

***STRATEGIESE ONDERRIG EN LEER VAN SKOOLWISKUNDE
IN 'N VIDEOKLASSTELSEL***

S.M. NIEUWOUDT

**STRATEGIESE ONDERRIG EN LEER VAN SKOOLWISKUNDE
IN 'N VIDEOKLASSTELSEL**

Susanna Maria Nieuwoudt (*M.Ed., T.H.O.D.*)

Proefskrif voorgelê vir die graad

Philosophiae Doctor

in Wiskunde-onderwys in die Fakulteit Opvoedingswetenskappe aan die
Potchefstroomse Universiteit vir Christelike Hoër Onderwys

Promotor: Prof. J.L.deK. Monteith

Medepromotor: Prof. H.D. Nieuwoudt

Potchefstroom

2003

Opgedra aan my man Hercules, en ons seuns Org, Rudolph en Cules

DANKBETUIGINGS

My opregte dank en waardering aan die volgende:

- My promotor, professor J.L.deK. Monteith vir sy inspirerende, verdraende en bekwame leiding.
- Professor H.D. Nieuwoudt, my medepromotor, vir waardevolle insette gelewer, asook sy aanmoediging en ondersteuning.
- Doktor Lienkie Viljoen, ten tye van die ondersoek verbonde aan die Statistiese Konsultasiediens van die PU vir CHO, vir haar onmisbare hulp met die verwerking en interpretasie van die data.
- Die personeel van die Ferdinand Postma- en die Natuurwetenskapbiblioteke aan die PU vir CHO vir hul vriendelike en professionele hulp.
- Die betrokke skoolhoofde vir hul toestemming tot die ondersoek in hul skole, asook die betrokke wiskunde-onderwysers en wiskundeleerders vir hul bereidwilligheid tot deelname aan die ondersoek.
- Die Nasionale Navorsingstigting (NRF) vir hul geldelike ondersteuning.
- Doktor Amanda van der Merwe vir die taalkundige versorging.
- Mevrou Karien Richards vir die tegniese versorging.
- Professor Casper Lessing vir die versorging van die bibliografie.
- Kollegas, studente en vakgenote vir hul ondersteuning en aanmoediging.
- My ouers en skoonouers, ander familieleden en vriende vir hul ondersteuning en aanmoediging.
- My man en kinders vir hulle begrip, aanmoediging en opoffering tydens hierdie studie.
- My Hemelse Vader wat my die krag en insig gegee het vir hierdie navorsing.

Die navorsing is onderneem om die invloed van 'n videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde te bepaal. 'n Literatuurondersoek het as verwysingsraamwerk gedien vir die beplanning, die uitvoer en die beoordeling van die empiriese ondersoek.

Verskillende benaderings tot leer wat die grootste invloed op die leer van skoolwiskunde uitoefen, naamlik die behavioristiese, die kognitiewe en die konstruktivistiese benaderings, is beskryf en waar nodig krities geëvalueer. Faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed, is in samehang met mekaar bespreek en gebruik om die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde te identifiseer.

Vervolgens is gepoog om vas te stel hoe onderrig behoort plaas te vind om die strategiese leer van skoolwiskunde moontlik te maak. Ten einde hierin te slaag is verskillende benaderings tot die onderrig van wiskunde bespreek, gebaseer op benaderings tot die leer van wiskunde, en die invloed daarvan op die onderrig van skoolwiskunde is bepaal op grond van die literatuurondersoek. Verskillende faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed, is geïdentifiseer en gebruik om die kenmerke van die effektiewe onderwyser, wat wiskunde onderrig vir die strategiese leer daarvan, te beskryf.

Die empiriese ondersoek het 'n kwantitatiewe sowel as 'n kwalitatiewe ondersoek behels. In die kwantitatiewe ondersoek is 'n ware eksperimentele ontwerp met 'n voortoets en natoetse gebruik. Video-opnames is met een eksperimentele groep gemaak (video-opnameklas) en afgelewer (teruggespeel) by die ander eksperimentele groep (video-afleweringsklas). Die kontrolegroep het konvensionele wiskunde-onderig ontvang.

'n Kwantitatiewe veldondersoek is aan die hand van 'n aangepaste LASSI-HS onderneem om die invloed van die videoklasstelsel wat in die ondersoek gebruik is, op die leerders se studie- en leerstrategieë vas te stel. Daardeur kon die

invloed op die strategiese leer van wiskunde bepaal word. Terselfdertyd is die invloed van die videoklasstelsel op die wiskundeprestasie van die leerders vasgestel, om sodoende die mate van sukses van die gebruik van die videoklasstelsel te bepaal.

'n Kwalitatiewe ondersoek is deur middel van 'n waarnemingskedsule tesame met die analise van video-opnames van wiskundelesse gebruik om die invloed van die videoklasstelsel op die onderrig van wiskunde vas te stel. Die videoklasstelsel het nie 'n negatiewe en ook nie 'n positiewe invloed op die prestasie van die leerders van óf die video-opname- óf die video-aflerings- óf die kontroleklasse van die skole wat deelgeneem het aan die ondersoek, gehad nie. Die videoklasstelsel het ook nie 'n positiewe of negatiewe invloed gehad op die gebruik van leer- en studiestrategieë (ten opsigte van wiskunde) by die verskillende klasgroepe wat aan die ondersoek deelgeneem het nie. Dit beteken dat die videoklasstelsel nie die strategiese leer by leerders by wie dit mag voorgekom het, negatief beïnvloed het nie.

Sleutelwoorde vir indeksering: strategiese leer, skoolwiskunde, selfgereguleerde leer, onderrigstrategieë, leerstrategieë, videoklasstelsel, wiskunde-onderrig.

STRATEGIC TEACHING AND LEARNING OF SCHOOL MATHEMATICS IN A VIDEO CLASS SYSTEM

This research was undertaken to determine the influence of a video class system on the strategic teaching and learning of school mathematics. A literature investigation served as a frame of reference for the planning, execution and assessment of the empirical investigation.

Some of the approaches which have the greatest influence on the learning of school mathematics, namely the behaviourist, cognitive and constructivist approaches, are described and, where necessary, critically assessed. Factors which influence the learning of school mathematics are discussed in an interrelated manner and are used to identify the features of the strategic learning of school mathematics.

It is then attempted to determine how teaching should take place to enable the strategic learning of school mathematics. To reach this objective, different approaches to the teaching of mathematics are discussed, based on approaches to the learning of mathematics, and the influence of these on the teaching of school mathematics is determined, based on the literature investigation. Different factors which influence the teaching of mathematics are identified and used to describe the characteristics of the effective teacher, who teaches mathematics for the strategic learning of the subject.

The empirical investigation involved a quantitative as well as a qualitative investigation. In the quantitative investigation an actual experimental design with a pre-test and post-tests was used. Video recordings were made with one experimental group (video recording class) and delivered (played back) with another experimental group (video delivery class). The control group received conventional mathematics teaching.

A quantitative field investigation was undertaken by means of an adapted LASSI-HS to establish the influence of the video class system used in the investigation on the study and learning strategies of the learners. In this way the influence on the strategic learning of mathematics could be determined. At the same time the influence of the video class system on the mathematics performance of the learners was established, in order to determine the extent of success of the use of the video class system.

A qualitative investigation by means of an observation schedule, together with the analysis of video recordings of mathematics lessons, was used to determine the influence of the video class system on the teaching of mathematics. The video class system did not have a negative or a positive influence on the performance of either the video recording classes, the video delivery classes or the control classes of the schools who participated in the research. Neither did the video class system have a positive or a negative influence on the use of learning and study strategies (concerning mathematics) of the different class groups who participated in the research. That means that the video class system did not negatively influence strategic learning in learners who may use it.

Keywords for indexing: strategic learning, school mathematics, self-regulated learning, teaching strategies, learning strategies, video class system, mathematics teaching.

INHOUDSOPGAWE

DANKBETUIGINGS	I
OPSOMMING	II
SUMMARY	IV
INHOUDSOPGAWE	VI
LYS VAN TABELLE	X
LYS VAN FIGURE	XII
HOOFSTUK 1: PROBLEEMSTELLING EN ONDERSOEKPROGRAM	1
1.1 INLEIDING EN ORIËTERING	1
1.2 PROBLEEMSTELLING	4
1.3 DOEL VAN DIE ONDERSOEK	5
1.4 TERREIN VAN DIE ONDERSOEK	5
1.5 DIE METODE VAN ONDERSOEK	5
1.5.1 Literatuurstudie	6
1.5.2 Empiriese ondersoek	6
1.6 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING	9
HOOFSTUK 2: DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE	11
2.1 INLEIDING	11
2.2 DIE AARD VAN WISKUNDE	11
2.2.1 Wat is wiskunde?	11
2.2.2 Skoolwiskunde	14
2.3 BENADERINGS TOT LEER EN DIE IMPLIKASIES DAARVAN VIR DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE	16
2.3.1 Die behavioristiese benadering tot leer	17
2.3.2 Die kognitiewe benadering tot leer	20
2.3.3 Die konstruktivistiese benadering tot leer	29
2.4 FAKTORE WAT DIE LEER VAN WISKUNDE BEÏNVLOED	38

2.4.1	Die wiskunde-leerder se kennis	39
2.4.2	Vermoëns ten opsigte van wiskunde.....	41
2.4.3	Die wiskundeleertaak	42
2.4.4	Wiskundevaardighede.....	45
2.4.5	Wiskundeleerstrategieë.....	50
2.4.6	Metakognisie	55
2.4.7	Affektiewe faktore.....	58
2.4.8	Motivering	63
2.4.9	Omgewingsfaktore	66
2.5	DIE STRATEGIESE LEER VAN WISKUNDE	69
2.6	SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING.....	76

HOOFSTUK 3: BENADERINGS TOT DIE ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE

3.1	INLEIDING	77
3.2	OMSKRYWING VAN DIE BEGRIP <i>ONDERRIG</i>	77
3.3	BENADERINGS TOT DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE EN DIE IMPLIKASIES DAARVAN VIR DIE ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE	79
3.3.1	Onderrigmodelle gebaseer op die behavioristiese benadering tot leer	79
3.3.2	Onderrigmodelle gebaseer op die kognitiewe benadering tot leer	92
3.3.3	Onderrigmodelle gebaseer op die konstruktivistiese benadering tot leer	98
3.4	DIE GEBRUIK VAN ONDERRIGMODELLE IN DIE WISKUNDEKLAS	114
3.5	SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING.....	114

HOOFSTUK 4: ONDERRIG VIR DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE.....

4.1	INLEIDING EN ORIËTERING	115
4.2	FAKTORE WAT DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE BEÏNVLOED ..	115
4.2.1	Onderrigdoelwitte	115
4.2.2	Beskouings en oortuigings van wiskunde-onderwysers ten opsigte van wiskunde	120
4.2.3	Die wiskunde-onderwyser se kennis	123

4.2.4	Gebruik van onderrigstrategieë	127
4.2.5	Verwagtinge van wiskunde-onderwysers	138
4.2.6	Die klaskamerklimaat	140
4.2.7	Evaluering	144
4.2.8	Die gebruik van tegnologie.....	145
4.3	ONDERRIG VIR DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE	146
4.4	SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING.....	151
HOOFSTUK 5: DIE INVLOED VAN 'N VIDEOKLASSTELSEL OP DIE LEER EN ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE		152
5.1	INLEIDING	152
5.2	BESKRYWING EN WERKING VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL	152
5.3	MOTIVERING VIR DIE GEBRUIK VAN 'N VIDEOKLASSTELSEL..	154
5.4	VEREISTES WAARAAN 'N VIDEOKLASSTELSEL BEHOORT TE VOLDOEN	156
5.4.1	Algemene vereistes.....	156
5.4.2	Vereistes waaraan video-opnames (lesse) behoort te voldoen.....	157
5.4.3	Enkele kritiese aspekte ten opsigte van die gebruik van videolesse in wiskunde	157
5.5	DIE EMPIRIESE ONDERSOEK.....	158
5.5.1	Die doel van die empiriese ondersoek	158
5.5.2	Die ondersoekmetode	159
5.5.3	Die navorsingsontwerp.....	161
5.5.4	Meetinstrumente	164
5.5.5	Die studiepulasie en beskikbaarheidsteekproef	171
5.5.6	Statistiese tegnieke	172
5.6	DIE INVLOED VAN DIE VIDEOKLASTELSEL OP DIE WISKUNDEPRESTASIE VAN DIE LEERDERS	174
5.6.1	Oriëntering	174
5.6.2	Bespreking van die resultate	174
5.7	DIE INVLOED VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL OP DIE LEER- EN STUDIESTRATEGIEË VAN DIE LEERDERS.....	183
5.7.1	Oriëntering	183
5.7.2	Bespreking van die resultate	183

5.7.3	Implikasies van die videoklastelsel vir die strategiese leer van wiskunde	193
5.8	INVLOED VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL OP DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE.....	194
5.8.1	Inleiding en oriëntering	194
5.9	SAMEVATTING	203
HOOFSTUK 6: BEVINDINGS, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS.		204
6.1	INLEIDING	204
6.2	OORSIG VAN DIE ONDERSOEK.....	204
6.3	BEVINDINGS.....	206
6.3.1	Teoretiese bevindings	206
6.3.2	Empiriese bevindings	208
6.4	GEVOLGTREKKINGS	209
6.5	TEKORTKOMINGE/LEEMTES VAN DIE ONDERSOEK.....	210
6.6	AANBEVELINGS	211
6.7	SLOTWOORD	212
BIBLIOGRAFIE		213
BYLAE A: LEER- EN STUDIESTRATEGIE VRAELYS - LSV (HOËRSKOOL)		228
BYLAE B: WAARNEMINGSKEDULE: INHOUD EN VORM VAN WISKUNDETAKE.....		236

LYS VAN TABELLE

Tabel 1.1 Eksperimentele ontwerp.....	8
Tabel 2.1 Leerfasas (Van Hiele, 1986: 54-55)	28
Tabel 2.2 Model vir gemotiveerde leer (Schunk, 2000:302).....	64
Tabel 2.3 Kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde.....	75
Tabel 4.1 Onderrig vir die strategiese leer van wiskunde	150
Tabel 5.1 Eksperimentele ontwerp (invloed op die prestasie van leerders)	162
Tabel 5.2 Eksperimentele ontwerp (invloed op studie-en leerstrategieë).....	163
Tabel 5.3 Velde van die LASSI (Weinstein & Palmer, 1990).....	169
Tabel 5.4 Studiepopulasie en steekproef van leerders	172
Tabel 5.5 Vergelyking van VT, NT ₁ en NT ₂ ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skool A)	175
Tabel 5.6 Vergelyking van klasgroepe E ₁ , E ₂ en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skool A)	176
Tabel 5.7 Vergelyking van VT, NT ₁ en NT ₂ ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skool B)	178
Tabel 5.8 Vergelyking van klasgroepe E ₁ , E ₂ en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skool B)	179
Tabel 5.9 Vergelyking van VT, NT ₁ en NT ₂ ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skole A en B gesamentlik).....	180
Tabel 5.10 Vergelyking van klasgroepe E ₁ , E ₂ en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skole A en B gesamentlik).....	182

Tabel 5.11	Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir E ₁ (video-opnameklasse).....	184
Tabel 5.12	Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir E ₂ (video-afleringsklasse).....	185
Tabel 5.13	Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir K (kontroleklasse)	186
Tabel 5.14	Vergelyking van klasgroepe (E ₁ , E ₂ en K) vir die voortoets (VT) ten opsigte van die velde van die LSV (skool) (N = 221)	187
Tabel 5.16	Die verandering in die aantal oplosstrategieë vanaf die gee tot die uitvoer van die taak (Stein <i>et al.</i> , 1996:473).....	200
Tabel 5.17	Verband tussen die aantal en die soort voorstellings tydens die gee en die uitvoer van die taak (Stein <i>et al.</i> , 1996:474)	201
Tabel 5.18	Verduidelikings/regverdiging van antwoorde/oplossings (Stein <i>et al.</i> , 1996:475).....	201

LYS VAN FIGURE

Figuur 2.1:	Die werking van die geheue (na Ormrod, 2000:225)	21
Figuur 2.2:	Die dinamiese en sikliese aard van probleemoplossing (Fernandez <i>et al.</i> , 1996:196).....	37
Figuur 2.3:	Metakognisie (Ertmer & Newby, 1996:15)	55
Figuur 3.1:	Die kognitief-begeleide onderrigmodel (Fennema <i>et al.</i> , 1991:31)	96
Figuur 3.2:	'n Model vir koöperatiewe leer (Borich, 2000:312).....	103
Figuur 4.1:	Voorbeeld van 'n werkkaart	130
Figuur 4.2:	Voorbeelde van leergeleenthede in die wiskundeklas	138
Figuur 5.1:	Die videoklaskamer	153
Figuur 5.2:	Die werking van die videoklasstelsel	154

HOOFTUK 1

PROBLEEMSTELLING EN ONDERSOEKPROGRAM

1.1 INLEIDING EN ORIËTERING

Uit die bekendstelling en implementering van Kurrikulum 2005 is dit duidelik dat hier sprake is van 'n leerdergesentreerde kurrikulum wat ingestel is op die bereiking van gestelde uitkomste, gebaseer op die oortuiging dat alle individue kan leer (Department of Education, 1997:17). Leerdergesentreerdheid behels volgens die Departement van Onderwys onder andere dat alle leerders verantwoordelikheid behoort te aanvaar vir hul eie leer, in staat behoort te wees om geskikte besluite ten opsigte van hul eie leeraktiwiteite te neem, onafhanklik in hul leer- en denkprosesse behoort te wees en selfevaluerend en doeltreffend in hul leerpoging behoort te wees (Department of Education, 1998:9). Hierdie kenmerke van 'n leerdergesentreerde benadering tot leer stem tot 'n groot mate ooreen met strategiese leer(ders).

Volgens Klauer (1988:356, 358), Weinstein en Van Mater Stone (1993:32-33) en Ertmer en Newby (1996:4-7) is strategiese leerders ekspert leerders wat oor die nodige kennis en vaardighede beskik wat hulle in staat stel om effektief te leer (ook wiskunde). Trouens, strategiese leerders se wiskundekennis (kyk 2.4.1.1) is beter georganiseer en geïntegreer as die wiskundekennis van ander leerders. Verder het strategiese leerders ook kennis ten opsigte van hulself as leerders van wiskunde (kyk 2.4.1.2 & 2.5), aspekte van wiskundeleertake (kyk 2.4.3) en van 'n verskeidenheid leer- en studiestrategieë (kyk 2.4.5) en vaardighede (kyk 2.4.4). Daarbenewens is strategiese leerders selfgereguleerde leerders wat verantwoordelikheid vir hul eie leer aanvaar (kyk 2.4.6.2 & 2.5).

Affektiewe faktore, te wete oortuigings, houdings en emosies, beïnvloed ook die strategiese leer van wiskunde. Strategiese leerders is bewus van hul oortuigings oor wiskunde en hulself as leerders van wiskunde (kyk 2.4.7.1.2 & 2.4.7.1.3) en is in staat om hul emosies ten opsigte van wiskunde te beheer (kyk 2.4.7.3).

Verder is strategiese leerders gemotiveerd om effektief te leer (kyk 2.4.8). Ander faktore wat direk bydra tot die strategiese leer van wiskunde is die leeromgewing (kyk 2.4.9) en onderrig (kyk Hoofstuk 4).

Alhoewel daar ten tye van die ondersoek 'n hoofsaaklik onderwysergesentreerde benadering tot die onderrig en leer van wiskunde gevolg is (Baxter, 1995:86 & kyk 5.7.4), kan vernuwings soos Kurrikulum 2005 beswaarlik geïgnoreer of buite rekening gelaat word. Uitkomsgebaseerde onderrig soos in Kurrikulum 2005 veronderstel, steun hoofsaaklik op 'n leerdergesentreerde benadering tot onderrig en leer. Uitkomste wat geformuleer is, fokus op die leerder en gee riglyne rakende bevoegdheidsvlakke ten opsigte van wiskundige kennis en vaardighede wat leerders behoort te bereik (Brodie, 1998:161).

In 'n uitkomsgebaseerde wiskundeklaskamer behoort die vordering van leerders in die bereiking van gestelde uitkomste geassesseer te word. Dit kan slegs plaasvind as assessering 'n integrale deel van die onderrig-leergebeure uitmaak (Department of Education, 1998:13; Nieuwoudt, 1998:8,49).

'n Ander aspek van leerdergesentreerdheid wat nie uit die oog verloor behoort te word nie, het te make met onderrig as fasilitering van leer. Enersyds sluit die fasilitering van leer die gebruik van onderrigstrategieë in, wat byvoorbeeld die strategiese leer van wiskunde kan bemoontlik (kyk 4.2.4). Onderrig vir die strategiese leer van wiskunde behoort leerders te help om verantwoordelikheid vir hul eie leer te aanvaar, om 'n verskeidenheid leerstrategieë te ontwikkel, en om leerstrategieë effektief en doeltreffend te gebruik, om sodoende hulle gestelde doelwitte te bereik (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:36). Verder behoort die effektiewe wiskunde-onderwyser, wat wiskunde onderrig vir die strategiese leer daarvan, oor die nodige kennis te beskik ten opsigte van wiskunde (kyk 4.2.3.2), die onderrig van wiskunde (kyk 4.2.3.3), en ten opsigte van hoe leerders wiskunde leer (kyk 2.4.5).

Andersyds het die fasilitering van leer te make met die interaksie van die fasiliteerder met die perspektiewe en idees van leerders in verband met die

wiskunde wat geleer word (Brodie, 1998:162). Hierdie interaksie sluit die konstruktiewe uitdaging en uitbreiding van leerders se wiskundige idees in. 'n Vraag wat hier gevra kan word, is of sodanige interaksie in die afwesigheid van 'n onderwyser moontlik is, byvoorbeeld deur video-opnames van wiskundelesse aan leerders voor te speel, sonder dat die onderwyser teenwoordig is.

Volgens Lowry en Thorkildsen (1991) het die gebruik van 'n videoklasstelsel, in die besonder 'n videoskyfgebaseerde wiskundeprogram, nie 'n negatiewe effek op onderrig en leer nie. Trouens, leerders se prestasie in klaskamers met hoë implementeringsvlakke van videogebruik, het met 28 persentasiepunte toegeneem vergeleke met klaskamers met lae implementeringsvlakke. In 'n praktikumverslag toon Hoge (1990:30) aan dat video-opnames van wiskundelesse suksesvol gebruik kan word om te kompenseer vir afwesige onderwysers. Die opnames word verder ook deur wiskundeleerders gebruik om agterstallige werk in te haal, asook vir addisionele hersiening.

Volgens Rae (1993:43) kan video-opnames deur voorgraadse wiskundestudente gebruik word om probleme wat as huiswerkopdragte gegee is, na te sien. Die betrokke dosent maak opnames van hoe hy die probleme sou oplos in 'n videoklasstelsel soortgelyk aan die een wat vir hierdie navorsing gebruik is (kyk 5.2). Die gebruik van die opnames is waardevol omdat die studente die geleentheid het om die betrokke dosent in aksie te sien terwyl verskillende stappe in probleemoplossing gemodelleer word (kyk 2.3.3.5).

In 'n afstandsonderrig-projek is video-opnames van wiskundelesse onder andere gebruik om voordiens wiskunde-onderwysers van kampus af op te lei (LePage, 1996:65). Die video-opnames is gemaak deur laerskoolonderwysers, in samewerking met voordiensonderwysers (op kampus) en die betrokke wiskunde-didaktiekdosent. Met behulp van die video-opnames kon die afstandsonderrigstudente sien hoe wiskundetake (kyk 2.4.3) uit werklikheidsgetroue probleme ontstaan. Verder stel die opnames die studente in staat om die klaskamergebeure voor, tydens en na die implementering van 'n

wiskundetaak te ervaar. Daardeur word die studente blootgestel aan die gebruik van verskillende onderrigstrategieë (kyk 4.2.4).

Uit bogenoemde ontstaan die vraag of effektiewe onderrig en leer van wiskunde deur die gebruik van 'n videoklasstelsel gefasiliteer kan word. Indien dit wel moontlik is, bied dit 'n lewensvatbare moontlikheid om bekostigbare doeltreffende/effektiewe wiskunde-onderrig in skole te bewerkstellig. Gesien in die lig van die toenemende rasionalisasie van onderwysers wat 'n tekort aan onderwysers, in die besonder aan wiskunde-onderwysers, tot gevolg het, kan die videoklasstelsel ingespan word om effektiewe onderrig en leer te fasiliteer.

Die leer van wiskunde deur middel van videolesse het volgens Ball (1996:507) meriete, maar dan sal die volgende vrae beantwoord moet word: Sal die gebruik van videolesse, soos byvoorbeeld in 'n videoklasstelsel, 'n verandering teweegbring in die tradisionele klaskamer? Hoe beïnvloed die gebruik van videolesse die leer van wiskunde? Hoe behoort die klaskameromgewing gestruktureer te word sodat leer effektief plaasvind terwyl na die video-opnames gekyk word? Behoort die leerders eerder in klein groepe as in 'n klasgroep as geheel te werk in 'n videoklasstelsel?

1.2 PROBLEEMSTELLING

Probleemvrae wat uit bogenoemde na vore kom, is die volgende:

- Wat behels die strategiese leer van wiskunde?
- Hoe behoort die onderrig van wiskunde te verloop om die strategiese leer daarvan te bemoontlik?
- Wat is die invloed van 'n videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van wiskunde?
- Word die wiskundeprestasie van leerders beïnvloed deur 'n videoklasstelsel?

Hierdie vrae kan saamgevat word in een sentrale probleemvraag, naamlik:

Hoe beïnvloed die gebruik van 'n videoklasstelsel die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde?

1.3 DOEL VAN DIE ONDERSOEK

Die doel van hierdie ondersoek is om die sentrale probleemvraag te ondersoek deur die volgende vas te stel:

- wat die strategiese leer van skoolwiskunde behels;
- hoe onderrig behoort te geskied om die strategiese leer van skoolwiskunde te bemoontlik;
- wat die invloed van 'n videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde is;
- of die wiskundeprestasie van leerders beïnvloed word deur 'n videoklasstelsel.

1.4 TERREIN VAN DIE ONDERSOEK

Die ondersoek wat onderneem is, lê op die terrein van Onderrig en Leer, in die besonder van (skool)wiskunde. Aangesien ondersoek ingestel word na die invloed van 'n videoklasstelsel op die onderrig en leer van wiskunde, is opvoedkundige tegnologie ook ter sprake in die ondersoek.

1.5 DIE METODE VAN ONDERSOEK

Die metode van ondersoek het uiteengeval in 'n literatuurstudie en 'n empiriese ondersoek.

1.5.1 Literatuurstudie

'n Literatuurstudie is onderneem om 'n verwysingsraamwerk te skep (kyk hoofstukke 2, 3 en 4) waarvolgens die empiriese ondersoek beplan, uitgevoer en beoordeel kon word (kyk hoofstuk 5). In die besonder is gepoog om vas te stel wat die strategiese onderrig en leer van wiskunde behels en hoe dit beïnvloed word deur 'n videoklasstelsel.

Primêre en sekondêre bronne is gebruik om inligting te versamel aan die hand waarvan die gestelde probleemvrae beredeneer en gevolgtrekkings daaromtrent gemaak is.

'n DIALOG-soektog op die ERIC-databasis is onderneem aan die hand van verskillende kombinasies van die volgende trefwoorde:

leerstrategieë, koöperatiewe leer, kleingroepaktiwiteite, aktiewe leer, selfgereguleerde leer, strategiese leer, leerprosesse, leerderbeheerde onderrig, leerdergesentreerde onderrig, uitkomsgebaseerde onderrig, wiskundekurrikulum, wiskunde-onderrig, effektiewe onderrig, onderrig-ontwerp, onderrighulpmiddels, wiskunde-onderwysers, hoërskoolwiskunde, klaskamertegniese, klaskamer-kultuur, interaktiewe video, video.

Bestaande navorsingsverslae en artikels oor die navorsingsonderwerp is onderskeidelik met behulp van die NEXUS- en die EBSCOhost-databasis(se) opgespoor.

1.5.2 Empiriese ondersoek

1.5.2.1 Studiepopulasie

Twee sekondêre skole (voormalige model C-skole), waarvan een Afrikaans en die ander een Engels as onderrigmedium het, was betrokke by die navorsing. By die Afrikaanse skool het twee wiskunde-onderwysers vir graad 8 op grond van hul bereidwilligheid deelgeneem aan die ondersoek, waarvan een graad 8-klas as die video-opnamegroep (N=45) en een as die video-afleringsgroep

opgetree het (N=45). Verder het een graad 8-klasgroep, wat by 'n ander onderwyser wiskunde-onderdig ontvang het as die een wat opnames gemaak en teruggespeel het, as kontrolegroep gedien (N=43). Aangesien die graad 8-leerders van die Engelse skool by 'n ander wiskundeprojek betrokke was, is twee wiskunde-onderwysers vir graad 9 op grond van hul bereidwilligheid om deel te neem, by die projek betrek. Alhoewel die aantal leerders per groep van die aantal leerders van die Afrikaanse skool verskil het, het die proses dieselfde verloop (video-opnamegroep: N=31; video-afleweringsgroep: N=37; kontrole-groep: N=35).

1.5.2.2 Meetinstrumente gebruik in die ondersoek

'n Kwantitatiewe veldondersoek is aan die hand van 'n aangepaste LASSI-HS (Weinstein & Palmer, 1990) onderneem om die invloed van die videoklasstelsel op leerders se leer- en studiestrategieë te bepaal (kyk Bylaag A en 5.7.2). Wiskundetoetse is afgeneem om die invloed van die videoklasstelsel op die prestasie van die leerders te bepaal (kyk 5.6.2). Sodoende kon die mate van sukses van die gebruik van die videoklasstelsel bepaal word.

'n Kwalitatiewe ondersoek is deur middel van 'n waarnemingskedsule (kyk Bylaag B en 5.8.1.2) onderneem om vas te stel wat die invloed van die videoklasstelsel op die onderrig en leer van wiskunde is.

1.5.2.3 Navorsingsontwerp

'n Eksperimentele ontwerp is in die kwantitatiewe ondersoek gebruik, terwyl waarneming in die kwalitatiewe ondersoek gebruik is.

- ***Eksperimentele ontwerp***

'n Ware eksperimentele ontwerp met 'n nie-ewekansig saamgestelde eksperimentele en kontrole groepe en 'n voortoets en natoetse is gebruik (kyk Leedy & Ormrod, 2001:236 & Tabel 1.1). Video-opnames is met een eksperimentele groep (E_1) gemaak en afgelewer (teruggespeel) by die ander

eksperimentele groep (E_2). Die kontrolegroep (K) het konvensionele wiskunde-onderrig ontvang.

Tabel 1.1 Eksperimentele ontwerp

Groep	Voortoets	Eksperimentele behandeling			
		Fase 1	Natoets 1	Fase 2	Natoets 2
E_1	VT	Video-opnames van lesse	NT_1	Video-opnames van lesse	NT_2
E_2	VT	Aflewering van videolesse	NT_1	Aflewering van videolesse	NT_2
K	VT	Konvensionele onderrig/lesse	NT_1	Konvensionele onderrig/lesse	NT_2

Verduideliking van die eksperimentele ontwerp

Die leerders se einde-van-die-kwartaal-eksamenpunte het deel gevorm van die voortoets (VT). Aan die begin van die daaropvolgende kwartaal, voordat die leerders blootgestel is aan die videoklasstelsel, het die leerders 'n aangepaste LASSI (HS), naamlik die LSV (skool) voltooi (kyk Bylaag A & 5.5.4.1) as die ander gedeelte van die voortoets. Vanaf die begin van hierdie kwartaal is die leerders blootgestel aan die videoklasstelsel, waartydens wiskundelesse opgeneem en teruggespeel is (Fase 1). Tydens hierdie fase het die betrokke onderwysers vertrouwd geraak met die gebruik van die apparaat (kyk 5.2). Die eerste natoets (NT_1) is op aandrang van die skoolhoofde van die betrokke skole geskryf om vas te stel of die videoklasstelsel nie die leerders se wiskundeprestasie op enige wyse benadeel nie. Tydens Fase 2 is die prosedure van Fase 1 herhaal. Na afloop van Fase 2 is die tweede natoets (NT_2) afgeneem. Die natoetse het die voltooiing van die LSV (skool) sowel as die skryf van wiskundetoetse, deur die betrokke wiskunde-onderwysers opgestel, behels.

Veranderlikes en vergelykings

Die onafhanklike veranderlike is die video-opnames of –aflewerings, terwyl die afhanklike veranderlikes die prestasie van die leerders is (hul eksamenpunte as voortoets en twee stelling toetspunte as natoetse), asook die velde van die LSV (skool) is.

1.5.2.4 Statistiese tegnieke

Beskrywende statistiek (gemiddeldes en standaardafwykings) is gebruik om die leerders se wiskundepunte wat in die voortoets en natoetse behaal is, nadat dit tot standaardtellings verander is, vir elke groep (E_1 , E_2 en K_1) afsonderlik te verwerk. Inferensiële tegnieke is gebruik om klasgroepe van elke skool, asook die skole gesamentlik, te vergelyk ten opsigte van alle moontlike verskille tussen voortoets, natoets 1 en natoets 2 (kyk 5.6.2.1-5.6.2.3).

Beskrywende statistiek (gemiddeldes en standaardafwykings) is gebruik om die uitkomst van die voltooide LSV (skool)-vraelyste ten opsigte van die verskillende velde vir die twee skole gesamentlik te bereken (kyk 5.7.2.1-5.7.2.3).

Inferensiële tegnieke is gebruik om betekenisvolle verskille tussen die drie groepe (E_1 , E_2 , en K_1) van die twee skole gesamentlik ten opsigte van elke veld van die LSV (skool) te bepaal. Genoemde verskille is vir die voortoets sowel as die natoets bereken (kyk 5.7.2.4-5.7.2.5).

Die Statistiese Konsultasiediens van die PU vir CHO het die rekenaarmatige verwerking van die inligting gedoen.

1.6 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

In hierdie hoofstuk is die probleemstelling wat aanleiding tot die ondersoek gegee het, gestel en beredeneer. Die navorsingsmetodologie wat tydens die ondersoek toegepas is, is nie net teoreties begrond nie, maar die praktiese uitvoerbaarheid daarvan is ook in ag geneem.

In hoofstuk 2 word 'n raamwerk vir die strategiese leer van wiskunde daargestel. Dit dien ook as 'n motivering vir die gebruik van 'n aangepaste LASSI-vraelys om leer- en studiestrategieë by wiskundeleerders te evalueer. Verskillende benaderings tot die onderrig van skoolwiskunde word in hoofstuk 3 beredeneer. In hoofstuk 4 word faktore wat onderrig vir die strategiese leer van skoolwiskunde beïnvloed, bespreek. Die invloed van die videoklasstelsel op die onderrig en leer van skoolwiskunde word in hoofstuk 5 ondersoek (die empiriese ondersoek). Gevolgtrekkings en aanbevelings na aanleiding van die bevindings in die empiriese ondersoek, word in hoofstuk 6 uiteengesit.

HOOFSTUK 2

DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

2.1 INLEIDING

In hoofstuk 1 is die doelstellings van die navorsing asook 'n oorsig van die navorsingsprogram gegee. Alvorens die invloed van die videoklasstelsel op die strategiese leer van skoolwiskunde bespreek kan word, is dit nodig om strategiese leer, asook faktore wat dit beïnvloed, te bespreek.

In die eerste gedeelte van hierdie hoofstuk word die aard van wiskunde, benaderings tot leer en die implikasies daarvan vir die leer van skoolwiskunde bespreek. In die tweede gedeelte word faktore wat die leer van wiskunde beïnvloed, gestel en bespreek. Ten slotte word die voorafgaande gedeeltes gebruik om die kenmerke van die strategiese leer van wiskunde saam te stel.

2.2 DIE AARD VAN WISKUNDE

2.2.1 Wat is wiskunde?

Bishop (1988:182-183) beskou wiskunde as 'n kultuurproduk wat uit verskillende aktiwiteite ontwikkel het. Die volgehoue en bewustelike deelname van mense aan hierdie aktiwiteite (afsonderlik en in interaksie) het bygedra tot die ontwikkeling van betekenisvolle idees in wiskunde. Wiskunde-idees en aktiwiteite asook die menslike aktiwiteite waaruit hierdie wiskunde-idees heel waarskynlik ontstaan het, is soos volg beskryf:

1. Tel: Getalle, getalpatrone, verbande tussen getalle, ontwikkeling van getalstelsels, algebraïese voorstellings, gebeure, waarskynlikheid en frekwensies het ontstaan uit die tel van voorwerpe. Diskrete voorwerpe is op 'n sistematiese manier met mekaar vergelyk en georden. Dit is gedoen deur op die vingers te tel, merkies te maak of voorwerpe te gebruik.

2. **Lokalisering:** Posisie, oriëntasie, ontwikkeling van koördinate (reghoekig, poolvormig, sferies), hoeke, lyne, verandering van posisie, lokusse (sirkel, ellips, poligoon, ens.), rotasie en refleksie het ontstaan uit die mens se ontdekking van sy ruimtelike omgewing en die konsepsualisering en simbolisering daarvan deur middel van modelle, tekeninge, kaarte, en op ander maniere.
3. **Meting:** Ordening, lengte, area, volume, tyd, temperatuur, gewig, ontwikkeling van eenhede, meetinstrumente, skatting en vergelyking van fisiese groothede het ontstaan uit die kwantifisering van groothede soos lengte en gewig met die doel om voorwerpe te vergelyk en te rangskik volgens grootte. Geld is gebruik as eenheid vir die meet van ekonomiese groei.
4. **Ontwerp:** Eienskappe van voorwerpe, vorm; patroon, meetkundige vorms, eienskappe van vorms, gelykvormigheid en kongruensie is heel waarskynlik die gevolg van die ontwerp en maak van 'n "afdruk" van 'n voorwerp uit die ruimtelike omgewing vir spirituele of tegnologiese gebruik.
5. **Spel:** Legkaarte, modelle, speletjies, reëls, prosedures, strategieë, voorspelling, raai, moontlikheid redenering en spelontleding - die uitdink van en betrokke raak in speletjies met meer of met minder formele reëls.
6. **Verduideliking:** Klassifisering, konvensies, veralgemenings, mondelinge verduideliking (argumente, logiese verbande, bewyse), simboliese verduidelikings (vergelykings, formules, algoritmes, funksies), verduidelikings met behulp van figure (diagramme, grafieke, kaarte, matrikse) het ontstaan uit menslike aktiwiteit soos die ondersoek van "patrone" van getal, plek, maat en ontwerp. Daaruit het wiskundige verwantskappe ontstaan, wat die werklike lewe probeer verklaar het.

Bogenoemde beskouings van Bishop sluit aan by Hersh (1986:22) wat wiskundekennis en wiskunde-aktiwiteite soos volg opsom:

- Wiskunde-idees word deur mense ontdek of geskep.
- Hierdie idees ontstaan nie willekeurig nie, maar ontwikkel as gevolg van die

aktiwiteit van die mens met reeds bestaande wiskunde-idees en uit die behoeftes van die wetenskap en die daaglikse lewe.

- As wiskunde-idees eenmaal ontwikkel is, het dit goed gedefinieerde eienskappe wat die mens dalk met groot moeite gaan ontdek, maar hierdie eienskappe is onafhanklik van die mens se kennis daarvan.

Hersh en Bishop se sienings van wiskunde as 'n menslike aktiwiteit word deur Bidwell (1990:8-9) ondersteun. Hy wys daarop dat wiskunde nie onderrig kan word sonder dat die geskiedenis van die ontstaan daarvan in ag geneem word nie. Kennis van die geskiedenis van wiskunde kan leerders help om te verstaan waar wiskundebegrippe vandaan kom, sowel as die "logiese" ontwikkeling daarvan oor 'n lang tydperk. Daardeur word leerders in staat gestel om wiskunde deel van hul leefwêreld te maak.

Wiskunde as 'n menslike aktiwiteit (Freudenthal, 1971:417) vorm die grondslag vir die *realistiese* wiskunde, wat as grondslag dien vir kurrikulumontwikkeling in Nederland. Freudenthal beskryf wiskunde-aktiwiteite as die oplos van probleme, die soek na probleme en die organisering van wiskundeleerstof (of werklikheidsgetroue data). 'n Alledaagse probleemsituasie word in wiskundige terme omgeskakel, met ander woorde gematematiseer (kyk 3.3.3.5.2).

Wiskunde is in wese 'n sosiale aktiwiteit waarin 'n gemeenskap van wiskundiges hulle in die wetenskap van patrone verdiep (Schoenfeld, 1992:335). Hierdie aktiwiteit geskied sistematies, gebaseer op waarneming, studie en eksperimentering om sodoende die beginsels van reëlmatighede in stelsels wat teoreties gedefinieer is ("suiwer wiskunde") of wat vanuit die werklike lewe onttrek is ("toegepaste wiskunde"), vas te stel. Abstrahering, simboliese voorstellings en manipulasie is die gereedskap van wiskundiges. Om wiskundig te dink (sin te maak van die struktuur van wiskunde), behels egter nie slegs gebruikmaking van genoemde gereedskap nie; dit beteken ook (1) om 'n wiskundige sienswyse te ontwikkel deur die prosesse van matematisering en abstrahering na waarde te skat en na gelang van voorkeur te gebruik en

(2) bevoegdheid in die gebruik van die gereedskap te ontwikkel (Schoenfeld, 1992:335).

Wiskunde kan volgens Halmos (1980:524) gesien word as probleemoplossing. Die werk van wiskundiges is om probleme van 'n komplekse of moeilike aard op te los. Trouens, om probleme op te los, is die kern van wiskunde. Die konseptualisering van wiskunde as probleemoplossing en die gebruik van probleemoplossing as fokus in wiskunde-onderrig, het voortgespruit uit die werk van Polya. Polya (1954:158-160) redeneer dat wiskunde 'n aktiwiteit is waartydens wiskundefakte ontdek word. Die leerder moet die geleentheid kry om wiskundeprobleme op te los waartydens die oplossing eers veronderstel word en dan bevestig word (of nie) deur 'n bewys.

Tradisionele sienings van wiskunde het volgens Williams (1997:346-347) 'n soeke na 'n fondament waarop wiskunde gebou kon word, in gemeen gehad. Hiervolgens is die doen van wiskunde enersyds gesien as die ontdekking van die waarhede van 'n onweerlegbare rasonale logiese wiskundewerklikheid "iewers daarbuite". Wiskunde is dus nuttig, want dit ontbloot die waarheid omtrent die wêreld. Aan die anderkant word wiskunde gesien as in wese 'n verstandspel wat logika gebruik om wiskunderesultate te verkry deur gebruik te maak van aksiomas waarop ooreengekom is. Genoemde aksiomas toon nie veel verband met die werklike lewe nie. Dit wil voorkom asof die tradisionele siening van wiskunde steeds tot 'n groot mate waar is van hoërskoolwiskunde.

2.2.2 Skoolwiskunde

Die skoolwiskunde wat vir hierdie navorsing van belang is, is algebra en meetkunde - die leerders wat deelgeneem het aan die projek, was ten tye daarvan in graad 8 of 9 en die betrokke wiskunde-inhoude bestaan uit algebra en meetkunde.

Skoolalgebra is 'n afdeling van wiskunde wat hoofsaaklik te doen het met die versimbolisering van algemene numeriese verwantskappe en wiskundige

strukture en met die uitvoering van bewerkings op hierdie strukture (Kieran, 1992:390-391; Department of Education: 1995). Aanvangsalgebrahandboeke beklemtoon oor die algemeen die verband tussen rekenkunde en algebra - algebraïese uitdrukkings word as veralgemenings van bewerkings wat in rekenkunde uitgevoer is, hanteer. Sodra dit afgehandel is, word algebraïese uitdrukkings byna onmiddellik as wiskundige voorwerpe hanteer waarop sekere strukturele bewerkings uitgevoer word.

Die algebra-onderwerpe wat op hierdie studie van toepassing is, is: die ontwikkeling van die begrip "veranderlike"; substitusie; hoofbewerkings uitgevoer op algebraïese uitdrukkings (polinome); oplos van lineêre vergelykings in een veranderlike; woordprobleme wat lei tot die oplos van vergelykings; omgekeerde en direkte eweredigheid en die grafiese voorstelling van funksies.

Volgens Clements en Battista (1992:420) is *skoolmeetkunde* die formele studie van ruimtelike voorwerpe, verwantskappe en transformasies en die konstruksie van wiskundige stelsels om dit voor te stel. Ruimtelike redenering is daardie kognitiewe denkhandeling waartydens voorstellings van ruimtelike voorwerpe, verwantskappe en transformasies gekonstrueer en gemanipuleer word. Dit is dus verstaanbaar dat ruimtelike redenering ingesluit behoort te word in enige meetkundekurrikulum. Vir Usiskin (1987, aangehaal deur Clements & Batista, 1992:420) bestaan meetkunde uit visualisering, die teken en konstruksie van figure; 'n studie van die ruimtelike aspekte van die fisiese wêreld van die mens om sodoende nie-visuele wiskundige begrippe en verwantskappe voor te stel; en 'n formele meetkundige stelsel.

Die meetkunde wat in hierdie studie ter sprake is, is die eienskappe van sirkels, driehoeke en vierhoeke; klassifikasie van driehoeke en vierhoeke; eienskappe van ewewydige lyne wat deur 'n reguit lyn gesny word; kongruensie en gelykvormigheid van driehoeke; formules vir die berekening van oppervlakte en formele bewysvoering.

2.3 BENADERINGS TOT LEER EN DIE IMPLIKASIES DAARVAN VIR DIE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

Uit die gedeeltes wat volg behoort dit duidelik te word dat die benaderings tot leer wat die grootste invloed op die leer van wiskunde uitoefen, die behavioristiese, die kognitiewe en die konstruktivistiese benaderings tot onderrig en leer is (kyk 2.3.1 - 2.3.3).

Die doel van onderrig volgens die behavioristiese benadering (Skinner, 1953:183) is om 'n verandering in die handeling (gedrag) van 'n leerder teweeg te bring. Leer word gedefinieer as 'n verandering in die tempo van 'n gebeurtenis of die aard van 'n respons wat hoofsaaklik as gevolg van omgewingsfaktore (stimuli) plaasvind. Gevolglik is die vorming van assosiasies tussen stimuli en response 'n onlosmaaklike deel van die leerproses. Leer word egter nie in terme van interne gebeurtenisse verduidelik nie (alhoewel dit bestaan), maar in terme van eksterne gebeurtenisse aangesien die oorsake van leer in die omgewing (ekstern) waarneembaar is.

Die kognitiewe benadering, in teenstelling met die behavioristiese benadering, beklemtoon die verkryging van kennis en vaardighede, die vorming van denkstrukture en die verwerking van inligting en oortuigings. Kognitiewe beginsels bied 'n verduideliking vir hoe leerders inligting ontvang, verwerk, stoor en herwin uit die geheue. Minder aandag word gegee aan wat leerders doen (die behavioristiese fokus) en meer aandag aan wat leerders ken en die wyse waarop hulle tot die kennis gekom het. Die primêre verskil tussen die behavioristiese en die kognitiewe benaderings tot leer is die kognitiewe klem op denkprosesse wat tot leer (handeling) lei, en nie soseer op die handeling self nie (Ertmer & Newby, 1993).

Volgens die konstruktivistiese benadering tot leer verwerk leerders die inligting wat hul ontvang, op 'n kognitiewe manier só dat hul behoeftes, gesindhede, houdings, oortuigings en gevoelens daardeur weerspieël word (Schunk,

2000:24). Gevolglik is subjektiwiteit vir die konstruktiewe van die uiterste belang (krities).

Volgens Ertmer en Newby (1993) is die behavioristiese en kognitiewe leerteorieë objektief, in teenstelling met die konstruktivistiese benadering. Beide die behavioristiese en kognitiewe benaderings aanvaar dat die eksterne wêreld reël (werklik) is. Gevolglik is die doel van onderrig om response van leerders te verkry en hulle te laat kennis verwerf wat reël is. Volgens die konstruktivistiese benadering word 'n leerder aangemoedig om sy/haar eie kennisstrukture te konstrueer in interaksie met die leeromgewing.

Konstruktivistiese en kognitiewe benaderings tot leer stem ooreen in die opsig dat leerders aktief betrek word by leer en dat situasies (leeromgewings) só gestruktureer word dat leerders die maksimum hoeveelheid inligting kan verwerf (Ertmer & Newby, 1993).

Die verskillende benaderings tot die leer van skoolwiskunde het ingrypende implikasies vir die onderrig daarvan. Dit word meer breedvoerig in hoofstuk 3 bespreek.

2.3.1 Die behavioristiese benadering tot leer

2.3.1.1 Historiese agtergrond

Behavioristiese modelle van onderrig en leer het hul oorsprong in die klassieke kondisioneringseksperimente van Pavlov (1927), die werk van Thorndike (1911, 1913) oor leer deur beloning/versterking en die studie van Watson en Rayner (1921) wat die beginsels van Pavlov toegepas het op psigologiese afwykings by mense. Die moderne behaviorisme berus op die werk wat B.J. Skinner gedurende die vyftigerjare gedoen het. Volgens Joyce, Weil en Calhoun (2000:322) is van hierdie beginsels (kyk 2.3.1.2) die afgelope 30 jaar met welslae gebruik om byvoorbeeld wiskunde-angs by leerders te verminder, gebrekkige sosiale vaardighede te verbeter, gedragsprobleme te verminder en toets-angs te oorkom.

2.3.1.2 Beginsels waarop die behavioristiese benadering berus

Die behavioristiese benadering tot leer konsentreer volgens Skinner (1953:183) op waarneembare gedrag en gaan van die veronderstelling uit dat enigeen kan leer as die omstandighede reg en die tyd voldoende is: 'n *stimulus* veroorsaak 'n *respons* (gedrag) wat, indien die leerder se respons of antwoord korrek is, die poging die moeite werd maak en dien as positiewe versterking. As dieselfde leerder met 'n soortgelyke stimulus gekonfronteer word, behoort die gedrag wat versterk is, weer ontlok te word. Straf (negatiewe stimulus) soos dreigemente en misnoeë verminder die moontlikheid van 'n respons en kan negatiewe emosies veroorsaak en sodoende die gedrag versterk wat bedoel was om geëlimineer te word.

Leer, soos gedefinieer deur Skinner (1953), is *atomisties* van aard: leer vind plaas as 'n nuwe stimulus, wat alreeds 'n gegewe respons veroorsaak het, herhaal word. Meer komplekse gedrag kan dus verkry word deur bestaande response saam te bind tot 'n geskikte afhanklike omgewing. Gevolglik word 'n komplekse geheel saamgestel uit gegewe dele.

Skinner (1974:274) probeer denkhandeling by die leerder verklaar in terme van die leeromgewing: die skep van die "regte" *leeromgewing* deur die verskaffing van stimuli sodat behoorlike response veroorsaak kan word, dien as bevordering vir die aanleer van begrippe en vaardighede. Die rol van die *geheue* word dan soos volg geïnterpreteer: die gereelde hersiening van leerinhoud verseker dat response behoue bly en dat die leerder vorige kennis "onthou". Leerders word op hierdie wyse "*gemotiveer*", asook deur vorige versterking van gedrag.

2.3.1.3 Die rol van die behavioristiese benadering in die leer van wiskunde

Volgens Bredo (1997:21) beteken die atomistiese aard van die behavioristiese benadering dat basiese wiskundevaardighede eerste aangeleer word (as dele in isolasie) en meer gekompliseerde vaardighede bloot saamgestel word uit 'n kombinasie van die basiese vaardighede. Hierdie benadering kan baie effektief wees vir die onderrig van byvoorbeeld probleemoplossingsvaardighede (kyk

2.4.4.3.2) aan 'n leerder wat nie 'n komplekse probleem kan oplos nie. Dit beteken egter dat die onderwyser die probleem analiseer en opdeel in kleiner dele - die leerder is dan geneig om die probleemoplossingsproses meganisties na te volg sonder inagneming van die oorsprong van die proses.

Wiskundeleerders word versterk deur die beheer van hul leeromgewings: in selfonderrig-rekenaarprogramme dien die meganiese manipulerings van die studiemateriaal en die vermoë om die tempo van vordering te beheer, as positiewe versterking van 'n leerder (Joyce *et al.*, 2000:321 & kyk 2.3.1.2).

Volgens Schunk (2000:14) word wiskundekennis en -vaardighede op 'n nuwe situasie toegepas (volgens die behavioristiese benadering) as leerders ooreenkomste tussen situasies raaksien (stimuli) en daarop reageer (respons). Gevolglik behoort die onderwyser in die behavioristiese klaskamer genoemde ooreenkomste en algemeenhede uit te wys. Byvoorbeeld, 'n leerder wat leer dat $6 \times 3 = 18$, behoort hierdie vermenigvuldigingsbewerking enige plek te kan toepas, asook daarvan gebruik te kan maak in 'n soortgelyke formaat, byvoorbeeld $36 \times 23 = \dots$.

Dit is volgens Joyce *et al.* (2000:322) algemeen bekend dat sommige leerders blokkasies ondervind wat die leer van wiskunde betref en dat hierdie toestand sogenaamd onveranderbaar is. Baie van hierdie blokkasies is egter aangeleerde afkeure wat leerders kan leer om te beheer. Van die behavioristiese beginsels is deur Tobias (1993, aangehaal deur Joyce *et al.*, 2000:322) gebruik om leerders se negatiewe houdings oor hulself (die blokkasie) as leerders van wiskunde te oorkom. Eerstens word 'n leerder geleer om wiskunde sonder angs te benader, tweedens word die leerder verantwoordelik gehou vir die leer wat plaasvind (konstruktivisties), en laastens word ondersteuningsgroepe gebruik en positiewe sosiale omgewings (behavioristies) waarin wiskunde geleer word, ontwikkel.

2.3.1.4 Kritiek teen die behavioristiese benadering

Uit die voorafgaande gedeeltes is dit duidelik dat leer, volgens die behavioristiese benadering, die “effek” is van die “behandeling” wat onderrig verskaf (Bredo, 1997:22). Daardeur word die rol wat die denke in die leer van wiskunde speel, verwerp deur die navolgers van die behavioristiese benadering. Trouens, dit is onwaarskynlik dat enige denkvaardighede in behavioristiese wiskunde-klaskamers geleer word.

In die behavioristiese wiskundeklaskamer beteken leer om aan die onderwyser se eise te voldoen - die onderwyser definieer leer volgens sy/haar eie terme en ver wag dat leer net op daardie manier plaasvind. Gevolglik is die leerders passief ten opsigte van die stel van doelwitte vir leer (Bredo, 1997:22-23).

Omdat die aanleer van wiskundevaardighede (kyk 2.4.4) in isolasie plaasvind, is daar geen verband tussen 'n spesifieke vaardigheid wat op 'n gegewe stadium aangeleer word en dit wat voorheen aangeleer of op 'n later stadium aangeleer gaan word nie - die opbou en ontwikkeling van vaardighede word sodoende geïnhibeer (Bredo, 1997:22).

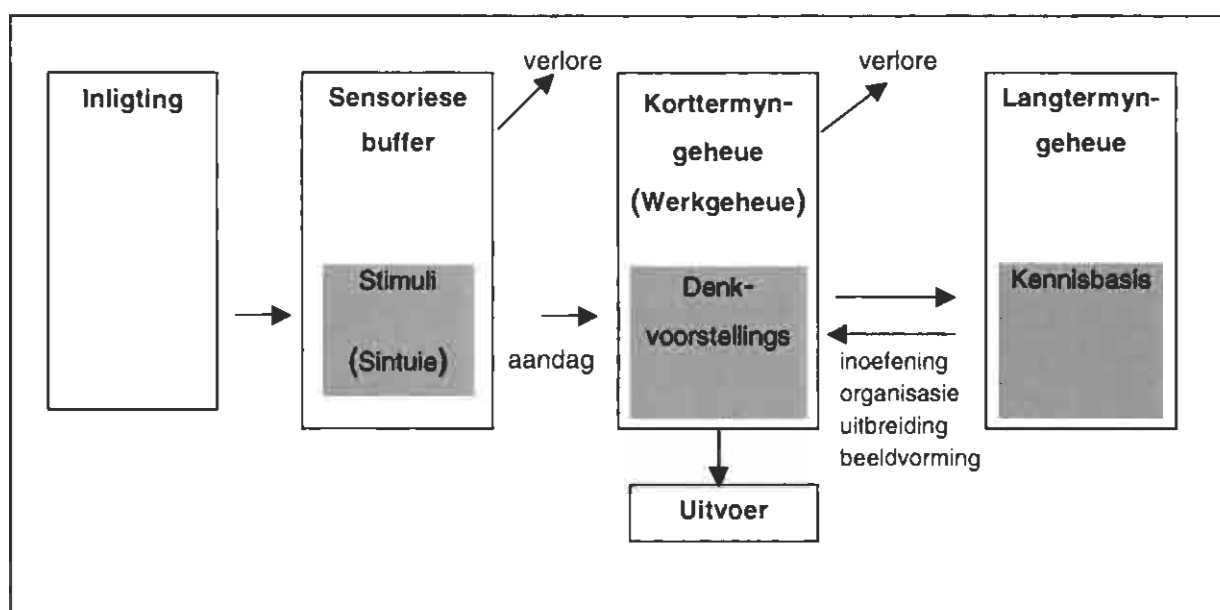
2.3.2 Die kognitiewe benadering tot leer

Die kognitiewe leermodelle wat veral van belang is vir die leer van skoolwiskunde, is dié van Gagné (voorwaardes waaronder leer plaasvind) en die Van Hiele-model vir die ontwikkeling van meetkundedenke.

2.3.2.1 Beginsels waarop die kognitiewe benadering berus

In teenstelling met die behavioristiese standpunt dat alle leer die vorming van assosiasies tussen stimulus en respons behels (kyk 2.3.1.2), is die standpunt van die aanhangers van die kognitiewe benadering dat interne verstandelike prosesse plaasvind (tussenbeide tree) tussen die ontvang van 'n stimulus en die respons daarop (Schunk, 2000:11).

Kognitiewe leerteorieë verduidelik leer in terme van die verandering in kognitiewe prosesse, bekend as inligtingverwerking (Schunk, 2000:24). Volgens Ormrod (2000:225) word inligting ('n stimulus) deur die sintuie waargeneem en in die sensoriese buffer (ook genoem ikoniese geheue) geregistreer. Die sensoriese buffer kan 'n groot hoeveelheid inligting registreer, maar dit net vir 'n kort tydjie (ongeveer 'n sekonde) daar hou. Indien 'n leerder aandag aan van hierdie inligting gee, word dit in die korttermyngeheue (werkgeheue) voorgestel, waar dit dan vir ongeveer 5 tot 20 sekondes kan bly. As inligting nie nou op een of ander manier verbind word aan inligting in die langtermyngeheue nie, gaan dit verlore. Die sensoriese buffer en die langtermyngeheue voorsien die korttermyngeheue van inligting. Aangesien die korttermyngeheue se kapasiteit klein is, plaas dit beperkings op die hoeveelheid "dinkwerk" wat gedoen kan word. Gevolglik is die inhoud van 'n leerder se langtermyngeheue (die kennisbasis) van kritiese belang aangesien van hierdie kennis, soos benodig, na die korttermyngeheue gebring moet word (kyk Figuur 2.1).



Figuur 2.1: Die werking van die geheue (na Ormrod, 2000:225)

Aangesien die kognitiewe benadering tot leer op die inligtingverwerkingsmodel berus, is die volgende onderrigbeginsels van belang: die organisasie van die studiemateriaal, aktiewe betrokkenheid van leerders by onderrig en leer, die

belangrikheid van die leeromgewing en die beginsel dat nuwe leerinhoud behoort aan te sluit by wat leerders alreeds weet (Ertmer & Newby, 1993).

2.3.2.2 Gagné se model

Gagné (1983:21-22) het die inligtingverwerkingsmodel (kyk 2.3.2.1) gebruik om 'n stel voorwaardes vir leer af te lei. Hierdie riglyne sluit *onderriggebeure*, die *leeruitkomste* (die tipe leer wat plaasvind) en *leerhiërargieë* in.

Die *onderriggebeure*, volgens Gagné (1983:285) se model, kan soos volg deur onderwysers uitgevoer word:

- Verkry die leerders se aandag;
- Lig die leerders in ten opsigte van die onderrigdoel;
- Stimuleer die herroep van voorkennis;
- Stel nuwe leermateriaal bekend;
- Voorsien die leerders van riglyne vir leer;
- Ontlok leerhandeling (response);
- Voorsien leerders van terugvoer ten opsigte van die korrektheid van response;
- Evalueer die leerhandeling;
- Bevorder leeroordrag.

Die onderriggebeure kan volgens Gagné (1983:49-50) een of meer van die volgende leeruitkomste, naamlik intellektuele vaardighede, verbale inligting (kennis), kognitiewe strategieë, motoriese vaardighede en houdings tot gevolg hê. Gagné (1983:26) definieer *leeruitkomste* as die handeling wat leerders demonstreer as gevolg van dit wat hulle geleer het. Afhangend van die wyse waarop die onderriggebeure uitgevoer is, is verskillende leeruitkomste moontlik.

Die voorwaardes (intern en ekstern) waaronder leer plaasvind, het volgens Gagné (1983:223) ook 'n invloed op die tipe uitkoms wat bereik word. *Interne voorwaardes* het te doen met voorvereiste vaardighede, kognitiewe prosesse en huidige vermoëns van 'n leerder wat deur die geheue as kennis gestoor word. Die genoemde voorvereiste vaardighede (kyk 2.4.4) word volgens Gagné (1983:142) *hiërargies* georganiseer: Vaardighede is nie lineêr gerangskik nie - soms moet 'n leerder twee of meer voorvereiste vaardighede toepas om 'n hoër-orde-vaardigheid aan te leer sonder dat die voorvereiste vaardighede afhanklik is van mekaar. *Eksterne voorwaardes* waaronder leer plaasvind, is die omgewingstimuli wat 'n leerder se kognitiewe prosesse ondersteun (Gagné, 1983:224).

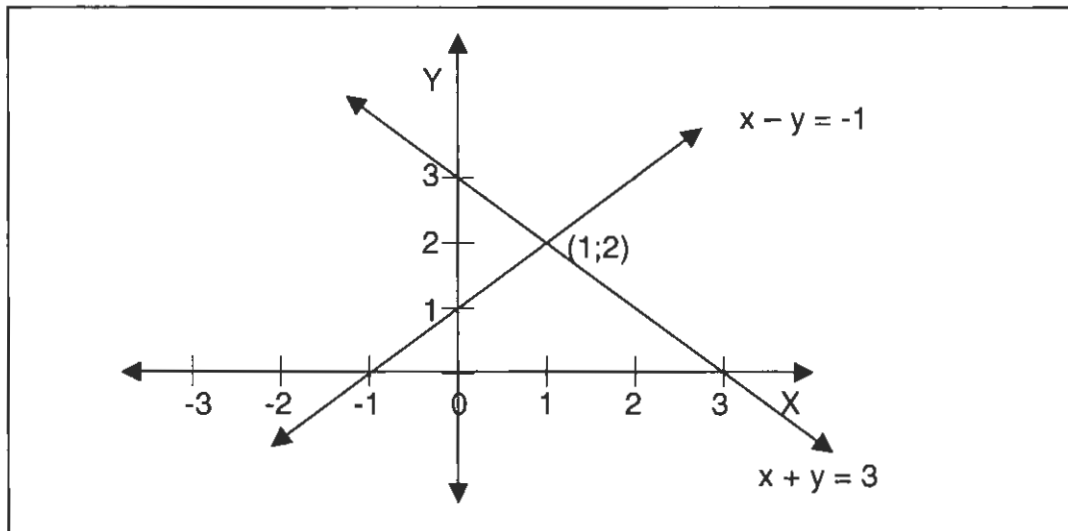
Die leer van skoolalgebra berus, onder andere, op die leermodel van Gagné. Die volgende voorbeeld is 'n illustrasie hiervan: Bereken twee getalle wat aan die volgende vereistes voldoen: die verskil tussen twee getalle is -1, terwyl die som van dié twee getalle 3 is.

Die leerders se *aandag word verkry* en nuwe *leerinhoud word bekendgestel* deur die gee van die probleem. Die onderwyser skep by die leerders die verwagting (*lesdoel of leeruitkoms*) dat die oplos van die probleem te doen het met die gelyktydige oplossing van twee vergelykings. Die leerders gebruik hul kennis van die algebraïese skryfwyse (*voorkennis*) om die verband tussen die twee getalle neer te skryf:

$$x - y = -1$$

$$x + y = 3$$

In die proses om die vergelykings op te los, word *riglyne* heel waarskynlik deur die onderwyser verskaf deur vrae wat gevra word, byvoorbeeld of leerders voorheen al hierdie tipe vergelykings teëgekom het, in watter verband dit was, ensovoorts. *Response* van die leerders word verkry in die sin dat die leerders die vergelykings "herken" as die vergelykings van reguit lyne, wat geteken kan word.



Evaluering vind plaas deur na die getekende grafieke en die uiteindelijke oplossing van die oorspronklike probleem te kyk. Uit die getekende grafieke is dit duidelik dat daar net een punt op die grafiek is wat aan die aanvanklik gestelde voorwaardes vir die twee getalle voldoen.

Leeroordrag kon plaasgevind het toe die onderwyser aan die begin van die les wenke gegee het oor die opstel van die vergelykings (die gebruik van voorkennis). Leeroordrag kan ook plaasvind wanneer leerders in die toekoms gelyktydige vergelykings oplos deur middel van die teken van grafieke.

2.3.2.3 Van Hiele se model vir die ontwikkeling van meetkundedenke

Aangesien leerders se ruimtelike vermoëns, wat deel vorm van ruimtelike visualisering, volgens Clements en Batista (1992:444, 446) belangrik is in hul konstruksie en gebruik van meetkundebegrippe, word eers daaraan aandag gegee voordat die Van Hiele-model vir die ontwikkeling van leerders se meetkundedenke bespreek word. Ruimtelike visualisering is die verstaan en uitvoer van denkbewegings van voorwerpe in twee- en driedimensionele ruimte, byvoorbeeld die voorspelling van hoe 'n driedimensionele figuur sal lyk as die tweedimensionele voorstelling daarvan gevou word. Die twee hoofkomponente van ruimtelike visualisering is ruimtelike vermoëns en ruimtelike oriëntasie. Ruimtelike vermoëns bestaan uit die versameling kognitiewe prosesse

waarmee die voorstelling van ruimtelike voorwerpe, verwantskappe en transformasies gekonstrueer en gemanipuleer word. Ruimtelike oriëntasie is die begrip van en hantering van jou posisie met betrekking tot die posisie van voorwerpe in die ruimte, byvoorbeeld die voorspelling van hoe 'n gevoude papier met 'n gaatjie in een hoek geknip, oopgevou sal lyk.

Volgens Van Niekerk (1997:7) behoort ruimtelike oriëntasie, wat hoofsaaklik 'n driedimensionele ervaring is, in tweedimensionele ruimtelike insig te ontwikkel. 'n Leerder behoort dus eers met die fisiese eienskappe van byvoorbeeld 'n kubus (driedimensioneel) kennis te maak voordat hy/sy in staat is om dit verbaal te beskryf, 'n interne beeld te vorm en dit tweedimensioneel voor te stel. Dit sou beteken dat die leerder 'n "net" ('n tweedimensionele plan van 'n driedimensionele voorwerp) probeer teken sonder om 'n gegewe kubus, gevorm uit papier, te ontvou.

Volgens Piaget en Inhelder (1967, soos aangehaal deur Clements & Batista, 1992:422) word voorstellings van die ruimte gekonstrueer deur aktiewe manipulasie van die spesifieke ruimtelike omgewing. Verder is daar 'n definitiewe volgorde waarin meetkunde-idees (begrippe) progressief ontwikkel in die vorm van verwantskappe. Die volgende vier hoofgedagtes som die model van Piaget en Inhelder op (Van Niekerk, 1997:32):

- Leerders (kinders) se voorstelling van die ruimte is die gevolg van 'n geleidelike internalisering en koördinerings van handeling;e;
- Voorstelling van voorwerpe in die ruimte word geleidelik as interne beelde gestoor deur nabootsing;
- Ruimte-kennis ontwikkel deur stadia of vlakke;
- Ruimte-intelligensie bestaan uit drie klasse ruimteverwantskappe, naamlik topologiese ruimte (verbondenheid, kontinuïteit, geslotenheid), projektiewe ruimte (reglynigheid) en Euklidiese ruimte (afstand, bestaan van hoeke en parallisme).

Leerders konstrueer (vorm) interne beelde van meetkundige vorms gebaseer op hul ervarings, begripstrukture en voortdurende sosiale interaksie. Hierdie beelde is isomorf aan die voorwerpe wat hulle verteenwoordig en kan geïnspekteer, getransformeer en fisies voorgestel word (Clements & Batista, 1992:446).

Die konstruksie van leerders se meetkundekennis ontwikkel volgens Van Hiele se teorie (Van Hiele, 1986:53; Teppo, 1991:210; Clements & Batista, 1992:426-427) deur duidelik onderskeibare vlakke, naamlik die visuele, analitiese of beskrywende, die teoretiese (informeel-deduktiewe), formeel-logiese (formeel-deduktiewe) en die metawiskundige vlak. Hierdie teorie het die volgende kenmerke:

- (1) Leer is nie kontinu nie - vandaar die bestaan van diskrete denkvlakke;
- (2) Die vlakke volg hiërargies op mekaar en leerders vorder slegs van een vlak na 'n volgende (hoër) een as gevolg van leer en onderrig. Onderwysers kan leerinhoude na 'n vorige vlak "verlaag", maar leerders kan nie vlakke systap en nog steeds meetkundebegrippe verstaan nie;
- (3) Begrippe wat implisiet op een vlak verstaan word, word eksplisiet op 'n volgende vlak verstaan. Al word 'n meetkundefiguur byvoorbeeld deur sy eienskappe gekenmerk, is 'n leerder op die visuele vlak nie bewus daarvan nie. Die eienskappe kom eers na vore in die volgende vlak (die analitiese of beskrywende);
- (4) Elke vlak word gekenmerk deur eie taal en simbole.

Volgens Van Hiele (1986:62, 83) word die visuele denkvlak gekenmerk deur globale herkenning van meetkundevorms volgens voorkoms, sonder inagneming van die dele waaruit die vorm bestaan. Leerders sal byvoorbeeld vierkante en reghoeke herken, maar nie besef dat beide vorms regte hoeke het en dat teenoorstaande sye ewe lank is nie.

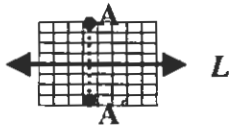
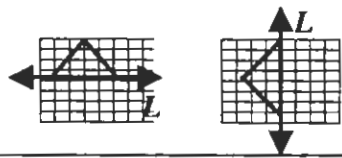
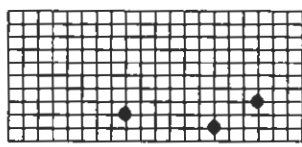
Leerders wat op die beskrywende vlak is, onderskei tussen verskillende vorms as gevolg van die eienskappe daarvan. Een leerder herken byvoorbeeld 'n ruit as 'n vierhoek met vier gelyke sye, terwyl 'n ander leerder 'n reghoek beskryf as 'n figuur met vier regte hoeke en twee pare gelyke sye; twee langer sye is gelyk en ewewydig. Eienskappe van figure word eksperimenteel vasgelê deur waarneming, meting, teken en modellering (Van Hiele, 1986:62-63; Clements & Batista, 1992:427).

Leerders op die informele deduktiewe vlak is in staat om figure hiërargies te klassifiseer in terme van hul eienskappe en is in staat om deur informele argumente hul klassifikasie te regverdig. So is 'n vierkant dan 'n parallellogram wat al die eienskappe van 'n ruit en 'n reghoek het. Soos wat leerders algaande die eienskappe van meetkundefigure "ontdek", ontstaan die behoefte om verskillende figure, met inagneming van hul eienskappe, in families in te deel (Van Hiele, 1986:109; Clements & Batista, 1992:427).

Volgens Brumbaugh, Ashe, Ashe en Rock (1997:300-301) verstaan leerders op die formeel-deduktiewe vlak die rol van aksiomas, reëls, definisies en stellings in meetkunde en is in staat om formele bewyse te konstrueer. Die metawiskundige vlak het met die bestudering van meetkunde in die afwesigheid van verwysingsmodelle te doen, dit wil sê in formele wiskundige stelsels.

Die vordering van een vlak na 'n volgende een is slegs moontlik indien 'n leerder verskillende leeraktiwiteite voltooi terwyl hy/sy deur die volgende leëfases beweeg: inligting, begeleide oriëntasie, uiteensetting (verduideliking), vrye oriëntasie en integrasie (Van Hiele, 1986: 54-55; Clements & Batista, 1992:431; Teppo, 1991:210). Genoemde leëfases word beskryf en geëllustreer in Tabel 2.1 deur die studie van 'n transformasie (refleksie). In dié geval vind voltooiing van die leëfases tydens die vordering van die visuele na die analitiese vlakke plaas.

Tabel 2.1 Leerfasies (Van Hiele, 1986: 54-55)

Fase	Aktiwiteit	Diagramme
Inligting	Leerders demonstreer die refleksie van 'n punt A t.o.v. lyn L.	
Begeleide oriëntasie	Leerders ondersoek die simmetrie van gegewe lyn-segmente t.o.v. lyn L en bepaal watter vorm telkens ontstaan.	
Uiteensetting (verduideliking)	Leerders verduidelik die eienskappe van 'n ruit.	
Vrye oriëntasie (toepassing)	Die vierde hoekpunt van 'n gelykbenige trapesium moet gevind word (verskillende oplossings is moontlik). Leerders verduidelik en bespreek hul oplossings.	
Integrasie	Leerders som op wat hulle geleer het, byvoorbeeld wat lynsimmetrie is en die eienskappe van figure met meer as een simmetrie-as.	

Die meeste junior sekondêre meetkundehandboeke is geskryf vir leerders wat op die informele deduktiewe Van Hiele-vlak is, alhoewel die meeste leerders wat met hoërskoolmeetkunde begin, op die analitiese vlak is (Brumbaugh *et al.*, 1997:302). Gevolglik behoort die wiskunde-onderwyser vas te stel op watter vlak elkeen van die leerders in sy wiskundeklasse is sodat die nodige aanpassings gemaak kan word om almal op die informele deduktiewe vlak te kry.

2.3.2.4 Kritiek teen die kognitiewe benadering

Volgens Bredo (1997:23) het die kognitiewe benadering tot leer ontstaan in reaksie op die behavioristiese benadering (kyk 2.3.1.2). Die kognitiewe revolusie wat in die vyftiger- en sestigerjare ontstaan het, het die uiterlik sigbare gedrag van 'n leerder (volgens die behavioristiese fokus) intern in die brein van die leerder gesimuleer en dit probleemoplossing genoem. Denkhandeling (probleemoplossing) is egter losstaande van die aanvanklike stimulus en

uiteindelijke respons gesien (kyk 2.3.1.2 & Bredo, 1997:30) en het aanleiding tot passiewe leer gegee. Geen werklike redenering het plaasgevind nie en probleemoplossing het in die manipulering van simbole verander. Die grootste kritiek teen die kognitiewe benadering is dan ook dat die leerder soos 'n rekenaar geword het – die leerder ontvang insette (“inputs”) en produseer uitsette (“outputs”) sonder dat die omgewing en ander leerders 'n invloed het op die leerder (Bredo, 1997:31). Genoemde kritiek het nie betrekking op die Van Hiele-teorie vir die ontwikkeling van meetkundedenke nie.

2.3.3 Die konstruktivistiese benadering tot leer

Die konstruktivistiese benadering tot leer is 'n kognitiewe benadering (kyk 2.3.2) waarvolgens die leerhandeling in die verstand (geheue) plaasvind, in teenstelling met die behavioristiese benadering (kyk 2.3.1) wat die invloed van die omgewing op die leerder beklemtoon (Williams, 1997:349).

2.3.3.1 Kenmerke van die konstruktivistiese benadering tot leer

Volgens Williams (1997:349) berus die konstruktivistiese benadering op die veronderstelling dat individue aktiewe leerders is en die meeste van wat hulle leer en verstaan, self konstrueer. Die ontwikkeling en verfyning van vaardighede en kennis vind in interaksie met ander leerders en omstandighede plaas.

As gevolg van verskillende beskouings van hoe die leerder kennis konstrueer, kan tussen verskillende konstruktivistiese benaderings tot onderrig en leer onderskei word (Williams, 1997:349). Schunk (2000:230-231) onderskei tussen endogene, eksogene en dialektiese konstruktiewisme. Endogene konstruktiewisme werk met die veronderstelling dat kennis afkomstig is van voorkennis en nie direk van interaksie met die omgewing nie. Volgens die endogene konstruktiewisme ontwikkel kennis deur middel van kognitiewe abstraksie in 'n algemeen voorspelbare volgorde. Piaget se teorie van kognitiewe ontwikkeling is 'n voorbeeld hiervan. Eksogene konstruktiewisme, in teenstelling met endogene konstruktiewisme, beklemtoon die invloed van die eksterne wêreld op die vorming

van kennisstrukture. Kennis is akkuraat in die mate waartoe die eksterne realiteit daardeur gereflekteer word. Dialektiese konstruktiewisme (ook bekend as sosiaal-konstruktiewisme) lê tussen bogenoemde twee uiterste benaderings. Die konstruksie van kennis, volgens die sosiaal-konstruktivistiese benadering, is nie hoofsaaklik die gevolg van denkhandeling of van die invloed van die eksterne wêreld nie - dit reflekteer eerder die uitkomst van konflikterende denkhandelinge as gevolg van interaksie met die omgewing (Cobb, 1994:13).

Konstruktiewisme bied 'n model vir verduideliking van hoe wiskunde geleer word (Cobb, 1988:87; 1994:13) en kan teruggevoer word na die werk van Piaget (endogene konstruktiewisme; kyk ook 2.3.3.2) en die interpretasie wat Von Glasersfeld daaraan gegee het (radikale konstruktiewisme; kyk ook 2.3.3.3).

2.3.3.2 Piaget se benadering tot kognitiewe ontwikkeling

Volgens Piaget (1968:103) is kognitiewe ontwikkeling afhanklik van die volgende vier faktore: biologiese rypwording, ervaring met die fisiese omgewing, ervaring met die sosiale omgewing en ewilibreering (assimilasie en akkommodasie). Ekwilibreering koördineer die werking van die eerste drie faktore en bring die interne verstandelike strukture en die eksterne omgewingswerklikheid in harmonie met mekaar (Piaget, 1968:103).

'n Leerder ontwikkel kognitief deur verskillende stadia in 'n algemeen voorspelbare volgorde (Piaget, 1968:4). Elke stadium word gedefinieer deur die leerder se siening van die wêreld. In die sensories-motoriese stadium (vanaf geboorte tot ongeveer 2 jaar) is 'n kind se begrip van die wêreld om hom in sy dag-tot-dag handelinge geleë. (Piaget, 1968:10). Vanaf 2-7 jaar is die leerder se denkontwikkeling in die voor-operasionele stadium wat deur onomkeerbaarheid in denke gekenmerk word. Leerders kan ook net op een dimensie van 'n saak op 'n keer konsentreer. Dit beteken dat as 'n leerder op byvoorbeeld die lengte van 'n voorwerp konsentreer, dit onmoontlik is om op die diepte daarvan ook te konsentreer. Leerders steun sterk op dit wat hulle op 'n gegewe oomblik "sien" alhoewel hulle in staat is om hulself in die toekoms in te dink en te reflekteer op

dit wat reeds gebeur het (Piaget, 1968:30). In die konkreet-operasionale stadium (ongeveer 7-12 jaar) word leerders se denkprosesse omkeerbaar. Leerders maak nou op vorige ervarings staat en nie soseer op die perseptuele nie. Trouens, leerders ontwikkel abstrakte redeneringsvermoëns en die vermoë om vanuit konkrete gebeurtenisse te veralgemeen (Piaget, 1968:41, 62). Die formeel-operasionale stadium strek vanaf ongeveer 12 jaar tot en met volwassenheid. Leerders is in staat om in terme van veelvoudige dimensies te dink en abstrak te redeneer, byvoorbeeld om formele stellings in die Euklidiese meetkunde te kan bewys (Piaget, 1968:63).

Die vordering van een stadium na 'n volgende vind geleidelik plaas deur middel van die proses van ewilibrering: as leerders gekonfronteer word deur nuwe en onbekende eienskappe van hulle omgewing, wat nie inpas by hul huidige siening (oortuigings) van die wêreld nie, ontstaan kognitiewe konflik (disewilibrium). Die leerder probeer hierdie disewilibrium oplos deur assimilasie (die leerder inkorporeer nuwe ervarings by sy/haar bestaande siening van die wêreld) of akkommodasie (die verandering van 'n eie siening van die wêreld om nuwe ervarings te inkorporeer) (Piaget, 1968:103).

Piaget (1968:81) het geglo dat elke leerder sy/haar eie kennis (fisiese, sosiale en logiese) konstrueer na aanleiding van leerervarings wat leerders vir hulself geïnisieer het. Hieruit kan afgelei word dat Piaget se teorie konstruktivisties van aard is. Die veronderstelling is dat leerders kennis (fisiese, sosiale en logiese) verwerf deur interaksie met die omgewing mits die geleenthede daartoe bestaan. Fisiese kennis het met die aard van materie te doen, byvoorbeeld dat katoen sag is sag, metaal hard is, ensovoorts. Daarenteen word sosiale kennis verwerf deur vrye interaksie met ander mense in die omgewing, byvoorbeeld dat mense mekaar groet as hulle mekaar sien. Logiese kennis het weer met wiskunde en logika te doen.

Ormrod (2000) som Piaget se basiese aannames ten opsigte van kinders (leerders) se kognitiewe ontwikkeling soos volg op:

- Kinders is aktiewe en gemotiveerde leerders;
- Kognitiewe ontwikkeling kan net plaasvind nadat sekere geneties-beheerde neurologiese veranderings plaasgevind het;
- Kognitiewe ontwikkeling hang af van die leerder se interaksie met sy/haar fisiese en sosiale omgewing;
- Kognitiewe ontwikkeling verloop deur vier kwalitatief verskillende stadia;
- Leerders leer deur assimilasie en akkommodasie;
- Ekwilibrering dra by tot die ontwikkeling van komplekse denkvlakke;
- Met verloop van tyd word leerders se kennis van die wêreld meer geïntegreerd en georganiseerd.

Aangesien die oorgang van die konkreet-operasionele na die formeel-operasionele stadium van toepassing is op hierdie studie, word spesifieke aandag daaraan gegee, asook aan elke stadium.

Die leerder in die konkreet-operasionele stadium se vertrekpunt in die uitvoer van bewerkings behoort volgens Piaget (1968:62) 'n reële stelsel van konkrete voorwerpe en verbande wat die leerder raaksien, te wees. So kan die invoer van die begrip vermenigvuldiging (bv. 6×2) deur die uitpak van tellers en die groepering daarvan plaasvind. Omkeerbaarheid van die vermenigvuldigingsbewerking word geïllustreer in die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging ($6 \times 2 = 2 \times 6$). Die oorgang na die formeel-operasionele stadium word gekenmerk daardeur dat die leerder hom/haar losmaak van die staatmaak op direkte persepsies en aksies. Gevolglik behoort 'n leerder in die formeel-operasionele stadium in staat te wees om probleme op 'n vlak wat bokant konkrete ervarings verhef is, op te los. Die adolessent as leerder redeneer op die basis van formele veronderstellings; hy/sy is in staat om vas te stel of 'n veronderstelling waar of vals is en gevolgtrekkings te maak indien die veronderstelling waar sou wees (Bybee & Sund, 1982:139-140).

Wiskunde vereis van leerders om op 'n spesifieke kognitiewe vlak te handel (Bybee & Sund, 1982:255). In hoërskoolalgebra en -meetkunde moet leerders byvoorbeeld formele redenering op 'n hoë vlak kan doen. Van die probleme wat hierdie leerders oplos, vereis formele berekenings. As 'n leerder nie so 'n probleem kan oplos nie, behoort die onderwyser vas te stel of die rede daarvoor 'n gebrek aan kognitiewe ontwikkeling is, en onderrig daarvolgens aan te pas.

2.3.3.3 Die radikaal-konstruktivistiese benadering tot leer

Die radikale konstruktivisme, soos deur Von Glasersfeld (1989) beskryf, het van Piaget se teorie (2.3.3.2) af wegbeweeg. Von Glasersfeld se benadering is radikaal omdat geredeneer word dat die omgewing (die werklikheid) onbekend is en dat 'n mens nooit weet of dit wat jy as die werklikheid ervaar enigiets anders as jou eie konstruksie daarvan is nie (Yager, 1991:54).

Von Glasersfeld (1989:162-163) se benadering verskil van die behavioristiese benadering (vergelyk 2.3.1.2) op grond daarvan dat kennis nie passief ontvang word deur 'n leerder nie, hetsy deur die sintuie of kommunikasie nie, maar aktief opgebou (gekonstrueer) word. Kennisstrukture word gevorm en geslyp deur die lewensvatbaarheid daarvan te toets aan die wêreld. Alhoewel Von Glasersfeld (1992:381) leer as kognitiewe selforganisasie definieer, erken hy dat dié konstruktiewe aktiwiteit plaasvind wanneer 'n leerder in interaksie tree met ander leerders.

Volgens Cobb (1994:16-17) blyk dit dat Von Glasersfeld die aktiwiteite van die leerder tydens die konstruksie van nuwe wiskundebegrippe as kultureel gesetel sien. Trouens, die begeleide deelname aan kulturele aktiwiteite (in hierdie geval wiskunde-aktiwiteite) vorm die agtergrond waarteen kognitiewe selforganisasie van leerders plaasvind. Kognitiewe selforganisasie sluit ook konseptuele herorganisasie in. Tydens 'n praktiese aktiwiteit waar leerders pizzas op 'n regverdige manier moes verdeel, het die wiskunde-onderwyser byvoorbeeld die leerders bekendgestel aan konvensionele breukenotasie na aanleiding van die verskillende wyses waarop leerders die verdeling gedoen het. Die leerders is in

staat om die handeling van die onderwyser te interpreteer binne die konteks van die praktiese aktiwiteit waarmee hul besig is, om sodoende die begrip “breuk” te konstrueer.

2.3.3.4 Die sosiaal-konstruktivistiese benadering tot leer

Die sosiokulturele perspektief oor leer, soos deur Vygotsky (1978) voorgestel, beklemtoon die belangrikheid van sosiale interaksie met andere met meer kennis en die rol van kultuurontwikkelde stelsels as psigologiese hulpmiddels tot die ontwikkeling van die denke (Cobb, 1994:13-14). Hiervolgens is die denke gesetel in die sosiale handeling van die individu en die ontwikkeling daarvan ingebed in bestaande kulturele praktyke. Die sosiaal-konstruktivistiese benadering verskaf inligting oor voorwaardes vir leer, terwyl die konstruktivistiese benadering fokus op die leerder se aktiewe konstruksie van kennisstrukture. Gevolglik komplementeer die sosiokulturele en die konstruktivistiese benaderings tot leer mekaar. Volgens Franke en Grouws (1997:309) speel die konstruktivistiese en die sosiokulturele benadering aanvullend tot mekaar 'n rol in die onderrig en leer van wiskunde (verder word daarna verwys as sosiaal-konstruktivisme).

Volgens Williams (1997:351) is daar 'n sterk onderstroom van die sosiaal-konstruktivisme in die hervormingsbeweging in wiskunde-onderwys. Beskouings oor wiskunde wat na vore kom as gevolg van 'n veranderende wêreld, byvoorbeeld die gebruik van rekenaar-tegnologie in die leer van wiskunde en dat wiskunde as gereedskap gebruik kan word om die wêreld om ons beter te kan verstaan en te beheer, is ook deel van hierdie hervormingsbeweging.

2.3.3.5 Leer as probleemoplossing

Polya is die wiskundige wat die wydste bekend is vir sy konseptualisering van wiskunde as probleemoplossing en vir die stel van probleemoplossing as die fokus vir wiskunde-onderrig (Schoenfeld, 1992:339). Probleemoplossing geskied volgens Polya (1973:5-15) in vier fases, naamlik:

- (1) die verstaan van die probleem (wat is die onbekende?, wat is gevra?, wat is die voorwaardes?);
- (2) die maak van 'n plan om die probleem op te los (het jy al vantevore 'n soortgelyke probleem gesien?, kan jy die probleem op 'n ander manier stel?);
- (3) die uitvoer van die plan (is die metode wat jy gekies het, korrek?, toets elke stap); en die
- (4) terugkyk ("looking back") nadat die probleem opgelos is (evaluering van die oplossing, kan jy hierdie resultaat ook op 'n ander manier kry?).

Die meeste formulerings van 'n probleemoplossingsraamwerk vir wiskunde toon ooreenkomste met dié van Polya (Fernandez, Hadaway & Wilson, 1994:196), soos uit die volgende bespreking duidelik behoort te wees.

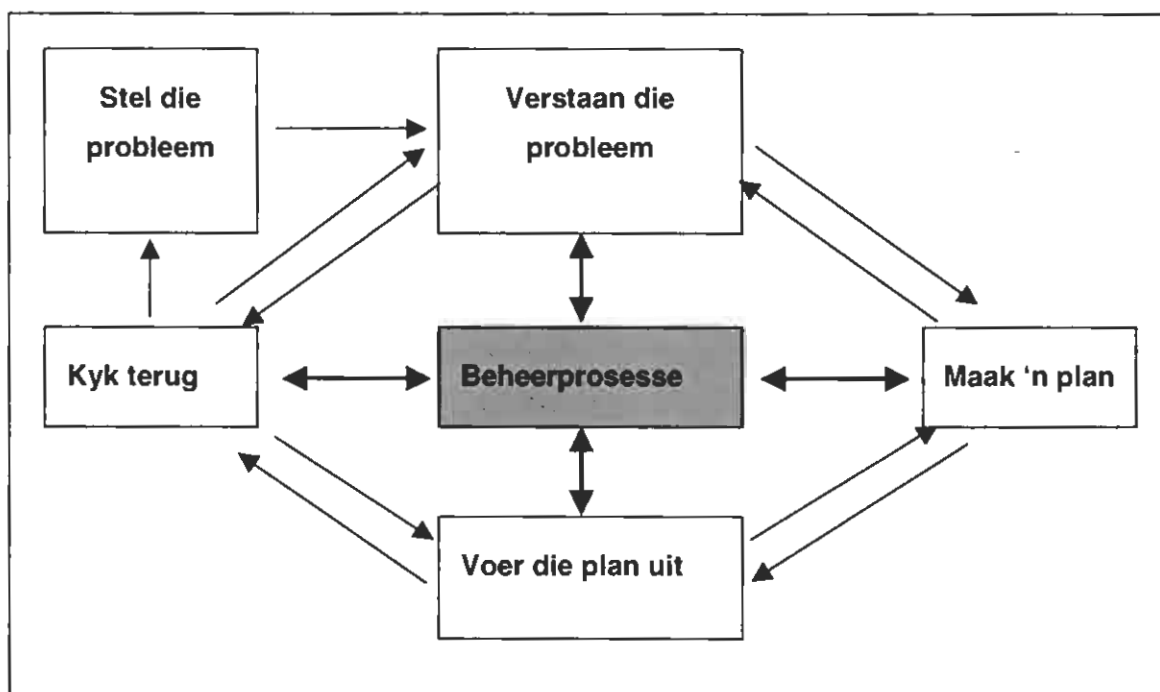
Schuell (1989:104-107) beskou betekenisvolle leer van wiskunde as 'n aktiewe, doelgeoriënteerde, konstruktiewe, kumulatiewe en selfgereguleerde proses wat oor 'n tydperk plaasvind. Leer word die beste beskryf in terme van probleemoplossing: leerders moet eers die probleem kan identifiseer (bewus wees van die bestaan daarvan) voordat hulle betrokke raak in toepaslike probleemoplossingsaktiwiteite. Vervolgens behoort leerders tussen relevante en irrelevante inligting te kan onderskei in die proses om die probleem te verstaan. Nadat leerders geskikte strategieë (vergelyk 2.4.5.1) geïdentifiseer het, gebruik hulle hierdie strategieë om die probleem op te los. Tydens die probleemoplossingsproses is leerders verantwoordelik vir die uitvoer en beheer van hul handeling.

Tydens die toepassing van Polya se model in die opleiding van wiskunde-studente op kollegevlak, het Schoenfeld (1992:355) die volgende opgemerk: Nadat die studente 'n probleem gelees het, het hulle vinnig 'n benadering (metode) gekies waarmee hulle die probleem wou oplos. Die studente het met hul metode volhard vir die volle tyd wat toegelaat is vir die probleemoplossessie, al het dit gelyk asof hulle in 'n doodloopstraat was. Toe hulle na die tyd gevra is

hoe die benadering wat hulle gekies het, hulle sou help om die probleem op te los, het hulle nie geweet nie. Aangesien die gedrag van hierdie studente redelik tipies is van wat in wiskundeklaskamers op skoolvlak gebeur, is die wyse waarop te werk gegaan is om die handeling van die studente te ondervang, van die uiterste belang. Schoenfeld (1992:356) het begin om tydens die probleemoplossingsessie vrae te vra soos: Wat is jy besig om te doen? Hoekom doen jy dit? Hoe help dit jou?, om die studente bewus te maak daarvan dat hulle selfregulerend (kyk 2.4.6.2) behoort op te tree. Namate studente daarin geslaag het om hul probleemoplossingsprosesse beter te beplan, beheer, kontroleer en evalueer, het sukses in probleemoplossing nie uitgebly nie.

Masingila en Moellwald (1993:245) het die model van Polya aangepas vir gebruik in die leer van hoërskoolmeetkunde. Die eerste fase (verstaan die probleem) is vervang met besluitneming deur die onderwyser ten opsigte van watter probleem geskik is vir die leerders om op te los. Die maak van 'n plan (fase twee van Polya) sluit nou ook die onderwyser se refleksie op die probleem en verskillende maniere om dit op te los, in. Tydens die derde fase moet die leerders eers seker maak dat hulle die probleem verstaan voordat hulle een van die maniere wat aan die hand gedoen is, gebruik om die probleem op te los. Die vierde fase verloop dieselfde as Polya s'n. Hierdie model kan gebruik word om 'n werklikheidsgetroue probleem in die meetkundeklas op te los (Masingila & Moellwald, 1993:246). In die besluitnemingsfase kies die onderwyser dan 'n probleem waarin die leerders hul begrip van die meetkunde wat pas afgehandel is, moet toepas en ontwikkel. Gedurende hierdie fase word die leerders betrek deur hulle te vra om werklikheidsgetroue probleme te identifiseer en dit onder die klas se aandag te bring. In die tweede fase beskou die onderwyser verskillende benaderings tot die oplossing van die probleem, met inagneming van probleme wat leerders ondervind het in die vorige werk. Die leerders los nou die probleem volgens een van die benaderings op. Tydens die evalueringsfase word gereflekteer op die verskillende oplosmetodes wat leerders gebruik het.

Volgens Fernandez *et al.* (1994:196) het Polya (1973) probleemoplossing voorgestel as 'n liniêre proses waartydens leerders spesifieke fases (stappe) moet voltooi om by 'n korrekte antwoord uit te kom. Die beheer of bestuur van hierdie fases, naamlik selfregulering (kyk 2.4.6.2), word egter geïgnoreer (alhoewel dit dwarsdeur die fases gesuggereer word). Fernandez *et al.* (1994:196) stel dus 'n dinamiese en sikliese interpretasie van Polya se raamwerk voor (Figuur 2.2).



Figuur 2.2: Die dinamiese en sikliese aard van probleemoplossing (Fernandez *et al.*, 1994:196)

2.3.3.6 Kritiek teen die konstruktivistiese benadering

Ten spyte van die populariteit van die konstruktivistiese benadering gedurende die laat negentigerjare van die vorige eeu, word die volgende vrae ten opsigte van die beginsels en praktyke van die konstruktivistiese benadering gestel en bespreek (Roblyer & Edwards, 2000:68):

- *Hoeveel voorkennis is nodig?*

Konstruktivistiese benaderings ten opsigte van wiskunde-onderrig vereis van leerders om komplekse probleme op te los (kyk 2.3.3.5). Dit is egter moontlik dat leerders, hoe gemotiveerd hulle ook al mag wees, nie oor die voorkennis beskik om sulke probleme op te los nie (Tobias, 1991:42).

- *Watter wiskundevaardighede is aangeleer?*

Die aanleer van vaardighede beïnvloed die leer van wiskunde (kyk 2.4.4.2). Aangesien leerders dikwels in groepe werk (kyk 3.3.3.3), bemoeilik dit die taak van die onderwyser om vas te stel oor watter vaardighede elke leerder beskik (Reigeluth, 1991).

- *Word wiskundevaardighede toegepas op praktiese situasies?*

Dit word veronderstel dat leerders die vaardighede (veral die probleemoplossingsvaardighede) wat hulle in die wiskundeklas leer, op probleme in die werklike lewe toepas. Die vraag wat gevra word, is tot watter mate dit werklik plaasvind (Tobias, 1991).

- *Is leerders in staat om die mees effektiewe leerstrategieë te kies?*

Tydens die voltooiing van wiskundetake (kyk 2.4.3) besluit leerders self oor die strategieë wat hulle wil aanwend om 'n probleem op te los (kyk 2.3.3.5 & Tobias, 1991). Leerders leer dikwels die minste as hulle strategieë gebruik waarvan hulle die meeste hou.

2.4 FAKTORE WAT DIE LEER VAN WISKUNDE BEÏNVLOED

Verskillende faktore beïnvloed die leer van wiskunde (Klauer, 1988:354). Hierdie faktore is nie onafhanklik van mekaar nie, maar hang ten nouste met mekaar saam. Alhoewel elke faktor afsonderlik bespreek word, word waar van toepassing na die samehang daarvan verwys.

2.4.1 Die wiskundeleerder se kennis

Die wiskundeleerder se kennis is nie beperk tot die kennis van wiskunde-inhoude (kyk 2.4.1.1) nie, maar sluit ook kennis ten opsigte van hom-/haarself as leerder in (kyk 2.4.1.2), die uitvoer van wiskundetake (kyk 2.4.3), die kies en gebruik van wiskundeleerstrategieë (kyk 2.4.5) en die toepas van wiskundevaardighede (kyk 2.4.4) (Weinstein & Meyer, 1991:18-19).

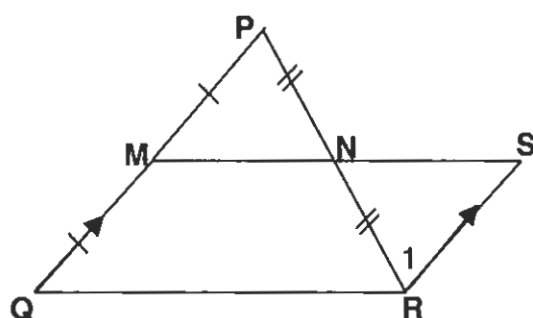
2.4.1.1 Wiskundekennis

Wiskundekennis word volgens Eisenhart, Borko, Underhill, Brown, Jones en Agard (1993:9) verdeel in konseptuele- (verklarende) en prosedurekennis. Alhoewel voorwaardekennis nie eksplisiet gedefinieer word nie, word dit geïmpliseer (soos uit die onderstaande voorbeeld oor breuke blyk). Prosedurekennis van wiskunde is die kennis van die standaardalgoritmes en reëls in wiskunde wat gebruik kan word in die uitvoer van wiskundetake. Konseptuele kennis verwys na die kennis van die onderliggende struktuur van wiskunde - die verwantskappe en onderlinge verbindings wat wiskunde-prosedures verduidelik en betekenis daaraan gee. 'n Leerder met 'n prosedurekennis van die deling van breuke sal byvoorbeeld weet watter stappe om in die deelproses te volg, met ander woorde om te vermenigvuldig met die omgekeerde van die deler. Konseptuele kennis van die deling van breuke kan weer die volgende insluit: die aard van die spesifieke breuke, die verband tussen vermenigvuldiging en deling en verskillende betekenis van deling (Eisenhart *et al.*, 1993:10). 'n Leerder verstaan wiskunde as die leerder in staat is om die prosedure en die konseptuele kennis waarop dit gebaseer is, met mekaar in verband te bring (voorwaardekennis word gebruik), om sodoende die prosedure deel te maak van 'n groter netwerk (Hiebert & Carpenter, 1992:78).

Kennisnetwerke word geleidelik opgebou wanneer nuwe inligting in verband gebring word met bestaande kennisnetwerke, of as nuwe verbande gekonstrueer word na aanleiding van ooreenkomste of verskille of waar een idee of feit as 'n spesiale geval van 'n ander een gesien word (Hiebert & Carpenter, 1992:73). 'n

Voorbeeld waar ooreenkomste gebruik word, is die vereenvoudiging van 'n algebraïese uitdrukking soos $3x+5x$, wat vir 'n leerder wat die distributiewe eienskap van die heelgetalle gebruik, geen probleem behoort te verskaf nie. Die vereenvoudiging word dan soos volg gedoen: $3x+5x = (3+5)x = 8x$. 'n Leerder wat nie weet wanneer en hoe om die distributiewe eienskap vir heelgetalle in vereenvoudigings van algebraïese uitdrukkings te gebruik nie, maak foute soos die volgende: $3x+5y$ word vereenvoudig na $8xy$ (Hiebert & Carpenter, 1992:73). Só 'n leerder het nie die voorwaardekennis vir die gebruik van die distributiewe eienskap nie.

Die konstruksie van wiskundekennis (die leer van wiskunde) deur middel van netwerkvorming steun op die inligtingverwerkingsmodel (Schoenfeld, 1992:350-351; kyk ook Figuur 2.1, 2.3.2.1). Volgens Ormrod (2000:225) en Schoenfeld (1992:351) reageer 'n leerder op inligting, byvoorbeeld die oplos van die volgende meetkundeprobleem:



QR = 10 mm, PM = MQ, PN = NR,
PQ//SR en SR = 4 mm. PNR is 'n
reguit lyn.

- Bereken MN.
- Bereken PQ.

Die meetkundefiguur word deur die sintuie (oë) waargeneem en geregistreer in die sensoriese buffer. Indien die leerder aandag gee aan van die inligting wat gegee is, byvoorbeeld dat PQ//SR, word dit in die werkgeheue voorgestel. Hierdie inligting het slegs waarde as dit verbind word aan inligting in die langtermyngeheue: verwisselende binnehoeke P en R_1 wat gevorm word as die ewewydige lyne PQ en SR deur 'n snylyn MS gesny word, is gelyk aan mekaar. As die leerder weer na die figuur kyk, kan die driehoeke ($\triangle PMN$ en $\triangle SRN$) waargeneem en voorgestel word in die werkgeheue. Die leerder se kennis ten opsigte van driehoeke, byvoorbeeld voorwaardes vir kongruensie, kan nou uit die

langtermyngeheue onttrek word. Die probleem word op hierdie wyse in die werkgeheue opgelos.

Volgens Schoenfeld (1992:351) vind metavlakprosesse soos selfregulering (kyk 2.4.6.2) in die korttermyngeheue plaas. 'n Leerder se wiskundekennis, metakognitiewe kennis (kyk 2.4.6.1), oortuigings oor wiskunde en die self, asook kennis van die werklikheid, is in die langtermyngeheue geberg.

2.4.1.2 Kennis van die self as leerder

'n Wiskundeleerder behoort, volgens Weinstein en Meyer (1991:18-19) en Weinstein en Van Mater Stone (1993:32), bewus te wees van hom-/haarself as leerder, byvoorbeeld: Is wiskunde maklik of moeilik om te leer? Watter tyd van die dag is die beste/slegste om te leer? In watter gedeeltes van die wiskunde stel die leerder meer/minder belang? Watter kennis het die leerder van studie- en leerstrategieë en met watter studie- en leerstrategieë is die leerder gemaklik? Wat is die leerder se mikpunte (doelwitte) met die leer van wiskunde?

2.4.2 Vermoëns ten opsigte van wiskunde

Geary (1995, aangehaal deur Schunk, 2000:284, 285), onderskei tussen biologies-primêre en biologies-sekondêre vermoëns. Primêre vermoëns (ook ten opsigte van wiskunde) word in baie voorskoolse leerders opgemerk en word ontwikkel deur byvoorbeeld die speel van wiskundeverwante speletjies. Spel word oor kulture heen aangetref en voorskoolse kinders speel dikwels getalspeletjies wat met tel te doen het. Gevolglik toon voorskoolse leerders toenemende bevoegdheid ten opsigte van optel- en aftrekbewerkings. Sekondêre wiskundevermoëns is die gevolg van onderrig en sosiale interaksies in die wiskundeklaskamer (Cobb, 1994:18).

Sommige leerders is oortuig dat hul vermoëns ten opsigte van wiskunde relatief vas en stabiel is en met tydsverloop nie veel verander nie - indien 'n leerder sy/haar "limiet" bereik, is daar ten spyte van pogings wat aangewend word, geen verdere verbetering in prestasie nie. Sodanige leerders is oortuig daarvan dat die

leer van wiskunde nie hul vermoëns ten opsigte van wiskunde sal verbeter nie (Ames & Archer, 1987). Ander leerders, daarenteen, is oortuig daarvan dat wiskundevermoëns kan verander en toeneem as gevolg van die pogings wat hulle (die leerders) aanwend tydens leerervarings. Hierdie leerders is oortuig dat hul vermoëns geen limiet het nie - hul streef steeds na beter prestasie deur middel van harde werk.

Volgens McLeod (1992:585) beïnvloed leerders se wiskundevermoëns hul prestasie in die mate waartoe hulle hul prestasie toeskryf aan hul vermoëns. Indien leerders hul goeie prestasie toeskryf aan harde werk (om sodoende die wiskunde te verstaan), om uitdagings die hoof te bied en te vorder, behaal hierdie leerders sukses. Indien leerders hul sukses ten opsigte van wiskunde aan hul vermoëns toeskryf, is sulke leerders die meeste van die tyd eerder ingestel op goeie punte as om die wiskunde te verstaan.

2.4.3 Die wiskundeleertaak

2.4.3.1 Beskrywing van wiskundeleertake

Volgens Doyle (1983:161) kan die wiskundekurrikulum as 'n versameling van wiskundetake beskou word. Verskillende soorte take skep verskillende geleenthede vir die leer van wiskunde.

'n Wiskundetaak is 'n klaskameraktiwiteit met die doel om 'n spesifieke wiskunde-idee by leerders te ontwikkel (Stein, Grover & Henningsen, 1996:459-460). Wiskundetake waarin leerders betrokke raak, bepaal egter nie net die wiskundebegrippe wat geleer word nie, maar beïnvloed ook leerders se siening, ontwikkeling, gebruik en begrip van wiskunde. Stein *et al.* (1996:459) onderskei in hul wiskundetaakraamwerk tussen drie fases waardeur wiskundetake verloop, naamlik die take soos dit in die onderrigmateriaal voorkom (fase 1), take soos deur die onderwyser gegee ten einde sekere doelwitte te bereik (fase 2) en die uitvoer van die take deur leerders (fase 3).

Blumenfeld, Mergendoller en Swarthout (1987:138) onderskei op hulle beurt tussen die inhoud en die vorm van 'n leertaak.

2.4.3.2 Inhoud van wiskundeleertake

'n Noodsaaklike element van enige taak is die inhoud daarvan (Blumenfeld *et al.* 1987:137). Die inhoud sluit die doelwitte wat leerders veronderstel is om te bereik, sowel as die leerinhoud in. Hierdie definisie stem ooreen met wiskundeleertake (leerinhoud) wat deur die onderwyser gegee word ten einde sekere doelwitte te bereik (fase 2, kyk 2.4.3.1). Take kan wissel van 'n eenvoudige taak soos die opdrag om 'n roetine probleem op te los, tot 'n meer uitgebreide taak met mondelinge verduidelikings en skriftelike uiteensetting van die resultate (Stein & Smith, 1998:269). 'n Eenvoudige taak is byvoorbeeld om Pythagoras se stelling te gebruik om die lengte van die ontbrekende sy van 'n reghoekige driehoek te bereken. 'n Moeiliker taak sou wees om die lengte van 'n sy van 'n vierkant te bereken as die hoeklyn 10 m is. In die eerste taak word Pythagoras se stelling direk toegepas, terwyl die leerders in die tweede taak, nadat die eienskappe van 'n vierkant toegepas is, Pythagoras se stelling gebruik om die lengte van die sy van die vierkant te bereken.

Verskillende leerdoelwitte vereis verskillende vlakke van kognitiewe verwerking en voorvereiste vaardighede. Leerders se vertroudheid met die leerinhoud, die moeilikheidsgraad van die leerinhoud en leerders se persepsie van die spesifieke vermoëns wat 'n spesifieke leertaak vereis, is enkele van die faktore wat leerders se reaksie op sodanige leertake beïnvloed (Stein *et al.*, 1996:459-460, Blumenfeld *et al.*, 1987:136, 137).

Kognitiewe eise wat aan die leerder gestel word deur 'n leertaak, kan wissel van blote memorisering en die gebruik van prosedures en algoritmes (laerorde-vaardighede), sonder inagneming van onderlinge betekenis en verbande, tot die gebruik van komplekse denk- en redeneringsvaardighede soos die oplos van nie-roetine probleme, soek van patrone, maak en toets van veronderstellings en die gebruik van algoritmes/formules/prosedures met inagneming van onderliggende

betekenis en verbande (hoërorde-vaardighede) (Blumenfeld *et al.*, 1987:140-141; Stein *et al.*, 1996:460-462).

Volgens Stein en Smith (1998:270) verskil 'n wiskundetaak, soos dit in die kurrikulum of in 'n handboek voorkom (fase 1), soms aansienlik van hoe die taak deur die onderwyser aan leerders gegee word (fase 2), wat weer kan verskil van die wyse waarop die leerder die spesifieke taak interpreteer en uitvoer (fase 3). Dit kan dus gebeur dat 'n taak wat veronderstel was om hoë kognitiewe eise aan die leerder te stel, deur die leerder op 'n laer kognitiewe vlak uitgevoer word.

Wat egter nie uit die oog verloor moet word nie, is dat bepaalde faktore 'n invloed uitoefen op die inhoud van die taak, naamlik die onderwyser se kennis van die spesifieke vakinhoud en van die leerders wat die taak moet uitvoer, die eienskappe van leerders, asook die uitkomst wat die leerders behoort te bereik.

2.4.3.3 Die vorm van wiskundeleertake

Volgens Blumenfeld *et al.* (1987:138) verskil die vorm van wiskundeleertake volgens die duidelikheid van die doel daarvan, die ingewikkeldheid van die prosedures wat gevolg moet word om 'n taak te voltooi, die sosiale organisering binne-in die klaskamer en die produkte wat die voltooiing van die taak tot gevolg het. Die vorm van leertake (Blumenfeld *et al.*, 1987:138) stem ooreen met fase 3 van die wiskundetaakraamwerk van Stein *et al.* (1996:459 & kyk 2.4.3.1).

Faktore wat die uitvoer of implementering van 'n wiskundetaak beïnvloed, is onder andere klaskamernorme, voorwaardes waaronder take uitgevoer word en onderwysers en leerders se gewoontes en gesindhede (Stein *et al.*, 1996:461). Klaskamernorme verwys na daargestelde verwagtinge rakende hoe en deur wie akademiese opdragte uitgevoer word, die kwaliteit daarvan en wie die verantwoordelikheid dra. Voorwaardes waaronder take uitgevoer word, het te doen met die mate waarop take bou op leerders se voorkennis en of die hoeveelheid tyd beskikbaar vir 'n spesifieke taak, voldoende is. Onderwysers en leerders se gewoontes en gesindhede bepaal die wyse waarop hulle

klaskamergebeure benader. Voorbeelde hiervan sluit in die mate waartoe die onderwyser bereid is om 'n leerder te laat sukkel met 'n moeilike probleem of opdrag, die soort hulp wat verleen word aan leerders wat probleme het en die mate waartoe leerders bereid is om te volhard om moeilike probleme op te los (Stein *et al.*, 1996:461).

2.4.4 Wiskundevaardighede

2.4.4.1 Omskrywing van die begrip *vaardigheid*

Vaardigheid is die demonstrasie van bekwaamheid (bevoegdheid) op een of ander gebied. As 'n leerder byvoorbeeld demonstreer dat hy/sy berekeninge teen 'n spesifieke tempo sonder 'n sakrekenaar kan uitvoer, is hierdie leerder berekeningsvaardig.

Schunk (2000:257) onderskei tussen algemene en spesifieke vaardighede. Algemene vaardighede het nie net gebruikswaarde omdat dit aangewend kan word in die aanleer en verwerwing van 'n verskeidenheid kognitiewe, motoriese en sosiale vaardighede nie, maar die verwerwing daarvan fasiliteer leer op verskillende maniere. Doelwitstelling en die monitering van die vordering in die bereiking van 'n doelwit, is voorbeelde van algemene vaardighede wat ook in die wiskundeklas aangewend kan word. Spesifieke vaardighede is vak-gespesifiseer, soos byvoorbeeld berekeningsvaardighede en tekenvaardighede wat by die aanleer van wiskunde betrokke is.

2.4.4.2 Die aanleer van vaardighede

As 'n leerder 'n vaardigheid aanleer, word dit aanvanklik as 'n reeks handelinge in die vorm van konseptuele kennis in die werkgeheue voorgestel (Schunk, 2000:176). As gevolg van die beperktheid van die werkgeheue kan al die handelinge nie gelyktydig gehanteer word nie. Leerders moet noodwendig van die handelinge kombineer, wat dan gesamentlik tydelik in die werkgeheue gestoor word. Die aanleer van nuwe vaardighede vind vinniger plaas as leerders reeds oor voorvereistevaardighede beskik, want dit beteken dat goedgevormde

netwerke van vaardighede reeds in die langtermyngeheue bestaan as die nuwe vaardigheid aangeleer word. Byvoorbeeld, as leerders reeds kan vermenigvuldig, kan dit toegepas word in die oplos van probleme wat langdeling vereis.

2.4.4.3 Vaardighede betrokke by die leer van skoolwiskunde

Die volgende vaardighede is spesifiek van belang by die leer van skoolwiskunde, naamlik berekenings-, probleemoplossings-, redenerings- en meetkunde-vaardighede. Elkeen van hierdie vaardighede word hieronder in meer besonderhede uiteengesit.

2.4.4.3.1 Berekeningsvaardighede

Berekeningsvaardighede waaroor die junior sekondêre wiskundeleerder behoort te beskik, is byvoorbeeld die uitvoer van bewerkinge soos optel, aftrek, vermenigvuldiging, deling, worteltrekking, kwadrering en magsverheffing. Volgens Hiebert en Carpenter (1992:84) behoort standaardprosedures (algoritmes), byvoorbeeld die produk van twee terme, eers ingevoer te word nadat leerders self verbindings gemaak het tussen hul kennis van vermenigvuldiging en algebraïese uitdrukkings en daarvolgens prosedures ontwerp het. Die herhaalde gebruik van 'n algoritme behoort nie aangemoedig te word voordat die algoritme deel van 'n leerder se groter interne kennisnetwerk vorm nie (vergelyk 2.4.1.1). Op hierdie wyse maak 'n algoritme sin vir leerders. Dit kan egter volgens Hiebert en Carpenter (1992:76) gebeur dat beginner algebraleerders probleme ondervind as gevolg van oorveralgemenings van reeds geleerde prosedures. Uitdrukkings soos $(ab)^n$ en $\sqrt{ab}$ kan onderskeidelik geskryf word as $a^n b^n$ en $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ respektiewelik. Leerders doen dan dieselfde met die volgende en skryf verkeerdelik: $(a+b)^n = a^n + b^n$ en $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

2.4.4.3.2 Probleemoplossingsvaardighede

Aan die einde van die 19de eeu is wiskundeprobleme bloot as roetine-oefeninge gegee wat dan as inoefening moes dien vir 'n algoritme of metode wat deur die

onderwyser gedemonstreer is (Schoenfeld, 1992:337). 'n Voorbeeld van só 'n roetineprobleem is die volgende: 'n Bakker koop 88 sakke meel teen R35,70 per sak. Wat was die totale bedrag wat hy betaal het?

Volgens Stanic en Kilpatrick (1988:1) het wiskundeprobleme sedert die vroegste tye deel uitgemaak van skoolwiskunde, maar probleemoplossing nie. Dit is egter eers sedert die konseptualisering van wiskunde as probleemoplossing (kyk 2.3.3.5) dat die aanleer en verwerwing van probleemoplossingsvaardighede meer aandag begin geniet het. Probleemoplossing het sedertdien 'n slagspreuk geword wat verskillende benaderings ten opsigte van die aard van wiskunde ingesluit het en redes verskaf het vir die onderrig van wiskunde in die algemeen en probleemoplossing in die besonder.

Volgens Stanic en Kilpatrick (1988:13, 15) word probleemoplossing om verskillende redes in die wiskundeklas gedoen. Probleme word opgelos ten einde die volgende uitkomst te bereik: (1) as regverdiging vir die onderrig van wiskunde om sodoende leerders en onderwysers van die waarde van wiskunde te oortuig; (2) as motivering vir die invoer van sekere onderwerpe - die leerder behoort na afhandeling van die onderwerp in staat te wees om die probleem wat aan die begin gegee is, te kan oplos; en (3) probleme word ook gegee as ontspanning - sekere probleme word gegee sodat leerders kan agterkom dat die doen van wiskunde ook genot inhou, wat dan as motivering dien vir die leer van wiskunde. Wiskundeprobleme word gedoen om nuwe vaardighede aan te leer, en laastens word probleme gegee as 'n wiskundetaak (kyk 2.4.3) vir die inoefening van 'n spesifieke algoritme.

Probleemoplossing verwys na leerders se pogings om 'n mikpunt (doel) te bereik waarvoor hulle nie 'n outomatiese oplossing het nie (Mayer, 1997:476; Schunk, 2000:191 & kyk 2.3.3.5). Wiskundeprobleme wat nie 'n outomatiese of 'n voor die hand liggende oplossing het nie, staan bekend as nie-roetine probleme. 'n Voorbeeld van 'n nie-roetine probleem is die volgende:

Martin bly 3 km van die skool af, terwyl Alice 5 km van die skool af bly. Hoe ver bly Martin en Alice van mekaar af?

Schunk (2000:192-195) onderskei verskillende wyses waarop enige probleem, met ander woorde ook 'n wiskundeprobleem, opgelos kan word. In die probeer-en-fouteermetode word byvoorbeeld verskillende oplossings probeer totdat een werk, maar dit is verstaanbaar dat so 'n metode nie baie effektief is nie. 'n Probleem kan ook opgelos word deur die verwerwing van "insig" - die skielike bewuswording van 'n moontlike oplossing na 'n tydperk waarin inligting ingesamel is om die probleem op te los en waarin oor die probleem gedink is.

2.4.4.3.3 Redeneringsvaardighede

Redenering maak nie net 'n integrale deel uit van kreatiewe en kritiese denke nie, maar is ook noodsaaklik in probleemoplossingsaktiwiteite (kyk 2.3.3.5). Redeneringsvaardighede (hoërorde-denkvaardighede) verteenwoordig daardie kognitiewe vermoëns wat dit vir die leerder moontlik maak om te leer hoe om te leer. Verder verskaf redeneringsvaardighede die kognitiewe grondslag vir selfgereguleerde leer (kyk 2.4.6.2 & Phye, 1997:452-453). Volgens Anderson (1990, aangehaal deur Schunk, 2000:288) verwys redenering na die denkprosesse wat betrokke is in die ontwikkeling en evaluering van logiese argumente. Redeneringsvaardighede sluit ander vaardighede in, naamlik om duidelikheid te verkry, 'n grondslag te lê, gevolgtrekkings te maak en te evalueer.

- Om *duidelikheid te verkry* oor 'n spesifieke probleem, vereis die identifisering en formulering van vrae, en analisering en definiëring van terme. Hierdie vaardigheid stem ooreen met die identifiseringstap van probleemoplossing (kyk 2.3.3.5).
- Die tweede redeneringsvaardigheid lê die *grondslag* vir die oplos van die probleem, want besluite oor die probleem word nou geneem (Is die gegewens voldoende? Is die bron betroubaar?) (Schunk, 2000:289-290). Hierdie vaardigheid stem ooreen met die tweede stap van probleemoplossing (maak 'n plan om die probleem op te los) (kyk 2.3.3.5).

- *Gevolgtrekkings* word gemaak op grond van induktiewe of deduktiewe redenering. *Induktiewe redenering* is volgens Borich (2000:214) 'n denkhandeling wat gebruik word wanneer leerders gekonfronteer word met inligting (data) en hulle gevra word om verwantskappe raak te sien, algemene reëls af te lei en te veralgemeen. Die ondersoekende werkswyse (kyk 3.3.2.2) is by uitstek geskik om induktiewe redenering te bevorder (Schunk, 2002:291). *Deduktiewe redenering* behels die toepassing van wiskunde-beginsels, gevolgtrekkings of veralgemenings op spesifieke situasies, byvoorbeeld die toepas van die stelling van Pythagoras op 'n probleem waarin 'n reghoekige driehoek voorkom (Borich, 2000:215).
- Tydens induktiewe en deduktiewe redenering word al die stappe in die oplos van 'n probleem, soos deur Polya (1973) voorgestel, gevolg (kyk 2.3.3.5).
- *Evaluering*, waartydens besluite geneem word oor die geskiktheid en gepastheid van die oplossing, stem ooreen met die laaste stap van die probleemoplossingsproses (Schunk, 2000:289-292; kyk ook 2.3.3.5).

2.4.4.3.4 Meetkundevaardighede

Davey en Holliday (1992:27-29) bespreek verskillende meetkundevaardighede, naamlik visuele, kommunikasie-, teken-, logiese en toepassingsvaardighede wat met elke Van Hiele-vlak geassosieer word (2.3.2.3). Hierdie vaardighede behoort derhalwe deur leerders ontwikkel te word op 'n moeilikheidsvlak wat met die spesifieke Van Hiele-vlak ooreenstem. Vervolgens word die vaardighede beskryf en geïllustreer met voorbeelde van aktiwiteite wat deur leerders uitgevoer kan word om daardeur die betrokke vaardigheid aan te leer.

- *Visuele vaardighede:* Dit is die vermoë om meetkundige simbole te kan lees, verstaan en interpreteer, byvoorbeeld om te identifiseer hoeveel driehoeke in 'n meetkundefiguur is.
- *Kommunikasievaardighede:* Dit sluit in die ontwikkeling van definisies, die aanleer van meetkundetaal, die interpretasie van 'n mondelinge of 'n geskrewe meetkundige beskrywing, die beskrywing van ruimtelike situasies,

begrippe en verwantskappe en die beskrywing van die posisie van 'n voorwerp ten opsigte van ander voorwerpe.

- *Tekenvaardighede:* Dit sluit die teken van diagramme, formele konstruksies van figure waarvan die afmetings gegee is en modellering van soliede liggame in.
- *Logiese vaardighede:* Dit behels die raaksien van ooreenkomste en verskille in figure, die verstaan dat slegs sekere eienskappe gebruik kan word om vorms te identifiseer, klassifikasie en sortering van verskillende figure, die formulering en toets van veronderstellings en die maak van gevolgtrekkings.

2.4.5 Wiskundeleerstrategieë

Alvorens leerstrategieë wat van belang is vir die leer van wiskunde bespreek word, word leerstrategieë in die algemeen beskryf.

2.4.5.1 Omskrywing van leerstrategieë

'n Leerstrategie is 'n opeenvolging van handeling wat die wyse beïnvloed waarop 'n leerder nuwe kennis selekteer, verwerf, organiseer en integreer om sodoende 'n bepaalde leeruitkoms te bereik (Weinstein & Meyer, 1991:17; Anthony, 1996:23). Die keuse van een of meer leerstrategieë is afhanklik van die leerder se vorige ervaring in die gebruik van 'n spesifieke strategie, vorige ervaring met soortgelyke leertake en gemotiveerdheid om 'n vooropgestelde uitkoms te bereik. 'n Leerder behoort, behalwe kennis van 'n aantal leerstrategieë (verklarende kennis), ook te weet hoe (prosedurekennis) en wanneer om 'n spesifieke leerstrategie te gebruik (voorwaardekennis) om sodoende leer te bevorder (Weinstein & Meyer, 1991:18; Anthony, 1996:28).

Dit is egter volgens Garner (1990:518-522) moontlik dat leerders as gevolg van die volgende redes nie leerstrategieë gebruik nie:

- die gebruik van 'n leerstrategie vereis inspanning en lei nie noodwendig tot suksesvolle leer nie;

- eenvoudige roetines wat nie noodwendig leer bevorder nie, word gebruik om 'n werkopdrag te voltooi;
- leerders neem nie verantwoordelikheid vir wat hulle leer nie en weet dus nie of hulle leer of nie;
- leerders beskik oor 'n onvoldoende kennisbasis; en
- die doelwitte wat deur leerders vir hulself gestel word, ondersteun nie die gebruik van strategieë nie.

Anthony (1996:36) en Weinstein en Meyer (1991:20) onderskei tussen kognitiewe, metakognitiewe en affektiewe strategieë aan die een kant en strategieë om hulpbronne te bestuur aan die ander kant. Alhoewel die onderskeid wat getref word, nie spesifiek gerig is op die bereiking van doelwitte in wiskunde nie, word genoemde strategieë telkens geïllustreer met voorbeelde uit die onderrig en leer van wiskunde.

2.4.5.1.1 Kognitiewe leerstrategieë

Kognitiewe strategieë differensieer volgens Anthony (1996:36) in inoefen-, uitbreiding- en organisasiestrategieë. Inoefenstrategieë sluit in die toepassing van 'n nuwe begrip of prosedure deur wiskunde-oefeninge as klas- of huiswerk te voltooi, die neerskryf en herhaling van formules ter wille van memorisering, die herhaling van reeds geskrewe formules en die doen van soortgelyke probleme vir hersiening of as konsolidering van vorige prosedures. Uitbreidingstrategieë het te doen met die verbinding van nuwe inligting aan voorkennis. 'n "Bekende" probleemoplossingstrategie word byvoorbeeld gebruik om 'n nuwe probleem op te los, een leerder vergelyk sy/haar werk met dié van 'n ander leerder of met 'n uitgewerkte probleem, en soortgelyke patrone word herken in verskillende probleme.

Organisasiestrategieë verwys na die organisering (uiteensetting) van byvoorbeeld die wiskundewerk van 'n leerder in sy/haar wiskundeskrif. Dit sluit in:

doelbewuste rekordhouding (deur die leerder) van spesifieke wiskundevoorbeelde deur die onderwyser of deur die leerder gedoen, uitgewerkte probleme, verbeterings aangebring, ensovoorts (Weinstein en Meyer, 1991:20; Anthony, 1996:36).

Kognitiewe strategieë sluit ook probleemoplossingstrategieë in. Dit is moontlik dat probleemoplossingstrategieë as inoefen- of uitbreidingstrategieë aangewend kan word. Volgens Van de Walle (2001:57; kyk ook 2.3.3.5) word strategieë tydens elke fase van die oplos van 'n wiskundeprobleem deur leerders gebruik en lei tot die uiteindelijke oplossing van die probleem.

Tydens die *verstaan*fase kan leerders byvoorbeeld die probleem teken of dramatiseer, relevante en irrelevante data identifiseer, die probleem herformuleer, veronderstellings maak en data inwin wat kan help om die probleem op te los (Van de Walle, 2001:57).

Gedurende die *maak-van-'n-plan*- en die *oplos*fases kan van die volgende strategieë volgens Van de Walle (2001:58) gebruik word, naamlik (1) vereenvoudig die probleem, los dit op en keer terug na die oorspronklike probleem en probeer dit nou oplos; (2) beskryf die probleem wiskundig indien moontlik (deur middel van 'n oop sin of vergelyking); (3) beskryf die probleem verbaal; (4) gebruik 'n fisiese model; (5) breek die probleem op in klein deeltjies; (6) stel 'n tabel op of maak 'n lys; (7) identifiseer 'n patroon; (8) stel die probleem met behulp van 'n figuur voor; (9) neem 'n raaskoot en kontroleer; en (10) gebruik logiese redenering.

Tydens die *kyk-terug*fase (reflekteringsfase) behoort leerders die volgende te doen: die antwoord te kontroleer; die antwoord te regverdig; die veronderstellings eksplisiet weer te gee; die veronderstellings te verander; die strategieë wat gebruik is, te identifiseer; probeer om die probleem met behulp van 'n ander strategie op te los, ander variasies van die probleem te konstrueer en te veralgemeen (Kersh & McDonald, 1991:38-40).

Aangesien leerders wiskunde leer terwyl hulle probleme oplos, is die aanleer en gebruik van probleemoplosstrategieë nie net noodsaaklik nie, maar van kritieke belang in die wiskundeklaskamer (kyk ook 2.3.3.5).

2.4.5.1.2 Metakognitiewe leerstrategieë

Volgens Anthony (1996:24, 36-37) behoort die gebruik van kognitiewe leerstrategieë die leer van wiskunde te fasiliteer terwyl metakognitiewe leerstrategieë die leerproses beheer en kontroleer (kyk 2.4.6). Metakognitiewe leerstrategieë is onder andere vooruitskouing van die huiswerkopdragte, beplanning van wat geleer gaan word, voorspelling van die resultate van 'n leeraktiwiteit, diagnosering van moontlike redes vir 'n mislukte taakopdrag (die nie-bereiking van 'n gestelde uitkoms), refleksie ten opsigte van byvoorbeeld 'n meetkundeprobleem oor 'n tydperk, evaluering van die onderwyser se metodes, aandag gee aan belangrike inligting, selfmonitering, kontrolering van die uitkoms van 'n leertaak met behulp van interne kriteria, selfevaluering en hersiening ter wille van die bevordering van leer. Volgens Schoenfeld (1992:357) ontwikkel metakognitiewe strategieë en die bewuswording van kognitiewe prosesse gelyktydig met begripsvorming in wiskunde.

2.4.5.1.3 Affektiewe leerstrategieë

Affektiewe leerstrategieë skep 'n gunstige psigologiese klimaat vir die leer van wiskunde (Anthony, 1996:30). Hierdie strategieë help leerders om te fokus op belangrike taakaspekte en om aandag te behou tydens die uitvoer van 'n wiskundetaak. Affektiewe strategieë sluit onder andere die volgende in: spesiale pogings wat deur leerders aangewend word om 'n wiskundetaak te verstaan, selfmotivering van 'n leerder dat hy/sy suksesvol sal wees in die voltooiing van 'n taak om sodoende angs ten opsigte daarvan te verminder en die vermyding van situasies waarin leerders "dom" of "onnosel" voorkom (Anthony, 1996:37).

As leerders sukses in 'n wiskundetoets behaal, verhoog dit die gevoel van selfdoeltreffendheid (dit is 'n leerder se oortuigings betreffende sy/haar vermoë

om só te leer dat gestelde doelwitte bereik word), wat leer nog meer produktief maak en beter resultate tot gevolg het (Schunk, 2000:389-390).

2.4.5.1.4 Leerstrategieë om hulpbronne te bestuur

Volgens Anthony (1996:37) gebruik wiskundeleerders die volgende leerstrategieë om hulpbronne, te wete die benutting van tyd en menslike hulp, te bestuur: om beheer uit te oefen oor 'n wiskundetaak (binne 'n kort tyd te voltooi, te vereenvoudig); om die onderwyser se bewegings en opmerkings te monitor; om pogings aan te wend om die pas van 'n wiskundeles te verander; om hulp te soek by maats, die onderwyser, ander volwassenes of bronne; om saam te werk met groepslede en om beheer uit te oefen oor die leeromgewing.

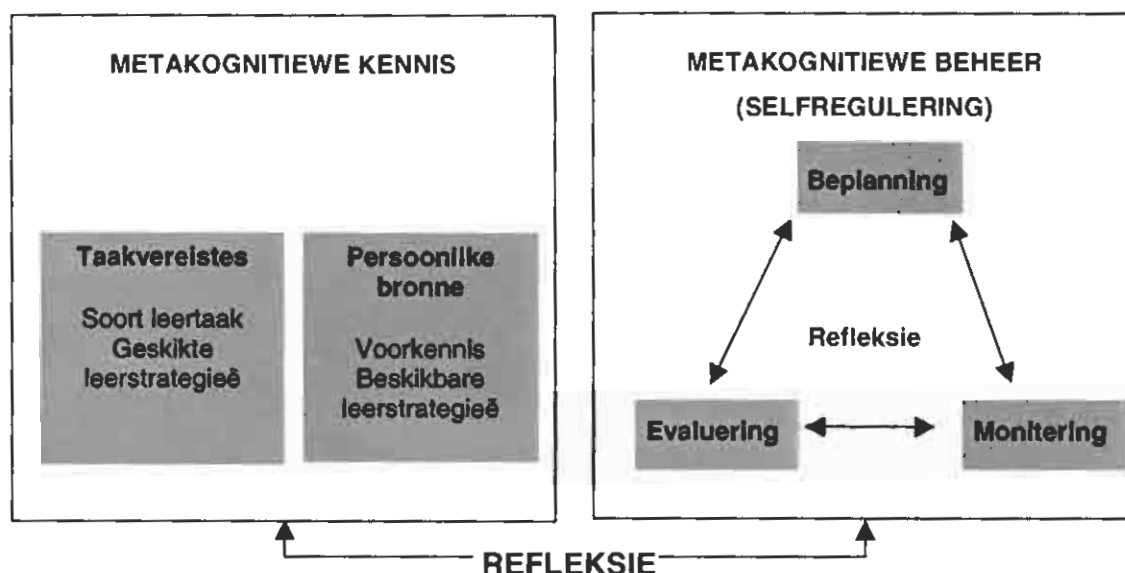
Die gebrek aan ondersteuning in die klaskamer (byvoorbeeld hulp van maats of die onderwyser), beperking op studietyd (byvoorbeeld as gevolg van na-skoolse bedrywighede) en die beskikbaarheid van hulp buite die klaskamer, kan die gebruik van byvoorbeeld kognitiewe en metakognitiewe strategieë (kyk 2.4.5.1.1-2.4.5.1.2) in gevaar stel (Anthony, 1996:31).

2.4.5.1.5 Samevatting

Volgens Anthony (1996:25, 32) verhoog die ontwikkeling en die effektiewe gebruik van wiskundeleerstrategieë leerders se potensiaal ten opsigte van wiskunde. Vir hierdie doel moet die leeromgewing (kyk 2.4.9) geleenthede vir leerders bied om 'n verskeidenheid leerstrategieë te gebruik en te evalueer. Die modellering van effektiewe leerstrategieë en die eksplisiete onderrig in die gebruik daarvan, is nodig om leerders in te lig en te oortuig van die waarde van leerstrategieë. Die selfgereguleerde leerder (kyk 2.4.6.2) behoort sy/haar leerprosesse behoorlik te kan beheer deur aktief betrokke te wees in beplanning, die ontwikkeling en uitvoer van die plan, selfmonitering (kyk 2.4.6.2) toe te pas en hulpbronne effektief te kan bestuur.

2.4.6 Metakognisie

Metakognisie word omskryf as die leerder se denke oor sy eie denke (Jacobs & Paris, 1987:258; Ertmer & Newby, 1996:6, 15). Verder bestaan metakognisie uit metakognitiewe kennis en metakognitiewe beheer van daardie kennis (selfregulering).



Figuur 2.3 Metakognisie (Ertmer & Newby, 1996:15)

2.4.6.1 Metakognitiewe kennis

Metakognitiewe kennis sluit in kennis van persoonlike bronne en van die vereistes van 'n spesifieke (wiskunde-) taak (Ertmer & Newby, 1996:7-8). Kennis van persoonlike bronne behels onder andere 'n leerder se bewustheid van sy/haar voorkennis en vorige ervaring met die wiskunde wat geleer gaan word, en inligting oor sy/haar vaardigheid in die aanwending van die verskillende (beskikbare) leerstrategieë wat deur die wiskundeleertaak (kyk 2.4.3) veronderstel word. Kennis van die vereistes van 'n leertaak sluit inligting ten opsigte van die volgende in: die soort taak wat gegee word (die bepaling van 'n reël of die oplos van 'n probleem), asook watter bronne gebruik gaan word en watter strategieë (kyk 2.4.5) die effektiwste gaan wees om die taak te voltooi. Genoemde inligting kan van 'n kognitiewe (die verstaan van die taak) of

motiveringsaard (die hoeveelheid inspanning nodig om die taak te voltooi) wees, of met die omgewing te doen hê (fisiese omstandighede waaronder die taak suksesvol uitgevoer kan word, die vorming van studiegroepe).

Metakognitiewe kennis manifesteer in metakognitiewe beheer (selfregulering) van die prosesse wat noodsaaklik is vir suksesvolle taakuitvoering (Schunk, 2000:181; kyk ook 2.4.6.2). Selfregulering, op sy beurt, reflekteer die sistematiese toepassing van metakognitiewe kennis (Ertmer & Newby, 1996:17).

2.4.6.2 Metakognitiewe beheer (Selfregulering)

Aangesien dit uit navorsing blyk dat leerders se selfregulerende oortuigings en prosesse wat gevolg word, in ooreenstemming met hul akademiese prestasie is, is dit noodsaaklik om vas te stel wat selfregulering behels (Zimmerman & Risemberg, 1997:107).

Volgens Zimmerman (1994:8) behels selfregulering die uitoefen van keuses ten opsigte van een of meer van die volgende dimensies: 'n Leerder behoort te kan kies of hy/sy 'n gegewe taak wil uitvoer (gemotiveerdheid), hoe die taak uitgevoer word (die gebruik van strategieë), wanneer om die taak te voltooi (beheer oor tyd), die vlak waarop die taak uitgevoer word (werkverrigting), waar die taak uitgevoer word (fisiese omgewing) en saam met wie die taak uitgevoer word (sosiale omgewing).

Volgens Ertmer en Newby (1996:11) bestaan selfregulering uit beplanning, monitering en evaluering wat siklies in interaksie tree om leer te laat plaasvind, asook refleksie tydens elke stap van selfregulering (kyk Figuur 2.3).

Beplanning het te doen met die verstaan en voorstelling van die probleem, die stel van doelwitte, die identifisering van strategieë en inligting wat nodig is om die gestelde doelwitte te bereik, asook potensiële hindernisse in die bereiking van die doelwitte (Gray, 1991:25). Beplanning verlig die uiteindelijke uitvoer van die taak, dit verhoog die moontlikheid van die suksesvolle afhandeling van die taak en dit behoort 'n kwaliteit eindproduk te lewer (Ertmer & Newby, 1996:11-12).

Monitering is 'n komplekse proses wat die volgende insluit: 'n bewustheid by leerders van wat hulle besig is om te doen, 'n begrip van waar dit inpas in die taak waarmee hulle besig is, 'n antiserpering en beplanning van wat verder (volgende) gedoen word.

Tydens die uitvoer van 'n taak, byvoorbeeld die oplos van 'n wiskundeprobleem, neem 'n leerder die hele tyd sy/haar vordering waar en reageer positief of negatief daarop: indien dit lyk of dit goed gaan, met ander woorde as die probleemoplosproses in die rigting van die vooropgestelde doelwit (uitkoms) beweeg, sal 'n leerder volhou met waarmee hy/sy besig is. As dit egter lyk of daar geen vordering is nie, sal 'n selfgereguleerde leerder die nodige aanpassings maak (Gray, 1991:25; Ertmer & Newby, 1996:12).

Leerders kan onderrig word om selfgereguleerd te werk deur aan hulle vrae soos die volgende te vra tydens probleemoplossing: Wat is jy besig om te doen? Hoekom doen jy dit? Hoe help dit jou? Sodoende word leerders aangemoedig om soortgelyke vrae aan hulself te vra tydens 'n daaropvolgende probleemoplossessie (Schoenfeld, 1992:356).

Evaluering behoort na afloop van die uitvoering van die leertaak deur leerders gedoen te word, om sodoende die mate waarin die doelwit bereik is en die aanvaarbaarheid en akkuraatheid van die eindproduk te beoordeel, asook die effektiwiteit en doeltreffendheid van die plan (Gray, 1991:25; Ertmer & Newby, 1996:13).

Refleksie maak dit vir die leerder moontlik om sy/haar metakognitiewe kennis van die wiskundetaak, persoonlike bronne en die aanwend van strategieë tydens elke stadium van selfregulering te gebruik (Ertmer & Newby, 1996:15). Wiskundeprobleme (vergelyk 2.3.3.5) kan nie effektief opgelos word as refleksie nie tydens elke stap van die probleemoplossingsproses toegepas word nie.

2.4.7 Affektiewe faktore

Oortuigings, houdings en emosies word volgens McLeod (1992:576) gebruik om 'n wye gebied van affektiewe response ten opsigte van wiskunde te beskryf (kyk ook 2.4.5.1.3). Hierdie terme varieer in stabiliteit van die affektiewe response wat hulle verteenwoordig; oortuigings en houdings is oor die algemeen stabiel, maar emosies kan vinnig verander. Oortuigings, houdings en emosies varieer ook ten opsigte van die vlak van intensiteit van die response wat elkeen beskryf. Verder verskil genoemde affektiewe response ook in die mate waartoe kennis 'n rol daarin speel. Oortuigings is grootliks kognitief van aard en ontwikkel oor 'n relatief lang tydperk, terwyl emosies min kennis insluit en vinnig verskyn en verdwyn, soos wanneer frustrasie ondervind word tydens die oplos van 'n moeilike probleem om dan opgevolg te word deur vreugde as 'n oplossing gevind is (McLeod, 1992:578-579). Leerders se houdings teenoor wiskunde kan wissel van “ek is mal oor wiskunde” tot “ek haat wiskunde”.

2.4.7.1 Leerders se oortuigings

2.4.7.1.1 Begripsomskeuring

Oortuigings is enersyds 'n sienswyse wat gehuldig word; andersyds 'n geloof in die byna onmoontlike, soos duidelik blyk uit die volgende:

“The believer can be passionately committed to a point of view, or at the other extreme could regard a state of affairs as more probable than not, as in ‘I believe that micro-organisms will be found on Mars’.” (Abelson, 1979:360).

Volgens Abelson (1979:356) is daar nie eenstemmigheid ten opsigte van oortuigings nie - die leerder wat 'n spesifieke oortuiging het, is bewus daarvan dat ander leerders daarvan kan verskil.

Oortuigings ontwikkel geleidelik by leerders as 'n reaksie op en in ooreenstemming met situasies waarin hulle hul bevind (McLeod, 1992:579). Leerders se oortuigings word gevolglik in terme van die voorwerp van die

oortuiging geklassifiseer: oortuigings oor wiskunde, oor die self as leerder van wiskunde en wiskunde-onderrig. Hierdie oortuigings beïnvloed leerders se motivering om wiskunde te leer en uiteindelik ook hul wiskundeprestasie (Kloosterman & Stage, 1992:109; kyk ook 2.4.8).

2.4.7.1.2 Oortuigings oor wiskunde

Volgens Brumbaugh *et al.* (1997:88) kom leerders na die wiskundeklas met sekere oortuigings oor wiskunde. Hierdie oortuigings kan gebaseer wees op verkeerde inligting en die leerder weet in die meeste gevalle nie hoekom hy/sy sulke oortuigings het nie. Dossey (1992:42) en Thompson (1992:130) beklemtoon die rol van die wiskunde-onderwyser in die vorming van oortuigings by leerders: die onderwyser se beskouing (oortuigings) oor wiskunde beïnvloed sy onderrigpraktyke, wat weer die leerders se oortuigings oor wiskunde beïnvloed en daardeur 'n invloed uitoefen oor hoe hulle wiskunde doen en leer.

Leerders sien wiskunde dikwels as 'n geslote, dooie, emosielose vak sonder teenstrydighede, waarin alles reeds uitgevind is. Wiskunde lê opgesluit in 'n handboek of in 'n onderwyser se gedagtes, gereed om "uitgerol" te word en geabsorbeer te word. Verder toon skoolwiskunde min ooreenkoms met dit wat in die werklike lewe gebeur (Bidwell, 1990:8).

Brumbaugh *et al.* (1997:88) brei soos volg uit op Bidwell se siening van leerders se oortuigings ten opsigte van wiskunde:

- Wiskunde is ontwikkel deur baie slim mense en ander mense moet dit maar net leer;
- Wiskundeprobleme het een en slegs een regte antwoord;
- Alle wiskundeprobleme kan opgelos word deur toepassing van die reël wat die onderwyser mees onlangs gedemonstreer het, of volgens metodes in die wiskundehandboek;
- Daar is altyd een "beste" manier om 'n wiskundeprobleem te doen;
- Wiskundeprobleme behoort vinnig en in 'n paar stappe opgelos te kan word;

- Die doelwit in wiskunde is om die regte antwoord te kry;
- Slegs die wiskunde wat in toetse of eksamens gevra word, is belangrik.

Genoemde oortuigings beïnvloed leerders se reaksie op byvoorbeeld die wiskundetake wat hulle moet uitvoer. 'n Leerder wat glo dat 'n wiskunde probleem vinnig, binne 'n paar stappe opgelos behoort te kan word, is onwillig om 'n nie-roetine probleem, wat aansienlik langer kan neem om op te los, aan te pak. Sodoende word sulke leerders se vermoë om nie-roetine probleme op te los, verswak en die leer van wiskunde word daardeur geïnhibeer (Schoenfeld, 1992:359; kyk ook 2.3.3.5).

2.4.7.1.3 Oortuigings oor die self as leerder van wiskunde

Kennis van die self as leerder (kyk 2.4.1.2) beïnvloed 'n leerder se oortuigings van hom-/haarself as leerder (McLeod, 1992:580).

Volgens Kloosterman en Stage (1992:111) en Brumbaugh *et al.* (1997:88) het leerders onder andere die volgende oortuigings ten opsigte van die leer van wiskunde:

- Enigeen kan wiskunde leer;
- Die leer van wiskunde is hoofsaaklik memoriseerwerk;
- Voldoende inspanning kan wiskundevermoëns verbeter;
- Die leer van wiskunde is afhanklik van vermoëns en nie van die inspanning van die leerder nie;
- Die verstaan van wiskundebegrippe is belangrik;
- Seuns is beter in wiskunde as meisies.

Die wiskunde-onderwyser behoort leerders te help om oortuigings wat 'n negatiewe invloed op die leer van wiskunde het, in positiewe oortuigings te verander. 'n Leerder wat byvoorbeeld oortuig is dat hy/sy nie in staat is om 'n moeilike nie-roetine probleem op te los nie, sal heel waarskynlik net van die

teendeel oortuig kan word deur sukses te behaal. 'n Ander moontlikheid om sodanige leerder se oortuiging te verander, is om die leerder die beperkings van die volg van 'n stap-vir-stap prosedure in die oplos van 'n moeilike probleem te laat ervaar (Kloosterman & Stage, 1992:113; kyk ook 2.3.3.5).

Leerders wat die noodsaaklikheid daarvan insien om te verstaan hoe 'n spesifieke algoritme werk en voldoende tyd daarvoor gebruik, behoort te weet dat hulle in staat is om wiskunde te leer en is gevolglik gemotiveerd om te leer (Kloosterman & Stage, 1992:110).

2.4.7.1.4 Oortuigings oor wiskunde-onderrig

Leerders se oortuigings oor wiskunde-onderrig is heel waarskynlik die resultaat van die onderrigpraktyke van 'n spesifieke wiskunde-onderwyser (McLeod, 1992:578).

Volgens Brumbaugh *et al.* (1997:88) het leerders die volgende oortuigings oor wiskunde-onderrig:

- Die rol van die wiskunde-onderwyser is om inligting aan leerders oor te dra en te kontroleer dat hulle dit ken;
- Die onderwyser besluit oor watter wiskunde onderrig moet word;
- Wiskundeleerders is veronderstel om inligting van die onderwyser te ontvang en te demonstreer dat hulle dit geleer het.

2.4.7.2 Leerders se houdings teenoor wiskunde

Die meeste navorsers oor houdings teenoor wiskunde gebruik houdings as 'n algemene term, wat 'n leerder se oortuigings ten opsigte van wiskunde, asook oortuigings oor die self as leerder van wiskunde insluit (McLeod, 1992:581; Ma, 1997:222). McLeod (1992:581) definieer egter houdings as affektiewe response wat 'n positiewe of 'n negatiewe gevoel van matige intensiteit en redelike stabiliteit insluit. Ma (1997:222) sluit hierby aan deur houdings as positiewe of

negatiewe response, wat leerders ondervind as hulle verskillende onderwerpe in wiskunde leer, te definieer.

Houdings teenoor wiskunde ontwikkel op verskillende maniere (McLeod, 1992:581). Herhaalde emosionele reaksie teenoor wiskunde (kyk 2.4.7.3), byvoorbeeld as 'n leerder by herhaling sukkel met die oplos van meetkundeprobleme, kan ontwikkel in geoutomatiseerde negatiewe reaksie wat met die verloop van tyd minder intens word en oorgaan in 'n meer stabiele negatiewe houding, wat leer inhibeer. Sodanige negatiewe houding kan na 'n nuwe, maar verwante taak oorgedra word, sodat die leerder dan byvoorbeeld ook negatief ingestel is teenoor die oplos van algebraprobleme (Reynolds & Walberg 1992:306, 319). Die onderrigpraktyke van die onderwyser (kyk 4.2.4) beïnvloed ook die houdings van leerders teenoor wiskunde (Reynolds & Walberg, 1992:319).

Volgens Ma (1997:221, 228) is daar onderlinge verbande tussen leerders se oortuigings, houdings en prestasie. Leerders se oortuigings oor wiskunde (kyk 2.4.7.1.2), kan hul houding teenoor wiskunde beïnvloed en uiteindelik hul prestasie. Leerders se houdings teenoor wiskunde en prestasie in wiskunde beïnvloed mekaar wedyersyds op komplekse en onvoorspelbare wyses, sonder dat die een afhanklik is van die ander (McLeod, 1992:581-582). Trouens, 'n positiewe korrelasie bestaan tussen houdings en prestasie, alhoewel die persentasie leerders wat van wiskunde hou, merkbaar afneem soos leerders van laer na hoër grade deur hul skoolloopbaan vorder.

2.4.7.3 Leerders se emosies teenoor wiskunde

Emosies teenoor wiskunde ontstaan die meeste van die tyd by leerders as hulle "onderbreek" word tydens die uitvoer van 'n plan (Mandler, 1989). 'n Tipiese voorbeeld van emosies wat tydens die doen van wiskunde ondervind word, is die genot of frustrasie wat deur leerders ervaar word tydens die oplos van nie-roetineprobleme. Tydens hierdie probleemoplossings kan leerders tye van uiterste spanning en frustrasie beleef wanneer hulle 'n blokkasie in hul pogings

om 'n oplossing te verkry, ervaar. Die oomblik wanneer leerders die blokkasie oorkom, ontspan hulle en beleef positiewe emosies (Gierl & Bisanz, 1995:140).

'n Ander emosie wat volgens McLeod (1992:584) ten opsigte van wiskunde ervaar word, is wiskunde-angs wat soms intens is (vrees of paniek), en soms minder intens, maar nog negatief is (afkeur of bekommernis). Sommige leerders ervaar so 'n intense angs as hulle 'n wiskundetaak aanpak, dat hulle nie in staat is om op die taak te konsentreer en dit te voltooi nie. Sulke leerders presteer swak in wiskunde - die leer van wiskunde behels, onder andere, die voltooiing van wiskundetake (kyk 2.4.3).

Leerders se oortuigings oor wiskunde (kyk 2.4.7.1.2) beïnvloed hul houdings teenoor wiskunde (kyk 2.4.7.2), asook die emosies wat hulle ten opsigte van wiskunde ervaar (McLeod, 1992:584), en hoe wiskunde uiteindelik geleer word.

2.4.8 Motivering

2.4.8.1 Begripsomskrywing

Volgens Schunk (2000:300) is motivering die proses van die stel van doelwitte en die bereiking daarvan deur volgehoue kognitiewe handeling.

As gevolg van die direkte verband tussen motivering en leer (Pajares & Miller, 1994:193; Zimmerman & Risemberg, 1997:107), word motivering bespreek as een van die faktore wat die leer van wiskunde beïnvloed.

2.4.8.2 Motivering en die leer van wiskunde

Aangesien die voltooiing van wiskundetake 'n groot rol speel in die leer van skoolwiskunde (kyk 2.4.3), word daar 'n model vir gemotiveerde leer van Schunk (2000:302) vir die doel van hierdie ondersoek gebruik (kyk Tabel 2.2).

Tabel 2.2 Model vir gemotiveerde leer (Schunk, 2000:302)

Voor die uitvoer van die taak	Tydens die uitvoer van die taak	Ná die uitvoer van die taak
Doelwitte Verwagtings Selfdoeltreffendheid Uitkomst Waarde van leer Affektiewe faktore Behoeftes Sosiale ondersteuning	Onderrigveranderlikes Onderwyser Terugvoer Studiemateriaal Toerusting Kontekstuele veranderlikes Sosiaal Omgewing Persoonlike veranderlikes Konstruksie van kennis Aanleer van vaardighede Keuse van leeraktiwiteite Inspanning Volharding	Oorsaaklike attribusies Doelwitte Verwagtings Waarde van leer Affektiewe faktore Behoeftes Sosiale ondersteuning
Selfregulering		

Volgens Schunk (2000:301) kan die motivering om te leer verskillende rolle speel voor, tydens en na die uitvoer van 'n wiskundetaak (kyk 2.4.3). Verskillende *veranderlikes* beïnvloed motivering voor die aanvang van 'n taak (kyk Tabel 2.2), onder andere dat leerders 'n wiskundetaak benader met spesifieke *doelwitte* voor oë.

Die stel van doelwitte is onder andere van die motiveringstegnieke wat deur selfgereguleerde leerders gebruik word voor, tydens en na die uitvoer van 'n wiskundetaak (Zimmerman & Risemberg, 1997:111). Doelwitstelling op sigself is egter nie die sleutel tot prestasie in wiskunde nie - die soort doelwit, asook die manier waarop doelwitte gestel word, beïnvloed leerders se prestasie. Gedurende die oplos van wiskunde probleme (kyk 2.3.3.5) is dit moontlik dat leerders wat "moeilike", maar bereikbare doelwitte nastreef, beter vaar as leerders met "maklike" doelwitte.

Schunk (2000:101, 103) onderskei verder tussen onmiddellike (korttermyn-) en langtermyn doelwitte. Leerders wat byvoorbeeld besig is om 'n probleem op te los volgens 'n beperkte, maar haalbare tydskegule, se motivering om die probleem op te los, is beter as leerders wat 'n week tyd het om die probleem op te los. Die

daarstel van spesifieke doelwitte vir die voltooiing van 'n wiskundetaak werk selfdoeltreffendheid en beter werkverrigting in die hand. Daarbenewens presteer leerders wat doelwitte vir hulself gestel het, beter in die uitvoer van 'n wiskundetaak as leerders wat doelwitte probeer bereik wat deur die onderwyser daargestel is.

Leerders benader ook 'n wiskundetaak met 'n verskeidenheid *verwagtings*, byvoorbeeld selfdoeltreffendheid in die uitvoering van die taak (Schunk, 2000:301). Pajares en Miller (1994:193) definieer *selfdoeltreffendheid* as leerders se oortuigings betreffende hul vermoëns om só te leer dat gestelde doelwitte bereik word. Selfdoeltreffendheid beïnvloed gevolglik leerders se keuses wat hulle uitoefen, die pogings wat hulle aanwend (inspanning), en hoe lank hulle volhou om 'n uitdaging die hoof te bied (volharding). 'n Leerder se selfvertroue ten opsigte van die leer van wiskunde gaan selfdoeltreffendheid ten opsigte van wiskunde vooraf (Betz & Hackett, 1983, aangehaal deur Pajares & Miller, 1994:194).

Volgens Schunk (2000:301) het leerders verskillende persepsies van die *waarde* van leer. Verskillende *affektiewe faktore* (kyk 2.4.7), byvoorbeeld angs, opgewondenheid of geen spesifieke emosie, het 'n invloed op leer en motivering. Hierdie faktore mag verband hou met leerders se *emosionele behoeftes*. Die *sosiale ondersteuning* wat leerders tydens leer ontvang, het ook 'n invloed op motivering (Schunk, 2000:302). Leerders het dikwels onderwysers, ander leerders en ouers se hulp nodig in die vorm van tyd, geld, inspanning, vervoer, ensovoorts (Schunk, 2000:302).

Tydens die uitvoer van 'n taak beïnvloed *onderrig-, kontekstuele en persoonlike veranderlikes* die motivering van leerders (Schunk, 2000:302). Onderrigveranderlikes behels onder andere die handeling van die onderwyser, die inhoud van die taak en die gebruik van apparaat/hulpmiddels. Kontekstuele veranderlikes is sosiale sowel as omgewingsveranderlikes en het met die plek, tyd van die dag, temperatuur, dag-tot-dag gebeure en omstandighede te doen. Persoonlike veranderlikes het te doen met die konstruksie van kennis (kyk

2.4.1.1), die aanleer van vaardighede (kyk 2.4.4.3), die keuse van leeraktiwiteite, asook inspanning, konsentrasie en volharding in die voltooiing van 'n leertaak.

Nadat die taak uitgevoer is en leerders selfrefleksie toepas, word die leerders se motivering beïnvloed deur die veranderlikes wat voor die aanvang van die taak 'n rol gespeel het, tesame met *oorsaaklike attribusies* (Schunk, 2000:302).

Oorsaaklike attribusies vir mislukking en sukses kan onder andere aan vermoëns of inspanning toegeskryf word en is beheerbaar of nie (McLeod, 1992:585). 'n Leerder wat nie 'n wiskundeprobleem kan oplos nie, kan byvoorbeeld sê dat die probleem te moeilik was. Die oorsaak vir sy mislukking is met ander woorde ekstern, het nie met sy vermoëns ten opsigte van wiskunde te doen nie, en is dus onbeheerbaar. Seuns is geneig om hul sukses in wiskunde aan hul vermoëns toe te skryf, terwyl dogters hul sukses aan ekstra inspanning toeskryf. Dogters is geneig om hul mislukkings aan 'n gebrek aan vermoëns toe te skryf (ook genoem aangeleerde hulpeloosheid), terwyl seuns hul mislukkings aan 'n gebrek aan inspanning toeskryf.

Die veranderlikes wat betrokke is na afloop van 'n wiskundetaak (kyk Tabel 2.2) beïnvloed toekomstige motivering en leer (Schunk, 2000:303). Leerders wat oortuig is dat hulle vordering maak in die bereiking van gestelde doelwitte en hul suksesse toeskryf aan positiewe oorsake, is geneig om met volgehoue selfdoeltreffendheid te leer.

Volgens Hidi (1990:549) lei belangstelling in die wiskunde wat geleer word tydens die voltooiing van 'n taak tot die betekenisvolle leer daarvan en bevorder langtermyngeheue. Daardeur ontstaan motivering vir toekomstige leer.

2.4.9 Omgewingsfaktore

Die wiskunde-onderwyser behoort 'n omgewing wat bevorderlik is vir die leer van wiskunde, te vestig (Brumbaugh *et al.*, 1997:3 & kyk 4.2.6.1).

Omgewingsfaktore wat die leer van wiskunde beïnvloed is onder andere die kurrikulum wat in die wiskundeklas gevolg word, die onderrig wat plaasvind, die konteks van die wiskundeklaskamer en die betrokkenheid van ouers by huiswerkopdragte.

2.4.9.1 Die kurrikulum

Volgens Brumbauch *et al.* (1974:44) beskryf 'n wiskundekurrikulum dit wat in die wiskundeklaskamer met 'n leerder gebeur. Onderwysers en leerders het verskillende menings oor wat 'n kurrikulum is. Leerders is oortuig dat die onderwyser besluit oor watter wiskunde onderrig moet word, asook op watter manier en wanneer dit onderrig word. Sommige wiskunde-onderwysers definieer die kurrikulum as die leerinhoud wat hulle onderrig. Onderwysers en leerders besef nie dat verskillende faktore 'n kurrikulum of die implementering van 'n nuwe kurrikulum beïnvloed nie, byvoorbeeld die doelwitte van die huidige regering met (wiskunde-) onderwys, die nasionale onderwysdepartement, behoeftes van die gemeenskap, ouers, tradisionele onderrigstyle, onderrig- en leerteorieë en eksamens (Brumbauch *et al.* 1997:45).

Klauer (1988:359) onderskei tussen 'n tradisionele kurrikulum waar die vakke afsonderlik (geïsoleerd) aangebied word en 'n ingebedde kurrikulum waar die verskillende vakke oor die kurrikulum heen geïntegreer word. In Suid-Afrikaanse skole het die leerders wat betrokke was tydens hierdie navorsing, 'n kurrikulum soos die eersgenoemde een gevolg (Department of Education, 1995). 'n Ingebedde kurrikulum het die grootste moontlikheid om in 'n normale skoolkurrikulum in te pas; in die geval van wiskunde moet die onderwyser nie net 'n spesialis ten opsigte van sy vak en die onderrig daarvan wees nie, maar ook ten opsigte van strategieë om wiskunde te leer, ken en kan onderrig (Klauer, 1998:359). Die uitkomsgebaseerde kurrikulum wat vanaf 1995 in Suid-Afrikaanse skole gevolg word, is 'n voorbeeld van 'n ingebedde kurrikulum.

2.4.9.2 Onderrig

Volgens Joyce *et al.* (2000:6-7) is die hoofdoel van wiskunde-onderrig om kragtige wiskundeleerders te kweek. Hiervolgens behoort leerders se bevoegdhede om effektief te leer, toe te neem as gevolg van kennis en vaardighede wat hulle verwerf het. Daartoe behoort wiskunde-onderwysers hul leerders in wiskunde-aktiwiteite te betrek wat hulle (die leerders) in staat stel om inligting, idees, vaardighede, waardes en denkwyses te verwerf wat van hulle selfstandige leerders maak.

Verskillende benaderings tot die onderrig van wiskunde en die implikasies daarvan vir skoolwiskunde word in hoofstuk 3 bespreek.

2.4.9.3 Die konteks van die wiskundeklaskamer

Die konteks van 'n wiskundeklaskamer sluit volgens Atweh, Bleicher en Cooper (1998:65-66) die onmiddellike omgewing van die onderwyser en leerders wat in daaglikse klaskameraktiwiteite betrokke is, sowel as die meer verwyderde, maar gedeelde kulturele kennis van die deelnemers, in. Die kulturele kennis het te make met die wyse waarop deelnemers betekenis gee aan en begrip het van die aktiwiteite in die sosiale omgewing van die klaskamer (Atweh *et al.*, 1998:66).

Atweh *et al.* (1998:64) beskou die sosiale konteks van die wiskundeklaskamer eerstens as 'n versameling veranderlikes wat die leerhandeling beïnvloed. Veranderlikes kan gevestig wees, soos byvoorbeeld vermoëns, kennis en geslag, of manipuleerbaar soos byvoorbeeld die klaskamerklimaat (kyk 4.2.6), onderrigstyle/strategieë (kyk 4.2.4) of die kurrikulum (kyk 2.4.9.1). Tweedens word die wiskundeklaskamer gesien as 'n komplekse en dinamiese omgewing wat byvoorbeeld verskillende etniese of kultuurgroepe moet akkommodeer. Derdens word die wiskundeklaskamer gesien as 'n plek waar die onderwyser en leerders op 'n sosiale wyse 'n interaktiewe omgewing konstrueer met die bevordering van die leer van wiskunde as primêre doelwit (Atweh *et al.*, 1998:64).

Aangesien die wiskunde-onderwyser grootliks verantwoordelik is vir die skep van die konteks van sy/haar klaskamer, word die klaskamerklimaat meer breedvoerig in hoofstuk 4 (4.2.6) bespreek.

2.4.9.4 Ouerbetrokkenheid

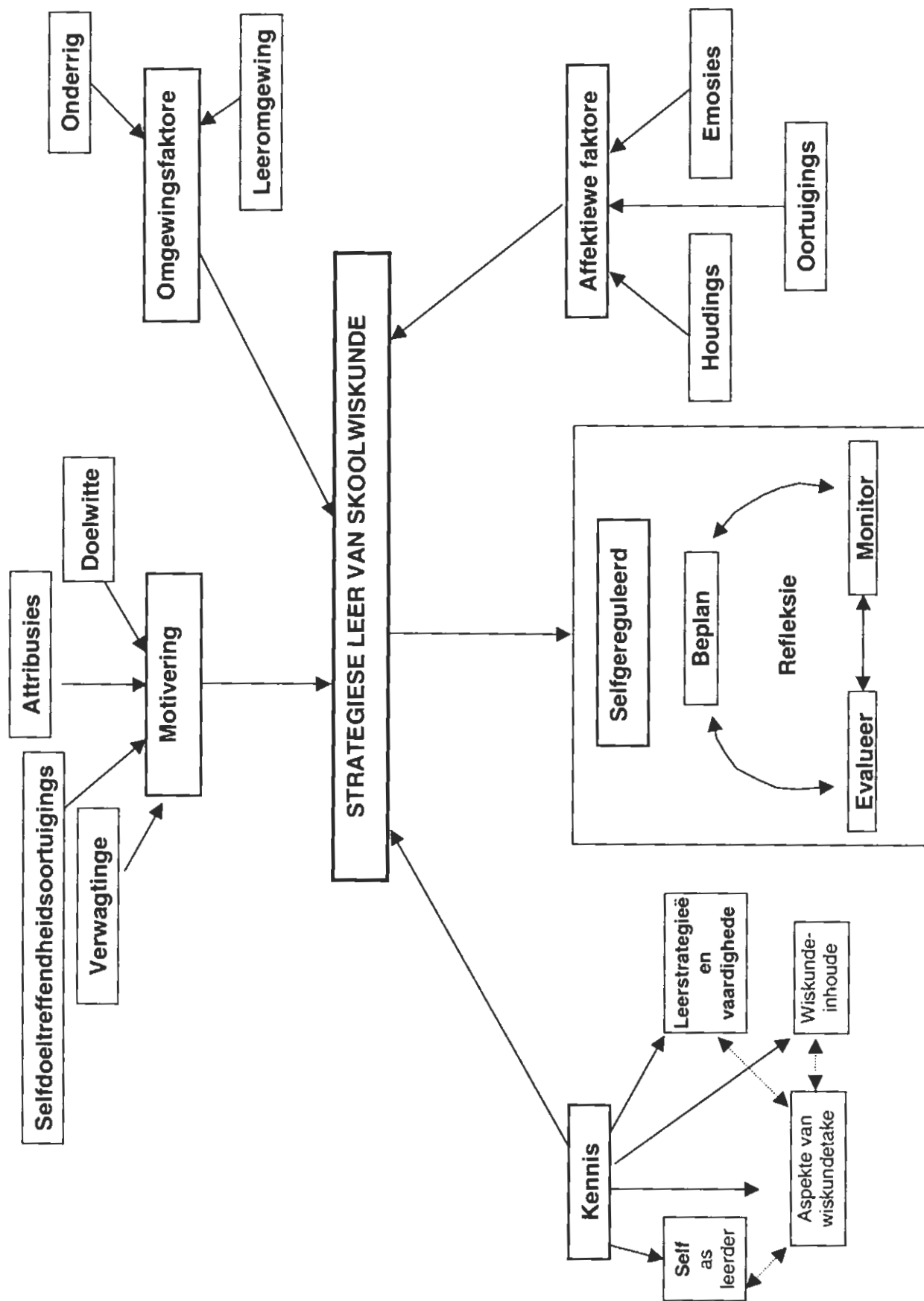
Volgens Lehrer en Shumow (1997:44) word die ondersteuning wat ouers aan kinders ten opsigte van wiskunde gee, beïnvloed deur die volgende faktore:

- (1) Ouers se oortuigings oor hoe wiskunde geleer word, het 'n invloed op die interaksie tussen ouer en kind. As die ouer glo dat betroubare berekenings die kenmerk van wiskundebevoegdheid is, sal die hulp wat gegee word, gerig wees op die ontwikkeling van bevoegdheid in die gebruik van algoritmes, eerder as op begripsvorming.
- (2) Die ouers se kennis van hoe leerders dink, kan 'n rol speel in die mate waartoe die ouer "ingryp" terwyl hul kinders besig is om 'n probleem op te los. Ouers is soms geneig om kinders nie toe te laat om hul eie beslissings te maak en dikwels nog hul eie foute ook nie.
- (3) Die aard van die verhouding tussen ouer en kind het 'n invloed op die ondersteuning wat verleen word, byvoorbeeld of die ouer in staat is om die leerder se belangstelling in wiskunde te wek, die leerder te help om moontlike frustrasie te hanteer, ensovoorts.

Alhoewel die rol van die onderwyser en die ouer verskil betreffende die wyse waarop elkeen bydra tot die ontwikkeling van wiskundedenke by die leerder, kan hierdie rolle aanvullend tot mekaar wees (Lehrer & Shumow, 1997:74).

2.5 DIE STRATEGIESE LEER VAN WISKUNDE

Die voorafgaande gedeeltes is gebruik om die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde saam te stel (kyk Figuur 2.4).



Figuur 2.4 Kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde

Volgens Weinstein en Van Mater Stone (1993:32) het strategiese (ekspert) wiskundeleerders **kennis** ten opsigte van:

- *wiskunde-inhoude* (kyk 2.4.1.1). Daar word dikwels verwys na die wiskundekennis waaroor strategiese leerders beskik (met ander woorde dit wat leerders reeds van wiskunde geleer het en weet), verwys as voorkennis (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:33). Die strategiese leerder probeer doelgerig verbindings (netwerke) tussen nuwe inligting wat geleer moet word en bestaande kennis in die langtermyngeheue vind (kyk 2.3.2.1). As bestaande of voorkennis rakende 'n spesifieke wiskundige begrip of aspek betekenisvol georganiseer en geïntegreer is, is dit vir leerders moontlik om betekenis te gee aan wat hulle besig is om te leer (Weinstein & Meyer, 1991:19).
- *hulself as leerders* (kyk 2.4.1.2). Strategiese leerders het kennis ten opsigte van hul voorkeure, sterk en swak punte, belangstellings, vermoëns en watter tyd van die dag die beste of die slegste is om te leer. Verder het strategiese leerders kennis van studiegewoontes, asook van hul huidige studiegewoontes en die uitvoering daarvan (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:32).
- *aspekte van wiskundeleertake* (kyk 2.4.3). Omdat strategiese leerders weet wat van hulle verwag word in wiskundetake, stel dit hulle in staat om te weet of hulle pogings tot voltooiing van take suksesvol was al dan nie (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:32).
- *'n wye verskeidenheid leerstrategieë* (kyk 2.4.5) en *vaardighede* (kyk 2.4.4.3). Strategiese leerders beskik oor 'n repertoire strategieë en vaardighede. Volgens Ertmer en Newby (1996:5) is ekspert (strategiese) leerders in staat om op 'n deurdagte wyse 'n geskikte strategie te kies, en die gebruik daarvan te beheer en te monitor in 'n poging om gewenste doelwitte en mikpunte te bereik. Leeraktiwiteite word gemonitor terwyl dit uitgevoer word sodat besluite geneem kan word in verband met die geskiktheid van 'n spesifieke strategie wat gebruik word - sodoende kan die gebruik voortgesit, aangepas of gestaak word.

Volgens Schunk (2000:204) verskil strategiese leerders in meer as een opsig van ander leerders ten opsigte van probleemoplossing (kyk 2.4.4.3.2). Omdat die strategiese leerder se wiskundekennis hiërargies beter georganiseer is, interpreteer en klassifiseer hy/sy probleme volgens die dieper struktuur daarvan, gewoonlik om by sy/haar kennisnetwerk in te pas. Tydens probleemoplossing gebruik strategiese leerders volgens Schunk (2000:205) meer tyd om te beplan en te analiseer, kies op deurdagte wyse 'n strategie en monitor en beheer die gebruik daarvan in 'n poging om die gewenste doelwitte te bereik. Uit voorafgaande behoort dit duidelik te wees dat die moontlikheid groter is dat strategiese leerders eerder probleme effektief sal oplos as ander leerders.

Strategiese leerders se kennis van hulself as leerders, van wiskunde-inhoude, van die aspekte van wiskundeleertake en van wiskundeleerstrategieë en wiskundevaardighede tree onderling in interaksie (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:33). Leerders se kennis van hulself as leerders stel hulle naamlik in staat om aspekte van wiskundetake waarmee hulle probleme kan ondervind, te identifiseer. Identifisering van probleemareas stel weer die leerders in staat om aan leerstrategieë te dink om te gebruik in die uitvoering van die taak. Wanneer strategiese leerders dink oor wat hulle reeds ten opsigte van 'n spesifieke onderwerp weet, behoort dit hulle te help om betekenis te heg aan nuwe leerinhoud sodat leerders in staat is om 'n gegewe wiskundetaak te voltooi.

Volgens Klauer (1988:360), Weinstein en Van Mater Stone (1993:35) en Ertmer en Newby (1996:11-13) is strategiese leerders **selfgereguleerde leerders** (kyk 2.4.6.2). Voordat 'n wiskundeleertaak aangepak word, *beplan* die strategiese leerder op die volgende wyse: die strategiese leerder stel vir hom-/haarself 'n duidelike *doelwit*, selekteer en rangskik 'n reeks strategieë en/of vaardighede om die doelwit te bereik en identifiseer potensiële struikelblokke in die pad van die bereiking van die doelwit. Tydens die uitvoer van die plan, *monitor* die strategiese leerder stap vir stap die effektiwiteit van die gekose strategieë en maak aanpassings indien nodig. Nadat die taak afgehandel is, *valueer* die strategiese leerder nie net tot watter mate die doelwit bereik is nie, maar ook die stappe wat

gevolg is om te bepaal hoe effektief hierdie stappe in die bereiking van die doelwit was. Evaluering van die struikelblokke op die pad na die doelwit vind ook plaas om vas te stel hoe goed die antiserping of die vermyding daarvan was en/of hoe goed dit hanteer is. Uiteindelik word die totale uitvoering van die leertaak geëvalueer om die relatiewe effektiwiteit en doeltreffendheid te bepaal, sodat dit aangepas kan word indien nodig, met die oog op die gebruik in die uitvoer van soortgelyke take in die toekoms. *Refleksie tydens* die leerhandeling maak dit vir die strategiese leerder moontlik om sy/haar metakognitiewe kennis oor die leertaak, hom-/haarself en leerstrategieë te gebruik tydens elke stadium van die selfreguleringsproses naamlik beplanning, monitering en evaluering (Ertmer & Newby, 1996:14).

Affektiewe faktore beïnvloed ook die strategiese leer van wiskunde. *Oortuigings* (kyk 2.4.7.1.3) van leerders ten opsigte van die leer van wiskunde speel volgens Simpson en Sherrie (2000) 'n rol in die interpretasie van 'n wiskundetaak en die uiteindelijke keuse van geskikte leerstrategieë. Strategiese leerders is bewus van hul oortuigings ten opsigte van hulself en wiskunde, asook die mate waartoe hierdie oortuigings in harmonie is met hul onderwysers se oortuigings (kyk 4.2.2). Gevolglik ondervind strategiese leerders geen of min probleme nie in die analisering en interpretasie van wiskundetake en die kies van geskikte strategieë.

Alhoewel alle wiskundeleerders *emosies* van genot of frustrasie ondervind as hulle besig is om nie-roetine probleme op te los, is die strategiese leerder in staat om sy/haar emosies beter te beheer as ander leerders (McLeod, 1992:583).

Strategiese leerders se positiewe *houding* teenoor wiskunde dra by tot die gemotiveerderheid wat by hierdie leerders bestaan (Ma, 1997:221).

Strategiese wiskundeleerders weet nie net *wat* om te leer, *hoe* om te leer, *wanneer* en *waar* om te leer nie, maar *wil* ook leer (Weinstein & Van Mater Stone, 1997:34). Die wil om te leer het met **motivering** (kyk 2.4.8) te doen. Strategiese leerders is gemotiveerd om effektief te leer. Motivering is 'n resultaat

van verskillende veranderlikes, waaronder die stel en bereiking van doelwitte - strategiese leerders weet hoe om realistiese, maar uitdagende doelwitte te stel en te bereik. Verwagtinge ten opsigte van doeltreffendheid beïnvloed ook motivering - strategiese leerders het sterk verwagtinge dat hulle wiskundetake suksesvol sal kan uitvoer. Leerders se attribusies beïnvloed ook motivering, en strategiese leerders skryf hulle suksesse/mislukkings deels toe aan hul eie vermoëns en pogings wat aangewend is. Strategiese leerders ondervind voorts 'n gevoel van bemagtiging in die sin dat hulle glo dat hul pogings 'n verskil kan maak. Die strategiese wiskundeleerder stel belang in die wiskunde wat geleer word en besef die gebruikswaarde daarvan. Dit dra ook by tot hul gemotiveerdheid om wiskunde effektief te leer (Weinstein & Van Mater Stone, 1997:35).

Volgens Anthony (1996:32-33) behoort die **leeromgewing** (kyk 2.4.9) die ontwikkeling en gebruik van leerders se strategiese leerhandeling aktief aan te moedig deur onderrig en terugvoer ten opsigte van die gebruik van leerstrategieë en die demonstrasie van verbeterde leerderprestasie. Volgens Zimmerman & Risemberg (1997:118) werk selfgereguleerde leerders nie in afsondering nie. Hulle kan hul sosiale en fisiese omgewing herstruktureer sodat dit hul behoeftes pas. Goeie presteerders maak meer gebruik van herstrukturering as swak presteerders en doen moeite om omgewings te vind of te skep wat bevorderlik is vir leer (Zimmerman & Risemberg, 1997:120).

Onderrig (kyk 4.3) behoort geleenthede vir leerders te skep om maksimaal in strategiese leeraktiwiteite betrokke te wees.

Bogenoemde kenmerke van strategiese leer van skoolwiskunde word in Tabel 2.3 saamgevat.

Tabel 2.3 Kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde

Faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed	Kenmerke van 'n strategiese leerder
<i>Kennis ten opsigte van:</i>	
Wiskunde-inhoude	Probeer doelgerig verbindings tussen nuwe inligting en bestaande wiskundekennis vind.
Die self as leerder	Het kennis ten opsigte van voorkeure, swakhede, sterk punte, belangstellings, vermoëns, studiegewoontes.
Aspekte van wiskundeleertake	Weet wat van hom/haar verwag word - weet gevolglik of pogings suksesvol was al dan nie.
Leerstrategieë	Is in staat om uit 'n repertoire strategieë te kies en gekose strategieë selfgereguleerd te gebruik.
Vaardighede	Beskik oor 'n verskeidenheid vaardighede. Los meestal probleme effektief op - tree selfgereguleerd op.
<i>Selfgereguleerd:</i>	
Beplan	Stel 'n duidelike doelwit. Selekteer en rangskik 'n reeks strategieë/vaardighede. Identifiseer potensiële struikelblokke.
Monitor	Monitor die effektiwiteit van verkose strategieë - maak aanpassings indien nodig.
Evalueer	Evalueer totale uitvoering van taak in die bereiking van doelwitte - gebruik van strategieë, antisipering en vermyding van struikelblokke.
Reflekteer	Gebruik metakognitiewe kennis van die self, leertaak en leerstrategieë tydens beplanning, monitering en evaluering.

Tabel 2.3 vervolg

Faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed	Kenmerke van 'n strategiese leerder
<i>Affektiewe faktore</i>	
Oortuigings	Bewus van oortuigings ten opsigte van die self en wiskunde - ondervind min probleme in analisering en uitvoering van taak.
Houdings	Positiewe houding teenoor wiskunde.
Emosies	In staat om emosies te beheer tydens die uitvoer van onbekende take.
<i>Motivering</i>	
	Gemotiveerd om te leer a.g.v.: Die stel en bereik van realistiese, uitdagende doelwitte; Sterk verwagtinge t.o.v. selfdoeltreffendheid; Skryf suksesse/mislukking toe aan eie vermoëns en pogings wat aangewend is. Stel belang in wiskunde wat geleer word.
<i>Leeromgewing</i>	
Onderrig	Herstruktureer fisiese en sosiale omgewing sodat dit bevorderlik is vir leer; Onderrig behoort geleenthede vir leerders te skep om in strategiese leeraktiwiteite betrokke te wees.

2.6 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

In hierdie hoofstuk is die aard van wiskunde, benaderings tot die leer van wiskunde en die implikasies daarvan vir die leer van skoolwiskunde bespreek. Vervolgens is faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed, bespreek. Ten laaste is die voorafgaande gedeeltes gebruik om die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde te identifiseer. In hoofstuk 3 word verskillende benaderings tot die onderrig van skoolwiskunde, gebaseer op die benaderings tot die leer van wiskunde, bespreek.

HOOFSTUK 3

BENADERINGS TOT DIE ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE

3.1 INLEIDING

In die vorige hoofstuk is die aard van skoolwiskunde, benaderings tot die leer daarvan, faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed, asook kenmerke van die strategiese leer van wiskunde bespreek. In hierdie hoofstuk word die onderrig van wiskunde, onderrigleeruitkomst, verskillende benaderings tot onderrig gebaseer op benaderings tot die leer van wiskunde, asook die implikasie van die onderrigbenaderings op die onderrig van skoolwiskunde, bespreek.

3.2 OMSKRYWING VAN DIE BEGRIP *ONDERRIG*

Alvorens verskillende benaderings tot die onderrig van wiskunde bespreek kan word, is dit nodig om antwoorde te probeer kry op wat *onderrig* is.

Volgens Schoenfeld (1992:334) behoort die doel van wiskunde-onderrig die bemoontliking van betekenisvolle leer, met ander woorde leer met begrip, te wees (kyk 2.4.1.1). Joyce *et al.* (2000:6-7) brei hierop uit deur die doel van onderrig te beskryf as die verwerwing van 'n bevoegdheid by leerders om meer effektief te leer as gevolg van kennis, vaardighede en waardes wat hulle verwerf het omdat hulle geleer het hoe om te leer.

Onderrig het te doen met die strukturering van 'n leeromgewing wat bevorderlik is vir die leer van wiskunde (Gunter, Estes & Schwab, 1999:4-6; NCTM, 2000:18-19). Die wiskunde-onderwyser dra hiertoe by deur die besluite wat hy neem ten opsigte van die leerinhoud en die gebruik van onderrigstyle, ten einde spesifieke onderrigdoelwitte te bereik. Verder beplan die *onderwyser* onderrigleeraktiwiteite met inagneming van die leerders se behoeftes en belangstellings en die doelwitte van onderrig. Volgens Schunk (2000:416) beïnvloed die handeling van die onderwyser die handeling van die leerder tydens die uitvoer van onderrig-

leeraktiwiteite. Daar ontstaan dan 'n onderlinge wisselwerking (interaksie) tussen onderwyser, onderrigaktiwiteite, leerder en leerhandeling.

Uit die voorafgaande bespreking en vir die doel van hierdie ondersoek word volstaan met die volgende eienskappe van die onderrig van wiskunde:

- Die doel met onderrig (die intensie van onderrig) rig alle onderrig-leeraktiwiteite wat plaasvind.
- Onderrig is die strukturering en vestiging van 'n leeromgewing.
- Onderrig het met die bereiking van doelwitte te doen.
- Spesifieke *leerinhoud*, aan die hand waarvan onderrigdoelwitte bereik moet word, is onontbeerlik in onderrigsituasies.
- Ten minste twee persone is betrokke in onderrigsituasies, naamlik 'n fasiliterende en begeleidende *onderriggewer* (onderwyser) en aktiewe deelnemende *leerder*.
- Die onderriggewer tree op een of ander wyse in wisselwerking (*interaksie*) met die leerder om doelwitte aan die hand van die betrokke inhoud te verwesenlik.
- Daar is 'n noue wisselwerking tussen dit wat in 'n onderrigsituasie gebeur en die *omgewing* waarbinne die onderrig plaasvind.

As gevolg van verskillende oorsake, byvoorbeeld die beskouings (oortuigings) van 'n onderwyser ten opsigte van wiskunde (kyk 4.2.2), is dit moontlik dat een of meer van die kenmerke van onderrig ten koste van die ander beklemtoon word. Die uiteinde is dat een of meer van die onderrigbenaderings (kyk 3.3) gevolg word.

3.3 BENADERINGS TOT DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE EN DIE IMPLIKASIES DAARVAN VIR DIE ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE

Die wyse waarop die leer van wiskunde gedefinieer en gekonseptualiseer word, met ander woorde benaderings tot die leer van wiskunde (kyk 2.3), het implikasies vir die onderrig daarvan (Schunk, 2000:23). Gevolglik word verskillende benaderings tot die onderrig (onderrigmodelle) van wiskunde bespreek, asook die implikasies daarvan vir die onderrig van skoolwiskunde.

3.3.1 Onderrigmodelle gebaseer op die behavioristiese benadering tot leer

3.3.1.1 Inleiding

Die volgende onderrigmodelle is gebaseer op die behavioristiese benadering tot leer (kyk 2.3.1) en word dikwels in die onderrig van wiskunde gebruik.

3.3.1.2 Tradisionele onderrig

Die doel van tradisionele onderrig is die transmissie (oordrag) van wiskundekennis en -vaardighede deur die onderwyser aan leerders. Die sukses van onderrig word gemeet aan die manier waarop leerders die leerinhoud ingeneem en gereproduseer het (Cobb, 1988:87).

Onderrig in tradisionele klaskamers vind plaas deur direkte verduideliking of demonstrasies (deur die onderwyser), wat gevolg word deur papier-en-potlood klasopdragte (inoefening van die metodes wat deur onderwyser onderrig is) (Cobb, 1988:97). Verder beskou die onderwyser leerders se alternatiewe metodes as onwenslike gedrag wat geëlimineer behoort te word en hanteer onderrigmislukkings deur die herhaling van demonstrasies. Daarbenewens word dit veronderstel dat die onderwyser se woorde en handeling op sigself betekenis sal hê vir die leerders of die leerders se aandag sal vestig op wiskundestrukture in die omgewing. Die leerders is dus veronderstel om waar te neem en in te neem en op hierdie wyse wiskundebegrippe te vorm (Cobb, 1988:88).

Volgens Nickson (1992:105) en Thompson (1992:137) is die leerder in die tradisionele klaskamer 'n passiewe ontvanger/absorbeerder van kennis. Die leerder volg die onderwyser se instruksies na, beantwoord vrae en aanvaar die leerinhoud wat onderrig word as werk wat gedoen moet word.

Wiskunde word voorgestel as 'n gevestigde begrensde dissipline (kyk 4.2.2.1). Hierdie beskouing van wiskunde het daartoe gelei dat skoolwiskunde versplinter geraak het - onderafdelings van wiskunde, soos algebra, meetkunde en trigonometrie, word geïsoleerd onderrig, sonder dat leerders werklik die verband tussen die onderafdelings raaksien en gebruik (Romberg & Carpenter, 1986:851; NCTM, 1989:5-6). Daarbenewens is die onderafdelings op hul beurt op 'n hiërargiese wyse in temas, subtemas, lesse en uiteindelik spesifieke feite en vaardighede ingedeel. Sodoende verdwyn die fokus op die wiskundige prosesse of denkhandelinge, soos ontdekking, uitvinding, bewysvoering, probleemoplossing en toepassing.

Die wiskunde wat op skool geleer word, vind in 'n geïsoleerde selfgenoegsame konteks plaas, waar die moontlikheid om enigiets anders as die voorgeskrewe metodes te volg, nie eers by die leerder opkom nie. Die gevolg van voorskriftelike wiskunde-onderrig is dat leerders die wiskunde wat in die skool geleer word, nie met die wêreld van fisiese voorwerpe en lewenswerklike probleme of die leerder se eie gegenereerde metodes in verband bring nie (Cobb, 1988:98). 'n Ander gevolg is dat leerders sekere oortuigings oor wiskunde vorm (kyk 2.4.7.2).

Leerders wat volgens die tradisionele benadering wiskunde leer, vaar goed in gestandaardiseerde toetse wat laerorde-denkvaardighede toets, maar is minder effektief wat betref hoërorde-denkvaardighede soos probleemoplossing (kyk 2.4.4.3.2) en redeneringsvaardighede (kyk 2.4.4.3.3 & Jakubowski & Tobin, 1991:205).

3.3.1.3 Die bemeesteringsleer van Bloom

Hierdie benadering is gebaseer op John Carroll se perspektief dat leerders met min aanleg ten opsigte van 'n spesifieke manier van leer, eenvoudig langer sal neem om sekere werk te bemeester as leerders met meer aanleg (Carroll, 1963). Volgens hierdie benadering is dit vir byna alle leerders moontlik om enige gegewe stel doelwitte te bereik mits voldoende tyd gegee word om te leer, en mits geskikte leerinhoud en onderrig voorsien word. Verder is die mate van leer wat by enige leerder plaasvind afhanklik van die tyd toegelaat, die deursettingsvermoë van die leerder, die kwaliteit van onderrig, die leerder se vermoë om die onderrig te verstaan en die leerder se aanleg. Bloom (1971:47-63) het Carroll se standpunt soos volg gewysig:

- Die bemeestering van enige vak word gedefinieer in terme van 'n stel hoofdoelwitte wat die doel van die kursuseenheid verteenwoordig.
- Die inhoud word verdeel in 'n groter stel relatief klein leereenhede, waarvan elkeen sy eie doelwit het, wat deel vorm van die groter geheel of wat só ingedeel is ter wille van bemeestering.
- Leermateriaal word dan geïdentifiseer en die onderrigstrategie uitgesoek.
- Elke leereenheid word vergesel van kort diagnostiese toetse wat die vordering van elke leerder bepaal en spesifieke probleme wat 'n leerder het, identifiseer. Terugvoer aan elke leerder oor sy/haar vordering dien as versterking.
- Die inligting wat verkry word deur die voltooiing van die toetse word gebruik om aanvullende onderrig te voorsien sodat die leerder sy/haar probleme kan oorkom.

Deur onderrig op hierdie wyse te bestuur, kan die tyd wat beskikbaar is vir leer aangepas word om leerders met verskil in aanleg te akkommodeer (Bloom, 1971). Aan leerders met minder aanleg kan dan meer tyd en terugvoer gegee word, terwyl die vordering van almal gemonitor word met behulp van toetse.

Aangesien die vermoëns van leerders (kyk 2.4.2) nie veel verander as gevolg van onderrig nie, word op die volgende veranderlikes gekonsentreer: kognitiewe veranderlikes, byvoorbeeld die vaardighede en strategieë waarvoor leerders beskik en leerders se belangstelling in wat onderrig word; affektiewe strategieë, byvoorbeeld belangstelling in wat onderrig word en houding teenoor leer; en veranderlikes wat die kwaliteit van onderrig beïnvloed, byvoorbeeld deelname van leerders en die soort terugvoer wat aan leerders verskaf word (Bloom, 1971).

'n Belangrike uitgangspunt van bemeesteringsleer is dat individuele verskille tussen leerders met tydsverloop verminder (Anderson, 1976). Dit impliseer dat leerders wat remediëringshulp ontvang, geleidelik minder ekstra tyd nodig het vir bemeestering aangesien hul intreevlakvaardighede toeneem. Bemeesteringsleer hou dus kummulatiewe voordele vir leerders in.

Die volgende uittreksel uit die interimsillabus vir wiskunde standerd 6 illustreer die indeling van die leerinhoud in opeenvolgende leereenhede só dat die bemeestering daarvan moontlik is.

"2. INTRODUCTORY IDEAS IN ALGEBRA

2.1 The development of the concept of a variable

- (a) The concepts: variable, constant and replacement set of variables.
- (b) Investigations focusing on the exploring of special cases, systematics presentation of results and generalization.
- (c) Construction of algebraic expressions. Conversion of flow diagrams to algebraic expressions, and conversely. Use of brackets.
- (d) The construction of simple formulae.

2.2 Calculation of the values of simple algebraic expressions after substitution. Use of brackets.

2.3 Manipulation of algebraic expressions" (Department of Education, 1995).

3.3.1.4 Die direkte onderrigmodel

3.3.1.4.1 Wat is direkte onderrig?

Direkte onderrig verwys na 'n onderrigbenadering wat bestaan uit die aanbieding van leerinhoude aan 'n groot groep leerders op só 'n wyse dat leerders een feit, reël of algoritme bemeester voordat die volgende een voorgehou word; die voorsiening van gedetailleerde en oorvloedige verduidelikings; die organisasie van leer rondom die vrae wat die onderwyser vra en die formele inrig van die klaskamer om inoefening te maksimaliseer (Borich, 2000:165).

3.3.1.4.2 Eienskappe van die direkte onderrigmodel

Volgens Joyce *et al.* (2000:338) is 'n akademiese fokus, 'n hoë mate van leiding en beheer deur die onderwyser, hoë verwagtings ten opsigte van die vordering van 'n leerder, 'n stelsel vir die beheer van tyd en 'n relatief neutrale atmosfeer ten opsigte van die affektiewe, die mees prominente eienskappe van direkte onderrig. Met *akademiese fokus* word bedoel dat die onderwyser gedurende onderrig die hoogste prioriteit heg aan die gee van akademiese (wiskunde) take (kyk 2.4.3) en die uitvoer daarvan. *Leiding* word gegee en *beheer* uitgeoefen wanneer die onderwyser die wiskundeleertake uitsoek en leiding gee tydens die uitvoer daarvan, 'n sentrale rol speel gedurende onderrig en die hoeveelheid nie-akademiese gesprekke tot 'n minimum beperk. Onderwysers wat *hoë verwagtinge* van hul leerders koester en belang het by hul akademiese vordering en prestasie, eis akademiese voortreflikheid en handeling wat daartoe bydra, van hul leerders. Die hoeveelheid *tyd* wat leerders aan wiskundetake spandeer, het 'n direkte invloed op die prestasie van die leerders. Gevolglik skep die onderwyser tydens direkte onderrig 'n gestruktureerde, akademies georiënteerde leeromgewing (kyk 2.4.9.3) waarin die leerder aktief betrokke is tydens taakuitvoering en 'n hoë sukseskoers ten opsigte van die leertake wat gegee word, kan ondervind. Omdat negatiewe opmerkings (*affektiewe faktore*) deur die onderwyser leerders se prestasie kan benadeel, is dit verkieslik dat onderwysers

liever konsentreer op 'n leeromgewing waarin die primêre fokus akademies van aard is.

3.3.1.4.3 Onderrigfunksies (werking) van die direkte onderrigmodel

Op grond van Good en Grouws (1979) se werk het Rosenshine en Stevens (1986) die volgende onderrigfunksies ontwikkel na aanleiding van ondersoeke wat in verskillende wiskundeklaskamers uitgevoer is.

- *Daaglikse hersiening en die kontrolering van die vorige dag se werk*

Volgens Rosenshine en Stevens (1986:379) word 'n les (ook 'n wiskundeles) die meeste van die tyd met die nasien van huiswerk begin - dit dien ook as 'n kort hersiening van vorige werk. Genoemde hersiening gee die leerders geleentheid tot addisionele inoefening, wat ook kan dien as voorkennis vir die betrokke dag se werk. Die onderwyser word ook in staat gestel om leerders te help met verbetering en te heronderrig indien nodig. Daaglikse hersiening en kontrolering van vorige werk kan volgens Borich (2000:172) op een of meer van die volgende maniere plaasvind: (1) Die onderwyser stel vrae oor die wiskundebegrippe en -vaardighede van die vorige les, (2) leerders merk mekaar se huiswerkopdragte, (3) leerders in klein groepies stel vrae aan mekaar oor vorige werk of die huiswerkopdrag, (4) leerders stel vrae beskikbaar aan die onderwyser om aan die hele klas te vra, en (5) die leerders word toegelaat om vrae aan die onderwyser te vra oor probleme wat hulle ondervind het ten opsigte van die huiswerk, sodat die onderwyser kan hersien, heronderrig of addisionele inoefening kan verskaf.

- *Die aanbieding en strukturering van nuwe leerinhoud*

Nuwe wiskundeleerinhoud word dikwels deur demonstrasie onderrig deur gebruik te maak van die volgende stappe: (1) Stel die doelwit duidelik, konsentreer op een gedagte op 'n keer en vermy afdwaling; (2) gee 'n oorsig as die leerinhoud kompleks is; (3) bied die leerinhoud in klein stappe aan terwyl eksplisiete instruksies telkens gegee word; (4) organiseer die leerinhoud sodanig

dat 'n stap bemeester word voordat na 'n volgende een oorgegaan word; (5) voorsien die leerders van 'n verskeidenheid spesifieke konkrete voorbeelde; (6) gee gedetailleerde en oorfloedige verduidelikings vir moeilike gedeeltes; (7) kontroleer eers of leerders 'n stap verstaan voordat na die volgende een oorgegaan word; en (8) heronderrig die gedeeltes van die aanbieding waarmee die leerders gesukkel het (Rosenshine & Stevens, 1986:381-382; Borich, 2000:172-173).

Volgens Kieran (1992:398-399) verskaf die oplos van vergelykings voorbeelde van hoe skoolalgebra op 'n gestruktureerde wyse aangebied kan word. Voordat 'n vergelyking opgelos kan word, moet dit eers ingevoer word. Dit kan gedoen word deur 'n vergelyking eerstens as 'n rekenkundige identiteit met 'n weggesteekte getal te beskou en vervolgens twee getalle aan weerskante weg te steek. Daarna word die "plekhouer" vir die getal vervang met 'n simbool (letter). Die volgende word ook beklemtoon: 'n "Gelyk-aan-teken" impliseer ekwivalensie van linker- en regterkant van 'n vergelyking; aan die regterkant van 'n "gelyk-aan-teken" staan nie noodwendig net een getal nie, maar eerder 'n algebraïese uitdrukking, byvoorbeeld:

$$(1) \quad 7 \times 2 = 14 \Rightarrow 7 \times \Delta = 14 \Rightarrow 7 \times a = 14$$

$$(2) \quad 2 \times 3 + 7 = 5 \times 3 - 2 \Rightarrow 2 \times \Delta + 7 = 5 \times \Delta - 2 \Rightarrow 2 \times c + 7 = 5 \times c - 2$$

Voorskrifte ten opsigte van die oplos van vergelykings word van vroeg af ingevoer, soos uit die volgende formele oplosmetodes blyk:

Transponering van 'n element vanaf die eenkant van 'n vergelyking na die anderkant (oor die gelykaan-teken) impliseer 'n tekenverandering by die element wat getransponeer word. Voorbeeld:

$$\text{Los op vir } x: 2x + 3 = 5 + x$$

$$2x - x = 5 - 3$$

$$x = 2$$

Leerders wat hierdie metode gebruik, voer dikwels blindweg 'n prosedure uit sonder inagneming van die struktuur van die vergelyking.

Deur die uitvoer van dieselfde bewerking aan beide kante, word die ekwivalensie van linker- en regterkante van 'n vergelyking beklemtoon. Voorbeeld:

Los op vir x : $2x + 3 = 5 + x$

$$2x + 3 - 3 = 5 + x - 3$$

$$2x = 2 + x$$

$$2x - x = 2 + x - x$$

$$x = 2$$

- *Begeleide leerderinoefening*

Begeleide inoefening volg op die suksesvolle aanbieding en demonstrasie van leerinhoud. Tydens hierdie onderrigfunksie vra die onderwyser 'n groot aantal vrae, lei die leerders in die gebruik van die nuwe leerinhoud deur aan te spoor totdat korrekte response verkry word, kontroleer of leerders verstaan, voorsien terugvoer, korregeer foute, heronderrig wanneer nodig en voorsien leerders van 'n groot aantal (suksesvolle) herhalings (Rosenshine & Stevens, 1986:382; Borich, 2000:177).

Wanneer 'n prosedure in wiskunde (kyk 2.4.1), byvoorbeeld die deling van 'n drieterm deur 'n enkelterm aangeleer word, word begeleide inoefening dikwels gedoen deur die uitwerk van soortgelyke voorbeelde onder leiding van die onderwyser. Soos die leerders vorder, bevestig die onderwyser die stappe. Soms doen van die leerders voorbeelde op die swartbord om sodoende as 'n model vir die hele klas te dien (Rosenshine & Stevens, 1986:382).

'n Hoë frekwensie spesifiekgerigte vrae deur die onderwyser en antwoorde verskaf deur die leerders is onontbeerlik in die onderrig van wiskunde volgens die direkte onderrigmodel. Trouens, die wiskunde-onderrig verskaf deur onderwysers wat baie vrae vra, is meer effektief as die onderrig waar onderwysers minder vrae vra. Die persentasie korrekte leerderresponse wat vinnig en outomaties gegee word, speel egter ook 'n rol in suksesvolle leer. Gevolglik behoort die

aanbieding deurspek te wees van vrae om leerders se aandag te hou en terselfdertyd te kontroleer of hulle verstaan (Rosenshine & Stevens, 1986:384). Sodanige kontrole sluit in die voorbereiding van 'n aantal mondelinge vrae voor die tyd, kort vrae oor alle aspekte van die aanbieding, die rig van vrae aan leerders wat nie hul hande opsteek nie, die vra van leerders om 'n reël op te som in hul eie woorde, opdrag dat die leerders die antwoorde neerskryf terwyl die onderwyser rondbeweeg en die geleentheid vir leerders om hul antwoorde met ander leerders te kontroleer. Indien leerders nie verstaan nie, kan die onderwyser korrigeer of heronderrig wanneer nodig. Die organisering en uitvoering van begeleide onderrig is belangrik vir die sukses daarvan. Besluite moet geneem word oor die manier waarop antwoorde op vrae verwag en gegee word (Borich, 2000:178).

- *Terugvoer op en die korrigering van leerders se antwoorde*

Tydens begeleide inoefening, kontrolering of leerders verstaan en hersiening word verskillende response (antwoorde) van leerders verkry, waarop die onderwyser se terugvoer telkens verskillend kan wees (Rosenshine & Stevens, 1986:385; Borich, 2000:181). Response van leerders kan korrek, vinnig en seker wees, gewoonlik in die laat stadium van die aanvanklike leerhandeling of tydens hersiening. Die onderwyser bevestig gewoonlik die korrektheid van die respons en volg op met 'n ander vraag. As die respons korrek, maar huiwerig gegee word, behoort die onderwyser daarop te reageer deur die korrektheid te bevestig, gevolg deur 'n herverduideliking van die wyse waarop die korrekte antwoord verkry is. Response wat verkeerd, maar traak-my-nie-agtig tydens hersiening of indriloefeninge gegee word, behoort deur die onderwyser gekorrigeer te word en waarna daar voortgegaan moet word. As response egter verkeerd is as gevolg van 'n gebrek aan kennis tydens die aanvangstadium van die leer van nuwe leerinhoud, kan die onderwyser een van die volgende twee remediëringsprosedures volg. Hulp in die vorm van heronderrig kan aan dié leerders verskaf word, maar op so 'n wyse dat dit nie inmeng met die onderrig aan die hele klasgroep nie (Rosenshine & Stevens, 1986:385; Borich, 2000:182). 'n Ander vorm van remediëring is om die leerder te "lei" na die korrekte antwoord

deur aansporing en gee van wenke. Hierdie individuele kontak behoort egter nie te lank te duur nie, want dan kan dit gebeur dat die onderwyser die aandag van die res van die klas verloor (Rosenshine & Stevens, 1986:386; Borich, 2000:183).

- *Onafhanklike inoefening*

Onafhanklike inoefening gee volgens Rosenshine en Stevens (1986:386) en Borich (2000:184) aan leerders die herhaling wat hulle nodig het om die nuwe inligting of vaardighede te integreer by vorige kennis of vaardighede en om outomaties in hul gebruik van vaardighede te raak. Leerders wat voldoende voorberei is gedurende die onderwyserbegeleide aktiwiteite, is meer in staat om te slaag tydens die individuele onafhanklike inoefening as leerders wat meer op hulself aangewys is en minder begelei word. Onafhanklike inoefening kan ook bevorder word deur die effektiewe beheer en bestuur daarvan deur byvoorbeeld die gebruik van 'n voorafgevestigde roetine wat die leerders veronderstel is om te volg tydens individuele inoefening (Rosenshine & Stevens, 1986:387; Borich, 2000:186). Nadat leerders hul werkopdragte voltooi het, moet hulle dit inhandig en ander opdragte, soos verrykte werk, doen. Leerders moet hul voltooide opdragte met voorafgereelde maats kontroleer. As 'n leerder hulp nodig het, kan hy/sy slegs hulp by die onderwyser vra as die onderwyser nie besig is met heronderrig van 'n groep leerders nie. Leerders kan ook hulp vra by aangestelde tutors. Groepwerk (vergelyk 3.3.3.3) bied 'n alternatief vir individuele inoefening en verbeter leerders se verstaan van begrippe en vaardighede (Rosenshine & Stevens, 1986:387).

- *Weeklikse en maandelikse hersiening*

Die aanleer van nuwe leerinhoud word versterk deur weeklikse en maandelikse hersiening. As die pas waarteen die onderwyser werk, te vinnig is vir die leerlinge, sal dit met die weeklikse hersiening vasgestel kan word. Die mate waartoe vorige begrippe en vaardighede vasgelê is, sal ook op hierdie wyse vasgestel kan word (Rosenshine & Stevens, 1986:388; Borich, 2000:188).

3.3.1.4.4 Implementering van die direkte onderrigmodel in die wiskundeklaskamer

Die direkte onderrigmodel kan volgens Borich (2000:173-174) met sukses gebruik word in die aanleer van sekere basiese wiskundefakte, reëls en algoritmes, soos byvoorbeeld die volgorde waarin bewerkings gedoen word, waar outomatisasie vereis word.

Leerderbetrokkenheid en taakgeoriënteerdheid by die wiskunde-onderwyser dra by tot die sukses van die direkte onderrigmodel. Aangesien die taakgeoriënteerdheid van die onderwyser reeds in 3.3.1.4.3 bespreek is, word hier aandag gegee aan hoe leerderbetrokkenheid verhoog kan word (Borich, 2000:191). Die onderwyser behoort (1) geskikte voorbeelde te gebruik om wiskundebegrippe te verduidelik; (2) die manier te aanvaar waarop leerders nuwe wiskundebegrippe verstaan; (3) die gevoel van kompetisie te verminder deur leerders toe te laat om saam met iemand te werk tydens begeleide inoefening; (4) geleenthede vir sosiale "versterking" te verhoog deur iemand anders te vra hoe hy/sy 'n probleem opgelos het; (5) groepwerk te fasiliteer deur 'n leerder toe te laat om, nadat hy/sy sy/haar eie werk voltooi het, by 'n ander groep aan te sluit om hulle te help met die oplos van die wiskundeprobleem; (6) bedag te wees op kulturele verskille tussen leerders en sinvol daarop te reageer; (7) tydens die stel van vrae leerders genoeg tyd te gee om te antwoord; (8) ook te reageer op vrae wat as respons op die onderwyser se vrae gevra word, voordat teruggegaan word na die oorspronklike vraag; en (9) leerders wat die regte antwoord op verskillende maniere verkry het, op 'n soortgelyke wyse te komplimenteer om sodoende as verstewiging van begripsvorming te dien (Borich, 2000:191).

Volgens Joyce *et al.* (2000:337) behoort direkte onderrig nie al model te wees wat 'n wiskunde-onderwyser gebruik nie – die model is ook nie geskik vir alle leerders nie. Direkte onderrig is volgens Borich (2000:167) nie geskik vir die aanbied van leerinhoud wat geleidelik oor 'n lang tydperk aangeleer moet word nie of vir komplekse leerinhoud wat doelwitte op die analise, sintese en

evalueringsvlakke van die kognitiewe gebied het nie. Sodra leerders die basiese en taakverwante voorkennis wat nodig is vir byvoorbeeld probleemoplossing en kritiese denke bemeester het, is direkte onderrigstrategieë nie meer doeltreffend nie.

3.3.1.5 Kritiese evaluering van onderrigmodelle wat op 'n behavioristiese benadering tot leer gebaseer is

Wiskundekennis kan nie vanaf voorwerpe of verskynsels oorgedra word na die denke van 'n leerder nie (*tradisionele benadering*); kennis kan ook nie vanaf die onderwyser se denke oorgedra word deur middel van woorde, boeke of videos na die denke van die leerder nie (Jakubowski & Tobin, 1991:203, 212). Kennis word eerder in die denke van die leerder gekonstrueer terwyl die leerder in interaksie met sy/haar sosiale omgewing is.

Die “tradisionele” onderwyser se beskouing (oortuigings) ten opsigte van wiskunde as gevestigde begrensde dissipline lei daartoe dat leerders glo dat 'n probleem net een korrekte antwoord het (Jakubowski & Tobin, 1991:205). Gevolglik word van die beperkende oortuigings van leerders ten opsigte van wiskunde versterk (vergelyk 2.4.7.1.2). Die huiswerkoefeninge wat leerders voltooi, is gewoonlik net 'n herhaling of nabootsing van wat in die klas gedoen is en beklemtoon die formele manipulerings van getalle en begrippe. Verder word die verwagting by leerders geskep dat die wiskunde-onderwyser aan hulle spesifieke metodes onderrig, byvoorbeeld langvermenigvuldiging of langdeling, wat hulle dan slaafs navolg en memoriseer. Intrinsieke motivering ontbreek meestal by sulke leerders – hulle word ekstrasiek gemotiveer deur eksamen- en toetspunte (Jakubowski & Tobin, 1991:212).

Bemeesteringsleer kan met groot vrug in die wiskundeklas gebruik word om 'n vaardigheid, nadat dit aangeleer is, in te oefen (Brumbaugh *et al.*, 1997:29). Nadat optelling van breuke byvoorbeeld deur middel van 'n werklikheidsgetroue voorbeeld gedefinieer is, en die bewerking prakties uitgevoer is, kan leerders verskillende optellingstegnieke inoefen.

Die gebruik van bemeesteringsleer om spesifieke wiskundevaardighede aan te leer, het volgens Brumbaugh *et al.* (1997:29) die volgende implikasies vir onderrig: Aangesien leerders toegelaat word om teen hul eie tempo 'n vaardigheid aan te leer, ontstaan die volgende vrae: Behoort die hele klasgroep vir een of twee leerders te "wag" tot hulle ook 'n ondergeskikte vaardigheid verwerf het, voordat na 'n volgende vaardigheidsvlak beweeg word? Wat gebeur ondertussen met die leerders wat reeds 'n vereiste vaardigheid verwerf het? Behoort "dom" berekeningsfoute in ag geneem te word in die bemeesting van berekeningsvaardighede?

Die *direkte onderrigmodel* is volgens Joyce *et al.* (2000:345) van toepassing op die leer en bemeesting van wiskundekennis (kyk 2.4.1), veral met die oog op die toepassing daarvan op nuwe probleme of situasies, en wiskundevaardighede (kyk 2.4.4).

Verder is direkte onderrig geskik vir jonger leerders, stadiger leerders en vir leerders van alle ouderdomme en vermoëns tydens die bekendstelling van nuwe/onbekende leerinhoud. Verder is hierdie model ook geskik wanneer die leerinhoud moeilik is, ongeag hoe talentvol die leerders is. Met jonger leerders en/of moeilike leerinhoud is die aanbiedingsfase (vergelyk 3.3.1.4.3) betreklik kort en meer tyd word spandeer aan begeleide inoefening en onafhanklike inoefening. Met ouer, meer volwasse en vinniger leerders en soos die leerinhoud algaande meer bekend word, word meer tyd aan die aanbied van nuwe leerinhoud spandeer en minder tyd aan begeleide inoefening (Rosenshine & Stevens, 1986:378; Joyce *et al.*, 2000:341-342).

Volgens Roblyer & Edwards (2000:57) fokus die direkte onderrigmodel te veel op die verdeling van wiskunde-inhoud in diskrete eenhede en vaardighede (Roblyer & Edwards, 2000:57). So word wiskundevaardighede in isolasie van waar en hoe die vaardighede toegepas word, aangeleer. Die vorming van hegte kennisnetwerke word hierdeur geïnhibeer (kyk 2.4.1.1). Dit is ook moontlik dat leerders van mekaar en van lewenswerklike situasies wat vir leerders stimulerend en relevant kan wees, geïsoleer word.

Waarnemers van ekonomiese tendense dwarsdeur die wêreld is oortuig daarvan dat nasionale ekonomiese oorlewing in 'n groot mate afhang van hoe goed werkers kan saamwerk om probleme van wedersydse belang op te los (Roblyer & Edwards, 2000:57). Dit lyk egter asof direkte onderrig gerat is vir individuele leer – gevolglik kry direkte onderrigmodelle die skuld dat leerders van mekaar geïsoleer word en dat broodnodige sosiale vaardighede, byvoorbeeld om probleme in die werkplek op te los as lid van 'n span, verwaarloos word.

3.3.2 Onderrigmodelle gebaseer op die kognitiewe benadering tot leer

3.3.2.1 Inleiding

Die induktiewe en die kognitief-begeleide onderrigmodelle is op die kognitiewe benadering tot leer (2.3.2.1) gebaseer en word met groot vrug in wiskunde-onderrig gebruik. Die kenmerkende eienskappe van elke benadering, asook die implikasies vir die onderrig van wiskunde, word bespreek.

3.3.2.2 Die induktiewe model

Die induktiewe model het volgens Joyce *et al.* (2000:127) te doen met die insameling, organiseren, manipuleren en die gebruik van inligting en is gebaseer op die werk van Taba (1966).

Induktiewe denkprosesse kan volgens Taba (1966:34) ontwikkel word by leerders. Denkprosesse is naamlik aktiewe transaksies tussen die leerder en inligting (ook van 'n wiskundige oorsprong). As 'n leerder gekonfronteer word met inligting van 'n wiskundige verskynsel, word die inligting gekonseptualiseer, verwantskappe word raakgesien, veralgemenings word gemaak en gevolgtrekkings word gebruik om die verskynsel te verklaar en te verduidelik. Denkprosesse ontwikkel in 'n spesifieke volgorde – sekere denkvaardighede kan nie bemeester word sonder dat ander denkvaardighede eers ontwikkel het nie (Taba, 1966:35).

Die induktiewe model word gekenmerk deur die volgende stappe, naamlik *begripsvorming* met behulp van inligting wat ingesamel is, die *interpretasie van inligting* (identifiseer en ondersoek van verwantskappe, maak van gevolgtrekkings)

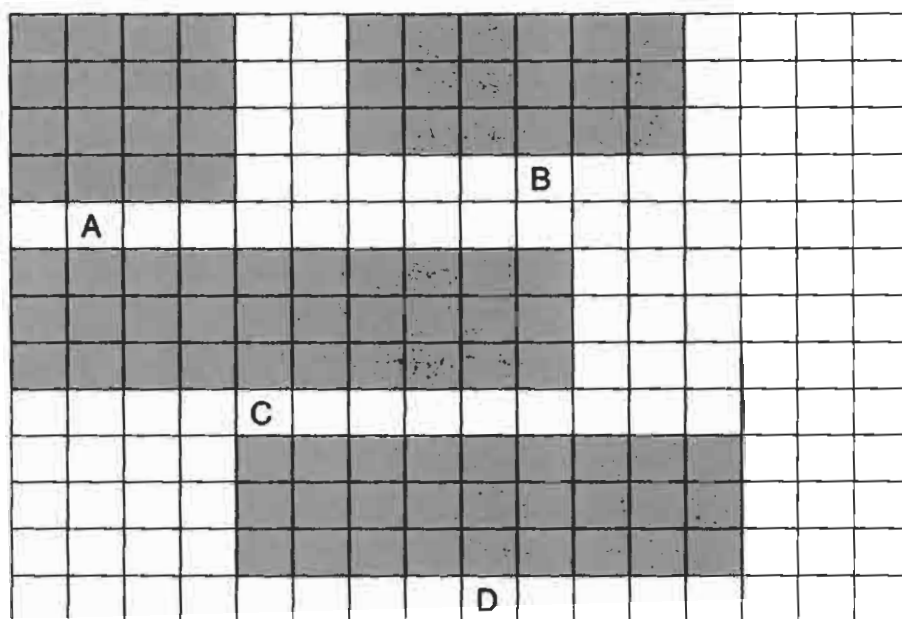
en toepassing van *beginsels* (gebruik van gevolgtrekkings om 'n nuwe soortgelyke verskynsel te voorspel) (Joyce *et al.*, 2000:133).

Induktiewe redenering (kyk 2.4.4.3.3) word in die toepassing van die ondersoekende werkswyse gebruik. Hierdie werkswyse is veral geskik vir die ontdekking van getalpatrone en die afleiding van reëls en formules. Die ondersoekende werkswyse kan toegepas word in die leer en onderrig van wiskunde-onderwerpe waar veralgemenings ten opsigte van onderliggende ooreenkomste gemaak word (James, 1990:14).

Die ondersoekende werkswyse (James, 1990:13), geïllustreer deur die volgende werkkaart, is 'n voorbeeld van die induktiewe model.

Werkkaart: Afleiding van 'n formule vir die berekening van die area van 'n reghoek

1. *Ondersoek 'n aantal voorbeelde: Maak gebruik van 'n spykerbord en span reghoeke van verskillende groottes.*



2. *Ontleed elke reghoek deur die volgende tabel te voltooi:*

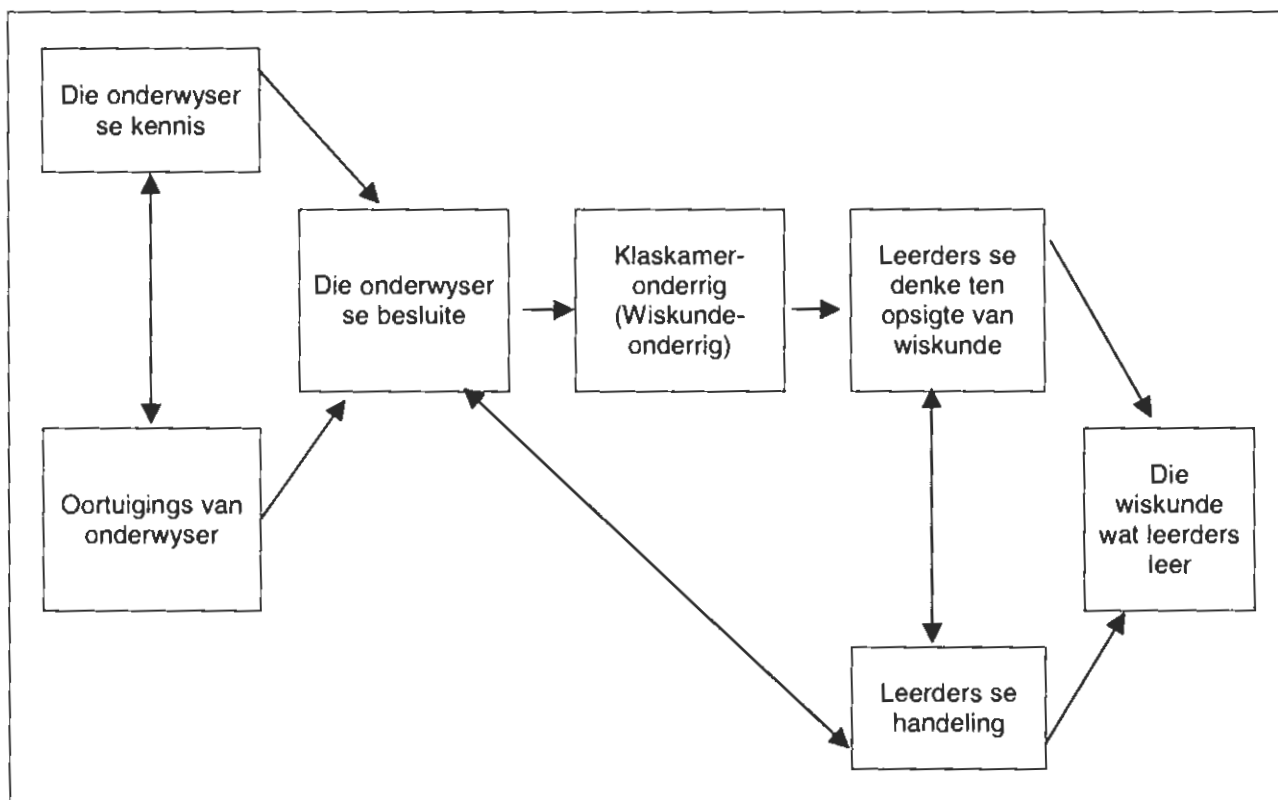
Reghoek	Aantal rye	Aantal kolomme	Area (aantal vierkante getel)
A			
B			
C			
D			

- 2.1 Is daar enige *ooreenkomste* tussen die aantal rye, kolomme en die area van die verskillende reghoeke?
- 2.2 As die "aantal rye" met "breedte" en die "aantal kolomme" met "lengte" vervang word, kan jy 'n *reël* neerskryf wat gebruik kan word om die area van 'n reghoek mee te bepaal?
- 2.3 *Werk hierdie reël altyd?*

3.3.2.3 Die kognitief-begeleide onderrigmodel

Volgens Fennema, Carpenter en Peterson (1991:27) berus die kognitief-begeleide onderrigmodel (KBO) op die onderwyser se *kennis* van hoe leerders spesifieke wiskunde-inhoude *leer*. Wiskunde-onderwysers behoort dus deurentyd bewus te wees van die kennis wat leerders op verskillende tydstippe tydens die onderrigleerproses het sodat geskikte onderrig verskaf kan word. Die *besluite* wat die wiskunde-onderwyser voor, tydens en na afloop van onderrig neem, beïnvloed dit wat deur die leerders geleer word (Fennema *et al.*, 1991:28). Die wiskunde-onderwyser se besluite in verband met *onderrig* is veronderstel om gebaseer te wees op sy/haar *kennis* (4.2.3) en *oortuigings* (vergelyk 4.2.2), asook op sy/haar evaluering van die leerders se *handeling*. Die *leer* wat plaasvind, word direk beïnvloed deur die leerders se *denke* en *handeling*, wat weer deur klaskameronderrig beïnvloed word.

Die kognitief-begeleide model word in Figuur 3.1 geïllustreer. Volgens die KBO behoort onderrigbesluite in die wiskundeklas gebaseer te wees op wat die onderwyser weet van elke leerder se *denke* ten opsigte van en kennis van wiskunde (Fennema *et al.*, 1991:32). Onderrig behoort só georganiseer te word dat elke leerder in staat gestel word om wiskundekennis te konstrueer en te verstaan. Die verbande tussen wiskundebegrippe, probleemoplossing en vaardighede behoort beklemtoon te word. Verder behoort onderrig sodanig te geskied dat leerders se *denke* betrek word, die verstaan van wiskunde bevorder word en leerders se begripsvorming en kennis deur die onderwyser geëvalueer kan word. Daarbenewens behoort onderrig leerders aan te moedig om hul *denke* te monitor en verantwoordelikheid vir hul eie *leer* te aanvaar (Fennema *et al.*, 1991:32).



Figuur 3.1 Die kognitief-begeleide onderrigmodel (Fennema *et al.*, 1991:31)

'n Tipiese wiskunde-aktiwiteit in 'n kognitief-begeleide wiskundeklaskamer kan volgens Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang en Loef (1989:528) soos volg verloop: Die onderwyser stel 'n wiskundeprobleem aan die leerders. Nadat 'n sekere hoeveelheid tyd verloop het waarin die onderwyser die leerders geleentheid gee om die probleem op te los, word een leerder gevra om te verduidelik hoe hy/sy die probleem opgelos het. Nadat hierdie leerder sy/haar probleemoplossingsprosedure verduidelik het, vra die onderwyser of enige ander leerling die probleem op 'n ander manier opgelos het. Dié leerder kry dan 'n geleentheid om te verduidelik. Die onderwyser herhaal die prosedure totdat alle moontlikhede waarop die leerders die probleem opgelos het, beskryf en verduidelik is. Daarmee is die aktiwiteit dan afgehandel.

Aangesien wiskunde-onderwysers wat 'n KBO-benadering gebruik, ingestel is op wat hul leerders weet en kan doen, behoort hierdie onderwysers 'n nuwe kurrikulum (byvoorbeeld uitkomsgebaseerde onderrig) met min moeite te kan implementeer (Fennema *et al.*, 1991:34).

3.3.2.4 Kritiese evaluering van onderrigmodelle wat gebaseer is op die kognitiewe benadering tot leer

Die KBO-benadering kan met welslae in wiskundeklaskamers gebruik word, maar dan moet onderwysers sodanig opgelei wees dat hulle in staat sal wees om die werking van die denkprosesse van elke leerder te kan bepaal, om onderrig daarvolgens aan te pas (Koehler & Grouws, 1992:119).

Volgens Greeno (1989, aangehaal deur Schunk, 2000:229) is die volgende aannames ten opsigte van onderrig en leer deur navolgers van die kognitiewe benadering nie voldoende om die kompleksiteit van die leer en verstaan van wiskunde te verklaar nie:

- Denkhandeling vind eerder in die denke as tydens interaksie met ander persone en situasies plaas.
- Leer- en denkhandeling vind redelik eenvormig by alle mense plaas en sommige situasies is meer bevordelik vir hoërorde-denke as ander situasies.
- Denkhandeling is eerder die gevolg van kennis en vaardighede wat in formele onderrigsituasies ontwikkel, as van algemene konseptuele bevoegdhede wat 'n resultaat is van die leerder se kennis, ervarings en vermoëns.

Deur hierdie aannames word die leerder se bydrae tot leer, naamlik die konstruksie van kennis as 'n funksie van die leerder se ervarings in spesifieke situasies, misken. Verder word die belangrikheid van sosiale interaksie in die verwerwing van kennis en vaardighede onderbeklemtoon (Schunk, 2000:229).

3.3.3 Onderrigmodelle gebaseer op die konstruktivistiese benadering tot leer

3.3.3.1 Inleiding

Indirekte, koöperatiewe, probleemgesentreerde en realistiese onderrig is gebaseer op die konstruktivistiese benadering tot leer (kyk 2.3.3.1). Genoemde modelle word afsonderlik of in kombinasie met die direkte onderrigmodel in wiskundeklasse gebruik.

3.3.3.2 Indirekte onderrig

Indirekte onderrig is 'n benadering tot onderrig en leer deur middel van ondersoeke waartydens leerders wiskundebegrippe self ontdek in 'n probleem-oplossingskonteks. Hierdie benadering is veral geskik vir die onderrig van wiskundebegrippe, die ontdek van patrone, die maak van afleidings en abstraksie. Die wiskunde-onderwyser wat indirekte onderrig toepas, gebruik gevolglik strategieë wat die kognitiewe handeling wat benodig word om begrippe te vorm, die begrippe in groter patrone te kombineer, asook vir abstraksie, by leerders te bevorder (Borich, 2000:205).

Volgens Borich (2000:203) steun indirekte onderrig op die konstruktivistiese benadering tot onderrig en leer (kyk 2.3.3). Die handeling van die leerder vind indirek plaas deur middel van die verandering of konstruksie van die leerinhoud (die stimulus) in 'n betekenisvolle respons, wat verskil van die leerinhoud. Die leerder kan tot die leerinhoud byvoeg en dit herrangskik sodat dit (die leerinhoud) meer betekenis vir die leerder inhou. Gevolglik kan die respons wat veroorsaak word deur indirekte onderrig, verskillende vorme aanneem.

Indirekte onderrigfunksies sluit die volgende in: die organisering van die leerinhoud; begripsvorming, ontdek van patrone en abstraksie; die gebruik van voorbeelde en nie-voorbeelde; die stel van vrae; die gebruik van die leerder se idees (ervaring); selfevaluering deur die leerder en groepbespreking (Borich, 2000:210-211, 214, 217, 220, 225-227, 233).

- *Organisering van die leerinhoud*

Die wiskunde-onderwyser voorsien die leerders van 'n struktuur ('n vooraf-organiseerder) wat die leerinhoud in betekenisvolle gedeeltes indeel. Die organiseerder gee 'n oorsig van die dag se werk asook 'n vooruitskouing van latere onderwerpe wat verband hou daarmee. Gevolglik verskaf die gebruik van 'n organiseerder fokus aan 'n wiskundeles/-onderwerp (Borich, 2000:210). 'n Organiseerder vir die eienskappe van vierhoeke kan bestaan uit tesselasies van driehoeke wat gebruik kan word om die eienskappe van ewewydige lyne wat deur 'n snylyn gekruis word, af te lei. Uiteindelik word die eienskappe van ewewydige lyne gebruik om die eienskappe van vierhoeke af te lei.

Die probleemgesentreerde benadering (kyk 3.3.3.4) en realistiese wiskunde-onderrig (kyk 3.3.3.5) leen hulle daartoe om leerders te voorsien van geskikte organiseerders.

- *Begripsvorming, ontdek van patrone en abstraksie*

Wiskundebegrippe word gevorm, patrone ontdek en abstraksie vind plaas deur middel van induktiewe of deduktiewe redenering (kyk 2.4.4.3.3) (Borich, 2000:214).

Induktiewe en deduktiewe redenering word afwisselend in die wiskundeklas gebruik. Die stelling van Pythagoras word byvoorbeeld met behulp van induktiewe redenering afgelei, gevolg deur die toepassing van dié stelling op spesifieke voorbeelde (deduktiewe redenering) (Borich, 2000:217).

- *Die gebruik van voorbeelde en nie-voorbeelde*

Voorbeelde stel die begrip wat geleer word, voor deur al die eienskappe wat noodsaaklik is om die begrip te herken as 'n lid van 'n groter familie, in te sluit. Nie-voorbeelde stel nie die begrip voor nie, as gevolg van bewustelike weglating van een of meer eienskappe wat die begrip deel van 'n groter familie laat vorm (Gunter *et al.*, 1999:89). In die afleiding van die stelling van Pythagoras kan

reghoekige (voorbeelde) en nie-reghoekige driehoeke (nie-voorbeelde) byvoorbeeld gebruik word.

- *Die stel van vrae*

Vrae wat deur die onderwyser gestel word, word tydens die ondersoeke wat die leerders onderneem, gebruik (Borich, 2000:220). Die doel van die vrae is nie om op die vinnigste en doeltreffendste manier by die korrekte antwoord uit te kom nie, maar om die leerders te lei tot beter response deur die proses van ontdekking en ondersoek.

- *Die gebruik van die idees van die leerders*

Die idees van leerders ten opsigte van sekere wiskunde-inhoude word gebruik mits redeneringsvaardighede, probleemoplossing en kritiese denke daardeur bevorder word. In die geval van praktiese ondersoeke wat leerders onafhanklik van die onderwyser onderneem, kan leerders toegelaat word om die wyse van ondersoek, asook die leermateriaal self, te kies. Daardeur kan die belangstelling van die leerders behou word (Borich, 2000:223).

- *Selfevaluering deur leerders*

Gedurende indirekte onderrig vind selfevaluering van leerders se response plaas as hulle die geleentheid gegee word om te verduidelik hoe hulle by die antwoorde uitgekom het (Borich, 2000:224). In die konteks van leerder-leerder en leerder-onderwyser interaksie waartydens die onderwyser die leerders aanmoedig om te reageer op hul eie en ander leerders se response, is dit vir leerders moontlik om selfevaluering toe te pas.

- *Groepbespreking*

Groepbespreking tussen die onderwyser en die klasgroep as 'n geheel is waardevol omdat kritiese denke (die ondersoek van alternatiewe metodes, die beoordeling van oplossings, die maak van voorspellings en die ontdek van veralgemenings) daardeur bevorder word en leerders in die leerproses betrek

word (Gunter *et al.*, 1999:92). Die wiskunde-onderwyser tree as moderator op en vervul een of meer van die volgende funksies (Borich, 2000:227): oriënteer die leerders ten opsigte van die doel van die bespreking; voorsien leerders van nuwe of meer akkurate inligting soos benodig; die hersiening, samevatting of opsomming van idees in 'n betekenisvolle verwantskap; die aanpas van die vloei van inligting en idees om die doelwitte van die les te bereik en die kombinasie van idees om konsensus te bereik.

Kleingroepbesprekings (vergelyk 3.3.3.3) kan veral gebruik word wanneer 'n aantal onderwerpe gelyktydig bespreek moet word en die tyd dit nie toelaat om dié onderwerpe in volgorde te bespreek nie (Borich, 2000:235).

3.3.3.3 Koöperatiewe leer

3.3.3.3.1 Omskrywing van die begrip

Volgens Artzt en Newman (1990:448) is koöperatiewe leer 'n benadering waar klein groepe leerders (heterogeen ingedeel in 'n groep van 4 tot 6) as 'n span saamwerk om 'n probleem op te los, 'n taak te voltooi of 'n gemeenskaplike doelwit te bereik. Die leerders wat in 'n klein groep saamwerk, moet beseef dat elkeen 'n gelyke aandeel aan die sukses of mislukking van die groep sal hê. Die onderwyser word nie gesien as die outoriteit wat kennis aan die leerders oordra, wat dan deur die leerders geabsorbeer word nie (vergelyk 3.3.1.2). Die rol van die onderwyser verander na dié van fasiliteerder van leer. Verder dien die onderwyser as 'n rolmodel van hoe om wiskundig te dink.

Alhoewel koöperatiewe aktiwiteite soos byvoorbeeld spansport, groepprojekte vir natuur-en-skeikunde, dramaproduksies en skoolkoerante algemeen bekend is by skole, het leerders relatief min geleentheid om koöperatief te leer in die klaskamer (Gunter *et al.*, 1999:264). Aangesien koöperatiewe leeraktiwiteite leerders voorberei om hulself in die wêreld buite die skoolklaskamer te kan handhaaf, is dit krities noodsaaklik dat hulle leer om saam te werk (ook in die wiskundeklaskamer).

Die volgende aspekte van koöperatiewe leer is van uiterste belang by die implementering daarvan (Gunter *et al.*, 1999:264-265):

- Leerders moet besef dat hulle afhanklik is van mekaar, sowel as verantwoordelik is vir mekaar se leer (positiewe interafhanklikheid).
- Leerders moet kan redeneer, verduidelik, uitbrei op hul idees, en leerinhoud wat ter sprake is, met vorige leerinhoud in verband bring.
- Leerders is verantwoordelik vir hul eie leer (individuele aanspreeklikheid).
- Leerders behoort kommunikasievaardighede, gepaste leierskapsvaardighede, die opbou van vertroue en konflikhantering aan te leer (sosiale vaardighede).
- Die werking van die groep behoort op 'n gereelde basis geëvalueer te word.

Volgens Gunter *et al.* (1999:265) kan 'n wiskunde-onderwyser van gesimuleerde groepprosedures gebruik maak om onervare leerders in groepaktiwiteite in te lei.

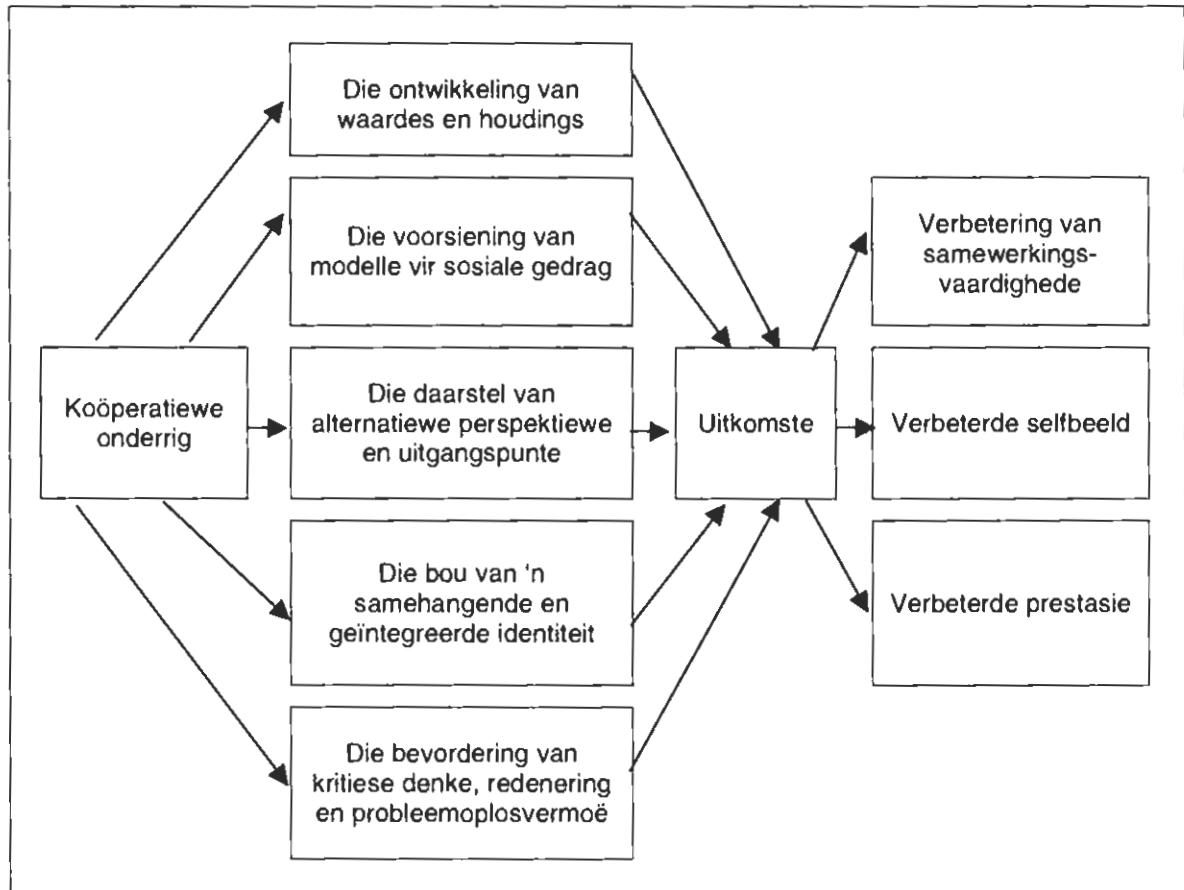
3.3.3.3.2 Doelwitte van koöperatiewe leer

Borich (2000:312), in aansluiting by Gunter *et al.* (1999:265), beklemtoon die vestiging van belangrike handeling by die leerder deur middel van koöperatiewe leeraktiwiteite om hom/haar voor te berei vir die volwasse wêreld. Genoemde handeling en die uitkomst daarvan word in Figuur 3.2 uiteengesit.

Koöperatiewe leerervarings in die wiskundeklaskamer bevorder positiewe houdings by leerders teenoor wiskunde en verhoog leerders se selfvertroue in hul eie vermoëns om wiskunde te leer en te kan doen (Artzt & Newman, 1990:449). Verder dra koöperatiewe leerstrategieë daartoe by dat hoërordedenke en probleemoplossingsvaardighede (kyk 2.4.4.3.2) van leerders verbeter.

Volgens Joyce *et al.* (2000:122) beïnvloed 'n koöperatiewe leeromgewing die handeling van leerders sodanig dat hulle meer empatie vir ander het, spanning binne groepe en aggressiewe en anti-sosiale gedrag verminder. Verder bevorder

koöperatiewe leeromgewings die ontwikkeling van sosiale verantwoordelikheid as gevolg van die positiewe persoonlike effek wat koöperatiewe leer op die leerders het.



Figuur 3.2 'n Model vir koöperatiewe leer (Borich, 2000:312)

3.3.3.3 Organisering van die wiskundeklaskamer vir koöperatiewe leer

Voordat leerders 'n groeptaak suksesvol kan uitvoer, is dit noodsaaklik dat hulle *leer* hoe om in *groepe saam te werk* (Good, Mulryan & McCaslin, 1992:169). Die volgende vaardighede behoort leerders te help om sinvol in groepe saam te werk: hoe om hul idees te kommunikeer, om respek en ondersteuning vir ander leerders se idees te toon, om te reflekteer op ander en hul eie menings, om standpunte te onderhandel, om deel te neem aan besprekings en verantwoordelikheid vir die voltooiing van 'n taak te deel (Borich, 2000:318).

Volgens Borich (2000:334) kan koöperatiewe leer slegs effektief verloop as aan die volgende aandag gegee word:

- *Interaksie tussen onderwyser en leerder en tussen leerders onderling*

Die doel van die interaksie tussen die onderwyser en leerder is om onafhanklike denke by die leerder te bevorder – die onderwyser sal gevolglik slegs op kritieke tye (byvoorbeeld as leerders nie kan vorder met die oplos van 'n probleem nie) tussenbeide tree met nuwe inligting of 'n nuwe perspektief, waarna leerders weer op hul eie voortgaan (Borich, 2000:312).

Volgens Artzt en Newman (1990:448) en (Borich, 2000:313) is interaksie tussen leerders veronderstel om aktiewe deelname en interafhanklikheid van leerders in die groep te bevorder. Leerders is veronderstel om geleidelik verantwoordelikheid vir mekaar se leer te aanvaar.

- *Die wiskundetaak wat voltooi moet word*

'n Koöperatiewe taak word vooraf só beplan dat die eindproduk afhang van die onderlinge gedeelde samewerking van die leerders in die verskillende groepe (Artzt & Newman, 1990:448).

Die *doel* (uitkoms) van die taak (kyk 2.4.3) moet vir die leerders duidelik wees – die onderwyser behoort dit wat bereik moet word, in die konteks van vorige of toekomstige leer te plaas (Good *et al.*, 1992:172; Borich, 2000:314). Leerders moet ook deeglik daarvan bewus wees dat samewerking, en nie kompetisie in groepe nie, die eindresultaat moet lewer.

Die *struktuur* van die taak het met die grootte van die groepe, hoe die groepe saamgestel word, hoeveel tyd aan groepwerk afgestaan word, watter rol elke leerder in 'n groep speel en die beloning vir die eindresultaat, te doen (Good *et al.*, 1992:172; Borich, 2000:316).

Verder behoort die wiskunde-onderwyser groepwerk te *monitor* sodat hy/sy tussenbeide kan tree indien 'n groep hulp nodig het, byvoorbeeld om weer rigting

te gee as 'n groep vashaak en nie kan vorder nie, om emosionele ondersteuning te gee en aan te moedig (Good *et al.*, 1992:177; Borich, 2000:324). Na afloop van die koöperatiewe aktiwiteit behoort die groepe *terugvoer* te kry oor hul funksionering.

Evaluerings van die samewerking wat verkry is tydens die afhandeling van die aktiwiteit kan ook deur groeplede uitgevoer word deur die voltooiing van 'n stiplys (Borich, 2000:325).

Koöperatiewe leer kan volgens Artzt en Newman (1990:450-452) met sukses in die wiskundeklas gebruik word tydens probleemoplossingssessies (kyk 2.3.3.5) en begeleide ondersoeke (kyk 3.3.2.2). Groepaktiwiteite bied ook geleentheid vir verrykingservarings ten opsigte van spesifieke onderwerpe vir leerders. Verder kan wiskundehuiswerk gemerk en hersiening van toetse in groepe gedoen word.

3.3.3.4 Probleemgesentreerde wiskunde-onderrig

3.3.3.4.1 Omskrywing van en die doelwitte van probleemgesentreerde wiskunde-onderrig

In Suid-Afrika het die probleemgesentreerde benadering tot wiskunde-onderrig (PGB) gedurende die negentigerjare sy beslag in die voorheen TOD-beheerde laerskole gekry. Die PGB is as 'n alternatief vir die tradisionele benadering (kyk 3.3.1.2) ingevoer. Volgens Human, Olivier en Murray (1993:1) is die hoofdoelwit van die PGB gerig op die ontwikkeling van die vermoë van leerders om roetine sowel as nie-roetine werklikheidsgetroue probleme op te los. Probleemoplossing (kyk 2.3.3.5) word enersyds gebruik as die basiese konteks waarin leer plaasvind - leerders leer wiskunde deur probleme op te los. Andersyds is probleemoplossing 'n doel op sigself - om te leer om probleme op te los werk oploskundigheid in die hand.

Volgens Cobb, Wood, Yackel en Perlwitz (1992:499-500) berus die PGB op die sosiale konstruktiewisme (kyk 2.3.3.4). Die PGB is enersyds gemik op die

konstruksie van toenemende gesofistikeerde begripstrukture en andersyds op die ontwikkeling van intellektuele onafhanklikheid by die leerder.

3.3.3.4.2 Kenmerke van die probleemgesentreerde benadering

Volgens Human *et al.* (1993:1) en Cobb *et al.* (1992:485-486) poog die PGB om leerders te aktiveer om wiskunde as probleemoplossing deur die benutting van kritiese denke te beleef en om leerders se vertroue in hul eie denkvermoë te bevorder. Die doelwitte van die PGB kan slegs bereik word indien die volgende voorvereistes nagekom word (Human *et al.*, 1993:2):

- Leerders behoort gereeld met sinvolle probleme gekonfronteer te word wat nie net met hul bestaande kennis opgelos kan word nie.
- Leerders behoort gereeld geleenthede te hê om hul pogings in die oplos van probleme met ander leerders te bespreek, te kritiseer, te verduidelik en te regverdig.
- Leerders behoort outonoom te wees in hul keuses van metodes en strategieë.
- Die onderwyser behoort sosiale norme in die wiskundeklaskamer te vestig wat leerders in staat sal stel om in klein groepe (kyk 3.3.3.3 & 4.2.6.1) te werk sonder die konstante monitering van die onderwyser.

Sosiale norme vir kleingroepwerk sluit volgens Human *et al.* (1993:2) die volgende in :

- * Die onderwyser behoort die leerders te help om kleingroepverwantskappe te ontwikkel;
- * Die onderwyser behoort dialoog ten opsigte van wiskunde tussen leerders in klein groepe te fasiliteer;
- * Leerders behoort effektief in klein groepe te kan werk; die sosiale interaksie tussen leerders behoort van 'n hoë gehalte te wees;

- * Leerders behoort te kan volhard in die oplos van 'n uitdagende probleem, oplossings aan mekaar te verduidelik, te luister na iemand anders se verduideliking en te probeer sin maak daarvan, en te probeer om konsensus te bereik ten opsigte van 'n antwoord.

3.3.3.4.3 Die implementering van die probleemgesentreerde benadering in die wiskundeklaskamer

In die probleemgesentreerde wiskundeklaskamer sien die onderwyser sy onderrigrol volgens Jakubowski en Tobin (1991:209) as fasiliteerder van die leerproses by die leerder, as voorsiener van geskikte leerinhoud en leermiddels en as organiseerder van leeraktiwiteite met leerders in klein groepies.

Volgens Jakubowski en Tobin (1991:210) en Human *et al.* (1993:1-2) behoort die wiskunde-onderwyser die klaskamer só te organiseer dat 'n klaskamerkultuur ontstaan wat sosiale interaksie van 'n hoë gehalte tussen leerders kan bewerkstellig. Die onderwyser is ook verantwoordelik vir die skep van probleemsituasies as uitgangspunte vir die aanleer van nuwe wiskunde-begrippe en prosedures. Die onderwyser is nie alleen verantwoordelik vir die evaluering van die leerders se probleemoplossingspogings nie – die leerders evalueer hul eie sowel as ander leerders se pogings.

Tydens die oplos van probleme in koöperatiewe kleingroepe (kyk 3.3.3.3.3), tree wiskundeleerders in interaksie met die leerinhoud (wiskunde), met mekaar en met hulself (Artzt & Newman, 1990:452).

3.3.3.5 Realistiese wiskunde-onderrig

3.3.3.5.1 Omskrywing van die begrip *realistiese wiskunde*

Realistiese wiskunde is gewortel in Freudenthal se interpretasie van wiskunde as 'n menslike aktiwiteit (kyk 2.2.1 & Gravemeijer, 1994:83). Die vertrekpunt met die realistiese benadering is kontekstuele probleme wat kan lei tot 'n verskeidenheid van informele oplossingsmoontlikhede. Die aflei van 'n wiskundige algoritme of

reël word voorafgegaan deur 'n toepaslike probleem, byvoorbeeld: Vanaand besoek 81 ouers die skool. Hoeveel tafels het ons nodig as 6 ouers by 'n tafel aansit? Die leerders gebruik die informele kennis en strategieë waaroor hulle beskik om hierdie probleem op te los. Uit die leerders se uiteensetting en oplossing van die probleem kom die langdelingsalgoritme na vore. Indien 'n leerder besef dat die oplossing ooreenstem met 'n probleem van vroeër, is die leerder besig met veralgemening (Gravemeijer, 1994:103).

3.3.3.5.2 Die beginsels waarop realistiese wiskunde-onderrig berus

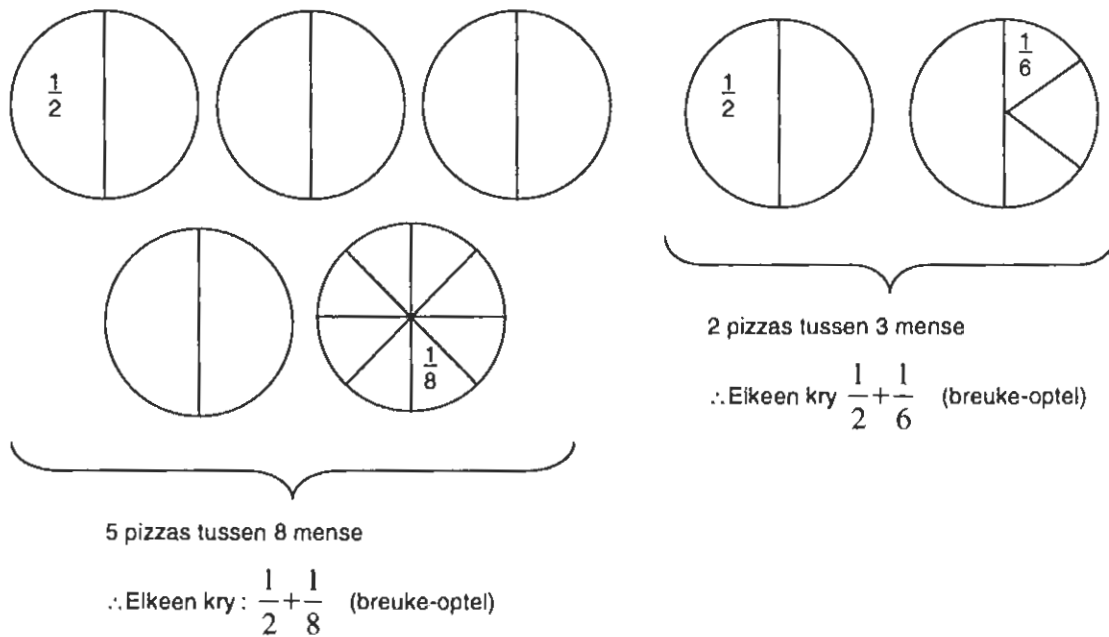
- *Matematisering en herontdekking*

Die hoofaktiwiteit in die leer van wiskunde, is matematisering (organisering). Matematisering vind eers horisontaal plaas – die ontstaan van wiskundesimbole uit 'n realistiese probleemsituasie - en daarna vertikaal – die manipulasie en meganiese toepassing van hierdie simbole (Freudenthal, 1991:41, 42). Matematisering is om twee redes die hoofaktiwiteit in die leer van wiskunde. Eerstens stel dit leerders bekend aan 'n wiskundige benadering tot alledaagse aktiwiteite, soos byvoorbeeld die soek na wiskunde probleme. 'n Tweede rede vir matematisering is dat leerders tot 'n groot mate die wiskunde wat gedurende die oplos van 'n probleem gebruik word, kan “herontdek” onder begeleiding van die onderwyser (Gravemeijer, 1994:83).

Die volgende probleem illustreer die prosesse van horisontale en vertikale matematisering: 7 pizzas word tussen 11 mense verdeel só dat die eerste 5 pizzas tussen 8 en die laaste 2 tussen 3 mense verdeel word. Watter gedeelte van 'n pizza kry elkeen? Is dit 'n regverdige verdeling?

In die oplossing is uitgeknipte voorbeelde van pizzas gebruik. Die verdeling is op die pizzas aangebring en die hoeveelheid wat elkeen kry, is neergeskryf.

Oplossing:



Uit die oplossing kan afgelei word dat die verdeling nie regverdig is nie.

Die oplossing is 'n illustrasie van horisontale matematisering (breuke-optelling kom uit die realistiese probleem na vore).

Wanneer die optelling van breuke toegepas word in 'n ander konteks is dit vertikale matematisering, byvoorbeeld: As Jannie die helfte van sy verjaarsdagkoek en sy suster 'n derde daarvan opeet, hoeveel van die koek bly oor? (die halwe en derde word opgetel). Vertikale matematisering behels ook die manipulerings van simbole in 'n wiskundige stelsel, soos in die berekening van

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Volgens De Lange (1992:56) beweeg die leerder deur verskillende begripvlakke (vergelyk 2.3.2.3) as gevolg van die bereiking van eienskappe wat wiskunde kenmerk. Die *laagste vlak* word gekenmerk deur die gebruik van voorwerpe, definisies en die toepassing van tegniese vaardighede en standaardalgoritmes, byvoorbeeld: Los die volgende vergelyking op: $7x - 3 = 13x + 15$.

Werklikheidsgetroue probleme kan ook op die laagste vlak lê, byvoorbeeld:

Nadat ons 170 km gery het met die motor, het ons reeds 20 liter brandstof gebruik. Wat is die brandstofverbruik van die motor (liter/km)?

Die *middelste vlak* word gekenmerk deur die vind van verbande tussen voorwerpe, en begrippe, integrasie van begrippe en eenvoudige probleemoplossing, byvoorbeeld: Jou motor se tenk is $\frac{1}{4}$ vol nadat jy reeds $\frac{2}{3}$ van 'n afstand voltooi het. Sal jy die rit kan voltooi? (De Lange, 1992:56).

Die *hoogste vlak* het te doen met wiskundige denke en redenering, kommunikasie, 'n kritiese houding, interpretasie, refleksie, kreatiwiteit en veralgemening (kyk 2.4.4.3.3 & De Lange, 1992:58). 'n Probleem wat in hierdie kategorie val, is byvoorbeeld: Martin bly 3 km van die skool af, terwyl Alice 5 km van die skool af bly. Hoe ver bly Martin en Alice van mekaar af? Leerders kan 'n verskeidenheid van strategieë gebruik om hierdie vraag te beantwoord, wat die leerders se vlak van redenering weerspieël.

Die vind van realistiese kontekse waarin probleme opgelos word (kyk 2.4.9.3 & 2.3.3.5), is tydrowend en kan moontlik konflik veroorsaak as gevolg van sosio-politieke konnotasies wat daaraan geheg word (De Lange, 1992:65). Om grafieke te teken en vrae te beantwoord met behulp van statistiek oor aborsies, kan byvoorbeeld as ongewens beskou word. Tydens die oplos van realistiese probleme is dit moontlik dat die aanvanklike doelwit met die probleem verlore gaan as gevolg van die kompleksiteit van die oplosmetode (De Lange, 1992:64).

- *Didaktiese beginsels*

Verskillende situasies waarin 'n gegewe wiskunde-onderwerp toegepas kan word, behoort volgens Gravemeijer (1994:90) ondersoek te word om die soort toepassings tydens onderrig te antisipeer en om die toepassings se geskiktheid as moontlike vertrekpunte vir 'n proses van progressiewe matematisering, te oorweeg. As die onderwerp "deling van heelgetalle met 'n res" is, is dit moontlik dat verskillende betekenis aan die res toegeken kan word, afhangend van die situasie waarin die res gebruik word. Die leerder behoort dus nie net deling waar

'n res ter sprake is, te kan uitvoer nie, maar ook die betekenis van die res in die betrokke probleemsituasie te kan hanteer (Gravemeijer, 1994:99). Voorbeelde hiervan sluit die volgende probleme in:

1. 26 passasiers moet in motors vervoer word. As elke motor 4 passasiers kan oplaai, hoeveel motors is nodig? [7]
2. 'n Tou van 26 m word in stukke van 4 m elk gesny. Hoeveel stukke kan gesny word? [6]
3. As 26 piesangs gelykop tussen 4 mense verdeel word, hoeveel piesangs kry elkeen? [$6\frac{1}{2}$]
4. 'n 26 km-staproete word in 4 ewe lang gedeeltes verdeel. Hoe lank is elke gedeelte? [6,5]
5. 'n Reghoekige patroon van 26 bome met 4 bome per ry, word geplant. Hoeveel rye is daar? [??]
6. 'n Reghoekige terras met 'n grootte van 26 vierkante meter het 'n wydte van 4 m. Hoe lank is hierdie terras? [6,5m]

Uit bogenoemde behoort dit duidelik te wees dat 'n formele hantering van $26 \div 4$, losgemaak van toepassings, nie leerders voorberei vir die wye verskeidenheid van betekenis van die res as een getal deur 'n ander getal gedeel word nie (Gravemeijer, 1994:99).

- *Selfontwikkelde modelle*

Tydens probleemoplossing word modelle deur leerders ontwikkel om die gaping tussen informele kennis en formele wiskunde te oorbrug (Gravemeijer, 1994:100). Die wiskundemodel wat uiteindelik ontstaan, het deur vier vlakke verander. Aanvanklik word 'n *konteksspesifieke model* gevorm, byvoorbeeld die praktiese verdeling van lekkers tussen leerders. 'n *Model van die situasie* word gevorm wanneer die leerders die verdeling van die lekkers op papier weergee –

dit kan in die vorm van herhaalde aftrek geskied. Vervolgens word 'n *model vir die situasie* ontwikkel, waartydens getalle gemanipuleer word ongeag die oorspronklike gegewe situasie. Die grootste porsie (getal) wat telkens afgetrek kan word, word bepaal. Laastens word die standaardalgoritme vir langdeling *formeel* afgelei (Gravemeijer, 1994:101).

3.3.3.5.3 Die implementering van realistiese wiskunde-onderrig

Om realistiese wiskunde-onderrig suksesvol te laat verloop, moet die leerders volgens De Lange (1993:53) voldoende tyd gegee word om die werklikheidsgetroue situasie of probleem eers intuïtief te ondersoek om sodoende die horisontale matematisering te laat plaasvind. Die interaksie tussen leerders, tussen leerders en onderwyser, die sosiale omgewing van die leerders en die leerders se vermoë om te formaliseer en te abstraher, behoort te lei tot die ontwikkeling of herontdekking van wiskundige verwantskappe.

Die rol van die onderwyser in realistiese onderrig is dié van organiseerder en fasiliteerder (Gravemeijer, 1994:186). Die onderwyser behoort aanpassings in sy/haar onderrigstrategieë te maak sodat die leerders begelei kan word tot matematisering. Die vind van geskikte wiskunde probleme in konteks is maar een van die talle struikelblokke in die pad van die implementering van realistiese wiskunde-onderrig. Die probleme moet hulle leen tot veelvuldige oplossings, wat moontlikhede kan bied vir vertikale matematisering. Verder behoort leerders navore te kom nie net met verskillende oplossings nie, maar die oplossings behoort ook op verskillende vlakke te lê (kyk 3.3.3.5.2). Indien oplossings almal op dieselfde vlak lê, kan geen bespreking van hierdie oplossings lei tot vertikale matematisering nie. Die sterk begeleidende rol van die onderwyser behoort die leerders te help in hul beweging tussen beskikbare kennis en die probleem. Die vlak waarop die konneksie uiteindelik gemaak gaan word, hang af van die kompleksiteit van die probleem (Gravemeijer, 1994:187).

3.3.3.6 Kritiese evaluering van onderrigmodelle gebaseer op die konstruktivistiese benadering tot leer

Volgens Cobb (1988:101) en Bereiter (1990:604) is dit onmoontlik om met sekerheid te weet wat die aard van leer is wat plaasvind as gevolg van konstruktivistiese onderrig. Met ander woorde, die onderwyser kan nooit met sekerheid sê dat leerders die “korrekte” konstruksies gemaak het as gevolg van sekere leeraktiwiteite nie. Dit is dus moeilik om te verklaar of en hoe leerders begrippe konstrueer wat meer gevorderd en kompleks is as wat die leerders gehad het voor onderrig. Daarbenewens behoort die onderwyser voortdurend bedag te wees op aanduidings dat leerders onvoorsiene alternatiewe begrippe (betekenisse) kon gekonstrueer het (Cobb, 1988:100).

'n Ander negatiewe aspek van “konstruktivistiese” onderrig is dat alle wiskunde-kennis wat deur leerders gekonstrueer is, geregtig kan word omdat dit deur leerders gekonstrueer is – in die besonder as die hele klasgroep konsensus daaroor het (Schunk, 2000:232). Wat uit die oog verloor word, is dat die onderwyser eerlikheid en verantwoordelikheid by elke leerder behoort in te skerp.

Die wiskunde-onderwyser se skynbare onvermoë om te verduidelik hoe en wanneer nuwe begrippe by leerders gevorm word, stel bepaalde eise aan die onderwyser (Cobb, 1988:99-100): Die onderwyser behoort nie net 'n grondige kennis van wiskunde te hê nie, maar ook 'n reflektiewe probleemoplosser te wees wat in staat is om informele navorsing in sy klaskamer te kan doen (Cobb, 1988:101). Verder behoort die onderwyser onderrigstrategieë te gebruik en 'n verskeidenheid leeraktiwiteite te ontwikkel wat versoenbaar is met onderrig deur onderhandelinge (3.3.3), teenoor voorskriftelike onderrig (kyk 3.3.1).

Volgens Schunk (2000:232) het die gebruik van konstruktivistiese onderrigmodelle onder andere die implikasie vir die wiskunde-onderwyser dat leerervarings voorsien moet word wat leerders aktief betrek in hul eie leerprosesse, leerders se denke uitdaag en leerders dwing om hul oortuigings ten opsigte van wiskunde te verander.

3.4 DIE GEBRUIK VAN ONDERRIGMODELLE IN DIE WISKUNDEKLAS

Volgens Bereiter (1990:606) is die doelwitte van onderrig gekompliseerd en as die faktore wat leer beïnvloed (kyk 2.4) ook in ag geneem word, is dit verstaanbaar dat nie net een enkele onderrigmodel (kyk 3.3) gebruik kan word om spesifieke onderrigdoelwitte (kyk 4.2.1) te bereik nie.

Sodra 'n onderwyser 'n model gekies het, behoort hierdie model bemeester te word om die onderwyser se effektiwiteit te ontwikkel en te verhoog (Joyce *et al.*, 2000:6). Die model word gebruik, die leerders se response bestudeer en aanpassings gemaak. Deur te volhard in die gebruik van een of twee modelle, is dit moontlik om die gebruik daarvan te bemeester.

3.5 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

In hierdie hoofstuk is benaderings tot die onderrig van wiskunde en die implikasie daarvan vir die onderrig van skoolwiskunde, bespreek. Faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed, word onder andere in hoofstuk 4 bespreek. Met behulp van hierdie faktore word die kenmerke van 'n effektiewe wiskunde-onderwyser, wat onderrig met die oog op die strategiese leer van wiskunde, geïdentifiseer.

HOOFSTUK 4

ONDERRIG VIR DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

4.1 INLEIDING EN ORIËTERING

In die vorige hoofstuk is benaderings tot die onderrig van wiskunde, asook die implikasie daarvan vir die onderrig van skoolwiskunde, bespreek. In hierdie hoofstuk word faktore wat 'n invloed uitoefen op die onderrig van wiskunde, asook die implikasies daarvan vir skoolwiskunde, bespreek. Ten slotte word kenmerke van 'n onderwyser, wat wiskunde onderrig met die oog op die strategiese leer daarvan, met behulp van die eerste gedeeltes geïdentifiseer.

4.2 FAKTORE WAT DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE BEÏNVLOED

Verskillende faktore *beïnvloed* die onderrig van wiskunde. Hierdie faktore is nie onafhanklik van mekaar nie, maar hang ten nouste met mekaar saam. Alhoewel elke faktor afsonderlik bespreek word, word waar van toepassing na die samehang daarvan verwys.

4.2.1 Onderrigdoelwitte

Onderrigdoelwitte is volgens Gunter *et al.* (1999:3) algemene stellings wat dit ten doel het om (1) algemene leerdoelwitte, (2) die sosiale doelwitte wat deur middel van die skool bereik behoort te word, en (3) die doelwitte ten opsigte van 'n spesifieke vak (in die geval wiskunde) te reflekteer. Vir die doel van hierdie navorsing word gekonsentreer op doelwitte, soos gestel in die interim kernsillabus vir wiskunde standaard 5-7 van 1995. Hierdie doelwitte het tydens die empiriese ondersoek gegeld.

4.2.1.1 Algemene leerdoelwitte

Die interim kernsillabus vir wiskunde standerd 5-7 (Department of Education, 1995), het ten opsigte van leerders die volgende in die oog:

- Die ontwikkeling van onafhanklike, selfkritiese burger wat met selfvertroue optree;
- Die ontwikkeling van kritiese en refleksiewe redeneringsvermoë;
- Die ontwikkeling van persoonlike kreatiwiteit en probleemoplossingsvermoëns;
- Die ontwikkeling van 'n vloeiendheid in kommunikasie en taalvaardighede, byvoorbeeld lees, skryf, luister en praat;
- Die aanmoediging van 'n koöperatiewe leeromgewing;
- Die ontwikkeling van die nodige begrip, waardes en vaardighede vir volhoubare individuele en sosiale ontwikkeling;
- Die verstaan van kennis as 'n betwiste terrein van idees;
- Die kontekstualisering van onderrig en leer sodanig dat dit die ervaring van die leerders pas.

4.2.1.2 Sosiale doelwitte

Die interim kernsillabus vir wiskunde standerd 5-7 (Department of Education, 1995) het dit ten doel om die volgende sosiale doelwitte te vestig en te ontwikkel, naamlik om:

- te werk in die rigting van rekonstruksie en ontwikkeling van die Suid-Afrikaanse gemeenskap en die bemagtiging van sy mense;
- gelyke geleenthede en keuses te ontwikkel;

- by te dra tot die beste moontlike ontwikkeling van die gemeenskap se kulture;
- demokratiese, nie-rassistiese en nie-seksistiese onderwyspraktyke aan te moedig;
- 'n bewustheid van en 'n verantwoordelikheid teenoor die beskerming van die hele omgewing te vestig.

4.2.1.3 Doelwitte ten opsigte van wiskunde

Dokumente gepubliseer deur die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000:20) beklemtoon die belangrikheid dat leerders 'n grondige en onderling gekoppelde verstaan van wiskundebegrippe, vaardighede en beginsels sal ontwikkel, eerder as die vermoë om formules te memoriseer en wiskundevaardighede (kyk 2.4.4) toe te pas. Toenemende klem word nie net geplaas op leerders se vermoë om wiskunde-inhoude te verstaan nie, maar ook op hul vermoë om wiskunde te doen. Wiskunde word ten volle verstaan as die leerder doen wat die formuleerders en gebruikers van wiskunde doen, naamlik om betrokke te raak in die volgende prosesse van wiskundige denke: om probleme op te stel en op te los; te soek na patrone; om veronderstellings te maak; beperkings te ondersoek; gevolgtrekkings te maak uit data; om te abstraher; te ontdek; te verduidelik; te regverdig en uit te daag.

Die interim kernsillabus vir wiskunde standerd 5-7 (Department of Education, 1995) sluit aan by die doelwitte van die NCTM (2000:20) en is gemik op die vestiging en ontwikkeling van die volgende spesifieke leerdoelwitte by wiskundeleerders, naamlik om:

- leerders in staat te stel om wiskundekennis en bevoegdheid te verwerf;
- leerders in staat te stel om wiskunde op ander vakke en in die alledaagse lewe toe te pas;
- insig in ruimtelike verwantskappe en meting te ontwikkel;

- leerders in staat te stel om wiskundebegrippe en -patrone deur eksperimentering, ontdekking en veronderstellings te ontdek;
- getalbegrip en berekeningsvaardighede te ontwikkel en om die redelikheid van resultate (antwoorde) deur skatting te beoordeel;
- die vermoë te ontwikkel om logies te redeneer, te veralgemeen, te spesialiseer, te organiseer, analogieë te tref en bewyse te kan voer;
- leerders in staat te stel om 'n werklikheidsgetroue situasie te herken as ondergeskik aan 'n wiskundevoorstelling, die formulering van 'n geskikte wiskundemodel, die vind van 'n oplossing en die interpretasie van die resultaat terug in die werklikheidsgetroue situasie;
- die vermoë te ontwikkel om wiskundetaal te verstaan, te interpreteer, te lees, te praat en te kan skryf;
- 'n ondersoekende houding teenoor wiskunde te ontwikkel;
- 'n waardering te ontwikkel vir die plek van wiskunde en die wydverspreide toepassings daarvan in die samelewing;
- leerders van 'n basiese wiskundevoorbereiding vir verdere studie en loopbane te voorsien; en
- 'n bewustheid te laat ontstaan van en waardering vir die bydrae van alle bevolkings van die wêreld tot die ontwikkeling van wiskunde.

Daar word met De Corte (2000:4) saamgestem dat die doel van wiskunde-onderrig ook die ontwikkeling van 'n spesifieke gesindheid by die leerders ten opsigte van wiskunde behoort te wees. Dié gesindheid vereis die bemeestering van die volgende vyf kategorieë van bekwaamheid:

- 'n Goed georganiseerde, soepel en toeganklike vakspesifieke kennisbasis (vergelyk 2.4.1) wat die feite, simbole, algoritmes, begrippe en reëls insluit wat die wiskunde-inhoud uitmaak.
- Heuristiese metodes, byvoorbeeld ondersoekstrategieë vir probleemoplossing wat nie noodwendig die regte oplossing waarborg nie, maar wat die moontlikheid vir die vind van die oplossing aansienlik verhoog omdat heuristiese metodes 'n sistematiese benadering tot 'n taak by die leerder vestig.
- Metakognitiewe kennis (kyk 2.4.6.1) wat enersyds kennis ten opsigte van die leerder se kognitiewe funksionering en andersyds kennis van die leerder se motivering en emosies (kyk 2.4.8 & 2.4.7.3) insluit, wat gebruik kan word om die effektiwiteit van die wil bewustelik te verbeter.
- Selfreguleringsvaardighede (kyk 2.4.6.2), wat enersyds vaardighede ten opsigte van die selfregulering van die leerder se kognitiewe prosesse en andersyds selfregulering van die leerder se wilsbesluite behels.
- Oortuigings van die leerder ten opsigte van die leer van wiskunde en probleemoplossing (vergelyk 2.4.7.1.3 & 2.3.3.5) en oor die sosiale konteks waarin wiskunde-aktiwiteite plaasvind.

4.2.1.4 Opsommend

Algemene leerdoelwitte en sosiale doelwitte (kyk 4.2.1.1 & 4.2.1.2), wat in die nastreef en bereiking van die doelwitte ten opsigte van wiskunde (kyk 4.2.1.3) behoort te realiseer, is volledigheidshalwe gegee, maar word vir die doel van hierdie navorsing nie verder bespreek nie. Wiskunde-onderrig behoort tot die bereiking van die doelwitte wat ten opsigte van wiskunde gestel word, te lei.

4.2.2 Beskouings en oortuigings van wiskunde-onderwysers ten opsigte van wiskunde

Volgens Thompson (1992:129) is die onderskeid tussen kennis en oortuigings nie duidelik sigbaar nie. Gevolglik hanteer onderwysers hul oortuigings as kennis, byvoorbeeld vir 'n onderwyser met 'n absolutistiese beskouing van wiskunde (kyk 4.2.2.1) bestaan wiskunde uit onweerlegbare waarhede, feite en reëls en word as sodanig onderrig.

Oortuigings (kyk ook 2.4.7.1.1) bestaan nie onafhanklik of in isolasie van mekaar nie (Green, 1971:46). 'n Wiskunde-onderwyser wat oortuig is dat hy wiskunde-inhoude stap-vir-stap aan leerders moet verduidelik (primêre oortuiging), is oortuig dat hy deeglik voorbereid moet wees ten einde te kan verduidelik (afgeleide of sekondêre oortuiging) en in staat moet wees om enige vraag van 'n leerder te kan beantwoord (afgeleide of sekondêre oortuiging). Van die oortuigings wat wiskunde-onderwysers het, staan sommige sentraal (die belangrikste), terwyl ander op die rand voorkom (minder belangrik). Dit is moontlik dat dit vir genoemde onderwyser belangriker is om vrae van leerders suksesvol te kan beantwoord (primêre oortuiging) as om die wiskunde waaroor dit gaan, aan leerders te verduidelik (sekondêre oortuiging).

Die oortuigings van die wiskunde-onderwyser ten opsigte van wiskunde beïnvloed nie net sy/haar keuse van die volgorde van wiskunde-inhoude nie, maar ook die wyse waarop hierdie inhoude op skool onderrig word. Daarbenewens het die onderwyser se oortuigings ten opsigte van wiskunde ook 'n invloed op die leerder se oortuigings en daardeur op die leer van wiskunde (Dossey, 1992:42, Thompson, 1992:131).

Volgens Thompson (1992:138) is daar 'n reglynige verband tussen onderwysers se oortuigings oor die onderrig en leer van wiskunde en hul onderrigpraktyke. Die sosiale konteks (kyk 2.4.9 & 4.2.6.1) van die klaskamer met die beperkings wat op die onderwyser gelê word, tesame met die geleenthede wat dit bied, beïnvloed die onderrigpraktyke van die onderwyser. Konflik tussen 'n onderwyser se oortuigings oor wiskunde-onderrig en die werklikhede van sy/haar

onderrigsituasie, laat hom/haar geredelik 'n kompromie aangaan ten opsigte van die oorspronklike onderrigdoel.

Die volgende beskouings oor wiskunde het volgens Dossey (1992:39) die grootste invloed op die ontwikkeling van skoolwiskundekurrikula en die onderrig van skoolwiskunde en word derhalwe kortliks bespreek:

4.2.2.1 Absolutisme

Volgens hierdie beskouing bestaan wiskunde uit onbetwisbare waarhede en onbevraagtekenbare sekerhede (Ernest, 1991:7; Thompson, 1992:132). Wiskunde is 'n kristalagtige rykdom van onderlingverbinde strukture en waarhede, wat saamgebind word deur drade van logika en betekenis.

Die absolutistiese beskouing van wiskunde het aan die begin van die twintigste eeu probleme ondervind toe 'n reeks teenstrydighede binne bestaande stellings deur verskillende wiskundiges "ontdek" is (Ernest, 1991:8). Daar is geredeneer dat wiskunde en al die stellings nie sekerhede kan wees indien van die stellings teenstrydighede, met ander woorde valshede, inhou nie. Omdat daar nie twyfel bestaan het oor die teenstrydighede nie, moes iets verkeerd wees met die grondslag waarop wiskunde gelê is. In die stryd om rekenskap te gee van die aard van wiskundekennis en om die sekerheid daarvan te hervestig, het verskillende skole in die filosofie van wiskunde ontstaan, byvoorbeeld die formalisme (kyk 4.2.2.2) en die fallibilisme (kyk 4.2.2.3).

In 'n wiskundeklaskamer waar die onderwyser 'n siening van absolutisme huldig, is die inhoud wat geleer word, die fokus van die onderrig. Die inhoud word volgens die struktuur van wiskunde in 'n spesifieke volgorde gerangskik deur die onderwyser en word onderrig deur middel van transmissie (vergelyk 3.3.1.2) (Koehler & Grouws, 1992:133).

4.2.2.2 Die formalistiese beskouing

Die formalistiese beskouing is volgens Dossey (1992:41) gebaseer op die veronderstelling dat suiwer wiskunde uitgedruk kan word as formele stelsels waarin die waarhede van wiskunde voorgestel word as formele stellings. Alhoewel hierdie beskouing aan die begin van die 20 ste eeu ontstaan het en teen 1931 deur Gödel aangetoon is dat alle wiskunde nie geformaliseer kan word nie, het dit steeds 'n invloed op skoolwiskunde. Daar word met Williams (1997:347) saamgestem dat hoërskoolwiskunde swaar steun op 'n formalistiese siening van wiskunde. Hoërskoolwiskunde kom neer op die onderrig van formele reëls en vaardighede aan leerders, wat dan grootliks daarvoor verantwoordelik is om betekenis aan die reëls en vaardighede te heg of dit bloot te memoriseer. Verder behoort leerders ook individueel te kan demonstreer dat hulle die vaardighede behoorlik kan toepas.

4.2.2.3 Die fallibilistiese beskouing

Volgens Thompson (1992:132) is 'n fallibilistiese beskouing 'n dinamiese, probleemoplossingsbeskouing van wiskunde wat met selfgegenereerde idees werk en metodes van ondersoek en ontdekking insluit. Aangesien die resultate van hierdie ontdekking oop bly vir hersiening, is wiskunde volgens die fallibilistiese siening nie 'n afgehandelde produk nie, maar steeds in wording.

'n Wiskunde-onderwyser met 'n fallibilistiese siening van wiskunde word as 'n fasiliteerder en stimuleerder van leerders se leerhandeling gesien (Thompson, 1992:136). Hy/sy sal deur interessante vrae en situasies die leerders uitdaag om wiskundige idees te "ontdek", ondersoek en te formaliseer. 'n Probleemgesentreerde benadering tot wiskunde-onderrig (kyk 3.3.3.4), gebaseer op 'n konstruktivistiese benadering tot leer (kyk 2.3.3), is die waarskynlikste benadering wat gevolg sal word deur onderwysers met 'n fallibilistiese beskouing oor wiskunde. Leerders is hiervolgens uiteindelik verantwoordelik vir die evaluering van die toereikendheid van hul eie idees.

4.2.2.4 Die instrumentalistiese beskouing

Die instrumentalistiese beskouing ten opsigte van wiskunde-onderrig het ook, soos die absolutistiese beskouing, die wiskunde-inhoude as fokuspunt, maar lê klem op die handeling van die leerder en die bemeestering van wiskundereëls en –vaardighede (Kuhls & Ball, 1986:22). Hierdie beskouing het die volgende kenmerke:

1. Reëls is die basiese boustene van alle wiskundige kennis en alle wiskundige gedrag word deur reëls beheer.
2. Om wiskunde te ken, is om in staat te wees om antwoorde te kry en reëls wat geleer is, te gebruik om probleme op te los.
3. Berekeningsalgoritmes behoort geoutomatiseer te word.
4. Dit is nie nodig om die oorsaak vir leerders se foute te verstaan nie; verdere onderrig in die korrekte oplossingsmetode is voldoende remediëring.
5. Op skoolvlak is die bemeestering van vaardighede, soos voorgeskryf, voldoende bewys dat wiskunde verstaan word.

Volgens Thompson (1992:136) organiseer onderwysers met hierdie siening van wiskunde die skoolinhoude ooreenkomstig 'n hiërargie van vaardighede en begrippe en demonstreer en verduidelik inhoude tot leerlinge “verstaan”. Leerlinge “luister”, beantwoord die onderwyser se vrae en doen oefeninge deur gebruik te maak van metodes wat deur die onderwyser voorgedra is. Onderwysers met 'n instrumentalistiese beskouing van wiskunde gebruik die direkte onderrigmodel (kyk 3.3.1.4).

4.2.3 Die wiskunde-onderwyser se kennis

Volgens Weinstein en Meyer (1991:21) en Fennema en Franke (1992:147-148) oefen die onderwyser se kennis 'n belangrike invloed uit op die onderrig en leer wat in 'n wiskundeklaskamer plaasvind. *Kennis van die self en van die leerders, kennis van wiskunde-inhoude en die onderrig daarvan en kennis ten opsigte van*

onderrig en leerstrategieë vorm belangrike komponente van die onderwyser se kennis.

In 'n gegewe konteks vind interaksie plaas tussen genoemde komponente en tesame met die oortuigings van die onderwyser (kyk 4.2.2) rig dit die klaskamerhandeling. Die wiskunde-onderwyser se kennis ontwikkel dikwels gebaseer op sy/haar kennis van onderrig en deur klaskamerinteraksie met die wiskundeleerinhoud en die leerders. As die konteks waarin die onderwyser werk, verander, byvoorbeeld as ander leerinhoude aangebied word, ander leerders betrokke is, of as die klaskamerstruktuur verander, behoort die onderwyser steeds oor voldoende kennis te beskik. (Fennema & Franke, 1992:147-148).

Alhoewel 'n wiskunde-onderwyser se kennis geïntegreerd behoort te wees, word elkeen van die komponente afsonderlik bespreek op grond van die belangrikheid daarvan.

4.2.3.1 Kennis van die self en van die leerders

Wiskunde-onderwysers behoort kennis te dra van hul sterk en swak eienskappe as onderwysers, bewus te wees van voorkeure van sekere onderrigstyle (onderrigstrategieë) bo ander en te weet wat hul kundigheidsvlak is ten opsigte van die wiskunde wat hulle onderrig. Verder behoort onderwysers ook bewus te wees van die effek van hul onderrig op die leerders. Leerders se sterk en swak eienskappe behoort ook in aanmerking geneem te word wanneer onderrigaktiwiteite ontwikkel en uitgevoer word. Die bewustheid van ooreenkomste en verskille tussen onderwyser en leerder ten opsigte van voorkennis, doelwitte, motivering, oortuigings en ander veranderlikes, is van kritieke belang in die ontwerp en implementering van onderrig (Weinstein & Meyer, 1991:22).

4.2.3.2 Kennis van wiskunde

Volgens Fennema en Franke (1992:160) word 'n wiskunde-onderwyser se kennis van wiskunde aangeleer in wiskundeklaskamers op skool (as leerders) en later in voordiensopleiding terwyl die onderwyser wiskunde bestudeer.

Die wiskundekennis wat die onderwyser het, beïnvloed die onderrig wat gegee word en gevolglik die leerhandeling wat plaasvind (Fennema & Franke, 1992:148). Dit is dus te verstaan dat die onderrig in verskillende wiskunde-onderwerpe van mekaar sal verskil as gevolg van die mate waartoe die onderwyser onderlê is in elke onderwerp. Die wiskunde-onderwyser wat byvoorbeeld op hoogte is wat probleemoplossing betref, is in staat om vir sy/haar leerders 'n klaskamerkonteks (kyk 2.4.9.3) te skep wat ryk is aan geleenthede om aktief betrokke te wees in wiskunde-aktiwiteite sodat leerders hul eie maniere (strategieë) kan ontwikkel om probleme op te los. Leerders doen nie net wiskunde nie, maar dink ook na oor die wiskunde wat hulle gedoen het en praat daaroor met ander leerlinge en die onderwyser (Fennema & Franke, 1992:150). Die klaskamergesprek (interaksie) verloop anders as die onderwyser nie so onderlê is ten opsigte van 'n onderwerp nie. Die besprekings is minder en opvolggesprekke na aanleiding van response van die leerders is tot 'n minimum beperk. 'n Nuwe probleem wat veronderstel is om op die respons te bou, word in só 'n geval nie gevra nie omdat die onderwyser hom-/haarself onmagtig voel om die leerders se reaksie daarop te kan hanteer. Wiskunde-onderwysers se kennis van wiskunde word derhalwe gebruik om struktuur te gee aan wat in die klaskamer gebeur (Fennema & Franke, 1992:151).

Die konstruksie en organisasie van die wiskundekennis van 'n onderwyser kan vergelyk word met die wyse waarop dit by 'n wiskundeleerder plaasvind (kyk 2.4.1) (Fennema & Franke, 1992:153). Onderwysers met beter verbinde en meer geïntegreerde wiskundekennis, is geneig om wiskunde op 'n meer dinamiese wyse aan te bied, om dit op meer verskillende maniere voor te stel, moedig leerders aan en reageer ten volle op leerders se opmerkings en vrae. As 'n wiskunde-onderwyser se kennis beperk is, is hy/sy geneig om op die handboek

te steun vir die inhoud, om gesprekvoering te ontmoedig ten gunste van individuele klaswerkopdragte en om wiskunde in die algemeen as 'n versameling van statiese feitekennis weer te gee (Brophy, 1991:352).

Kennis van wiskunde is egter nie voldoende voorwaarde vir effektiewe wiskunde-onderrig nie; kennis van hoe wiskunde onderrig behoort te word, is onlosmaaklik hieraan verbind (Fennema & Franke, 1992:156).

4.2.3.3 Kennis van wiskunde-onderrig

Volgens Sternberg en Horvath (1995:11) behoort die onderwyser, behalwe grondige kennis van wiskunde, ook kennis te hê van hoe wiskunde onderrig kan word sodat leerders verstaan. Wiskunde-onderwysers se kennis van onderrig behoort van 'n algemene sowel as van 'n spesifieke aard te wees. *Algemene kennis* van die onderrig van wiskunde sluit kennis in van hoe om leerders te motiveer, hoe om leerders in groepe te organiseer, hoe om toetse op te stel en af te neem, besluitneming en beplanning. *Spesifieke kennis* van onderrig sluit die onderwyser se kennis van onderrigmodelle (kyk 3.3), onderrigstrategieë (kyk 4.2.4) en leerstrategieë (kyk 2.4.5) in.

Wiskunde-onderwysers behoort nie net kennis te dra van die strategieë wat deur leerders gebruik kan word tydens die leer van wiskunde nie (kyk 2.4.5), maar ook in staat te wees om genoemde strategieë effektief te onderrig. Leerders behoort dus blootgestel te word aan 'n verskeidenheid leerstrategieë en voldoende geleentheid gegee te word om dit in te oefen. Sodoende verstaan leerders wanneer sekere strategieë meer effektief is en kan leerders se doeltreffendheid in die gebruik van strategieë verhoog word (Weinstein & Meyer, 1991:25).

Die spesifieke onderrigmodel (kyk 3.3) wat 'n wiskunde-onderwyser gebruik, beïnvloed die onderrigstrategieë wat hy/sy aanwend in die skep van leeraktiwiteite. Die wiskunde-onderwyser behoort egter nie net kennis van onderrigstrategieë te hê nie, maar ook te weet wanneer en hoe om die strategieë toe te pas (Newby, Stepich, Lehman & Russell, 1996:61 & kyk 4.2.4.1-4.2.4.8).

4.2.4 Gebruik van onderrigstrategieë

As gevolg van die unieke omstandighede van elke onderrigleergeleentheid, is dit nie altyd vir die onderwyser moontlik om die “beste” strategieë te kies nie. Die effektiewe gebruik van onderrigstrategieë word bevorder deur die nodige kennis van verskillende strategieë, asook ondervinding in die gebruik daarvan (Newby *et al.*, 1996:60).

Wanneer 'n wiskunde-onderwyser onderrigstrategieë vir 'n spesifieke onderrigleergeleentheid beplan en uitsoek, is die volgende faktore volgens Newby *et al.* (1996:59-60) van belang:

Leerders

Ten opsigte van die leerders behoort ag gegee te word op die volgende:

- Die algemene eienskappe van die leerders: ouderdom, graad, sosio-ekonomiese agtergrond, ervaring, enige fisiese of psigiese ongeskiktheid;
- Spesifieke kennis, vaardighede en houdings wat leerders na die onderrigleergeleentheid bring;
- Die leerstyle van leerders;
- Persepsuele voorkeure, byvoorbeeld visueel, in die gebruik van praktiese hulpmiddels;
- Die grootte van die klasgroep, asook die moontlike verdeling van die groep in koöperatiewe klein-groepe.

Leerinhoud

Ten opsigte van die leerinhoud is die volgende van belang:

- Die doelwitte (leeruitkomste) van die onderrigleergeleentheid;
- Die soort wiskundetaak wat uitgevoer moet word en watter kognitiewe eise daardeur aan leerders gestel word;
- Die volgorde waarin die leerinhoud ervaar gaan word deur leerders (Newby *et al.*, 1996:60).

Klaskamerklimaat

Ten opsigte van die klaskamerklimaat behoort die volgende in ag geneem te word:

- Die sosiale omgewing, wat leerders se houding teenoor wiskunde en hul bereidheid om te leer, insluit;
- Die organisatoriese omgewing, wat te doen het met die rangskikking van die leerders se banke in groepe, die gebruik van praktiese hulpmiddels en die hantering van die oudiovisuele apparaat.

Bronne

Ten opsigte van bronne is die volgende van belang:

- Die beskikbaarheid van konkrete materiaal en apparaat, byvoorbeeld oudiovisueel (televisiemonitors, videomasjien, videoprojektor, en ander) en die beperkinge daarvan;
- Die beskikbaarheid van tyd, asook die beperking daarop in terme van beplanning, voorbereiding en die werklike tyd wat nodig is vir video-opnames en die terugspeel daarvan (Newby *et al.*, 1996:60).

Indien 'n wiskunde-onderwyser die vorige faktore in ag neem en die eienskappe van die verskillende onderrigstrategieë (kyk 4.2.4.1 - 4.2.4.8) teenoor mekaar opweeg, behoort die wiskunde-onderwyser in staat te wees om geskikte onderrigstrategieë vir 'n spesifieke les te kan kies, asook om die strategieë sinvol te kombineer (Newby *et al.*, 1996:61; Cangelosi, 2003:121).

4.2.4.1 Onderrig aan groot groepe ('n aanbieding)

'n Aanbieding aan 'n hele klasgroep is een van die algemeenste onderrigstrategieë wat deur wiskunde-onderwysers gebruik word in die skep van leeraktiwiteite (Newby, Stepich, Lehman & Russell, 1996:197).

Om leerderbetrokkenheid te verkry en te behou tydens 'n aanbieding, behoort die volgende beginsels volgens Newby *et al.* (1996:197-198) en Cangelosi (2003:101-104) in gedagte gehou te word:

- Leerders behoort te weet wat van hulle verwag word tydens 'n aanbieding, asook wat die doel van elke aanbieding is (Newby *et al.*, 1996:198; Cangelosi, 2003:101);
- Die wiskunde-onderwyser behoort die leerders te voorsien van 'n beplanner met die hooftrekke van die aanbieding daarop uiteengesit – sodoende word rigting aan die denkhandeling van die leerders gegee (Cangelosi, 2003:101);
- Leerders behoort deel te hê aan die aanbieding. Dit kan bewerkstellig word deur die stel van mondelinge vrae wat deur die leerders beantwoord word (Newby, *et al.* 1996:198);
- Om die betrokkenheid van alle leerders te bewerkstellig, kan die leerders tydens die aanbieding 'n werkkaart (kyk Figuur 4.1) invul – sodoende word hul aandag gerig op die leerinhoud wat onderrig word. Na afloop van die aanbieding word die voltooide werkkaart ingegee – op hierdie wyse kan onderwyser en leerders vasstel of hulle die leerinhoud verstaan (Cangelosi, 2003:103);
- Die onderwyser behoort van verskillende onderrigmedia in aanbiedings gebruik te maak.

Werkkaart: Die verband tussen die omtrek en die deursnee van 'n sirkel

1. Gebruik jou passer en trek 6 sirkels van verskillende groottes (deursnee) op 'n ander vel papier. Nommer die sirkels A tot F.
2. Bepaal die omtrek en deursnee van elke sirkel en skryf dit in die tabel (no. 3). Plak dan die uitgeknipte sirkels in die oop gedeelte by no. 1.

3.

<i>Sirkel</i>	<i>Omtrek (cm)</i>	<i>Deursnee (cm)</i>	$\frac{\textit{Omtrek}}{\textit{Deursnee}}$
A			
B			
C			
D			
E			
F			

3.1 Voltooi die tabel, met ander woorde, bereken die verhouding: $\frac{\textit{Omtrek}}{\textit{Deursnee}}$

3.2 Wat merk jy op in verband met dié verhouding?

.....

3.3 Watter simbool word gebruik om die verhouding: $\frac{\textit{Omtrek}}{\textit{Deursnee}}$ mee aan te dui?.....

Figuur 4.1 Voorbeeld van 'n werkkaart

4.2.4.2 Ontdekking

Die leer van wiskunde deur ontdekking vind plaas tydens indirekte onderrig (Brumbaugh *et al.*, 1997:178 & kyk 3.3.3.2).

Leer deur ontdekking kan verskillende vorme aanneem. Suiwer ontdekking impliseer leer waar geen wenke of riglyne gegee of rigting aangedui word nie; Begeleide ontdekking vind plaas wanneer die onderwyser leeraktiwiteite rangskik sodat die leerders ondersoek, veronderstellings toets, reëls formuleer en veralgemeen (Brumbaugh *et al.*, 1997:178-179; Schunk, 2000:170).

Volgens Brumbaugh *et al.* (1997:179-181) kan leer deur ontdekking suksesvol wees as daar aan die volgende voorwaardes voldoen word:

- Die onderwyser behoort 'n leeromgewing van weetgierigheid (nuuskierigheid) te skep en te onderhou sodat leerders gemotiveer word om te wil ontdek.
- Die onderwyser behoort nie net kennis te dra van ontdekkingstrategieë nie, maar dit self voorheen toegepas het om 'n reël af te lei of 'n patroon te ontdek.
- Leerders behoort oor die nodige voorkennis en vaardighede te beskik sodat leer deur ontdekking moontlik is.
- Leerders behoort genoeg tyd te hê om 'n reël of patroon te ontdek – die onderwyser behoort nie as gevolg van tydsbeperking die uiteindelijke doel van die ontdekking aan die leerders bekend te maak nie.
- Leerders behoort deurentyd gemotiveerd te bly sodat hulle verskillende strategieë sal gebruik om die ontdekking af te handel.
- Die onderwyser behoort nie soveel wenke aan die leerders te gee dat hulle uiteindelik niks ontdek nie.

Sakrekenaars kan met groot vrug deur leerders gebruik word om patrone of reëls te ontdek (Brumbaugh *et al.*, 1997:137). Omdat die sakrekenaar die berekenings kan uitvoer, is dit moontlik om interessante ontdekkings te maak (kyk Figuur 4.1).

4.2.4.3 Probleemoplossingsaktiwiteite

Wiskundeleerders behoort probleme te identifiseer en op te los met die doel om wiskunde toe te pas, sowel as om wiskunde te leer (kyk 2.3.3.5 & NCTM, 2000:52).

Volgens Brumbaugh et al. (1997:160,163,167,169,173) kan leerders probleemoplossers word as die onderrig vir probleemoplossing aan die volgende voorwaardes voldoen:

- Die onderwyser behoort self 'n probleemoplosser te wees om sodoende die probleemoplossingshandeling te kan modelleer.
- Relevante probleme wat leerders se aandag trek, belangstelling prikkel en hulle interesseer, behoort aangepak te word sodat leerders uiteindelik oorreed kan word om probleemoplossers te word.
- Probleme behoort uitdagings aan leerders te stel en leerders behoort die uitdagings te aanvaar.
- Die gebruik van strategieë om 'n probleem op te los (kyk 2.4.5.1.1), behoort belangriker as die oplossing te wees.
- Die onderwyser behoort probleme uit te soek wat geskik is vir leerders met verskillende vermoëns, voorbeelde is van 'n verskeidenheid werklikheidsgetroue toepassings en ontwerp is om veelvoudige leerdoelwitte te bereik.
- Die onderwyser behoort die rol wat probleemoplossing in die onderig van wiskunde in sy/haar klaskamer speel, uit te klaar (afhangend van watter onderrigmodel gebruik word).

Leerders behoort die vermoëns wat hulle verwerf het, asook houdings en vaardighede wat hulle in die probleemoplossingsessies aangeleer het, op probleme uit hul eie leefwêreld te kan toepas (Newby *et al.*, 1996:53; Cangelosi, 2003:156). Trouens, leerders kan sulke probleme na die wiskundeklaskamer bring sodat die hele klas daaraan kan werk. 'n Voorbeeld van 'n probleem uit die leefwêreld van die leerder is die volgende: Brenda (een van die leerders in 'n spesifieke wiskundeklas) se vader het aan haar en haar twee broers gesê dat hy

moeg is om sulke buitensporige elektrisiteitsrekenings te betaal. In die vervolg gaan haar pa haar en haar broers 25c boete laat betaal vir elke keer wat hy een van hulle betrap dat hulle 'n lig aan vergeet. Vir Brenda was die bedrag om elke keer te betaal, buitensporig hoog. Gevolglik het sy die elektrisiteitsrekenings van vorige maande in die hande gekry en wou dit gebruik om vir haar vader te bewys dat dit nie soveel kos om 'n lig aan te vergeet nie. (Cangelosi, 2003:156-157).

4.2.4.4 Koöperatiewe klein groepe

Wiskunde-onderwysers se oortuigings (kyk 4.2.2), kennis (kyk 4.2.3) en verwagtinge van leerders (kyk 4.2.5) speel 'n belangrike rol in die bepaling van hul klaskamerhandelinge en die aard van die leeraktiwiteite waarmee leerders betrokke raak (Good *et al.*, 1992:184).

Volgens Cangelosi (2003:120) behoort die volgende in gedagte gehou te word wanneer 'n onderwyser koöperatiewe leeraktiwiteite beplan en organiseer:

- Die onderwyser behoort leerders te onderrig in die vaardighede wat nodig is vir die effektiewe saamwerk in klein groepe (kyk 3.3.3.3.3).
- Groepopdragte moet duidelik uiteengesit word sodat elke groep presies weet watter taak hulle behoort te voltooi, asook wat die verantwoordelikheid van elke groeplid is. Op hierdie wyse kan nie-taakgerigte leerderhandeling verhoed word.
- Vorming van klein groepe behoort effektief te kan plaasvind – dit is dalk geriefliker vir leerders om deurentyd (ook tydens aanbiedings in groot groepe) in 'n groep van 4-6 leerders te sit.
- Die gebruik van opdrag/werkkaarte in groepe gee fokus aan die uitvoering van die taak. Die werkkaart behoort af te sluit met vrae wat 'n samevatting van die opdrag gee en gebruik kan word tydens terugrapportering.
- Kleingroepwerk behoort opgevolg te word deur grootgroepbesprekings (kyk 4.2.4.7).

4.2.4.5 Onafhanklike (individuele) werksessies

Volgens Cangelosi (2003:121) behoort wiskundeleerders, behalwe die genoemde onderrigaktiwiteite (kyk 4.2.4.1-4.2.4.4), ook in onafhanklike werksessies betrokke te wees. Tydens onafhanklike werksessies is 'n leerder veronderstel om 'n wiskundetaak te voltooi sonder dat ander leerders daarby betrek word.

Volgens Cangelosi (2003:121) kan onafhanklike werksessies op die volgende wyses gebruik word:

- Kleingroepaktiwiteite (kyk 4.2.4.4) behoort onderbreek te word deur onafhanklike sessies waartydens 'n leerder "dinktyd" gegee word.
- Onafhanklike sessies kan ook gebruik word om leerders se voorkennis vas te stel voordat na 'n ander aktiwiteit oorgegaan word, byvoorbeeld die ontdekking van 'n begrip, patroon of reël (kyk 4.2.4.2).
- Tydens aanbiedings vir groot groepe (kyk 4.2.4.1) word onafhanklike werksessies na afloop van die aanbieding in die vorm van 'n werkkaart gegee (kyk Figuur 4.1).

Wanneer 'n onderwyser onafhanklike werksessies beplan en uitvoer, behoort die volgende in gedagte gehou te word (Cangelosi, 2003:122-123):

- Leerders behoort presies te weet wat van hulle verwag word in onafhanklike werksessies sodat leerders taakgerig sal bly;
- Dit is moontlik dat sommige leerders 'n individuele opdrag voltooi voordat ander leerders dit voltooi het – 'n opvolgaktiwiteit behoort vooraf deur die onderwyser geskeduleer te word, byvoorbeeld om met 'n huiswerkopdrag (kyk 4.2.5.6) te begin.

Aangesien huiswerkopdragte, alhoewel dit onafhanklik deur leerders voltooi word, op verskillende wyses as aanloop tot of opvolg vir ander aktiwiteite gebruik kan word, word die gebruik van huiswerkopdragte in die volgende gedeelte bespreek.

4.2.4.6 Die gebruik van huiswerkopdragte

Huiswerk gee aan leerders die geleentheid om alleen, teen hul eie tempo te werk (Cangelosi, 2003:123). Die sosiale omgewing van die klaskamer is nie in die besonder bevorderlik vir gekonsentreerde, ongesteurde denke wat noodsaaklik is vir wiskunde wat sekere redeneringsvlakke vereis nie. In die klaskamer is daar ook nie altyd voldoende tyd vir die ontwikkeling van vaardighede nie.

Leeraktiwiteite deur middel van die voltooiing van huiswerkopdragte behoort (1) leerders voor te berei vir die wiskunde wat in die klaskamer gedoen gaan word; (2) te dien as 'n verlenging van wat in die klaskamer gedoen is, en/of (3) die wiskunde wat in die klaskamer gedoen is, op te volg (Cangelosi, 2003:124).

(1) Voorbereiding van leerders vir aktiwiteite in die klas

Huiswerkopdragte kan gebruik word om leerders se gedagtes te stimuleer ten opsigte van die leerinhoud wat tydens die volgende klassessie ingevoer gaan word.

Aan die begin van die sessie kan 'n kort toets gegee word om vas te stel of leerders wel die huiswerkopdragte suksesvol voltooi het (Cangelosi, 2003:124, 127).

(2) Die gebruik van huiswerk as 'n verlenging van klaskameraktiwiteite

Dit is nie altyd moontlik om wiskundetake in die geskeduleerde klastye te voltooi of vaardighede (kyk 2.4.4.3) in te oefen nie – die voltooiing van die taak kan as huiswerk gegee word en die vaardighede kan ingeoefen word deur 'n paar ekstra oefeninge te voltooi (Cangelosi, 2003:125).

(3) Opvolging van die werk wat in die klas gedoen is

'n Huiswerkopdrag kan dien as inoefening en vaslegging van die wiskunde wat gedoen is of as evaluering van wat in die klas gedoen is, met die oog op moontlike remediëring (Cangelosi, 2003:126).

4.2.4.7 Besprekingsessies

Besprekings in die groot klasgroep of in klein groepe gee leerders geleentheid om te praat oor wiskunde, inligting met mekaar te deel en in die rigting van 'n oplossing te werk (konsensus te bereik). Leerders kry die geleentheid om wiskundebeginsels toe te pas deur verbale kommunikasie en word blootgestel aan verskillende oortuigings en idees ten opsigte van wiskunde. Daardeur word leerders aangemoedig om ander leerders se idees te evalueer en regverdiging vir hul eie idees te verskaf (Newby *et al.*, 1996:48).

Volgens Cangelosi (2003:114-115) behoort die wiskunde-onderwyser tydens besprekings in die groot klasgroep vrae te stel wat leerders stimuleer om te dink, te ontdek en te redeneer. Groepbesprekings kan slegs suksesvol wees as alle leerders op 'n manier daarby betrek word – nie net die leerder wat op 'n gegewe stadium 'n vraag beantwoord nie. Nadat die onderwyser 'n vraag gevra het, behoort genoeg “dinktyd” toegelaat te word dat leerders hul antwoorde kan formuleer. As leerders nooit om 'n respons gevra word nie, verloor hulle belangstelling en wend geen poging aan om 'n antwoord te formuleer nie.

Groter betrokkenheid tydens besprekings in die groot klasgroep kan op die volgende wyses verkry word (Cangelosi, 2003:117):

- Genoeg tyd behoort vir die formulering van response toegelaat te word.
- Leerders behoort aangespoor te word om hul response op vrae neer te skryf.
- Die response van leerders kan gebruik word om vrae vir ander leerders te formuleer.
- Leerders is meer geneig om aan besprekings deel te neem as daar 'n verband is tussen vrae en vrae nie vaag is nie, maar spesifiek.
- Leerders behoort die belangrikheid van besprekingsessies te verstaan as die besprekings uitloop op probleemoplossing wat in opvolg-leeraktiwiteite toegepas word.

Leerders kan ook in klein groepe antwoorde op vrae formuleer en bespreek en dan hul bevindings aan die klas terugrapporteer (kyk 4.7 & Cangelosi, 2003:117).

4.2.4.8 Demonstrasies

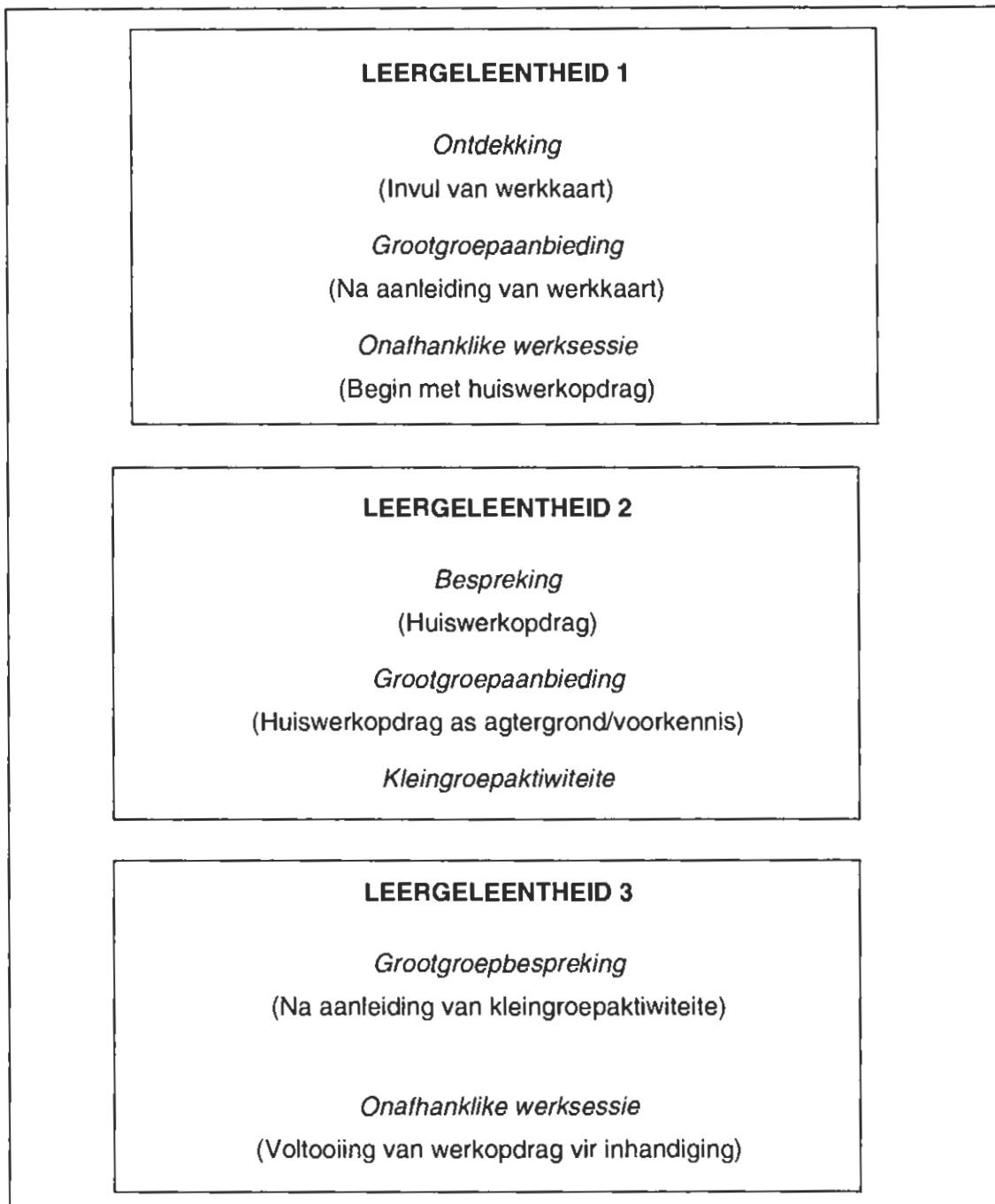
Demonstrasies vorm die meeste van die tyd deel van ander onderrigstrategieë – 'n demonstrasie kan byvoorbeeld deel vorm van 'n aanbieding (Newby *et al.*, 1996:198). 'n Demonstrasie gee afwisseling aan 'n aanbieding. Die volgende riglyne behoort gevolg te word in die beplanning en uitvoer van 'n demonstrasie:

- Voordat die onderwyser 'n demonstrasie uitvoer, moet dit ingeoefen te word om te verseker dat die apparaat wat gebruik word, in werkende toestand is.
- Al die leerders moet die demonstrasie kan sien en kan volg.
- Voordat met die demonstrasie begin word, moet die doel daarvan eers aan die leerders verduidelik word.
- Die demonstrasie behoort in klein opeenvolgende stappe aangebied te word.
- Herhaling van die stappe uitgevoer in die demonstrasie kan die leerders help om die prosedure te verstewig (versterk).
- Nadat die demonstrasie afgehandel is, moet die leerders geleentheid kry om dit self uit te voer – dit dien ook as versterking.

'n Voorbeeld van 'n demonstrasie is die volgende: Die kenmerkende eienskappe (radius, middelyn, omtrek, sektor, koord, middelpunt) van 'n sirkel word met behulp van 'n uitgeknipte sirkel gedemonstreer en verduidelik. Leerders gebruik nou hul eie uitgeknipte sirkels en dui die eienskappe op die sirkel aan.

4.2.4.9 Samevatting

Onderrigstrategieë kan in verskillende kombinasies in die wiskundeklas gebruik word. In figuur 4.2 is voorbeelde van leergeleenthede wat uit sulke kombinasies saamgestel is.



Figuur 4.2 Voorbeelde van leergeleenthede in die wiskundeklas

4.2.5 Verwagtinge van wiskunde-onderwysers

Volgens Good en Biddle (1988:120) en Schunk (2000:427-428) beïnvloed die verwagtinge van 'n wiskunde-onderwyser ten opsigte van sy/haar leerders, die

onderrigbesluite wat geneem word. Die onderrigbesluite het 'n direkte invloed op leerders se handeling en uiteindelijke prestasie (vergelyk 3.3.2.3).

As gevolg van die wiskunde-onderwyser se spesifieke verwagtinge ten opsigte van die handeling en prestasie van bepaalde leerders, tree hy/sy verskillend teenoor die leerders op (Good & Biddle, 1988:121). Die handeling (optrede) van die onderwyser kommunikeer aan die leerders die handeling (gedrag) en prestasie wat van hulle verwag word. Leerders van wie die onderwyser hoë verwagtinge het, presteer op 'n hoë vlak, terwyl leerders van wie daar min/lae verwagtinge is, se prestasie afneem. Indien hierdie handeling van die onderwyser onveranderd oor 'n tydperk voortduur, konformeer leerders se handeling en prestasie al hoe meer in die rigting van wat oorspronklik van hulle verwag is.

Sodra onderwysers verwagtinge gevorm het ten opsigte van leerders, kan dit aan hulle oorgedra word deur middel van die klaskamerklimaat (Schunk, 2000:427 & kyk 4.2.6). Oogkontak, 'n glimlag, 'n instemmende knik van die kop, ondersteunende en vriendelike optrede vorm deel van die sosiale omgewing (kyk 4.2.6.1). Onderwysers skep 'n aangename klimaat vir leerders van wie hulle hoër verwagtinge het. Meer geleenthede ten opsigte van die interaksie met en die blootstelling aan nuwe en moeilike leerinhoud word vir hoëverwagting-leerders gebied (Good & Biddle, 1988:121). Onderwysers het ook meer akademiese interaksies met hoë- as laeverwagting-leerders. Verder volhard onderwysers met hoëverwagting-leerders, hetsy deur wenke of verandering in vrae, totdat die regte antwoorde verkry is. Laeverwagting-leerders word ook meer gekritiseer as hoëverwagting-leerders. Groot verskille bestaan egter tussen onderwysers ten opsigte van hoe hulle hul verwagtinge aan leerders oordra. Sommige onderwysers moedig swak presteerders voortdurend aan en behandel hulle dieselfde as hoë presteerders (Good & Biddle, 1988:123; Schunk, 2000:428).

4.2.6 Die klaskamerklimaat

Borich (2000:346) beskryf klaskamerklimaat as die atmosfeer waarin interaksies in die wiskundeklaskamer plaasvind. 'n Onderwyser skep 'n klaskamerklimaat deur middel van die aard en die wyse waarop outoriteit uitgeoefen word, ondersteuning gegee word, aanmoediging vir kompetisie of samewerking gegee word, asook die wyse waarop en die mate waarin onafhanklike beoordeling en keuses toegelaat word. Die onderwyser kies 'n geskikte klaskamerklimaat, met ander woorde 'n klimaat wat bevordelik is vir leer, terwyl die realisering van die klimaat deur beide leerders en onderwyser bepaal word. Die effektiewe wiskunde-onderwyser skep 'n verskeidenheid klaskamerklimate, afhangend van die *doelwit van die les*, die mate waartoe hy/sy die *leerproses wil kontroleer of beheer* en watter mate van *interaksie* hy/sy by die leerders wil laat plaasvind (Borich, 2000:348).

Die sosiale en die organisatoriese omgewing wat in 'n wiskundeklaskamer geskep word, is volgens Borich (2000:347) twee verwante aspekte van die klaskamerklimaat.

4.2.6.1 Die sosiale omgewing

Volgens Borich (2000:347) het die sosiale omgewing van die wiskundeklaskamer te doen met die interaksiepatrone wat die onderwyser in die klaskamer vestig.

Die sosiale omgewing van die wiskundeklaskamer kan wissel van *autoritêr*, met die onderwyser as die primêre bron van inligting, idees en onderrig, tot *laissez-faire*, waar die leerders as die primêre verskaffers van inligting, idees en onderrig optree. Die omgewing waarin die onderwyser en leerders *gedeelde verantwoordelikheid* het, met ander woorde leerders het vryheid van keuse en oordeel onder die leiding van die onderwyser, lê tussen die eerste twee omgewings (Borich, 2000:347-348; Schunk, 2000:430).

Alhoewel 'n outoritêre omgewing volgens Schunk (2000:430) goeie presteerders tot gevolg kan hê, word sulke klaskamers deur hoë vlakke van angs gekenmerk

en neem die produktiwiteit af as die onderwyser afwesig is. Klaskamers waarin die onderwyser min of geen rigting gee nie (die laissez-faire-omgewing), kan uitloop op 'n mors van tyd en doellose aktiwiteite. Die klaskamer met 'n demokratiese omgewing (gedeelde verantwoordelikheid) bevorder onafhanklikheid en inisiatief by leerders – leerders werk dan ook produktief voort in die afwesigheid van die onderwyser.

Die soort interaksie tussen leerders verander noodwendig van les tot les, afhangend van hoe kompetend, koöperatief of individueel die interaksie behoort te wees om sodoende lesdoelwitte te ondersteun. In 'n kompetende sosiale omgewing kompeteer leerders vir die regte antwoorde met mekaar of met behulp van die standaard wat deur die onderwyser gestel is (kyk 3.3.1.2). Koöperatiewe leer (kyk 3.3.3.3) vind plaas in 'n koöperatiewe leeromgewing, terwyl 'n individualistiese omgewing tuishoort by direkte onderrig (Borich, 2000:349 & kyk 3.3.1.4).

4.2.6.2 Die organisatoriese omgewing

Die organisatoriese omgewing sluit die organisering en rangskikking van die klaskamer asook die beplanning vir onderrig in (Cangelosi, 2003:21).

4.2.6.2.1 Organisering en rangskikking van die wiskundeklaskamer

Volgens Borich (2000:349-350) is dit soms nodig om die algemeenste rangskikking van die banke in 'n klaskamer, met die onderwyser se tafel heel voor en die leerders se banke in reguit rye, te verander na 'n meer informele sistematiese rangskikking sodat 'n meer koöperatiewe en interaktiewe klimaat aangemoedig word. Dit is egter belangrik dat die sosiale omgewing wat deur die onderwyser se handeling geskep word, in ooreenstemming sal wees met die organisatoriese omgewing wat deur die fisiese rangskikking van die klaskamer geskep word.

Dit is moontlik dat leerders, ten spyte van weldeurdagte en goedbeplande onderrig (kyk 4.2.6.2.2), nie ten volle betrokke is in die leeraktiwiteite wat die

onderwyser in gedagte gehad het nie (Cangelosi, 2003:21). Die oorsaak kan gevind word in die invloed wat die organisering en rangskikking van die wiskundeklaskamer het op:

- die doeltreffendheid waarmee van die een onderrigstrategie (kyk 4.2.4) na 'n volgende oorgeskakel kan word (byvoorbeeld van 'n grootgroep-lesing-aanbieding na 'n kleingroep-koöperatiewe leersessie);
- die gemak waarmee die onderwyser van een leerder na 'n ander kan beweeg (byvoorbeeld om 'n leerder aan te spreek oor 'n nie-taakgerigte handeling sonder om ander leerders te steur);
- die doeltreffendheid waarmee die onderwyser die leerders se aktiwiteite kan monitor (byvoorbeeld om leerders se geskrewe response op werkkaarte waar te neem);
- hoe goed leerders kan sien wat hulle behoort te sien (byvoorbeeld op die tru-projektorskerm of die swartbord) en hoe goed hulle kan hoor wat hulle behoort te hoor (byvoorbeeld verduidelikings van die onderwyser of ander leerders); en
- die skep van 'n leeromgewing wat bevorderlik is vir die leer van wiskunde (Cangelosi, 2003:21).

4.2.6.2.2 Beplanning vir onderrig

Volgens Roblyer en Edwards (2000:57,67) behoort wiskunde-onderwysers, terwyl hulle beplan vir onderrig, vrae ten opsigte van die volgende komponente van hul onderrig te stel en ook te probeer beantwoord:

- *Onderrigdoelwitte*: Is dit wat bedoel is om te onderrig, wel onderrig?
- *Ontleding van die wiskundetake* (kyk 2.4.3) wat gegee word: Beskik leerders oor die nodige laerorde-vaardighede (kyk 2.4.4) om die wiskundetake te voltooi?

- *Die gebruik van onderrigstrategieë* (kyk 4.2.4): Is die onderrigaktiwiteite sodanig gestruktureer om 'n geskikte klaskameromgewing/klimaat te skep sodat leer kan plaasvind?
- *Die visuele formaat*: Is leerders in staat om 'n goeie model van byvoorbeeld 'n probleem in hulle denke voor te stel?
- *Leeromgewing ryk aan bronne*: Addisionele bronne, behalwe die onderwyser, handboek en voorbereide hulpmiddels, behoort gebruik te word.
- *Evaluering van leerders*: Sal die toetse en eksamens wat geskryf word, meet wat onderrig word?
- *Evaluering van onderrig*: Het die aanbieding verloop soos deur die onderwyser gevisualiseer?

Die wiskunde-onderwyser se onderrigplan (lesplan) kan met enigeen van die volgende stappe begin (Newby *et al.*, 1996:118):

- Vaststelling van die doelwitte van die les;
- Bepaling van die leerinhoud wat gedek moet word;
- Identifisering van die evalueringswyses wat gebruik gaan word;
- Ontwikkeling van een of meer praktiese aktiwiteite vir die leerders;
- Besluitneming ten opsigte van die onderrigbenadering(s) wat gevolg gaan word; en
- Die kies van onderrig/leermateriaal.

Die lesplan sluit algemene (nie-vakspesifieke) en spesifieke (vakspesifieke) beplanningskomponente, sowel as besluitnemingselemente, waarvolgens die onderwyser op verwagte en onverwagte gebeure reageer, in. Algemene komponente het onder andere met algemene klaskamerorganisasie te doen, terwyl spesifieke komponente te doen het met byvoorbeeld die wyse waarop spesifieke leerinhoude onderrig word (Sternberg & Horvath, 1995:11).

4.2.7 Evaluering

Volgens Webb (1992:662-663) en die NCTM (1995:3) is die evaluering van wiskunde 'n omvattende proses van die insameling van inligting ten opsigte van 'n leerder se wiskundekennis en -vaardighede, sy/haar vermoë om wiskunde te kan toepas en sy/haar gesindheid ten opsigte van wiskunde. Verder behels die evaluering van wiskunde die maak van gevolgtrekkings met behulp van hierdie inligting.

Die evalueringsproses bestaan uit vier fases, naamlik (1) die beplanning van evaluering (die stel van duidelike doelwitte); (2) die insameling van inligting (deur gebruik te maak van veelvuldige metodes); (3) die interpretasie van die inligting/evalueringresultate (die maak van gevolgtrekkings); en (4) die gebruik van die evalueringresultate (om leerders in te lig en onderrig te beplan). Genoemde proses vind siklies op 'n voortdurende, maar doelbewuste wyse plaas (Brumbaugh *et al.*, 1997:39, Van de Walle, 2000:62).

Die NCTM (1995:25) beklemtoon vier doelwitte met evaluering, naamlik

- Die monitering van leerders se vordering in die bereiking van onderrigdoelwitte (kyk 4.2.1.1) om sodoende groei ten opsigte van hul wiskundevermoëns te bepaal;
- Die neem van onderrigbesluite, byvoorbeeld die beplanning van wiskundetake (2.4.3), na aanleiding van daaglikse probleemoplossing en besprekings, om sodoende onderrig te verbeter;
- Die evaluering van leerders se pogings en prestasies; en
- Die evaluering van onderrigprogramme (insluitend onderrigseenhede, onderrigstrategieë wat gebruik is) sodat aanpassings gemaak kan word indien nodig.

Volgens Nieuwoudt (1998:89, 93), die NCTM (2000:22) en Cangelosi (2003:147) behoort die evaluering van wiskunde 'n integrale deel van die onderrigleerproses

te vorm: evaluering behoort 'n basis te verskaf vir die wyse waarop wiskunde onderrig en geleer word, asook vir die verskaffing van inligting ten opsigte van die vordering en prestasie van leerders.

Evalueringspraktyke wat dit ten doel het om die leer van wiskunde te bevorder, behoort volgens Nieuwoudt (1998) en Van de Walle (2001) aan die volgende vereistes te voldoen:

- Om wiskunde suksesvol te onderrig, is dit noodsaaklik dat leerders se vordering kontinu gemonitor word (Nieuwoudt, 1998:93; Van de Walle, 2001:64);
- Die wyse waarop die onderwyser leerders evalueer, word deur leerders gebruik om te bepaal watter wiskundetake en watter soort kognitiewe aktiwiteite belangrik is (Van de Walle, 2001:66);
- Deur leerders betrokke te maak by evalueringsaktiwiteite (byvoorbeeld dat leerders hulself evalueer deur die onderwyser se evalueringsskema te gebruik), kry leerders die geleentheid om te leer hoe om te leer en verantwoordelikheid vir hul eie leer te aanvaar (Van de Walle, 2001:76);
- 'n Wye verskeidenheid evalueringswyses (deurlopende informele waarneming, klasopdragte, huiswerkopdragte, gestruktureerde waarneming van leerderhandelinge, klastoetse, eksamens, portfolio's, voer van onderhoude) behoort gebruik te word (Nieuwoudt, 1998:93; Van de Walle, 2001:64); en
- Assesseringsaktiwiteite behoort dieselfde doelwitte as klaskameraktiwiteite te hê (Nieuwoudt, 1998:52; Van de Walle, 2001:66).

4.2.8 Die gebruik van tegnologie

Tegnologie in die konteks van skoolwiskunde verwys na enigiets van eenvoudige sakrekenaars tot video's, rekenaars en die internet. Dit is nie belangrik watter

soort tegnologie gebruik word nie – die gebruik daarvan moet egter die wiskunde wat geleer word, verbeter en bevorder (Van de Walle, 2000:465).

Die tegnologie wat vir die doeleindes van hierdie navorsing ter sprake is, is 'n videoklasstelsel (kyk 5.2). Volgens die NCTM (2000:24-25) geld die volgende beginsels ten opsigte van die gebruik van tegnologie, in die besonder van 'n videoklasstelsel:

- Wiskunde kan geleer word deur middel van die geskikte gebruik van tegnologie.
- Tegnologie behoort met verantwoordelikheid in die wiskundeklas gebruik te word, met die uitsluitlike doel om die leer van wiskunde te bevorder.
- Die effektiewe gebruik van tegnologie is afhanklik van die onderwyser – die onderwyser behoort leergeleenthede vir leerders te verbeter deur wiskundetake te kies of te skep sodat voordeel behaal kan word uit die spesifieke tegnologie wat gebruik word.
- Tegnologie behoort nie gebruik te word om die wiskunde-onderwyser te vervang nie, maar kan in die plek van 'n afwesige onderwyser gebruik word.

4.3 ONDERRIG VIR DIE STRATEGIESE LEER VAN SKOOLWISKUNDE

Kenmerke van die strategiese leer van wiskunde (kyk 2.5) het besliste implikasies vir onderrig (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:35-36). 'n Belangrike vraag waarop 'n antwoord gevind moet word, is wat die effektiefste wyse is om leerders vir die strategiese leer van wiskunde te onderrig.

Faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed (kyk 4.2) word gebruik om die kenmerke van 'n effektiewe onderwyser, wat wiskunde onderrig vir die strategiese leer daarvan, te identifiseer.

Volgens Sternberg en Horvath (1995:11) is die onderwyser se **kennis** (kyk 4.2.3) een van die faktore wat die strategiese leer van wiskunde beïnvloed. Die effektiewe wiskunde-onderwyser beskik oor 'n ryk wiskundekennisbasis (kyk 4.2.3.2). Verder het die effektiewe wiskunde-onderwyser algemene sowel as spesifieke kennis van die onderrig van wiskunde, kennis van hoe leerders wiskunde leer en kennis van onderrig- en leerstrategieë (kyk 4.2.3.3). Die effektiewe wiskunde-onderwyser se kennis is nie net deeglik georganiseer en geïntegreer in die geheue nie, maar ook toeganklik vir gebruik in onderrig.

Effektiewe wiskunde-onderwysers is bedrewe en kreatief in die *oplos van probleme* ten opsigte van onderrig (klaskamerprobleme) en openbaar insig deur die oplossings wat gegenereer word. Die effektiewe wiskunde-onderwyser los nie net 'n probleem wat na vore kom suksesvol op nie, maar herdefinieer die probleem en kom sodoende met vindingryke oplossings vorendag (Sternberg & Horvath, 1995:14).

Volgens Simpson en Sherrie (2000) dra die volgende onderrigfaktore direk by tot die ontwikkeling van strategiese leerders:

*Die wiskunde-onderwyser behoort 'n verskeidenheid **onderrigstrategieë** te gebruik wat leerders in selfgereguleerde leerders laat ontwikkel:*

Dit is moontlik om onderrigstrategieë (kyk 3.3), byvoorbeeld probleemoplossings-aktiwiteite (kyk 4.2.4.3) en koöperatiewe klein groepe (kyk 4.2.4.4), in die wiskundeklaskamer te gebruik wat ten doel het dat leerders selfgereguleerde leerders word (Weinstein & Van Mater Stone, 1993:35-36). Onderrigaktiwiteite behoort sodanig gestruktureer te word dat leerders metakognitiewe beheer (wat refleksie insluit) (kyk Figuur 2.3 & 2.4.6.2) aanleer en inoefen (Ertmer & Newby, 1996:19).

Leerders behoort onderrig te word in die interpretasie en verstaan van wiskundetake:

Die keuse en gebruik van geskikte strategieë (kyk 2.4.5) is afhanklik van leerders se begrip van wat van hulle verwag word in 'n wiskundetaak (kyk 2.4.3). Gevolglik is dit uiters noodsaaklik dat leerders onderrig word in die interpretasie van wiskundetake, byvoorbeeld hoe 'n werkkaart voltooi word of die verstaan van 'n wiskundeprobleem (voordat die probleem opgelos word).

Leerders behoort onderrig te word in die gebruik van 'n verskeidenheid leerstrategieë ten opsigte van wiskunde:

Leerders behoort intensief oor 'n lang tydperk onderrig te word ten opsigte van die gebruik van leerstrategieë (Simpson & Sherrie, 2000 & kyk 2.4.5). Wiskundetake (kyk 2.4.3) behoort uitdagend en kompleks genoeg te wees sodat leerders die behoefte aan die gebruik van strategieë ervaar, voordat daar enige sprake van die aanleer of gebruik van strategieë kan wees (Klauer, 1988:357, Anthony, 1997:25, 28, 32). Volgens Simpson en Sherrie (2000) behoort leerstrategieë eksplisiet onderrig te word sodat leerders nie net weet watter strategieë om te gebruik nie, maar ook wanneer en hoe 'n spesifieke leerstrategie aangewend moet word (kyk 2.4.5). Leerders behoort ook in staat te wees om, met behulp van die onderwyser, die kwaliteit en geskiktheid van die gebruik van hul eie strategieë te beoordeel. Leerstrategieë kan ook deur leerders ontwikkel word na aanleiding van strategieë wat deur die onderwyser gemodelleer is, byvoorbeeld probleemoplosstrategieë (Van de Walle, 2001:57 & kyk 2.4.5.1.1).

'n Effektiewe wiskunde-onderwyser tree **selfgereguleerd** op (Sternberg & Horvath, 1995:11). Die selfgereguleerde onderwyser beskik oor 'n goed-ontwikkelde beplanningstruktuur (lesplan) wat hom/haar in staat stel om wiskunde doeltreffend en effektief te onderrig (kyk 4.2.6.2.2). Tydens die *beplanning* van 'n spesifieke wiskundeles is die effektiewe onderwyser reeds in staat om probleme wat ondervind kan word tydens die uitvoer van die lesplan, te

antisipeer. Die effektiewe onderwyser *monitor* die uitvoer van 'n lesplan en kan gevolglik onmiddellik agterkom as leerders begrip of belangstelling verloor. Elke lesplan word deur die effektiewe onderwyser geëvalueer volgens die geslaagdheid daarvan, asook probleme wat ondervind is, met die oog op toekomstige gebruik. 'n Effektiewe wiskunde-onderwyser tree ook *refleksief* op (Sternberg & Horvath, 1995:15). Volgens Moallem (1997:144) verwys refleksiewe onderrig na die meganisme waarvolgens die onderwyser se wiskundekennis toenemend geïntegreerd verbind word met vorige ondervindings om sodoende sy/haar kennis of ekspertise aan te pas en te verfyn. Tydens *refleksie-in-aksie* reageer die wiskunde-onderwyser op beskikbare inligting ten opsigte van wat in die klaskamer gebeur en maak geregverdigde keuses in die gebruik van alternatiewe strategieë (Moallem, 1997:147). Vir hierdie doel benodig die onderwyser uitgebreide praktiese kennis van wiskunde (kyk 4.2.3.2), wiskunde-onderrig (kyk 4.2.3.3) en 'n sensitiwiteit vir die huidige klaskamerklimaat (kyk 4.2.6). Vir *refleksie-op-aksie* het die onderwyser meer geleentheid om na te dink oor wat gebeur het tydens onderrig (Moallem, 1997:148). Refleksiewe onderrig is 'n sikliese proses waartydens die wiskunde-onderwyser sy/haar eie onderrigpraktyke monitor, evalueer en hersien.

Die onderwyser se *oortuigings* (kyk 4.2.2) ten opsigte van wiskunde beïnvloed hul onderrigpraktyke en daardeur die oortuigings van leerders. Volgens Simpson en Sherrie (2000) behoort onderrig leerders bewus te maak van hul oortuigings oor wiskunde (kyk 2.4.7.1.2) en die leer van wiskunde (kyk 2.4.7.1.3). Hierdie oortuigings beïnvloed op hul beurt die keuse van die leerstrategieë wat leerders gebruik en die interpretasie van wiskundetake.

Volgens Schunk (2000:417) en Anderman en Maehr (1994:296) is *motiverings*-aangeleenthede (kyk 2.4.8) belangrik in onderwysers se beplanning vir onderrig. Tydens onderrig verander wiskunde-onderwysers hul onderrigstrategieë as hulle 'n afname in leerders se betrokkenheid en deelname, wat motiveringsuitkomst is, bespeur (Schunk, 2000:417).

Volgens Anderman en Maehr (1994:296, 299) dra die **klaskamerklimaat** (kyk 4.2.6) by tot doelwitvorming en uiteindelik tot die motivering van leerders (kyk 2.4.8). Die effektiewe wiskunde-onderwyser skep 'n klaskamerklimaat wat leerders in staat stel om taakgerigte doelwitte te stel en te bereik – daardeur word leerders gemotiveer om te leer.

Kenmerke van die effektiewe onderwyser, wat wiskunde onderrig met die oog op die strategiese leer daarvan, is in Tabel 4.1 saamgevat.

Tabel 4.1 Onderrig vir die strategiese leer van wiskunde

Faktore wat onderrig beïnvloed	Kenmerke van die effektiewe onderwyser
<i>Kennis ten opsigte van:</i>	
Wiskunde-inhoude	Beskik oor 'n groot kennisbasis. Deeglik en goed georganiseerd. Toeganklik vir gebruik in onderrig.
Die self	
Aspekte van wiskundeleertake	Voorsien leerders van uitdagende, komplekse take. Onderrig leerders in die interpretasie en verstaan van wiskundetake.
Leerstrategieë	Die aanleer, gebruik en beoordeling van gebruik van kognitiewe en metakognitiewe leerstrategieë vind doelgerig onder leiding van onderwyser plaas.
Onderrigstrategieë	Gebruik onderrigstrategieë wat leerders selfgereguleerd laat leer.
Vaardighede	Bedrewe en vaardig in die oplos van probleme – dien as model vir leerders.

Tabel 4.1 vervolg

Faktore wat onderrig beïnvloed	Kenmerke van die effektiewe onderwyser
<i>Selfgereguleerd</i>	
Beplan	Antisipeer probleme wat in die uitvoer van 'n lesplan kan voorkom.
Monitor	Kom onmiddellik agter as leerders begrip of belangstelling verloor.
Evalueer	Hersien 'n lesplan vir toekomstige gebruik met inagneming van probleme wat ondervind is.
Reflekteer	Gebruik alternatiewe strategieë na aanleiding van wat in klaskamer gebeur. Monitor, evalueer en hersien onderrigpraktyke.
<i>Affektiewe faktore</i>	
Oortuigings	Onderwyser se oortuigings ten opsigte van wiskunde beïnvloed leerders se oortuigings.
<i>Motivering</i>	
	Pas onderrigstrategieë aan/verander as motivering by leerders afneem.
<i>Klaskamerklimaat</i>	
	Struktureer klaskameromgewing sodanig dat leerders doelwitte stel wat tot strategiese leer kan lei.

4.4 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

In hierdie hoofstuk is verskillende onderrigmodelle, gebaseer op verskillende benaderings tot die leer van wiskunde, bestudeer; asook die implikasies van die onderrigmodelle vir die onderrig van skoolwiskunde. Kenmerke van die onderrig van wiskunde vir strategiese leer is saamgestel nadat die faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed, bespreek is. In die volgende hoofstuk word die onderrig en leer van skoolwiskunde in 'n videoklasstelsel ondersoek.

HOOFSTUK 5

DIE INVLOED VAN 'N VIDEOKLASSTELSEL OP DIE LEER EN ONDERRIG VAN SKOOLWISKUNDE

5.1 INLEIDING

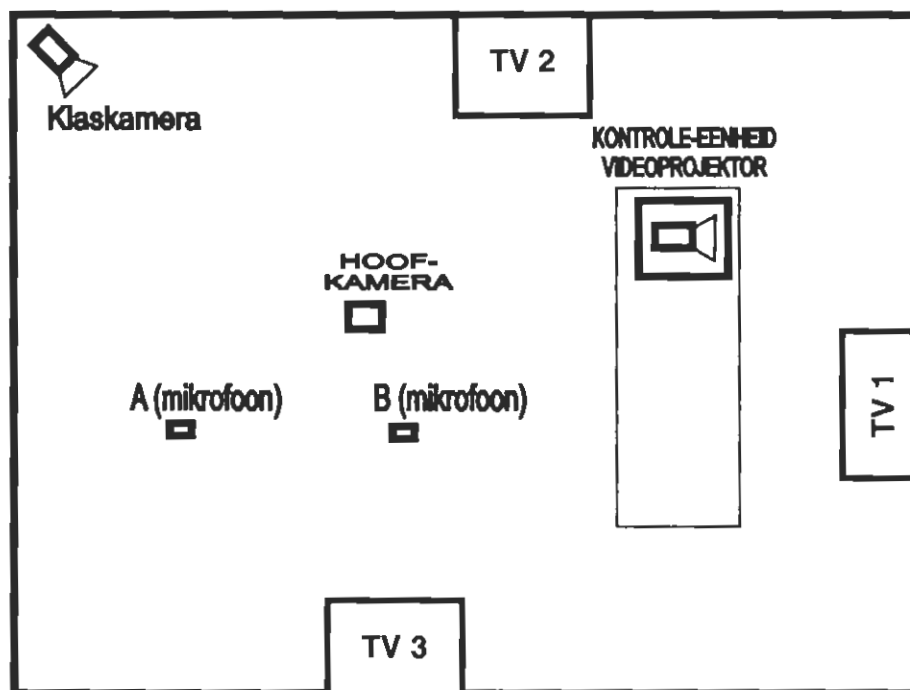
In die voorafgaande hoofstukke is die kenmerke van die strategiese leer van wiskunde beskryf; en die faktore wat die onderrig daarvan beïnvloed, is bespreek. In hierdie hoofstuk word die invloed van 'n videoklasstelsel op die leer en onderrig van skoolwiskunde ondersoek. Alvorens dit egter kan gebeur, word die spesifieke videoklasstelsel wat in hierdie ondersoek gebruik is, beskryf en die werking daarvan geïllustreer. Daarna word die gebruik van 'n videoklasstelsel gemotiveer en die vereistes waaraan 'n videoklasstelsel behoort te voldoen, bespreek. Ten laaste word die invloed van die videoklasstelsel op onderskeidelik die wiskundeprestasie van die leerders, die gebruik van leer- en studiestrategieë ten opsigte van wiskunde, asook die onderrig van wiskunde bespreek.

5.2 BESKRYWING EN WERKING VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL

Die videoklasstelsel wat in hierdie ondersoek gebruik is, bestaan uit 'n klaskamer wat ingerig is vir die opneem en aflewering van videolesse (kyk Figuur 5.1), asook besprekingsessies (tutoriale) met die leerders van die opname- sowel as afleweringssessies (kyk Figuur 5.2).

Die wiskunde-onderwysers betrokke by die projek kon besluit of hulle van die swartbord en/of die oorhoofse projektor gebruik wou maak tydens die aanbieding (opnames) van die lesse. Die oorhoofse projektor (videoprojektor) wat gebruik is, is spesiaal in dié sin dat 'n klein videokamera die materiaal wat op die blad lê nie net direk opneem op die videoband in die kontrole-eenheid nie, maar dit ook op die televisie-monitors weergee. Tydens die opnames kon onderwysers die keuse uitoefen of hulle die leerders wou opneem (met behulp van die klaskamera in die hoek), hulself en/of werk wat op die swartbord geskryf is (met behulp van die

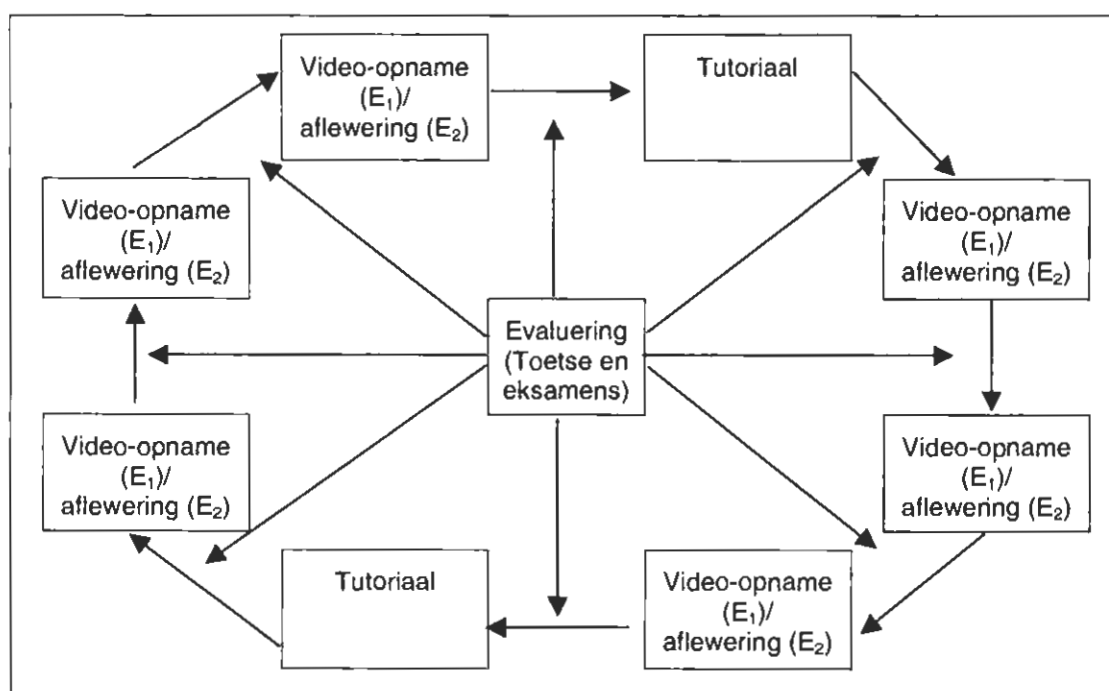
hoofkamera) of materiaal op die blad van die oorhoofse videoprojektor. Lapelmikrofone, sowel as mikrofone A en B het bygedra tot die klankgehalte van die opnames. Tydens die opname sowel as die aflewering van die videolesse, is die leerders so geplaas dat elke leerder die aanbieding op een van die televisieskerm, wat op 'n gerieflike hoogte teen die mure aangebring is, kon volg.



Figuur 5.1: Die videoklaskamer

Die siklusse verloop (werking) van die videoklasstelsel word in Figuur 5.2 geïllustreer.

Video-opnames van wiskundelesse is deur die betrokke wiskunde-onderwyser in samewerking met een klasgroep (E_1) gemaak, waarna dit afgelewer is by 'n ander klasgroep (E_2), in die afwesigheid van die onderwyser. Die videoklaskamer (kyk Figuur 5.1) is deurgaans gebruik vir die opneem sowel as die aflewering van die wiskundelesse. Die kontrolegroep (K) is op die gewone wyse onderrig.



Figuur 5.2 Die werking van die videoklasstelsel

Die tutoriale, onder leiding van die onderwyser, het in die "normale" wiskundeklaskamer plaasgevind. Gedurende hierdie sessies is een of meer van die volgende aktiwiteite uitgevoer: die nasien en bespreek van werkkaarte/opdragte; die bespreek van probleme wat leerders ondervind het in die video-opname/afleweringssessies; die skryf van 'n kort klastoets en die nasien daarvan deur die leerders; en die bespreek van 'n geskeduleerde toets se memorandum.

Geskeduleerde wiskundetoets is in sessies (periodes) geskryf wat die siklus op enige stadium kon onderbreek (kyk Figuur 5.2).

5.3 MOTIVERING VIR DIE GEBRUIK VAN 'N VIDEOKLASSTELSEL

Volgens Cangelosi (2003:103-104) en Stigler en Hiebert (1997:15) kan die terugspeel van vooraf opgeneemde videolesse die volgende voordele vir leerders en die onderwyser inhou:

- Gedagteversteurings van leerders as gevolg van vrae of opmerkings van ander leerders tydens aanbiedings van wiskundelesse, word tot 'n groot mate in die terugspeelklas vermy.
- Foute in die opgeneemde les kan gekorrigeer en verbeterings aangebring word voordat die les aan 'n ander groep gespeel word.
- Tydens die terugspeel van 'n videoles kan leerders die opgeneemde les stop by spesifieke gedeeltes of gedeeltes herhaal.
- Die wiskunde-onderwyser kry geleentheid om die leerders se handeling te monitor en kan gevolglik reageer op tekens van onbetrokkenheid by leerders.
- Wiskunde-onderwysers kan opnames van hul lesse gebruik om te reflekteer op hul onderrig. Sodoende kan onderrigstrategieë aangepas word sodat die leer van wiskunde verbeter kan word (Stigler & Hiebert, 1997:15).

Huge (1990) rapporteer in sy praktikumverslag ten opsigte van die onderrig van wiskunde deur middel van die gebruik van video-opnames die volgende:

- Videolesse wat deur die wiskunde-onderwyser opgeneem is, kan deur plaasvervanger onderwysers gebruik word om vir eersgenoemde onderwyser se afwesigheid te kompenseer
- Videobande met die wiskunde-inhoude wat reeds afgehandel is, word gebruik deur leerders wat afwesig was toe dié spesifieke gedeeltes onderrig is of bloot vir hersieningsdoeleindes.

Verder kan videolesse wat deur 'n praktiserende wiskunde-onderwyser gemaak is, in die opleiding van voornemende wiskunde-onderwysers gebruik word. In 'n projek wat deur Le Page (1996:65) onderneem is, is veral klem gelê op wiskundetake (kyk 2.4.3) wat uit werklikheidsgetroue probleemsituasies ontstaan, asook die gebruik van hulpmiddels in die uitvoer van die take. Tydens die terugspeel van die video-opnames kon die voornemende onderwysers die gebeure in 'n wiskundeklaskamer voor, tydens en na die implementering van 'n wiskundetaak, waarneem. Sodoende is hulle in staat gestel om die rol van die

wiskunde-onderwyser, waarvan hulle op 'n teoretiese wyse leer, op 'n meer praktiese wyse te ervaar (Le Page, 1996:67).

Roblyer en Edwards (2000:200) het video-opnames van wiskundekursusse (hoofvak en algemene wiskunde) vir voornemende onderwysers wat deur middel van afstandsonderrig studeer, gebruik. Alhoewel hierdie tipe kursusse nie interaktief is nie, kan dit inligting visueel aflewer by leerders wat toegang het tot 'n videospeler. Aanvullende gedrukte materiaal en telefoongesprekke of e-posverbinding met die betrokke dosent kan sorg vir 'n mate van interaksie tussen die student en dosent (Roblyer & Edwards, 2000:200).

5.4 VEREISTES WAARAAN 'N VIDEOKLASSTELSEL BEHOORT TE VOLDOEN

5.4.1 Algemene vereistes

Volgens die NCTM (2000:24-27) behoort die gebruik van tegnologie aan 'n wye verskeidenheid vereistes te voldoen (kyk ook 4.2.8). Hierdie vereistes is ook op die videoklasstelsel van toepassing. Daarvolgens behoort die videoklasstelsel:

- met vaardigheid en verantwoordelikheid deur die wiskunde-onderwyser gebruik te word ten einde onderrigdoelwitte (kyk 4.2.1) te bereik;
- leergeleenthede vir leerders te skep deur die opstel en gee van geskikte wiskundetake (kyk 2.4.3) deur die onderwyser;
- leerders se belangstelling in wiskunde aan te wakker;
- die leer van wiskunde te bevorder en te verbeter;
- nie die wiskunde-onderwyser te vervang nie – die onderwyser het 'n belangrike rol te speel in die beplanning van die lesse wat opgeneem word, asook die opnames met leerders teenwoordig; en

- geleenthede vir die wiskunde-onderwyser te skep vir evaluering deur middel van waarneming tydens die aflewering van die video's.

5.4.2 Vereistes waaraan video-opnames (lesse) behoort te voldoen

Die videolesse wat opgeneem word, behoort volgens Zucco (1998) aan die volgende vereistes te voldoen:

- Die spesifieke doelwitte van 'n wiskundeles behoort aan die begin van die opname gegee te word.
- Die inleidingsfase van die opname behoort leerders te help om te verstaan waarom hulle 'n spesifieke onderwerp/gedeelte moet leer/ken.
- Die video behoort 'n geskikte hoeveelheid leerstof aan te bied teen 'n pas wat nie te vinnig of te stadig is nie.
- Praktiese werklikheidsgetroue voorbeelde en toepassings, wat leerders kan motiveer om te leer, behoort in die aanbieding ingesluit te word.
- Die video behoort deelname van die leerders aan te moedig deur effektiewe vraagtegnieke te gebruik, asook van leerders te verwag om die vrae te beantwoord.
- Aan die einde van 'n opname behoort die wiskunde-onderwyser 'n opsomming te gee van wat gedoen is.

Behalwe bogenoemde vereistes, moet ook aandag gegee word aan die aanbeveling van Cangelosi (2003:101) ten opsigte van die video-afleweringsklas, naamlik dat leerders 'n werkkaart (aktiwiteitsblad) met vrae oor of ten opsigte van die aanbieding invul terwyl hulle na die video-opname kyk. Op hierdie wyse kan passiwiteit tydens video-aflewerings voorkom word.

5.4.3 Enkele kritiese aspekte ten opsigte van die gebruik van videolesse in wiskunde

Volgens Ball (1996:507) is dit moeilik om presies te bepaal waaraan leerders aandag gee en wat hulle leer as hulle na videolesse kyk. Is dit byvoorbeeld

moontlik dat nuwe beelde langs bestaande ingegraveerde beelde, wat gevorm is in meer konvensionele klaskamers, ontstaan? (kyk 2.4.1). Indien dit so is, watter aspekte van hierdie beelde is die opvallendste – die soort wiskunde wat gedoen word, die aard van die bespreking, die rol van die onderwyser (bewegings, houding, stem)?

Die wiskunde wat die leerders leer, is afhanklik van wat hulle na die videoklaskamer bring, byvoorbeeld kennis, vaardighede en oortuigings, sowel as van hul betrokkenheid terwyl hulle na die video kyk (Ball, 1996:507). Vrae ten opsigte van leerders se betrokkenheid, is byvoorbeeld: Is daar alternatiewe wyses waarop 'n klaskamer gerangskik behoort te word, byvoorbeeld dat leerders in klein groepe of in groot groepe na die video's kyk? Watter soort besprekings kan uit elk van die rangskikkings na vore kom? Is daar maniere om leerders se aandag in so 'n mate vas te vang dat die maksimum voordeel uit die opname behaal kan word?

Vrae wat ten opsigte van die gehalte van die opnames gevra kan word, is die volgende: Watter voordele hou professioneel opgeneemde opnames vir leerders in in vergelyking met opnames wat deur onervare onderwysers gemaak is? Is redigering in laasgenoemde geval nodig of kan dit net so (miskien met foute en korreksies) teruggespeel word? (Ball, 1996:507).

Nog 'n aspek van video-opnames wat volgens Ball (1996:507) in gedagte gehou moet word, is die inhoud van die opname. Moet die videokamera op die leerders en hul aktiwiteite en/of op die onderwyser en haar bewegings gerig wees? Moet leerders se werk, byvoorbeeld kopieë van huiswerkopdragte wat gedoen is, ingesluit wees? Wat van die gebruik van ander leermateriaal?

5.5 DIE EMPIRIESE ONDERSOEK

5.5.1 Die doel van die empiriese ondersoek

Die empiriese ondersoek is onderneem om vas te stel wat die invloed van die videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van wiskunde is.

5.5.2 Die ondersoekmetode

Kwantitatiewe sowel as kwalitatiewe ondersoekmetodes is gebruik. Gevolglik word enkele aspekte van beide ondersoekmetodes kortliks hieronder bespreek.

5.5.2.1 Kwantitatiewe ondersoekmetodes

Volgens Borg, Gall en Gall (1993:193-194) het kwantitatiewe ondersoekmetodes hul oorsprong in die fisiese en biologiese wetenskappe. Meetprosedures wat in genoemde natuurwetenskaplike dissiplines gebruik word, het statistiese analisering van numeriese data na vore gebring – vandaar die naam kwantitatiewe navorsing.

Die doel van kwantitatiewe ondersoeke is om 'n beperkte versameling “gebeurtenisse” objektief te beskryf, asook om te bepaal of die gebeurtenisse beheer kan word deur intervensies (Borg *et al.*, 1993:194). In hierdie ondersoek is die leerders se leer en studiestrategieë die gebeurtenisse en die videoklasstelsel word as intervensie gebruik (kyk Tabela 5.1 en 5.2). Dieselfde geld vir die prestasie van die leerders.

Kwantitatiewe navorsers maak van steekproewe, bestaande uit groepe mense, gebruik wat op 'n willekeurige wyse blootgestel word aan die eksperimentele behandeling of as kontrolegroepe dien (Borg *et al.*, 1993:196). Vir die doel van hierdie navorsing is klasgroepe, op grond van gewilligheid van die betrokke wiskunde-onderwyser om aan die projek deel te neem, gekies.

Volgens Borg *et al.* (1993:198) is die fokus van kwantitatiewe ondersoeke op 'n paar goed gedefinieerde veranderlikes en die uitkomst van die ondersoek gerig (kyk 5.5.3).

5.5.2.2 Kwalitatiewe ondersoekmetodes

Kwalitatiewe ondersoeke is gebaseer op metodes wat oorspronklik in die sosiale wetenskappe ontwikkel is (Borg *et al.*, 1993:193; Leedy & Ormrod, 2001:148). Die hoofvoordeel van hierdie metode is dat dit die navorser in staat stel om 'n diepte-ondersoek ten opsigte van 'n enkele aspek van 'n gebeurtenis te doen. Vir

die doel van hierdie navorsing is wiskundetake (die inhoud en vorm daarvan) as deel van die onderrigleergebeure kwalitatief ondersoek (kyk 5.8.1.2).

Volgens Leedy en Ormrod (2001:148) is die doel van kwalitatiewe ondersoeke onder andere om insig te verkry ten opsigte van die aard van 'n spesifieke gebeurtenis, nuwe perspektiewe ten opsigte van die gebeurtenis te ontwikkel en/of probleme wat binne die gebeurtenis bestaan, op te spoor.

5.5.2.3 Vereistes waaraan ondersoekmetodes behoort te voldoen

Die volgende vereistes word spesifiek aan *kwantitatiewe* ondersoekmetodes gestel (Borg *et al.*, 1993:7-8):

- *Objektiwiteit*

Opvoedkundige navorsers moet die gebeure wat bestudeer word, duidelik uiteensit en ondersoekprosedures wat ander navorsers as redelik (haalbaar) en akkuraat behoort te bestempel, te gebruik (Borg *et al.*, 1993:7). Die objektiwiteit van navorsers kan geëvalueer word deur vas te stel of ander navorsers met dieselfde meetinstrumente soortgelyke uitkomst verkry.

- *Veralgemeenbaarheid*

Volgens Borg *et al.* (1993:7) moet uitkomst wat tydens 'n ondersoek verkry is, toegepas kan word op omstandighede soortgelyk aan dié waarin die ondersoek uitgevoer is. Om byvoorbeeld vas te stel of die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde moontlik is in 'n videoklaskamer, word verteenwoordigende steekproewe (in dié geval leerders van skoolwiskunde) gekies.

- *Herhaalbaarheid*

Ondersoeke behoort sodanig uitgevoer en gerapporteer te word dat ander navorsers by herhaling van die ondersoekprosedures soortgelyke uitkomst behoort te verkry.

Dit is belangrik om tydens die uitvoer van *kwalitatiewe* ondersoeke "gehaltebeheer" toe te pas – die ondersoeke moet sodanig beplan en uitgevoer

word dat dit ingevolge die doel daarvan en binne die konteks waarin dit uitgevoer word, bepaal wat dit veronderstel is om te bepaal (Borg *et al.*, 1993:124). Soos met kwantitatiewe navorsing moet sorg gedra word dat die prosedures wat gebruik word geldig en betroubaar is, sodat die inligting wat verkry word, ook ten opsigte van ander soortgelyke gevalle van nut kan wees.

5.5.2.4 Die gebruik van beide kwalitatiewe en kwantitatiewe metodes

Nie een van hierdie ondersoekmetodes geniet voorrang bo die ander nie – trouens, die een kan die ander komplementeer (Borg *et al.*, 1993:202). Kwantitatiewe ondersoekmetodes is gebruik om vas te stel wat die invloed van die videoklasstelsel op die prestasie van die leerders (kyk 5.6.2), asook op die leer- en studiestrategieë van die leerders ten opsigte van wiskunde is (kyk 5.7.2), terwyl kwalitatiewe ondersoekmetodes gebruik is om vas te stel wat die invloed van die videoklasstelsel op die onderrig van wiskunde is (kyk 5.8.1.2).

5.5.3 Die navorsingsontwerp

'n Ware eksperimentele ontwerp met 'n nie-ewekansig saamgestelde eksperimentele en kontrole groepe en 'n voortoets en natoetse is gebruik (Leedy & Ormrod, 2001:236 & Tabela 5.1 & 5.2) om enersyds die invloed van die videoklasstelsel op leerders se studie- en leerstrategieë te bepaal en andersyds die invloed van die videoklasstelsel op die prestasie van die leerders.

Video-opnames is met een eksperimentele groep (E_1) gemaak en afgelewer (teruggespeel) by die ander eksperimentele groep (E_2). Die kontrolegroep (K) het konvensionele wiskunde-onderrig ontvang.

Verduideliking van die eksperimentele ontwerp (Tabel 5.1)

Die leerders se einde-van-die-kwartaal-eksamenpunte het as voortoets (VT) gedien. Vanaf die begin van die daaropvolgende kwartaal is die leerders blootgestel aan die videoklasstelsel, waartydens wiskundelesse opgeneem en teruggespeel is (Fase 1). Tydens hierdie fase het die betrokke onderwysers vertrouwd geraak met die gebruik van die apparaat (kyk 5.2). Die eerste natoets

(NT₁) is op aandrang van die skoolhoofde van die betrokke skole geskryf om vas te stel of die videoklasstelsel nie die leerders op enige wyse benadeel nie. Tydens Fase 2 is die prosedure van Fase 1 herhaal. Na afloop van Fase 2, is die tweede natoets (NT₂) afgeneem. Die natoetse (NT₁ en NT₂) het die skryf van wiskundetoetse behels wat deur die betrokke wiskunde-onderwysers opgestel is.

Tabel 5.1 Eksperimentele ontwerp (invloed op die prestasie van leerders)

		Eksperimentele behandeling			
Groep	Voortoets	Fase 1	Natoets 1	Fase 2	Natoets 2
E ₁	VT	Video-opnames van lesse	NT ₁	Video-opnames van lesse	NT ₂
E ₂	VT	Aflewering van video-lesse	NT ₁	Aflewering van video-lesse	NT ₂
K	VT	Konvensionele onderrig/lesse	NT ₁	Konvensionele onderrig/lesse	NT ₂

- *Veranderlikes en vergelykings*

Die onafhanklike veranderlikes is die video-opnames en –aflewering, terwyl die afhanklike veranderlikes die prestasie van die leerders is (hul eksamenpunte as voortoets en twee stelsel toetspunte as natoetse).

Die wiskundeprestasie van die leerders per klasgroep van elke skool (E₁, E₂ en K) is met behulp van hul punte in die voor- en natoetse, soos volg vergelyk: Voortoets (VT) en natoets 1 (NT₁); voortoets (VT) en natoets 2 (NT₂); en natoets 1 (NT₁) en natoets 2 (NT₂). Op 'n soortgelyke wyse is die prestasie van die leerders van die twee skole gesamentlik vergelyk ten opsigte van groepe E₁, E₂ en K onderskeidelik (kyk Tabele 5.5, 5.7 & 5.9).

Genoemde vergelykings is ook getref vir alle moontlike verskille tussen die

klasgroepe E_1 , E_2 en K, byvoorbeeld $E_1 - E_2$, K- E_1 , ensovoorts (kyk Tabele 5.6, 5.8 & 5.10).

Tabel 5.2 Eksperimentele ontwerp (invloed op studie- en leerstrategieë)

Groep	Voortoets	Eksperimentele behandeling	Natoets
E_1	VT*	Video-opnames van lesse	NT ₂
E_2	VT*	Aflewering van videolesse	NT ₂
K	VT*	-	NT ₂

Verduideliking van die eksperimentele ontwerp (Tabel 5.2)

Met die voortoets (VT*) is 'n aangepaste vorm van die LASSI-HS, naamlik die LSV (skool) (kyk Bylaag A & 5.5.4.1), afgeneem voordat die wiskundeleerders van die betrokke skole blootgestel is aan die videoklasstelsel. Die vraelyste is in dieselfde tydperk afgeneem as die skryf van die wiskundetoetse (VT) (kyk Tabel 5.1). Nadat die eksperimentele behandeling toegepas is, is die LSV (skool) weer afgeneem as natoets, in dieselfde tydperk as die skryf van die wiskundetoetse (NT₂) (kyk Tabel 5.1).

Veranderlikes en vergelykings

Die onafhanklike veranderlike is die video-opnames of –aflewering, terwyl die afhanklike veranderlikes die velde van die LSV (skool) is.

Alle moontlike kombinasies van 2 groepe uit die groepe E_1 , E_2 en K₁ is ten opsigte van elke veld van die LSV (skool) met mekaar vergelyk.

5.5.4 Meetinstrumente

In die ondersoek is kwantitatiewe ('n vraelys en wiskundetoetse- en eksamens) sowel as kwalitatiewe ('n waarnemingskedge) meetinstrumente gebruik.

5.5.4.1 Leer- en Studiestrategievraelys

Die LSV (Leer- en Studiestrategievraelys-Skool) (kyk Bylaag A) is gebruik as 'n meetinstrument van leerders se gebruik van leer- en studiestrategieë ten opsigte van wiskunde. Deur die gebruik van die LSV (skool) is die invloed van die videoklasstelsel op die strategiese leer van wiskunde bepaal. Die LSV (skool) is uit die LASSI-HS (Weinstein & Palmer, 1990) ontwikkel en aangepas vir Suid-Afrikaanse hoërskoolleerders van wiskunde.

Die LASSI (Learning and Study Strategies Inventory) is 'n meetinstrument wat in 1987 by die Universiteit van Texas ontwikkel is uit modelle vir selfregulering en strategiese leer (Weinstein, 1996). Genoemde vraelys is oorspronklik ontwerp as 'n evalueringsinstrument van studente se gebruik van leer-en studiestrategieë (Weinstein & Palmer, 1990:18). 'n Hoërskoolweergawe van die LASSI (LASSI-HS) is ontwikkel as gevolg van 'n behoefte om vaardighede wat kritiek is vir akademiese sukses op hoërskoolvlak, te assesser.

Volgens Weinstein en Palmer (1990:3) is die LASSI-HS ontwikkel om te gebruik as:

- 'n diagnostiese meetinstrument om gebiede te identifiseer waarin leerders die meeste baat sou vind as gevolg van intervensies;
- 'n konsuleringsinstrument vir remediërings- en verrykingsprogramme;
- 'n basis vir die beplanning van individuele remediërings- en verrykingsprogramme;
- 'n voortoets-natoets meetinstrument van leerders se gebruik van leer-en studiestrategieë;

- 'n evalueringsinstrument wat die mate van sukses van 'n intervensieprogram meet.

Vir die doel van hierdie navorsing is die LSV (skool) aangewend as 'n diagnostiese meetinstrument om gebiede te identifiseer waarin leerders die meeste baat sou vind as gevolg van intervensies, as 'n voortoets-natoets meetinstrument van leerders se gebruik van leer-en studiestrategieë, asook as 'n evalueringsinstrument wat die mate van sukses van 'n intervensieprogram (in hierdie geval die videoklasstelsel) meet.

Die LASSI-HS bestaan uit 76 items wat verteenwoordigend is van tien verskillende velde (kyk Tabel 5.3). Vir die doel van hierdie navorsing is die beskrywing van elke veld aangepas om leerders se leer-en studiestrategieë ten opsigte van wiskunde te meet. Weinstein en Palmer (1990:13-17) beskryf die tien velde soos volg:

Houding (kyk 2.4.7.2)

Hierdie veld weerspieël leerders se houding teenoor wiskunde en hul motivering om te slaag en te presteer in wiskunde (Weinstein & Palmer, 1990). As 'n leerder se puntetelling laag is ten opsigte van dié veld, beteken dit dat dié leerder se houding teenoor wiskunde negatief is – dit kan die prestasie van die leerder negatief beïnvloed (kyk 2.4.7.2).

Voorbeelde van items uit hierdie veld (Weinstein & Palmer, 1990) is onder andere:

18. Ek sal verkies om nie wiskunde op skool te neem nie.
37. Ek wil nie 'n klomp onnodige wiskunde op skool leer nie. Ek wil net leer wat nodig is om 'n goeie werk te kry.

Motivering (kyk 2.4.7.1 & 2.4.8)

Volgens Weinstein en Palmer (1990) het hierdie veld met die stel van doelwitte ten opsigte van die leer van wiskunde te doen, asook met die neem van verantwoordelikheid vir leer, studeer en prestasie. 'n Lae puntetelling ten opsigte

van dié veld beteken dat leerders nie verantwoordelikheid vir hul eie leer neem nie en mislukkinge toeskryf aan ander faktore as hul eie insette.

Die volgende is voorbeelde van items uit hierdie veld (Weinstein & Palmer, 1990):

16. Ek kom onvoorbereid na 'n wiskundeklas.
28. Ek werk hard om goeie punte te behaal, al hou ek nie van die wiskunde wat gedoen word nie.

Tydbestuur (kyk 2.4.1.2, 2.4.5.1.4 & Tabel 2.2)

Effektiewe tydbestuur, byvoorbeeld die opstel en gebruik van tydskedules vir die leer en studeer van wiskunde verhoog die moontlikheid dat leerders verantwoordelikheid vir leer en studeer sal aanvaar (Weinstein & Palmer, 1990). Leerders met 'n lae puntetelling ten opsigte van hierdie veld behoort waarskynlik te leer om nie werk uit te stel nie en om weerstand te bied teen enigiets wat hul aandag van hul werk aftrek.

Voorbeelde van items uit hierdie veld is die volgende:

3. Dit is vir my moeilik om by 'n studierooster vir wiskunde te hou.
22. Ek studeer (leer) slegs wiskunde as ek 'n toets moet skryf.

Angs (kyk 2.4.7.3)

As gevolg van wiskunde-angs is leerders met 'n goeie vermoë ten opsigte van wiskunde dikwels nie in staat om hul werklike vlak van kennis en vaardighede te demonstreer nie. Sodra hierdie leerders geleer het om hul angs te bowe te kom, presteer hulle volgens vermoë. As leerders 'n lae puntetelling ten opsigte van hierdie veld het, behoort hulle tegnieke aan te leer om hulle te help om angs te kan hanteer, ten einde hul prestasie te verbeter.

Voorbeelde van items uit hierdie veld is:

1. Ek is bekommerd dat ek wiskunde op skool sal drui.
25. Ek is baie gespanne wanneer ek wiskunde leer.

Konsentrasie (kyk 2.4.3.3 & Tabel 2.2)

Leerders se puntetellings ten opsigte van hierdie veld is 'n maatstaf van hul vermoë om te konsentreer op wiskundetake, in die klaskamer en by die huis. Leerders met 'n hoë puntetelling is in staat om hul aandag effektief op 'n betrokke wiskundetaak te fokus, terwyl alle gedagtes, emosies en gevoelens wat inbreuk kan maak op die voltooiing van die taak, geëlimineer word.

Die volgende is voorbeelde van items uit hierdie veld:

- 42. Dit is vir my moeilik om gedurende 'n wiskundeles te konsentreer.
- 45. My aandag word maklik van die wiskunde wat ek doen, afgetrek.

Inligtingverwerking (kyk 2.4.1 & 2.4.4.3.3)

Leerders se puntetellings ten opsigte van hierdie veld meet die mate waartoe leerders wiskundeleerstrategieë (kyk 2.4.5) en vaardighede (kyk 2.4.4) gebruik om betekenis aan nuwe wiskundekennis te heg, sodat hierdie kennis sinvol gebruik kan word. Leerders met 'n lae puntetelling ten opsigte van inligtingverwerking behoort strategieë aan te leer wat hulle in dié opsig kan help.

Die volgende is voorbeelde van items uit hierdie veld:

- 23. Ek stel die wiskunde wat ek moet leer, in my eie woorde.
- 75. Ek probeer om 'n verband tussen verskillende idees in die wiskunde wat ek leer, te vind.

Kies van hoofgedagtes (kyk 2.4.3 & 2.4.6.1)

Leerders behoort in staat te wees om, terwyl hulle 'n wiskundetaak uitvoer, relevante van nie-relevante inligting te kan skei. As leerders 'n lae puntetelling ten opsigte van hierdie veld het, behoort hulle strategieë aan te leer wat hulle (die leerders) kan help om belangrike inligting te identifiseer, sodat hulle in staat is om hul aandag op die verwerking daarvan te fokus.

Voorbeelde van items uit hierdie veld is:

- 2. Ek kan onderskei tussen belangrike en minder belangrike inligting in 'n wiskundeles.

59. Dit is vir my moeilik om te weet watter gedeeltes in my wiskundehandboek belangrik is om te onthou.

Studiehulpmiddels (kyk 2.4.3.3 & 2.4.5.1.4)

Leerders se puntetellings ten opsigte van hierdie veld is 'n maatstaf van hul vermoë om studiehulpmiddels te gebruik, byvoorbeeld die sistematisering en organisering van hul wiskundewerk. Leerders met 'n lae puntetelling ten opsigte van hierdie veld behoort ingelig te word oor moontlike studiehulpmiddels wat hulle kan help om wiskunde te leer.

Die volgende is voorbeelde van items uit hierdie veld:

72. As ekstra wiskundeklasse of hersieningsessies aangebied word, woon ek dit by.
49. Ek maak diagramme of sketse om my te help om die wiskunde wat ek leer, te verstaan.

Selftoetsing (selfevaluering) (kyk 2.4.6.2)

Leerders met 'n swak puntetelling ten opsigte van hierdie veld behoort meer te leer oor die belangrikheid van selfevaluering en spesifieke metodes aan te leer om dit te verbeter, byvoorbeeld om vrae aan hulself voor, tydens en na die voltooiing van 'n wiskundetaak te vra.

Voorbeelde van items uit hierdie veld is onder meer:

26. Ek hersien die wiskunde van die vorige les voor die volgende les.
64. Ek toets myself om seker te maak dat ek die wiskunde wat ek geleer het, ken.

Toetsstrategieë (kyk 2.4.5.1.1)

Goeie prestasie in wiskundetoetse is afhanklik van sowel die voorbereiding vir die toets as die skryf daarvan. Voorbereiding vir die toets behels inligting ten opsigte van watter soort toets geskryf gaan word en hoe om voor te berei. Onderwysers behoort leerders met 'n lae puntetelling te help ten opsigte van die voorbereiding en skryf van wiskundetoetse.

Die volgende is voorbeelde van items uit hierdie veld:

34. Wanneer ek wiskunde leer, is dit vir my moeilik om agter te kom hoe om die werk te leer.
58. Wanneer ek 'n wiskundetoets skryf, besef ek dat ek die verkeerde werk voorberei het.

Tabel 5.3 Velde van die LASSI (Weinstein & Palmer, 1990)

Velde	Groepering van items	Betroubaarheids- koëffisiënt (α) *
Houding	5, 14, 18, 29, 37, 44, 50, 68	0,74
Motivering	10, 13, 16, 28, 33, 40, 48, 55	0,78
Tydsbestuur	3, 22, 41, 47, 57, 65, 73	0,77
Angs	1, 9, 25, 31, 35, 53, 56, 62	0,82
Konsentrasie	6, 11, 38, 42, 45, 54, 60, 67	0,82
Inligtingverwerking	12, 15, 23, 32, 39, 46, 66, 75	0,80
Hoofgedagtes	2, 8, 59, 71, 76	0,71
Studiehulpmiddels	7, 19, 24, 43, 49, 52, 61, 72	0,68
Selfevaluering	4, 17, 21, 26, 30, 36, 64, 69	0,74
Toetsstrategieë	20, 27, 34, 51, 58, 63, 70, 74	0,81

* Betroubaarheidskoëffisiënt, soos in die handleiding weergegee, dus vir VSA

Die LSV (skool) bestaan uit twee gelyke helftes positiewe en negatiewe items, wat willekeurig versprei is. Die nommers van die items wat saam gegroepeer is om die verskillende velde te vorm, asook die betroubaarheidskoëffisiënt vir elke veld (soos bereken vir die LASSI-HS) word in Tabel 5.3 gegee. Vir die doel van hierdie navorsing is die betroubaarheidskoëffisiënt vir die betrokke studiepulasie bereken (kyk 5.5.6 & Tabel 5.11).

Die leerders het, nadat elke item in die vraelys beoordeel is as 'n beskrywing van hulself ten opsigte van die leer en studeer van wiskunde, die LSV (skool) op 'n 5-punt Likertskaal beantwoord (kyk bylaag A).

Tydens die nasienprosedure is puntwaardes soos volg aan skaalwaardes toegeken: Vir die items met 'n negatiewe strekking is die puntwaardes die omgekeerde van die skaalwaardes, terwyl vir die items met 'n positiewe strekking die puntwaardes dieselfde is as die skaalwaardes.

5.5.4.2 Wiskundetoetse en -eksamens

Wiskundetoetse en -eksamens, opgestel deur die onderwyser betrokke by die video-opname en afleweringsskole, is by drie geleenthede deur die leerders (studiepopulasie) geskryf, naamlik as voortoets (VT) en as natoetse (NT₁ en NT₂) (kyk Tabel 5.1). Aangesien die toetse van mekaar verskil het, is die toetspunte na standaardtellings herlei sodat vergelykings tussen klasgroepe, asook tussen toetse (alle moontlike verskille tussen voortoets, natoets 1 en natoets 2) getref kon word. Elke leerder se standaardtelling (per toets) is soos volg bereken:

$$s\text{tan daardtelling} = \frac{\text{gemiddelde punt van klasgroep} - \text{leerder se toetspunt}}{s\text{tan daardafwyking}}$$

Die volgende vergelykings is met behulp van die standaardtellings getref:

Alle moontlike vergelykings tussen voortoets en natoetse ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders van skole A en B afsonderlik en skole A en B gesamentlik (kyk tabelle 5.5, 5.7 en 5.9) is gemaak. Klasgroepe van elke skool is ook vergelyk ten opsigte van alle moontlike verskille tussen voortoets en natoetse (kyk Tabelle 5.6, 5.8 en 5.10). Sodoende kon die mate van sukses waarmee die videoklasstelsel gebruik is, bepaal word.

5.5.4.3 Waarnemingskedis

Aangesien wiskundetake geleenthede vir leerders skep om wiskunde te leer (kyk 2.4.3), is 'n waarnemingskedis (kyk Bylaag B) gebruik om die invloed van die videoklasstelsel op die inhoud en vorm van wiskundetake te bepaal.

Tydens die waarneming is aandag aan die volgende aspekte van 'n wiskundetaak gegee:

A. Die inhoud van 'n taak (kyk 2.4.3.1)

Die inhoud van die taak het die volgende ingesluit; die doelwit van die taak, die soort onderrigleermateriaal wat gebruik is (handboek, deur die onderwyser self ontwikkel of van 'n ander oorsprong), die konteks van die taak (die werklike lewe, abstrak of 'n kombinasie), die soort taak (individueel, klasgroep as geheel, klein groepe) en die kognitiewe eise wat aan die leerders gestel is (laerorde-denke, byvoorbeeld memorisering of die gebruik van formules; hoërorde-denke, byvoorbeeld redenering, oplos van probleme, maak en toets van veronderstellings).

B. Die vorm van 'n taak (kyk 2.4.3.2)

Wat die vorm van 'n taak betref, is die volgende vrae gestel: Is dit moontlik om 'n spesifieke wiskundetaak, soos deur die onderwyser aan die leerders gegee, deur die gebruik van meer as een oplosstrategie uit te voer? Watter soort voorstellings (simbole, nie-simbolies of 'n kombinasie) word gebruik? Word wiskundige verduidelikings of regverdiging van antwoorde of oplossings van leerders verwag?

Ten opsigte van die uitvoer van die taak is gekonsentreer op die leerders se gebruik van oplosstrategieë en van veelvoudige voorstellings, asook of die leerders enige verduidelikings of regverdiging van antwoorde/oplossings gegee het.

5.5.5 Die studiepopulasie en beskikbaarheidsteekproef

Die studiepopulasie het uit die volgende leerders en onderwysers bestaan:

- graad 8-leerders van 'n plaaslike Afrikaansmedium hoërskool (skool A);
- graad 9-leerders van 'n plaaslike Engelsmedium hoërskool (skool B);

- wiskunde-onderwysers verantwoordelik vir die betrokke groepe.

By die Afrikaansmedium hoërskool is 2 wiskunde-onderwysers van graad 8-leerders op grond van hul beskikbaarheid en bereidwilligheid om deel te neem aan die navorsing, gekies. Twee klasgroepe van een van die onderwysers het as video-opname en –afleweringsgroepe (E_1 en E_2 onderskeidelik) opgetree, terwyl die ander onderwyser se klasgroep as kontrolegroep (K) opgetree het. Die onderwysers het self besluit watter van hul klasgroepe as E_1 en watter as E_2 gebruik is. Die klasgroepe wat deelgeneem het, is bestaande klasgroepe van die skool en is heterogeen ingedeel.

By die Engelsmedium hoërskool het die prosedure op dieselfde wyse verloop, maar met die verskil dat graad 9-groepe gebruik is – die graad 8-leerders was ten tye van die ondersoek reeds by 'n ander wiskundeprojek betrokke (kyk Tabel 5.4).

Tabel 5.4: Studiepopulasie en steekproef van leerders

Skool	Populasie (groep)	Steekproef (% van die groep)		
		E_1 (opnameklas)	E_2 (afleweringsklas)	K (kontroleklas)
A	270	45 (17%)	45 (17%)	43 (16%)
B	103	31 (30%)	37 (36%)	35 (34%)
Totaal	373	76 (20%)	82 (22%)	78 (21%)

5.5.6 Statistiese tegnieke

Die volgende beskrywende statistiese tegnieke is vir die verwerking van data gebruik (Borg *et al.*, 1993:220):

- Die gemiddeld van tellings as maat om sentraliteit ("central tendency") in 'n groep tellings te beskryf;

- Die standaardafwyking (σ) van tellings as maat om die heterogeniteit van of variansie in 'n groep tellings te beskryf; en
- Frekwensies en persentasies van tellings as maat om Likert-tipe response te beskryf.

Die volgende statistiese tegnieke is vir die verwerking van data gebruik (Cohen, 1988:24-26,79-80,284-287; De Wet, Monteith, Steyn & Venter, 1981:187-194,212-220):

- Effekgroottes aan die hand van die Cohen-kriterium (d) en Pearson se korrelasiewaarde (p) om onderskeidelik die prakties betekenisvolheid en statisties beduidendheid van verskille te beskryf. Die volgende vorme van Cohen se kriterium is gebruik (Cohen, 1988:25, 287):

$$d = \frac{\Delta x}{\sigma_{maks}} = \frac{x_1 - x_2}{\sigma_{maks}} \text{ (vir verskille in groepe)}$$

met x_1 en x_2 die gemiddeldes van twee stelle data wat vergelyk word en σ_{maks} die maksimum van die twee betrokke standaardafwykings.

$$d = \frac{\Delta x}{GKF} = \frac{x_1 - x_2}{GKF} \text{ (vir tussengroep verskille)}$$

met x_1 en x_2 die gemiddeldes van twee stelle data wat vergelyk word en GKF die gemiddelde som van kwadrate van foute ("mean square error").

In beide gevalle geld die volgende afsnypunte:

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

- Die Cronbach-Alpha formule (Anastasi, 1988) is gebruik om die α -waardes vir hierdie studie te bereken.

Inligting is met die hulp van die Statistiese Konsultasiediens van die PU vir CHO rekenaarmatig deur middel van die "Statistica"-pakket (SAS Institute, 1985,1988) verwerk.

5.6 DIE INVLOED VAN DIE VIDEOKLASTELSEL OP DIE WISKUNDEPRESTASIE VAN DIE LEERDERS

5.6.1 Oriëntering

Die eksperimentele ondersoek is uitgevoer om die invloed van die videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde (komponente daarvan) te bepaal, asook die invloed op die wiskundeprestasie van die leerders. Die sukses/mislukking van die gebruik van die videoklasstelsel word tot 'n groot mate weerspieël deur die wiskundeprestasie van die leerders. Gevolglik is wiskundetoetse deur die leerders (die studiepopulasie) afgelê voordat die ondersoek begin het (VT), ongeveer in die middel van die eksperimentele behandeling (NT_1) en na afloop van die eksperimentele behandeling (NT_2) (kyk Tabel 5.1).

5.6.2 Bespreking van die resultate

Die wiskundeprestasie van die leerders per klasgroep (E_1 , E_2 en K) van elke skool is met behulp van hul punte (herlei na standaardtellings) vir alle moontlike verskille tussen die voortoets (VT), natoets 1 (NT_1) en natoets 2 (NT_2) bereken. Genoemde verskille is ook per klasgroepe bereken vir die twee skole gesamentlik.

5.6.2.1 Vergelyking van klasgroepe ten opsigte van wiskundeprestasie (skool A)

Die voortoets (VT) en natoetse (NT_1 en NT_2) ten opsigte van die wiskundeprestasie van elke klasgroep van die leerders van skool A is met Tabel 5.5 vergelyk.

Tabel 5.5: Vergelyking van VT, NT₁ en NT₂ ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skool A)

Klasgroepe	Vergelyking ten opsigte van toetse	Gemiddelde verskil (Δx)	Standaard-afwyking (σ)	Statistiese betekenisvolheid	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\sigma$)
E ₁ (N=45)	NT ₂ – VT (N=44)	0,06	0,4	0,3509	0,2
	NT ₂ – NT ₁ (N=42)	-0,11	0,4	0,0967	0,3
	NT ₁ – VT (N=43)	0,16	0,3	0,0011**	0,5*
E ₂ (N=45)	NT ₂ – VT (N=43)	-0,01	0,44	0,9130	0,02
	NT ₂ – NT ₁ (N=45)	0,04	0,48	0,6423	0,1
	NT ₁ – VT (N=43)	0,01	0,31	0,7550	0,03
K (N=43)	NT ₂ – VT (N=42)	-0,10	0,46	0,1897	0,2
	NT ₂ – NT ₁ (N=42)	0,08	0,45	0,2839	0,00002
	NT ₁ – VT (N=41)	-0,19	0,34	0,0011**	0,6*

** Statisties betekenisvol ($p < 0,01$)

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

* $0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolom 1 en 2 van Tabel 5.5 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram met die analyses weggelaat is.

Uit Tabel 5.5 is dit duidelik dat daar statisties betekenisvolle verskille in wiskundeprestasie tussen die voortoets (VT) en natoets 1 (NT₁) van die video-opnameklas (E₁) ($d = 0,5$), sowel as die kontrolegroep (K) ($d = 0,6$) voorkom. Hierdie verskille is egter van "matige" praktiese betekenisvolheid. Die kontroleklas (K) se gemiddelde wiskundeprestasie in die voortoets (VT) was beter as die gemiddelde prestasie in natoets 1 (NT₁). Die gemiddelde wiskunde-

prestasi van die opnameklas (E_1) in natoets 1 (NT_1) was beter as die gemiddelde prestasi in die voortoets (VT).

Daar is geen prakties betekenisvolle verskil in wiskundeprestasi tussen die voortoets en natoets 1, voortoets en natoets 2 en tussen natoets 1 en natoets 2 van óf die opname- óf die aflewerings- óf die kontroleklasse nie (kyk Tabel 5.5). Dit beteken dat die videoklasstelsel nie 'n positiewe en ook nie 'n negatiewe invloed op die prestasi van die leerders van skool A gehad het nie (kyk 1.3).

Tabel 5.6: Vergelyking van klasgroepe E_1 , E_2 en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skool A)

Verskille tussen toetse	Vergelyking van klasgroepe	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/GKF$)
$NT_2 - VT$ ($N=129$) $GKF=0,1857$	$E_1 - E_2$	0,06	0,28 -0,16	0,1
	$E_1 - K$	0,15	0,37 -0,07	0,3
	$E_2 - K$	0,09	0,31 -0,13	0,2
$NT_1 - VT$ ($N=127$) $GKF=0,0990$	$E_1 - E_2$	0,14	0,30 -0,02	0,4
	$E_1 - K$	0,34	0,50 0,18	1,1**
	$E_2 - K$	0,20	0,37 0,04	0,6*
$NT_2 - NT_1$ ($N=129$) $GKF=0,2040$	$E_1 - E_2$	-0,14	0,09 -0,37	0,3
	$E_1 - K$	-0,18	0,05 -0,42	0,4
	$E_2 - K$	-0,04	0,19 -0,27	0,1

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

* $0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

** $d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle verskil*

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolom 1 van Tabel 5.6 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram met die analyses weggelaat is.

Uit Tabel 5.6 is die volgende duidelik: Wanneer klasgroep K (kontroleklas) en E₁ (opnameklas) vergelyk word ten opsigte van die voortoets en natoets 1, is die verskil prakties betekenisvol ($d=1,1$). Die gemiddelde wiskundeprestasie van die opnameklas is dus beter as die gemiddelde wiskundeprestasie van die kontroleklas.

Die kontroleklas (K) en die afleweringsklas (E₂) verskil met medium effek ten opsigte van die voortoets en natoets 1. Alhoewel dit voorkom asof E₂ se gemiddelde wiskundeprestasie beter is as die gemiddelde wiskundeprestasie van K (kyk Tabel 5.6), is hierdie verskil nie prakties betekenisvol nie ($d=0,6$).

5.6.2.2 Vergelyking van klasgroepe ten opsigte van wiskundeprestasie (skool B)

Die voortoets (VT) en natoetse (NT₁ en NT₂) ten opsigte van die wiskundeprestasie van elke klasgroep van die leerders van skool B is met Tabel 5.7 vergelyk.

Uit Tabel 5.7 is dit duidelik dat daar geen statisties betekenisvolle verskille voorkom nie ($p>0,01$). Verder is vir alle moontlike verskille tussen voortoets en natoetse die effekgroottes vir al die klasgroepe onbeduidend of klein. Daar is dus geen prakties betekenisvolle verskil in wiskundeprestasie tussen die voortoets en natoets 1, voortoets en natoets 2 en tussen natoets 1 en natoets 2 van óf die opname- óf die terugspeel- óf die kontroleklasse nie. Dit beteken dat die videoklasstelsel nie 'n positiewe of 'n negatiewe invloed op die prestasie van die leerders van skool B gehad het nie (kyk 1.3).

Tabel 5.7: Vergelyking van VT, NT₁ en NT₂ ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skool B)

Klasgroepe	Vergelyking tussen toetse	Gemiddelde verskil (Δx)	Standaard-afwyking (σ)	Statistiese betekenisvolheid	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\sigma$)
E ₁ (N=31)	NT ₂ – VT (N=31)	-0,03	0,60	0,7893	0,1
	NT ₂ – NT ₁ (N=31)	-0,00	0,40	0,9546	0,01
	NT ₁ – VT (N=31)	-0,03	0,43	0,7484	0,1
E ₂ (N=37)	NT ₂ – VT (N=37)	0,08	0,49	0,3060	0,2
	NT ₂ – NT ₁ (N=36)	0,13	0,45	0,1033	0,3
	NT ₁ – VT (N=36)	0,05	0,45	0,5415	0,1
K (N=35)	NT ₂ – VT (N=34)	-0,03	0,50	0,7282	0,1
	NT ₂ – NT ₁ (N=35)	-0,15	0,53	0,1033	0,3
	NT ₁ – VT (N=34)	0,12	0,42	0,0989	0,3

Statisties betekenisvol ($p < 0,01$)

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolom 1 en 2 van Tabel 5.7 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram met die analyses weggelaat is.

Met Tabel 5.8 word die klasgroepe van skool B vergelyk ten opsigte van alle moontlike verskille tussen voortoets, natoets 1 en natoets 2.

Wanneer klasgroepe vergelyk word ten opsigte van die voortoets (VT) en natoets 1 (NT₁), is die verskille onbeduidend ($d < 0,2$) of klein ($0,2 \leq d < 0,5$) (kyk tabel 5.8).

Dieselfde geld vir die klasgroepe ten opsigte van die voortoets (VT) en natoets 2 (NT₂).

Dit wil voorkom asof die afleweringsklasse (E₂) gemiddeld beter gevaar het as die kontroleklasse (K). Hierdie verskil is egter nie prakties betekenisvol nie ($d=0,6$).

Tabel 5.8: Vergelyking van klasgroepe E₁, E₂ en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skool B)

Verskille tussen toetse	Klasgroepvergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheidslimiet	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\text{GKF}$)
NT ₂ – VT (N= 102) GKF=0,2811	E ₁ – E ₂	-0,11	0,19 -0,42	0,2
	E ₁ – K	0,00	0,31 -0,31	0,0
	E ₂ – K	0,11	0,41 -0,19	0,2
NT ₁ – VT (N=101) GKF=0,1881	E ₁ – E ₂	0,02	0,27 -0,23	0,1
	E ₁ – K	-0,15	0,11 -0,40	0,3
	E ₂ – K	-0,17	0,08 -0,41	0,4
NT ₂ – NT ₁ (N=102) GKF=0,2133	E ₁ – E ₂	-0,13	0,14 -0,40	0,3
	E ₁ – K	0,14	0,42 -0,13	0,3
	E ₂ – K	0,27	0,53 0,01	0,6*

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

* $0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolom 1 van Tabel 5.8 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram in die analyses weggelaat is.

5.6.2.3 Vergelyking van klasgroepe ten opsigte van wiskundeprestasie (skole A en B gesamentlik)

Die voortoets (VT) en natoetse (NT_1 en NT_2) ten opsigte van die wiskundeprestasie van elke klasgroep van die leerders van skole A en B gesamentlik is met Tabel 5.9 vergelyk.

Tabel 5.9: Vergelyking van VT, NT_1 en NT_2 ten opsigte van die wiskundeprestasie van die leerders (skole A en B gesamentlik)

Klasgroepe	Vergelyking tussen toetse	Gemiddelde verskil (Δx)	Standaard-afwyking (σ)	Statistiese betekenisvolheid	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\sigma$)
E_1 (N=76)	$NT_2 - VT$ (N=75)	0,02	0,49	0,7125	0,04
	$NT_2 - NT_1$ (N=73)	-0,06	0,40	0,1826	0,2
	$NT_1 - VT$ (N=74)	0,08	0,37	0,0617	0,2
E_2 (N=82)	$NT_2 - VT$ (N=80)	0,04	0,46	0,5011	0,1
	$NT_2 - NT_1$ (N=81)	0,07	0,47	0,1566	0,1
	$NT_1 - VT$ (N=79)	-0,01	0,38	0,7583	0,02
K (N=78)	$NT_2 - VT$ (N=76)	-0,07	0,48	0,2323	0,1
	$NT_2 - NT_1$ (N=77)	-0,03	0,50	0,6480	0,1
	$NT_1 - VT$ (N=75)	-0,05	0,41	0,3107	0,1

Statisties betekenisvol ($p < 0,01$)

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolomme 1 en 2 van Tabel 5.9 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram met die analyses weggelaat is.

Volgens Tabel 5.9 is daar geen statisties betekenisvolle verskille ($p > 0,01$) wanneer enige twee van die volgende vergelyk word nie: voortoets (VT), natoets 1 (NT_1) of natoets 2 (NT_2). Daar is ook geen prakties betekenisvolle verskille in wiskundeprestasie tussen die voortoets en natoets 1, voortoets en natoets 2 en tussen natoets 1 en natoets 2 van óf die opname- óf die terugspeel- óf die kontroleklasse van die twee skole gesamentlik nie ($d \leq 0,2 < 0,8$).

Uit Tabel 5.9 kan dus afgelei word dat die videoklasstelsel nie 'n positiewe of negatiewe invloed op die prestasie van die leerders van skole A en B gehad het nie (kyk 1.3).

Met Tabel 5.10 word die klasgroepe van skole A en B gesamentlik vergelyk ten opsigte van alle moontlike verskille tussen voortoets, natoets 1 en natoets 2.

Uit Tabel 5.10 is die volgende duidelik:

Wanneer klasgroepe E_1 en E_2 onderskeidelik met K vergelyk word ten opsigte van die voortoets en natoets 2, is die verskille klein ($0,2 \leq d < 0,5$). As E_1 en E_2 ten opsigte van die voortoets en natoets 2 vergelyk word, is die verskil prakties onbeduidend ($d < 0,2$).

Verskille met klein effek kom voor as E_1 en K onderskeidelik met E_2 vergelyk word ten opsigte van natoets 1 en natoets 2. Wanneer E_1 met K vergelyk word ten opsigte van natoets 1 en 2, is die verskil prakties onbeduidend.

Ten opsigte van die vergelyking tussen die voortoets en natoets 1, verskil klasgroepe K en E_2 onderskeidelik van E_1 met klein effek. E_2 en K verskil egter prakties onbeduidend ten opsigte van die voortoets en natoets 1.

Tabel 5.10: Vergelyking van klasgroepe E_1 , E_2 en K ten opsigte van verskille tussen voortoets en natoetse (skole A en B gesamentlik)

Verskille tussen toetse	Klasgroepvergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheidslimiet	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\text{GKF}$)
$NT_2 - VT$ (N= 231) GKF=0,2263	$E_1 - E_2$	-0,01	0,17 -0,19	0,02
	$E_1 - K$	0,09	0,27 -0,10	0,2
	$E_2 - K$	0,10	0,28 -0,08	0,2
$NT_1 - VT$ (N=228) GKF=0,1474	$E_1 - E_2$	0,09	0,24 -0,05	0,2
	$E_1 - K$	0,13	0,28 -0,02	0,3
	$E_2 - K$	0,03	0,18 -0,11	0,1
$NT_2 - NT_1$ (N=231) GKF=0,2112	$E_1 - E_2$	-0,14	0,04 -0,31	0,3
	$E_1 - K$	-0,04	0,14 -0,21	0,1
	$E_2 - K$	0,10	0,27 -0,07	0,2

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Opmerking: Die aantal leerders (N) in kolom 1 van Tabel 5.10 verskil as gevolg van leerders met onvolledige data wat deur die rekenaarprogram met die analyses weggelaat is.

Uit Tabel 5.10 kan dus afgelei word dat geen klasgroep se gemiddelde wiskundeprestasie swakker of beter is as enige ander klasgroep se gemiddelde wiskundeprestasie nie.

5.7 DIE INVLOED VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL OP DIE LEER- EN STUDIESTRATEGIEË VAN DIE LEERDERS

5.7.1 Oriëntering

Die LSV (skool) is gebruik om vas te stel hoe die leerders (studiepopulasie) van skole A en B (gesamentlik) wiskunde leer en bestudeer, asook om hul houding teenoor die leer en studeer van wiskunde te bepaal. Die vraelys is afgeneem voordat die eksperimentele behandeling toegepas is, en het saam met 'n wiskundetoets gedien as voortoets (VT). Nadat die eksperimentele behandeling toegepas is, is die LSV (skool) weer afgeneem tydens die afneem van natoets 2 (NT₂) (kyk 5.5.3 & Tabel 5.1).

5.7.2 Bespreking van die resultate

Gemiddeldes en standaardafwykings vir die velde van die LSV (skool) is vir elke klasgroep (E₁, E₂ en K) afsonderlik ten opsigte van die voortoets (VT) en natoets (NT₂) bereken. Vervolgens is die klasgroepe vir die voortoets (VT) en die natoets (NT₂) afsonderlik vergelyk ten opsigte van die velde van die LSV (skool). In die volgende gedeeltes word die resultate dienooreenkomstig bespreek.

5.7.2.1 Gemiddeldes en standaardafwykings vir die video-opnameklasse (E₁) ten opsigte van die LSV (skool)

In Tabel 5.11 word gemiddeldes en standaardafwykings ten opsigte van die velde van die LSV (skool), wat vir die voortoets (VT) en natoets (NT₂) bereken is, gegee. Die betroubaarheidskoëffisiënt, die Cronbach- α (kyk 5.5.6), wat vir elke veld van die LSV (skool) en spesifiek met betrekking tot hierdie studie bereken is, word ook aangedui.

Wanneer die eksperimentele groep E₁ se gemiddelde puntetellings vir die voor- en natoetse vergelyk word, is die puntetellings vir die natoets deurgaans (vir elke veld van die LSV (skool)) laer as die puntetellings vir die voortoets (kyk tabel 5.11). Hierdie verskille is egter onbeduidend of klein ($0,03 \leq d \leq 0,4$).

Tabel 5.11 **Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir E₁ (video-opnameklasse)**

Velde	Voortoets (VT) (N = 69)	Natoets (NT ₂) (N = 70)	Praktiese betekenisvolheid ($d = \Delta x / \sigma$)
Houding ($\alpha = 0,73$)	29,48 (6,06)	27,53 (7,24)	0,3
Motivering ($\alpha = 0,61$)	31,00 (5,14)	29,64 (6,07)	0,2
Tydbestuur ($\alpha = 0,60$)	21,64 (4,72)	20,83 (4,78)	0,2
Angs ($\alpha = 0,69$)	22,14 (6,42)	21,96 (6,41)	0,03
Konsentrasie ($\alpha = 0,83$)	27,42 (7,09)	26,54 (7,10)	0,1
Inligtingverwerking ($\alpha = 0,65$)	25,01 (4,52)	24,40 (4,62)	0,1
Hoofgedagtes ($\alpha = 0,60$)	16,78 (3,79)	16,17 (4,10)	0,1
Studiehulpmiddels ($\alpha = 0,61$)	23,59 (5,70)	22,66 (5,63)	0,2
Selfevaluering ($\alpha = 0,69$)	27,57 (5,89)	25,43 (5,51)	0,4
Toetsstrategieë ($\alpha = 0,85$)	26,32 (7,12)	26,03 (7,30)	0,1

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Uit Tabel 5.11 kan dus afgelei word dat die videoklasstelsel nie E₁ (video-opnameklasse) se gebruik van studie- en leerstrategieë nadelig beïnvloed het nie.

5.7.2.2 Gemiddeldes en standaardafwykings vir die video-aflerings- klasse (E_2) ten opsigte van die LSV (skool)

In Tabel 5.12 word gemiddeldes en standaardafwykings vir die video-afleringsklasse (E_2) ten opsigte van die velde van die LSV (skool) gegee.

Tabel 5.12 Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir E_2 (video-afleringsklasse)

Velde	Voortoets (VT) (N = 81)	Natoets (NT ₂) (N = 70)	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\sigma$)
Houding ($\alpha = 0,73$)	30,86 (6,16)	31,01 (6,15)	0,02
Motivering ($\alpha = 0,61$)	30,95 (4,58)	32,14 (4,44)	0,3
Tydbestuur ($\alpha = 0,60$)	21,49 (4,90)	22,19 (4,06)	0,1
Angs ($\alpha = 0,69$)	24,93 (6,21)	25,71 (6,37)	0,1
Konsentrasie ($\alpha = 0,83$)	28,98 (6,26)	29,61 (5,94)	0,1
Inligtingverwerking ($\alpha = 0,65$)	25,00 (4,92)	24,83 (4,32)	0,03
Hoofgedagtes ($\alpha = 0,60$)	17,37 (3,49)	18,19 (3,28)	0,2
Studiehulpmiddels ($\alpha = 0,61$)	22,16 (4,79)	22,73 (5,50)	0,1
Selfevaluering ($\alpha = 0,69$)	25,46 (5,13)	24,97 5,16	0,1
Toetsstrategieë ($\alpha = 0,85$)	28,60 (7,36)	29,96 (6,20)	0,2

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Volgens Tabel 5.12 wil dit voorkom asof die leerders van die video-afleringsklasse (E_2) gemiddeld beter gevaar het in die natoets as in die

voortoets (uitgesonderd inligtingverwerking en selfevaluering). Hierdie verskille is egter klein ($d \leq 0,3$) en dus van geen praktiese waarde nie.

5.7.2.3 Gemiddeldes en standaardafwykings vir die kontroleklasse (K) ten opsigte van die LSV (skool)

Gemiddeldes en standaardafwykings vir die kontroleklasse (K) ten opsigte van die velde van die LSV (skool) word in Tabel 5.13 gegee.

Tabel 5.13 Gemiddeldes en standaardafwykings (σ) met betrekking tot die velde van die LSV (skool) vir K (kontroleklasse)

Velde	Voortoets (VT) (N = 71)	Natoets (NT ₂) (N = 69)	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/\sigma$)
Houding ($\alpha = 0,73$)	30,11 (5,94)	28,65 (6,61)	0,2
Motivering ($\alpha = 0,61$)	31,45 (4,99)	28,58 (5,40)	0,5
Tydbestuur ($\alpha = 0,60$)	21,73 (4,88)	20,74 (4,49)	0,2
Angs ($\alpha = 0,69$)	23,56 (6,21)	23,67 (6,19)	0,02
Konsentrasie ($\alpha = 0,83$)	28,56 (5,85)	26,38 (6,22)	0,4
Inligtingverwerking ($\alpha = 0,65$)	24,66 (5,51)	24,51 (5,59)	0,03
Hoofgedagtes ($\alpha = 0,60$)	16,63 (3,43)	17,20 (3,87)	0,1
Studiehulpmiddels ($\alpha = 0,61$)	23,38 (5,21)	22,96 (5,58)	0,1
Selfevaluering ($\alpha = 0,69$)	27,49 (5,11)	25,55 (5,75)	0,3
Toetsstrategieë ($\alpha = 0,85$)	27,15 (6,92)	27,20 (6,82)	0,01

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Die leerders van die kontroleklasse se gemiddelde tellings vir die velde van die LSV (skool) het afgeneem, uitgesonderd angs, toetsstrategieë en kies van hoofgedagtes (kyk Tabel 5.13). Daar is egter geen prakties betekenisvolle verskille tussen voor- en natoets vir hierdie velde van die LSV (skool) nie ($0,01 \leq d \leq 0,5$).

5.7.2.4 Vergelyking van klasgroepe (E_1 , E_2 en K) vir die voortoets (VT) ten opsigte van die velde van die LSV (skool)

In Tabel 5.14 word die klasgroepe (E_1 , E_2 en K) vir die voortoets (VT) vergelyk ten opsigte van die velde van die LSV (skool).

Tabel 5.14: Vergelyking van klasgroepe (E_1 , E_2 en K) vir die voortoets (VT) ten opsigte van die velde van die LSV (skool) (N = 221)

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenis-volheid ($\Delta x/\text{GKF}$)
Houding GKF=36,7056	$E_1 - E_2$	-1,40	0,96 -3,73	0,2
	$E_1 - K$	-0,63	1,78 -3,05	0,1
	$E_2 - K$	0,75	3,08 -1,57	0,1
Motivering GKF=23,9054	$E_1 - E_2$	0,05	1,94 -1,84	0,1
	$E_1 - K$	-0,45	1,50 -2,40	0,1
	$E_2 - K$	-0,50	1,38 -2,38	0,1

Tabel 5.14 vervolg

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenis-volheid ($\Delta x/\text{GKF}$)
Tydbestuur GKF=23,3766	$E_1 - E_2$	0,14	2,01 -1,73	0,03
	$E_1 - K$	-0,09	1,83 -2,02	0,02
	$E_2 - K$	-0,24	1,62 -2,09	0,05
Angs GKF=39,3742	$E_1 - E_2$	-2,78	-0,36 -5,21	0,4
	$E_1 - K$	-1,42	1,08 -3,92	0,2
	$E_2 - K$	1,36	3,77 -1,04	0,2
Konsentrasie GKF=41,0561	$E_1 - E_2$	-1,56	0,92 -4,03	0,2
	$E_1 - K$	-1,14	1,41 -3,70	0,2
	$E_2 - K$	0,41	2,87 -2,05	0,06
Inligting-verwerking GKF=24,9948	$E_1 - E_2$	0,01	1,95 -1,92	0,002
	$E_1 - K$	0,35	2,35 -1,64	0,07
	$E_2 - K$	0,34	2,26 -1,58	0,07
Hoofgedagtes GKF=12,7207	$E_1 - E_2$	-0,59	0,79 -1,97	0,2
	$E_1 - K$	0,15	1,57 -1,27	0,04
	$E_2 - K$	0,74	2,10 -0,63	0,2

Tabel 5.14 vervolg

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenis-volheid ($\Delta x/GKF$)
Studie-hulpmiddels GKF=27,2857	$E_1 - E_2$	1,43	3,45 -0,59	0,3
	$E_1 - K$	0,21	2,30 -1,87	0,04
	$E_2 - K$	-1,22	0,78 -3,22	0,2
Selfevaluering GKF=28,9028	$E_1 - E_2$	2,11	4,19 0,03	0,4
	$E_1 - K$	0,07	2,22 -2,07	0,01
	$E_2 - K$	-2,04	0,03 -4,10	0,4
Toetsstrategieë GKF=51,0891	$E_1 - E_2$	-2,29	0,48 -5,05	0,3
	$E_1 - K$	-0,84	2,02 -3,69	0,1
	$E_2 - K$	1,45	4,19 -1,29	0,2

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

$0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Uit Tabel 5.14 kan afgelei word dat klasgroepe oor die algemeen onbeduidend of met klein effek verskil ten opsigte van die velde van die LSV (skool).

5.7.2.5 Vergelyking van klasgroepe (E_1 , E_2 en K) vir die natoets ten opsigte van die velde van die LSV (skool)

Volgens Tabel 5.15 is daar verskille met medium effek tussen klasgroepe ten opsigte van die volgende velde van die LSV (skool): houding, motivering, angs, konsentrasie, hoofgedagtes en toetsstrategieë.

Tabel 5.15: Vergelyking van klasgroepe (E_1 , E_2 en K) vir die natoets (NT_2) ten opsigte van die velde van die LSV (skool) ($N = 209$)

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenis-volheid ($\Delta x/GKF$)
Houding GKF=44,6218	$E_1 - E_2$	-3,49	-0,8 -6,15	0,5*
	$E_1 - K$	-1,12	1,55 -3,80	0,2
	$E_2 - K$	2,36	5,04 -0,31	0,4
Motivering GKF=28,5410	$E_1 - E_2$	-2,50	-0,37 -4,63	0,5*
	$E_1 - K$	1,06	3,20 -1,08	0,2
	$E_2 - K$	3,56	5,70 1,42	0,7*
Tydbestuur GKF=19,8051	$E_1 - E_2$	-1,36	0,42 -3,13	0,3
	$E_1 - K$	0,09	1,87 -1,69	0,02
	$E_2 - K$	1,45	3,23 -0,34	0,3
Angs GKF=40,0315	$E_1 - E_2$	-3,76	-1,23 -6,28	0,6*
	$E_1 - K$	-1,71	0,82 -4,24	0,3
	$E_2 - K$	2,05	4,58 -0,49	0,3

Tabel 5.15 vervolg

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenis-volheid ($\Delta x/\text{GKF}$)
Konsentrasie GKF=41,5153	$E_1 - E_2$	-3,07	-0,50 -5,64	0,5*
	$E_1 - K$	0,17	2,75 -2,41	0,03
	$E_2 - K$	3,24	5,82 0,66	0,5*
Inligting-verwerking GKF=23,7087	$E_1 - E_2$	-0,43	1,51 -2,37	0,1
	$E_1 - K$	-0,11	1,84 -2,06	0,02
	$E_2 - K$	0,32	2,27 -1,63	0,1
Hoofgedagtes GKF=13,9402	$E_1 - E_2$	-2,01	-0,52 -3,50	0,5*
	$E_1 - K$	-1,03	0,46 -2,53	0,3
	$E_2 - K$	0,98	2,48 -0,51	0,3
Studie-hulpmiddels GKF=31,0412	$E_1 - E_2$	-0,07	2,15 -2,29	0,01
	$E_1 - K$	-0,30	1,93 -2,53	0,1
	$E_2 - K$	-0,23	2,00 -2,46	0,04
Selfevaluering GKF=29,9911	$E_1 - E_2$	0,46	2,64 -1,73	0,1
	$E_1 - K$	-0,12	2,07 -2,32	0,02
	$E_2 - K$	-0,58	1,61 -2,77	0,1

Tabel 5.15 vervolg

Velde van die LSV (skool)	Klasgroep-vergelyking	Gemiddelde verskil (Δx)	Gelyktydige boonste/onderste betroubaarheids-limiet	Praktiese betekenisvolheid ($\Delta x/GKF$)
Toetsstrategieë GKF=46,1067	$E_1 - E_2$	-3,93	-1,22 -6,64	0,6*
	$E_1 - K$	-1,17	1,55 -3,89	0,2
	$E_2 - K$	2,75	5,47 0,03	0,4

$d < 0,2$: onbeduidend

$0,2 \leq d < 0,5$: klein effek

* $0,5 \leq d < 0,8$: medium effek

$d \geq 0,8$: groot effek en *prakties betekenisvolle* verskil

Alhoewel die afleweringsgroep (E_2) deur middel van video-opnames wiskunde geleer het, wil dit voorkom asof hul "houding" teenoor die leer en studeer van wiskunde meer positief is as die opnamegroep (E_1) se houding (kyk Tabel 5.15). Die verskil in houding tussen E_1 en E_2 is egter nie prakties betekenisvol nie ($d = 0,5$).

E_2 verskil met medium effek van E_1 ($d=0,5$) ten opsigte van die veld "motivering". Verder verskil E_2 amper prakties betekenisvol van K ($d=0,7$) ten opsigte van hierdie veld. Dit wil voorkom asof E_2 meer gemotiveerd is om wiskunde te leer as enigeen van die klasgroepe E_1 of K . Dit kan wees dat die afleweringsgroep (E_2), as gevolg van die afwesigheid van hul onderwyser, vanuit hulself (intrinsiek) gemotiveerd is om te leer. Die verskille is egter nie prakties betekenisvol nie ($d < 0,8$).

Alhoewel dit lyk asof die afleweringsgroep (E_2) se houding meer positief is as dié van die opnamegroep (E_1), wil dit voorkom asof E_2 meer "angs" as E_1 ervaar (kyk Tabel 5.15). Dit kan moontlik ook toegeskryf word aan die afwesigheid van hul onderwyser. Die verskil tussen genoemde klasgroepe is egter nie prakties betekenisvol nie ($d = 0,6$).

Ten opsigte van “konsentrasie” is die gemiddelde puntwaardes van die afleweringsklasse (E_2) met medium effek hoër as die gemiddelde puntwaardes van sowel die opnameklasse (E_1) as die kontroleklasse (K) ($d = 0,5$). Dit is moontlik dat die konsentrasie van die leerders van die afleweringsgroep (E_2), as gevolg daarvan dat hulle op hulself aangewys is om te leer, gemiddeld beter is as dié van die ander groepe. Die verskil is egter nie prakties betekenisvol nie.

Ten opsigte van “die kies van hoofgedagtes” is die gemiddelde puntwaardes van E_2 met medium effek hoër as dié van E_1 ($d=0,5$). Dit kan beteken dat leerders in die afwesigheid van die onderwyser in staat is om te onderskei tussen belangrike en onbelangrike inligting (kyk Bylaag A), selfs terwyl hulle na video-opnames kyk.

Die afleweringsklasse (E_2) verskil met klein effek ($d = 0,4$) van die kontroleklasse (K) ten opsigte van “toetsstrategieë”, terwyl E_2 met medium effek ($d = 0,6$) van E_1 verskil ten opsigte van hierdie veld. Dit is moontlik dat E_2 se gebruik van toetsstrategieë beter is as dié van E_1 of dat E_2 meer toetsstrategieë gebruik as E_1 .

5.7.3 Implikasies van die videoklasstelsel vir die strategiese leer van wiskunde

Die videoklasstelsel het leerders se gebruik van leer- en studiestrategieë nie positief of negatief beïnvloed nie (kyk 5.7.2.1-5.7.2.3). Aangesien elke veld van die LSV (skool) ooreenkom met van die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde (kyk Figuur 2.4 & 5.5.4.1), kan dus afgelei word dat die videoklasstelsel nie 'n positiewe of negatiewe effek op die strategiese leer van wiskunde (by leerders waar dit mag voorgekom het) gehad het nie.

Die video-afleweringsgroepe (E_2) verskil met medium effek van die kontrolegroepe (K) en video-opnamegroepe (E_1) ten opsigte van sekere van die velde van die LSV (skool) (kyk Tabel 5.15). Die volgende verskille het bepaalde implikasies vir die strategiese leer van wiskunde in die videoklasstelsel:

- Die “houding” van die leerders van E_2 is meer positief as die houding van die leerders van E_1 ;
- Die leerders van E_2 is meer “gemotiveerd” as die leerders van K of E_1 ;
- Die “konsentrasie” van die leerders van E_2 is beter as die konsentrasie van K of E_1 ;
- Die leerders van E_2 is beter daaraan toe wat betref die “kies van hoofgedagtes” as E_1 ;
- Die “angs” wat die leerders van E_2 ten opsigte van die leer van wiskunde ervaar, is meer as die angs van E_1 ;
- Die leerders van E_2 het beter gevaar ten opsigte van die gebruik van “toetsstrategieë” as die leerders van E_1 .

Uit bogenoemde verskille wil dit dus voorkom asof die video-afleringsgroep (E_2) se leerders ten opsigte van sommige van die kenmerke van strategiese leer beter daaraan toe is as die leerders van die video-opnamegroepe (E_1) en die kontrolegroepe (K). 'n Verklaring hiervoor kan gevind word in die gebruik van die direkte onderrigbenadering deur die onderwysers (kyk 5.8.1.1). Die afleringsgroepe is as gevolg van die gebrek aan die fisiese teenwoordigheid van die onderwyser (behalwe op video) nie so blootgestel aan die direkte benadering nie. Hierdie leerders kon in 'n mate hul eie “koppe” volg.

5.8 INVLOED VAN DIE VIDEOKLASSTELSEL OP DIE ONDERRIG VAN WISKUNDE

5.8.1 Inleiding en oriëntering

Die wiskunde-onderwysers is opgelei in die gebruik van die videoklasstelsel (kyk 5.2), maar het geen opleiding ontvang om wiskunde te onderrig deur middel van video-opnames nie. Met die videolesse wat waargeneem is, was dit duidelik dat

die onderwysers van verskillende onderrigstrategieë gebruik gemaak het (kyk 4.2.4 en Figuur 5.3).

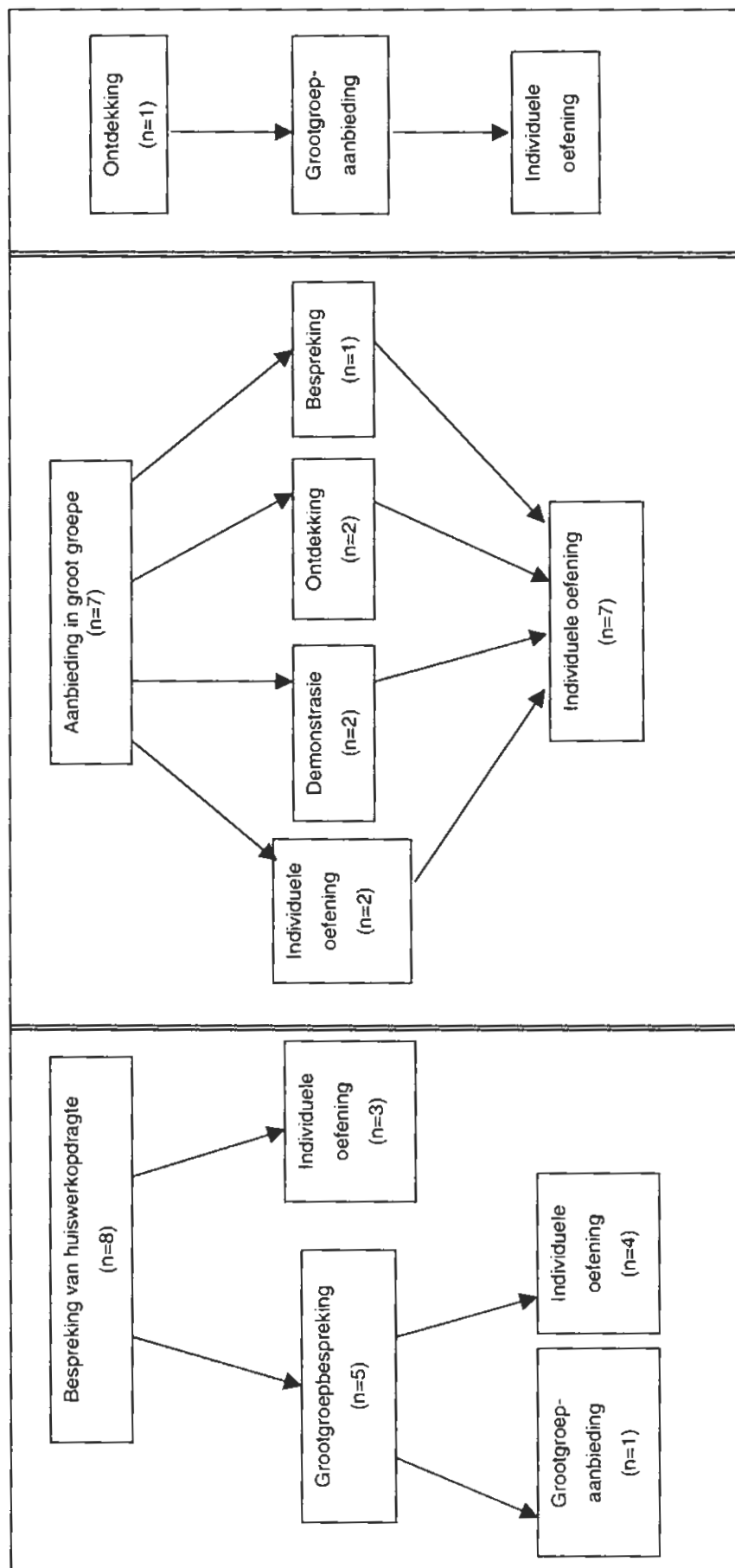
Aangesien die onderwyser deur die gee van wiskundetake (kyk 2.4.3) geleenthede skep vir die leer van wiskunde, is die inhoud en vorm van wiskundetake waargeneem en ontleed (kyk Bylaag B & 5.8.1.2). Sodoende is addisionele inligting, behalwe die gebruik van onderrigstrategieë, verkry ten opsigte van die onderrig van wiskunde in 'n videoklasstelsel.

5.8.1.1 Die gebruik van onderrigstrategieë in die videoklasstelsel

Uit die videolesse (16) wat waargeneem en ontleed is, het die gebruik van spesifieke onderrigstrategieë (kyk 4.2.4 en Figuur 4.2) na vore gekom. Die verskillende kombinasies wat deur die onderwysers van die video-opname- en afleweringsklasse gebruik is, asook die aantal lesse waarin 'n spesifieke volgorde van strategieë gebruik is, is in Figuur 5.3 voorgestel.

Die helfte van die videolesse wat waargeneem is, begin met die merk van huiswerk, waarna 'n grootgroep-aanbieding/bespreking volg, en word afgesluit met óf individuele oefening óf 'n aanbieding (kyk Figuur 5.3). Die merk van huiswerk het in die meeste gevalle soos volg verloop: Leerders het hul skrifte met die voltooide huiswerkopdragte op die blad van die oorhoofse videoprojektor geplaas sodat al die leerders dit op die televisieskerms kon sien (kyk Figuur 5.1). Die onderwyser of die leerders het dan die oplossings aan die hand van die voltooide opdragte verduidelik/bespreek. Die grootgroep-aanbiedings het verduidelikings van die nuwe leerinhoud, asook die doen van voorbeelde ingesluit. Individuele oefening het óf die inoefening van die leerinhoud wat verduidelik is óf die leerders wat met hul huiswerkopdragte begin het, behels.

Bogenoemde gebruik van onderrigstrategieë toon 'n groot ooreenkoms met die onderrigfunksies van die direkte onderrigmodel: hersiening en kontrolering van die vorige dag se werk, aanbieding van nuwe leerinhoud, begeleide leerderinoefening en onafhanklike inoefening (kyk 3.3.1.4.3).



Figuur 5.3 Die gebruik van onderrigstrategieë in die videoklas

Byna die helfte (7) van die videolesse het met 'n aanbieding aan die hele klasgroep begin, waarna verskillende strategieë gebruik is (kyk Figuur 5.3). Genoemde lesse het egter almal afgesluit met onafhanklike werksessies (leerders het óf begin met die huiswerkopdragte óf met die inoefening van die leerinhoud wat aangebied/verduidelik is). Van die direkte onderrigfunksies (3.3.1.4.3) word ook gebruik in vyf van hierdie lesse. Slegs twee van die lesse het afgewyk van die direkte onderrigmodel (ontdekking is ingesluit).

Slegs een (1) van die wiskundelesse wat waargeneem is, het begin met die ontdekking van begrippe of reëlmatighede, gevolg deur 'n aanbieding van nuwe leerinhoud, en is afgesluit met individuele inoefening. Hierdie les toon 'n mate van ooreenkoms met die indirekte onderrigmodel (kyk 3.3.3.2).

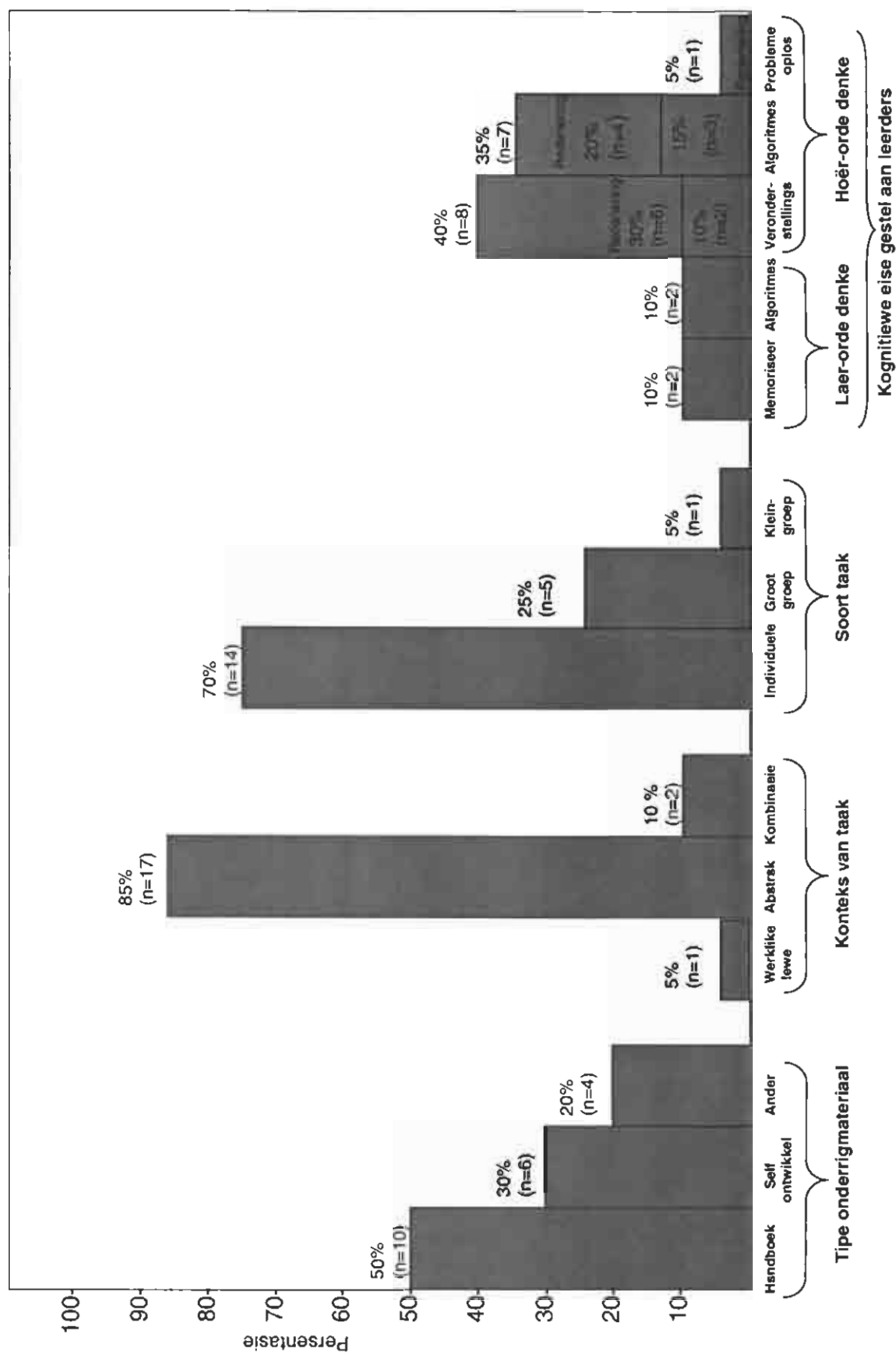
5.8.1.2 Die invloed van die videoklasstelsel op die inhoud en vorm van wiskundetake

'n Waarnemingskediule (kyk Bylaag B) is deur die navorser voltooi gedurende die opneem sowel as die aflewering van video-opnames. As gevolg van praktiese redes kon alle opnames en afleweringe nie waargeneem word nie. Die gebeure in die onderskeie videoklasskamers is egter op 'n deurlopende basis gedurende die ondersoek waargeneem. Gevolglik kan die resultate as verteenwoordigend beskou word van wat in die onderskeie videoklasskamers plaasgevind het.

5.8.1.2.1 Invloed op die inhoud van die taak

In Figuur 5.4 is die invloed van die videoklasstelsel op die inhoud van wiskundetake grafies weergegee.

Die handboek is vir die helfte van die take as onderrigleerinhoud gebruik. Slegs in 30% van die lesse is die onderrigleermateriaal deur die onderwysers self ontwikkel. Die konteks van die take was hoofsaaklik abstrak van aard (85%), terwyl slegs 5% van die take met die werklike lewe verband gehou het.



Figuur 5.4 Inhoud van wiskundetake

Wat die soort take betref, is 70% van die gegewe take individueel deur die leerders voltooi, 25% van die take is deur die klasgroep as 'n geheel (in samewerking met die onderwyser) voltooi, terwyl slegs 5% van die take in koöperatiewe klein groepe voltooi is.

Die kognitiewe eise wat die take aan die leerders gestel het, het hoofsaaklik hoërorde-denke van die leerders behels. In 80% van die take is die volgende hoërorde-denke van die leerders vereis: die maak en toets van veronderstellings (10%), redenering gekombineer met die maak en toets van veronderstellings (30%), die gebruik van algoritmes met inagneming van onderliggende betekenis en verbande (15%), redenering en die gebruik van algoritmes (20%) en die oplos van probleme en redenering (5%).

In die videolesse wat waargeneem en ontleed is, het die onderwysers dus oorwegend die voorgeskrewe handboek as onderrigmateriaal gebruik, die wiskundetake wat gegee is, was abstrak van aard en die take is deur leerders individueel voltooi. Alhoewel die take hoofsaaklik hoërorde-denke van leerders vereis het, is daar geen versekering dat die take deur die leerders op dieselfde kognitiewe vlak uitgevoer is nie (kyk 2.4.3.2). Genoemde handeling van die onderwysers kan teruggevoer word na die tradisionele benadering tot onderrig (kyk 3.3.1.2).

5.8.1.2.2 Invloed op die vorm van die taak

Tydens die ondersoek is twintig (20) wiskundetake (op video) waargeneem en ontleed. In Tabel 5.16 word die verband tussen die aantal oplosstrategieë wat gebruik kan word (moontlik is) en die aantal strategieë wat werklik gebruik is tydens die uitvoer van die taak, gegee.

Tabel 5.16 Die verandering in die aantal oplosstrategieë vanaf die gee tot die uitvoer van die taak (Stein *et al.*, 1996:473)

Tydens die gee van die taak (20)	Uitvoer van die taak (20)		
	Geen	Een	Meer as een
Geen (3)	67,7% (2)	33,3% (1)	0
Een (6)	0	83,3% (5)	16,7% (1)
Meer as een (11)	9,1%(1)	0	90,9% (10)

Die persentasies wat op die hoofdiagonaal lê, gee die mate van ooreenstemming tussen die gee en uitvoer van take ten opsigte van die moontlikheid en gebruik van geen, een of meer as een probleemoplosstrategieë. Genoemde hoë persentasies beteken dat die aantal oplosstrategieë wat vereis is deur 'n taak op enkele uitsonderings na gerealiseer het in die uitvoer van die taak.

Die resultate van Tabel 5.16 weerspieël die voorskriftelikheid van die handelinge van die onderwysers en bevestig die resultate van 5.8.1.2.1, naamlik dat die tradisionele benadering van onderrig (kyk 3.3.1.2) oorwegend gebruik is.

Die verband tussen die aantal en soort voorstellings wat aangemoedig is deur die gee van die taak en wat tydens die uitvoer van die taak gebruik is, word in Tabel 5.17 weergegee.

Die take wat gegee is, was óf van 'n nie-simboliese aard (die gebruik van konkrete materiaal en apparaat waar wiskundige notasie nie 'n rol gespeel het nie) óf 'n kombinasie van diagramme, sketse en wiskundige simbole (Tabel 5.17).

Tabel 5.17 Verband tussen die aantal en die soort voorstellings tydens die gee en die uitvoer van die taak (Stein *et al.*, 1996:474)

Die gee van die taak (20)	Uitvoer van die taak (20)		
	Simbole (wiskundige notasie)	Nie-simbolles (diagramme, sketse, konkrete materiaal)	Kombinasie
Simbole (wiskundige notasie) (0)	0%	0	0
Nie-simbolles (diagramme, sketse, konkrete materiaal) (9)	0	100% (9)	0
Kombinasie (11)	0	0	100% (11)

Die resultate van Tabel 5.17 dui daarop dat dit wat van die leerders verwag word, deur hulle gelewer word – dit toon ooreenkoms met tradisionele onderrig (kyk 3.3.1.2).

In Tabel 5.18 word die verband tussen die verduidelikings/regverdiging van antwoorde/oplossings wat vereis is van leerders en wat uiteindelik gegee is tydens die uitvoer van die taak, weergegee.

Tabel 5.18 Verduidelikings/regverdiging van antwoorde/oplossings (Stein *et al.*, 1996:475)

Die gee van die taak (20)	Uitvoer van die taak (20)		
	Geen	Min	Deurentyd
Geen (9)	89% (8)	11% (1)	0
Min (5)	20% (1)	80% (4)	0
Deurentyd (6)	0	0	100% (6)

Uit die 20 take wat waargeneem is, is vir ongeveer die helfte (45%) daarvan geen verduidelikings of regverdiging van antwoorde gevra nie.

Volgens die hoë persentasies (op die hoofdiagonaal) het die verduidelikings/

regverdigings van antwoorde/oplossings wat van leerders verwag is tydens die gee van die take op enkele uitsonderings na gerealiseer in die uitvoer van die take.

Die resultate van Tabel 5.18 weerspieël die voorskriftelikheid van die handeling van die onderwysers en bevestig die resultate van 5.8.1.2.1, naamlik dat die tradisionele benadering van onderrig (kyk 3.3.1.2) oorwegend gebruik is.

5.8.1.3 Implikasies van die videoklasstelsel vir die onderrig van wiskunde vir die strategiese leer daarvan

Alhoewel die onderwysers verskillende onderrigstrategieë in kombinasies gebruik het (kyk 5.8.1.1), is dit nie vanselfsprekend dat dit gelei het tot strategiese leer nie – intendeel probleemoplossingsaktiwiteite en koöperatiewe kleingroep-aktiwiteite het maar min aandag geniet (kyk Tabel 4.1 en Figuur 5.3).

Die gee van uitdagende en komplekse wiskundetake is onder andere kenmerke van 'n effektiewe onderwyser (kyk Tabel 4.1). Die kognitiewe eise wat aan die leerders gestel is deur die gee van take (kyk 5.8.1.2.1), het hoofsaaklik hoërordende behels. Dit is egter nie vanselfsprekend dat genoemde take op dieselfde hoë denkvlak deur die leerders uitgevoer is nie.

As al die vereistes waaraan 'n videoklasstelsel behoort te voldoen (kyk 5.4), nagekom word, behoort dit die moontlikhede te verhoog dat onderrig van wiskunde strategiese leer tot gevolg kan hê. Dit het egter bepaalde implikasies vir die onderwysers, naamlik:

- Die vaardigheid waarmee die videoklasstelsel gebruik word, behoort verhoog te word, veral met die oog op die gebruik van koöperatiewe klein-groepe (kyk 4.2.4.4).
- Die inhoud en vorm van wiskundetake behoort sodanig te wees dat dit strategiese leer tot gevolg het (kyk 5.8.1.2).

- Die gebruik van die videoklasstelsel behoort die leer van wiskunde te bevorder en verbeter deur geleenthede aan die leerders te bied om verantwoordelikheid vir hul eie leer te aanvaar.

5.9 SAMEVATTING

Nadat 'n spesifieke videoklasstelsel beskryf en die werking daarvan geïllustreer is, is die vereistes waaraan videoklasstelsels behoort te voldoen, sowel as die motivering vir die gebruik van 'n videoklasstelsel, bespreek. Vervolgens is die empiriese ondersoek wat uitgevoer is, beskryf en die resultate wat tydens die ondersoek verkry is, bespreek. Met behulp van die resultate is die invloed van die videoklasstelsel wat tydens die ondersoek gebruik is, ten opsigte van die volgende ondersoek en bespreek: (1) die wiskundeprestasie van die leerders, en (2) die gebruik van leer- en studiestrategieë ten opsigte van wiskunde. Die implikasies van die videoklasstelsel vir die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde het ook uit die resultate na vore gekom.

In die volgende hoofstuk word die bevindings van die studie saamgevat, gevolgtrekkings gemaak en aanbevelings wat uit die studie na vore kom, bespreek.

HOOFSTUK 6

BEVINDINGS, GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

6.1 INLEIDING

In hierdie slothoofstuk word gepoog om die bevindings, teoreties sowel as empiries, van die ondersoek saam te vat. Daar word slegs op die hoofkomponente van die onderskeie gedeeltes van die ondersoek gefokus. Eerstens word 'n oorsig van die verloop van die ondersoek gegee. Tweedens word die hoofbevindings waartoe gekom is, saamgevat. Derdens word gevolgtrekkings, waartoe in hierdie ondersoek gekom is, gestel. Vervolgens word tekortkominge/leemtes van die ondersoek uitgewys. Laastens word aanbevelings ten opsigte van die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde in 'n videoklasstelsel gemaak.

6.2 OORSIG VAN DIE ONDERSOEK

Die sentrale probleemvraag wat ondersoek is, is in die konteks van navorsing wat op hierdie terrein gedoen is, beredeneer en geformuleer (kyk 1.1 en 1.2). Die ondersoek is onderneem om die invloed van 'n videoklasstelsel op die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde vas te stel. Die navorsingsmetodologie, wat kwalitatiewe sowel as kwantitatiewe ondersoekmetodes ingesluit het, is aanvanklik in breë trekke verduidelik (kyk 1.5) en later meer volledig in hoofstuk 5 bespreek (kyk 5.5).

Die eerste doelwit was om die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde te identifiseer. Ten einde hierin te slaag, is die aard van wiskunde vanuit verskillende oogpunte bespreek (kyk 2.2). Benaderings tot leer wat die grootste invloed op die leer van skoolwiskunde uitoefen, naamlik die behavioristiese (kyk 2.3.1), die kognitiewe (kyk 2.3.2) en die konstruktivistiese (kyk 2.3.3) benaderings, is beskryf en waar nodig, krities geëvalueer. Vervolgens is faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed, in samehang met mekaar

bespreek (kyk 2.4) en gebruik om die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde te identifiseer (kyk Figuur 2.4).

Die tweede doelwit was om vas te stel hoe onderrig behoort plaas te vind om die strategiese leer van skoolwiskunde moontlik te maak. Ten einde hierin te slaag, is verskillende benaderings tot die onderrig van wiskunde, gebaseer op benaderings tot die leer van wiskunde, bespreek en die invloed daarvan op die onderrig van skoolwiskunde, op grond van die literatuurondersoek, bepaal (kyk 3.3). Daarna is faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed, geïdentifiseer (kyk 4.2) en gebruik om die kenmerke van die effektiewe onderwyser, wat wiskunde onderrig met die oog op die strategiese leer daarvan, te beskryf (kyk 4.3 & Tabel 4.1).

Die finale doelwit was om deur middel van die empiriese ondersoek vas te stel wat die invloed van 'n videoklasstelsel op die strategiese onderrig (kyk 5.8) en leer (kyk 5.6 & 5.7) van skoolwiskunde is.

Die empiriese ondersoek is beplan, uitgevoer en beoordeel met hoofstukke 2, 3 en 4 as verwysingsraamwerk.

Ten einde die doelwit met die empiriese ondersoek te bereik, is 'n vraelys (die LSV (skool)) (kyk Bylaag A & 5.5.4.1) gebruik om die invloed van die videoklasstelsel wat in die ondersoek gebruik is, op die leerders se studie- en leerstrategieë vas te stel, om sodoende die invloed op die strategiese leer van wiskunde te bepaal (kyk 5.7.2). Deur middel van die empiriese ondersoek is die invloed van die videoklasstelsel ook op die wiskundeprestasie van die leerders vasgestel (kyk 5.5.4.2 & 5.6.2). 'n Waarnemingskedsule (kyk Bylaag B, 5.5.4.3 & 5.8.1.2), tesame met die analise van video-opnames van wiskundelesse (kyk 5.8.1.1), is gebruik om die invloed van die videoklasstelsel op die onderrig van wiskunde te bepaal.

Vervolgens word die hoofbevindings van die ondersoek bespreek. In ooreenstemming met die aard van die doelstellings, word onderskei tussen bevindings op 'n teoretiese en dié op 'n empiriese vlak.

6.3 BEVINDINGS

6.3.1 Teoretiese bevindings

Die volgende bevindings is ten opsigte van die strategiese leer van wiskunde en die onderrig met die oog op strategiese leer, gemaak.

6.3.1.1 Kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde

Met behulp van die faktore wat die leer van skoolwiskunde beïnvloed (kyk 2.4), is die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde beskryf (kyk 2.5 & Figuur 2.4). Aangesien genoemde faktore en kenmerke breedvoerig in hoofstuk 2 bespreek is, word volstaan met 'n samevatting daarvan.

Strategiese leerders

- se kennis van hulself as leerders stel hulle in staat om aspekte van wiskundetake waarmee hulle probleme kan ondervind, te identifiseer. Identifisering van probleemareas stel weer die leerders in staat om aan leerstrategieë te dink om te gebruik in die uitvoering van die taak. Wanneer strategiese leerders dink oor wat hulle reeds ten opsigte van 'n spesifieke onderwerp weet, stel dit hulle in staat om betekenis te heg aan nuwe leerinhoude sodat leerders in staat is om 'n gegewe wiskundetaak te voltooi (kyk 2.4.1);
- is selfgereguleerde leerders (kyk 2.4.6.2) wat hul metakognitiewe kennis oor die leertaak, hulself en leerstrategieë gebruik tydens elke stadium van die selfreguleringsproses, waaronder beplanning, monitering en evaluering;
- is bewus van hul oortuigings ten opsigte van hulself en wiskunde (kyk 2.4.7.1.2 & 2.4.7.1.3), asook die mate waartoe hierdie oortuigings in harmonie is met hul onderwysers se oortuigings (kyk 4.2.2). Gevolglik ondervind strategiese leerders geen of min probleme in die analisering en interpretasie van wiskundetake en die kies van geskikte strategieë. Verder is die strategiese leerder in staat om sy/haar emosies beter te beheer as ander

leerders (kyk 2.4.7.3) en het 'n positiewe houding teenoor wiskunde (kyk 2.4.7.2);

- is gemotiveerd om effektief te leer (kyk 2.4.8) omdat hulle weet hoe om realistiese, maar uitdagende doelwitte te stel en te bereik; hulle sterk verwagtinge het dat hulle wiskundetake suksesvol sal kan uitvoer en hulle hulle suksesse/mislukkings deels toeskryf aan hul eie vermoëns en pogings wat aangewend is; en omdat hulle belangstel in die wiskunde wat geleer word en hulle die gebruikswaarde daarvan besef.
- werk nie in afsondering nie. Hulle kan hul sosiale en fisiese omgewing herstruktureer sodat dit bevordelik is vir leer en hul behoeftes pas (kyk 2.4.9).

6.3.1.2 Kenmerke van die effektiewe wiskunde-onderwyser

Faktore wat die onderrig van wiskunde beïnvloed (kyk 4.2) is gebruik om die kenmerke te beskryf van 'n effektiewe onderwyser wat wiskunde onderrig vir die strategiese leer daarvan.

Die effektiewe wiskunde-onderwyser

- beskik oor 'n ryk wiskundekennisbasis (kyk 4.2.3.2). Verder het die effektiewe wiskunde-onderwyser algemene sowel as spesifieke kennis van die onderrig van wiskunde, kennis van hoe leerders wiskunde leer en kennis van onderrig- en leerstrategieë (kyk 4.2.3.3). Genoemde kennis is nie net deeglik georganiseerd en geïntegreerd in die geheue nie, maar ook toeganklik vir gebruik in onderrig;
- is bedrewe en kreatief in die oplos van probleme ten opsigte van onderrig en openbaar insig deur die oplossings wat gegenereer word;
- gebruik 'n verskeidenheid onderrigstrategieë (kyk 4.2.4) wat leerders in selfgereguleerde leerders kan laat ontwikkel;

- voorsien leerders van wiskundetake (kyk 2.4.3) wat uitdagend en kompleks genoeg is sodat leerders die behoefte aan die gebruik van strategieë ervaar;
- onderrig leerders in die interpretasie van wiskundetake (kyk 2.4.3.3);
- onderrig leerders in die gebruik van 'n verskeidenheid leerstrategieë ten opsigte van wiskunde (kyk 2.4.5);
- tree selfgereguleerd op (kyk 2.4.6.2 & Tabel 4.1);
- se oortuigings ten opsigte van wiskunde (kyk 4.2.2) behoort leerders bewus te maak van hul eie oortuigings ten opsigte van wiskunde (kyk 2.4.7.1.2) en die leer van wiskunde (kyk 2.4.7.1.3);
- verander sy/haar onderrigstrategieë (kyk 4.2.4) as 'n afname bespeur word in leerders se betrokkenheid en deelname (wat motiveringsuitkomst is); en
- skep 'n klaskamerklimaat (4.2.6) wat leerders in staat stel om taakgerigte doelwitte te stel en te bereik.

6.3.2 Empiriese bevindings

Uit die resultate van die empiriese ondersoek volg die volgende bevindings:

6.3.2.1 Die invloed van die videoklasstelsel op die wiskundeprestasie van die leerders

Die videoklasstelsel het nie 'n negatiewe en ook nie 'n positiewe invloed op die prestasie van die leerders van óf die video-opname- óf die video-aflerings- óf die kontroleklasse van die skole wat deelgeneem het aan die ondersoek, gehad nie (kyk 5.6.2).

6.3.2.2 Die implikasies van die videoklasstelsel vir die strategiese leer van wiskunde

As gevolg van die ooreenkomste tussen die velde van die LSV (skool) (kyk 5.5.4.1) en die kenmerke van die strategiese leer van skoolwiskunde (kyk Tabel 2.3 & Figuur 2.4), is dit moontlik om die volgende bevindings ten opsigte van die strategiese leer van skoolwiskunde in 'n videoklasstelsel te maak:

- Die videoklasstelsel het nie 'n positiewe of negatiewe invloed gehad op die gebruik van leer-en studiesstrategieë (ten opsigte van wiskunde) by die verskillende klasgroepe wat aan die ondersoek deelgeneem het nie (kyk 5.7.2.1-5.7.2.3). Dit beteken dat die videoklasstelsel nie die strategiese leer by leerders, by wie dit mag voorgekom het, negatief beïnvloed het nie.
- Slegs die leerders van die video-afleringsklas het enkele kenmerke van strategiese leer vertoon (kyk 5.7.2.4-5.7.2.5).

6.3.2.3 Die implikasies van die videoklasstelsel vir die onderrig van wiskunde met die oog op die strategiese leer daarvan

Uit 5.8.1.1 is dit duidelik dat die kombinasies van die verskillende onderrigstrategieë wat gebruik is, ooreenkomste met die direkte onderrigbenadering toon. Verder is ooreenkomste met die tradisionele benadering gevind tydens die ontleding van die inhoud en vorm van wiskundetake (kyk 5.8.1.2). Indirekte onderrig het in enkele gevalle voorgekom.

Wiskunde-onderrig in die video-opname- en kontroleklasse het nie noodwendig tot strategiese leer gelei nie (kyk 5.7.2.5). In die video-afleringsklasse het egter enkele kenmerke van strategiese leer voorgekom.

6.4 GEVOLGTREKKINGS

Dit is moontlik dat die strategiese leer van wiskunde geïnhibeer is deur die direkte en/of tradisionele onderrigbenaderings wat onderwysers gevolg het. Die inhibisie van strategiese leer kom veral voor in klaskamers of onderrigsituasies

waar die onderwyser in beheer is en min vryheid aan die leerders toestaan “om hul eie leer te beïnvloed”. Volgens Zimmerman (1989:330) vind selfgeregleerde leer plaas tot die mate waartoe die leerders “can use personal processes to strategically regulate behavior and the immediate learning environment”. Dit wil voorkom asof die leerders van die video-afleweringsklasse in 'n mate die voorskriftelikheid van die onderrig te bowe kon kom – vandaar die teenwoordigheid van enkele kenmerke van strategiese leer.

Aangesien die gebruik van 'n spesifieke videoklasstelsel (kyk Figuur 5.1) nie die wiskundeprestasie van die leerders (die studiepopulasie) negatief beïnvloed het nie, kan 'n videoklasstelsel (of video-opnames) gebruik word:

- om te kompenseer vir afwesige onderwysers (enige onderwyser kan voorafopgeneemde videolesse vir leerders voorspeel);
- deur leerders wat afwesig was (om met behulp van die videolesse agterstallige werk in te haal); en
- deur leerders wat deur middel van afstandonderrig studeer (video-opnames kan deur hul betrokke dosente gemaak word).

6.5 TEKORTKOMINGE/LEEMTES VAN DIE ONDERSOEK

Die tekortkominge ten opsigte van die ondersoek het enersyds met die tegnologiese (die videoklaskamer) en andersyds met die opvoedkundige (onderrig) aspekte te doen gehad.

Alhoewel die betrokke wiskunde-onderwysers opgelei is in die gebruik van die videoklaskamer (kyk Figuur 5.1) het tegniese probleme dikwels opgeduik, byvoorbeeld dat die lapelmikrofoon of die videomasjien nie aangeskakel is nie, geen videoband in die videomasjien geplaas is nie, oorskakelings tussen kameras nie altyd glad verloop het nie en steurings gevolglik veroorsaak is in die videoles waarna die video-afleweringsklas gekyk het. Dit het ook van tyd tot tyd

gebeur dat die dakmikrofone nie gewerk het nie sodat response op vrae van die onderwyser nie in die terugspeelklas gehoor kon word nie.

Onderwysers het nie deurentyd van die afstandsbeheerfunksie gebruik gemaak nie – dit het veroorsaak dat hulle hulself beperk het tot die voorkant van die klaskamer (by die videoprojektor). Dit is dus verstaanbaar dat in die videolesse wat waargeneem en ontleed is, hoofsaaklik van 'n tradisionele en/of direkte onderrigbenadering gebruik gemaak is. Die nasien en bespreek van huiswerk met behulp van die videoprojektorfunksie (kyk 5.8.1.1) het ook baie tyd van elke lesperiode in beslag geneem.

Die wiskunde-onderwysers wat aan die ondersoek deelgeneem het, is nie opgelei vir die onderrig van wiskunde in 'n videoklasstelsel nie – die wenke wat in hierdie verband van tyd tot tyd deur die navorser gegee is, was nie voldoende nie.

6.6 AANBEVELINGS

Indien 'n soortgelyke ondersoek weer onderneem sou word, behoort die volgende tegnologiese aspekte daarvan aandag te geniet:

- Tegniese probleme behoort tot die minimum beperk te word om sodoende die gehalte van opnames te verbeter.
- Onderwysers benodig assistensie tydens die gebruik van die videoklaskamer.

Die volgende aspekte rakende die onderrig en leer van wiskunde behoort meer aandag te geniet:

- Die leeromgewing wat in die videoklaskamer geskep word, behoort meer gunstig vir die strategiese leer van wiskunde te wees.
- Onderwysers behoort opgelei te word om onderrig in 'n videoklasstelsel te gee. Gespesialiseerde opleiding is nodig vir die onderrig van wiskunde, met die oog op die strategiese leer daarvan.

6.7 SLOTWOORD

Die strategiese onderrig en leer van skoolwiskunde is moontlik in 'n videoklasstelsel, soos die een wat in die ondersoek gebruik is, indien aan die volgende vereistes voldoen word:

- Al die komponente waaruit die videoklasstelsel bestaan (kyk Figuur 5.1), behoort deurentyd te werk. Vir hierdie doel behoort onderwysers op tegniese bystand te kan staatmaak.
- Die betrokke onderwysers behoort opgelei te word in die gebruik van die videoklasstelsel sodat dit met vaardigheid en verantwoordelikheid hanteer kan word.
- Die onderwyser behoort nie net opgelei te word in die onderrig van wiskunde in 'n videoklasstelsel nie, maar ook bewus te wees van onderrigstrategieë wat gebruik kan word om strategiese leer by leerders te laat ontwikkel.
- Die onderwyser behoort leergeleenthede vir die leerders te skep deur die opstel en gee van geskikte wiskundetake.
- Die leerders in die opname- sowel as die afleweringklasse behoort te weet wat van hulle verwag word sodat die betrokkenheid van leerders verhoog kan word.
- Die leerders van die video-opname sowel as die video-afleweringsskole behoort onderrig te ontvang in die gebruik van leerstrategieë vir strategiese leer.

BIBLIOGRAFIE

ABELSON, R. 1979. Differences between belief systems and knowledge systems. *Cognitive sciences*, 3:355-366.

AMES, C. & ARCHER, J. 1987. Mother's beliefs about the role of ability and effort in school learning. *Journal of educational psychology*, 79:409-414.

ANASTASI, A. 1988. Psychological testing. 6th ed. New York : Macmillan. 817 p.

ANDERMAN, E.M. & MAEHR, M.L. 1994. Motivation and schooling in the middle grades. *Review of educational research*, 64(2):287-309.

ANDERSON, J.R. 1976. Language, memory and thought. Hillside, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates. 546 p.

ANTHONY, G. 1996. When mathematics students fail to use appropriate learning strategies. *Mathematics education research journal*, 8(1):23-37.

ARTZT, A.F. & NEWMAN, C.M. 1990. Cooperative learning. *Mathematics teacher*, 83(6):448-452.

ATWEH, B., BLEICHER, R.E. & COOPER, T.J. 1998. The construction of the social context of mathematics classrooms: a sociolinguistic analysis. *Journal for research in mathematics education*, 29(1):63-82.

BALL, D.L. 1996. Teacher learning and the mathematics reforms: what we think we know and what we need to learn. *Phi Delta Kappa*, 77(7):500-508, March.

BAXTER, M.M. 1995. Effektiewe klaskamerklimaat vir wiskundeonderrig in sekondêre skole. Potchefstroom : PU vir CHO. (Skripsie - M.Ed.) 100 p.

BEREITER, C. 1990. Aspects of an educational learning theory. *Review of educational research*, 60(4):603-624.

BIDWELL, J. 1990. No math is an island. *Australian mathematics teacher*, 46(4):8-11.

BISHOP, A.J. 1988. Mathematics education in its cultural context. *Educational studies in mathematics*, 19:179-191.

BLOOM, B.S. 1971. Mastery learning. (In Block, J.H., ed. *Mastery learning: theory and practice*. New York : Holt, Rinehart and Winston. p. 47-63.)

BLUMENFELD, P.C., MERGENDOLLER, J.R. & SWARTHOUT, D.W. 1987. Task as a heuristic for understanding student learning and motivation. *Curriculum studies*, 19(2):135-148.

BORG, W.R., GALL, J.P. & GALL, M.D. 1993. *Applying educational research: a practical guide*. 3rd ed. New York : Longman. 443 p.

BORICH, G.D. 2000. *Effective teaching methods*. Upper Saddle River, N.J. : Merrill. 515 p.

BREDO, E. 1997. The social construction of learning. (In Phye, G.D., ed. *Handbook of academic learning: construction of knowledge*. San Diego : Academic Press. p. 3-45.)

BRODIE, K. 1998. "Learner-centred" teaching and possibilities for learning in South African mathematics classrooms. (Paper presented at the annual meeting of the Psychology of Mathematics Education, University of Stellenbosch, July 1998.)

BROPHY, J.E. 1991. Teachers' knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice. (In Brophy, J.E., ed. *Advances in research on teaching: teachers' subject matter knowledge and classroom instruction*, v. 2. Greenwich, Conn. : JAI Press. p. 347-362.)

BRUMBAUGH, D.K., ASHE, D.E., ASHE, J.L. & ROCK, D. 1997. *Teaching secondary mathematics*. Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates. 385 p.

BYBEE, R.W. & SUND, R.B. 1982. Piaget for educators. 2nd ed. Columbus, Ohio : C.E. Merrill Pub. Co. 319 p.

CANGELOSI, J.S. 2003. Teaching mathematics in secondary and middle school: an interactive approach. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill. 436 p.

CARPENTER, T.P., FENNEMA, E., PETERSON, P.L., CHIANG, C.P. & LOEF, M. 1989. Using knowledge of children's mathematical thinking in classroom teaching: an experimental study. *American educational research journal*, 26:499-531.

CARROLL, J.B. 1963. A model of school learning. *Teachers college record*, 64:723-733.

CLEMENTS, D.H. & BATTISTA, M.T. 1992. Geometry and spatial reasoning. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 420-464.)

COBB, P. 1988. The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational psychologist*, 23(2):87-103.

COBB, P. 1994. Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational researcher*, 23(7):13-20.

COBB, P., WOOD, T., YACKEL, E. & PERLWITZ, M. 1992. A follow-up assessment of a second-grade problem-centred mathematics project. *Educational studies in mathematics*, 23:483-504.

COHEN, J. 1988. Statistical power analysis for the behavioral sciences. 2nd ed. Orlando, Fla. : Academic Press. 567 p.

DAVEY, G. & HOLLIDAY, J. 1992. Van Hiele: guidelines for geometry. *Australian mathematics teacher*, 48(2): 26-29.

DE CORTE, E. 2000. New perspectives for research and practice in mathematics education. (Referaat gelewer tydens die sesde nasionale kongres van AMESA, Universiteit van die Oranje-Vrystaat, Bloemfontein, 3-7 Julie 2000.)

DE LANGE, J. 1992. Higher order (un-) teaching. (In Wirzup, I. & Streit, R., eds. Developments in school mathematics education around the world, v. 3. Reston, Va. : NCTM. p. 49-71.) (Proceedings of the Third UCSMP International Conference on Mathematics Education. Chicago, October 30 - November 1, 1991.)

DE WET, J.J., MONTEITH, J.L. de K., STEYN, H.S. & VENTER, P.A. 1981. Navorsingsmetodes in die opvoedkunde: 'n inleiding tot empiriese navorsing. Durban : Butterworth. 348 p.

DOSSEY, J.A. 1992. The nature of mathematics: its role and its influence. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 39-47.)

DOYLE, W. 1983. Academic work. *Review of educational research*, 53:159-200.

EISENHART, M., BORKO, H., UNDERHILL, R., BROWN, C., JONES, D. & AGARD, P. 1993. Conceptual knowledge falls through the cracks: complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for research in mathematics education*, 24(1):8-40.

ERNEST, P. 1991. The philosophy of mathematics education. London : Falmer Press.

ERTMER, P.A. & NEWBY, T.J. 1993. Behaviorism, cognitivism, constructivism: comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance improvement quarterly*, 6(4):50-72.

ERTMER, P.A. & NEWBY, T.J. 1996. The expert learner: strategic, self-regulated, and reflective. *Instructional science*, 24(1):1-24, January.

FENNEMA, E. 1991. Cognitively guided instruction. (Referaat gelewer by die Veertiende Nasionale Konvensie oor Wiskunde- en Natuurwetenskaponderwys te Universiteit van Kaapstad, 1-5 Julie 1991.)

FENNEMA, E., CARPENTER, T.P. & PETERSON, P. 1991. Teacher's decision making and cognitively guided instruction: a new paradigm for curriculum development. *Pythagoras*, 27:27-35.

FENNEMA, E. & FRANKE, M.L. 1992. Teachers' knowledge and its impact. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 147-164.)

FERNANDEZ, M.L., HADAWAY, N. & WILSON, J.W. 1994. Problem solving: managing it all. *Connecting research to teaching*, 87(3):195-199.

FRANKE, M.L. & GROUWS, D.A. 1997. Developing student understanding in elementary school mathematics: a cognitive perspective. (In Phye, G.D., ed. Handbook of academic learning: construction of knowledge. San Diego : Academic Press. p. 307-341.)

FREUDENTHAL, H. 1971. Geometry between the devil and the deep sea. *Educational studies in mathematics*, 3:413-435.

FREUDENTHAL, H. 1991. Revisiting mathematics education: China lectures. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. 200 p.

GAGNÉ, R.M. 1983. The conditions of learning. Tokyo : Holt-Saunders. 361 p.

GARNER, R. 1990. When children and adults do not use learning strategies: toward a theory of settings. *Review of educational research*, 40(4):517-529.

GIERL, M.J. & BISANZ. 1995. Anxieties and attitudes related to mathematics in grades 3 and 6. *Journal of experimental education*, 63(2):139-158.

GOOD, T.L. & BIDDLE, B.J. 1988. Research and the improvement of mathematics instruction: the need for observational resources. (In Grouws, D.A., Cooney, T.J. & Jones, D., eds. Perspectives on research on effective mathematics teaching, v. 1. Reston, Va. : Lawrence Erlbaum Associates. p. 114-142.) (Research agenda for mathematics education.)

GOOD, T.L., MULRYAN, C. & MCCASLIN, M. 1992. Grouping for instruction in mathematics: a call for programmatic research on small-group processes. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 165-196.)

GRAY, S. 1991. Ideas in practice: metacognition and mathematical problem solving. *Journal of developmental education*, 14(3):24-28.

GRAVEMEIJER, K.P.E. 1994. Developing realistic mathematics education. Utrecht : Utrecht University. 222 p.

GREEN, T.F. 1971. The activities of teaching. New York : McGraw-Hill. 234 p.

GUNTER, M.A., ESTES, T.H. & SCHWAB, J.H. 1999. Instruction: a models approach. 3rd. ed. Boston, Mass. : Allyn and Bacon. 396 p.

HALMOS, P.R. 1980. The heart of mathematics. *American mathematical monthly*, 87:519-524.

HERSCH, R. 1986. Some proposals for revising the philosophy of mathematics. (In Tymoczko, T., ed. New directions in the philosophy of mathematics. Boston, Mass. : Birkhauser. p. 9-28.)

- HIDI, S. 1990. Interest and its contribution as a mental resource for learning. *Review of educational research*, 60(4):549-571.
- HIEBERT, J. & CARPENTER, T.P. 1992. Learning and teaching with understanding. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 65-97.)
- HUGE, T.L. 1990. Videotaped mathematics instruction used as a resource in compensating for absence. (Practicum report, Nova University, May 1990.)
- HUMAN, P.G., OLIVIER, A.I. & MURRAY, J.C. 1993. Enkele kritiese kenmerke van probleemgesentreerde wiskundeonderwys. Stellenbosch : ENWOUS, Universiteit van Stellenbosch. (Ongepubliseer.)
- JACOBS, J.E. & PARIS, S.G. 1987. Children's metacognition about reading: issues in definition, measurement, and instruction. *Educational psychologist*, 22(3/4):255-278.
- JAMES, N. 1990. Investigative approaches to the learning and teaching of mathematics. *Pythagoras*, 24:11-16.
- JAKUBOWSKI, E. & TOBIN, K. 1991. Teachers' personal epistemologies and classroom learning environments. (In Fraser, B.J. & Walberg, H.J. Educational environments: evaluations, antecedents and consequences. Oxford : Pergamon. p. 201-214.)
- JOYCE, B., WEIL, M. & CALHOUN, E. 2000. Models of teaching. 6th ed. Boston, Mass. : Allyn and Bacon. 540 p.
- KELLER, F.S. 1968. Good-bye, teacher. *Journal of applied behavior analysis*, 1:79-89.
- KERSH, M.E. & MCDONALD, J. 1991. How do I solve thee? Let me count the ways! *Arithmetic teacher*, 10:38-41.

KIERAN, C. 1992. The learning and teaching of school algebra. (*In* Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 390-419.)

KLAUER, K.J. 1988. Teaching for learning to learn: a critical appraisal with some proposals. *Instructional science*, 17:351-367.

KLOOSTERMAN, P. & STAGE, F.K. 1992. Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School sciences and mathematics*, 92(3):109-115.

KOEHLER, M. & GROUWS, D.A. 1992. (*In* Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 115-126.)

KUHS, T.M. & BALL, D.L. 1986. Approaches to teaching mathematics: mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. East Lansing : Michigan State University, Center of Teacher Education.

LEEDY, P.D. & ORMROD, J.E. 2001. Practical research: planning and design. 7th ed. Upper Saddle River, N.J. : Merrill Prentice Hall. 318 p.

LEHRER, R. & SHUMOW, L. 1997. Aligning the construction zones of parents and teachers for mathematics reform. *Cognition and instruction*, 15(1):41-83.

LEPAGE, D. 1996. Distance learning complements a pre-service mathematics education model. *T.H.E. journal*:65-67, August.

LOWRY, W.H. & THORKILDSEN, R. 1991. Implementation levels of a videodisc-based mathematics program and achievement. (*In* Proceedings of selected research presentations at the Annual Convention of the Association for Educational Communications and Technology.)

MA, X. 1997. Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal of educational research*, 90(4):221-229, March/April 1997.

MANDLER, G. 1989. Affect and learning: causes and consequences of emotional interactions. (In McLeod, D.B. & Adams, V.M., eds. *Affect and mathematical problem solving: a new perspective*. Berlin : Springer-Verlag. p. 3-19.)

MASINGALA, J.O. & MOELLWALD, F.E. 1993. Using Polya to foster a classroom environment for real-world problem solving. *School science and mathematics*, 93(5):245-249.

MAYER, R.E. 1997. Incorporating problem solving into secondary school curricula. (In Phye, G.D., ed. *Handbook of academic learning: construction of knowledge*. San Diego : Academic Press. p. 473-492.)

MCLEOD, D.B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. [In Grouws, D.A., ed. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York : Macmillan. p. 575-596.)

MITCHELL, C.E. 1990. Real-world mathematics. *Mathematics teacher*, 83(1):12-16.

MOALEM, M. 1997. The content and nature of reflective teaching: a case of an expert middle school science teacher. *Clearing house*, 70(3):143-150.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Va. : NCTM. 258 p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 1995. Assessment standards for school mathematics. Reston, Va. : NCTM. 102 p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, Va. : NCTM. 402 p.

NCTM

kyk

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS

NEWBY, T.J., STEPICH, D.A., LEHMAN, R. & RUSSELL, J.D. 1996. Instructional technology for teaching and learning: designing instruction, integrating computers, and using media. Englewood Cliff, N.J. : Prentice-Hall. 367.

NICKSON, M. 1992. The culture of the mathematics classroom. (*In* Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 101-114.)

NIEUWOUDT, S.M. 1998. Doeltreffende evaluerende van wiskunde in die senior primêre fase. Potchefstroom : PU vir CHO. (Skripsie - M.Ed.) 127 p.

ORMROD, J. 2000. Educational psychology: developing learners. Upper Saddle River, N.J. : Merrill.

PAJARES, F. & MILLER, M.D. 1994. Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: a path analysis. *Journal of educational psychology*, 86(2):193-203.

PHYE, G.D. 1997. Inductive reasoning and problem solving: the early grades. (*In* Phye, G.D., ed. Handbook of academic learning: construction of knowledge. New York : Academic Press. p. 451-471.)

PIAGET, J. 1968. Six psychological studies. New York : Random House. 169 p.

POLYA, G. 1954. Mathematics and plausible reasoning: induction and analogy in mathematics. Princeton, N.J. : Princeton University Press.

POLYA, G. 1973. How to solve it? A new aspect of mathematical method. Princeton, N.J.. : Princeton University Press. 253 p.

RAE, A. 1993 Self-paced learning with video for undergraduates: a multimedia Keller plan. *British journal of educational technology*, 24(1):43-51.

REIGELUTH, C. 1991. Reflections on the implications of constructivism for educational technology. *Educational technology*, 33(10):34-37.

REYNOLDS, A.J. & WALBERG, H.J. 1992. A process model of mathematics achievement and attitude. *Journal for research in mathematics education*,

ROBLYER, M.D. & EDWARDS, J. 2000. Integrating educational technology into teaching. Upper Saddle River, N.J. : Merrill. 355 p.

ROMBERG, T.A. & CARPENTER, T.P. 1986. Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. (In Wittrock, M.C., ed. Handbook of research on teaching. 3rd ed. New York : Macmillan. p. 850-873.)

ROSENSHINE, B. & STEVENS, R. 1986. Teaching functions. (In Wittrock, M.C., ed. Handbook of research on teaching. New York : Macmillan. p. 376-391.)

SAS INSTITUTE. 1985. SAS user's guide: basic version. 5th. ed. Cary, NC : SAS Institute Inc. 1290 p.

SAS INSTITUTE. 1988. SAS/STAT user's guide: release 6.03 edition. Cary, NC : SAS Institute Inc.

SCHOENFELD, A.H. 1992. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the

National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 334-370.)

SCHUNK, D.H. 2000. Learning theories: an educational perspective. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall. 522 p.

SHUELL, T.J. 1989. Teaching and learning as problem solving. *Theory into practice*, 29:102-108.

SIMPSON, M.L. & SHERRIE, L. 2000. An update on strategic learning: it's more than textbook reading strategies. *Journal of adolescent and adult literacy*, 43(6):528-541. [Web:] <http://ebSCOhost>. [Datum van toegang: 21 September 2000].

SKINNER, B.F. 1953. Science and human behavior. New York : Macmillan. 461 p.

SKINNER, B.F. 1974. About behaviorism. New York : Random House. 256 p.

SOUTH AFRICA. DEPARTMENT OF EDUCATION. 1995. Mathematics standard 6: interpretation of the interim syllabus. Draft document. Pretoria : Government Printers. July 1995.

SOUTH AFRICA. DEPARTMENT OF EDUCATION. 1997. Outcomes based education in South Africa: background information for educators. Pretoria : Government Printers. March 1997.

SOUTH AFRICA. DEPARTMENT OF EDUCATION. 1998. Draft assessment policy in the general education and training phase, grades R to 9 and ABET. Pretoria : Government Printers. May 1998.

STANIC, G. & KILPATRICK J. 1988. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. (In Charles, R. & Silver, E., eds. The

teaching and assessing of mathematical problem solving. Reston, Va : National Council of Teachers of Mathematics. p. 1-22.)

STEIN, M.K., GROVER, B.W. & HENNINGSEN, M. 1996. Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2):455-488.

STEIN, M.K. & SMITH, M. 1998. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4):268-275.

STERNBERG, R.J. & HORVATH, J.A. 1995. A prototype view of expert teaching. *Educational researcher*, 24(6):9-17.

STIGLER, J.W. & HIEBERT, J. 1997. Understanding and improving classroom mathematics instruction. *Phi Delta Kappa*, 79(1):14-21.

TABA, H. 1966. Teaching strategies and cognitive functioning in elementary school children. San Francisco, Calif. : San Francisco State College. 275 p. (Cooperative research project 2404.)

TEPPO, A. 1991. Van Hiele levels of geometric thought revisited. *Mathematics teacher*, 84(3): 210-221.

THOMPSON, A.G. 1992. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 127-146.)

TOBIAS, S. 1991. An eclectic examination of some issues in the constructivist-ISD controversy. *Educational technology*, 31(9):41-43.

VAN DE WALLE, J.A. 2001. Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally. 4th ed. Longman : New York. [Various paging.]

VAN HIELE, P.M. 1986. Structure and insight: a theory of mathematics education. Orlando, Fla. : Academic Press. 246 p.

VAN NIEKERK, H.M. 1997. A subject didactical analysis of the development of the spatial knowledge of young children through a problem-centred approach to mathematics teaching and learning. Potchefstroom : PU vir CHO. (Proefskrif - Ph.D.) 304 p.

VON GLASERSFELD, E. 1989. Constructivism. (In Husen, T. & Postlethwaite, eds. The international encyclopedia of education, supp. v. 1. p. 162-163.)

VON GLASERSFELD, E. 1992. Constructivism reconstructed: a reply to Suchting. *Science and education*, 1:379-384.

VYGOTSKII, L.S. 1978. Mind in society: the development of higher psychology processes. Cambridge : Harvard University Press. 159 p.

WEBB, N.L. 1992. (In Grouws, D.A., ed. Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York : Macmillan. p. 661-683.)

WEINSTEIN, C.E. 1996. Self-regulation: a commentary on directions for future. *Learning and individual differences*, 8(3):269-274. [Web:] <http://ebscohost>. [Datum van gebruik: 21 September 2000].

WEINSTEIN, C.E. & MEYER, D.K. 1991. Cognitive learning strategies. *New directions for teaching and learning*, 45:15-26.

WEINSTEIN, C.E. & PALMER, D.R. 1990. LASSI-HS. Florida : H&H Publishing Company.

WEINSTEIN, C.E. & VAN MATER STONE, G. 1993. Broadening our conception of general education: the self-regulated learner. *New directions for community colleges*, 81:31-39.

WILLIAMS, S. R. 1997. Mathematics (grades 7-12). (In Phye, G.D., ed. Handbook of academic learning: construction of knowledge. New York : Academic Press. p. 343-368.)

YAGER, R.E. 1991. The constructivist learning model: towards real reform in science education. *Science teacher*, 58(6):52-57.

ZIMMERMAN, B.J. 1989. A social cognitive view of self-regulated academic learning. *Journal of educational psychology*, 81(3):329-339.

ZIMMERMAN, B.J. 1994. Dimensions of academic self-regulation: a conceptual framework for education. (In Schunk, D.H. & Zimmerman, B.J. eds. Self-regulation of learning and performance: issues and educational applications. Hillsdale, N.J. : Laurence Erlbaum Associates. p. 3-21.)

ZIMMERMAN, B.J. & RISEMBERG, R. 1997. Self-regulatory dimensions of academic learning and motivation. (In Phye, G.D., ed. Handbook of academic learning: construction of knowledge. New York : Academic Press. p. 105-125.)

ZUCCO, C.M. 1998. Evaluating mathematics videotapes for use in the classroom. *Mathematics teacher*, 91(4):348-354. [Web:] <http://ebSCOhost>. [Datum van toegang: 30 September 2002].

LEER- EN STUDIESTRATEGIE VRAELYS - LSV (HOËRSKOOL)

**Die LSV (hoërskool) is die Afrikaanse weergawe van die LASSI-HS
(Learning And Study Strategies Inventory - High School Version)**

ontwikkel deur

Clair E Weinstein & David R Palmer

Department of Educational Psychology, University of Texas at Austin

Die LASSI-HS is in Afrikaans vertaal en vir Suid-Afrikaanse Wiskundeleerders
aangepas deur:

JL deK Monteith, HD Nieuwoudt (PU vir CHO) en SM Nieuwoudt (POK)

INSTRUKSIES

Die LSV(skool) is ontwerp om vas te stel hoe jy leer en studeer en om jou houding teenoor leer en studeer te bepaal. Op die volgende bladsye is 76 bewerings wat met die leer of studeer van wiskunde te doen het. Lees elke bewering en merk dan een van die volgende beskrywings op die antwoordblad:

1. **Glad nie kenmerkend van my nie**
2. **Nie baie kenmerkend van my nie**
3. **In 'n mate kenmerkend van my**
4. **Redelik/taamlik kenmerkend van my**
5. **Baie kenmerkend van my**

Om jou te help om 'n beskrywing te kies, volg hier 'n kort verduideliking van wat met elkeen van bogenoemde antwoorde bedoel word.

Glad nie kenmerkend van my nie

Dit beteken nie noodwendig dat die bewering nooit 'n beskrywing van jou is nie. Dit beteken dat dit slegs onder buitengewone omstandighede waar is.

Merk 'n **1** as hierdie beskrywing waar is van jou.

Nie baie kenmerkend van my nie

Dit beteken dat die bewering oor die algemeen nie eintlik waar is van jou nie.

Merk 'n **2** in hierdie geval.

In 'n mate kenmerkend van my

Dié bewering oor jou sal vir die helfte van die tyd waar wees.

Merk 'n **3** in hierdie geval.

Taamlik kenmerkend van my

Dié bewering sal oor die algemeen waar wees van jou.

Merk 'n **4** in hierdie geval.

Baie kenmerkend van my

Die bewering beteken nie noodwendig dat dit altyd beskrywend van jou is nie, maar dit is meestal waar van jou.

Merk 'n **5** in hierdie geval.

Trek 'n kruisie oor die syfer wat jou die beste beskryf.

Voorbeeld

1	2	~~3~~	4	5
---	---	--------------	---	---

Probeer antwoord in terme van hoe goed die bewering jou beskryf en nie in terme van hoe jy dink jy behoort te wees of van wat ander doen nie. Daar is geen regte of verkeerde antwoorde op hierdie bewerings nie. Werk asseblief so vinnig as moontlik, sonder om agterlosig te wees en voltooi al die items.

1. Ek is bekommerd dat ek wiskunde op skool sal drui.
2. Ek kan onderskei tussen belangrike en minder belangrike inligting in 'n wiskundeles.
3. Dit is vir my moeilik om by 'n studierooster vir wiskunde te hou.
4. Na 'n wiskundeklas gaan ek weer deur die werk wat ons in die klas gedoen het om my te help om dit beter te verstaan.
5. Dit is nie vir my belangrik om die wiskunde in my skoolloopbaan te voltooi nie, solank ek net 'n werk kan kry.
6. Gedurende 'n wiskundeles dink ek aan ander dinge en luister nie regtig na wat in die klas gesê word nie.
7. Ek gebruik spesiale studiehulpmiddels soos hoofopskrifte en skuins- of vetgedrukte woorde wat in my wiskundehandboek voorkom.
8. Ek probeer om die hoofpunte of belangrikste inligting van 'n wiskundeles uit te haal terwyl die les aangebied word.
9. Ek word moedeloos as my punte swak is vir 'n wiskundetoets of -eksamen.
10. Ek is op datum met al my wiskunde-opdragte.
11. Probleme buite skoolverband soos finansiële probleme, konflik met ouers, verliefdheid, ensovoorts, veroorsaak dat ek nie my wiskunde doen nie.

12. Wanneer ek wiskunde doen, dink ek na oor die onderwerp en besluit wat ek veronderstel is om daaruit te leer.
13. Al is gedeeltes van die wiskunde wat ons doen eentonig en oninteressant, kry ek dit reg om daarmee aan te hou totdat ek klaar is.
14. Ek is verward en besluiteloos oor wat ek met my wiskunde skoolwerk behoort te bereik.
15. Ek leer nuwe wiskundige terme en begrippe deurdat ek 'n situasie waarin dit voorkom, in my gedagtes voorstel.
16. Ek kom onvoorbereid na 'n wiskundeklas.
17. Wanneer ek vir 'n wiskundetoets of -eksamen voorberei, dink ek na oor vrae wat ek dink moontlik gevra kan word.
18. Ek sal verkies om nie wiskunde op skool te neem nie.
19. Die aantekeninge wat ek maak terwyl ek in my wiskundehandboek lees, maak dit vir my maklik om die werk te hersien.
20. Ek doen swak in wiskundetoetse omdat dit vir my moeilik is om my werk binne 'n kort tydperk te beplan.
21. Ek probeer om aan moontlike toetsvrae te dink terwyl ek die werk wat in die wiskundeklas gedoen is, deurgaang.
22. Ek studeer (leer) wiskunde slegs wanneer ek 'n toets moet skryf.
23. Ek stel die wiskunde wat ek moet leer, in my eie woorde.
24. Ek vergelyk my wiskunde klaswerk/huiswerk met dié van ander leerlinge om seker te maak dat dit korrek is.
25. Ek is baie gespanne wanneer ek wiskunde leer.
26. Ek hersien die wiskunde van die vorige les voor die volgende les.
27. Dit is vir my moeilik om 'n opsomming te maak van die wiskunde wat ek kort tevore tydens 'n wiskundeles gehoor of gedoen het.

28. Ek werk hard om goeie punte te behaal, al hou ek nie van die wiskunde wat gedoen word nie.
29. Ek voel dikwels asof ek nie beheer het oor wat met my in die wiskundeklas gebeur nie.
30. Terwyl ek besig is om wiskunde te doen, stop ek kort-kort en dink daaroor na of hersien dit wat ek gedoen het.
31. Selfs al het ek goed voorberei vir 'n wiskundetoets, voel ek baie omgekrap wanneer ek die toets skryf.
32. Terwyl ek met wiskunde besig is, probeer ek om alles bymekaar te laat inpas en sin te laat maak.
33. Wanneer ek nie 'n wiskunde huiswerkopdrag gedoen het nie, oortuig ek myself dat ek 'n verskoning daarvoor het.
34. Wanneer ek wiskunde leer, is dit vir my moeilik om agter te kom hoe om die werk te leer.
35. Wanneer ek 'n wiskundetoets begin skryf, is ek taamlik seker dat ek goed sal presteer.
36. Ek toets myself tydens 'n wiskundeles om te sien of ek verstaan wat die onderwyser sê.
37. Ek wil nie 'n klomp onnodige wiskunde op skool leer nie. Ek wil net dit leer wat nodig is om 'n goeie werk te kry.
38. Dit is vir my soms moeilik om op my wiskundewerk te konsentreer omdat ek rusteloos of buierig is.
39. Ek probeer altyd 'n verband vind tussen die wiskunde wat ek besig is om te leer en dit wat ek alreeds weet.
40. Ek stel hoë eise of mikpunte aan myself in wiskunde.
41. Dit gebeur dikwels dat ek voor 'n wiskundetoets baie kennis in 'n kort tyd in my kop moet probeer inprop.

42. Dit is vir my moeilik om gedurende 'n wiskundeles te konsentreer.
43. Wanneer ek my wiskundehandboek lees, gee ek veral aandag aan die eerste en/of laaste sin van die meeste paragrawe.
44. Ek leer net die gedeeltes in wiskunde waarvan ek hou.
45. My aandag word maklik van die wiskunde wat ek doen, afgetrek.
46. Ek probeer om die wiskunde wat ek leer, in verband te bring met my eie ondervindings/ervarings.
47. Ek maak goed gebruik van studietye na skool om ook wiskunde te doen.
48. Wanneer ek wiskunde doen wat vir my moeilik is, doen ek óf net die maklike gedeeltes, óf los dit sommer heeltemal uit.
49. Ek maak diagramme of sketse om my te help om die wiskunde wat ek leer, te verstaan.
50. Ek hou nie van die meeste wiskunde wat ons in die klas doen nie.
51. Ek ondervind probleme om te verstaan presies wat gevra word in 'n vraag in 'n wiskundetoets.
52. Ek gebruik simbole, sleutelwoorde, diagramme of tabelle om my wiskunde op te som.
53. Bekommernis dat ek swak sal doen, beïnvloed my konsentrasie terwyl ek 'n wiskundetoets skryf.
54. Ek verstaan sommige gedeeltes van die wiskunde swak omdat ek nie deeglik luister nie.
55. Ek gebruik my wiskundehandboek om werksopdragte uit te voer.
56. Ek voel baie paniekerig wanneer ek 'n belangrike wiskundetoets skryf.
57. Wanneer ek besluit om wiskundehuiswerk te doen, sit ek 'n bepaalde hoeveelheid tyd daarvoor opsy en hou dan daarby.
58. Wanneer ek 'n wiskundetoets skryf, besef ek dat ek die verkeerde werk voorberei het.

59. Dit is vir my moeilik om te weet watter gedeeltes in my wiskundehandboek belangrik is om te onthou.
60. Ek konsentreer ten volle wanneer ek wiskunde leer.
61. Ek gebruik die opskrifte van paragrawe en die gedeeltes binne-in raampies om my te help om belangrike gedeeltes in my wiskundehandboek raak te sien.
62. Ek raak so senuweeagtig en verward wanneer ek 'n wiskundetoets skryf, dat ek die vrae nie na die beste van my vermoë beantwoord nie.
63. Ek memoriseer wiskundige reëls, formules, tegnieke, ensovoorts sonder dat ek dit verstaan.
64. Ek toets myself om seker te maak dat ek die wiskunde wat ek geleer het, ken.
65. Ek stel die wiskunde wat ek behoort te doen, te dikwels uit.
66. Ek probeer agterkom hoe ek die wiskunde wat ek leer, kan toepas in die alledaagse lewe.
67. My gedagtes dwaal baie terwyl ek wiskunde doen.
68. Ek is van mening dat die wiskunde wat ek in die skool leer, nie die moeite werd is om te leer nie.
69. Wanneer ek wiskunde hersien, gaan ek ook my huiswerkopdragte na.
70. Dit is vir my moeilik om my studiemetodes by verskillende dele van wiskunde aan te pas.
71. Wanneer ek wiskunde doen, lyk dit asof ek in fyner detail verstriek raak en nie die hoofgedagtes kan onthou nie.
72. As ekstra wiskundeklasse of hersieningsessies aangebied word, woon ek dit by.
73. Ek bring soveel tyd saam met my vriende deur dat my wiskunde daaronder ly.

- 74. Wanneer ek wiskundetoetse skryf of ander werk in wiskunde doen, gebeur dit dat ek nie verstaan wat van my verwag word nie en daardeur punte verloor.
- 75. Ek probeer om 'n verband tussen verskillende idees in die wiskunde wat ek leer, te vind.
- 76. Ek vind dit moeilik om belangrike aspekte van die werk wat in die wiskundeklas gedoen is, te identifiseer.

Opmerking: Ekwivalente Afrikaanse en Engelse weergawes van die vraelys is gebruik; om ekonomiese redes is slegs die Afrikaanse weergawe hier ingesluit.

BYLAE B: WAARNEMINGSKEDULE: INHOUD EN VORM VAN WISKUNDETAKE

Datum: _____
Onderwerp: _____

Video-opname/Terugspeel
Doelwit: _____

A. Inhoud van die taak

Tipe onderrigmateriaal			Konteks van taak			Soort taak			Kognitiewe eise gestel aan leerders	
Handboek	Self ontwikkel	Andar	Werklike lewe	Abstrak	Kombinasie	Individu	Groep (klas as geheel)	Klein groepe	Laerorde-denke (memoriserings, gebruik van algoritmes/formules/prosedures sonder inagneming van onderliggende betekenis en verbande)	Hoërorde-denke (Redenering, oplos van probleme, soek vir patrone, maak en toets van veronderstellings, gebruik van algoritmes/formules met inagneming van onderliggende betekenis en verbande)

B. Vorm van die taak

Tydens die gee van die taak:

Gebruik van oplosstrategieë moontlik			Gebruik van voorstellings			Wiskundige verduidelikings of regverdiging van antwoorde / oplossings gevra		
Een	Meer as een	Geen	Simbole (Wiskundige notasie)	Nie-simbolies (Diagramme, grafieke, konkrete materiaal)	Kombinasie	Geen	Min	Deurentyd

Tydens die uitvoer van die taak:

Gebruik van oplosstrategieë			Gebruik van voorstellings			Wiskundige verduidelikings of regverdiging van antwoorde / oplossings gegee		
Een	Meer as een	Geen	Simbole (Wiskundige notasie)	Nie-simbolies (Diagramme, grafieke, konkrete materiaal)	Kombinasie	Geen	Min	Deurentyd

Opmerkings: _____