DIE VOLGENDE IS TOETS 4.

TYD 8 MINUTE.

TOETS 4.

Bylae II, nommer 5.

ANTWOORDE.

IN DIE VOORBEELD NIE IS DAAR 'N FOUT OF DAAR IS IETS UITGELAAT.
SKRYWE BY ELKE VRAAG WATOM DIT NIE BEANTWOORD KAN WORD NIE,
KORTLIKS.

VOORBEELD: 150 word tussen 'n aantal kinders verdeel. Hoeveel kry elke kind? Getal kinders onbekend.

1. Jan is 7 pond swearder as Paul. Hoeveel weeg Jan?
2. Koos het 280 lbs. meel gekoop. Watter wins sal hy maak indien hy dit vir £7 verkoop?
3. 'n Vrou koop kaas, botter en eiers; sy het £10 in haar handsak gehad. Hoeveel sal sy oor hê as sy £3.5.0d vir die botter en £2.14.0d vir die kaas betaal het?
4. Dirk is 13 jaar oud; Jan is 16 jaar jonker. Hoe oud is Jan?
5. Vyf van die trokke van 'n goederetrein het steenkool bevat; in die eerste was 25,000 lbs; in die tweede 27,800 lbs; in die derde 30,400 lbs; en in die laaste 28,400 lbs. Hoeveel lbs. steenkool was daar op die trein?
6. 'n Persoon het twee erwe, die eerste het 'n oppervlakte van 420 vierkante jaarts en die ander 'n lengte van 20 jaarts. Watter erf is die grootste?
7. As dit 3 minute neem om een eier te kook, hoelank sal dit neem om 10 eiers te kook?
8. As mevrou Pretorius vroër as mevrou Erlank opstaan, wie se huis sal die eerste in orde wees?
9. 'n Handelaar het goedere gekoop vir £1,700, en het dit verkoop teen 'n verlies van 115%. Waarvoor het hy dit verkoop?
10. In 'n doos was daar 144 stukke gekleurde kryt. Die onderwysers het almal eweveel gebruik; die kryt het 'n jaar gehou. Hoeveel onderwysers was daar?

MOENIE OORBLAAF VOORDAT DIT AAN JOU GESÊ WORD NIE.

DIE VOLGENDE IS TOETS 5.

TYD 8 MINUTE.TOETS 5.3-lae II, nommer 6.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 

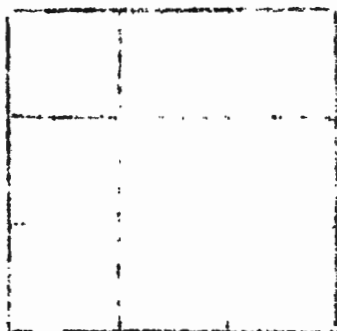
VUL HIERON IN DIE ONTBREKENDE WOORDE IN.VOORBEELD Die eerste lyn is korter as die tweede lyn.

1. Die tweede lyn is langer as die lyn, maar korter as die derde lyn.
2. Die eerste lyn is nie verdeel nie; die tweede lyn word deur een punt verdeel in gelyke dele.
3. Die vierde lyn word deur punte verdeel in gelyke dele.
4. Die sesde lyn word deur die punt en die punt verdeel in drie gelyke dele. Elke deel is $\frac{1}{3}$ van die hele lyn.
5. On die sewende lyn is die afstand van die eerste punt tot die vierde punt van die hele lyn.

TOETS 5 (vervolg)

Bylae II, nommer 7.

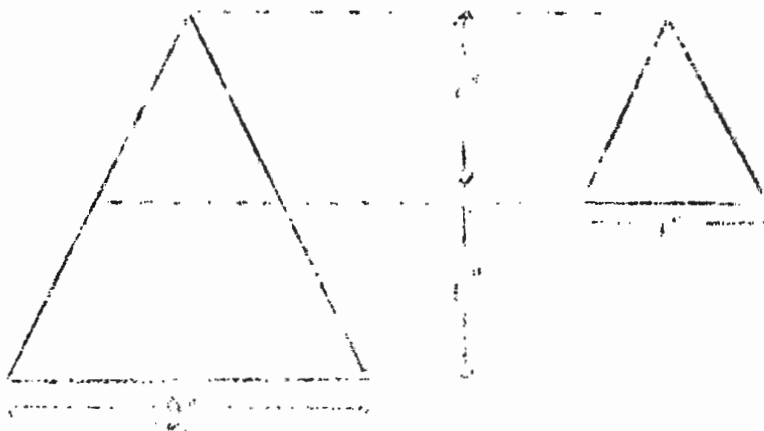
ANTWOORDE.



6. Hoeveel keer is die groot vierkant so groot as die klein vierkantjie in die boonste hoek?

7. As ons die klein vierkantjie uitsny, hoeveel keer sal die deel wat oorbly so groot wees as die klein vierkantjie?

8. Die omtrek van die klein vierkantjie is 2 duim. Wat is die omtrek van die groot vierkant?



9. Hoeveel keer is die omtrek van die groot driehoek so groot as die omtrek van die klein driehoekie?

10. Hoeveel keer is die groot driehoek so groot as die klein driehoekie?

Bylae III.

INSTRUKSIES AAN DIE PROEFNEMER.

1. Verskaf asseblief aan elke leerling 'n skerp potlood en 'n stukkie skryfpapier vir kladwerk.
 2. Wanneer hulle almal gereed is, sê dan: „Seuns en dogters, hierdie boekies bevat elkeen vyf toetse wat julle so goed as wat julle kan moet beantwoord. Dit is nie 'n deel van julle eksamens nie, maar dit sal tog daarmee vergelyk word. Doen dus almal julle bes. Ek sal dit nou aan julle uitdeel, maar moenie daarin blaai voordat ek vir julle sê nie. Wanneer julle die boekie ontvang, vul dan maar solank die gevraagde besonderhede op die buiteblad in.”
 3. Gee nou aan elkeen 'n boekie toets.
 4. Sê dan: „Het julle al die buiteblad voltooi? Kom ons lees nou saam wat onderaan staan.”
- Lees dan die instruksies op die buiteblad vir die leerlinge voor.
5. Sê dan: „Enkele vraag? Enigiets nie duidelik nie? As erd iets nie vir julle duidelik is nie, vra nou, want daar sal nie later geleentheid wees vir vrae nie.”
 6. Teken aan boelant dit is en sê: „Almal gereed? Blaai om en beantwoord Toets 1.”
 7. Na presies vyf (5) minute sê: „Hou op, blaai dadelik om en beantwoord Toets 2.”
 8. Presies agt (8) minute later: „Hou op, blaai dadelik om en beantwoord Toets 3.”
 9. Presies agt (8) minute later: „Hou op, blaai dadelik om en beantwoord Toets 4.”
 10. Presies agt (8) minute later: „Hou op, blaai dadelik om, en beantwoord Toets 5. Let op dat die toets op die linkse bladsy begin. Vrae 1 tot 5 het betrekking op die sewe lyne bo-aan die bladsy. Vul die woorde wat uitgelaat is in. Vrae 6 tot 10 word in die antwoorde kolon beantwoord.”
 11. Presies agt (8) minute later: „Stak nou alle skrywers en maak die boekies toe. Maak nou seker dat julle die buiteblad reg ingevul het.”
 12. Versamel dan die toetse, en hou asseblief die verskillende klasse of standarde se vraestelle soveel moontlik bymekaar.
 13. Die toets moet deur die verskillende klasse gelyktydig geskrywe word. Doel dit asseblief so dat daar geen skoolpouse tussen die verskillende klasse se toetse val nie, m.a.w. die leerlinge moet geen geleentheid hê om die toets met mekaar te bespreek voordat dit deur almal afgeleë is nie.
 14. Baie dankie vir u medewerking.

STRAADPLEEGD WERKE.

I. BOEKE.

1. Abelson, H.H.: The art of educational research, World book company, New York, 1933.
2. Alexander, C.: How to locate educational information and data, second edition, Teachers College, New York, 1941.
3. Ballard, P.D.: Teaching the essentials of arithmetic, University of London Press, London, 1937.
4. Bell, E.T.: Men of mathematics, Scientific book club, London, (1938).
5. Beth, H.J.E.: Newton's „Principia“, I en II, P. Noordhoff, Groningen, 1932.
6. Bloom, B.S., and Broder, L.J.: Problem-solving processes of college students, University press, Chicago, 1950.
7. Boyer, C.B.: The concepts of the calculus, Columbia university press, New York, 1939.
8. Brouwer, L.E.J.: Over de grondslagen der wiskunde, P. Noordhoff, Groningen, s.j.
9. Brouwer, L.E.J.: Wiskunde, waarheid, werkelykheid, P. Noordhoff, Groningen, 1919.
10. Bühler, K.: The mental development of the child, Routledge and Kogan Paul, London, 1929.
11. Bunt, L.N.H.: The development of the ideas of number and quantity according to Piaget, J.B. Wolters, Groningen, 1950.
12. Bunt, L.N.H.: De leerstof van ons wiskunde-onderwys, J.B. Wolters, Groningen, 1949.
13. Coetzee, J. Chr.: Eksperimentele opvoedkundige studies, J.L. van Schaik, Pretoria, 1926.
14. Dewey, J.: How we think, Heath, Boston, 1910.
15. Dooyeweerd, E.: De wysbegeerte der wetsidee, I en II, H.J. Paris, Amsterdam, 1935.
16. Duncker, K.: On problem solving, American psychological association, Washington, 1945.
17. Dijksterhuis, E.J.: De elementen van Euclides. I en II, P. Noordhoff, Groningen, 1929/30.
18. Good, C.V., Barr, A.S., Scates, D.E.: The methodology of educational research, D. Appleton Century Company, New York, 1941.
19. Hanekom, T.N.: Die liberale rigting in Suid-Afrika, I, C.S.V., Stellenbosch, 1951.

20. Heath, T.: A history of Greek mathematics, I and II, Clarendon Press, Oxford, 1921.
21. Hobson, E.W.: The history of functions of a real variable, I, second edition, Cambridge, 1921.
22. Klapper, P.: The teaching of arithmetic, D. Appleton, (1921)
23. Kohnstamm, Ph.: Keur uit het didactisch werk, J.B. Wolters, Groningen, 1952.
24. Langeveld, H.J.: Inleiding tot de studie de paedagogische psychologie van de middelbare schoolleeftijd, vyfde opnieuw herziende druk, J.B. Wolters, Groningen, 1954.
25. Malherbe, E.G.: Educational and social research in South African, S.A. council for educational and social research, Union Buildings, Pretoria, 1937.
26. Mathematical association: The teaching of arithmetic in schools, Bell, London, 1932.
27. Mededelingen van het nutssseminarium voor paedagogiek aan die Universiteit van Amsterdam, 32, J.B. Wolters, Groningen, 1938.
28. Newton, I.: Philosophiae naturalis principia mathematica, Imprenatur B. Pepys, Reg. Soc. Praeses Londini, Julii 5, 1686. Facsimile: W. Dawson, London.
29. Hunn, P.T.: The teaching of algebra (including trigonometry), Longmans, Green and Co., London, 1923.
30. Pascal, B.: Pensees, Translated by W.F. Trotter, J.M. Dent, London 1945.
31. Pestalozzi, J.H.: How Gertrude teaches her children, Translated by L.E. Holland and F.C. Turner, Swan Sonnenschein, London, 1907.
32. Piaget, J.: The child's conception of number, Routledge and Kegan Paul, London, 1952.
33. Reeder, W.C.: How to write a thesis, Public school publishing co., Bloomington, 1930.
34. Russell, B.: The principles of mathematics, second edition, George Allen and Unwin, London, 1937.
35. Smith D.T.: The teaching of elementary mathematics, The Macmillan Company, New York, 1914.
36. Stellweg H.W.F.: Begane wegen en onbetreden paden, tweede druk, J.B. Wolters, Groningen, 1954.
37. Stellweg H.W.F.: De waarde de klassieke vorming, J.B. Wolters, Groningen, 1949.
38. Thorndik, E.L.: The psychology of arithmetic, The Macmillan Company, 1922.
39. Transvaalse onderwysdepartement: Voorgestelde leerplannne vir die laerskool, Staatsdrukker Pretoria 1952.

40. Transvaalse onderwysdepartement: Leerplanne vir die middelbare skool, Staatsdrukker, Pretoria, 1952.
 41. Tropicke, J.: Geschichte der elementar-mathematik, I, Walter de Gruyter, Berlin und Leipzig, 1921.
 42. Turkstra, H. en Timmer, J.: Rekendidactiek I en II J.B. Wolters, Groningen, 1953.
 43. Universiteit van Stellenbosch: Rubbi-lesings oor wiskunde, 1947.
 44. Valentine, G. L.: The psychology of early childhood second edition, Methuen, London, 1943.
 45. Van der Waerden, B.L.: De logische grondslagen der Euklidische meetkunde, P. Noordhoff, Groningen, 1937.
 46. Van Gelder, L.: Ontsporing en correctie, derde druk, J.B. Wolters, Groningen, 1955.
 47. Van Parreren, G.F.: Intentie en autonomie in het leerproces, Noord-Hollandse uitgevers maatschappij, Amsterdam, 1951.
 48. Van Tonder, J.C.: Die invloed van verbeterde leermetodes op die denkprestasies van st. VIII-leerlinge in wiskunde, Werkgemeenskap, Universiteit Pretoria, 1954.
 49. Vinacke, J. L.: The psychology of thinking, E.C. Graw-Hill, New York, 1952.
 50. Vogel J.G.: Is heden een gefundeerde didactiek der natuurwetenschappen mogelijk? J.B. Wolters, Groningen, 1952.
 51. Wertheimer, I.: Productive thinking, Harper, 1945.
11. HANDBOEK.
1. Biggs, L.G. and Vidal, H.L.: Mathematics today, I, II and III, Ginn, London 1951/52.
 2. Borchardt, A.G.: Practical arithmetic for schools I, fifth edition, Livingtons, London, 1922.
 3. Bypost, H. en Timmer, J.K.: Het passer en liniaal I, sesde druk, Thieme, Zutphen, 1955.
 4. Coetzee, J.C. en Van Rooy, P.J.: Rekenkunde vir middelbare skole, Van Schaik, Pretoria, eerste druk 1922, tweede druk 1927.
 5. Du Toit, P.J.: Junior rekenboek, self uitgegee Middelburg K.P. 1948.
 6. Frederik, P. L. en G.F.: Aansluiting rekenen meetkunde, P. Noordhoff, Groningen, 1931.
 7. Grobler, J.S.: Rekenkunde vir standers VII en VIII, Voortrekkerspers, Johannesburg, 1955.

8. Olckers, P.J. en Katzke, J.J.: Rekenkunde vir almal, st. IV, (Transvaalse leerplan), Nasionale boekhandel, Johannesburg, 1952.
9. Olckers, P.J. en Katzke, J.J.: Rekenkunde vir almal, st. V, (Transvaalse leerplan), Nasionale boekhandel, Johannesburg, 1952.
10. Pendlebury, C.: New school arithmetic, George Bell and Sons, London, 1909.
11. Schuh, F.: Leerboek der elementaire theoretische rekenkunde, I en II, P. Noordhoff, Groningen, 1919/21.

III. ONGEPUBLISEERDE WERKE.

1. De Villiers, D.I.: Rekenkundige bekwaamheid in st. VI en vier jaar later, M.Ed., Stellenbosch, 1945.
2. Dudley, R.O.: An enquiry into "The comprehension of the technical language of mathematics and physical science in relation to success in these subjects in standards seven and eight", B.Ed., Cape Town, 1944.
3. Gevers, T.F.: A study in the construction of a scale to determine ability in the solution of problems in algebra in Transvaal high schools, M.Ed., Potchefstroom, 1936.
4. Holtzhausen, J.A.: Die verwydering van onnodige rekenmoeilikhede deur 'n deegliker toepassing van die gangbare metodes van onderwys, M.Ed., Pretoria, 1944.
5. Murray, C.H. de C.: Die opstelling van 'n voorlopige skaal vir die meting van die rekenkunde-bekwaamheid van leerlinge in standers drie tot ses, M.Educ., Stellenbosch, 1942.
6. Olckers, P.J.: A factorial study of arithmetical ability, Ph.D., Cape Town, 1943.
7. Spoelstra, J.: Die onderwys van rekene aan die Afrikaansmedium middelbare skole van Transvaal, M.Ed., Potchefstroom, 1955.
8. Van Rooi, D.J.: Getal en ruimte, lesing, Potchefstroom, 1938.
9. Wepener, F.C.: Die breukmetode versus die eenheidsmetode in die oplossing van eweredigheidsomme, M.Educ., Stellenbosch, 1946.

IV. JAARBOLKE EN TFSKRIFTE.

1. Euclides, 50e jaargang, 1954/55, V - VI, P. Noordhoff, Groningen.

2. National Council of teachers of mathematics: The eighth yearbook, Teachers College, New York, 1933.
3. National Council of teachers of mathematics: Twenty-first yearbook, Washington, 1953.
4. National society of education: The fiftieth yearbook, II, The teaching of arithmetic, University of Chicago Press, 1951.
5. Teachers College Record. Volume 52, October 1950 - May 1951, Columbia University, New York, 1951.

SUMMARY.An analysis of the conception of mathematical ratio by pupils in standards VI, VII and VIII.

In order to investigate the difficulties that confront pupils of secondary schools in connection with arithmetic, a study must be made of the most important mathematical concepts and of the ways and means to make these acceptable to the apperceptive mass of the youthful minds.

According to the ancient Egyptians, Babylonians and Greeks number was a ratio. The discovery of the irrational, the incommensurable - which was inconsistent with their ratio concept - occasioned a crisis which for eighteen centuries, led to the stagnation of mathematical development; until Newton investigated the ratio of vanishing particles tending to a limit; thus giving the initial impetus that paved the way to the modern calculus.

Spatial magnitude is expressed as a number by means of ratio, or to state it more precisely, a fraction is the relation between two numbers. The numerical side of a fraction is a ratio.

"Ratio" and "relation" are closely related, as was shown by Meumann, Sassenfeld, Duncker, Spearman and Wertheimer. By realising the relation between two numbers a conception of ratio is established. He, who sees the inner relations in a problem, possesses a necessary condition for its solution.

It can be expected that a person's conception of ratio will be an indication of his ability to solve any problem involving relations. According to Piaget a child's first conception of spatial ratio is one-dimensional. At the age of six simultaneous changes in different dimensions are noticed.

During June 1955 1,900 pupils in standards VI, VII and VIII were confronted with a battery of five tests to estimate their conception of ratio. These pupils were drawn from two urban and two rural Transvaal Afrikaans medium secondary schools. Each test consisted of ten questions graduated according to the achievements of pupils of another secondary school in preliminary tests.

Test I was entirely non-mathematical and consisted of questions on relations of size, order, speed and even human relations.

Test 2 consisted of arithmetical questions on direct proportion and Test 3 questions on inverse proportion. Most of these questions were taken from popular standard IV and V text books.

Test 4 tested the pupils' analytical ability and Test 5 their conception of geometrical proportion one- and two- dimensional. A time limit ranging from five to eight minutes was fixed for each of these tests.

In all the tests the boys achieved a higher average mark than the girls. In standards VII and VIII the rural schools showed considerably more progress than the urban schools. In the latter schools the standard VII pupils had a lower average mark than the standard VI pupils in nearly every test. That this was more conspicuous among the boys than the girls was due to the exceedingly low mark the girls in standard VI averaged.

Graphs were drawn to illustrate the average achievements of the standard VI, VII and VIII pupils in each school. The graphs showed a remarkable correspondence between the results of the different tests and revealed more or less the same profile.

As both Test 2 and Test 3 were arithmetical, the marks of each pupil in these two tests were combined and the correlation with the non-arithmetical Test I and the geometrical Test 5 calculated. These two series of quotients of correlation were nearly the same varying from 0.34 in standard VI to 0.59 in standard VIII.

The test results were influenced primarily by the number of periods per week allotted to the teaching of arithmetic in each school, and to a lesser degree by the percentage pupils taking geometry and algebra in conjunction to arithmetic. By comparing the achievements of the pupils in the different schools and the number of periods set aside for the teaching of arithmetic, it was established that in standards VI, VII and VIII five 35 minute periods per week are essential. Any decrease in the number of periods per week is immediately detrimental to the arithmetical ability of pupils, their insight into relations, arithmetical, non-arithmetical, analytical and geometrical. Two periods of arithmetic per week are not worth while.

An investigation of the answers to certain selected questions showed the necessity of stressing the importance of certain very simple concepts like: "bigger than", "smaller than", "times as big as", "times as small as", distinguishing between addition and multiplication, subtraction and division.

In standard VI 52.9 percent of the boys and 71.2 percent of the girls obtained less than 40 percent for Tests 2 and 3. At the end of their primary school career the pupils' conception of ratio is still very limited. In arithmetic ratio problems are mostly done according to the method of fractions by rule of thumb only and not with the necessary insight. It is therefore suggested that the primary schools should avail themselves of the unitary method only, while the fractional method should be left over for the secondary school. Arithmetic, algebra and geometry should be taught in standard VI as one subject, with ratio as the central theme, while pupils in standard V should study the first principles of elementary algebra and be trained how to use the compasses, ruler and protractor.

On the average, pupils in standard VII showed a sufficiently advanced conception of ratio to enable them to study trigonometry and to solve geometrical problems involving ratios.

The secondary school curriculum of arithmetic should be so amended as to give the necessary stress to the formation of concepts, especially the ratio concept; that ought to be the central theme of all secondary school arithmetic and the connecting link between algebra, geometry, trigonometry and arithmetic.